

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ

MODELING AND OPTIMIZATION

УДК 62-50; 519.7; 519.8

В. И. Левин, д-р техн. наук, проф.,
Пензенский государственный технологический университет

Интервальные уравнения в задачах исследования неопределенных систем

При моделировании технических, экономических, социальных систем часто возникает необходимость решения уравнений с интервально-определенными параметрами (интервальные уравнения). Решение таких уравнений требует специальных методов, отличных от методов решения обычных, детерминированных уравнений. Предложен новый метод решения интервальных уравнений, основанный на аппарате интервальной математики. Целью работы является разработка полностью формализованного метода решения интервальных уравнений, базирующегося на упомянутом математическом аппарате. Предложенный в статье метод заключается в использовании эквивалентных преобразований обеих частей интервального уравнения по законам интервальной математики, позволяющих перейти от интервального уравнения к обычным детерминированным уравнениям и их последующему решению известными методами. Показано, что решение разнообразных интервальных уравнений можно выполнить двумя различными методами: множественным и интервальным. Выявлены различия между этими двумя методами в понятии решения уравнения, в используемом математическом аппарате, в возможности точного решения, в мощности получаемого множества решений. Приведен пример решения двумя методами интервального уравнения, используемого при расчете зоны загрязнения опасным веществом. Предложен новый подход к решению интервальных уравнений, основанный на эквивалентном преобразовании уравнения по законам интервальной математики. Такое преобразование позволяет привести уравнение к детерминированному виду, что дает возможность решить его хорошо известными методами решения обычных (детерминированных) уравнений. Предложенный подход позволяет находить точное решение интервального уравнения (если оно существует) или его приближенное решение (если точного решения не существует).

Ключевые слова: интервал, интервальная функция, интервальное уравнение, множественный метод, интервальный метод

Введение

Современная наука и практика успешно справляются с задачами исследования систем с полностью определенными параметрами. Они формулируются как задачи расчета, анализа и синтеза различных функций с детерминированными параметрами, служащих характеристиками изучаемых систем. Но на практике чаще встречаются системы с неполностью определенными параметрами. Причины появления таких систем:

- естественная неопределенность реальных процессов, происходящих в системах;
- неточное задание параметров большинства систем из-за погрешности при их вычислении или измерении;
- изменение во времени параметров систем;
- необходимость совместного исследования семейств однотипных систем, имеющих сходные функции-характеристики и различающихся лишь значениями параметров этих функций.

Исследование введенных неопределенных систем формулируется в виде задач расчета, анализа и синтеза различных функций с недетерминированными параметрами, служащих характеристиками данных систем. Эти задачи сложнее их упомянутых выше детерминированных аналогов, которые приходится решать при исследовании систем с детерминированными параметрами. Это усложнение — результат того, что алгебра недетерминированных чисел всегда сложнее алгебры детерминированных чисел.

В настоящей работе рассматриваются задачи нахождения корней интервальных уравнений. Эти уравнения отличаются от обычных (полностью определенных) уравнений тем, что их параметры — неполностью определенные и задаются в виде интервалов возможных значений. Интервальные уравнения встречаются на практике, например, в задачах оптимизации систем в условиях неопределенности, при нахождении критических точек характеристик и точек пересечения характеристик неполностью определенных (эмпирических) моделей и т. д.

Постановка задачи

Рассмотрим обычное (детерминированное) уравнение с одной переменной

$$f(P, x) = 0. \quad (1)$$

Здесь f — некоторая детерминированная функция, x — детерминированная переменная, P — детерминированный вектор параметров вида

$$P = (p, q, \dots, s). \quad (2)$$

Если заменить в уравнении (1) детерминированный вектор параметров P вектором параметров $\tilde{P}$ вида

$$\tilde{P} = (\tilde{p}, \tilde{q}, \dots, \tilde{s}),$$

где $\tilde{p} = [p_1, p_2]$, $\tilde{q} = [q_1, q_2]$, ..., $\tilde{s} = [s_1, s_2]$ — интервальные параметры, то детерминированная функция f перейдет в соответствующую интервальную функцию $\tilde{f} = [f_1, f_2]$, а вещественное число 0 — в соответствующее интервальное число $\tilde{0} = [0, 0]$. В результате детерминированное уравнение (1) перейдет в интервальное уравнение вида

