

References

1. Available at: <http://www.iea.org/publications/freepublications/publication/world-energy-balances---2016-edition---excerpt---key-world-energy-trends.html>

2. Kobzarenko D. N. *Avtomatizirovannoe postroenie karty raspredeleniya velichiny, zadannoj funkcional'noj zavisimost'yu* (Automated construction a map of the distribution of a quantity given by a functional dependence), *Geoinformatika*, 2009, no. 2, pp. 37–40 (in Russian).

3. Kobzarenko D. N., Kamilova A. M., Gadzhimuradov R. N. *Koncepciya postroeniya sistemy trekhmernogo geoinformacionnogo modelirovaniya* (The concept of building a system of three-dimensional geoinformation modeling), *Informacionnye tekhnologii*, 2009, no. 11, pp. 32–36 (in Russian).

4. *Geologicheskij atlas Severnogo Kavkaza, masshtab 1:1000000* (Geological Atlas of The North Caucasus, Scale 1:1000000). Ed. N. I. Pruckogo ed., Essentuki, FGUP Kavkazgeols'emka, 1999 (in Russian).

5. Kobzarenko D. N. *Algoritmicheskoe i programnoe obespechenie ocenki raspredeleniya geotermal'nyh resursov* (Algorith-

mic and software for estimating the distribution of geothermal resources), Mahachkala, *ALEF*, 2011, 200 p. (in Russian).

6. Kurbanov M. K. *Geotermal'nye i gidromineral'nye resursy Vostochnogo Kavkaza i Predkavkaz'ya* (Geothermal and hydromineral resources of the Eastern Caucasus and Ciscaucasia), Moscow, Nauka, 2001, 260 p. (in Russian).

7. Amirhanov H. I., Suetnov V. V., Levkovich R. A., Gairbekov H. A. *Teplovoj rezhim osadochnyh tolshch* (Thermal mode of sedimentary strata), Mahachkala, 1972, 230 p. (in Russian).

8. Amirhanov H. I., Yatrov S. N. *Problemy geotermal'noj ehnergetiki Dagestana* (Problems of geothermal power engineering in Dagestan), Moscow, Nedra, 1980, 208 p. (in Russian).

9. *Atlas Respubliki Dagestan* (Atlas of the Republic of Dagestan), Moscow, Federal'naya sluzhba geodezii i kartografii Rossii, 1999, 65 p. (in Russian).

10. Boguslavskij E. V. *Teplovye resursy nedr Rossii* (Thermal resources of Russia's mineral resources), *Teploehnergetika*, 2004, No. 6, pp. 25–32 (in Russian).

УДК 519.67

DOI: 10.17587/it.24.251-255

А. А. Дубанов, канд. тех. наук, доц., e-mail: alandubanov@mail.ru,
Сибирский Государственный университет телекоммуникаций и информатики, г. Улан-Удэ

Задача преследования. Решение в системе вычислительной математики MathCAD

Описываются модели решения задачи преследования по пересеченной местности. Ландшафт местности представлен точечным базисом с выполненной полиномиальной регрессией, которая позволяет через массив точек $Z_{i,j} = Z(X_i, Y_j)$ провести приближенную поверхность $z = z(x, y)$, состоящую из полиномиальных сегментов. По результатам математического моделирования созданы анимированные изображения.

Ключевые слова: задача преследования, траектория "кролика", траектория "лисы", точечный базис, уравнение ландшафта, пересеченная местность, прогнозирование траектории, анимированное изображение, траектория движения, траектория на плоскости

Введение

В данной статье предлагаются методы решения классической задачи из школьного курса физики, описанной в замечательной книге "Задачи по физике" [1]. Позволю себе привести полный текст задачи № 13: "За лисой, бегущей равномерно и прямолинейно со скоростью v_1 , гонится собака, скорость которой v_2 постоянна по абсолютной величине и направлена все время на лису. В момент времени, когда скорости v_1 и v_2 оказались взаимно перпендикулярными, расстояние между лисой и собакой было равно l . Каково было ускорение собаки в этот момент?"

