DOI 10.17587/issn.1684-6400 ISSN 1684-6400 ISSN 1684-6400 TOM 27 2021

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

САПР

<u>№</u> 8

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

МЕТОДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ОПЕРАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И СРЕДЫ

ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СЕТИ

ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

НЕЙРОСЕТИ И НЕЙРОКОМПЬЮТЕРЫ

СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ

вычислительные системы

ПРИКЛАДНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

ОПТИМИЗАЦИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

ИТ В ОБРАЗОВАНИИ

ГИС





a)

6)

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Издается с ноября 1995 г.

DOI 10.17587/issn.1684-6400

УЧРЕДИТЕЛЬ Издательство "Новые технологии"

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

Григорьев А. Д., **Гнеушев А. Н.** Реидентификация с предфильтрацией по качеству изображений в задаче слежения за множеством объектов 409

ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В БИОМЕДИЦИНСКИХ СИСТЕМАХ

ПРИКЛАДНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу http://novtex.ru/IT. Журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования и базу данных RSCI на платформе Web of Science. Журнал входит в Перечень научных журналов, в которых по рекомендации ВАК РФ должны быть

опубликованы научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

Главный редактор: СТЕМПКОВСКИЙ А. Л.,

акад. РАН, д. т. н., проф. Зам. главного редактора: ИВАННИКОВ А. Д., д. т. н., проф. ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с.н.с.

Том 27

Релакционный совет: БЫЧКОВ И. В., акад. РАН, д. т. н. ЖУРАВЛЕВ Ю. И., акад. РАН, д. ф.-м. н., проф. КУЛЕШОВ А. П., акад. РАН, д. т. н., проф. ПОПКОВ Ю. С., акад. РАН, д. т. н., проф. РУСАКОВ С. Г., чл.-корр. РАН, д. т. н., проф. РЯБОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, д. т. н., проф. СОЙФЕР В. А., акад. РАН, д. т. н., проф. СОКОЛОВ И. А., акад. РАН, д. т. н., проф. СУЕТИН Н. В., д. ф.-м. н., проф. ЧАПЛЫГИН Ю. А., акад. РАН, д. т. н., проф. ШАХНОВ В. А., чл.-корр. РАН, д. т. н., проф. ШОКИН Ю. И., акад. РАН, д. т. н., проф. ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, д. т. н., проф.

Редакционная коллегия:

АВДОШИН С. М., к. т. н., доц. АНТОНОВ Б. И. БАРСКИЙ А. Б., д. т. н., проф. ВАСЕНИН В. А., д. ф.-м. н., проф. ВАСИЛЬЕВ В. и., д. т. н., проф. ВИШНЕКОВ А. В., д. т. н., проф. ДИМИТРИЕНКО Ю. И., д. ф.-м. н., проф. ДОМРАЧЕВ В.Г., д. т. н., проф. ЗАБОРОВСКИЙ В. С., д. т. н., проф. ЗАРУБИН В. С., д. т. н., проф. КАРПЕНКО А. П., д. ф.-м. н., проф. КОЛИН К. К., д. т. н., проф. КУЛАГИН В. П., д. т. н., проф. КУРЕЙЧИК В. В., д. т. н., проф. ЛЬВОВИЧ Я. Е., д. т. н., проф. МАРТЫНОВ В. В., д. т. н., проф. МИХАЙЛОВ Б. М., д. т. н., проф. НЕЧАЕВ В. В., к. т. н., проф. ПОЛЕЩУК О. М., д. т. н., проф. ПРОХОРОВ С. А., д. т. н., проф. САКСОНОВ Е. А., д. т. н., проф. СОКОЛОВ Б. В., д. т. н., проф. СОЛОВЬЕВ Р. А., д. т. н., в. н с. ТИМОНИНА Е. Е., д. т. н., проф. УСКОВ В. Л., к. т. н. (США) ФОМИЧЕВ В. А., д. т. н., проф. ШИЛОВ В. В., к. т. н., доц. Релакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

© Издательство "Новые технологии", "Информационные технологии", 2021

INFORMATION TECHNOLOGIES INFORMACIONNYE TEHNOLOGII

THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

Published since November 1995

DOI 10.17587/issn.1684-6400

ISSN 1684-6400

CONTENTS

CAD-SYSTEMS

DIGITAL PROCESSING OF SIGNALS AND IMAGES

INFORMATION AND TELECOMMUNICATIONS TECHNOLOGIES

INFORMATION TECHNOLOGIES IN BIOMEDICAL SYSTEMS

APPLICATION INFORMATION SYSTEMS

Complete Internet version of the journal at site: http://novtex.ru/IT. According to the decision of the Higher Certifying Commission of the Ministry of Education of Russian Federation, the journal is inscribed in "The List of the Leading Scientific Journals and Editions wherein Main Scientific Results of Theses for Doctor's or Candidate's Degrees Should Be Published"

Ivannikov A. D., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Filimonov N. B., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Chairman: Bychkov I. V., Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. Zhuravljov Yu.I., Member of RAS, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof. Kuleshov A. P., Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. Popkov Yu.S., Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. Rusakov S. G., Corresp. Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. Ryabov G. G., Corresp. Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. Soifer V. A., Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. Sokolov I. A., Member of RAS, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof. Suetin N. V., Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof. Chaplygin Yu.A., Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. Shakhnov V. A., Corresp. Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. Shokin Yu.I., Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. Yusupov R. M., Corresp. Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. **Editorial Board Members:** Avdoshin S. M., Cand. Sci. (Tech.), Ass. Prof. Antonov B. I. Barsky A. B., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Vasenin V. A., Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof. Vasiliev V. I., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Vishnekov A. V., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Dimitrienko Yu. I., Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof. Domrachev V. G., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Zaborovsky V. S., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Zarubin V. S., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Karpenko A. P., Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof. Kolin K. K., Dr. Sci. (Tech.) Kulagin V. P., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Kureichik V. V., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Ljvovich Ya.E., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Martynov V. V., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Mikhailov B. M., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Nechaev V. V., Cand. Sci. (Tech.), Ass. Prof. Poleschuk O. M., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Prokhorov S. A., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Saksonov E. A., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Sokolov B. V., Dr. Sci. (Tech.) Solovyev R. A., Dr. Sci. (Tech.) Timonina E. E., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Uskov V. L. (USA), Dr. Sci. (Tech.) Fomichev V. A., Dr. Sci. (Tech.), Prof. Shilov V. V., Cand. Sci. (Tech.), Ass. Prof. Editors: Bezmenova M. Yu.

© Издательство "Новые технологии", "Информационные технологии", 2021

Editor-in-Chief: Stempkovsky A. L., Member of RAS, Dr. Sci. (Tech.), Prof. Deputy Editor-in-Chief:

Vol. 27 2021 No. 8

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ CAD-SYSTEMS

УДК 519.714

DOI: 10.17587/it.27.395-408

 П. Н. Бибило, проф., зав. лаб., e-mail: bibilo@newman.bas-net.by,
 В. И. Романов, доц., вед. науч. сотр., e-mail: rom@newman.bas-net.by, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, г. Минск, Беларусь

Минимизация BDD-представлений систем полностью определенных булевых функций с использованием алгебраических разложений кофакторов

Основным критерием оптимизации при синтезе комбинационных схем из библиотечных логических элементов является число литералов в алгебраических представлениях булевых функций. Предлагается метод логической оптимизации на основе поиска алгебраических представлений подфункций (кофакторов) одного уровня BDD в виде дизъюнкции либо конъюнкции других подфункций данного уровня BDD. Метод позволяет уменьшать число литералов путем замены формул разложения Шеннона более простыми формулами дизъюнкции либо конъюнкции.

Ключевые слова: система булевых функций, дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ), Binary Decision Diagram (BDD), разложение Шеннона, синтез логической схемы, VHDL, СБИС

Введение

Математический аппарат Binary Decision Diagram (BDD) в настоящее время используется в различных областях науки [1, 2], в последнее время он эффективно сочетается с проблематикой решения SAT-проблем [3]. В системах проектирования цифровых сверхбольших интегральных схем (СБИС) графовый аппарат BDD применяется при их верификации [4], а также при технологически независимой оптимизации, выполняемой как первый этап синтеза логических схем в различных технологических базисах [5]. BDD представляет собой ациклический граф, задающий булеву функцию либо систему булевых функций, каждой вершине этого графа соответствует полная либо редуцированная формула разложения Шеннона. Поэтому при построении BDD стремятся сократить число вершин BDD, так как это уменьшает сложность функциональных описаний булевых функций в виде взаимосвязанных формул разложений Шеннона [5-12]. На втором этапе синтеза – этапе технологического отображения (technology mapping) — происходит покрытие логических формул разложения Шеннона, соответствующих вершинам графа BDD, функциональными описаниями элементов целевой библиотеки синтеза [13]. При этом осуществляется оптимизация логической схемы по таким критериям, как площадь кристалла (суммарное число транзисторов во всех элементах схемы), быстродействие (временная задержка), энергопотребление. Это объясняет появление работ, в которых логическая BDD-оптимизация выполняется с ориентацией на последующее решение задач второго этапа, когда, например, при логической оптимизации начинают учитывать сокращение энергопотребления логической схемы [14]. Уже давно было установлен [15] и использован в практике построения систем автоматизированного проектирования комбинационных логических схем тот факт, что сложность нерегулярных логических схем из библиотечных элементов связана с числом литералов в формульных алгебраических представлениях реализуемых систем булевых функций: чем меньше суммарное число литералов булевых переменных в логических формулах, тем меньше площадь схемы. Поэтому в работах [16, 17] предлагаются различные приемы дополнительной логической оптимизации формульных представлений, полученных при минимизации сложности графа BDD. В работе [17] используется аппарат булевых сетей, оптимизируемых по числу литералов, в работе [16] — поиск представлений булевых функций в виде так называемой би-декомпозиции, представляющей собой разложение на две подфункции с алгебраической выходной функцией. В системе BDS [16] данный вид оптимизации был дополнен также факторизацией — поиском одинаковых логических подвыражений и поиском подфункций, допускающих простое (с одной промежуточной булевой переменной) функциональное разложение (декомпозицию).

В данной работе дополнительную логическую минимизацию BDD-представлений предлагается осуществлять на основе поиска таких пар подфункций (кофакторов), соответствующих одному уровню графа BDD, дизъюнкция либо конъюнкция которых может заменить формулу разложения Шеннона. Такой вид дополнительной логической оптимизации сокращает число литералов в формулах, может выполняться как для уже построенной BDD, так и в процессе построения BDD по матричным ДНФ-представлениям исходной системы функций. При этом значительно сокращается перебор по сравнению с бидекомпозицией, при которой для поиска требуемого представления кофактора нужно проверять нетривиальные свойства соответствующего подграфа BDD. В предложенном подходе при поиске алгебраических дизъюнктивных либо конъюнктивных представлений кофакторов можно учитывать как прямую (безынверсную), так и инверсную форму кофакторов.

1. Основные определения

Булевыми называются двоичные (0, 1) функции $f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ двоичных (булевых) переменных $x_1, x_2, ..., x_n$. Пусть V^x — булево пространство, построенное над переменными булева вектора $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$. Элементами этого пространства являются *п*-компонентные наборы (векторы) х* нулей и единиц. Булева функция, значения 0 и 1 которой определены на всех элементах $\mathbf{x}^* \in V^x$, называется *полно*стью определенной. Булева функция принимает единичное значение на элементах х* подмножества M_f^1 булева пространства V^x и нулевое значение на элементах подмножества M_f^0 . Очевидно, что $M_f^1 \cap M_f^0 = \emptyset$, $V^x = M_f^0 \cup M_f^1$. Булевы функции $f_1(\mathbf{x})$ и $f_2(\mathbf{x})$ равны, если и только если $M_{f_1}^1 = M_{f_2}^1$, $M_{f_1}^0 = M_{f_2}^0$. Будем на-зывать булевы функции $f_1(\mathbf{x})$ и $f_2(\mathbf{x})$ взаимно инверсными ($f_2 = \overline{f_1}$, $f_1 = \overline{f_2}$), если и только если $M_{f_1}^1 = M_{f_2}^0$, $M_{f_1}^0 = M_{f_2}^1$. Под векторной булевой функцией f(x) будем понимать упорядоченную систему булевых функций $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}),$..., $f_m(\mathbf{x})$), значениями векторных функций на элементах \mathbf{x}^* булева пространства являются *m*-компонентные двоичные векторы $\mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$.

Разложением Шеннона полностью определенной булевой функции $f = f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, по переменной x_i называется представление

Функции $f_0 = f_0(x_1, ..., x_{i-1}, 0, x_{i+1}, ..., x_n), f_1 = f_1(x_1, ..., x_{i-1}, 1, x_{i+1}, ..., x_n)$ называются кофакторами (cofactors) разложения по переменной x_i либо подфункциями. Они получаются из функции $f = f(x_1, ..., x_n)$ подстановкой вместо переменной x_i константы 0 и 1 соответственно. Каждая из подфункций f_0 и f_1 может быть разложена по одной из переменных из множества $\{x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_n\}$. Процесс разложения подфункций заканчивается, когда все *n* переменных будут использованы для разложения, либо когда все подфункции выродятся до констант 0, 1. На каждом шаге разложения выполняется сравнение на равенство полученных подфункций и оставляется одна из нескольких попарно равных подфункций.

Под *BDD-представлением* полностью определенной векторной булевой функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), ..., f_m(\mathbf{x}))$ понимается ориентированный ациклический граф, задающий последовательные разложения Шеннона всех компонентных функций $f_i(\mathbf{x})$, i = 1,...m, по всем ее переменным $x_1, ..., x_n$ при одном и том же заданном порядке (перестановке) переменных, по которым проводятся разложения [5]. Для упрощения графа листовые вершины 0, 1 обычно дублируются, а ориентация дуг на рисунках графов BDD не показывается, так как всегда принимается, что дуги ориентированы сверху вниз.

Наиболее близкими к графам BDD для векторных функций являются широко известные в литературе сокращенные упорядоченные BDD (англ. Reduced Ordered BDD, ROBDD) для одной полностью определенной булевой функции, в которых каждой функциональной вершине соответствует одна функция (подфункция разложения Шеннона), при этом функциональные вершины лишь подразумеваются (отождествляются с вершинами-переменными). Подробное описание OBDD (упорядоченных BDD) дано в работах [11, 12], ROBDD в работе [1]. Далее под BDD будут пониматься ROBDD для систем функций (векторных функций). Будем изображать на рисунках графы BDD, содержащие три вида вершин: функциональ-

ные вершины, соответствующие разлагаемым функциям; вершины-переменные; листовые вершины, соответствующие константам 0, 1 [5. с. 16]. BDD-представлению соответствуют формулы разложения Шеннона, каждой функциональной вершине соответствует своя формула, по BDD-представлению можно найти задание каждой из компонентных функций $f_i(\mathbf{x})$ в виде двух ортогонализованных ДНФ: одна из таких ДНФ задает область $M_{f_i}^1$ единичных значений компонентной функции, другая ДНФ — область $M_{f_i}^0$ нулевых значений компонентной финкции, другая ДНФ функции $f_i(\mathbf{x})$. BDD является более компактной формой по сравнению с ортогонализованной формой представления булевых функций (такие формы будут рассмотрены далее), так как BDD — это граф, а ортогонализованная форма задает все пути из корневых вершин в листовые в этом графе [5]. Задание графа более компактно, чем перечисление всех путей в нем. Поэтому BDD и нашли очень широкое применение не только при проектировании логических схем, но и в информатике в целом [1], [2, с. 295].

Замечание. Рисунки и структуры данных классических BDD не содержат функциональных вершин. Функциональные вершины обычно показываются на рисунках для удобства изложения методов минимизации BDD и иллюстрации зависимостей переменных в формулах разложений Шеннона, в компьютерных структурах данных функциональные вершины не указываются [5, с. 177].

2. Условия существования алгебраических представлений функций (кофакторов)

Далее будут рассматриваться условия, которым должны удовлетворять булевы функции $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}),$ чтобы получить *дизъюнктивное* $\varphi(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) \lor f_2(\mathbf{x})$ либо конъюнктивное $\varphi(\mathbf{x}) =$ $= f_1(\mathbf{x}) \& f_2(\mathbf{x})$ представление третьей заданной булевой функции $\varphi(\mathbf{x})$. Булевы операторы $\lor, \&$ для такого вида представлений будем называть *выходными* функциями. Такие представления, далее называемые *алгебраическими*, могут быть легко обобщены для других выходных булевых функций, существенно зависящих от двух переменных, например, для представлений вида $\varphi = f_1 \oplus f_1$.

Кофактор (булева функция) $\varphi(\mathbf{x})$ не может быть представлен в виде *дизъюнктивного* разложения $\varphi(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) \lor f_2(\mathbf{x})$ кофакторов $f_1(\mathbf{x})$, $f_2(\mathbf{x})$ тогда и только тогда, когда выполняется хотя бы одно из следующих условий:

$$M^0_{f_1} \cap M^0_{f_2}) \cap M^1_{\varphi} \neq \emptyset; \tag{2}$$

$$M_{f_1}^1 \cap M_{\varphi}^0 \neq \emptyset; \tag{3}$$

$$M^{1}_{f_{2}} \cap M^{0}_{\varphi} \neq \emptyset; \tag{4}$$

$$(M_{f_1}^1 \cap M_{f_2}^1) \cap M_{\varphi}^0 \neq \emptyset.$$
⁽⁵⁾

При задании областей значений функций в виде ДНФ данные условия переписываются в виде $(D_{f_1}^0 \& D_{f_2}^0) \& D_{\phi}^1 \neq 0; D_{f_1}^1 \& D_{\phi}^0 \neq 0;$ $D_{f_2}^1 \& D_{\phi}^0 \neq 0; (D_{f_1}^1 \& D_{f_2}^1) \& D_{\phi}^0 \neq 0.$ Кофактор $\phi(\mathbf{x})$ не может быть представлен

Кофактор $\varphi(\mathbf{x})$ не может быть представлен в виде коньюнктивного разложения $\varphi(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) \& f_2(\mathbf{x})$ кофакторов $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})$ тогда и только тогда, когда выполняется хотя бы одно из следующих условий:

$$(M^0_{f_1} \cap M^0_{f_2}) \cap M^1_{\varphi} \neq \emptyset; \tag{6}$$

$$M^{0}_{f_{1}} \cap M^{1}_{\varphi} \neq \emptyset; \tag{7}$$

$$M^0_{f_2} \cap M^1_{\varphi} \neq \emptyset; \tag{8}$$

$$(M^1_{f_1} \cap M^1_{f_2}) \cap M^0_{\varphi} \neq \emptyset.$$
(9)

Заметим, что условие (6) полностью совпадает с ранее приведенным условием (2), а условие (5) — с условием (9). При задании областей значений функций в виде ДНФ данные условия переписываются в виде $(D_{f_1}^0 \& D_{f_2}^0) \& D_{\phi}^1 \neq 0;$ $D_{f_1}^0 \& D_{\phi}^1 \neq 0; D_{f_2}^0 \& D_{\phi}^1 \neq 0; (D_{f_1}^1 \& D_{f_2}^1) \& D_{\phi}^0 \neq 0.$ Формулы (2)—(5) иллюстрирует табл. 1, формулы (6)—(9) — табл. 2.