$$\tilde{f}(\tilde{P}, x) = \tilde{0}. \quad (3)$$

Уравнение (3) и будет объектом нашего изучения. Основной задачей этого изучения является нахождение корня (множества корней) уравнения (3), т. е. значений переменной x , которые обращают значение левой части уравнения в значение его правой части, т. е. в интервальный нуль $\tilde{0}$. Эта задача, в отличие от задачи решения обычного уравнения, носит неоднозначный характер. Это связано с тем, что пересечение интервальных кривых, определяющее корни интервального уравнения (3), может пониматься в различных смыслах. Этот эффект не возникает при пересечении обычных кривых, с которым связано решение обычного уравнения.

Обзор литературы

Хотя необходимость решения интервальных и других неточно определяемых (стохастических, нечетких и т. д.) уравнений возникает достаточно часто на практике [1–5], систематическое изучение таких уравнений и методов их решения началось сравнительно недавно. По-видимому, первое упоминание об интервальных уравнениях и методах их решения появилось в книге [6]. В этой работе использован множественный подход, при котором интервальное уравнение (3) рассматривается как множество образующих его обычных уравнений (1), получаемых при варь-

ровании их параметров P в границах заданных интервальных параметров $\tilde{P}$. При этом множество решений интервального уравнения получается как множество решений указанных, образующих его обычных уравнений. Аналогичный подход используется в работе [7] для решения конкретного интервального уравнения, возникающего в важной прикладной задаче расчета длины опасной зоны загрязнения поверхности токсичным веществом. Краткий обзор различных ситуаций, возникающих при решении практических задач с помощью указанного подхода, приведен в работе [8]. При этом рассматриваются как ситуации, моделируемые уравнениями с одним корнем, так и ситуации, моделируемые уравнениями с двумя или несколькими корнями. Наконец, в книге [9] был предложен другой, чисто интервальный подход к решению интервальных уравнений вида (3), при котором такое уравнение рассматривается не как множество обычных уравнений вида (1), а как одно уравнение, имеющее интервальные параметры и потому подчиняющееся законам интервальной математики. Использование этих законов позволяет совершать эквивалентные преобразования интервального уравнения, упрощая его и приводя к детерминированному виду, из которого непосредственно вытекает его решение.

Таким образом, предложенные в литературе подходы к решению интервальных уравнений существенно различаются по определению того, что считать решением уравнения, и по используемому математическому аппарату. Кроме того, они различаются по своим возможностям в отыскании корней уравнений. В частности, чисто интервальный подход, в отличие от множественного подхода, не всегда обеспечивает существование точного решения интервального уравнения. Однако отсутствие точного решения такого уравнения является не недостатком интервального подхода, а следствием неопределенности задачи, выражающейся в задании параметров уравнения с точностью лишь до интервалов возможных значений [10, 11].

Множественный подход

Будем решать интервальное уравнение (3), используя множественный подход. Рассмотрим первый случай, когда последней операцией в левой части уравнения является сложение. Тогда уравнение (3) можно представить в виде

$$\tilde{f}_A(\tilde{P}, x) + \tilde{f}_B(\tilde{P}, x) = \tilde{0}, \quad (4)$$

где $\tilde{f}_A = [f_{A_1}, f_{A_2}]$, $\tilde{f}_B = [f_{B_1}, f_{B_2}]$ — новые по отношению к $\tilde{f}$ интервальные функции тех же пе-

ременной x и вектора параметров $\tilde{P}$. Обозначив $-\tilde{f}_B = \tilde{f}_C$, уравнение (4) можно переписать в виде

$$\tilde{f}_A(\tilde{P}, x) = \tilde{f}_C(\tilde{P}, x). \quad (5)$$

Поскольку интервальные функции в левой и правой частях уравнения (5) графически представляются в виде интервальных кривых, решение этого уравнения сводится к нахождению пересечения двух интервальных кривых, т. е. к нахождению множества Ω точек (области), принадлежащих обеим интервальным кривым. В этом, очевидно, и проявляется множественный подход к решению интервальных уравнений. При этом собственно решением интервального уравнения (5) является не само указанное выше множество Ω , а его проекция Ω_x на ось X .