Мы в системе MathCAD будем решать похожие задачи, имеющие свое происхождение из указанной выше классической задачи. "Кролик" дви-

жется по случайной траектории. Его преследует "Лиса". Необходимо найти зависимость положения лисы от времени. Вектор скорости "Лисы" направлен на "Кролика" и по модулю неизменен.

"Кролик" и "Лиса" движутся по плоскости

Пусть траектория движения "Кролика" (рис. 1) описывается уравнением $R_{rabbit}(t) = \begin{cases} x_{rabbit}(t) \\ y_{rabbit}(t) \end{cases}$, а траектория движения "Лисы": $R_{fox}(t) = \begin{cases} x_{fox}(t) \\ y_{fox}(t) \end{cases}$, v_{fox} — абсолютная неизменная величина скорости движения "Лисы".

Тот факт, что вектор скорости движения "Лисы" направлен все время на "Кролика", и то, что абсо-

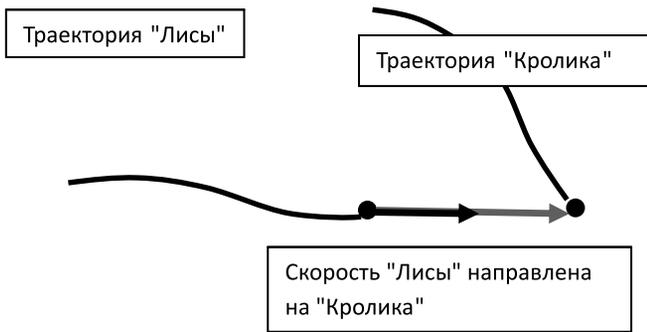


Рис. 1. "Кролик" движется по плоскости

лютная величина скорости движения "Лисы" равна v_{fox} , описывается системой уравнений (1):

$$\begin{aligned} & (x_{rabbit}(t) - x_{fox}(t)) \frac{dy_{fox}(t)}{dt} - \\ & - (y_{rabbit}(t) - y_{fox}(t)) \frac{dx_{fox}(t)}{dt} = 0; \quad (1) \\ & \left(\frac{dy_{fox}(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dx_{fox}(t)}{dt} \right)^2 = v_{fox}^2, \end{aligned}$$

где $R_{rabbit}(t) = \begin{cases} x_{rabbit}(t); \\ y_{rabbit}(t) \end{cases}$ — координаты траектории "Кролика" на плоскости; $R_{fox}(t) = \begin{cases} x_{fox}(t); \\ y_{fox}(t) \end{cases}$ — координаты траектории "Лисы"; v_{fox} — абсолютная величина скорости "Лисы", t — время.

Система уравнений (1) относительно переменных $\frac{dx_{fox}(t)}{dt}$, $\frac{dy_{fox}(t)}{dt}$ имеет решение

$$\begin{aligned} & \frac{dx_{fox}(t)}{dt} = \\ & = \frac{x_{rabbit}(t) - x_{fox}(t)}{\sqrt{(x_{fox}(t) - x_{rabbit}(t))^2 + (y_{fox}(t) - y_{rabbit}(t))^2}} v_{fox}; \\ & \frac{dy_{fox}(t)}{dt} = \\ & = \frac{y_{rabbit}(t) - y_{fox}(t)}{\sqrt{(x_{fox}(t) - x_{rabbit}(t))^2 + (y_{fox}(t) - y_{rabbit}(t))^2}} v_{fox}. \end{aligned}$$

Система уравнений (1) имеет два решения, но нами в расчет принимается только решение

$$\frac{dx_{fox}(t)}{dt} = - \frac{x_{rabbit}(t) - x_{fox}(t)}{\sqrt{(x_{fox}(t) - x_{rabbit}(t))^2 + (y_{fox}(t) - y_{rabbit}(t))^2}} v_{fox}, \quad (2)$$

поскольку решение

$$\frac{dy_{fox}(t)}{dt} = - \frac{y_{rabbit}(t) - y_{fox}(t)}{\sqrt{(x_{fox}(t) - x_{rabbit}(t))^2 + (y_{fox}(t) - y_{rabbit}(t))^2}} v_{fox}$$

соответствует тому, что вектор скорости "Лисы" направлен не на "Кролика", а в обратную от него сторону.

