

УДК 621.372.061

**В. В. Ракитин**<sup>1, 2</sup>, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.,  
**С. Г. Русаков**<sup>1</sup>, чл.-корр. РАН, проф., гл. науч. сотр., gusakov@ippm.ru  
<sup>1</sup> Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, Москва  
<sup>2</sup> ФГУП "НИИ Физических проблем им. Ф. В. Лукина", Москва

## Генераторные схемы на мемристорных элементах

*Обсуждается состояние разработок генераторных схем на мемристорных приборах. Показаны особенности конструирования автогенераторных схем при использовании свойств мемристоров. Рассмотрены базовые схемотехнические решения безиндуктивных и безреактивных генераторов, а также хаотических генераторов на мемристорных приборах.*

**Ключевые слова:** мемристоры, мемристорные системы, мемристорные генераторы, безиндуктивные генераторы, безреактивные генераторы, хаотические генераторы

### Введение

Ожидание коммерческого внедрения интегральных технологий с мемристорными приборами ускорило разработку схем на мемристорах в разных областях применения. В первую очередь, эти разработки направлены на достижения новых качественных показателей в схемах памяти. Благодаря свойствам мемристоров новые схемотехнические принципы получают в ближайшее время распространение и в других сферах применения цифровой и аналоговой схемотехники.

Новое направление нелинейной теории цепей составляют генераторные и автогенераторные схемы на мемристорных приборах.

В настоящей статье обсуждается начальная стадия разработки новых схемотехнических решений для мемристорных генераторов с использованием основных свойств мемристоров.

Мемристор — пассивный двухполюсник с сопротивлением, изменяющимся в зависимости от протекающего через него заряда. Фактически это резистор с аналоговой памятью. Термин "мемристор" предложен в 1971 г. проф. Л. Чуа для описания прибора, электрический заряд которого связан с магнитным потоком [1]. В последующем термин расширен на более широкий класс мемристорных систем [2]. В 2008 г. в лаборатории фирмы Хьюлетт-Паккард был создан мемристорный прибор со структурой металл—диэлектрик—металл [3]. С этого момента исследования мемристорных элементов и систем на их основе стало одним из многообещающих направлений электроники [4—6]. Мемристоры еще находятся на стадии экспериментальных исследований, но широкий фронт работ и успехи в техно-

логии их изготовления позволяют надеяться на появление новых изделий на их основе.

Простота конструкции мемристоров и совместимость технологии их изготовления с кремниевой КМОП-технологией являются важными обстоятельствами, способствующими будущему внедрению мемристоров. Причем сами мемристоры могут формироваться на завершающей стадии изготовления ИС в виде специальных контактов между слоями металлов. Области применения мемристоров могут быть как различные системы хранения информации, так и специальные схемы, обладающие возможностями удобной регулировки и самонастройки.

Генераторы на мемристорах являются новым классом нелинейных схем, которые могут быть использованы в различных приложениях [7]. Используя инерционные свойства мемристоров, можно построить различного типа генераторы сигналов.

Ниже рассмотрены основные принципы построения мемристорных генераторов с учетом свойства аналоговой памяти мемристоров.

В разд. 1 и 2 содержатся предварительные сведения о типах генераторов на мемристорах и модели мемристорного прибора. Особенности построения генераторов на мемристорах, включая безиндуктивные мемристорные генераторы и безреактивные генераторы, обсуждаются в разд. 3. В разд. 4 рассмотрены хаотические генераторы на мемристорах.

### 1. Предпосылки

К настоящему времени уже предложены различные варианты генераторов на мемристорах. Представлены так называемые безреактивные мемристорные генераторы, в которых мемристоры заме-

няют конденсаторы [8, 9]. Предложены генераторы, в которых мемристоры заменяют резисторы, расширяя функциональные возможности исходных генераторов. Однако в них присутствуют реактивные элементы, требования к которым могут быть несовместимы с интегральной реализацией устройств. Предложены различные типы таких генераторов: с мостом Вина [10], фазосдвигающие [11], моностабильные [12]. Большое внимание уделяется генераторам хаотических сигналов [13–15]. На основе мемристорных генераторов предполагается создание искусственных нейронов нового поколения [16], в том числе разработка моделей нейронов с синаптической пластичностью [17], а в перспективе построение мемристорных осцилляторных нейрокомпьютеров [18].

Условно мемристорные генераторы можно разделить на два класса (рис. 1). К первому классу следует отнести автогенераторы, свойства которых в основном определяются самими мемристорами, дополненными вспомогательными схемами на основе стандартных элементов, задающими режим работы мемристора. Они не содержат реактивных элементов и удобны в интегральном исполнении (рис. 1, а).

Второй класс мемристорных генераторов [10] можно разделить на ряд типов схем, в том числе:

- автономные, т. е. с питанием от источника постоянного тока;
- неавтономные с внешней накачкой, подсоединенные к источнику внешнего сигнала.

На рис. 1, б внешний сигнал  $E(t)$  зависит от времени.

В составе этих генераторов наряду с линейными реактивными элементами могут присутствовать и другие нелинейные приборы. В общем случае может быть нелинейным сам источник питания  $E(i)$ .

Второй класс генераторов является универсальным по возможному целевому назначению: гармонические генераторы, генераторы специальной формы, хаотические генераторы. Принято характеризовать генераторы этого класса числом степеней свободы — суммарным числом конденсаторов, индуктивностей и самих мемристоров. Важным свойством этого класса является возможность хаотиче-

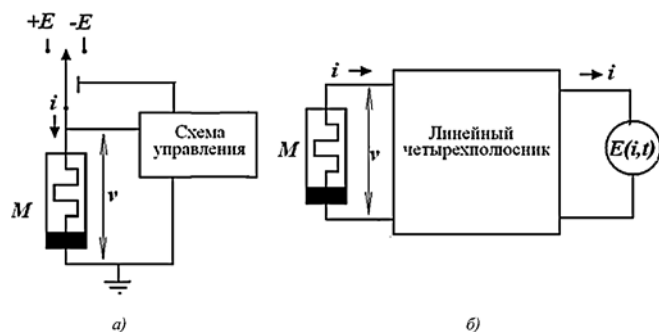


Рис. 1. Структурные схемы релаксационного (а) и универсального (б) генераторов на мемристорах

ских колебаний при числе степеней свободы 3 и выше при наличии нелинейного элемента и элемента с отрицательным дифференциальным сопротивлением (ОДС).

Анализируя состояние разработок мемристоров и генераторных систем на их основе, необходимо учитывать, что с начальной стадией их развития связаны следующие условия и ограничения:

- отсутствие общепринятой системы параметров и методик их измерений;
- сложность процессов, протекающих в мемристорах, и, как следствие, сложность их математического описания;
- отсутствие данных о разбросе и стабильности параметров мемристоров;
- многообразие типов поведения мемристоров;
- разнообразие математических моделей мемристоров.