Детали множественного алгоритма нахождения решения интервального уравнения проще показать на примере решения уравнения с одним корнем.

Пример 1. Найти решение интервального уравнения $e^{-\tilde{P}x} = \tilde{q}x$ с интервальными параметрами $\tilde{p} = [p_1, p_2]$, $\tilde{q} = [q_1, q_2]$. Это уравнение используется при расчете длины опасной зоны загрязнения поверхности токсичным веществом. Графическое изображение интервальных кривых, представляющих функции левой и правой частей заданного уравнения, показаны на рис. 1.

На рис. 1 приняты следующие обозначения:

A — интервальная кривая $\tilde{y} = e^{-\tilde{P}x}$, где $\tilde{p} = [p_1, p_2]$;

B — интервальная кривая $\tilde{y} = \tilde{q}x$, где $\tilde{q} = [q_1, q_2]$;

A_1 — детерминированная кривая $y = e^{-p_1x}$;

A_2 — детерминированная кривая $y = e^{-p_2x}$;

B_1 — детерминированная кривая $y = q_1x$;

B_2 — детерминированная кривая $y = q_2x$;

Ω — пересечение интервальных кривых A и B ;

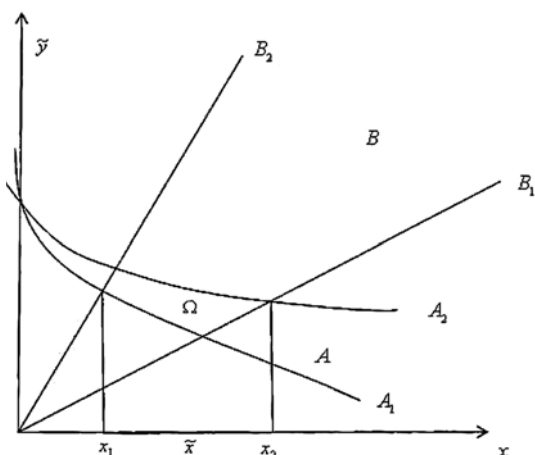


Рис. 1. Графическое представление решения интервального уравнения множественным методом

$x^* = [x_1, x_2]$ — проекция Ω на ось X — решение интервального уравнения $e^{-\tilde{P}x} = \tilde{q}x$.

Из рисунка видно, что единственная область Ω , являющаяся общей частью обеих интервальных кривых, расположена между крайней левой точкой x_1 и крайней правой точкой x_2 . Так что проекция Ω_x области Ω на ось X , являющаяся искомым единственным решением уравнения, имеет вид интервала $\tilde{x} = [x_1, x_2]$. Причем, как видно из рис. 1, левая граница x_1 этого решения есть точка пересечения кривых A_1 и B_2 , т. е. решение обычного детерминированного уравнения $e^{-p_1x} = q_2x$, а правая граница x_2 этого решения есть точка пересечения кривых A_2 и B_1 , т. е. решение обычного уравнения $e^{-p_2x} = q_1x$. Таким образом, для решения заданного интервального уравнения достаточно решить два указанных обычных уравнения.

Пусть, например, надо найти решение конкретного интервального уравнения $e^{-[0,5; 0,7]x} = [2, 3]x$. Тогда для нахождения левой границы решения x_1 надо решить детерминированное уравнение $e^{-0,7x} = 3x$, а для нахождения правой границы x_2 — детерминированное уравнение $e^{-0,5x} = 2x$. Решая эти уравнения численным методом, находим $x_1 = 0,275$, $x_2 = 0,408$. Отсюда решение заданного конкретного интервального уравнения получается в виде $\tilde{x} = [x_1, x_2] = [0,275; 0,408]$.

Если задано интервальное уравнение, имеющее два или более корней, его решение проводится путем последовательного вычисления этих корней, с использованием алгоритма, примененного выше в примере 1.