Если бы траектория движения "Кролика"

$R_{rabbit}(t) = \begin{cases} x_{rabbit}(t); \\ y_{rabbit}(t) \end{cases}$ имела бы явную функциональную зависимость от времени, то данная задача в таком математическом пакете, как MathCAD 15, реализовалась бы в несколько операторов, подводящих ко встроенным решателям систем дифференциальных уравнений 1-го порядка (rkfixed, Rkadarti т.д.). По ссылке [2] можно скачать архивированный файл программы, выполненной в системе MathCAD 15, по ссылке вы сможете посмотреть анимированное изображение результатов работы данной программы [3].

"Кролик" и "Лиса" движутся по пересеченной местности

Рассмотрим постановку задачи преследования "Лисой" "Кролика", двигающихся по пересеченной местности, заданной поверхностью $Z = f(X, Y)$. Траектория движения "Кролика" задается урав-

нением $R_{rabbit}(t) = \begin{bmatrix} X_{rabbit}(t) \\ Y_{rabbit}(t) \\ Z_{rabbit}(t) \end{bmatrix}$, где t — время дви-

жения "Кролика". Необходимо найти траекторию

движения "Лисы" $R_{fox}(t) = \begin{bmatrix} X_{fox}(t) \\ Y_{fox}(t) \\ Z_{fox}(t) \end{bmatrix}$ при следую-

щих условиях:

- горизонтальная проекция скорости движения "Лисы" на плоскость (X, Y) направлена на горизонтальную проекцию точек движения "Кролика" (рис. 1);
- скорости движения "Кролика" и "Лисы" неизменны и равны V_{rabbit} , V_{fox} .

Условия для решения поставленной задачи приводят к системе уравнений

$$\begin{cases} \frac{dX_{fox}}{dt} (Y_{rabbit} - Y_{fox}) = \frac{dY_{fox}}{dt} (X_{rabbit} - X_{fox}); \\ \left(\frac{dX_{fox}}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dY_{fox}}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dZ_{fox}}{dt} \right)^2 = (V_{fox})^2; \quad (3) \\ \frac{dZ_{fox}}{dt} = \frac{\partial f}{\partial X_{fox}} \frac{dX_{fox}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial Y_{fox}} \frac{dY_{fox}}{dt}. \end{cases}$$

Первое уравнение системы (3) означает, что горизонтальная проекция вектора скорости "Лисы" V_{fox} на плоскость (X, Y) направлена на го-

ризонтальную проекцию $\begin{bmatrix} X_{rabbit} \\ Y_{rabbit} \end{bmatrix}$ текущего по-

ложения "Кролика". Второе уравнение означает, что скорость передвижения "Лисы" равна постоянной величине V_{fox} . Третье уравнение получается из дифференцирования уравнения $Z = f(X, Y)$ по времени t . Фактически это означает, что точка

траектории "Лисы" $R_{fox}(t) = \begin{bmatrix} X_{fox}(t) \\ Y_{fox}(t) \\ Z_{fox}(t) \end{bmatrix}$ принадлежит