## 2. Модель мемристора

Поведение мемристора описывается двумя характеристиками: связью между током  $i$  и напряжением  $v$  — "мгновенной" вольт-амперной характеристикой (ВАХ), зависящей от его состояния  $w$ , и изменением состояния под действием входного управляющего сигнала (тока или напряжения) — управляющей характеристикой (УХ) [19]. В первом случае имеем мемристор, управляемый током, во втором случае — мемристор, управляемый напряжением. В общем случае мемристор, управляемый током, описывается следующими соотношениями:

$$v = R(w, i)i, \quad (1)$$

$$\frac{dw}{dt} = F(w, i). \quad (2)$$

Мемристор с управлением напряжением описывается системой

$$i = G(w, v)v, \quad (3)$$

$$\frac{dw}{dt} = F(w, v). \quad (4)$$

Функция  $R(w, i)$  имеет размерность сопротивления и называется мемристансом. Функция  $G(w, v)$  имеет размерность проводимости и называется мемкондактансом. Функция управления состоянием  $F(w, v)$  при безразмерной переменной  $w$  имеет размерность, обратную временной переменной, и определяет скорость изменения состояния.

В первоначальном варианте [1] мемристор, управляемый зарядом (в нашем случае состоянием), описывался более простыми соотношениями, чем (1)–(2):

$$v = R(w)i, \quad (5)$$

$$\frac{dw}{dt} = i. \quad (6)$$

Чтобы проводить анализ более широкого круга приборов, в работе [2] введено понятие мемристорной системы. В этом случае поведение описывается формулами (5) и (2):

$$v = R(w)i,$$

$$\frac{dw}{dt} = F(w, i).$$

Конкретный вид приведенных выше функций определяется конструкцией физических приборов. Так, в линейно-дрейфовой модели мемристоров [3] обе функции в формулах (1), (2) линейны по каждой из переменных. В результате система (1), (2) или (5), (6) принимает вид

$$v = (R_{on}w + R_{off}(1 - w))i; \quad (7)$$

$$\frac{dw}{dt} = kwi, \quad (8)$$

где  $R_{on}$  — минимальное сопротивление мемристора;  $R_{off}$  — максимальное сопротивление мемристора;  $k$  — коэффициент инерционности мемристора.

Поскольку сама переменная состояния  $w$  ограничена, то в формулу УХ (6) или (8) вводят множителем специальную оконную функцию  $F_O(w)$ , которая равна нулю вне интервала  $0 \leq w \leq 1$ . Внутри интервала эта функция, в частности, может равняться 1.

При анализе электрических схем с мемристорами можно не вводить переменную состояния, а задать инерционность изменения сопротивления, и система (5), (6) примет вид

$$v = Ri; \quad (9)$$

$$\frac{dR}{dt} = k(R_{on} - R_{off})i = k_R i. \quad (10)$$

В некоторых теоретических работах на функции  $R(w, i)$  — мемристанса и  $G(w, v)$  — мемкондуктанса накладывают требования непрерывности, монотонности и взаимно однозначности.

### 3. Особенности построения генераторных схем на мемристорах

#### 3.1. Безреактивные релаксационные генераторы

Генераторы электрических сигналов различной формы широко применяют в самых разных приложениях. Наличие мемристоров открывает новые возможности реализации простых низкочастотных генераторов и генераторов специального типа (с автоподстройкой, хаотических колебаний и др.). Особое значение имеют генераторы без конденсаторов и индуктивностей, формирование которых в составе ИС затруднено или требует большой площади на кристалле. Такие схемы получили название безреактивных генераторов. Они могут использоваться

для формирования как релаксационных, так и синусоидальных колебаний.

В составе интегральных схем наиболее просто реализуются генераторы на основе  $RC$ -схем и кольцевые генераторы.  $RC$ -генератор может содержать конденсаторы, выполняющие функции интеграторов. Поскольку мемристор также интегрирует входной сигнал, то возможно рассмотрение вопроса о замене конденсаторов на мемристоры. Однако ситуация с мемристорами является более сложной, поскольку в мемристоре интеграл входного сигнала определяет не сам выходной сигнал, а внутренний параметр (мемристанс или мемкондуктанс). Поэтому проектирование генераторов на мемристорах требует специального рассмотрения.

Рассмотрим возможность замены мемристором интегрирующего конденсатора в простейшем релаксационном генераторе.

Известно большое число вариантов релаксационных генераторов с использованием конденсаторов в качестве интегрирующих элементов. Основной принцип этих генераторов — заряд конденсатора током до определенного потенциала  $V_{cm}$  с последующим разрядом конденсатора током противоположной полярности до потенциала  $V_{cm}$ , после чего полярность тока снова изменяется. Минимально простой генератор такого типа — триггер Шмитта с конденсатором в цепи отрицательной обратной связи (рис. 2, а). Передаточная характеристика триггера Шмитта (рис. 2, б) при высоком входном напряжении скачком меняет знак выходного напряжения, а при большом отрицательном напряжении скачком делает выходное напряжение положительным. Это обеспечивает непрерывное изменение напряжения на конденсаторе и прямоугольные импульсы на выходе триггера Шмитта.

Мемристор также является интегрирующим элементом. При перемене знака заряжающего тока его состояние обратимо изменяется. Однако в отличие от конденсатора у мемристора изменение знака входного сигнала приводит не только к изменению состояния (значению его сопротивления), но и к изменению полярности выходного сигнала. Поэтому для построения генератора с мемристором в качестве интегратора требуется специальный компаратор с более сложной передаточной функцией — двухпороговый компаратор.

Возможны различные варианты релаксационных мемристорных генераторов, в том числе содержащих один и более мемристоров. Два таких генератора представлены на рис. 2, в и рис. 2, д.

Генераторы содержат интегрирующую цепь, подключенную между выходом компаратора и общим (нулевым) потенциалом. Она содержит мемристор  $M$  и резистор  $R$  (возможно и два мемристора). На нее подается выходное напряжение компаратора  $V_o$  и напряжение с ее средней точки  $V_i$  поступает на вход компаратора. Если к выходу компаратора