Мы рассмотрели процедуру решения с помощью множественного подхода интервального уравнения вида (3) в случае, когда последней операцией в левой части уравнения является сложение. В случае, когда последней операцией в левой части является умножение, уравнение (3) можно представить в виде

$$\tilde{f}_A(\tilde{P}, x) \tilde{f}_B(\tilde{P}, x) = \tilde{0} \quad (6)$$

с теми же функциями $f_A = (\cdot)$, $f_B = (\cdot)$, что и в формуле (4). Уравнение (6) можно разбить на пару уравнений

$$\tilde{f}_A(\tilde{P}, x) = \tilde{0} \quad \text{или} \quad \tilde{f}_B(\tilde{P}, x) = \tilde{0}, \quad (7)$$

в левых частях которых последней операцией является сложение. Благодаря этому уравнения (7) можно решить с помощью алгоритма, изложенного выше.

Интервальный подход

Будем решать интервальное уравнение (3), используя интервальный подход. Этот подход ос-

нован на эквивалентных преобразованиях обеих частей интервального уравнения с помощью подходящих законов интервальной математики. В результате таких преобразований левая и правая части интервального уравнения приводятся к явному виду интервала, а все интервальное уравнение — к явному интервальному виду

$$[f_1(P_f, x), f_2(P_f, x)] = [\varphi_1(P_\phi, x), \varphi_2(P_\phi, x)], \quad (8)$$

где $f_1, f_2, \varphi_1, \varphi_2$ — детерминированные функции переменной x , а P_f, P_ϕ — векторы параметров вида (2). Приравняв нижние границы левого и правого интервалов (8), а также их верхние границы, получаем систему из двух обычных (детерминированных) уравнений, которая эквивалентна исходному интервальному уравнению (8):

$$\begin{cases} f_1(P_f, x) = \varphi_1(P_\phi, x); \\ f_2(P_f, x) = \varphi_2(P_\phi, x). \end{cases} \quad (9)$$

Таким образом, решение x^* системы детерминированных уравнений (9), если оно существует, является точным решением интервального уравнения (3). Если система (9) не имеет решения, но первое и второе ее уравнения имеют решения соответственно x'_1 и x'_2 , которые близки, то можно принять $x^* \approx x'_1$ или $x^* \approx x'_2$ или, что, очевидно, лучше, $x^* \approx (x'_1 + x'_2)/2$, или даже $x^* = [x'_1, x'_2]$. В остальных случаях решения системы детерминированных уравнений (9), а значит, и решения интервального уравнения (3) не существует.

В эквивалентных преобразованиях обеих частей интервального уравнения (3) для приведения его к системе (9) используются следующие законы интервальной математики:

$$\begin{aligned} [a_1, a_2] + [b_1, b_2] &= [a_1 + b_1, a_2 + b_2]; \\ [a_1, a_2] - [b_1, b_2] &= [a_1 - b_2, a_2 - b_1]; \\ k[a_1, a_2] &= \begin{cases} [ka_1, ka_2], & k > 0, \\ [ka_2, ka_1], & k < 0; \end{cases} \\ [a_1, a_2] \cdot [b_1, b_2] &= \left[\min_{i,j} (a_i \cdot b_j), \max_{i,j} (a_i \cdot b_j) \right]; \quad (10) \\ [a_1, a_2] / [b_1, b_2] &= [a_1, a_2] \cdot [1/b_2, 1/b_1] = \\ &= \left[\min_{i,j} (a_i / b_j), \max_{i,j} (a_i / b_j) \right]. \end{aligned}$$

Детали интервального алгоритма поиска решения интервального уравнения поясним, как и выше, на примере решения уравнения с одним корнем.

Пример 2. Найти решение интервального уравнения $e^{-\tilde{P}x} = \tilde{q}x$ с интервальными параметрами $\tilde{p} = [p_1, p_2]$, $\tilde{q} = [q_1, q_2]$. Решение данного уравнения множественным способом, с использованием графического представления интервальных кривых,

было показано в примере 1. Теперь применим интервальный метод. При этом необходимость графического представления кривых отпадает, и процедура отыскания решения интервального уравнения упрощается. Алгоритм решения следующий.