поверхности $Z = f(X, Y)$. Система уравнений (3) имеет решение в явном виде относительно переменных $\frac{dX_{fox}}{dt}$, $\frac{dY_{fox}}{dt}$, $\frac{dZ_{fox}}{dt}$:

$$\begin{cases} \frac{dX_{fox}}{dt} = \frac{V_{fox}(X_{rabbit} - X_{fox})}{\sqrt{(X_{rabbit} - X_{fox})^2 + (Y_{rabbit} - Y_{fox})^2 + \left((X_{rabbit} - X_{fox}) \frac{\partial f(X_{fox}, Y_{fox})}{\partial X_{fox}} + (Y_{rabbit} - Y_{fox}) \frac{\partial f(X_{fox}, Y_{fox})}{\partial Y_{fox}} \right)^2}}; \\ \frac{dY_{fox}}{dt} = \frac{V_{fox}(Y_{rabbit} - Y_{fox})}{\sqrt{(X_{rabbit} - X_{fox})^2 + (Y_{rabbit} - Y_{fox})^2 + \left((X_{rabbit} - X_{fox}) \frac{\partial f(X_{fox}, Y_{fox})}{\partial X_{fox}} + (Y_{rabbit} - Y_{fox}) \frac{\partial f(X_{fox}, Y_{fox})}{\partial Y_{fox}} \right)^2}}; \\ \frac{dZ_{fox}}{dt} = \frac{\partial f(X_{fox}, Y_{fox})}{\partial X_{fox}} \frac{dX_{fox}}{dt} + \frac{\partial f(X_{fox}, Y_{fox})}{\partial Y_{fox}} \frac{dY_{fox}}{dt}. \end{cases} \quad (4)$$

При реализации задачи, рассматриваемой в данной статье, в математических пакетах, в частности в системе MathCAD, мы предприняли следующее.

1. В системе AutoCAD была построена модель поверхности $Z = f(X, Y)$. Моделирование заключалось в том, что в выбранной области рабочего листа системы AutoCAD были сформированы замкнутые контуры горизонталей. Каждая из горизонталей имеет свою высоту. Посредством команды LIST системы AutoCAD для каждой из горизонталей формировался отдельный текстовый файл. Затем с помощью команды READPRN системы MathCAD данные файлы были введены в систему MathCAD. Далее с помощью команды regress для введенных данных $Z_i = f(X_i, Y_i)$ были рассчитаны коэффициенты полиномиальной регрессии для передачи в процедуру интерполяции interp.

На плоскости (X, Y) была построена дополнительная равномерная сетка для проведения двумерной сплайн-интерполяции и построения поверхностей $\frac{\partial f(X_{fox}, Y_{fox})}{\partial X_{fox}}$ и $\frac{\partial f(X_{fox}, Y_{fox})}{\partial Y_{fox}}$, которые используются при решении системы уравнений (4). Для проведения двумерной ку-

бической сплайн-интерполяции использовалась встроенная команда cspline.

2. В системе AutoCAD формируется массив горизонтальной проекции точек траектории "Кролика" $\begin{bmatrix} X_{rabbit} \\ Y_{rabbit} \end{bmatrix}$. Далее вводится формальный параметр t , чтобы мы могли построить параметриче-

скую функцию $R_{rabbit}(t) = \begin{bmatrix} X_{rabbit}(t) \\ Y_{rabbit}(t) \\ Z_{rabbit}(t) \end{bmatrix}$. В качестве

формального параметра t был выбран такой, который равномерно проходит через значения

$[0 \dots N - 1]$, где N — число точек массива $\begin{bmatrix} X_{rabbit} \\ Y_{rabbit} \end{bmatrix}$.

После выполнения сплайн-интерполяции функция траектории движения "Кролика" принимает вид

$$R_{rabbit}(t) = \begin{bmatrix} X_{rabbit}(t) \\ Y_{rabbit}(t) \\ f(X_{rabbit}(t), Y_{rabbit}(t)) \end{bmatrix}.$$

Далее мы можем принять, что параметр t зависит от длины дуги s траектории движения "Кролика":

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{dX_{rabbit}}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dY_{rabbit}}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dZ_{rabbit}}{dt} \right)^2}}.$$

Поскольку длина дуги траектории "Кролика" $s = V_{rabbit}t$, где t — это время движения "Кролика", то в качестве основного параметра можно использовать время t .