Таблица 1

Иллюстрация условий, не позволяющих провести дизъюнктивное представление функции ф(x)

Значение функции <i>f</i> ₁ (x)	Значение функции <i>f</i> ₂ (x)	Значение функции φ(x)	Условия (2)—(5)
0	0	1	Условие (2)
1	0 либо 1	0	Условие (3)
0 либо 1	1	0	Условие (4)
1	1	0	Условие (5)

Таблица 2

Иллюстрация условий, не позволяющих провести конъюнктивное представление функции φ(x)

Значение функции <i>f</i> ₁ (x)	Значение функции <i>f</i> ₂ (x)	Значение функции φ(x)	Условия (6)—(9)
0	0	1	Условие (6)
0	0 либо 1	1	Условие (7)
0 либо 1	0	1	Условие (8)
1	1	0	Условие (9)

3. BDD векторной булевой функции

Рассмотрим векторную булеву функцию, задаваемую таблицей истинности (табл. 3). Эта функция может быть представлена BDD (рис. 1), построенной по перестановке переменных $\langle x_1, x_2, x_4, x_5, x_3 \rangle$. Функциональным вершинам этой BDD соответствуют следующие формулы разложения Шеннона:

$$\begin{array}{ll} f_1 = \overline{x}_1 h_1 \lor x_1 h_2; & f_2 = \overline{x}_1 h_2 \lor x_1 h_3; & f_3 = \overline{x}_1 h_4 \lor x_1 h_5; \\ f_4 = \overline{x}_1 h_4 \lor x_1 h_6; & f_5 = \overline{x}_1 h_6 \lor x_1 h_7; \end{array}$$

$$g_{1} = \overline{x}_{4}s_{2} \lor x_{4}s_{3}; \quad g_{2} = \overline{x}_{4}\overline{x}_{5} \lor x_{4}s_{1};$$

$$g_{3} = \overline{x}_{4}s_{0} \lor x_{4}s_{1}; \quad g_{4} = \overline{x}_{4}x_{5} \lor x_{4}s_{2};$$

$$g_{5} = \overline{x}_{4}s_{0} \lor x_{4}x_{5}; \quad g_{6} = \overline{x}_{4}s_{5} \lor x_{4}s_{6};$$

$$g_{7} = \overline{x}_{4}\overline{x}_{5} \lor x_{4}x_{5}; \quad g_{8} = \overline{x}_{4}s_{3} \lor x_{4}s_{4};$$

$$g_{9} = \overline{x}_{4}s_{2} \lor x_{4}\overline{x}_{5}; \quad g_{10} = \overline{x}_{4}x_{3} \lor x_{4}x_{5};$$

$$s_0 = \overline{x}_5 x_3; \quad s_1 = x_5 \overline{x}_3; \quad s_2 = \overline{x}_5 \overline{x}_3; \quad s_3 = x_5 x_3; \\ s_4 = \overline{x}_5 \lor x_5 x_3; \quad s_5 = \overline{x}_5 \overline{x}_3 \lor x_5; \quad s_6 = \overline{x}_5 \overline{x}_3 \lor x_5 x_3.$$

0

Таблица 3

Таблица истинности векторной булевой функции

$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	$f_1 f_2 f_3 f_4 f_5$
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c} f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 \\ \hline 1 1 1 1 0 \\ 0 0 1 1 1 \\ 0 0 1 1 1 \\ 0 0 0 1 1 \\ 0 0 0 0 \\ 0 1 0 0 0 \\ 0 0 1 1 1 \\ 0 0 0 0 0 \\ 1 0 1 1 0 \\ 0 0 1 1 1 \\ 0 0 0 0 0 \\ 1 0 1 1 0 \\ 1 0 1 0 0 \\ 1 0 1 1 0 \\ 1 0 1 0 0 \\ 1 0 1 1 0 \\ 1 0 1 0 0 \\ 0 1 1 1 0 \\ 1 0 1 0 0 \\ 0 1 1 1 0 \\ 0 1 1 1 0 \\ 0 0 1 1 1 \\ 1 0 0 0 0 \\ 1 0 1 1 0 \\ 0 0 1 1 1 \\ 0 0 0 1 1 \\ 1 0 0 0 \\ 0 0 1 1 1 \\ 0 0 0 1 1 \\ 1 0 0 0 \\ 0 0 1 1 1 \\ 0 0 0 1 1 \\ 1 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 1 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 1 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 0 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 0 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 0 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 0 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 0 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 0 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 0 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 0 0 0 0 \\ 0 0 1 1 \\ 0 0 0 0 \\ 0 0 1 0 \\ 0 0 0 0 \\ 0 0 0 1 0 \\ 0 0 0 0 0 \\ 0 0 0 0$
$\begin{array}{c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \end{array}$

Корневыми вершинами BDD (рис. 1) являются f_1 , ..., f_5 ; листовыми — 0, 1. На первом уровне BDD располагаются два неконстантных кофактора x_3 , \overline{x}_3 и два кофактора, равные константам 0, 1. На втором уровне BDD располагаются кофакторы $s_0, ..., s_6, x_5, \overline{x}_5, x_3$; на третьем уровне — кофакторы $g_1, ..., g_{10}$; на четвертом кофакторы $h_1, ..., h_7$. Уравнения кофакторов могут содержать различное число литералов, например, кофактор s₆ содержит четыре литерала, кофактор s_5 — три, кофактор s_3 — два литерала.

4. Метод нахождения алгебраических представлений кофакторов

Исходными данными для предлагаемого метода нахождения алгебраических представлений кофакторов являются граф BDD, представляющий исходную векторную полностью определенную булеву функцию, и логические уравнения (формулы разложения Шеннона), соответствующие функциональным вершинам BDD и задающие многоуровневое описание компонентных функций. Данные уравнения легко могут быть записаны по графу BDD.

Предлагаемый метод включает этапы, выполняемые для кофакторов каждого уровня BDD, за исключением корневого, листового и

> первого. На первом уровне BDD располагаются кофакторы, получаемые в результате разложения по последней переменной в заданной перестановке переменных, по которым ведется разложение Шеннона. Кофакторы первого уровня BDD зависят от одной переменной, кофакторы второго уровня зависят от не более, чем двух переменных, и т. д.

> В методе уровни BDD рассматриваются "сверху вниз", т. е. от кофактополучаемых DOB. при разложении по первой переменной, и заканчивая кофакторами второго уровня BDD. Метод ориентирован на замену наибольшего числа формул разложения Шенно-



на формулами дизъюнкции либо конъюнкции, что позволяет сокращать общее число литералов в многоуровневом задании векторной булевой функции. Для рассматриваемого уровня BDD решается задача нахождения наибольшего числа кофакторов, которые представимы в виде дизъюнкции либо конъюнкции других кофакторов данного уровня (ранее такие представления были названы алгебраическими). Решение этой задачи сводится к выполнению следующих четырех этапов.

Этап 1. Выбор формы представления кофакторов

Выбирается форма представления кофакторов рассматриваемого уровня BDD (таблица истинности; пара ДНФ, задающая области определения кофактора; подграф BDD) и находятся кофакторы в требуемой форме.

Этап 2. Нахождение всех вариантов алгебраических представлений кофакторов

Среди всех кофакторов рассматриваемого уровня находятся пары взаимно инверсных кофакторов, один из них исключается для рассмотрения на этом этапе. После этого находится множество уравнений, задающих всевозможные алгебраические представления кофакторов, т. е. кофакторы этого уровня, содержащие более двух литералов, выражаются в виде дизъюнкции либо конъюнкции других кофакторов этого же уровня BDD и называются далее *представимыми*. Один и тот же кофактор может быть представлен различными уравнениями.

Этап 3. Нахождение множества реализуемых кофакторов

Из множества представимых кофакторов выделяется максимальное по мощности множество *реализуемых* кофакторов, для этого из множества уравнений алгебраического представления одного и того же кофактора выбирается одно уравнение, либо уравнение не выбирается. Этот выбор определяется решением задачи 1, которая сформулирована в терминах теории графов.

Этап 4. Корректировка многоуровневого BDD-представления векторной функции

Исходное множество формул разложений Шеннона, задающих BDD-представление (т. е. векторную булеву функцию), корректируется: формулы разложения Шеннона реализуемых кофакторов заменяются формулами дизъюнкции либо конъюнкции. Используются операции инверсии для записи формул одного из кофакторов, составляющих пару взаимно инверсных кофакторов. Находится новая (лучшая) перестановка переменных, по которой строится BDD-представление для нереализуемых (в виде двухоперандных уравнений) кофакторов.

Замечание. Алгоритмы, реализующие предлагаемый метод, могут начинать работу с произвольно выбранного нами уровня BDD.

5. Пример применения метода нахождения алгебраических представлений кофакторов

Проиллюстрируем на примере BDD (рис. 1) предложенный метод, начиная с третьего уровня BDD, кофакторы $g_1, ..., g_{10}$ которого зависят от трех переменных x_3, x_4, x_5 .

5.1. Нахождение алгебраических представлений кофакторов на третьем уровне BDD

Этап 1. Выбор формы представления кофакторов

Рассмотрим кофакторы третьего уровня и опишем способы их построения в различных формах.

• Способ 1. Построение кофакторов по формулам разложений Шеннона.

В первом способе сначала осуществляется элиминация (устранение) промежуточных переменных в формулах разложения Шеннона, получение представлений кофакторов данного уровня BDD в виде ДНФ, затем в виде совершенных ДНФ, от которых осуществляется тривиальный переход к таблицам истинности.

Рассмотрим пример получения таблиц истинности для трех кофакторов g_1 , g_7 , g_6 , заданных следующими формулами, содержащимися в (10):

$$g_1 = \overline{x}_4 s_2 \lor x_4 s_3; \quad s_2 = \overline{x}_5 \overline{x}_3; \quad s_3 = x_5 x_3; \\g_7 = \overline{x}_4 \overline{x}_5 \lor x_4 x_5; \quad g_6 = \overline{x}_4 s_5 \lor x_4 s_6; \\s_5 = \overline{x}_5 \overline{x}_3 \lor x_5; \quad s_6 = \overline{x}_5 \overline{x}_3 \lor x_5 x_3.$$

Требуется элиминировать промежуточные переменные s_2 , s_3 , s_5 , s_6 , которые входят в формулы, представляющие данные кофакторы, и получить представления кофакторов в виде ДНФ, затем в виде совершенных ДНФ:

$$g_1 = \overline{x}_4(\overline{x}_3\overline{x}_5) \lor x_4(x_3x_5) = \overline{x}_3\overline{x}_4\overline{x}_5 \lor x_3x_4x_5;$$

$$g_7 = \overline{x}_4\overline{x}_5 \lor x_4x_5 =$$

$$= \overline{x}_3\overline{x}_4\overline{x}_5 \lor x_3\overline{x}_4\overline{x}_5 \lor \overline{x}_3x_4x_5 \lor x_3x_4x_5;$$

$$g_6 = \overline{x}_4(\overline{x}_3\overline{x}_5) \lor x_4(\overline{x}_3\overline{x}_5 \lor x_3x_5) = \\ = \overline{x}_3\overline{x}_4\overline{x}_5 \lor \overline{x}_3x_4\overline{x}_5 \lor x_3x_4x_5.$$

Легко проверить, что

$$g_7 \& g_6 = (\overline{x}_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5 \lor x_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5 \lor \overline{x}_3 x_4 x_5 \lor x_3 x_4 x_5) \&$$
$$\& (\overline{x}_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5 \lor \overline{x}_3 x_4 \overline{x}_5 \lor x_3 x_4 x_5) = \overline{x}_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5 \lor x_3 x_4 x_5 = g_1.$$

Кофактор g_1 может быть выражен в виде конъюнкции $g_1 = g_7 \& g_6$.

Очевидно, что по совершенным ДНФ либо таблицам истинности легко проверить возможность представления заданного кофактора в виде дизъюнкции либо конъюнкции двух других кофакторов, представленных в таких же формах.

 Способ 2. Нахождение ортогонализованных ДНФ, задающих области определения кофакторов.

Из BDD можно получить области определения как исходных функций, так и любого из кофакторов, это подробно описано в работе [5]. Каждому пути из корневой вершины BDD, помеченной функцией f_i , к листовой вершине 1 элементарная соответствует конъюнкция, включающая дуги (литералы) x_i, \bar{x}_i на этом пути. При этом дуге, помеченной символом 0, соответствует отрицательный литерал \overline{x}_i ; дуге, помеченной символом 1, — положительный литерал x_i, а всем путям между указанными вершинами — дизъюнкция получаемых элементарных конъюнкций, образующая ортогонализованную ДНФ $D_{f_i}^1$. Пути из корневой вершины f_j к листовой вершине 0 задают ортогонализованную ДНФ $\hat{D}_{f_i}^0$. При построении ДНФ, описывающих области определения кофактора, вместо корневой вершины BDD рассматривается функциональная вершина данного кофактора.

Например, области нулевых и единичных значений кофакторов g_1, g_7, g_6 , полученные из графа BDD (рис. 1), задаются следующими ортогонализованными ДНФ:

$$D_{g_1}^0 = \overline{x}_4 x_5 \lor x_4 \overline{x}_5 \lor \overline{x}_3 x_4 x_5 \lor x_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5;$$

$$D_{g_1}^1 = \overline{x}_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \lor x_1 x_2 x_3;$$

$$D_{g_7}^0 = \overline{x}_4 x_5 \lor x_4 \overline{x}_5; \quad D_{g_7}^1 = \overline{x}_4 \overline{x}_5 \lor x_4 x_5;$$

$$D_{g_6}^0 = x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \lor \overline{x}_3 x_4 x_5 \lor x_3 x_4 \overline{x}_5;$$

$$D_{g_6}^1 = \overline{x}_4 x_5 \lor x_3 x_4 x_5 \lor \overline{x}_3 x_4 \overline{x}_5.$$

Данные ДНФ в матричном виде даны в табл. 4. Обратим внимание на то, что троичные векторы, задающие элементарные конъюнкции в областях определения каждой из функций (либо каждого из кофакторов), являются попарно ортогональными. Это обеспечивает эффективность логических операций над BDD. От табл. 4 можно легко перейти к табл. 5, выписав все различные элементарные конъюнкции, входящие в ДНФ, задающие области определения компонентных функций g_1, g_7, g_6 векторной функции $\mathbf{g} = (g_1, g_7, g_6)$. Ортогонализованная форма кофакторов дана в табл. 5. Единицы в матрице \mathbf{T}^g (табл. 5) задают *вхождения* элементарных конъюнкций в соответствующую ДНФ. Чтобы получить ортогонализованную форму, требуется обеспечить попарную ортогональность каждой пары элементарных конъюнкций в матрице \mathbf{T}^x . В орто-

Таблица 4

Исходное задание областей значений кофакторов g_1, g_7, g_6 в виде ДНФ

Компонентная функция	$x_3 x_4 x_5$	Значение	Область значений	
<i>g</i> 1	$\begin{array}{c} - \ 0 \ 1 \\ - \ 1 \ 0 \\ 0 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 0 \ 0 \end{array}$	0 0 0 0	$M^{0}_{g_{1}}$	
	$\begin{array}{c} 0 \ 0 \ 0 \\ 1 \ 1 \ 1 \end{array}$	1	$M^1_{g_1}$	
	-01 - 10	0 0	$M^{0}_{g_7}$	
87	-00 - 11	1	$M^1_{g_7}$	
	$ \begin{array}{c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} $	0 0 0	$M^{0}_{g_6}$	
<i>g</i> 6	$\begin{array}{c} 0 \ 0 \ 0 \\ - \ 0 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ 0 \ 1 \ 0 \end{array}$	1 1 1 1	$M^1_{g_6}$	

Таблица 5

Система ДНФ компонент векторной функции $g = (g_1, g_7, g_6)$

\mathbf{T}^{x}	T ^g
$x_3 x_4 x_5$	<i>g</i> ₁ <i>g</i> ₇ <i>g</i> ₆
$ \begin{array}{c} -0 \ 1 \\ -1 \ 0 \\ 0 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \\ 1 \ 1 \\ -0 \ 0 \\ -1 \ 1 \\ 1 \ 1 \\ 0 \ 1 \ 0 \end{array} $	0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1

Таблица 7

Таблица б

Ортогонализованная форма системы ДНФ компонент векторной функции $g = (g_1, g_7, g_6)$

T ^x	\mathbf{T}^{g}
$x_3 x_4 x_5$	$g_1 g_7 g_6$
$\begin{array}{c} - & 0 & 1 \\ - & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$	0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 1 1 1 1

гонализованной системе функций (табл. 6) элементы матрицы \mathbf{T}^{g} будут представлять значения функций на соответствующих троичных векторах — интервалах булева пространства [18].

По последней таблице (табл. 6) видно, что кофактор g_1 может быть выражен в виде конъюнкции: $g_1 = g_7 \& g_6$.

Утверждение. Приведенные в таблицах 1 и 2 условия для проверки условий существования (либо не существования) представлений $\varphi(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) \lor f_2(\mathbf{x})$, $\varphi(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) \& f_2(\mathbf{x})$ справедливы для задания функций как таблицами истинности, так и ортогонализованными формами.

Для удобства дальнейшего изложения примера перейдем от ДНФ $D_{g_1}^0$ к совершенной ДНФ:

$$D_{g_1}^0 = \overline{x}_4 x_5 \lor x_4 \overline{x}_5 \lor \overline{x}_3 x_4 x_5 \lor x_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5 =$$

= $(\overline{x}_3 \lor x_3) \overline{x}_4 x_5 \lor (\overline{x}_3 \lor x_3) x_4 \overline{x}_5 \lor \overline{x}_3 x_4 x_5 \lor x_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5 =$
= $\overline{x}_3 \overline{x}_4 x_5 \lor x_3 \overline{x}_4 x_5 \lor \overline{x}_3 \overline{x}_4 x_5 \lor x_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5 \lor \overline{x}_3 \overline{x}_4 \overline{x}_5 \lor \overline{x$

Заметим, что ДНФ $D_{g_1}^1 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \lor x_1 x_2 x_3$ содержит две полные элементарные конъюнкции и уже является совершенной ДНФ. По двум совершенным ДНФ, задающим области нулевых и единичных значений кофактора g_1 , легко строится таблица истинности (табл. 7) для g_1 . Аналогично могут быть рассмотрены остальные кофакторы. Все кофакторы $g_1, ..., g_9$, зависящие от переменных x_3, x_4, x_5 , даны в табл. 7, являющейся таблицей истинности для кофакторов третьего уровня BDD. Легко видеть, что в табл. 7 нет пар взаимно инверсных кофакторов третьего уровня BDD.

• *Способ 3*. Использование операций над BDD. Проверка возможности алгебраического представления заданного кофактора *g*, в виде

представления заданного кофактора g_r в виде дизъюнкции либо конъюнкции двух других кофакторов g_i , g_j может быть сведена к логической операции над соответствующими BDD. Как показано в работе [1], сначала выполня-

Кофакторы третьего уровня BDD (рис. 1)

$x_3 x_4 x_5$	g_1	g_2	<i>g</i> ₃	g_4	g 5	g_6	<i>g</i> ₇	g_8	g 9	g_{10}
000	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
001	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
010	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
011	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1
100	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1
101	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
110	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
111	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1

ется операция слияния BDD, реализующих g_i , g_j , после чего над листовыми вершинами полученной BDD выполняется выбранная логическая операция, затем выполняется операция сокращения BDD. Примеры выполнения логических операций над BDD приведены также в работе [5, с. 87]. Полученная сокращенная BDD сравнивается с BDD, реализующей кофактор g_r . Если эти BDD эти равны, то кофактор g_r может быть представлен в виде дизъюнкции (либо конъюнкции, если над парой BDD выполнялась конъюнкция) кофакторов g_i , g_i .

Этап 2. Построение всех вариантов алгебраических представлений кофакторов

В рассматриваемом примере все возможные представления кофакторов в виде девяти уравнений заданы в табл. 8. Для этого для каждого кофактора g_i (i = 1, ..., 10) перебираются пары g_j g_p ($j, p = 1, ..., 10, j \neq i, p \neq i$) и проверяется, выполняется равенство $g_i = g_j \& g_p$ либо равенство $g_i = g_j \lor g_p$.

Таблица 8

Варианты алгебраического представления кофакторов

Номер уравнения	Уравнение
1	$g_1 = g_7 \& g_6$
2	$g_3 = g_2 \& g_5$
3	$g_3 = g_2 \& g_{10}$
4	$g_5 = g_7 \& g_{10}$
5	$g_6 = g_1 \lor g_4$
6	$g_7 = g_3 \lor g_1$
7	$g_7 = g_5 \vee g_1$
8	$g_7 = g_2 \lor g_1$
9	$g_7 = g_2 \lor g_5$

Этап 3. Нахождение множества реализуемых кофакторов

Построим ориентированный граф G, задающий формулы алгебраических представлений кофакторов (будем называть их логическими уравнениями, либо просто уравнениям). Вершинам графа G соответствуют кофакторы, которые упоминаются в уравнениях, обозначим это множество кофакторов K_{Y} , а K_{Z} обозначим множество кофакторов, не участвующих в уравнениях. Граф для найденных девяти $g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_{10}$ }. Всех кофакторов десять, однако в уравнениях (табл. 8) кофакторы g_8 , go не упоминаются, поэтому в графе для них нет соответствующих вершин, $K_Z = \{g_8, g_9\}$. Дуги, соответствующие операндам алгебраически представленного кофактора (результату логической операции), помечены одним и тем же числом — номером уравнения. Каждое уравнение задается подграфом с тремя вершинами и двумя помеченными дугами: вершина, соответствующая представимому кофактору, имеет две заходящие дуги (с одной и той же пометкой — номером уравнения). Вершины, соответствующие операндам уравнения, инцидентны исходящим дугам. Например, пятому уравнению $g_6 = g_1 \lor g_4$ соответствует подграф с тремя вершинами g_1, g_4, g_6 : в вершину g_6 заходят из вершин g_1, g_4 дуги, помеченные числом 5 — номером уравнения. Если кофактор в уравнении разложения Шеннона содержит один либо два литерала, то для него на этапе 2 не строятся алгебраические представления, поэтому соответствующая данному кофактору вершина в графе G не имеет заходящих дуг.

Введем понятие кластера (подмножества вершин графа *G*). В кластер входят вершины, соответствующие уравнениям с одним и тем же кофактором в левой части. Именем оди-



Рис. 2. Граф G зависимости кофакторов

наковых кофакторов и обозначается кластер. В рассматриваемом примере графа G кластерами являются g_3, g_7 .