Шаг 1. Приводим левую и правую части уравнения к явному виду интервала. Учитывая, что корень уравнения $x > 0$, а функция e^x — монотонно возрастающая, с помощью (10) находим: правая часть

$$\tilde{q}x = [q_1, q_2]x = [q_1x, q_2x],$$

левая часть

$$\begin{aligned} e^{-\tilde{P}x} &= e^{-[p_1, p_2]x} = e^{-[p_1x, p_2x]} = \\ &= e^{[-p_2x, -p_1x]} = [e^{-p_2x}, e^{-p_1x}]. \end{aligned}$$

Шаг 2. Представляем все уравнение в явном интервальном виде

$$[e^{-p_2x}, e^{-p_1x}] = [q_1x, q_2x]. \quad (11)$$

Шаг 3. Переходим от интервального уравнения (11) к системе двух детерминированных уравнений, приравнявая нижние границы правого и левого интервала в (11), а также их верхние границы. Получаем

$$\begin{cases} e^{-p_2x} = q_1x; \\ e^{-p_1x} = q_2x. \end{cases} \quad (12)$$

Шаг 4. Решаем систему уравнений (12). Найдём корни 1-го уравнения x'_1 и 2-го уравнения x'_2 . Если $x'_1 = x'_2$, то существует точное решение системы (12), которое равно $x^* = x'_1 = x'_2$. Оно же является решением заданного интервального уравнения. Если $x'_1 \neq x'_2$, то точное решение системы (12) и, соответственно, точное решение интервального уравнения не существует. Однако при $x'_1 \approx x'_2$ существует приближенное решение x^* системы (12) и интервального уравнения: $x^* = x'_1$ или $x^* = x'_2$, или $x^* \approx (x'_1 + x'_2)/2$, или $x^* = [x'_1, x'_2]$, где $x'_1 = \min(x'_1, x'_2)$, $x'_2 = \max(x'_1, x'_2)$. При существенно различных x'_1 и x'_2 решения системы (12) и интервального уравнения не существует.

Найдём решение того же конкретного интервального уравнения, что и в примере 1: $e^{-[0,5; 0,7]x} = [2,3]x$. В данном случае система (12) приобретает вид

$$\begin{cases} e^{-0,7x} = 2x; \\ e^{-0,5x} = 3x. \end{cases} \quad (13)$$

Решая 1-е и 2-е уравнения (13) численным методом, находим их решения в виде $x'_1 = 0,381$, $x'_2 = 0,289$. Здесь $x'_1 \neq x'_2$, так что точного реше-

ния системы (13) заданного интервального уравнения не существует. Однако можно считать, что $x_1^* \approx x_2^*$ и потому существует приближенное их решение

$$\begin{aligned} x^* &\approx 0,381 \text{ или } x^* \approx 0,289, \\ \text{или } x^* &\approx (0,381 + 0,289)/2 = 0,335, \\ \text{или } x^* &= [0,289, 0,381]. \end{aligned} \quad (14)$$

Графическое изображение интервальных кривых, представляющих функции левой и правой частей рассмотренного в примере 2 интервального уравнения, показано на рис. 2.

На рис. 2 приняты следующие обозначения:

A — интервальная кривая $\tilde{y} = e^{-\tilde{p}x}$, где $\tilde{p} = [p_1, p_2]$;
 B — интервальная кривая $\tilde{y} = \tilde{q}x$, где $\tilde{q} = [q_1, q_2]$;
 A_1 — детерминированная кривая $y = e^{-p_1x}$;
 A_2 — детерминированная кривая $y = e^{-p_2x}$;
 B_1 — детерминированная кривая $y = q_1x$;
 B_2 — детерминированная кривая $y = q_2x$;
 Θ — пересечение интервальных кривых A и B ;
 $x^* = [x_1^*, x_2^*]$ — проекция Θ на ось X — решение интервального уравнения $e^{-\tilde{p}x} = \tilde{q}x$.

Из рис. 2 видно, что единственная область Θ , которую следует считать общей частью обеих интервальных кривых, расположена между крайней правой точкой x_2^* и крайней левой точкой x_1^* . Так что проекция области Θ на ось X , являющаяся объединенным решением заданного интервального уравнения, имеет вид интервала $x^* = [x_1^*, x_2^*]$.