3. Анимированное изображение движения "Кролика" нами предоставлено в [4].

4. При заданных стартовых позициях "Кролика" и "Лисы", при заданных значениях V_{rabbit} и V_{fox} было получено численное решение системы дифференциальных уравнений (4). С результатом

анимации можно ознакомиться в [5]. На анимации видно, что при выбранных значениях "Лиса" догоняет "Кролика" несколько раз.

5. Полный листинг программы, выполненной в системе MathCAD с подробными комментариями, можно посмотреть в [6].

6. Полный архив программы представлен в [7].

"Лиса" работает на опережение

Для прогнозирования "Лисой" движения "Кролика" мы предлагаем использовать следующую модель (рис. 2):

$$\begin{cases} \frac{dX_{fox}}{dt}(Y_{rabbit}^* - Y_{fox}) = \frac{dY_{fox}}{dt}(X_{rabbit}^* - X_{fox}); \\ \left(\frac{dX_{fox}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dY_{fox}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dZ_{fox}}{dt}\right)^2 = (V_{fox})^2; \\ \frac{dZ_{fox}}{dt} = \frac{\partial f}{\partial X_{fox}} \frac{dX_{fox}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial Y_{fox}} \frac{dY_{fox}}{dt}, \end{cases} \quad (5)$$

где $\begin{bmatrix} X_{rabbit}^* \\ Y_{rabbit}^* \end{bmatrix}$ — горизонтальная проекция вектора $R_{rabbit}^*(t) = R_{rabbit}(t) + V_{rabbit}\Delta t$ (рис. 2). Здесь векторная величина скорости "Кролика" равна

$$V_{fox} = \begin{bmatrix} \frac{dX_{rabbit}}{dt} \\ \frac{dY_{rabbit}}{dt} \\ \frac{\partial f}{\partial X_{rabbit}} \frac{dX_{rabbit}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial Y_{rabbit}} \frac{dY_{rabbit}}{dt} \end{bmatrix}.$$

На выборе параметра приращения по времени Δt остановимся подробнее. Введем следующую весовую функцию:

$$\varepsilon(\Delta r_{xy}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \Delta r_{xy} \geq \Delta r_{xy}^0; \\ \frac{\Delta r_{xy}}{\Delta r_{xy}^0}, & \text{если } \Delta r_{xy} < \Delta r_{xy}^0, \end{cases}$$

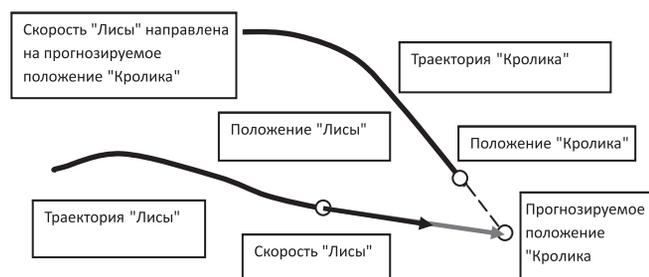


Рис. 2. "Лиса" прогнозирует движение "Кролика"

где $\Delta r_{xy} = \sqrt{(X_{rabbit} - X_{fox})^2 + (Y_{rabbit} - Y_{fox})^2}$; Δr_{xy}^0 — выбираемое нами пороговое значение дистанции между "Кроликом" и "Лисой". Прогнозируемое положение "Кролика" будет выглядеть так: $R_{rabbit}^*(t) = R_{rabbit}(t) + \varepsilon(\Delta r_{xy})V_{rabbit}\Delta t$. Измененный листинг программы в системе MathCAD можно посмотреть на сайте [8]. Анимированное изображение ситуации, когда "Лиса" бежит на опережение, можно посмотреть в [9], проекцию на горизонтальную плоскость — в [10].