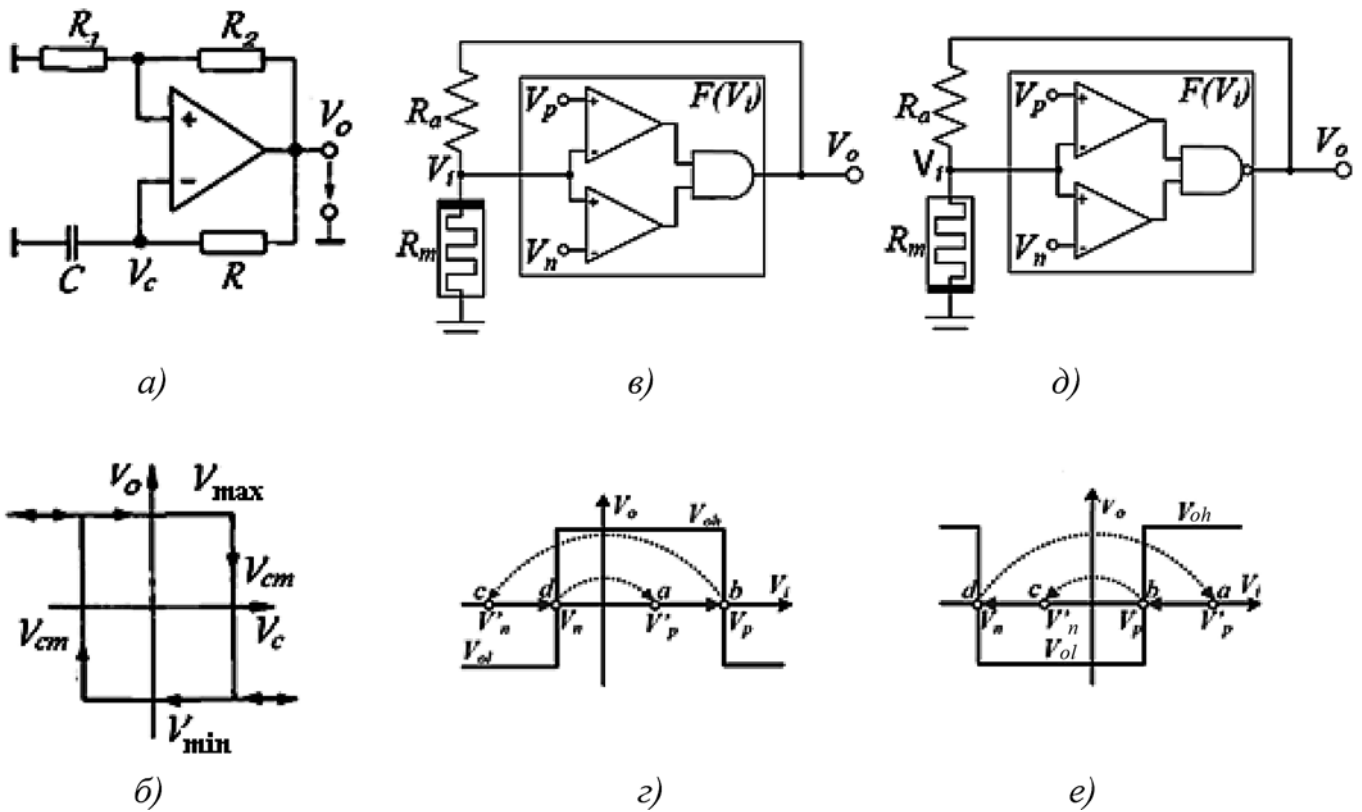


Рис. 2. Релаксационные генераторы:

*a* — на триггере Шмитта; *б* — передаточная характеристика триггера Шмитта; *в* — положительный  $R$ – $M$ -генератор; *г* — положительная передаточная характеристика; *д* — отрицательный  $R$ – $M$ -генератор; *е* — отрицательная передаточная характеристика [9]

подключен резистор, а мемристор подключен к общей точке положительным электродом — имеем  $R$ – $M$  положительный интегратор (рис. 2, *в*). У него при положительном напряжении  $V_o$  сопротивление мемристора и потенциал  $V_i$  возрастают. Если мемристор подключен к общей точке отрицательным электродом, имеем  $R$ – $M$  — отрицательный интегратор (рис. 2, *д*). У него при положительном напряжении  $V_o$  сопротивление мемристора и потенциал  $V_i$  падают. Возможны и другие варианты интеграторов:  $M$ – $R$  и  $M$ – $M$ .

Двухпороговый компаратор может быть положительным или отрицательным, в зависимости от типа функции передаточной характеристики (рис. 2, *г* и *е*). Положительный двухпороговый компаратор содержит два простых компаратора, соединенных по схеме И (рис. 2, *в*), а отрицательный — по схеме И-НЕ (рис. 2, *д*). В результате при входном сигнале  $V_i$ , лежащем в интервале между нижним  $V_n$  и верхним порогом  $V_p$ , на выходе положительного компаратора будет высокий уровень  $V_{oh}$ , а при сигнале вне интервала — низкий уровень выходного сигнала  $V_{ol}$  (рис. 2, *г*). У отрицательного компаратора ситуация противоположная (рис. 2, *е*). На рис. 2 типы интеграторов и компараторов совпадают, и самим генераторам присвоен тот же тип.

Подобная конфигурация генераторов обеспечивает периодическое изменение напряжения  $V_i$ , по-

казанное стрелками на рис. 2, *г* и рис. 2, *е*. Покажем это на примере положительного  $R$ – $M$ -генератора. Пусть первоначально сопротивление мемристора  $R$  таково, что  $V_n < V_i < V_p$ , тогда поскольку  $V_o = V_{oh} > 0$  сопротивление  $R$ , а значит и  $V_i$  возрастает. При достижении верхнего порога ( $V_i = V_p$ ) компаратор изменяет знак выходного напряжения  $V_o$ , и напряжение  $V_i$  тоже становится отрицательным ( $V'_n$  на рис. 2, *г*). При отрицательном  $V_o$  сопротивление  $R$  падает, а отрицательное  $V_i$  возрастает. При достижении нижнего порога ( $V_i = V_n$ ) компаратор снова изменяет знак выходного напряжения, и сигнал  $V_i$  оказывается в диапазоне  $V_n < V_i < V_p$ , т. е. ситуация возвращается к исходному состоянию. Процесс далее будет периодически повторяться.

Количественное поведение конкретного мемристорного генератора описывается системой уравнений Кирхгофа, содержащих модель мемристора (9), (10) и передаточную функцию компаратора. Для варианта, изображенного на рис. 2, *в*, из равенства токов в положительной интегрирующей цепочке вытекает следующее соотношение:

$$\frac{V_i}{R_m} = \frac{V_o(V_i)}{R_m + R_a}, \quad (11)$$

где  $V_o(V_i)$  — передаточная функция положительного компаратора, принимающая значения  $V_{oh}$  и  $V_{ol}$ .

Условия и параметры генерации [9]

Параметры	Тип генератора		
	<i>M</i> – <i>M</i>	<i>M</i> – <i>R</i>	<i>R</i> – <i>M</i>
Зависимость от начальных условий	Да	Нет	Нет
Частота генерации	$\frac{k' V_{oh}^2}{2(V_p + V_n)(R_{ai} + R_{bi})^2}$	$\frac{k' V_n^2 V_p^2}{R_a^2 V_{oh}(V_p^2 - V_n^2)}$	$\frac{k'(V_{oh} - V_p)^2 (V_{oh} + V_n)^2}{R_a^2 V_{oh}(V_p + V_n)(2V_{oh} - V_p + V_n)}$
Минимальная частота	$\frac{k' \max(V_p^2, (V_{oh} + V_n)^2)}{2R_{off}^2 (V_p + V_n)}$	$\frac{k' V_p^2 (V_{oh} + V_n)^2}{R_{off}^2 V_{oh}(V_p^2 - V_n^2)}$	$\frac{k' V_p^2 (V_{oh} + V_n)^2}{R_{off}^2 V_{oh}(V_p + V_n)(2V_{oh} - V_p + V_n)}$
Максимальная частота	$\frac{k' \min(V_n^2 (V_{oh} - V_p)^2)}{2R_{on}^2 (V_p + V_n)}$	$\frac{k' V_n^2 (V_{oh} - V_p)^2}{R_{on}^2 V_{oh}(V_p^2 - V_n^2)}$	$\frac{k' V_n^2 (V_{oh} - V_p)^2}{R_{on}^2 V_{oh}(V_p + V_n)(2V_{oh} - V_p + V_n)}$
Условия генерации 1	$R_{on,i} < R_{m,i} < R_{off,i}$ $(-1)^l V_p V_{ol} > (-1)^l V_n V_{oh}$		
Условия генерации 2			

\**l* = 0 для позитивного компаратора, *l* = 1 для негативного компаратора.