Граф G, построенный для найденных девяти уравнений, дан на рис. 2. Заметим, что каждой из вершин графа соответствует кофактор, уравнение которого содержит четыре литерала (см. формулы (10)).

С использованием графа *G* задача нахождения наибольшего числа уравнений сводится к следующей задаче.

Задача 1. В графе G требуется оставить в каждом кластере только одну вершину (условие A) и удалить из графа G такое подмножество пар одинаково помеченных дуг, чтобы граф G стал ациклическим (условие B) и содержал наибольшее число неизолированных вершин, в каждую из которых заходит только одна пара одинаково помеченных дуг (условие C).

Смысл оставления в кластере одной вершины (условие А) очевиден — кофактор при схемной реализации достаточно представить только одним уравнением. Требование ацикличности (условие В) продемонстрируем на примере двух уравнений $g_6 = g_1 \lor g_4; g_1 = g_6 \& g_7$ из рассматриваемого примера. Данные уравнения в графе G создают цикл, т. е. логическое противоречие в требовании алгебраического (и схемного) представления кофакторов: чтобы выразить g₆ в виде конъюнкции $g_6 = g_1 \lor g_4$, требуется кофактор g₁; однако, чтобы получить g₁ в виде $g_1 = g_6 \& g_7$, требуется схема, реализующая g_6 . Условие С требует, чтобы возможно большее число кофакторов было представлено в виде конъюнкции либо дизъюнкции.

После решения задачи 1 множество K_{Y} вершин графа G разбивается на три попарно непересекающихся подмножества. Вершины, не имеющие заходящих дуг, но имеющие исходящую дугу, соответствуют нереализуемым кофакторам. Вершины, имеющие одну пару заходящих дуг (с одной и той же пометкой), соответствуют реализуемым кофакторам. Вершины, которые оказались изолированными, например, при удалении дуг для удовлетворения условия В, не будут участвовать в уравнениях и зачисляются в множество K_Z также нереализуемых кофакторов. Реализуемый кофактор будет записан в виде уравнения (двухоперандной дизъюнкции либо конъюнкции) в результирующее многоуровневое представление системы булевых функций, а затем при логическом синтезе будет схемно реализован.

Для решения задачи 1 предлагается использовать следующий эвристический алгоритм.

Шаг 1. Сокращение числа вершин в кластерах.

Целью шага 1 является удаление вершин в кластерах и оставление в каждом кластере только одной вершины.

Шаг 1.1. Упорядочить кластеры по возрастанию (неубыванию) числа содержащихся в них вершин и рассматривать кластеры в этом порядке.

Шаг 1.2. Удаление вершин в кластере.

Положить пустым текущее множество T вершин: $T = \emptyset$. Каждая оставленная вершина g_r в кластере, в которую заходят одноименно помеченные дуги, инцидентные вершинам g_i , g_j , пополняет множество T элементами g_i , g_r .

Для выбора оставляемой в первом кластере вершины применяется эвристика 1.

Эвристика 1. Каждая вершина g_r кластера, имеющая заходящие дуги из вершин g_i , g_j , оценивается суммарным числом W_{qr} исходящих дуг из вершин g_i , g_j . Оставляется в кластере та вершина g_s , которой соответствует максимальное значение W_{qr} .

Вершины, которые не остались в кластере, удаляются из графа вместе с заходящими в них дугами. В множество T заносятся три вершины — это вершина g_s и две вершины, инцидентные заходящим в вершину g_s дугам.

Для следующих рассматриваемых кластеров используется эвристика 2.

Эвристика 2. В кластере оставляется та вершина, которая имеет две заходящие дуги из вершин множества *T*; если такой вершины нет, то оставляется та вершина, которая имеет одну заходящую дугу из вершин множества *T*. Если нет вершин, для которых эвристика 2 выполняется, то для оставления вершины в кластере используется эвристика 1. Вершины, которые не остались в кластере, удаляются из графа вместе с заходящими в них дугами.

Шаг 1.2 (и шаг 1) считается выполненным, когда в каждом кластере останется по одной вершине.

Шаг 2. Удаление пар одинаково помеченных дуг для получения ациклического графа G.

Шаг 2 выполняется, если граф G содержит циклы, т. е. не является ациклическим. Для графа G, содержащего циклы, выполняются следующие шаги 2.1, 2.2. 2.3, до тех пор, пока граф не станет ациклическим.

Шаг 2.1. Находятся все циклы графа G.

Шаг 2.2. Каждая пара дуг с одинаковой пометкой (номером) p оценивается числом C_p циклов, которые могут быть разорваны при удалении из графа данной пары дуг. Шаг 2.3. Удаляется пара дуга с пометкой p, которой соответствует максимальное значение числа C_p . Переход на шаг 2.1.

Проиллюстрируем алгоритм на примере графа *G* (рис. 2).

Шаг 1. Порядок рассмотрения кластеров $\langle g_3, g_7 \rangle$.

По эвристике 1 на шаге 1.2 в кластере g_3 оставляем вершину с заходящими дугами g_2 , g_5 , так как суммарное число W_{q3} исходящих дуг для нее равно семи. Полагаем $T = \{g_2, g_5, g_3\}$. Для кластера g_7 выбираем вершину с заходящими дугами g_2 , g_5 (эвристика 2), так как в этом случае в множестве $T = \{g_2, g_5, g_3\}$ и имеются две общие вершины g_2 , g_5 , после чего после шага 1 граф G имеет вид, представленный на рис. 3, a.

Шаг 2. Чтобы разорвать два цикла (первый цикл — $\{g_1, g_6\}$, второй цикл — $\{g_5, g_7\}$), удаляем пары дуг с пометками 1 и 4, результирующий граф, в вершины g_3, g_7, g_6 которого заходит по паре дуг с одинаковыми пометками, соответствует выбранным трем уравнениям: $g_3 = g_2 \& g_5$, $g_7 = g_2 \lor g_5, g_6 = g_1 \lor g_4$.

Полученное решение означает, что три представимых кофактора g_3 , g_7 , g_6 могут быть представлены в виде дизъюнкции либо конъюнкции четырех кофакторов g_2 , g_5 , g_1 , g_4 .

Покажем, что применяемые эвристики позволяют получать приближенное решение задачи 1. Если на шаге 1 в первом рассматриваемом кластере g_3 будет оставлена вершина, имеющая заходящие дуги из вершин g_2 , g_{10} , то можно получить четыре алгебраически представимых кофактора.

Шаг 1. Порядок рассмотрения кластеров $\langle g_3, g_7 \rangle$. Оставляем вершину кластера g_3 , имеющую заходящие дуги из вершин g_2, g_{10} , полагаем $T = \{g_2, g_{10}, g_3\}$. Для второго кластера g_7 выбираем вершину с дугами, имеющими пометку 8 и



Рис. 3. Граф G после выполнения шага 1: *a* — по эвристике 1; *б* — другой вариант

инцидентными вершинам g_1, g_2 , так как $g_2 \in T$, где $T = \{g_2, g_{10}, g_3\}$ (по эвристике 1 имеется одна вершина, входящая в множество T). Например, для вершины из кластера g_7 с дугами, имеющими пометку 6 и инцидентными вершинам g_1, g_7 , легко видеть, что $g_1 \notin T, g_7 \notin T$, и эвристика 1 неприменима. В результате выполнения первого шага граф G имеет вид, представленный на рис. 3, δ .

Шаг 2. В графе (рис. 3, б) имеются два цикла $\{g_1 \ g_6\}, \{g_1 \ g_7\}$. Удаление пары дуг с пометкой 1 разрывает оба цикла. Результирующий ациклический граф, полученный в результате эвристического алгоритма, показан на рис. 4. Данному графу (рис. 4) соответствуют четыре уравнения: $g_3 = g_2 \& g_{10}; g_5 = g_7 \& g_{10}; g_6 = g_1 \lor g_4; g_7 = g_1 \lor g_2$. Логическая схема, реализующая данные уравнения, показана на рис. 5, на котором видно, что четыре кофактора g_2, g_{10}, g_1, g_4 позволяют получить алгебраические представления четырех кофакторов g_3, g_5, g_6, g_7 . В результате решения задачи 1 в графе G не оказалось изолированных вершин, поэтому в множество $K_Z = \{g_8, g_9\}$ другие кофакторы не добавились.



Рис. 4. Ациклический граф G после выполнения шага 2



Рис. 5. Логическая схема, реализующая алгебраические представления кофакторов

Эвристика 1 ориентирована на то, чтобы при выборе вершины, оставляемой в кластере, в графе остались те вершины, из которых исходит возможно больше дуг. чтобы можно было позже использовать эти дуги в качестве заходяших для других вершин графа (т. е. эвристика 1 косвенным образом ориентирована на реализацию возможно большего числа кофакторов). Эвристика 2 ориентирована на минимизацию числа кофакторов, входящих в множество уравнений для реализуемых кофакторов, с учетом того, что если таких кофакторов будет меньше, то менее сложным будет функциональное описание, которое представляется в виде нижних уровней BDD. Здесь нужен определенный компромисс, так как увеличение числа таких кофакторов может увеличить число реализуемых кофакторов.

Если осуществить перебор всех вариантов оставления в кластерах по одной вершине и перебор вариантов удаления подмножеств вершин для получения ациклического графа G, то можно получить точное решение задачи 1 для выбранного уровня BDD. Однако следует принять во внимание то обстоятельство, что при таком подходе не учитывается сложность BDD, реализующей оставшиеся (не являющиеся реализуемыми) кофакторы, и, тем более, сложность схемной реализации полученного функционального описания как по старой, так и по новой перестановке переменных, которая ищется на этапе 4. Приведенные в разд. 6.2 данной статьи результаты эксперимента свидетельствуют о том, что для задач практической размерности число кофакторов (вершин графа G) на одном уровне BDD может достигать сотен и тысяч, а число уравнений (дуг графа G) — десятков тысяч. Такая размерность графа G обусловливает необходимость разработки эффективных эвристических алгоритмов решения задачи 1. Основу таких алгоритмов могут составлять процедура проверки графа на ацикличность (с предъявлением цикла, если граф не является ациклическим) и процедура разрыва предъявленного цикла путем удаления дуг.

Этап 4. Корректировка многоуровневого BDD-представления векторной функции

Удалив из совокупности формул (10) логические уравнения, относящиеся только к кофакторам g_3 , g_5 , g_6 , g_7 , и заменив их уравнениями $g_3 = g_2 \& g_{10}$; $g_5 = g_7 \& g_{10}$; $g_6 = g_1 \lor g_4$; $g_7 = g_1 \lor g_2$, получим совокупность формул:

$$f_{1} = \overline{x}_{1}h_{1} \vee x_{1}h_{2}; \quad f_{2} = \overline{x}_{1}h_{2} \vee x_{1}h_{3}; \quad f_{3} = \overline{x}_{1}h_{4} \vee x_{1}h_{5}; f_{4} = \overline{x}_{1}h_{4} \vee x_{1}h_{6}; \quad f_{5} = \overline{x}_{1}h_{6} \vee x_{1}h_{7}; h_{1} = \overline{x}_{2}g_{1} \vee x_{2}g_{3}; \quad h_{2} = \overline{x}_{2}g_{2} \vee x_{2}g_{8}; h_{3} = \overline{x}_{2}g_{5} \vee x_{2}g_{6}; \quad h_{4} = \overline{x}_{2}g_{6} \vee x_{2}g_{7}; h_{5} = \overline{x}_{2}g_{6} \vee x_{2}g_{10}; \quad h_{6} = \overline{x}_{2}g_{4} \vee x_{2}g_{9}; h_{7} = \overline{x}_{2}g_{8} \vee x_{2}g_{10}; \qquad (11) g_{3} = g_{2} \& g_{10}; g_{5} = g_{7} \& g_{10}; g_{6} = g_{1} \vee g_{4}; g_{7} = g_{1} \vee g_{2}; g_{1} = \overline{x}_{4}s_{2} \vee x_{4}s_{3}; \quad g_{2} = \overline{x}_{4}\overline{x}_{5} \vee x_{4}s_{1}; g_{4} = \overline{x}_{4}x_{5} \vee x_{4}s_{2}; \quad g_{8} = \overline{x}_{4}s_{3} \vee x_{4}s_{4}; g_{9} = \overline{x}_{4}s_{2} \vee x_{4}\overline{x}_{5}; \quad g_{10} = \overline{x}_{4}x_{3} \vee x_{4}x_{5}; s_{0} = \overline{x}_{5}x_{3}; \quad s_{1} = x_{5}\overline{x}_{3}; \quad s_{2} = \overline{x}_{5}\overline{x}_{3}; s_{3} = x_{5}x_{3}; \quad s_{4} = \overline{x}_{5} \vee x_{5}x_{3}.$$

На рис. 6 показано результирующее BDDпредставление кофакторов g_1 , g_2 , g_4 , g_8 , g_9 , g_{10} (на рис. 6 они не отмечены кружками) после нахождения *новой перестановки* $\langle x_4, x_3, x_5 \rangle$. Многоуровневому представлению векторной функции из табл. 3, полученному после рассмотрения третьего уровня BDD, соответствует совокупность формул:

$$\begin{aligned} f_1 &= \overline{x}_1 h_1 \lor x_1 h_2; \ f_2 &= \overline{x}_1 h_2 \lor x_1 h_3; \ f_3 &= \overline{x}_1 h_4 \lor x_1 h_5; \\ f_4 &= \overline{x}_1 h_4 \lor x_1 h_6; \ f_5 &= \overline{x}_1 h_6 \lor x_1 h_7; \\ h_1 &= \overline{x}_2 g_1 \lor x_2 g_3; \ h_2 &= \overline{x}_2 g_2 \lor x_2 g_8; \\ h_3 &= \overline{x}_2 g_5 \lor x_2 g_6; \ h_4 &= \overline{x}_2 g_6 \lor x_2 g_7; \\ h_5 &= \overline{x}_2 g_6 \lor x_2 g_{10}; \ h_6 &= \overline{x}_2 g_4 \lor x_2 g_9; \\ h_7 &= \overline{x}_2 g_8 \lor x_2 g_{10}; \\ g_3 &= g_2 \& g_{10}; g_5 &= g_7 \& g_{10}; \\ g_6 &= g_1 \lor g_4; g_7 &= g_1 \lor g_2; \\ g_1 &= \overline{x}_4 w_0 \lor x_4 w_2; \ g_2 &= \overline{x}_4 \overline{x}_5 \lor x_4 w_1; \\ g_4 &= \overline{x}_4 x_5 \lor x_4 w_0; \ g_8 &= \overline{x}_4 w_2 \lor x_4 w_3; \\ g_9 &= \overline{x}_4 w_0 \lor x_4 \overline{x}_5; \ g_{10} &= \overline{x}_4 x_3 \lor x_4 x_5; \\ w_0 &= \overline{x}_5 \overline{x}_3; \ w_1 &= \overline{x}_5 x_3; \ w_2 &= x_5 x_3; \ w_3 &= \overline{x}_3 \overline{x}_5 \lor x_3. \end{aligned}$$

5.2. Нахождение алгебраических представлений кофакторов на втором уровне BDD

На втором уровне BDD (рис. 6) имеются кофакторы $w_0, w_1, ..., w_7, w_8$ (табл. 9). Кофакторы w_1, w_3 являются взаимно инверсными ($w_3 = \overline{w_1}$).

Таблица 9

Кофакторы второго уровня BDD (рис. 6)

$x_3 x_5$	w_0	<i>w</i> ₁	<i>w</i> ₂	<i>w</i> ₃	<i>w</i> ₄	<i>w</i> ₅	<i>w</i> ₆	<i>w</i> ₇	<i>w</i> ₈
0 0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
01	0	1	0	0	0	0	1	1	0
10	0	0	0	1	1	1	0	0	1
11	0	0	1	1	1	0	1	1	0



Рис. 6. Алгебраические представления кофакторов третьего уровня BDD по перестановке $< x_4, x_3, x_5 >$

Для кофакторов, равных переменным либо их инверсиям ($w_4 = x_3$, $w_6 = w_7 = x_5$, $w_5 = w_8 = \bar{x}_5$), нет смысла искать их алгебраические представления в виде дизъюнкции либо конъюнкции. Для кофакторов w_0 , w_1 , w_2 на этапе 2 не находятся алгебраические представления. Этапы 3 и 4 не выполняются, формулы (12) являются *результирующими* для предложенного метода дополнительной минимизации BDD-представлений векторных булевых функций.

6. Экспериментальные исследования

6.1. Оценки сложности функциональных описаний и логических схем

В табл. 10 для различных способов логической оптимизации одной и той же векторной булевой функции (см. табл. 3) даны оценки сложности функциональных и схемных реализаций (логических схем). Для получения минимизированной системы ДНФ использовалась программа из работы [19], минимизация BDD-представлений осуществлялась во всех случаях программой из работы [20].

Все полученные представления векторной функции были записаны на языке VHDL [21], затем по данным пяти VHDL-описаниям были синтезированы логические схемы в одной и той же библиотеке логических эле-

Таблица 10

Функциональное описание		Сложность функцио- нального описания				Сложность логической схемы из библиотечных элементов		
		d	k	Р	Площадь	Число логиче- ских элементов	Задержка схемы, нс	
Минимизированная система ДНФ (табл. 9)	0	39	142	186	18531	54	3,23	
ВDD по перестановке $< x_1, x_2, x_4, x_3, x_5 >$	24	25	52	106	16634	49	3,15	
Исходная BDD по перестановке $\langle x_1, x_2, x_4, x_5, x_3 \rangle$, формулы (10)	25	26	54	109	15713	46	3,78	
Алгебраическое представление кофакторов третьего уровня BDD, формулы (11), реализация кофакторов по перестановке < <i>x</i> ₄ , <i>x</i> ₅ , <i>x</i> ₃ >	22	21	43	91	14486	43	3,72	
Алгебраическое представление кофакторов третьего уровня BDD, формулы (12), реализация кофакторов по перестановке $\langle x_4, x_3, x_5 \rangle$	21	21	42	89	14486	43	3,70	

Сравнение способов логической оптимизации

ментов и при одинаковых установках опций, управляющих процессом синтеза в синтезаторе LeonardoSpectrum [22]. В табл. 10 используются следующие обозначения: α — число внутренних переменных в функциональном описании; d — число двухоперандных операций дизъюнкции; k — число двухоперандных операций конъюнкции; P — число литералов в функциональном описании. Площадь схемы — суммарная площадь всех элементов подсчитывалась в условных единицах.

Результаты эксперимента для промышленных примеров

Имя примера	n	т	K	Y	R
Add6	12	7	352	904	25
Addm4	9	8	214	606	56
Alu1	12	8	8	0	0
B9	16	5	236	48	9
Br1	12	8	125	106	35
In0	15	11	582	1308	161
Life	9	1	38	16	12
Intb	15	7	675	3245	303
Log8mod	8	5	57	24	7
Mlp4	8	8	139	191	31
P82	5	14	39	51	11
Root	8	5	68	21	8
Tial	14	8	584	1124	158
Tsm	8	16	118	200	27
Z9sym	9	1	30	0	0

Таблица 11

Результаты эксперимента позволяют сделать вывод о том, что для рассмотренного в статье примера получения многоуровневых BDD-представлений, в которых затем осуществляется дополнительная логическая оптимизация — поиск алгебраических представлений кофакторов, она позволяет находить как более простые функциональные описания, так и менее сложные логические схемы, получаемые по этим описаниям в результате логического синтеза. Заметим, что синтезатор LeonardoSpectrum имеет собственные программно реализованные алгоритмы оптимизации, которые для различных функциональных описаний цифровых устройств малой размерности дают одинаковые результаты. Этим объясняются одинаковые результаты синтеза в последних двух строках табл. 10, хотя сложность описаний по числу логических операций и литералов различна.

6.2. Нахождение алгебраических представлений кофакторов для потока промышленных примеров

Для потока [23] промышленных примеров (систем ДНФ булевых функций) с помощью программы из работы [20] были построены графы BDD, для каждого из которых на каждом уровне BDD (исключая корневой и первый уровень разложение по последней переменной) находились кофакторы. Для каждого из кофакторов находились все возможные различные алгебраические представления (уравнения) и решалась задача 1 нахождения наибольшего числа реализуемых кофакторов. Результаты эксперимента представлены в табл. 11, в которой используются следующие обозначения: n — число переменных; m — число функций в системе ДНФ; K — число кофакторов на всех уровнях BDD (т. е. число вершин BDD за исключением корневых, листовых и вершин первого уровня); Y — число всех уравнений для алгебраически представимых кофакторов; R — число найденных реализуемых кофакторов (число уравнений разложения Шеннона, замененных двухоперандными дизъюнкциями либо конъюнкциями).

Результаты эксперимента свидетельствуют о том, что для рассмотренного потока примеров систем булевых функций большинство из примеров содержат в многоуровневых BDDпредставлениях до 40 % кофакторов, которые имеют алгебраические представления, и вариантов таких представлений (уравнений) для одного кофактора может быть достаточно много.