Заключение

В условиях развития вычислительной техники современные математические пакеты, такие как MathCAD, MATLAB и др., позволяют реализовать теоретические результаты в системах компьютерной математики. Теоретические основы для написания данной статьи взяты из источников [11, 12]. При построении вычислительного процесса в системе MathCAD мы воспользовались некоторыми алгоритмами, что были описаны в работах [13—15]. При вычислении длин траекторий мы воспользовались расчетной схемой, указанной в [16]. Данная модель преследования на пересеченной местности при построении анимированного изображения показала, что она может быть использована при написании операционных систем реального времени в робототехнических комплексах, разрабатываемых для решения задач преследования.

Список литературы

1. Слободецкий И. Ш., Асламазов Л. Г. Задачи по физике // Библиотечка "Квант". 1980. Вып. № 5.
2. Архив программы "Кролик и Лиса на плоскости". URL: http://blagovest2002.narod.ru/files/Fox_and_Rabbit_Sinusoud.rar
3. "Кролик" и "Лиса" на плоскости, анимированное изображение. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=ExiC7n1mlKc>
4. Траектория "Кролика", анимированное изображение процесса передвижения "Кролика". URL: http://www.youtube.com/watch?v=Xv_q_EgdUX4
5. "Кролик" и "Лиса", анимированное изображение процесса преследования. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=dsfkqSIZGk8>,
6. Сайт "Геометрическое моделирование в системе MathCAD". URL: <http://dubanov.exponenta.ru>. Раздел "Статья "Fox and Rabbit" — "Программный код MathCAD с комментариями". URL: http://dubanov.exponenta.ru/2014/Paper/Fox_and_Rabbit_2015.html
7. Сайт "Геометрическое моделирование в системе MathCAD". URL: <http://dubanov.exponenta.ru>. Архив программы "Fox and Rabbit". URL: http://dubanov.exponenta.ru/2014/Paper/Archive/Fox_and_Rabbit.zip
8. Сайт "Геометрическое моделирование в системе MathCAD". URL: <http://dubanov.exponenta.ru>. Архив программы "Fox and Rabbit", "Лиса" работает на опережение. URL: http://dubanov.exponenta.ru/2014/Paper/Archive/Fox_and_Rabbit.zip

9. **Анимированное** изображение, когда "Лиса" работает на опережение. Трехмерный вид. URL: <http://www.youtube.com/watch?v=cerQXgDUwwM>

10. **Анимированное** изображение, когда "Лиса" работает на опережение. Проекция на горизонтальную плоскость. URL: http://www.youtube.com/watch?v=_iQAFGB6iFM

11. **Понтрягин Л. С.** К теории дифференциальных игр // Успехи Математических Наук. 1966. Т. 21. Вып. 4 (130). С. 219–274.

12. **Айзекс Р.** Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967. С. 88–117.

13. **Симакова Э. Н.** Об одной дифференциальной игре преследования // Автоматика и телемеханика. 1967. Вып. 2. С. 5–14.

14. **Бурдаков С. Ф., Сизов П. А.** Алгоритмы управления движением мобильного робота в задаче преследования // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2014. С. 49–57.

15. **Желнин Ю. Н.** Линеаризованная задача преследования и уклонения на плоскости // Ученые записки ЦАГИ. 1977. С. 88–97.

16. **Кузьмина Л. И., Осипов Ю. В.** Расчет длины траектории для задачи преследования. Вестник МГСУ. 2013. № 12. С. 20–26.

DOI: 10.17587/it.24.251-255

A. A. Dubanov, Associate Professor, e-mail: alandubanov@mail.ru,
Siberian State University of Telecommunication and Informatics

The Pursuit Problem. The Decision on the System of Computational Mathematics MathCAD

The description of model of the solution of a task of prosecution. It is conducted on a rough surface. The area landscape is presented by dot basis with the executed polynomial regression, which allows through the massif of points $Z_{i,j} = Z(X_i, Y_j)$, to carry out an approximate surface $z = z(x, y)$, which consists of polynomial segments. According to the mathematical simulation the animated images were created.