Отметим, что для рассматриваемого варианта напряжение на мемристоре  $v = V_i$ . Подставляя (9) и (11) в (10), получим дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными. Его решения позволяют определить все характеристики процесса генерации, в том числе временную диаграмму: форму токов, напряжений и изменение сопротивления во времени (рис. 3).

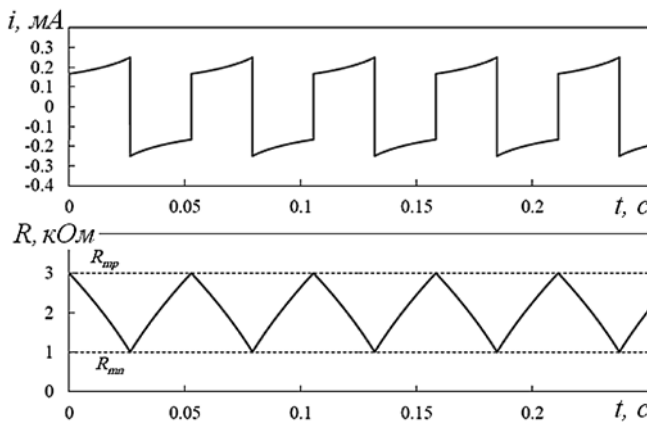


Рис. 3. Временные диаграммы позитивного *R*–*M*-генератора [9]

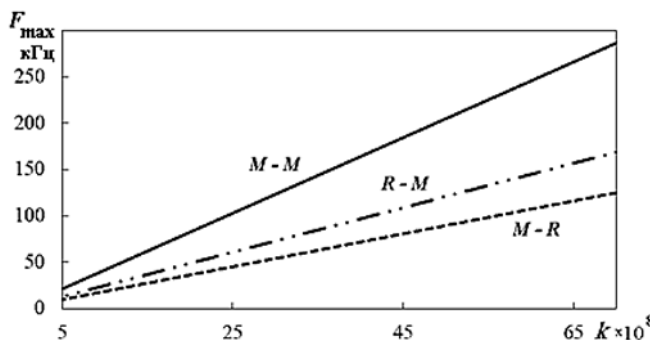


Рис. 4. Зависимость максимальной частоты генерации от параметров [9]

Приведенная временная диаграмма получена при моделировании мемристорного генератора, изображенного на рис. 2, *в*, с параметрами:  $R_{on} = 100$  Ом,  $R_{off} = 38$  кОм,  $k_R = 3,79 \cdot 10^8$ ,  $R_a = 3$  кОм,  $V_{oh} = 1$  В,  $V_{ol} = -1$  В,  $V_p = 0,75$  В,  $V_n = -0,5$  В. Из рис. 3 видно, что при непрерывном изменении сопротивления мемристора ток в интегрирующей цепи мемристорного генератора изменяется скачками, это отличает его от генератора на триггере Шмитта.

Результаты анализа условий генерации и параметры генераторов перечисленных типов сведены в таблицу.

Представляет интерес зависимость максимально возможной частоты генерации различных типов мемристорных генераторов от коэффициента инерционности (рис. 4). Как следует из таблицы, минимальная частота генерации может быть на несколько порядков ниже. Различие в частотах у разных типов генераторов вполне объяснимо: у *M*–*M*-генераторов одновременно изменяются в разных направлениях сопротивления двух мемристоров, что повышает скорость переходных процессов, а у *M*–*R*-генераторов интегрирующий элемент находится в цепи обратной связи и скорость переходного процесса падает.

Проведенные испытания экспериментальных образцов подобных генераторов подтвердили полученные теоретические оценки и расчеты. В целом можно сделать вывод, что подобные мемристорные генераторы могут оказаться проще, чем генераторы, использующие конденсаторы. Это особенно важно в области низких частот, где требуются конденсаторы большой емкости и, соответственно, больших размеров.

3.2. Безиндуктивные гармонические мемристорные генераторы

В рассмотренных выше системах первого порядка при линейно-кусочных характеристиках

элементов имеют место типичные релаксационные колебания.

Для перехода к гармоническим и квазигармоническим колебаниям в генераторы необходимо вводить дополнительные элементы. Введение реактивных элементов для повышения порядка систем является простейшим способом такого дополнения. В результате система начинает обладать частотными характеристиками с фильтрующими свойствами, позволяющими выделять гармонические составляющие. По такому принципу построен ряд гармонических *RC*-генераторов.

Генератор Вина представляет собой операционный усилитель, охваченный частотно-зависимой положительной обратной связью через мост Вина. Мост содержит четыре резистора и два конденсатора [10]. Генератор Вина может формировать гармонический сигнал в широком диапазоне частот. На рис. 5, *a* приведен вариант генератора Вина, у которого резистор в цепи обратной связи заменен на мемристор.

Условие генерации в таком генераторе можно записать в виде

$$1 + \frac{R_{Ma}}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}, \quad (12)$$

где  $R_{Ma}$  — усредненное значение сопротивления мемристора за период колебаний. Частота генерации в этом случае определяется следующим образом:

$$F = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_{Ma} R_2}}. \quad (13)$$

Было выполнено моделирование генератора Вина с параметрами  $R_2 = 5$  кОм,  $C = 3,2$  мкФ, значение начального мемристанса выбирали в диапазоне 4,1...5,9 кОм, а отношение сопротивлений  $R_3/R_4$  — таким, чтобы выполнялось условие генерации (12). При этом наблюдались квазисинусоидальные колебания как мемристанса, так и выходного сигнала. Как следовало ожидать, колебания и по амплитуде, и по частоте зависят от начального значения мемристанса, сама частота в процессе генерации оказывается промодулированной. Таким образом, встраивание мемристора в генератор Вина сохраняет свойства генерации, по крайней мере, при условии малых изменений мемристанса.