Левая x_1^* и правая x_2^* границы этого решения являются соответственно точкой пересечения кривых A_2 и B_2 [т. е. решением 2-го уравнения (13)] и точкой пересечения кривых A_1 и B_1 [т. е. решением 1-го уравнения (13)].

Сравнивая рис. 1 и рис. 2, видим, что область Ω , определяющая множество решений рассмотрен-

ного интервального уравнения при множественном подходе, шире области Θ , определяющей множество решений этого уравнения при интервальном подходе. Это положение остается справедливым и для других интервальных уравнений. Оно может быть записано в виде $\Theta \subset \Omega$.

Решение с помощью интервального подхода интервальных уравнений с несколькими корнями и уравнений типа (6) (где последняя операция не сложение, а умножение) осуществляется так же, как при использовании множественного подхода.

Обсуждение

Выше было показано (теоретически и на конкретных примерах), что решение возникающих на практике разнообразных интервальных уравнений возможно, по крайней мере, двумя различными способами. Первый, множественный способ рассматривает интервальное уравнение как множество образующих его обычных уравнений, полученных варьированием их параметров в границах интервальных параметров интервального уравнения. При этом множество решений интервального уравнения получается как множество решений образующих его обычных уравнений. Второй, чисто интервальный способ рассматривает интервальное уравнение не как множество обычных уравнений, а как одно уравнение, имеющее, однако, интервальные параметры, подчиняющиеся законам интервальной математики. Эквивалентное преобразование интервального уравнения по этим законам приводит его к виду детерминированного уравнения, решение которого можно получить известными методами.

Предложенный в данной статье чисто интервальный способ решения интервального уравнения существенно отличается от известного ранее множественного способа. Отличие есть в определении того, что считать решением интервального уравнения (при множественном подходе решением является множество всех точек пересечения интервальных функций в левой и правой частях уравнения, а при интервальном подходе — множество точек, в которых интервальные функции в левой и правой частях уравнения равны или приближенно равны): в используемом математическом аппарате (при множественном подходе это теория множеств, при интервальном подходе — интервальная математика); в возможности нахождения точного решения (при множественном подходе такое решение всегда существует и может быть найдено всегда, при интервальном подходе — не всегда). Кроме того, множество получаемых с помощью интервального подхода решений интервального уравнения всегда уже множества ре-

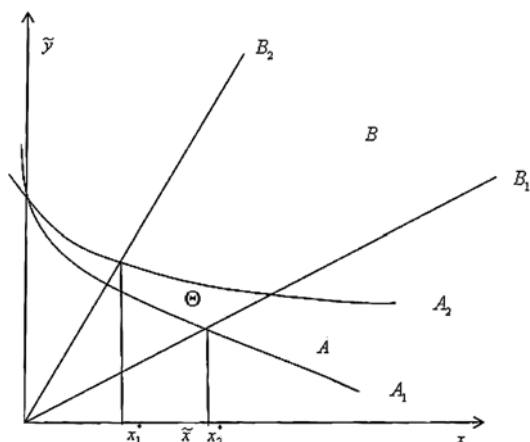


Рис. 2. Графическое представление решения интервального уравнения интервальным методом

шений, получаемых с помощью множественного подхода, составляя его часть. Последняя особенность интервального подхода связана с тем, что в нем учитываются только часть точек, геометрически относящихся к пересечению интервальных кривых левой и правой частей уравнения. Эта особенность свидетельствует об адекватности предложенного в статье интервального подхода, проявляющейся в том, что сокращение информации об уравнении (переход от детерминированного к интервальному уравнению) приводит к размыванию его решения (переходу от единственности решения к множеству решений).