Keywords: task of prosecution, trajectory of the rabbit, fox trajectory, spot basis

References

1. **Slobodeckij I. Sh., Aslamazov L. G.** Zadachi po fizike. *Bibliotekha "Kvant"*, 1980, vyp. № 5. (in Russian).

2. **Архив** программы "Krolik i Lisa na ploskosti", available at: http://blagovest2002.narod.ru/files/Fox_and_Rabbit_Sinusoud.rar (in Russian).

3. **"Krolik"** i "Lisa" na ploskosti, animirovannoe izobrazhenie, available at: <https://www.youtube.com/watch?v=ExIC7n1mlKc> (in Russian).

4. **Traektoriya** "Krolika", animirovannoe izobrazhenie processa peredvizheniya "Krolika", available at: http://www.youtube.com/watch?v=Xv_q_EgdUX4 (in Russian).

5. **"Krolik"** i "Lisa", animirovannoe izobrazhenie processa presledovaniya, available at: <https://www.youtube.com/watch?v=dsfqSIZGk8> (in Russian).

6. **Sajt** "Geometricheskoe modelirovanie v sisteme MathCAD". URL: <http://dubanov.exponenta.ru>. Razdel "Stat'ya "Fox and Rabbit" — "Programmy kod MathCAD s kommentariyami", available at: http://dubanov.exponenta.ru/2014/Paper/Fox_and_Rabbit_2015.html (in Russian).

7. **Sajt** "Geometricheskoe modelirovanie v sisteme MathCAD", available at: <http://dubanov.exponenta.ru>. Arhiv programmy "Fox and Rabbit", available at: http://dubanov.exponenta.ru/2014/Paper/Archive/Fox_and_Rabbit.zip (in Russian).

8. **Sajt** "Geometricheskoe modelirovanie v sisteme MathCAD", available at: <http://dubanov.exponenta.ru>. Arhiv programmy "Fox and Rabbit", "Lisa" rabotaet na operezhenie, available at: http://dubanov.exponenta.ru/2014/Paper/Archive/Fox_and_Rabbit.zip (in Russian).

dubanov.exponenta.ru/2014/Paper/Archive/Fox_and_Rabbit.zip (in Russian).

9. **Анимированное** изображение, когда "Лиса" работает на опережение. Трехмерный вид, available at: <http://www.youtube.com/watch?v=cerQXgDUwwM> (in Russian).

10. **Анимированное** изображение, когда "Лиса" работает на опережение. Проекция на горизонтальную плоскость, available at: http://www.youtube.com/watch?v=_iQAFGB6iFM (in Russian).

11. **Понтрягин Л. С.** К теории дифференциальных игр. *Успехи Математических Наук*, 1966, vol. 21, iss. 4 (130), pp. 219–274 (in Russian).

12. **Айзекс Р.** Дифференциальные игры, Moscow, Mir, 1967, pp. 88–117 (in Russian).

13. **Симакова Э. Н.** Об одной дифференциальной игре преследования. *Автоматика и телемеханика*, 1967, iss. 2, pp. 5–14 (in Russian).

14. **Бурдаков С. Ф., Сизов П. А.** Алгоритмы управления движением мобильного робота в задаче преследования. *Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление*, 2014, pp. 49–57 (in Russian).

15. **Желнин Ю. Н.** Линеаризованная задача преследования и уклонения на плоскости, *Ученые записки ЦАГИ*, 1977, pp. 88–97 (in Russian).

16. **Кузьмина Л. И., Осипов Ю. В.** Расчет длины траектории для задачи преследования, *Вестник МГСУ*, 2013, no. 12, pp. 20–26 (in Russian).