Другим примером мемристорного *RC*-генератора является фазосдвигающий генератор [11] (рис. 5, *б*). Принцип его работы заключается во введении отрицательной обратной связи из трех *RC*-цепочек, обеспечивающих общий сдвиг гармонического сигнала на  $180^\circ$ . Замена резисторов на мемристоры, как и в предыдущем случае, сохраняет работоспособность генератора при условии малых изменений

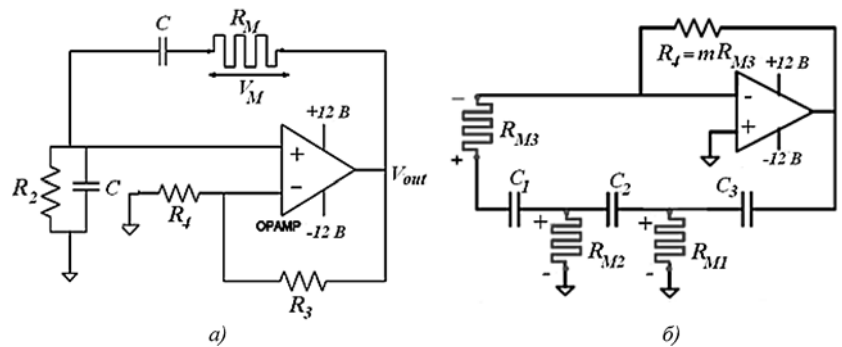


Рис. 5. *RC*-генераторы с мемристором: *a* — генератор Вина [10]; *б* — фазосдвигающий генератор [11]

мемристанса. Вместе с тем появляется зависимость параметров генерации от их начальных значений.

#### 4. Мемристорные хаотические генераторы

Рассмотренные выше типы сравнительно простых генераторов решают частные вопросы. Перспективы подобных генераторов определяются их реальной конкурентоспособностью, а она в значительной мере зависит от технологичности самих мемристоров.

Мемристорные генераторы с колебательными контурами привлекают в настоящее время большее внимание. Причина состоит в том, что симбиоз линейной колебательной системы с нелинейными элементами типа мемристоров открывает возможности создания генераторов с уникальными характеристиками. Это обусловлено наличием гистерезиса в ВАХ мемристора. Гистерезис существенно усложняет фазовый портрет генератора с возможным превращением последнего в генератор хаотических колебаний. Подобные хаотические генераторы (ХГ) вызывают повышенный интерес, так как могут найти применение в ряде важных приложений, в том числе в криптографии, в нейроморфных системах и др.

В 80-е годы прошлого века была показана возможность хаотической генерации с использованием диодов Чуа — двухполюсников, имеющих участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением (ОДС) определенного вида [20]. Диоды Чуа могут быть реализованы различным образом, в том числе путем сочетания мемристоров с ОДС приборами. За последние годы выполнены всесторонний анализ и моделирование различных мемристорных хаотических генераторов (МХГ) [21]. Для них разработаны специальные математические модели мемристоров [22] и для исследований МХГ создана платформы [23].

Известно, что для появления хаотического поведения динамической системы в ее составе необходимы, по крайней мере, один нелинейный элемент, один элемент с отрицательным дифференциальным сопротивлением, три накопителя энергии.

Каноническая модель МХГ обладает этими качествами [7]. Ее можно представить в виде эквивалентной схемы (рис. 6), содержащей индуктивность, два конденсатора, резистор (второй резистор в простом генераторе может отсутствовать) и диод Чуа, скомбинированный из элемента с ОДС и мемристора. В данном случае модель мемристора с управляющим напряжением описывается следующими соотношениями:

$$\frac{dw}{dt} = v; \quad (14)$$

$$i = G(w)v = \begin{cases} av, & \text{если } |w| < 1, \\ bv, & \text{если } |w| \geq 1, \end{cases} \quad (15)$$

где  $w$  — переменная, описывающая состояние мемристора. В отличие от линейно-дрейфовой модели проводимость мемристора в данном случае является немонотонной и разрывной функцией от интеграла напряжения. Эта модель в зависимости от параметров элементов реализует богатый набор динамических состояний и эффектов: потерю устойчивости, мягкое и жесткое возбуждение автоколебаний, бифуркации периодических движений, сопровождающиеся переходом к хаотическим колебаниям, сильную зависимость поведения от начальных состояний системы, гистерезис.

Проверка хаотичности носит в основном качественный характер. Критериями наиболее часто выступают: особенности фазового портрета системы и характер отображения Пуанкаре; широкополос-

ный низкочастотный шум и дельтаобразная автокорреляционная функция в начале координат; бифуркационные диаграммы; положительный показатель Ляпунова на траектории аттрактора.

Поведение схемы на рис. 6, а описывается следующей системой уравнений:

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = \frac{v_2 - v_1}{R} + Gv_1 - G(w)v_1; \quad (16)$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = \frac{v_1 - v_2}{R} - i; \quad (17)$$

$$L \frac{di}{dt} = v_2 - ri; \quad (18)$$

$$\frac{dw}{dt} = v_2. \quad (19)$$

Компьютерное моделирование показывает, что система уравнений (16)–(19) при параметрах  $a = 0,3$ ,  $b = 0,8$ ,  $G = 1,5$  (0,6),  $r = 0,027$ ,  $C_1 = 0,1$ ,  $C_2 = 1$ ,  $L = 0,077$  имеет хаотический аттрактор (рис. 6, б). Вычисление показателя Ляпунова по выборке значений переменных дает положительное значение, примерно равное 0,0779.

При упрощении генератора изменяется и характер генерации. При исключении из схемы на рис. 6 линейных сопротивлений она превращается в мемристорный генератор Ван-дер-Поля, который вследствие гистерезиса мемристора может иметь два предельных цикла. При последующем упрощении схемы генерируемые колебания становятся релаксационными при исключении конденсатора или исчезают при исключении индуктивности.

В приведенном варианте хаотического генератора использована модель мемристора с двумя значениями проводимости. Проведены исследования генераторов и с другими моделями мемристоров, которые также обладают хаотической генерацией. Следует отметить, что многие из них не соответствуют реальным мемристорам.

При усложнении рассматриваемого генератора возможен переход к еще более хаотическому поведению, а именно, к гиперхаосу. Гиперхаос характеризуется наличием двух и более положительных показателей Ляпунова. Показано, что введением в канонический МХГ дополнительной цепи (контура) с индуктивностью удается получить гиперхаотический режим. Другой вариант — два связанных МХГ, они также могут иметь подобный режим.