Заключение

В работе предложен новый подход к решению интервальных уравнений, основанный на эквивалентном преобразовании уравнения по законам интервальной математики, в результате чего оно приводится к детерминированному виду и может быть решено хорошо известными методами решения обычных (детерминированных) уравнений. Этот подход отличается от известного множественного подхода содержанием понятия "решение интервального уравнения" и полной формализацией процесса отыскания корней уравнения. Этот процесс строится на использовании аппарата интервальной математики, благодаря чему полностью исключает различные эвристические приемы, что существенно упрощает процесс решения уравнения. Важно отметить, что точные значения корней интер-

вального уравнения при интервальном подходе могут существовать, а могут и не существовать. В первом случае эти значения можно найти. Во втором случае можно найти приближенные значения корней уравнения. Предложенный подход к решению интервальных уравнений имеет важное значение, позволяя решать разнообразные задачи, связанные с исследованием неточно известных характеристик систем в технике, экономике, социальной сфере.

Список литературы

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Высшая школа. 2005. 575 с.
2. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 165 с.
3. Алефельд Г., Херибергер Ю. Введение в интервальные вычисления. М.: Мир. 1987. 360 с.
4. Канторович Л. В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений // Сибирский математический журнал. 1962. Т. 3, № 5. С. 3—14.
5. Налимов В. В., Чернова Л. А. Теория эксперимента. М.: Наука. 1971. 320 с.
6. Вошинин А. П., Сотиров Г. Р. Оптимизация в условиях неопределенности. М.: МЭИ. София: Техника, 1989. 226 с.
7. Gorsky V., Shvetzova-Shilovskaya T., Voschinin A. Risk assessment of Accident involving environmental high-toxicity substances // Journal of Hazardous Materials. 2000. N. 78.
8. Вошинин А. П. Интервальный анализ данных: развитие и перспективы // Заводская лаборатория. 2002. Т. 68, № 1. С. 118—126.
9. Левин В. И. Интервальная математика и исследование систем в условиях неопределенности. Пенза: ПТИ. 1998. 68 с.
10. Левин В. И. Методология оптимизации в условиях неопределенности методом детерминизации // Информационные технологии. 2014. № 5. С. 14—21.
11. Левин В. И. Метод моделирования поведения функций с помощью раздетерминизации // Радиоэлектроника, информатика, управление. 2017. № 1. С. 33—41.

V. I. Levin, Dr of Tech Sci, Professor,
Penza State Technological University

Interval Equations in Problems of Research of Uncertain Systems

In the modeling of technical, economic, social systems, it is often necessary to solve equations with interval-specific parameters (interval equations). The solution of such equations requires special methods that differ from the methods for solving ordinary, deterministic equations. A new method for solving interval equations based on the apparatus of interval mathematics is proposed. The aim of the work is the development of a completely formalized method for solving interval equations based on the mathematical apparatus mentioned. The method proposed in the article consists in using equivalent transformations of both parts of the interval equation according to the laws of interval mathematics that allow one to move from the interval equation to the ordinary deterministic equations and their subsequent solution by known methods. It is shown that the solution of various interval equations can be performed by two different methods: multiple and interval. The differences between these two methods in the concept of solving the equation, in the mathematical apparatus used, in the possibility of an exact solution, in the power of the resulting set of solutions are revealed. An example of a solution of the interval equation used in the calculation of the zone of contamination by a dangerous substance is given by two methods. The paper proposes a new approach to solving interval equations based on an equivalent transformation of the equation according to the laws of interval mathematics. Such a transformation allows us to bring the equation to a deterministic form, which makes it possible to solve it by well-known methods for solving ordinary (deterministic) equations. The proposed approach allows us to find the exact solution of the interval equation (if it exists) or its approximate solution (if there is no exact solution).

Keywords: interval, interval function, interval equation, multiple method, interval method