Заключение

Предложенный в статье метод позволяет дополнительно упрощать многоуровневые BDDпредставления систем полностью определенных функций, используя алгебраические дизъюнктивные и конъюнктивные представления подфункций, находящихся на одном уровне BDD. Метод легко обобщается на другие алгебраические представления, использующие булевы функции, существенно зависящие от двух аргументов. Такая дополнительная оптимизация по числу литералов в логических уравнениях, соответствующих BDD, приводит к более простым функциональным описаниям, по которым осуществляется синтез комбинационных логических схем в различных технологических базисах.

Список литературы

1. **Кнут** Д. Э. Искусство программирования. Т. 4. А. Комбинаторные алгоритмы. Часть 1: Пер. с англ.: ООО "И. Д. Вильямс", 2013. 960 с.

2. **Карпов Ю. Г.** MODEL CHECKING. Верификация параллельных и распределенных программных систем. СПб.: БХВ-Петербург, 2010. 560 с.

3. **Handbook** of Satisfiability (ed. by Biere A., Heule M., Van Maaren H., Walsh T.). 2009. 980 p.

4. Чэнь М., Цинь К., Ку Х.-М., Мишра П. Валидация на системном уровне. Высокоуровневое моделирование и управление тестированием. М.: Техносфера, 2014. 296 с.

5. Бибило П. Н. Применение диаграмм двоичного выбора при синтезе логических схем. Минск: Беларус. навука, 2014. 231 с. 6. **Bryant R. E.** Graph-based algorithms for boolean functions manipulation // IEEE Trans. on Computers. 1986. Vol. C-35, N. 8. P. 677–691.

7. **Rudell R.** Dynamic variable ordering for ordered binary decision diagrams // Computer-Aided Design: proc. of the 1993 IEEE/ACM intern. conf., Santa Clara, 7–11 Nov. 1993. IEEE Computer Society Press. Los Alamitos, 1993. P. 42–47.

8. **Ebendt R., Gunther W., Drechsler R.** An improved branch and bound algorithm for exact BDD minimization // Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2003. Vol. 22, N. 12. P. 1657–1663.

9. Ebendt R., Fey G., R. Drechsler R. Advanced BDD optimization. Springer, 2005. 222p.

10. **Drechsler R., Becker B.** Binary Decision Diagrams: Theory and Implementation. Springer, 1998. 210 p.

11. **Bryant R. E., Meinel C.** Ordered Binary Decision Diagrams // Logic synthesis and verification (ed. by S. Hassoun, T. Sasao, R. K. Brayton). Kluwer Academic Publishers, 2002. P. 285–307.

12. **Meinel C., Theobald T.** Algorithms and Data Structures in VLSI Design: OBDD — Foundations and Applications. Berlin Heidelberg. Springer-Verlag, 1998. 267 p.

13. Dutta A., Baishnab K. L., Chaudhary S. A New Evolutionary Algorithm based BDD Optimization for Area and Power // International Journal of Electronic and Electrical Engineering. 2010. Vol. 3, N. 3. P. 147–160.

14. Lindgren P., Kerttu M., Thornton M., Drechsler R. Low Power Optimization Technique for BDD Mapped Circuits // Proceedings of the ASP-DAC 2001 Asia and South Pacific Design Automation Conference 2001 (ASPDAC-01). P. 615–621.

15. Брейтон Р. К., Хэчтел Г. Д., Санджованни-Винчентелли А. Л. Синтез многоуровневых комбинационных логических схем // ТИИЭР. 1990. Т. 78, № 2. С. 38—83.

16. Yang S., Ciesielski M. BDS: a BDD-based logic optimization system. // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2002. Vol. 21, N 7. P. 866–876.

17. Бибило П. Н., Ланкевич Ю. Ю. Логическая минимизация булевых сетей с использованием разложения Шеннона // Информатика. 2019. Т. 16, № 2. С. 73—89.

18. Бибило П. Н., Енин С. В. Синтез комбинационных схем методами функциональной декомпозиции. Минск: Наука и техника, 1987. 189с.

19. **Торопов Н. Р.** Минимизация систем булевых функций в классе $ДH\Phi$ // Логическое проектирование. Минск: Ин-т техн. кибернетики НАН Беларуси, 1999. Вып. 4. С. 4—19.

20. Бибило П. Н., Ланкевич Ю. Ю. Минимизация многоуровневых представлений систем булевых функций на основе разложения Шеннона // Информатика. 2017. № 2 (54). С. 45—57.

21. Ashenden P. J., Lewis J. VHDL-2008. Just the New Stuff. Burlington, MA, USA. Morgan Kaufman Publishers, 2008. 909 p.

22. Бибило П. Н. Системы проектирования интегральных схем на основе языка VHDL. StateCAD, ModelSim, LeonardoSpectrum. М.:СОЛОН-Пресс, 2005. 384 с.

23. URL: http://www1.cs.columbia.edu/~cs6861/sis/espressoexamples/ex P. N. Bibilo, Dr. Sci. (Eng.), Professor, e-mail: bibilo@newman.bas-net.by,
 V. I. Romanov, Ph. D. (Eng.), e-mail: rom@newman.bas-net.by,
 The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, 220012, Republic of Belarus

Minimization of Binary Decision Diagrams for Systems of Completely Defined Boolean Functions using Algebraic Representations of Cofactors

In design systems for digital VLSI (very large integrated circuits), the BDD is used for VLSI verification, as well as for technologically independent optimization, performed as the first stage in the synthesis of logic circuits in various technological bases. BDD is an acyclic graph defining a Boolean function or a system of Boolean functions. Each vertex of this graph corresponds to the complete or reduced Shannon expansion formula. Having constructed BDD representation for systems of Boolean functions, it is possible to perform additional logical optimization based on the proposed method of searching for algebraic representations of cofactors (subfunctions) of the same BDD level in the form of a disjunction or conjunction of other cofactors of this BDD level. The method allows to reduce the number of literals by replacing the Shannon expansion formulas with simpler formulas that are disjunctions or conjunctions of cofactors, and to reduce the number of literals in specifying a system of Boolean functions. The number of literals in algebraic multilevel representations of systems of guestion criterion in the synthesis of combinational circuits from library logic gates.

Keywords: system of Boolean functions, Disjunctive Normal Form (DNF), Binary Decision Diagram (BDD), Shannon expansion, digital logic synthesis, VHDL, VLSI

DOI: 10.17587/it.27.395-408

References

1. **Knut D. E.** The Art of Computer Programming, Vol. 4A: Combinatorial Algorithms, OOO "I. D. Vil'yams", 2013, 960 p. (in Russian).

2. **Karpov Yu. G.** MODEL CHECKING. Verification of parallel and distributed software systems, SPb., BHV-Peterburg, 2010, 560 p. (in Russian).

3. **Handbook** of Satisfiability (ed. by Biere A., Heule M., Van Maaren H., Walsh T.), 2009.

4. Chen M., Qin K., Ku H.-M., Mishra P. Validation at the system level. High-level simulation and testing management, Moscow, Tekhnosfera, 2014, 296 p. (in Russian).

5. **Bibilo P. N.** Application of Binary Decision Diagrams in the Synthesis of Logic Circuits, Minsk, Belaruskaja navuka, 2014, 231 p. (in Russian).

6. Bryant R. E. Graph-based algorithms for boolean functions manipulation, *IEEE Trans. on Computers*, 1986, vol. C-35, no. 8, pp. 677–691.

7. **Rudell R.** Dynamic variable ordering for ordered binary decision diagrams, *Computer-Aided Design: proc. of the 1993 IEEE/ ACM intern. conf., Santa Clara, 7–11 Nov. 1993*, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, 1993, pp. 42–47.

8. Ebendt R., Gunther W., Drechsler R. An improved branch and bound algorithm for exact BDD minimization, *Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2003, vol. 22, no. 12, pp. 1657–1663.

9. Ebendt R., Fey G., Drechsler R. Advanced BDD optimization, Springer, 2005.

10. **Drechsler R., Becker B.** Binary Decision Diagrams: Theory and Implementation, Springer, 1998.

11. **Bryant R. E., Meinel C.** Ordered Binary Decision Diagrams, Logic synthesis and verification (ed. by S. Hassoun, T. Sasao, R. K. Brayton), Kluwer Academic Publishers, 2002, pp. 285–307. 12. **Meinel C., Theobald T.** Algorithms and Data Structures in VLSI Design: OBDD — Foundations and Applications. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 1998.

13. Dutta A., Baishnab K. L., Chaudhary S. A New Evolutionary Algorithm based BDD Optimization for Area and Power, *International Journal of Electronic and Electrical Engineering*, 2010, vol. 3, no. 3, pp. 147–160.

14. Lindgren P., Kerttu M., Thornton M., Drechsler R Low Power Optimization Technique for BDD Mapped Circuits, *Proceedings of the ASP-DAC 2001 Asia and South Pacific Design Automation Conference 2001 (ASPDAC-01)*, pp. 615–621.

15. Brayton R. K., Hachtel G. D., Sangiovanni-Vincentelli A. L. Multilevel Logic Synthesis, *Trudy Institute inzhenerov po jelek-tronike i radiotehnike*, 1990, vol. 78, no. 2, pp. 38–83 (in Russian).

16. Yang S., Ciesielski M. BDS: a BDD-based logic optimization system, *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2002, vol. 21, no. 7, pp. 866–876.

17. **Bibilo P. N., Lankevich Yu. Yu.** Logical optimization of Boolean nets using Shannon expansion, *Informatika*, 2019, vol. 16, no. 2, pp. 73–89 (in Russian).

18. **Bibilo P. N., Enin S. V.** Synthesis of combinational circuits by methods of functional decomposition, Minsk, Nauka i tekhnika, 1987, 189 p. (in Russian).

19. **Toropov N. R.** Minimization of Boolean function systems in the DNF class, Logicheskoe proektirovanie, Minsk, In-t tekhn. kibernetiki NAN Belarusi, 1999, iss. 4, pp. 4–19 (in Russian).

20. **Bibilo P. N., Lankevich Yu. Yu.** Minimizing multilevel representations of systems of boolean functions based on Shannon expansion, *Informatika*, 2017, no. 2 (54), pp. 45–57 (in Russian).

21. Ashenden P. J., Lewis J. VHDL-2008. Just the New Stuff, Burlington, MA, USA, Morgan Kaufman Publishers, 2008.

22. **Bibilo P. N.** Integrated Circuit Design Systems Based on the VHDL Language. StateCAD, ModelSim, LeonardoSpectrum, Moscow, SOLON-Press Publ., 2005, 384 p. (in Russian).

23. **Available** at: http://www1.cs.columbia.edu/~cs6861/sis/ espresso-examples/ex

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ DIGITAL PROCESSING OF SIGNALS AND IMAGES

УДК 004.932

DOI: 10.17587/it.27.409-418

 А. Д. Григорьев, студент магистратуры, e-mail: grigorev.ad@phystech.edu, Московский физико-технический институт (НИУ),
 А. Н. Гнеушев, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр., e-mail: gneushev@ccas.ru,
 Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" РАН

Реидентификация с предфильтрацией по качеству изображений в задаче слежения за множеством объектов*

Рассматривается задача сопровождения множества объектов на видеоизображениях при допущении линейности и независимости движения. Сопровождение осуществляется путем решения подзадач оценки параметров объектов вдоль траекторий и назначения им измерений. Вводится добавка к матрице стоимости назначения на основе ре-идентификации кандидата путем сравнения дескрипторов изображения объектов по истории вдоль траектории с их предфильтрацией на основе показателя «качества». Вычислительный эксперимент показал эффективность предложенных методов и увеличение устойчивости слежения на открытых базах изображений пешеходов МОТ20-01 и МОТ20-02.

Ключевые слова: слежение за множеством объектов, ре-идентификация, отбор объектов для реидентификации, оценка биометрического качества

Введение

Проблема сопровождения объектов является очень актуальной в области компьютерного зрения в связи с широким распространением и использованием систем видеонаблюдения. Задачи слежения возникают как в системах безопасности, автоматизации контроля и учета, так и области беспилотных транспортных средств, робототехнике. Оперативная обработка поступающих данных в режиме реального времени позволяет снизить вычислительную нагрузку на систему и обрабатывать поступающие данные локально, независимо от наличия соединения с удаленным сервером.

Задача сопровождения объектов связана с их обнаружением на видеопоследовательности кадров, является составной частью задачи, решаемой системами идентификации и верификации объектов, оценки их пространственного положения. Для грубой локализации объектов на изображении применяются специально разработанные детекторы, которые, однако, требуют значительных вычислительных ресурсов [1—3].

В условиях наблюдения за множеством объектов на изображении использование моделей слежения помогает уточнять их координаты путем определения отдельной траектории движения каждого объекта по измерениям его положения на каждом кадре, предсказывать перемещение в будущие моменты времени. Предсказанное положение объекта дает возможность значительно уменьшить площадь областей для последующего анализа изображения, увеличить вычислительную эффективность системы в целом. Получение множества изображений одного объекта в разные моменты времени, на разных кадрах с помощью системы слежения позволяет значительно увеличить точность его идентификации на основе подходов накопления вероятности распознавания и агрегации признаков.

Задача слежения может быть решена путем восстановления траекторий объектов в видеопотоке изображений на основе обнаружения объектов на каждом кадре, при этом предполагается, что число объектов заранее неизвестно. Особый интерес представляет задача слежения, включающая дополнительное ограничение работы в онлайн-режиме (online mode), накладываемое практическими приложениями. В этом режиме в каждый момент времени

^{*}Работа поддержана грантом РФФИ № 19-07-01231.

доступна информация, полученная лишь из предыдущих по времени кадрах.

Как правило, задача сопровождения объектов в онлайн-режиме допускает представление в виде нескольких подзадач: инициализация траекторий объектов, обнаружение объекта на кадре и сопоставление его положения с оцениваемой траекторией, предсказание траектории на следующий кадр, определение конца траектории. Данные подзадачи решаются последовательно для каждого кадра видеопоследовательности.

Методы сопровождения объектов используются во множестве приложений, на которые накладываются дополнительные ограничения. Они должны быть вычислительно эффективны, работать в режиме реального времени, т. е. частота обработки кадра алгоритмом должна быть не меньше частоты кадров в видеопотоке. Часто данное ограничение приводит к упрощению используемых методов в каждой подзадаче, в частности, для подзадачи предсказания траектории на следующий кадр используют линейную модель движения объектов, если это допускается геометрией сцены наблюдения [4].

Подзадача обнаружения и локализации объекта в кадре решается с помощью различных систем детектирования, обученных на целевой класс изображений объектов. Наиболее эффективными на текущий момент являются нейросетевые детекторы, основанные на популярных архитекторах SSD [1], YOLO [2], RetinaNet [3]. Они показывают допустимую точность и относительно приемлемую скорость для большинства практических приложений, в которых возможно использование специализированных матричных процессоров. Однако нестабильность работы детекторов, ложные обнаружения и пропуски в условиях большой плотности объектов в кадре, невозможность быстрой идентификации каждого вновь найденного объекта приводит к необходимости сопоставления найденного объекта с уникальной траекторией для его реидентификации, уточнения положения и предсказания движения.

Подзадача сопоставления обнаруженного детектором объекта с его траекторией сводится к линейной задаче о назначениях с некоторой функцией стоимости, которая эффективно решается существующими методами [5, 6]. Есть различные подходы к выбору функции стоимости. Метод [4], предполагающий линейную модель движения объекта, положение которого не претерпевает существенного изменения на последовательных кадрах, использует отношение площади пересечения к площади объединения областей предсказания и обнаружения объекта, меру сходства IoU (Intersection over Union) в качестве функции стоимости в задаче о назначениях. Этот подход показывает достаточную стабильность работы для простых сценариев в задачах сопровождения. В то же время в данных работах отмечается, что в ряде случаев возникают проблемы с разрывами траекторий объектов, которые были пропущены детектором в видеопотоке на протяжении некоторого числа кадров. Эта проблема связывается со сложным движением подобных объектов, не соответствующим линейной модели.

Для решения проблемы с разрывами траекторий предлагается использовать реидентификацию временно пропадавших из кадра объектов [7]. Для этого строят признаковое описание изображения объекта (дескриптор), позволяющее сравнивать области объекта на изображении, проводить их повторное обнаружение и привязку к существующей траектории. Для получения дескриптора объекта используется сверточная нейронная сеть, выходы ее последнего полносвязного слоя формируют признаковое векторное пространство описания изображения целевого объекта. В данном пространстве вводится косинусная мера близости векторов признаков для сопоставления области объекта, предсказанной по траектории, и новых областей обнаружения объектов. Использование нейронной сети приводит к уменьшению числа неверных реидентификаций объектов в видеопотоке, но ценой увеличения вычислительной сложности алгоритма слежения.

В данной работе рассматривается задача сопровождения лиц людей по видеопоследовательности кадров и развивается подход использования реидентификации для привязки обнаруженного объекта на кадре к существующей траектории. В работе формулируется обшая задача слежения за множеством объектов на основе декомпозиции апостериорного распределения параметров объектов при допущении линейности и независимости движения. Решение сводится к фильтру Калмана и подзадаче о назначениях измерений найденного объекта и существующих траекторий с матрицей стоимости, характеризующей расстояния этих измерений от предсказанных оценок фильтром Калмана. Для увеличения устойчивости назначений вводятся поправки к коэффициентам матрицы стоимости, отражающие схожесть дескрипторов областей изображения обнаруженных объектов с ранее полученными дескрипторами вдоль траекторий. Предлагается сравнивать дескрипторы с использованием процедуры предварительного отбора кандидатов на основе оценки показателя их "качества". Показатель "качества" определяется мерой полезности изображения объекта для задачи распознавания, который предлагается оценивать на основе уверенности детектора или специально разработанных алгоритмов оценки биометрических показателей качества изображения. Предлагаемый подход позволяет увеличить эффективность процедуры реидентификации, уменьшить вероятность разрывов траекторий и некорректных привязок.

1. Постановка задачи

Дана последовательность изображений видеопотока с фиксированным шагом дискретизации по времени $\{\mathbf{I}_t\}_{t=1}^T$, где T — длина видеоряда, $\mathbf{I}_t \in \mathbf{I} \subset \mathbf{R}^{C \times H \times W}$, где C, H, W — число цветовых каналов, высота и ширина изображения соответственно. Задано множество объектов $O = \{j \mid j \in \overline{1, N}\}, N$ — число объектов в видеоряде $\{\mathbf{I}_t\}_{t=1}^T$.

Пусть $\mathbf{y}_{i,1}, ..., \mathbf{y}_{i,T}$ — измеренные наблюдаемые характеристики объекта ј в каждый момент времени $t; \mathbf{x}_{i,1}, ..., \mathbf{x}_{i,T}$ — скрытые характеристики объекта в каждый момент времени *t*, подлежащие оцениванию. Для кадра t определим измеренные характеристики $\mathbf{z}_{1,t}, \dots, \mathbf{z}_{M,t}$ неизвестных объектов, где M_t — число обнаруженных в кадре неизвестных объектов. Задача сопровождения множества объектов в онлайнрежиме состоит в нахождении совместных оценок характеристик $X_t = \{\mathbf{x}_{j,t}, | j = 1, ..., N\}$ всех объектов N на основе всех измерений данных объектов на предыдущих кадрах $Y_t = \{\mathbf{y}_{j,1}, \dots, \mathbf{y}_{j,t-1}, | j = 1, \dots, N\}$ и измеренных характеристик $Z_t = \{ \mathbf{z}_{1,t}, ..., \mathbf{z}_{M_t,t} \}$ неизвестных объектов на данном кадре t.

Предполагается, что изменения характеристик каждого объекта *j* обладают свойством марковского процесса, т. е. состояние $\mathbf{x}_{j, t}$ зависит только от состояния объекта $\mathbf{x}_{j, t-1}$ в предыдущий момент времени, причем наблюдаемые характеристики $\mathbf{y}_{j, t}$ определяются исключительно скрытыми параметрами объекта $\mathbf{x}_{j, t}$. Используя допущение о том, что изменение характеристик объекта $\mathbf{x}_{j, t}$ подчиняется линейной зависимости, можно сказать, что данный процесс для каждого объекта *j* описывается моделью линейной динамической системы (ЛДС), и все распределения в задаче задаются гауссовской моделью:

$$p(\mathbf{x}_{j,t}|\mathbf{x}_{j,t-1}) = N(\mathbf{A}_{j}\mathbf{x}_{j,t-1}, \mathbf{\Gamma}_{j});$$

$$p(\mathbf{y}_{j,t}|\mathbf{x}_{j,t}) = N(\mathbf{B}\mathbf{x}_{j,t}, \mathbf{\Sigma}_{j});$$
(1)

$$p(\mathbf{x}_{j,1}) = N(\mu_{j,0}, \mathbf{\Gamma}_{j,0}),$$

где $N(\mu, \Gamma)$ — закон нормального распределения с математическим ожиданием µ и ковариационной матрицей Г; $p(\mathbf{x}_{it}|\mathbf{x}_{it-1})$ описывает изменение состояния объекта и с матрицей А, определяет его линейный закон движения и изменения параметров со случайным шумом с ковариационной матрицей Γ_i ; $p(\mathbf{y}_{i,t} | \mathbf{x}_{i,t})$ описывает закон измерения, линейную связь между состоянием объекта и его измерениями с помошью матрицы преобразования В с добавлением нормального случайного шума с ковариационной матрицей Σ_i ; $p(\mathbf{x}_{i,1})$ — априорное нормальное распределение скрытых параметров в начальный момент времени со средними значениями µ_{i.0} и шумом с ковариационной матрицей Γ_{i0} .