Простейший МХГ — одноконтурная цепь, содержащая два линейных реактивных элемента и мемристор [13]

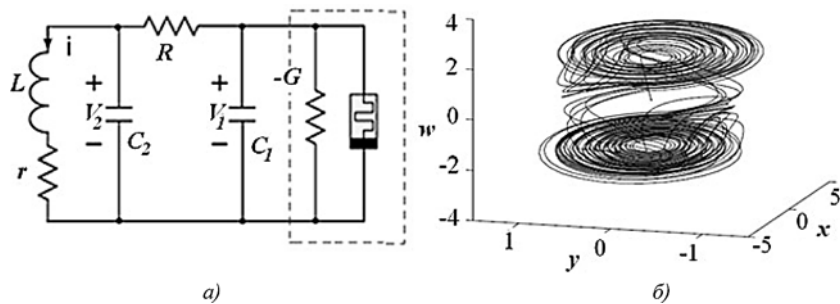


Рис. 6. Канонический МХГ: а — электрическая схема; б — фазовый портрет [7]

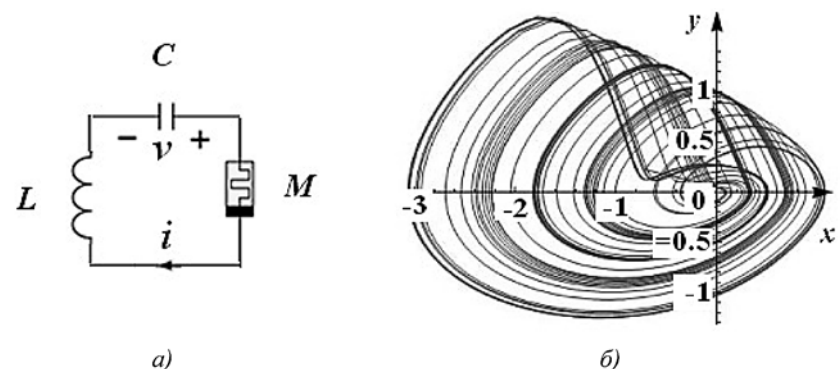


Рис. 7. Простейший МХГ: а — схема; б — фазовый портрет МХГ [13]

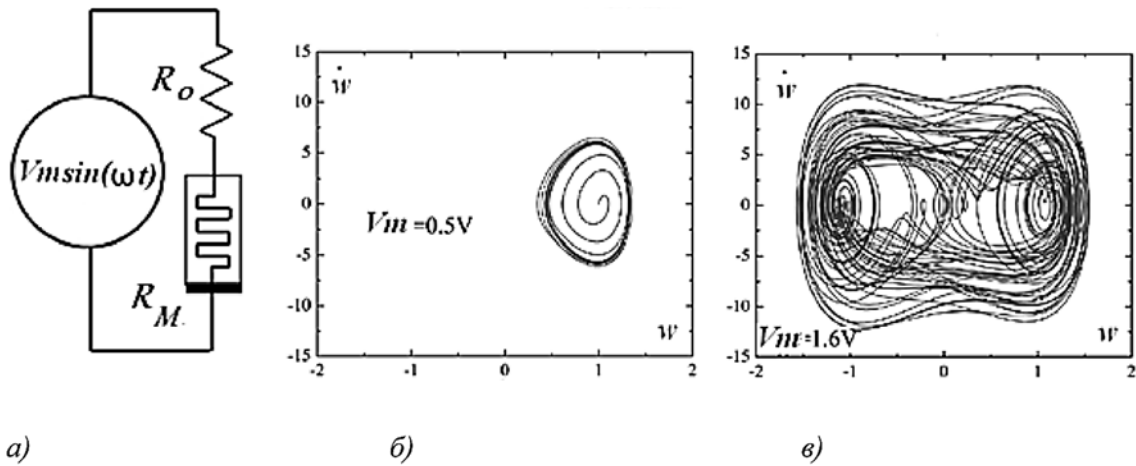


Рис. 8. МХГ с внешним возбуждением:

а — схема; б — устойчивая траектория при слабом возбуждении; в — странный аттрактор при сильном возбуждении [14]

(рис. 7). Поскольку по законам Кирхгофа ток во всех элементах контура одинаков и напряжения линейно зависимы, то состояние мемристора не является независимым. Система, содержащая три инерционных элемента, становится системой второго порядка. Заменой мемристора на мемристорную систему и введением нелинейного мемристанса в сочетании с усложнением формулы управляющей характеристики удастся добавить дополнительную степень свободы и добиться хаотичности. Отметим, что у мемристора появляется участок с ОДС. Поведение в этом случае описывается системой трех независимых дифференциальных уравнений

$$C \frac{dv}{dt} = i,$$

$$L \frac{di}{dt} = -[v + \beta(w^2 - 1)],$$

$$\frac{dw}{dt} = -y - \alpha w + iw.$$

При значениях параметров  $C = 1$ ,  $L = 3$ ,  $\beta = 1,5$ ,  $\alpha = 0,6$  при начальных условиях  $\{0,1, 0, 0,1\}$  схема возбуждается и начинается хаотическая генерация (рис. 7, в).

Таким образом, для генератора хаоса достаточно двух реактивных линейных элементов и нелинейного интегрирующего элемента с ОДС. Для реализации подобного генератора целесообразно вместо индуктивности использовать гиратор.

Предложен и принципиально отличный подход — исключение колебательного контура при усложнении управляющей характеристики мемристора [14]. Ее изменение записывается через дифференциальное уравнение второго порядка, что в нашем представлении выглядит следующим образом:

$$\frac{d^2 w}{dt^2} = -c_1 \frac{dw}{dt} - c_2 w(w^2 - 1) + c_3 v.$$

Мемристор, управляемый в данном случае напряжением, подключается через резистор к источнику гармонического сигнала (рис. 8, а).

При отсутствии внешних воздействий УХ такой системы имеет равновесные устойчивые точки 1 и  $-1$ . Если вывести систему из равновесия малой амплитудой возбуждающего сигнала, то после его прекращения система возвращается в устойчивое состояние (рис. 8, б). Однако при воздействиях сигнала с большой амплитудой происходит самовозбуждение, и генерация носит хаотический характер (рис. 8, в), т. е. имеет место "жесткая" хаотическая генерация.

При теоретических исследованиях МХГ, как правило, используются симметричные функции мемристанса (мемкондактанса), и допускаются отрицательные значения состояния мемристора. У реальных приборов сопротивления положительны и функция асимметрична. Это затрудняет перенос теоретических результатов на реализуемые схемы. У мемристоров с несимметричными характеристиками также наблюдали процессы ХГ, но область их существования имеет более сложный вид в пространстве параметров. Поэтому представляет интерес симметризация характеристик мемристоров.

Одним из способов симметризации является антипараллельное включение двух одинаковых мемристоров [15] (рис. 9). В этом случае суммарная

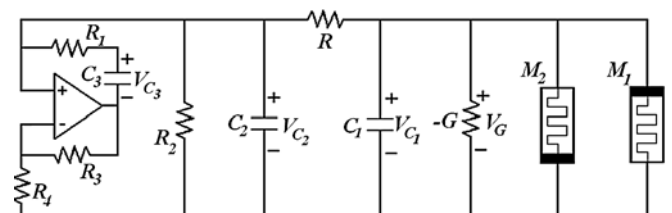


Рис. 9. Безиндуктивная схема МХГ с антипараллельными мемристорами [15]



управляющая характеристика становится симметричной, по крайней мере, при низких скоростях изменения состояния, что имеет место в МХГ [15]. Кроме того, у такого варианта генератора ослаблена зависимость характера генерации от неизбежного разброса параметров реальных приборов. Существенной особенностью МХГ (рис. 9) является замена индуктивности гиратором, на основе операционного усилителя с мостом Вина. Это позволяет упростить реализацию подобного генератора. Однако наличие в его составе конденсаторов с достаточно большой емкостью (порядка десятков микрофарад), создает трудности для его реализации по современной интегральной технологии.