References

1. Venttsel' E. S. *Teoriya veroyatnostei* (Probability Theory), Moscow, Vysshaya shkola, 2005, 575 p. (in Russian).
2. Zade L. A. *Ponyatie lingvisticheskoi peremennoi i ego primeneniye k prinyatiyu priblizhennykh reshenii* (The concept of a linguistic variable and its application to the adoption of approximate solutions), Moscow, Mir, 1976, 165 p. (in Russian).
3. Alefel'd G., Khertsberger Yu. *Vvedenie v interval'nye vychisleniya* (Introduction to interval computations), Moscow, Mir, 1987, 360 p. (in Russian).
4. Kantorovich L. V. *O nekotorykh novykh podkhodakh k vychislitel'nyim metodam i obrabotke nablyudenii* (On some new approaches to computational methods and processing of observations), *Sibirskii Matematicheskii Zhurnal*, 1962, vol. 3, no. 5, pp. 3–14 (in Russian).
5. Nalimov V. V., Chernova L. A. *Teoriya eksperimenta* (Theory of experiment), Moscow, Nauka, 1971, 320 p. (in Russian).
6. Voshchinin A. P., Sotirov G. R. *Optimizatsiya v usloviyakh neopredelennosti* (Optimization in conditions of uncertainty), Moscow, MEI, Sofiya, Tekhnika, 1989, 226 p. (in Russian).
7. Gorsky V., Shvetzova-Shilovskaya T., Voschinin A. Risk assessment of Accident involving environmental high-toxicity substances, *Journal of Hazardous Materials*, 2000, no. 78.
8. Voshchinin A. P. *Interval'nyi analiz dannykh: razvitiye i perspektivy* (Interval analysis of data: development and prospects), *Zavodskaya Laboratoriya*, 2002, vol. 68, no. 1, pp. 118–126 (in Russian).
9. Levin V. I. *Interval'naya matematika i issledovanie sistem v usloviyakh neopredelennosti* (Interval mathematics and systems research in conditions of uncertainty), Penza, PTI, 1998, 68 p. (in Russian).
10. Levin V. I. *Metodologiya optimizatsiya v usloviyakh neopredelennosti metodom determinizatsii* (Methodology optimization under conditions of uncertainty by the method of determinization), *Informatsionnye Tekhnologii*, 2014, no. 5, pp. 14–21 (in Russian).
11. Levin V. I. *Metod modelirovaniya povedeniya funktsii s pomoshch'yu razdeterminizatsii* (A method for modeling the behavior of functions by means of a partition), *Radioelektronika, Informatika, Upravlenie*, 2017, no. 1, pp. 33–41 (in Russian).

УДК 004.67

И. В. Гермашев, д-р техн. наук, проф., e-mail: i.v.germashev@volsu.ru,
Волгоградский государственный университет,
В. Е. Дербисер, д-р хим. наук, проф., e-mail: derbisher_ve@vstu.ru,
Е. В. Дербисер, канд. техн. наук, доц., e-mail: derbisher2@vstu.ru,
Волгоградский государственный технический университет,
Е. А. Маркушевская, канд. пед. наук, доц., e-mail: emarkushevskaya@vspu.ru,
Волгоградский государственный социально-педагогический университет

Анализ нечетких данных для оптимизации химико-технологических систем

Предложен метод анализа данных в условиях нечеткой, неполной, разнородной исходной информации для решения задач оптимизации химико-технологических систем. Результаты исследования развивают математическое обеспечение информационных систем обеспечения научно-производственной деятельности химика-технолога в части моделирования лингвистических ресурсов и могут служить для обоснованного принятия решений, например, при оптимизации состава композиционных веществ. Для формализации исходных данных использованы нечеткие числа, в результате чего получено параметрическое пространство, описывающее многокомпонентные системы. Вычисление индекса соответствия каждого параметра системы предъявляемым требованиям позволило перейти к относительным безразмерным вещественным величинам. В качестве агрегатной функции использовалась процедура взвешенного голосования. Полученное значение отражает интегральную меру соответствия химико-технологической системы предъявляемым требованиям.

Ключевые слова: анализ данных, модель данных, оператор, нечеткие числа, многокритериальный анализ, химико-технологические системы, математическое обеспечение, информационные системы

Введение

Математическое моделирование и оптимизация химико-технологических систем (ХТС) в условиях многокритериальности, неполноты и нечеткости исходной информации, представляющей собой, в том числе знания, опыт и интуицию специалиста-эксперта для управления этими системами, — один из основных векторов

их развития. При этом выявление оптимальных и компромиссных технических решений уже на ранних стадиях постановки лабораторных исследований и опытно-промышленных выпусков продукции в мировой практике [1, 2] является, несомненно, актуальной задачей, ориентированной как на создание новой техники и технологии, так и на экономию человеческих и материальных ресурсов.