Задача оценивания параметров объектов решается путем максимизации совместной апостериорной плотности вероятности их скрытых характеристик X_t при известных прошлых наблюдениях Y_t и измеренных характеристиках Z_t неизвестных объектов, обнаруженных на данном кадре:

$$\max_{X_t} p(X_t \mid Y_t, Z_t).$$
 (2)

Для определения модели объекта зададим его скрытые характеристики или состояние вектором $\mathbf{x} = (u, v, s, a, \dot{u}, \dot{v}, \dot{s})^{\mathsf{T}}$, где *u* и *v* соответствуют горизонтальной и вертикальной координатам точки центра объекта; *s* и *a* представляют площадь и соотношение сторон прямоугольника, ограничивающего объект, соответственно; $\dot{u}, \dot{v}, \dot{s}$ — скорости изменения соответствующих параметров.

В работе ставится задача сопровождения множества объектов в онлайн-режиме, нахождения оценок характеристик X_t для всех объектов N путем решения задачи (2) с введенными допущениями.

2. Декомпозиция слежения на задачи фильтрации и назначения

Примем допущения, что наблюдаемые объекты не взаимодействуют друг с другом и двигаются независимо, будем также предполагать независимость состояний, скрытых характеристик объектов друг от друга и независимость состояния объекта от измеренных ранее характеристик других объектов. Таким образом, совместную апостериорную плотность вероятности скрытых характеристик X_t можно записать в факторизованном по объектам виде:

$$p(X_{t} | Y_{t}, Z_{t}) = \prod_{j=1}^{N} p(\mathbf{x}_{j,t} | Y_{t}, Z_{t}) =$$

$$= \prod_{j=1}^{N} p(\mathbf{x}_{j,t} | \mathbf{y}_{j,1}, ..., \mathbf{y}_{j,t-1}, Z_{t}).$$
(3)

Введем реалистичное допущение, что состояние объекта $\mathbf{x}_{j,t}$ статистически связано только с параметрами одного обнаруженного в кадре объекта, но заранее неизвестного, причем от характеристик данного объекта не зависят состояния других объектов $\mathbf{x}_{j,t}$, $i \neq j$. Тогда, с учетом этого допущения выражение (3) может быть переписано в следующем виде:

$$p(X_{t}|Y_{t}, Z_{t}) =$$

$$= \prod_{j=1}^{N} \left\{ \sum_{i=1}^{M_{t}} a_{i,j} p(\mathbf{x}_{j,t} | \mathbf{y}_{j,1}, ..., \mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{z}_{i,t}) \right\} =$$

$$= \prod_{j=1}^{N} p\left(\mathbf{x}_{j,t} | \mathbf{y}_{j,1}, ..., \mathbf{y}_{j,t-1}, \sum_{i=1}^{M_{t}} a_{i,j} \mathbf{z}_{i,t} \right) =$$

$$= \prod_{j=1}^{N} p(\mathbf{x}_{j,t} | \mathbf{y}_{j,1}, ..., \mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{y}_{j,t})$$
(4)

при условиях:

$$a_{i,j} \in \{0,1\}, \ i \in \overline{1, M_t}, \ j \in \overline{1, N},$$

$$\sum_{i=1}^{M_t} a_{i,j} = 1, \ j \in \overline{1, N},$$

$$\sum_{j=1}^{N} a_{i,j} = 1, \ i \in \overline{1, M_t},$$
(5)

где

$$\mathbf{y}_{j,t} = \sum_{i=1}^{M_t} a_{i,j} \mathbf{z}_{i,t}$$
(6)

— выбранное измерение для объекта *j*. Условия (5) определяют соответствие одного измерения $\mathbf{z}_{i,t}$ одному состоянию $\mathbf{x}_{j,t}$, т. е. значение коэффициента $\mathbf{a}_{i,j} = 1$, если $\mathbf{x}_{j,t}$ зависит от наблюдения $\mathbf{z}_{i,t}$, иначе $\mathbf{a}_{i,j} = 0$. Таким образом, коэффициенты $\mathbf{a}_{i,j}$ определяют выбор апостериорной плотности вероятности состояния объекта, с которой связано измерение $\mathbf{z}_{i,t}$.

Для оценивания состояния объектов X_t оптимальный выбор измерений $\mathbf{y}_{j,t}$ для каждого объекта *j* среди всех $\mathbf{z}_{i,t}$ может быть реализован путем максимизации функции правдоподобия апостериорного распределения (4). Пусть для текущего кадра *t* имеется некоторая оценка состояния $\mathbf{x}_{j,t} = \tilde{\mathbf{x}}_{j,t}$, которая может быть получена на основе состояния $\mathbf{x}_{j,t-1}$ с предыдущего кадра с использованием модели ЛДС (1). Тогда для объекта *j* в соответствии с соотношением (4) определим функцию правдоподобия $L_{\tilde{\mathbf{x}}_{i,t}}$:

$$L_{\tilde{\mathbf{x}}_{j,t}}\left(\mathbf{y}_{j,1},\ldots,\mathbf{y}_{j,t-1},\mathbf{z}_{i,t}\right) = p\left(\tilde{\mathbf{x}}_{j,t}|\mathbf{y}_{j,1},\ldots,\mathbf{y}_{j,t-1},\mathbf{z}_{i,t}\right).$$
(7)

Выражение для максимизации функции правдоподобия $L_{\tilde{\mathbf{x}}_{j,t}}$ объекта *j* по измерениям $\mathbf{z}_{i,t}$ с учетом (6) имеет вид

$$\max_{\mathbf{z}_{i,t} \in Z_{t}} L_{\tilde{\mathbf{x}}_{j,t}}(\mathbf{y}_{j,1}, \dots, \mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{z}_{i,t}) =$$

$$= \max_{a_{i,j}} L_{\tilde{\mathbf{x}}_{j,t}}\left(\mathbf{y}_{j,1}, \dots, \mathbf{y}_{j,t-1}, \sum_{i=1}^{M_{t}} a_{i,j}\mathbf{z}_{i,t}\right) = (8)$$

$$= \max_{a_{i,j}} \sum_{i=1}^{M_{t}} a_{i,j} L_{\tilde{\mathbf{x}}_{j,t}}(\mathbf{y}_{j,1}, \dots, \mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{z}_{i,t})$$

при ограничениях (5).

Для нахождения совместных назначений измерений Z_t всем объектам X_t необходимо оптимизировать функцию правдоподобия совместного апостериорного распределения (4). Используя выражение (8) из соотношения (4), получаем для оценок на кадре $X_t = \tilde{X}_t$:

$$\max_{a_{i,j}} p(X_t \mid Y_t, Z_t) =$$

$$= \max_{a_{i,j}} \prod_{j=1}^{N} \left\{ \sum_{i=1}^{M_t} a_{i,j} L_{\tilde{\mathbf{x}}_{j,t}}(\mathbf{y}_{j,1}, \dots, \mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{z}_{i,t}) \right\}$$
(9)

при ограничениях (5). Преобразуем задачу (9) к следующему виду:

$$\max_{a_{i,j}} \log p(\tilde{X}_{t} | Y_{t}, Z_{t}) =$$

$$= \max_{a_{i,j}} \sum_{j=1}^{N} \log \left(\sum_{i=1}^{M_{t}} a_{i,j} L_{\tilde{\mathbf{x}}_{j,t}} (\mathbf{y}_{j,1}, \dots, \mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{z}_{i,t}) \right) =$$

$$= \max_{a_{i,j}} \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{M_{t}} a_{i,j} \log L_{\tilde{\mathbf{x}}_{j,t}} (\mathbf{y}_{j,1}, \dots, \mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{z}_{i,t}) =$$

$$= \min_{a_{i,j}} \sum_{i=1}^{N} \sum_{i=1}^{M_{t}} a_{i,j} \mathbf{C}_{i,j}$$
(10)

с ограничениями (5), где $C_{i,j} = -\log L_{\tilde{\mathbf{x}}_{j,i}} \times (\mathbf{y}_{j,1}, ..., \mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{z}_{i,t})$ — матрица стоимости назначения объекту *j* наблюдения *i* с измеренными параметрами $\mathbf{z}_{i,t}$; $a_{i,j}$ — матрица назначения наблюдения *i* объекту *j*.

С учетом решения задачи (10) в виде (6) и выражения (4) задача оценивания (2) примет следующий вид:

$$\max_{X_t} \log p(X_t \mid Y_t, Z_t) =$$

$$= \max_{\mathbf{x}_{1,t},...,\mathbf{x}_{N,t}} \log \prod_{j=1}^N \left\{ p(\mathbf{x}_{j,t} \mid \mathbf{y}_{j,1},...,\mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{y}_{j,t}) \right\} =$$

$$= \sum_{j=1}^N \max_{\mathbf{x}_{j,t}} \log p(\mathbf{x}_{j,t} \mid \mathbf{y}_{j,1},...,\mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{y}_{i,t}).$$

Отсюда следует, что на основе решения задачи о назначениях (10) задача совместного оценивания (2) состояний множества X_t объектов приводит к подзадачам индивидуальной оценки скрытых характеристик каждого объекта *j*:

$$\mathbf{x}_{j,t}^* = \arg \max_{\mathbf{x}_{j,t}} \log p(\mathbf{x}_{j,t} \mid \mathbf{y}_{j,1}, \dots, \mathbf{y}_{j,t-1}, \mathbf{y}_{j,t}), \quad (11)$$

где $\mathbf{x}_{j,t}^*$ — оценка состояния и скрытых характеристик объекта *j* на текущем кадре *t*.

Такими образом, исходная задача (2) совместного оценивания скрытых характеристик множества объектов сводится к трем последовательным задачам: задаче получения первоначальной оценки $\mathbf{x}_{j,t} = \tilde{\mathbf{x}}_{j,t}$ для текущего кадра t по предыдущему на основе модели ЛДС (1), задаче (10) о назначениях между множеством наблюдений Z_t на данном кадре и множеством объектов с характеристиками \tilde{X}_t и задаче (11) уточнения оценки состояния объекта $\mathbf{x}_{j,t}^*$ по сопоставленному измерению (6), найденному на предыдущем этапе (10).

Решение задач получения первой оценки характеристик $\tilde{\mathbf{x}}_{j,t}$ для текущего кадра t по предыдущему (прогноз) и ее уточнение $\mathbf{x}_{j,t}^*$ путем максимизации логарифма апостериорного распределения (11) для каждого объекта j при принятых условиях (1) задается линейным фильтром Калмана [8, 9] и состоит из двух шагов. На первом шаге осуществляется прогноз распределения характеристик $\mathbf{x}_{j,t}$ исходя из истории:

$$p(\mathbf{x}_{j,t} | \mathbf{y}_{j,1}, ..., \mathbf{y}_{j,t-1}) = N(\mathbf{x}_{j,t} | \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{j,t}, \tilde{\mathbf{V}}_{j,t});$$

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{j,t} = \mathbf{A}\boldsymbol{\mu}_{j,t-1};$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{j,t} = \boldsymbol{\Gamma} + \mathbf{A}\mathbf{V}_{j,t-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}.$$
(12)

На втором шаге происходит коррекция прогноза с учетом новой информации:

$$p(\mathbf{x}_{j,t} \mid \mathbf{y}_{j,1}, \dots, \mathbf{y}_{j,t}) = N(\mathbf{x}_{j,t} \mid \boldsymbol{\mu}_{j,t}, \mathbf{V}_{j,t}) =$$

= $N(\mathbf{y}_{j,t} \mid \mathbf{B}\mathbf{x}_{j,t}, \boldsymbol{\Sigma})N(\mathbf{x}_{j,t} \mid \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{j,t}, \tilde{\mathbf{V}}_{j,t}),$ (13)

$$\boldsymbol{\mu}_{j,t} = \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{j,t} + \mathbf{K}_{j,t} (\mathbf{y}_{j,t} - \mathbf{B}\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{j,t}),$$
$$\mathbf{V}_{j,t} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{j,t}\mathbf{B})\tilde{\mathbf{V}}_{j,t}, \qquad (14)$$
$$\mathbf{K}_{j,t} = \tilde{\mathbf{V}}_{j,t}\mathbf{B}^{\mathrm{T}} (\mathbf{B}\tilde{\mathbf{V}}_{j,t}\mathbf{B}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\Sigma})^{-1},$$

где $\mathbf{y}_{j,t}$ определяется выражением (6) и решением задачи о назначениях (10).

3. Модификация матрицы стоимости в задаче о назначениях с помощью реидентификации с предфильтрацией дескрипторов по качеству

После обнаружения и локализации объектов на кадре требуется их сопоставить с ранее найденными объектами вдоль соответствующих траекторий путем решения задачи о назначениях (10), чтобы для каждой из траекторий объекта *j* провести уточнение прогноза (14) на основе сопоставленного наблюдения. Уточненные прогнозы сохраняются в состоянии объекта на траектории, после чего анализируется следующий кадр.

Задача о назначениях может быть эффективно решена с использованием существующих алгоритмов [5, 6]. В соответствии с (10) элементы матрицы стоимости $C_{i,j}$ определяются на основе логарифма функции правдоподобия апостериорного распределения (13). В качестве оценки состояния $\tilde{x}_{j,t}$ объекта на текущем кадре для функции правдоподобия будем использовать прогноз фильтра Калмана (12) с предыдущего кадра $\tilde{x}_{j,t} = \tilde{\mu}_{j,t}$. В таком случае из (10) и (13) следует выражение для матрицы стоимости $C_{i,j}$:

$$\mathbf{C}_{i,j} = -\log N(\mathbf{z}_{i,t} \mid \mathbf{B}\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{j,t}, \boldsymbol{\Sigma}) =$$

= $\frac{1}{2} (\mathbf{z}_{i,t} - \mathbf{B}\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{j,t})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{z}_{i,t} - \mathbf{B}\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{j,t}) - \qquad (15)$
 $- \frac{m}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \log |\boldsymbol{\Sigma}|,$

где m — размерность вектора **х**. Таким образом, элементы матрицы стоимости назначений определяются мерой расстояния, близостью характеристик измерения неизвестного объекта и скрытых параметров объекта на траектории.

В сложных условиях наблюдения, таких как пересечение траекторий разных объектов в случае их плотного скопления или срыв слежения из-за пропусков детектора объектов на промежуточных кадрах, критерий (15) работает не достаточно надежно. Для увеличения устойчивости назначений в методе Deep-SORT [7] для определения элемента матрицы стоимости используются сравнения дескрипторов изображений, которые описывают характерные признаки целевых объектов. Для выделения таких признаков определяется отображение пространства изображений, содержащих объект исследуемого класса, в пространство дескрипторов — векторное пространство фиксированной размерности, на котором определена операция скалярного произведения:

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{h}(\mathbf{I}_i \mid \mathbf{\Theta}),$$

где \mathbf{d}_i — дескриптор изображения \mathbf{I}_i объекта *i*; $\boldsymbol{\theta}$ — параметры функции отображения. В качестве отображения $\mathbf{h}(\mathbf{I}_i \mid \boldsymbol{\theta})$ будем использовать сверточную нейронную сеть архитектуры ResNet18 [10] с L_2 -нормализованным выходом и обучаемыми весами $\boldsymbol{\theta}$. Обучение нейросетевой модели $\mathbf{h}(\mathbf{I}_i \mid \boldsymbol{\theta})$ проводится путем решения задачи классификации целевых объектов с использованием специальной функции потерь Cosine Softmax Cross-Entropy [11]. Подобный выбор модели и метода обучения позволяет сравнивать дескрипторы изображений на основе косинусной меры схожести:

$$c\left(\mathbf{d}_{i},\mathbf{d}_{j}\right) = \frac{\left\langle \mathbf{d}_{i},\mathbf{d}_{j}\right\rangle}{\left\|\mathbf{d}_{i}\right\|\left\|\mathbf{d}_{j}\right\|}$$

Для минимизации ошибки назначения измерений в сложных условиях наблюдения будем использовать подход реидентификации и определим критерий отнесения неизвестного объекта к существующим траекториям путем сравнений дескриптора его изображения с дескрипторами изображений ранее найденных объектов вдоль соответствующих траекторий. Дескрипторы изображения объекта от кадра к кадру подвержены нелинейным искажениям, модель которых неизвестна, поэтому в качестве модели объекта для реидентификации будем использовать все множество дескрипторов, полученных по всем предыдущим оценкам положений объекта вдоль траектории. Таким образом, определим меру расстояния дескриптора неизвестного объекта і до траектории і на основе выбора наиболее похожего дескриптора из истории в виде следующего выражения:

$$\mathbf{I}_{i,j} = [1 - \max\{c(\mathbf{d}_{i,t}, \mathbf{d}_{j,1}), \dots, c(\mathbf{d}_{i,t}, \mathbf{d}_{j,t-1})\}], \quad (16)$$

где $\mathbf{l}_{i,j}$ — матрица, составленная из соответствующих мер расстояний объекта *i* до траектории *j*; $\mathbf{d}_{i,t} = \mathbf{h}(\mathbf{I}_{i,t} \mid \mathbf{\theta})$, $\mathbf{I}_{i,t}$ — изображение области объекта *i* на кадре *t*. Модифицируем матрицу стоимости для задачи назначений путем добавления меры расстояния дескриптора объекта *i* до траектории *j* к выражению (15):

$$\tilde{\mathbf{C}}_{i,j} = \mathbf{C}_{i,j} + r \mathbf{I}_{i,j}, \qquad (17)$$

где *r* — масштабный коэффициент. Таким образом, модифицированная матрица стоимости учитывает не только близость новых измерений к характеристикам объекта, полученных фильтром Калмана, но и близость дескриптора области изображений нового объекта к ранее накопленным вдоль траектории дескрипторам изображений известного объекта.

Для получения модифицированной матрицы стоимости (17), как и в подходе Deep-SORT [7], необходимо провести сравнения (16) со всеми дескрипторами из соответствующей траектории. Для преодоления этого недостатка предлагается ограничить число дескрипторовкандидатов из траектории, используемых для сравнения. Это позволит уменьшить вычислительную сложность получения матрицы $\tilde{C}_{i,j}$ и ограничить зависимость сложности алгоритма от длины траектории.

Поскольку не все накопленные в траектории дескрипторы одинаково информативны, предлагается выполнять их отбор через взвешивание. Для этого определим показатель "качества" как функцию $q_{j,\tau} = q(\mathbf{I}_{j,\tau})$, которая по изображению $\mathbf{I}_{j,\tau}, \tau = 1, ..., t - 1$, области объекта *j*, полученного из наблюдений $\mathbf{y}_{j,\tau}$, оценивает информативность данной области для последующей задачи идентификации объекта. Пусть $q_{j,(k)} - k$ -я порядковая статистика выборки $\{q_{j,1},...,q_{j,t-1}\}$, найденная путем сортировки показателей "качества" в порядке убывания для объекта *j* вдоль траектории. Определим вес $w_{j,\tau}$ для каждого из наблюдений τ :

$$w_{j,\tau} = \Theta(q_{j,(k)} - q_{j,\tau}), \qquad (18)$$

где Θ — функция Хевисайда. Таким образом, выражение для реидентификации (16) будет иметь вид

$$\mathbf{l}_{i,j} = [1 - \max\{c(\mathbf{d}_{i,t}, \mathbf{d}_{j,1}) w_{j,1}, \dots, c(\mathbf{d}_{i,t}, \mathbf{d}_{j,t-1}) w_{j,t-1}\}].$$

Описанный подход основан на отборе областей изображения, полученных по измерениям вдоль траектории, которые бы были наиболее близки к данным, на котором обучалась нейронная сеть $\mathbf{h}(\mathbf{I}|\boldsymbol{\theta})$, используемая для получения дескрипторов. Иными словами, проводится отбор фиксированного числа *k* кандидатов, наиболее близких к изображениям целевых объектов, что позволяет исключить сопоставления с неинформативными дескрипторами, построенными на изображениях, не принадлежащих объектам.