### Заключение

Нелинейные и инерционные свойства мемристора открывают новые возможности реализации нелинейных схем со сложным поведением. В статье показаны особенности разработки генераторов на основе мемристорных элементов. Представлен новый класс безреактивных автогенераторов. Обсуждаются перестраиваемые  $R$ — $C$ -генераторы и генераторы хаотических сигналов.

### Список литературы

1. **Chua L.** Memristor—Missing Circuit Element // IEEE Trans. Circuit Theory. 1971. Vol. 18, N. 9. P. 507—519.
2. **Chua L., Kang S. M.** Memristive Devices and Systems // Proc. IEEE. 1976. Vol. 64, N. 2. P. 209—223.
3. **Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R.** The Missing Memristor Found // Nature. 2008. Vol. 453. P. 80—83.
4. **Mazumder P., Kang S. M., Waser R.** Memristors: Devices, Models and Applications // Proc. IEEE. 2012. Vol. 100, N. 6. P. 1911—1919.
5. **Mickel P. R., Lohn A. J., Marinella M. J.** Memristive Switching: Physical Mechanisms and Applications // Modern Physics Letters B. 2014. Vol. 28, N. 10, 1430003.
6. **Letellier C., Ginoux J. M.** Development of the Nonlinear Dynamical Systems Theory From Radio Engineering to Electronics // Int. J. Bifurcation Chaos. Vol. 19, N. 07. P. 2131—2163.
7. **Itoh M., Chua L. O.** Memristor Oscillators // Int. J. Bifurcation Chaos. 2008. Vol. 18, N 11. P. 3183—3206.
8. **Zidan M., Omran H., Radwan A. G., Salama K. N.** Memristor-Based Reactance-Less Oscillator // Electronics Letters. 2011. Vol. 47, N. 22. P. 1220—1221.
9. **Zidan M., Omran H., Smith C., Radwan A. G., Salama K. N.** A Family of Memristor Based Reactance Less Oscillators // Int. J. Circuit Theory and Applications. 2014. Vol. 42, N. 11. P. 1103—1122.
10. **Talukdar A., Radwan A. G., Salama K. N.** Generalized Model for Memristor Based Wien Family Oscillators // Microelectronics Journal, 2011. Vol. 42. N. 9. P. 1032—1038.
11. **Talukdar A., Radwan A. G., Salama K. N.** Non Linear Dynamics of Memristor Based 3 Order Oscillatory System // Microelectronics journal. 2012. Vol. 43, N. 3. P. 169—175.
12. **Bahgat A., Salama K. N.** Memristor-based mono-stable oscillator // Arxiv preprint. 2012. Arxiv 1207.0847.
13. **Muthuswamy B., Chua L. O.** Simplest Chaotic Circuit // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2010. Vol. 20, N. 5. P. 1567—1580.
14. **Driscoll T., Pershin Y., Basov D., Di Ventra M.** Chaotic Memristor // Appl. Phys A. 2011. Vol. 102. P. 885—889.
15. **Buscarino A.** A Gallery of Chaotic Oscillators Based on HP Memristor // Int. J. Bifurcation Chaos. 2013. Vol. 23, N. 5, 1330015.
16. **Pabst O., Schmidt T.** Frequency Dependent Rectifier Memristor Bridge Used as a Programmable Synaptic Membrane Voltage Generator // J. Electr. Bioimp. 2013. Vol. 4. P. 23—32.
17. **Serrano-Gotarredona T., Masquelier T., Prodromakis T.** et al. STD Pand STDP Variations with Memristors for Spiking Neuro-morphic Learning Systems // Frontiers in Neuroscience. 2013. Vol. 7. P. 1—15.
18. **Corinto A., Ascoli A., Gilliet M.** et al. Anaiysis of Current-Voltage Characteristics for Memristive Elements in Pattern Recognition Systems // Journal of Circuit Theory and Applications. 2012. Vol. 40, N. 12. P. 1277—1320.
19. **Ракитин В. В., Русаков С. Г.** Электрические модели мемристорных элементов // Информационные технологии. 2014. № 8. С. 50—58.
20. **Matsumoto T., Chua L. O., Komuro M.** The Double Scroll // IEEE Trans. on Circuits and Systems, 1985. Vol. 32. P. 797—818.
21. **Kennedy P.** Genealogy of Chua's Circuit // Chaos, Cnn, Memristors and Beyond: P. 3—24.
22. **Wang L., Drakakis E., Duan S. K.** et al. Memristor Model and its Application for Chaos Generation // Int. J. Bifurcation Chaos. 2012. Vol. 22, N. 06. 1250133.
23. **Arik S.** Reconfigurable Hardware Platform for Experimental Testing and Verifying of Memristor-Based Chaotic Systems // Int. J. Bifurcation Chaos. 2014. Vol. 23, N. 10. 1450145.

**V. V. Rakitin**, Ph. D., Leading Researcher; vlarak@rambler.ru,

**S. G. Rusakov**, D. Sc., Corresponding member of RAS, Chief Researcher; rusakov@ippm.ru,  
Institute for Design Problems in Microelectronics of Russian Academy of Sciences (IPPM RAS), Moscow

## Memristor-Based Oscillator Circuits

*The current status of the memristor-based oscillator development is considered. The memristor oscillators are represented a new class of nonlinear circuits. The nonlinear and inertial properties of memristor devices open the new opportunities for design of nonlinear circuits in different applications. The underlying principles of oscillator design are given with using the basic memristor property of analog memory. The features to construct the self-oscillator circuits are shown that are based on exploitation of memristor characteristics. The basic circuit solutions of inductance-less oscillators and reactance-less oscillators are discussed. The advantages of applying the memristors for chaotic oscillators design are considered.*

**Keywords:** memristors, memristive systems, memristor oscillator, inductance-less oscillators, reactance-less oscillators, chaotic circuits