Существуют различные подходы к построению функции оценки качества q(I). Они хорошо известны в биометрии и, в частности, в области распознавания лиц. Под качеством в биометрии понимается ожидаемая точность распознавания объекта по данному изображению, т. е. величина, коррелирующая с полезностью изображения данного объекта для задачи распознавания [12]. В работе [12] для решения задачи оценки качества изображения предлагается использовать частные показатели на основе контрастности, яркости, фокусировки, резкости и освещенности, для которых оценивается плотность вероятности путем максимизации правдоподобия в классе гауссовских распределений. Основным недостатком данного метода является использование гауссовского приближения, что не всегда является корректным допущением на практике.

В работе [13] предложен метод оценки качества, не опирающийся на предположения нормальности распределения частных показателей. Оценка качества сводится к обучению с учителем в задаче регрессии, где ответы получены в результате асессорской разметки данных, и в качестве алгоритма машинного обучения используется метод опорных векторов [14]. Предварительно по изображениям обучающей выборки строятся признаковые представления с использованием сверточной нейронной сети, предобученной для решения задачи классификации множества объектов исследуемого класса.

Наряду со стандартным подходом к оценке биометрического качества предложим альтернативу, не требующую дополнительных вычислений. Мера соответствия объекта данным, на которых обучался алгоритм выделения дескрипторов $h(I|\theta)$, коррелирует с вероятностью наличия объекта исследуемого класса в данной области. Таким образом, в качестве простой оценки показателя "качества" изображения объекта предлагается использовать степень уверенность (confidence) детектора, обнаружившего объект в соответствующей области изображения. Допущение наличия между данными величинами связи позволяет отбирать для реидентификации объекты, соответствующие областям с наибольшим значением уверенности детектора.

Для решения задачи о назначениях (10) с модифицированной матрицей стоимости (15) используется алгоритм Джонкера—Волгенанта [6]. Для контроля корректности назначений вводятся пороги на компоненты $C_{i,j}$ и $l_{i,j}$. Превышение порога исключает назначение. Если в течение заданного временного интервала не происходит нового назначения измерения для известного объекта, его траектория считается законченной.

4. Вычислительный эксперимент

Для экспериментов и проверки предлагаемых методов в качестве тестовых данных использовались две выборки видеоизображений пешеходов МОТ20-01 и МОТ20-02 [15], которые представляют собой последовательность кадров, снятых камерой видеонаблюдения в людном месте с двух разных ракурсов. Большинство объектов двигаются по направлению к камере, либо поперек кадра. Описание выборок дано в табл. 1.

Для обнаружения и грубой локализации объектов были использованы две различные предобученные на изображениях лиц нейросетевые модели детекторов SSD и RetinaNet [1, 3]. Модели существенно отличаются по сложности: число обучаемых параметров для детекторов SSD и RetinaNet составляет 4 и 45 миллионов соответственно.

Для сравнения дескрипторов в процедуре реидентификации рассматривались два метода отбора на основе оценки "качества". Первый метод для оценки "качества" использовал уверенность (confidence) детектора, такой подход обозначим Deep-Conf-SORT. Второй метод соответствовал алгоритму оценки "качества", предложенному в работе [13], данный подход обозначим Deep-QA-SORT.

Целью экспериментов являлось сравнение предложенного метода слежения за множеством объектов с реидентификацией и предфильтрацией объектов с базовым подходом Deep-SORT [7] с одинаковыми гиперпараме-

Таблица 1

Описание выборок

Выборка	Частота кадров, Гц	Среднее число объектов на кадр	Число кадров	Число траекто- рий
MOT20-01	25	42.1	429	90
MOT20-02	25	72.7	2782	296

трами. В качестве критериев работы системы слежения использовался набор стандартных мер качества [16—18]: Precision = $\frac{11}{TP + FP}$ точность, где FP — число ошибок I рода (ложная тревога), ТР — число верно наблюдаемых TP объектов; Recall = $\frac{1}{TP + FN}$ - полнота, где FN — число ошибок II рода (пропуск цели), ТР — число верно наблюдаемых объектов; IDS — общее число некорректных перескоков объектов с одной траектории на другую в процессе их оценки: скорость обработки в кадрах в секунду (Гц), не включающая работу алгоритма оценки "качества", поскольку она встроена в систему распознавания лиц и доступна для каждого измерения в истории без дополнительных вычислений.

Для оценки оптимального числа дескрипторов, отбираемых для сравнения в процедуре реидентификации по формуле (18), были построены экспериментальные зависимости показателя IDS от параметра k для всех рассматриваемых методов и тестовых выборок. Из рисунка видно, что функция показателя IDS для всех исследуемых методов имеет минимум в окрестности точки k = 5. Таким образом, для дальнейших экспериментов было использовано это значение, которое является характерным для геометрии сцены в использованных тестовых выборках.

Результаты вычислительных экспериментов представлены в табл. 2 и табл. 3. Из полученных результатов видно, что оба предложенных метода отбора дескрипторов приводят к более эффективной работе системы слежения по сравнению с базовым подходом при том же уровне показателей Precision и Recall, а также уменьшают число некорректных перескоков объектов между траекториями (IDS). Относительный прирост показателя IDS выше в случае



Зависимость отношения IDS метода к IDS базового метода от числа отобранных кандидатов

Результаты для выборки МОТ20-01

Детектор	Метод слежения	Precision	Recall	IDS	Скорость обработ- ки, Гц
SSD	Deep-SORT	0,847	0,895	203	39,2
	Deep- Conf-SORT	0,850	0,890	202	44,7
	Deep- QA-SORT	0,848	0,892	195	44,7
RetinaNet	Deep-SORT	0,871	0,922	168	40,9
	Deep- Conf-SORT	0,875	0,919	166	46,0
	Deep- QA-SORT	0,873	0,921	162	46,0

Таблица 3

Результаты для выборки МОТ20-02

Детектор	Метод сле- жения	Precision	Recall	IDS	Скорость обработ- ки, Гц
SSD	Deep-SORT	0,851	0,910	828	22,6
	Deep- Conf-SORT	0,860	0,904	778	31,8
	Deep- QA-SORT	0,855	0,907	751	31,8
RetinaNet	Deep-SORT	0,887	0,945	543	22,4
	Deep- Conf-SORT	0,891	0,941	533	31,4
	Deep- QA-SORT	0,896	0,939	526	31,4

использования детектора SSD по сравнению с RetinaNet. Данное наблюдение может быть объяснено тем, что модель SSD имеет меньшую сложность с точки зрения числа параметров, она менее точна, что приводит к большему числу обнаружений ложных объектов, которые отсеиваются предложенными методами оценки "качества" в процедуре реидентификации.

Заключение

Исходная задача слежения за множеством объектов в видеопотоке сведена к совокупности подзадач линейной фильтрации характеристик независимо для каждого объекта и назначений новых измерений оцениваемым объектам с матрицей стоимости, определяемой расстоянием новых измерений до фильтрованных параметров. В подзадаче назначения рассмотрена модификация матрицы стоимости с помощью добавки, полученной на основе реидентификации кандидатов путем сравнения дескрипторов изображения объектов вдоль траектории. Предложено обобшение базового метода Deep-SORT [7], заключающееся в предфильтрации дескрипторов объектов вдоль траектории на основе оценки показателя "качества" для отбора наиболее информативных дескрипторов по истории наблюдений. Для оценки показателя "качества" предложено использовать уверенность детектора. Проведенные вычислительные эксперименты показали эффективность предложенных методов, увеличение скорости работы системы слежения до 1,4 раза и уменьшение перескоков между траекториями по сравнению с базовым подходом при том же уровне ошибок.

Список литературы

1. Liu W., Anguelov D., Erhan D., Szegedy C., Reed S. Ssd: Single shot multibox detector // Computer Vision — ECCV. 2016. P. 21-37.

2. **Redmon J., Divvala S., Girshick R., Farhadi A.** You only look once: Unified, real-time object detection // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2016. P. 779–788.

3. Lin T.-Y., Goyal P., Girshick R., He K., Dollar P. Focal loss for dense object detection // IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). 2017. P. 2999–3007.

4. Bewley A., Ge Z., Ott L., Ramos F., Upcroft B. Simple online and realtime tracking // IEEE Int. Conf. on Image Proces. 2016. P. 3464—3468.

5. Kuhn H. W., Yaw B. The Hungarian method for the assignment problem // Naval Res. Logist. Quart. 1955. P. 83–97.

6. Jonker R., Volgenant A. A Shortest Augmenting Path Algorithm for Dense and Sparse Linear Assignment Problems // Computing. 1987. Vol. 38. P. 325–340.

7. Wojke N., Bewley A., Paulus D. Simple online and realtime tracking with a deep association metric // IEEE International Conference on Image Processing (ICIP). 2017. P. 3645–3649.

8. **Kalman R. E.** A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering. 1960. Vol. 82. P. 35–45.

9. Barker A. L., Brown D. E., Martin W. N. Bayesian estimation and the Kalman filter // Comput. Math. Appl. 1995. Vol. 30, N. 10. P. 55–77.

10. He K., Zhang X., Ren S., Sun J. Deep residual learning for image recognition // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2016. P. 770–778.

11. **Wojke N., Bewley A.** Deep Cosine Metric Learning for Person Re-identification // IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV). 2018. P. 748–756.

12. Abaza A., Harrison M. A., Bourlai T. Quality metrics for practical face recognition // IAPR International Conference on Pattern Recognition (ICPR). 2012. P. 3103–3107.

13. **Best-Rowden L., Jain A. K.** Learning Face Image Quality From Human Assessments // IEEE Transactions on Information Forensics and Security. 2018. Vol. 13. P. 3064–3077.

14. Suykens J., Van Gestel T., De Brabanter J., De Moor B., Vandewalle J. Least Squares Support Vector Machines // World Scientific. 2002. P. 29–70.

15. Dendorfer P., Rezatofighi H., Milan A., Shi J., Cremers D., Reid I., Roth S., Schindler K., Leal-Taixé L. MOT20: A benchmark for multi object tracking in crowded scenes // arXiv:2003.09003[cs. 2020.

16. **Bo Wu, Ram Nevatia.** Tracking of multiple, partially occluded humans based on static body part detection // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'06). 2006. P. 951–958.

17. **Keni Bernardin, Rainer Stiefelhagen.** Evaluating multiple object tracking performance: the clear mot metrics // EURASIP Journal on Image and Video Processing. 2008.

18. Ergys Ristani, Francesco Solera, Roger Zou, Rita Cucchiara, Carlo Tomasi. Performance measures and a data set for multi-target, multi-camera tracking // European Conference on Computer Vision. 2016. P. 17–35.

A. D. Grigorev, Master Student, e-mail: grigorev.ad@phystech.edu,

Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141701, Moscow Region, Russian Federation, A. N. Gneushev, Ph.D., Researcher, e-mail: gneushev@ccas.ru,

Federal Research Center "Computer Science and Control" of RAS, Moscow, 119333, Russian Federation

Re-Identification with Pre-Filtering by Image Quality for Multiple Objects Tracking

The paper considers multiple object tracking. Existing methods tend to be either resource-intensive or prone to high object densities errors failing to provide competitive performance at high frame rates without significant tracking disruptions and error accumulation. We formulate the multiple object tracking problem under the assumption of linearity and independence of the movement of objects. The factorization of the posterior distribution of objects' parameters provides proof of the equivalence of the initial problem and the tracking procedure containing two subtasks: track prediction and assignment of measurements and objects. A modification of the assignment cost is introduced to achieve the stability of assignments in challenging scenarios of tracking, such as multiple objects occlusions and missing detections. We consider adding a term that states to re-identification of the candidate by comparing its descriptor with descriptors from the track history. Given that track measurements are not equal in terms of usefulness for re-identification, we introduce the technique of track descriptor pre-filtering based on quality

assessment in order to select the most relevant descriptors for re-identification and reduce method algorithmic complexity. Both known quality assessment methods and an alternative detector-based approach are taken into account. Computational experiments were conducted on MOT20-01, MOT20-02 datasets containing CCTV cameras data in order to compare the proposed method with other approaches. The results showed the computational efficiency of the proposed methods and the increased stability of tracking in complex scenarios.

Keywords: multiple object tracking; re-identification; candidate selection; biometric quality; quality assessment

Acknowledgements: The work is supported by the Russian Foundation of Basic Research, grant no. 19-07-01231.

DOI: 10.17587/it.27.409-418

References

1. Liu W., Anguelov D., Erhan D., Szegedy C., Reed S. Ssd: Single shot multibox detector, *Computer Vision – ECCV*, 2016, pp. 21–37.

². Redmon J., Divvala S., Girshick R., Farhadi A. You only look once: Unified, real-time object detection, *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2016, pp. 779–788.

3. Lin T.-Y., Goyal P., Girshick R., He K., Dollar P. Focal loss for dense object detection, *IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, 2017, pp. 2999–3007.

4. Bewley A., Ge Z., Ott L., Ramos F., Upcroft B. Simple online and realtime tracking, *IEEE Int. Conf. on Image Proces.*, 2016, pp. 3464–3468.

5. Kuhn H. W., Yaw B. The Hungarian method for the assignment problem, *Naval Res. Logist. Quart*, 1955, pp. 83–97.

6. Jonker R., Volgenant A. A Shortest Augmenting Path Algorithm for Dense and Sparse Linear Assignment Problems, *Computing*, 1987, vol. 38, pp. 325–340.

7. Wojke N., Bewley A., Paulus D. Simple online and realtime tracking with a deep association metric, *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, 2017, pp. 3645–3649.

8. Kalman R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering*, 1960, vol. 82, pp. 35–45.

9. Barker A. L., Brown D. E., Martin W. N. Bayesian estimation and the Kalman filter, *Comput. Math. Appl.*, 1995, vol. 30, no. 10, pp. 55–77.

10. He K., Zhang X., Ren S., Sun J. Deep residual learning for image recognition, *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2016, pp. 770–778.

11. Wojke N., Bewley A. Deep Cosine Metric Learning for Person Re-identification, *IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV)*, 2018, pp. 748–756.

12. Abaza A., Harrison M. A., Bourlai T. Quality metrics for practical face recognition, *IAPR International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, 2012, pp. 3103–3107.

13. Best-Rowden L., Jain A. K. Learning Face Image Quality From Human Assessments, *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 2018, vol. 13, pp. 3064–3077.

14. Suykens J., Van Gestel T., De Brabanter J., De Moor B., Vandewalle J. Least Squares Support Vector Machines, *World Scientific*, 2002, pp. 29–70.

15. Dendorfer P., Rezatofighi H., Milan A., Shi J., Cremers D., Reid I., Roth S., Schindler K., Leal-Taixé L. MOT20: A benchmark for multi object tracking in crowded scenes, *arXiv:2003.09003[cs.*, 2020.

16. Bo Wu, Ram Nevatia. Tracking of multiple, partially occluded humans based on static body part detection, *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (*CVPR'06*), 2006, pp. 951–958.

17. Keni Bernardin, Rainer Stiefelhagen. Evaluating multiple object tracking performance: the clear mot metrics, *EURASIP Journal on Image and Video Processing*, 2008.

18. Ergys Ristani, Francesco Solera, Roger Zou, Rita Cucchiara, Carlo Tomasi. Performance measures and a data set for multi-target, multi-camera tracking, *European Conference on Computer Vision*, 2016, pp. 17–35.

ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

INFORMATION AND TELECOMMUNICATIONS TECHNOLOGIES

УДК 621.396.075

DOI: 10.17587/it.27.419-424

Р. Т. Гумбатов¹, д-р техн. наук., проф., e-mail: tempus_ramiz@inbox.ru,
Б. Г. Ибрагимов², д-р техн. наук., проф., e-mail: i.bayram@mail.ru,
А. А. Алиева³, канд. техн. наук, и.о. доц., e-mail: almaz40@gmail.com,
Р. Ф. Ибрагимов¹, диссертант, e-mail: i_rufat.f@mail.ru,
Институт систем управления Национальной академии наук Азербайджана, г. Баку,
² Азербайджанский технический университет, г. Баку,
³ Мингечаурский государственный университет, г. Баку

Подходы к анализу показателей производительности мультисервисных телекоммуникационных сетей на базе технологии SDN

Проанализировано качество функционирования мультисервисных телекоммуникационных сетей (MTC) на базе архитектурной концепции Next Generation Network (NGN) и Future Networks (FN) при использовании современных инновационных технологий. На основе проведенных исследований предложен новый подход к построению модели оценки показателей производительности MTC на базе технологий SDN (Software Defined Networking) с учетом свойства самоподобия трафика. На базе предложенного подхода исследованы комплексные показатели MTC с учетом требований QoS (Quality of Service) и QoE (Quality of Experience). Приведены математический аппарат и результаты исследования пропускных способностей программно-аппаратных комплексов, вероятностно-временных характеристик сети и управления физическими ресурсами при оказании мультимедийных услуг. Исследованы модели и получены аналитические выражения для оценки комплексных показателей качества функционирования MTC при оказании мультимедийных услуг с необходимыми параметрами. Проведен численный анализ и построена графическая зависимость максимальной пропускной способности сетей от общего числа программно-аппаратных комплексов при заданном коэффициенте загрузки системы.

Ключевые слова: производительность, пропускная способность, Будущие сети, SDN, качество обслуживания, NFV, эффективность, IMS, разнородные ресурсы

Введение

Развитие инфраструктуры цифровой экономики и формирование стратегических планов цифровизации требуют применения новых принципов и подходов к построению высокоэффективных мультисервисных телекоммуникационных сетей (МТС) на базе архитектурной концепции Будущих сетей FN. В связи с этим ITU-T (International Telecommunications Union — Telecommunications sector) принял первые рекомендации серии Y.3000 по четвертой концепции цифровизации сетей связи — Будущие сети FN [1, 2].

Следует отметить, что в основу Будущих сетей FN, как и сетей *Next Generation Network* (NGN), положен принцип "Множество мультимедийных услуг—одна сеть", использующий современные инновационные технологии [2—4]. К ним отно-сятся, прежде всего, технологии построения распределенных сетей связи *Software Defined Networ*-

king (SDN), Network Functions Virtualization (NFV) w Internet Protocol Multimedia Subsystem (IMS).

Предложенные целевые установки для создания Будущих сетей FN на основе рекомендаций ITU-T, Y.3001 [3, 5, 6] открывают новые возможности для оказания широкого спектра услуг с учетом требований параметров QoS (Quality of Service) и QoE (Quality of Experience). Поэтому задачи управления ресурсами и анализа показателей производительности MTC на базе архитектурной концепции NGN&FN являются наиболее актуальными.

В качестве показателей производительности МТС выбраны пропускные способности аппаратно-программных комплексов системы, коэффициент эффективного использования различных ресурсов, а также вероятностновременные характеристики сети (BBX).

В работах [4—8] проанализированы ВВХ и распределение ресурсов в узлах сети для

улучшения пропускной способности аппаратно-программных комплексов. Однако задача исследования комплексных показателей производительности МТС на базе NGN и FN с использованием инновационных технологий и наиболее эффективного распределения разнородных ресурсов при оказании широкого спектра мультимедийных услуг еще недостаточно изучена [1, 7—9].

В данной статье рассматривается решение сформулированной выше задачи — исследование нового подхода к анализу комплексных показателей производительности МТС на базе архитектурной концепции Будущих сетей FN при использовании технологии SDN, NFV и IMS.

1. Общая постановка задачи

Учитывая важность построения МТС на базе NGN и FN с коммутацией пакетов (ITU-T, Y.3000, ..., Y.3499) для параметров QoS и QoE полезного и служебного трафиков [1, 3, 5], порождаемых мультимедийными услугами и приложениями, следует обратить особое внимание на комплексные показатели производительности. Под производительностью сети подразумевается число передаваемых и обрабатываемых потоков пакетов полезной и служебной информации за единицу времени при оказании мультимедийных услуг с учетом многочисленных комплексных требований IntSer и DiffiSer [3, 7, 9].

Исследованиями [2, 4, 10] установлено, что передаваемые полезный и служебный трафики обладают свойствами самоподобия.

Решение рассматриваемой задачи требует нового подхода при исследовании основных характеристик МТС на базе NGN и FN с использованием технологий SDN, NFV и IMS. Возникает важная задача разработки математической модели (MM) производительности сети, учитывающей важные показатели качества функционирования сети, включая параметры QoS и QoE.

Математическая формулировка предложенного подхода для выбора критериев, оценива-



ющих производительность МТС, $\Pi_{nc}(\lambda_i, H)$ на базе FN при обслуживании *i*-го потока пакетов трафика, описывается следующей функциональной зависимостью:

$$\Pi_{\mathrm{nc}}(\lambda_i, H) = F[B(\lambda_i, H_i), \eta^k_{\mathrm{sob}}(\lambda_i), C_{\mathrm{max}}(\lambda_i, H)], i = \overline{1, n},$$
(1)

где $B(\lambda_i)$ — функция, учитывающая показатели BBX сетей с учетом требований параметров QoS & QoE и скорости λ_i поступления входящего потока, а также коэффициента H_i при обслуживании *i*-го потока пакетов трафика мультимедийных услуг; $C_{\max}(\lambda_i, H)$ — максимальное значение пропускной способности MTC с учетом скорости λ_i и коэффициента H_i при обслуживании *i*-го потока пакетов трафика; $\eta_{э\phi}^k(\lambda_i)$ — коэффициент эффективного использования разнородных ресурсов с учетом интенсивности трафика λ_i , i = 1, n.