## References

1. Chua L. O. Memristor—Missing Circuit Element, *IEEE Trans. Circuit Theory*, 1971, vol. 18, no. 9, pp. 507—519.
2. Chua L. O., Kang S. M. Memristive Devices and Systems, *Proc. IEEE*, 1976, vol. 64, no. 2, pp. 209—223.
3. Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R. The Missing Memristor Found, *Nature*, 2008, vol. 453, pp. 80—83.
4. Mazumder P., Kang S. M., Waser R. Memristors: Devices, Models and Applications, *Proc. IEEE*, 2012, vol. 100, no. 6, pp. 1911—1919.
5. Mickel P. R., Lohn A. J., Marinella M. J. Memristive Switching: Physical Mechanisms and Applications, *Modern Physics Letters B*, 2014, vol. 28, no. 10, 1430003.
6. Letellier C., Ginoux J. M. Development of the Nonlinear Dynamical Systems Theory from Radio Engineering to Electronics, *Int. J. Bifurcation Chaos*, 2009, vol. 19, no. 07, pp. 2131—2163.
7. Itoh M., Chua L. O. Memristor Oscillators, *Int. J. Bifurcation Chaos*, 2008, vol. 18, no. 11, pp. 3183—3206.
8. Zidan M., Omran H., Radwan A. G., Salama K. N. Memristor-Based Reactance-Less Oscillator, *Electronics Letters*, 2011, vol. 47, no. 22, pp. 1220—1221.
9. Zidan M., Omran H., Smith C., Radwan A. G., Salama K. N. A Family of Memristor Based Reactance Less Oscillators, *Int. J. Circuit Theory and Applications*, 2014, vol. 42, no. 11, pp. 1103—1122.
10. Talukdar A., Radwan A. G., Salama K. N. Generalized Model for Memristor Based Wien Family Oscillator, *Microelectronic Journal*, 2011, vol. 42, no. 9, pp. 1032—1038.
11. Talukdar A., Radwan A. G., Salama K. N. Non Linear Dynamics of Memristor Based 3 Order Oscillatory System, *Microelectronics Journal*, 2012, vol. 43, no. 3, pp. 169—175.
12. Bahgat A., Salama K. N. Memristor-based mono-stable oscillator, Arxiv preprint, 2012, Arxiv, 1207.0847.
13. Muthuswamy B., Chua L. O. Simplest Chaotic Circuit, *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 2010, vol. 20, no. 5, pp. 1567—1580.
14. Driscoll T., Pershin Y., Basov D., Di Ventra M. Chaotic Memristor, *Appl. Phys.*, 2011, vol. 102, no. 4, pp. 885—889.
15. Buscarino A. A. Gallery of Chaotic Oscillators Based on HP Memristor, *Int. J. Bifurcation Chaos*, 2013, vol. 23, no. 5, 1330015.
16. Pabst O., Schmidt T. Frequency Dependent Rectifier Memristor Bridge Used as a Programmable Synaptic Membrane Voltage Generator, *J. Electr. Bioimp.*, 2013, vol. 4, pp. 23—32.
17. Serrano-Gotarredona T., Masquelier T., Prodromakis T., Indiveri G., Linares-Barranco B. STDP and STDP Variations with Memristors for Spiking Neuromorphic Learning Systems, *Frontiers in Neuroscience*. 2013, vol. 7, pp. 1—15.
18. Corinto A., Ascoli A., Gilliet M. Analysis of Current-Voltage Characteristics for Memristive Elements in Pattern Recognition Systems, *Journal of Circuit Theory and Applications*, 2012, vol. 40, no. 12, pp. 1277—1320.
19. Rakitin V. V., Rusakov S. G. Electrical Models of Memristor Elements, *Information Technologies*, 2014, no. 8, pp. 50—58 (in Russian).
20. Matsumoto T., Chua L. O., Komuro M. The Double Scroll, *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 1985, vol. 32, no. 8, pp. 798—818.
21. Kennedy P. Genealogy of Chua's Circuit, *Chaos, Cnn, Memristors and Beyond*, pp. 3—24.
22. Wang L. D., Drakakis E., Duan S. K., He P. F., Liao X. F. Memristor Model and its Application for Chaos Generation, *Int. J. Bifurcation Chaos*, 2012, vol. 22, no. 06, 1250133.
23. Arik S. Reconfigurable Hardware Platform for Experimental Testing and Verifying of Memristor-Based Chaotic Systems, *Int. J. Bifurcation Chaos*, 2014, vol. 23, no. 10, 1450145.

## ИНФОРМАЦИЯ

### Инфокоммуникационные технологии и общество

Многочисленные социологические теории, в которых осмысливается состояние человеческой цивилизации в начале третьего тысячелетия, практически едины в характеристике современного общества как информационного, т.е. основанного на всепроникающем применении компьютеров и инфокоммуникационных технологий (ИКТ). И именно в сегодняшнем стремительно меняющемся мире особенно важна не простая констатация, но и глубокое понимание самой тесной взаимосвязи технического прогресса с развитием социума — хотя нельзя не сказать, что у профессионалов в компьютерной области такое понимание сложилось достаточно давно. Так, одно из старейших и влиятельнейших профессиональных обществ — IFIP (International Federation of Information Processing) вот уже сорок лет проводит конференции *Human Choice and Computers*. Очередная конференция *HCC11* прошла с 30 июля по 1 августа 2014 г. в университете г. Турку (Финляндия).

Доклады, включенные в программу конференции, охватывали широкий спектр вопросов: этика компьютеринга, ИКТ и трудовые отношения, ИКТ и устойчивое развитие, ИКТ и право, виртуальность и реальность, социальная ответственность работников в сфере ИКТ, роль ИКТ в развивающихся странах и др.

По традиции широко были представлены работы исторической направленности. В основном на впервые вводимых в научный оборот документах докладе Мари д'Юдекем-Живерс (университет г. Намюра, Бельгия) "Математическая машина IRSIA-FRNS" была рассказана история создания в 1950-х годах первого бельгийского электронного компьютера, а Кристофер Лесли и Патрик Гричка из Нью-Йоркского университета в своем выступлении охарактеризовали особенности (вероятно, общие для всех восточно-европейских стран) формирования компьютерных сетей в Польше и их использования в борьбе против тоталитарного режима.

В двух докладах в исторической ретроспективе были рассмотрены вопросы внедрения информационных технологий в образование. Рамон Пуоигьянер (университет Балеарских островов) и Хорди Форнес (Барселонский технический университет) основывались на опыте испанского высшего образования в целом, а Артур Татнал (университет Мельбурна) и Билл Дэви (университет РМИТ, Мельбурн) — на опыте университетов и школ австралийского штата Виктория.

Приятно, что активное участие в работе исторической секции приняли российские специалисты. Марина Смолевицкая (Политехнический музей, Москва) описала хранящиеся в Политехническом музее личные фонды основоположников советской вычислительной техники С. А. Лебедева, В. С. Бурцева, И. С. Брука и М. А. Карцева. Пожалуй, самую оживленную дискуссию вызвал доклад Валерия Шилова и Сергея Силантьева (Москва) "Разум и ортодоксия, или Уроки судьбы русской логической машины", в котором авторы на примере судьбы выдающегося российского ученого Александра Николаевича Щукарева (1864—1936) наглядно показали пагубность идеологического вмешательства государства в научное творчество.

Остается добавить, что издательством *Springer* в известной серии *IFIP Advances in Information and Communication Technology* уже к началу конференции был издан сборник трудов (ICT and Society. Eds.: K. Kimppa, D. Whitehouse et al. Springer, 2014).

В. В. Шилов,

Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"

С. А. Силантьев

МАТИ — Российский государственный технологический университет имени К. Э. Циолковского