Выражение (1) определяет сущность рассматриваемого нового подхода. На нем основана предлагаемая математическая модель для оценки производительности МТС при использовании технологии SDN. Кроме того, предлагаемая модель учитывает показатели пропускной способности системы, BBX сетей и эффективность использования разнородных ресурсов базовых инновационных SDN технологий при установлении соединений и при оказании мультимедийных услуг.

Для реализации исследуемого подхода на рис. 1 представлена модель структуры сети SDN, используемой в MTC. Для ее реализации, как правило, выделяют независимые протоколы *Open Networking Foundation* (ONF), выполняющие следующие функции: управление передачей полезного и служебного трафиков, задание первичных конфигураций терминальных устройств, управление виртуализацией и взаимодействие с сетевыми приложениями. Схема состоит из различных коммутаторов, контроллеров и серверов SDN, NFV и IMS, а также сетевых приложений API. Данная схема предполагает новый подход к организации сетевого взаимодействия,

при котором уровни управления сетью и устройства передачи трафика разделяются [1] с использованием протоколов ONF, SIP, OpenFlow, NB-API. При этом функции уровня управления реализуются отдельным узлом, взаимодействующим с сетевыми устройствами.

Рис. 1. Структурная схема функционирования исследуемой модели сети SDN, используемой в МТС

2. Описание модели и анализ показателей производительности сети связи

Для изучения эффективности взаимодействия сетевых устройств необходимо точное описание подхода к построению модели для оценки производительности сети связи. Помимо этого требуется анализ важных характеристик эффективности сети и выбор адекватной ММ самоподобного случайного процесса. Исследования свойств полезного и служебного трафиков показали [4, 7], что обрабатываемый трафик в МТС является случайным самоподобным процессом. Количественной оценкой степени самоподобия потока трафика является параметр Хэрста — H, лежащий в диапазоне $0,5 \leq H < 1$.

Рассматриваемые сети связи представляют собой систему массового обслуживания общего типа *fBM/G/N_k/N*_{бн} с некоторыми допущениями [4, 11] (принято, что аббревиатура fB обозначает схожесть свойств самоподобного потока пакетов с фрактальным броуновским движением). Допустим, что на буферный накопитель коммутатора и контроллера с протоколом OpenFlow сети SDN и NFV поступают гетерогенные пуассоновские потоки пакетов трафика с параметрами λ_i , $i = \overline{1, n}$, создаваемые различными типами источников нагрузки (полезные $\lambda_{i,\pi}$ и служебные $\lambda_{i,c}$ нагрузки). Длительность обслуживания *i*-го трафика имеет произвольную функцию распределения $B_i(t)$ с моментами b_i. Предполагаем, что при критической загрузке $\rho_i \leq 1, i = 1, n, в$ системе число мест для ожидания ограничено N_{бн}. Здесь буферный накопитель коммутатора и контроллера сети SDN и NFV с использованием протокола OpenFlow работает в режиме "FIFO".

Стоит отметить, что исследование модели производительности МТС при использовании SDN, NFV и IMS открывает новые возможности для анализа качества работы сети, в частности, анализа [2, 8, 12]:

- управления передачей данных и автоматизации телекоммуникационных процессов;
- доступа к мультимедийным услугам и инжиниринга трафика;
- эффективности использования ресурсов и создания перспективных сетей 5G/IMT-2020. Учитывая вышеперечисленные задачи и

требования, можно предложить подход к анализу показателей производительности МТС на базе NGN и FN. Сущность нового подхода при управлении разнородными ресурсами и с учетом влияния свойства самоподобия трафика на BBX системы обслуживания заключается в том, что необходимо найти векторы

$$\Pi_{\pi c}(\lambda_{i}, H) \to \sup_{i} \Pi_{\pi c}(\lambda_{i}, H),$$

$$B(\lambda_{i}) \to \inf_{i} [B(\lambda_{i})],$$

$$C_{a\pi}^{\mathfrak{II}}(\lambda_{i}) \to \inf_{i} [C_{a\pi}^{\mathfrak{II}}(\lambda_{i})], i = \overline{1, n},$$

(2)

доставляющие максимум пропускной способности сети связи

$$C_{\max}(\lambda_i, H_i) =$$

= $\sum_{i=1}^{n} (\lambda_i V_i) / [\mu_i \rho_i f(H_i)] \rightarrow \sup_{V_i, \lambda_i} i = \overline{1, n},$ (3)

и принадлежащие области допустимых решений:

$$E[T_{c3}(\lambda_i)] \leq T_{c3,\text{gon}}(\lambda_i),$$

$$E[\mu_i] = (1/b_i) = \text{const},$$

$$0 \leq \rho_i \leq 1, \sum_{i=0}^n p_{ij} = 1,$$
(4)

где $E[T_{c_3}(\lambda_i, H)]$ — среднее значение времени задержки при передаче і-го потока пакетов с учетом свойства самоподобия трафика Н; $E[\mu_i]$ — интенсивность обслуживания в сети *i*-го потока пакетов, равная $E[\mu_i] = 1/b_i, b_i - сред$ нее время обслуживания і-го потока пакета; $C_{\mathrm{an}}^{\mathfrak{ss}}(\lambda_i)$ — экономическая эффективность аппаратно-программных комплексов с интенсивностью входящего потока λ_i при обслуживании *i*-го потока пакетов трафика мультимедийных услуг; *p*_{*ii*} — переходные вероятности в сети *i*-го узла к *j*-му узлу, которые задаются неразложимой маршрутной матрицей $P = ||p_{ij}||, i, j = 0, n;$ $T_{c_{3,don}}(\lambda_i)$ — допустимое значение времени задержки при передаче і-го потока трафика, i = 1, n, где для речевого трафика по рекомендациям ITU-T, G.114, $T_{c_{3.don}}(\lambda_i) \le 250...300$ мс [7, 9]. Выражения (2), (3) и (4) определяют сущ-

Выражения (2), (3) и (4) определяют сущность рассматриваемого нового подхода для создания модели МТС на базе NGN и FN при оказании множества мультимедийных услуг.

3. Анализ управления ресурсами в мультисервисных сетях связи

В работах [2, 5] проанализированы методы управления ресурсами в узлах сети для улучшения характеристики производительности сети с использованием концепций NGN и FN. Исследования показали [6, 9], что для поддержки QoS и QoE в мультисервисных сетях коэффициент эффективного использования аппаратно-программных комплексов с учетом свойства самоподобия трафика при оказании мультимедийных услуг должен быть меньше 1:

$$\rho = \sum_{i=1}^{n} [b_i(\lambda_{i,\pi} + \lambda_{i,c})/N_k] f(H_i) \le 1, i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где $f(H_i)$ — функция, учитывающая свойство самоподобия поступающей нагрузки [4]; H — параметр Хэрста, равный $H = 1 - 0.5\beta$; β — параметр самоподобия трафика, $0 < \beta < 1$.

Формула (5) также характеризует условие, необходимое и достаточное для существования стационарного режима системы $fBM/G/N_k/N_{\rm 6H}$ общего типа [4, 10, 11].

Оценку и расчет показателя Хэрста можно выполнить по формуле, предложенной Мандельбротом [4, 11]:

$$(R/S) = (\alpha N)^{H}$$
, откуда
 $H = [\log(R/S)]/[\log(\alpha N)], H \in (1/2;1),$ (6)

где R — размах накопленного отклонения; N — число интервалов наблюдений; α — некоторая константа и $\alpha > 0$; S — среднеквадратичное отклонение ряда наблюдений.

Из соотношений (5) и (6) следует, что особое значение свойство самоподобия приобретает для оценки параметров трафика при передаче по каналам связи в высоконагруженном периоде. К ним относятся средняя скорость передачи и дисперсия скорости передачи [3, 4]. Выборочная средняя скорость передачи самоподобного трафика определяется по формуле

$$E[V] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} V(t_n), \, \text{бит/c},$$
 (7)

где N — число отсчетов на заданном интервале времени (0, T] с разрешением Δt ; Δt — размер временного интервала, который определяется в соответствии с параметрами потока пакетов трафика и равен $\Delta t = t_{n+1} - t_n$.

Одним из важнейших направлений развития и задачей МТС является наиболее эффективное распределение разнородных ресурсов в узлах сети NGN и FN. Распределение ресурсов — ключевой элемент при проектировании и эксплуатации сети МТС. Особенно это важно в сетях NGN и FN, использующих технологии SDN&NFV и IMS. Такими ресурсами являются канальные $\eta_{\kappa}(\lambda_i)$, виртуальные $\eta_{\rm B}(\lambda_i)$, информационные $\eta_{\rm u}(\lambda_i)$ и сетевые $\eta_{\rm c}(\lambda_i)$ ресурсы. Они являются совокупностью разнородных физических ресурсов и определяются суммой всех *r* занятых ресурсов:

$$\eta_{\ni\phi}^{k}(\lambda,H) = \sum_{i=1}^{r} \eta_{i,\phi}^{k}(\lambda_{i},H)] \leq 1, \quad i = \overline{1,r}.$$
(8)

Выражение (9) характеризует коэффициенты эффективного использования физических разнородных ресурсов аппаратно-программных комплексов технологий SDN&NFV и IMS.

Выполнение условия (9) позволяет определить резервы ресурсов аппаратно-программных комплексов сети для эффективного оказания различных дополнительных и интеллектуальных услуг с учетом параметров QoS&QoE:

$$R_{i,p}^{k} = 1 - \eta_{\ni \Phi}^{k}(\lambda_{i}, H).$$
(9)

Выражения (8) и (9) дают возможность точнее оценить эффективное использование физических ресурсов сети при использовании технологии SDN&NFV и IMS.

4. Исследование и оценка максимального значения пропускной способности сети

Одной из ключевых характеристик МТС является максимальное значение пропускной способности. В условиях допустимой загрузки *р*_{*i*,доп} максимальное значение пропускной способности сети при обслуживании *i*-го потока пакета самоподобного трафика определяется следующим выражением:

$$C_{\max}(\lambda_i, H) = \frac{N_k}{E[L_{i,\Pi}]} E[V](\rho_{i,\Pi T} + \rho_{i,CT}) \leq$$

$$\leq C_{i,\max,\text{don}}(\lambda_i), \quad i = \overline{1, n},$$
(10)

где $E[L_{i,\Pi}]$ — средняя длина передаваемого *i*-го потока пакета, $i = \overline{1, n}$; $\rho_{i,\Pi T}$, $\rho_{i,CT}$ — соответственно, коэффициенты загрузки в узлах сети связи при обслуживании *i*-го потока пакета полезного и служебного трафиков, которые равны

$$\rho_{i.\text{dt}} = [\lambda_{i.\text{dt}} / (\mu_i N_k)] f(H_i) \leq \rho_{i.\text{don}}, i = \overline{1, n}; (11)$$

$$\rho_{i.\text{ct}} = [\lambda_{i.\text{ct}} / (\mu_i N_k)] f(H_i) \leq \rho_{i.\text{don}}, i = \overline{1, n}. (12)$$

Из соотношения (10) видно, что максимальное значение пропускной способности сети в зависимости от параметров E[V], f(H) и N_k при заданном условии коэффициента ρ_i загрузки ограничено. Это означает, что также заданы ограничения на суммарную стоимость исследуемой сети, поскольку $C_{\max}(\lambda_i, H)$ напрямую зависит от $C_{\alpha n}^{33}(\lambda_i)$.



Рис. 2. График зависимости максимальной пропускной способности сетей от числа программно-аппаратных комплексов

На рис. 2 приведена графическая зависимость максимальной пропускной способности сетей C_{max} от общего числа программно-аппаратных комплексов N_k при заданном коэффициенте загрузки ρ_i системы, значения служебной нагрузки $Y_c(\lambda_{i.c}) \leq 0,40$ Эрл и коэффициента Хэрста $H_i = (0,65...0,75)$ для обслуживания потока пакетов самоподобного трафика.

Анализ графической зависимости $C_{\max}(\lambda_i, H) = F[\rho_i, H, N_k]$ показывает, что увеличение общего числа N_k и ρ_i приводит к повышению $C_{\max}(\lambda_i, H) \ge 560...650$ Мбит/с системы, отвечающей требованиям QoS&QoE для различных услуг. Ее заметное изменение начинается со значений $N_k \ge (300...350)$ при $H_1 = 0.65$, $\rho_i \ge 0.70$ и $H_2 = 0.75$.

Одним из важных показателей BBX сетей является среднее время задержки при передаче потоков пакетов *i*-го трафика в режиме "End to end". На основе модели среднее время задержки потоков пакетов *i*-го трафика в сети при оказании мультимедийных услуг определяется следующим образом:

$$E[T_{c_3}(\lambda_i, H)] = E[L_o]/[\lambda_i f(H)] + + [\lambda_i/(\rho_{i,\Pi T} + \rho_{i,cT})N_k]^{-1}, i = \overline{1, n},$$
(13)

где $E[L_o]$ — средняя длина суммарной очереди в системе, которая на основе формулы Литтла определяется выражением

$$\frac{E[L_o(\lambda_i)] = E[T_{\pi}]N_k\lambda_i;}{(N_k\lambda_i) < C_{i.\max}(\lambda_i, H), i = \overline{1, n},}$$
(14)

где *E*[*T*_п] — среднее время передачи пакета мультимедийного трафика.

Выражения (13) и (14) характеризуют BBX и являются ключевым показателем QoS&QoE сетей на базе NGN и FN с использованием технологий SDN&NFV и IMS.

Таким образом, наибольшее значение пропускной способности достигается при использовании максимального числа программно-аппаратных комплексов, которые оказывают существенное влияние на показатели производительности сети и стоимости системы связи и тем самым ухудшают надежность сети и системы защиты информации.

Заключение

В результате проведенных исследований предложен новый подход к построению модели оценки производительности МТС на базе NGN и FN с использованием технологий SDN&NFV и IMS, учитывающий показатели качества функционирования сети и свойства самоподобия трафика, что в максимальной степени удовлетворяет требованиям концепции IntSer и DiffiSer. На основе исследования модели получены аналитические выражения, которые позволяют оценить пропускную способность аппаратнопрограммных комплексов, ВВХ и резервы ресурсов сети, обеспечивающие гарантированное качество услуг QoS и QoE трафика, регламентируемых в рекомендациях по NGN и FN ITU-T, в серии Q.1541 и Y.3001 [2, 3, 9].

Приведена графическая зависимость и установлено, что сильная зависимость C_{\max} от общего числа N_k является основным недостатком сети с использованием технологии SDN&NFV и IMS. Это приводит к ухудшению надежности функционирования сети и защиты от несанкционированного доступа по периметру абонентской и сетевой линии связи.

Разработанная MM оценки производительности MTC при использовании SDN&NFV и IMS может быть использована для решения широкого класса исследовательских задач.

Список литературы

1. Ефимушкин В. А., Ледовских Т. В., Иванов А. Б., Шалагинов В. А. Роль технологий SDN/NFV в инфраструктуре цифровой экономики. Опыт тестирования и внедрения // Электросвязь. 2018. № 3. С. 27—36. 2. **Ibrahimov B. G., Humbatov R. T., Ibrahimov R. F.** Analysis performance multiservice telecommunication networks with using architectural concept future networks // T-Comm. 2018. Vol. 12, N. 12. P. 84–88.

3. Росляков А. В., Ваняшин С. В. Будущие сети (Future Networks). Самара: Изд-во ПГУТИ, 2015. 274 с.

4. Шелухин О. И. Моделирование информационных систем. М.: Горячая линия — Телеком, 2018. 516 с.

5. Zwart A. P. Queueing Systems with Heavy Tails. Eindhoven Uneversity of Technology, 2001. 227 p.

6. **Bianco, B., Fajordo J. O.** Technology pillars in the architecture of future 5G mobile networks: NFV, MEC and SDN // Computer Standarts & Interfaces. 2017. Vol. 54, Part 4. P. 216–228.

7. Ибрагимов Б. Г., Ибрагимов Г. Г. Эффективность передачи мультимедийного трафика многофункциональным абонентским и сетевым терминалом // Информационные технологии. 2011. № 9. С. 40—43.

8. Giordani M., Mezzavilla M., and Zorzi M. Initial access in 5G mmwave cellular networks // IEEE Communications Magazine, Nov. 2016. Vol. 54. P. 40–47.

9. Seitz N. ITU-T QoS standards for IP-based networks // IEEE Communications Magazine. 2003. Vol. 41, N. 6. P. 82–89.

10. Васильев К. К., Служивый М. Н. Математическое моделирование инфокоммуникационных систем. М.: Горячая линия — Телеком, 2018. 236 с.

11. **Крылов В. В., Самохвалова С. С.** Теория телетрафика и ее приложения. Санкт Петербург: БХВ, 2005. 288 с.

12. Бегишев В. О., Сопин Э. С., Молчанов Д. А., Самойлов А. К., Гайдамака Ю. В., Самойлов К. Е. Оценка эффективности резервирования полосы пропускания для mmWave в системах 5G NR // Информационно-управляющие системы. 2019. № 5. С. 51—63.

R. T. Humbatov¹, Professor, e-mail: tempus_ramiz@inbox.ru, **B. G. Ibrahimov**², Professor, e-mail: i.bavram@mail.ru,

A. A. Alieva³, Associate Professor, e-mail: almaz40@gmail.com,

R. F. Ibrahimov¹, Distater, e-mail: i rufat.f@mail.ru,

¹ Institute of Control Systems of the ANAS, Baku, Republic of Azerbaijan,

² Azerbaijan Technical University, Baku, Republic of Azerbaijan,

³ Mingechevir State University, Baku, Republic of Azerbaijan

Approaches to the Analysis Performance Indicators Multiservice Telecommunication Networks Based on SDN Technology

The quality of functioning multiservice telecommunication networks based on the architectural concept Next Generation Network (NGN) and Future Networks (FN) using modern innovative technologies has been analyzed. Based on the study, a new approach to the construction model for assessing performance indicators multiservice telecommunication networks based on SDN (Software Defined Networking) technologies, taking into account the property self-similarity traffic is proposed. On the basis of the proposed approach, complex indicators MTS were investigated, taking into account the requirement QoS (Quality of Service) and QoE (Quality of Experience). The mathematical apparatus and the results of the study throughput software and hardware complexes, the probabilistic-time characteristics of the network and the management physical resources in the provision multimedia services are presented. Models have been investigated and analytical expressions have been obtained for the assessment complex indicators of the quality of functioning MTS in the provision multimedia services with the necessary parameters. A numerical analysis is carried out and a graphical dependence of the maximum network throughput on the total number software and hardware systems for a given system load factor is built.

Keywords: performance, throughput, future networks, SDN, quality of service, NFV, efficiency, IMS, heterogeneous resources

DOI: 10.17587/it.27.419-424

References

1. Efimushkin V. A., Ledovskikh T. V., Ivanov A. B., Shalaginov V. A. The role of SDN / NFV technologies in the infrastructure of the digital economy. Experience testing and implementation, *Elektrosyyaz*, 2018, no. 3, pp. 27–36 (in Russian).

2. **Ibrahimov B. G., Humbatov R. T., Ibrahimov R. F.** Analysis performance multiservice telecommunication networks with using architectural concept future networks, *T-Comm*, 2018, vol. 12, no. 12, pp. 84–88 (in Russian).

3. Roslyakov A. V., Vanyashin S. V. Future networks. Samara, Publishing house of PGUTI, 2015, 274 p. (in Russian).

4. Shelukhin O. I. Modeling information systems, Moscow, Goryachaya liniya—Telekom, 2018, 516 p. (in Russian).

5. Zwart A. P. Queueing Systems with Heavy Tails. Eindhoven Uneversity of Technology, 2001. 227 p.

6. Bianco B., Fajordo J. O. Technology pillars in the architecture of future 5G mobile networks: NFV, MEC and SDN, *Computer Standarts & Interfaces*, 2017, vol. 54, part 4, pp. 216–228. 7. **Ibrahimov B. G., Ibrahimov G. G.** Efficiency of multimedia of the traffic transmission with multifunctional users and network terminal, *Informatsionnye texnologii*, 2011, no. 9, pp. 40–43 (in Russian).

8. Giordani M., Mezzavilla M., Zorzi M. Initial access in 5G mmwave cellular networks, *IEEE Communications Magazine*, 2016, vol. 54, pp. 40–47.

9. Seitz N. ITU-T QoS standards for IP-based networks, *IEEE Communications Magazine*, 2003, vol. 41, no. 6, pp. 82–89.

10. Vasiliev K. K., Serzhivy M. N. Mathematical modeling of infocommunication systems, Moscow, Goryachaya liniya – Telekom, 2018, 236 p. (in Russian).

11. Krylov V. V., Samokhvalova S. S. Teletraffic theory and its applications. Sankt Petersburg, BHV, 2005, 288 p. (in Russian).

12. Begishev V. O., Sopin E. S., Molchanov D. A., Samouylov A. K., Gaidamaka Yu. V., Samouylov K. E. Performance evaluation of bandwidth reservation for mmWave in 5G NR systems, *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy*, 2019, no. 5, pp. 51–63 (In Russian).

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В БИОМЕДИЦИНСКИХ СИСТЕМАХ

INFORMATION TECHNOLOGIES IN BIOMEDICAL SYSTEMS

УДК 004.932

DOI: 10.17587/it.27.425-434

Н. Н. Нагорнов, аспирант, e-mail: sparta1392@mail.ru, Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь

Определение минимальной разрядности коэффициентов вейвлет-фильтров для трехмерной медицинской визуализации*

Выявлена зависимость между точностью квантования коэффициентов фильтров прямого многоуровневого дискретного вейвлет-преобразования и качеством обработки цифровых трехмерных изображений. Выведены формулы для расчета минимальной точности представления коэффициентов вейвлет-фильтров в памяти вычислительных устройств, при использовании которой шум квантования этих коэффициентов не вносит значительных искажений в результат обработки трехмерных медицинских томографических изображений.

Ключевые слова: трехмерная обработка изображений, медицинская визуализация, шум квантования, вейвлет-преобразование

Введение

Медицинская визуализация использует множество различных модальностей для получения двумерных и трехмерных данных о пациентах, в частности, магнитно-резонансные [1], рентгенологические [2], радионуклидные [3], оптические [4], ультразвуковые [5] и другие. Современные системы обработки двумерных и трехмерных медицинских изображений используют аналого-цифровое преобразование данных, приводящее к появлению шумов и искажению обрабатываемой информации. Шумоподавление изображений является важной проблемой в современных системах визуализации медицинских данных [6, 7]. С развитием цифровых технологий устройства сканирования формируют все более качественные изображения с увеличенным разрешением и повышенной глубиной цветовых каналов, требующие существенных ресурсозатрат для хранения на дисковом пространстве и обработки современными вычислительными устройствами. Например, результаты позитронно-эмиссионной томографии пациента могут требовать более 4 ГБ памяти для хранения [8]. Набор изображений сетчатки глаза, полученных в результате оптической когерентной томографии, может занимать более 40 ГБ дискового пространства [9]. В текущих условиях, когда средняя емкость жестких дисков составляет от 1 до 2 ГБ, сжатие медицинских визуальных данных также является актуальной проблемой современных систем цифровой обработки изображений.

Для шумоподавления и сжатия медицинских визуальных данных применяются в основном дискретное преобразование Фурье (ДПФ) [10] и дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) [11]. В то время как ДПФ позволяет выделить только частотную информацию сигнала, используя ДВП, мы можем получить частотно-временную информацию, включающую в себя в том числе и локальные особенности обрабатываемых изображений. ДВП изображений осуществляется с помощью линейной пространственной фильтрации с набором одномерных высокочастотных и низкочастотных вейвлет-фильтров, позволяющих выделять детальную и основную информацию из визуальных данных соответственно. Шумоподавление и сжатие изображений в методах, использующих ДВП, осуществляются путем манипуляций над детальной информацией об изображениях [6, 11]. Операция фильтрации, лежащая в основе этих методов, имеет высокую вычислительную сложность. Аппаратная реализация на современных микроэлектронных устройствах, таких как программируе-

^{*}Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №19-07-00130 А.

мые логические интегральные схемы (PLD), в частности программируемые пользователем вентильные матрицы (FPGA), и специализированные интегральные схемы (ASIC), работающих с числами в формате с фиксированной точкой, является одним из основных способов улучшения характеристик устройств, осуществляюших вейвлет-обработку медицинских изображений. В результате представления коэффициентов фильтров ДВП в формате с фиксированной точкой возникает погрешность, именуемая шумом квантования коэффициентов вейвлет-фильтров, оказывающая влияние на обработку визуальных данных [12]. Важным вопросом становится определение точности квантования этих коэффициентов, эффективной с точки зрения необходимых на обработку данных ресурсозатрат и достаточной для высококачественной вейвлет-фильтрации медицинских изображений.

Работа [13] посвящена сжатию двумерных полутоновых изображений различной цветовой глубины, а именно от 8 до 12 битов, с использованием фильтров ДВП. В данной статье указано, что для представления коэффициентов вейвлет-фильтра в формате с плавающей точкой требуется не менее 32 битов. Авторы доказывают возможность уменьшения этой разрядности до 16 битов путем преобразования коэффициентов вейвлет-фильтра в формат с фиксированной точкой. Выдвинуто предположение о том, что при дальнейшем снижении разрядности фильтров ДВП шум квантования коэффициентов может оказать значительное влияние на результат обработки данных и привести к возникновению видимых искажений на изображениях. В статье [14] описаны аппаратные реализации FPGA-систем, осуществляющих ДВП сигналов с фильтрами, коэффициенты которых квантованы 5 и 16 битами. Анализ результатов показал, что при квантовании коэффициентов фильтров ДВП 16 битами шум квантования не оказывает заметного влияния на результат обработки данных, в то время как представление коэффициентов в памяти устройств с использованием 5 битов не позволило получить приемлемое качество обработки сигнала. Авторы работы [15] проанализировали алгоритмы сжатия биомедицинских данных на основе ДВП, используя FPGA в качестве производительного и надежного инструмента реализации. На вход системы поступают данные размерности 8 битов. На представление коэффициентов фильтров ДВП в памяти устройства выделено по 16 битов. Все результаты обработки имеют высокое качество. Статья [16] посвящена повышению производительности вычислений в DSP-блоках при двухуровневой вейвлет-фильтрации сигналов на FPGA. Отмечено, что производительность системы обработки сигналов зависит от разрядности представления коэффициентов ДВП в памяти устройств. Для аппаратной реализации выбран вейвлет Добеши с четырьмя коэффициентами, на которые выделено по 12 битов. В результате функционирования разработанной авторами FPGA на выходе получен сигнал высокого качества. Во всех проанализированных работах точность квантования коэффициентов ДВП определялась экспериментально без какоголибо анализа. Зависимость качества обработки изображений от характеристик цифровых фильтров, таких как вид фильтра, число и разрядность представления его коэффициентов, а также от характеристик самого изображения (число и глубина цветовых каналов) в системах медицинской визуализации не выявлена.

Целью данной работы является минимизация аппаратных затрат на вейвлет-обработку трехмерных медицинских изображений путем снижения разрядности представления коэффициентов вейвлет-фильтров в памяти устройств, при которой шум квантования этих коэффициентов не вносит значительных искажений в результат обработки данных при прямом многоуровневом ДВП трехмерных томографических изображений. В качестве критерия оценки качества обработки изображений используется пиковое отношение сигнала к шуму (*PSNR*).

ДВП трехмерных изображений

ДВП — преобразование сигнала, представляющее собой свертку входных данных с набором дискретных вейвлет-фильтров, переводящим их из временного представления в частотно-временное. Будем считать, что вейвлет-фильтры F состоят из коэффициентов $f_{F,i}$, где i = 0, ..., k - 1 — номер коэффициента, а k — их число. Коэффициенты низкочастотных и высокочастотных вейвлет-фильтров анализа (*LD*, *HD*) и синтеза (*LR*, *HR*) связаны соотношениями [11]

$$f_{HD,i} = (-1)^{i} f_{LD,k-i+1};$$

$$f_{LR,i} = f_{LD,k-i+1};$$

$$f_{HR,i} = (-1)^{i+1} f_{LD,i}.$$

(1)

Представим трехмерное цифровое изображение *I* из *X* строк, *Y* столбцов и *Z* кадров как функцию I(x, y, z), где $0 \le x \le X - 1$, $0 \le y \le Y - 1$ и $0 \le z \le Z - 1$ — пространственные координаты *I*. Значения вокселей (аналогов двумерных пикселей для трехмерного пространства) представляются в виде I(x, y, z). Вейвлет-фильтрация трехмерного изображения выполняется по формулам

$$I'(x, y, z) = \sum_{i=1}^{k} I(x - i, y, z) f_{F,i};$$

$$I''(x, y, z) = \sum_{i=1}^{k} I'(x, y - i, z) f_{F,i};$$

$$I'''(x, y, z) = \sum_{i=1}^{k} I''(x, y, z - i) f_{F,i},$$
(2)

где *I'*, *I''* и *I'''* — результаты свертки по строкам, столбцам и кадрам соответственно. Одноуровневое прямое ДВП трехмерного изображения осуществляется путем последовательного наложения вейвлет-фильтров согласно схеме, представленной на рис. 1.

В результате обработки по схеме, представленной на рис. 1, происходит разложение исходного изображения I на 8 наборов коэффициентов первого уровня LLL_1 , LLH_1 , LHL_1 , LHH_1 , HLL_1 , HLH_1 , HHL_1 , HHL_1 , HHH_1 , Kоторые можно разделить на две группы: аппроксимирующие (LLL_1) , которые соответствуют низкочастотной части сигнала и содержат основную информацию об изображении; детализирующие $(LLH_1, LHH_1, LHH_1, HLL_1, HLH_1, HLH_1, HHH_1)$, которые соответствуют на содержат основную информацию об изображении; детализирующие $(LLH_1, LHH_1, HLL_1, HLH_1, HLH_1, HHH_1)$, которые соответствуют высокочастотной части сигнала



Рис. 1. Схема одноуровневого прямого дискретного вейвлет-преобразования трехмерного изображения

и содержат детальную информацию об изображении. Многоуровневое прямое ДВП осуществляется путем последовательного прямого ДВП аппроксимирующих коэффициентов, полученных на предыдущем уровне разложения. Посредством манипуляций над коэффициентами разложения изображения осуществляются очистка от шума и сжатие.

Возникает вопрос о точности представления коэффициентов $f_{F,i}$ вейвлет-фильтров F, эффективного с точки зрения ресурсозатрат на обработку современными устройствами медицинской визуализации и необходимого для достижения высокого качества обработки трехмерных изображений. Производительность устройств, осуществляющих вычисления с использованием чисел в формате с фиксированной точкой, существенно выше, чем у устройств, оперирующих с числами в формате с плавающей точкой. Квантуем коэффициенты вейвлет-фильтров следующим образом: умножим на 2^n и округлим к большему:

$$f_{F,i}^* = \left\lceil 2^n f_{F,i} \right\rceil. \tag{3}$$

В данном случае разрядность *r* представления квантованных коэффициентов $f_{F,i}^*$ вычисляется по формуле r = n + 1. Коэффициенты LLL_m^* *m*-го уровня обработанного трехмерного изображения, полученного в результате многоуровневого прямого ДВП по схеме на рис. 1 с использованием коэффициентов, квантованных по формуле (3), преобразуются делением на 2^{3mn} (по 2^n за каждую свертку с вейвлетфильтрами) и округлением к меньшему:

$$\widetilde{LLL}_m = \left\lfloor LLL_m^*/2^{3mn} \right\rfloor.$$
(4)

В результате выполнения этих действий все вычисления проводятся только с использованием целых чисел, представляемых в памяти устройств в формате с фиксированной точкой. Ошибка квантования коэффициентов фильтров ДВП строго избыточна и минимизируется путем округления результатов вейвлет-фильтрации в противоположную сторону. Коэффициенты фильтров известны априори, могут быть предварительно квантованы и храниться в устройстве в виде констант. Результат вейвлет-фильтрации округляется к меньшему путем отбрасывания дробной части чисел, не требующего дополнительных ресурсозатрат для своего выполнения.

Для оценки качества обработки трехмерных медицинских изображений используется характеристика "пиковое отношение сигнала к шуму" (*PSNR*). В отличие от других метрик *PSNR* позволяет в равной степени наглядно интерпретировать как значительную разницу в качестве обработки, при которой вносимые искажения различимы для глаз человека, так и незначительную, когда искажения незаметны. Данная характеристика измеряется в дБ и вычисляется по формуле [17]

$$PSNR = 10 \lg(M^2/MSE)$$

где *М* — максимальное значение яркости вокселей изображений; *MSE* — среднеквадратическое отклонение значений яркости вокселей изображений, вычисляемое по формуле

$$MSE = \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} \sum_{z=0}^{Z-1} (I(x, y, z) - \widetilde{I}(x, y, z))^2 / (XYZ).$$

Чем лучше качество обработки изображений, тем выше значение величины *PSNR*. Качество считается высоким, если $PSNR \ge Q$, где Q — порог, описывающий разницу между изображениями, неразличимую для человеческого глаза. Для 8-битовых изображений Q = 40. Предлагается обобщить Q на случаи 12- и 16-битовых изображений формулой

$$Q = 5\log_2(M+1),$$
 (5)

согласно которой Q = 60 дБ и Q = 80 дБ для 12-битовых и 16-битовых изображений соответственно. В следующем разделе показано, как точность квантования коэффициентов вейвлетфильтров и цветовая глубина трехмерного медицинского изображения влияют на качество обработки. Также в следующем разделе показано, как разрядность коэффициентов вейвлетфильтров влияет на качество обработки трехмерных медицинских изображений.

Анализ максимальной погрешности многоуровневого прямого ДВП трехмерных медицинских изображений

При многоуровневом прямом ДВП трехмерных изображений в результате преобразования коэффициентов $f_{F,i}$ вейвлет-фильтров по формуле (3) возникает погрешность (шум квантования). Затем она возрастает при свертках изображения I(x, y, z) с вейвлет-фильтрами по формулам (2). Округление после масштабирования значений коэффициентов LLL_m^* *m*-го уровня разложения изображения по формуле (4) также оказывает влияние.

Проведем анализ максимальной погрешности многоуровневого прямого ДВП трехмерных изображений. Учтем, что коэффициенты вейвлет-фильтров нормированы и выполняется условие $\sum_{i=0}^{k-1} f_{LD,i} = 1$. Определим абсолютную погрешность округления коэффициентов E_1 фильтров по формуле

$$E_{1} = \sum_{i=0}^{k-1} (f_{F,i}^{*} - 2^{n} f_{F,i}) =$$

$$= \sum_{i=0}^{k-1} (\left\lceil 2^{n} f_{F,i} \right\rceil - 2^{n} f_{F,i}), \qquad (6)$$

применяемой для конкретного вейвлет-фильтра. В общем случае необходимо использовать предельную абсолютную погрешность (ПАП) округления коэффициентов E_2 , вычисляемую по формуле

$$E_2 \le k. \tag{7}$$

Так как все коэффициенты $f_{F,i}^*$ округлены к большему, то их погрешности имеют одинаковый знак. В данном случае погрешность результатов свертки Е3 максимальна при условии, что максимальны все значения яркости изображения. С учетом этого результат свертки по строкам для каждого пикселя имеет вид $M(2^{n} + E_{2})$, где M — максимальное значение яркости вокселей изображения, а 2ⁿM — точное значение вокселей после свертки по строкам. Результат свертки по строкам, столбцам и кадрам, представляющий собой одноуровневое прямое ДВП трехмерного изображения, имеет вид $M(2^n + E_2)^3$, где $2^{3n}M$ — точное значение яркости вокселей. Результат *т*-уровневого ДВП изображения имеет вид $M(2^n + E_2)^{3m}$, где $2^{3mn}M$ — точное значение яркости вокселей. С учетом этого ПАП результатов свертки Ез можно определить как разность полученного значения яркости вокселей в результате *т*-уровневого ДВП изображения и его точного значения по формуле

$$E_{3} = M(2^{n} + E_{2})^{3m} - 2^{3mn}M =$$

= $M((2^{n} + E_{2})^{3m} - 2^{3mn}) =$
= $M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} 2^{n(3m-j)} E_{2}^{j},$

где $C_{3m}^{j} = (3m)!/(j!(3m-j)!)$ — биномиальные коэффициенты.

ПАП масштабированных результатов свертки *E*₄ вычисляется по формуле

$$E_{4} = E_{3}/2^{3mn} = M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} 2^{n(3m-j)} E_{2}^{j}/2^{3mn} =$$

$$= M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} 2^{-jn} E_{2}^{j} = M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (E_{2}/2^{n})^{j}.$$
(8)

Вычисление результирующей погрешности вейвлет-фильтрации, представляющей собой погрешность округленных к меньшему масштабированных результатов свертки E_5 , выполняется по формуле [18]

$$E_{5} = \begin{cases} E_{4}, & E_{4} \ge 1; \\ 1 - \varepsilon, & E_{4} < 1. \end{cases}$$
(9)

Перепишем формулу (9), используя выражение (8) и подставляя (7) вместо E_2 :

$$E_{5} < \begin{cases} M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (k/2^{n})^{j}, \ M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (k/2^{n})^{j} > 1; \\ 1, \ M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (k/2^{n})^{j} \leq 1. \end{cases}$$
(10)

Характеристика оценки качества обработки изображения в данном случае вычисляется согласно формуле

$$PSNR = 10 \lg(M^2/E_5^2) = 20 \lg(M/E_5).$$
 (11)

Преобразуем формулу (11), используя выражение (10):

$$PSNR > \begin{cases} 20 \lg \left(M / \left(M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (k/2^{n})^{j} \right) \right); \\ M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (k/2^{n})^{j} > 1; \\ 20 \lg M, M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (k/2^{n})^{j} \leq 1; \end{cases}$$
$$PSNR > \begin{cases} -20 \lg \left(\sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (k/2^{n})^{j} \right); \\ M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (k/2^{n})^{j} > 1; \\ 20 \lg M, M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (k/2^{n})^{j} > 1; \end{cases}$$
(12)

Формула (12) позволяет рассчитать минимальное качество изображения с максимальным значением яркости вокселей *M*, полученного в результате *m*-уровневого прямого ДВП трехмерного изображения, если коэффициенты $f_{F,i}$ вейвлет-фильтров *F* неизвестны. Разрядность коэффициентов $f_{F,i}$ в формате с фиксированной точкой после квантования вычисляется по формуле r = n + 1. Максимальное значение яркости вокселей *M* влияет только на порог максимального качества обработки изображений. Таким образом, пока выполняется условие первого уравнения системы (12), качество обработки будет одинаковым независимо от глубины цветовых каналов изображений.

При использовании конкретных вейвлетфильтров F с известными значениями коэффициентов $f_{F,i}$ мы можем использовать АП округления коэффициентов фильтра E_1 , вычисляемую по формуле (6), вместо предельной $E_2 < k$, что уменьшит результирующую погрешность цифровой фильтрации и позволит определить значение *PSNR* по формуле

$$PSNR = \begin{cases} -20 \lg \left(\sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (E_{1}/2^{n})^{j} \right), \\ M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (E_{1}/2^{n})^{j} \ge 1; \\ 20 \lg M, M \sum_{j=1}^{3m} C_{3m}^{j} (E_{1}/2^{n})^{j} < 1. \end{cases}$$
(13)

Кроме того, в данном случае мы можем учесть, что старшие биты большинства квантованных коэффициентов $f_{F,i}^*$ фильтра F^* равны нулю, и определить эффективную разрядность $r_{F,i}$ для каждого из этих коэффициентов по формуле

$$r_{F,i} = \left\lceil \log_2\left(\left|f_{F,i}^*\right| + 1\right) \right\rceil + 1.$$
 (14)

Формула (13) позволяет более точно по сравнению с формулой (12) рассчитать минимальное качество изображения с максимальным значением яркости вокселей M, полученного в результате *m*-уровневого прямого ДВП трехмерного изображения, если коэффициенты $f_{F,i}$ вейвлетфильтров F известны. Разрядность коэффициентов $f_{F,i}^*$ в формате с фиксированной точкой после квантования вычисляется по формуле (14).

На основе результатов расчета максимальной погрешности многоуровневого прямого ДВП трехмерных изображений по формулам (12) и (13) сделаны следующие выводы.

1. Степень масштабирования *n* и разрядность *r* коэффициентов вейвлет-фильтров $f_{F,i}$, достаточные для высококачественного (*PSNR* ≥ 40 дБ) многоуровневого прямого ДВП

трехмерных 8-битовых изображений любым вейвлетом, можно вычислить по формулам

$$n = 9 + \left\lfloor \sqrt{k - 1} + \frac{m}{2} + \frac{1}{5} \right\rfloor,$$

$$r = n + 1 = 10 + \left\lfloor \sqrt{k - 1} + \frac{m}{2} + \frac{1}{5} \right\rfloor,$$
(15)

где k — число коэффициентов вейвлет-фильтров, а m — число уровней разложения изображения.

2. Степень масштабирования *n* и разрядность *r* коэффициентов вейвлет-фильтров $f_{F,i}$, достаточные для высококачественного (*PSNR* \geq 60 дБ) многоуровневого прямого ДВП трехмерных 12-битных изображений любым вейвлетом, можно вычислить по формулам

$$n = 12 + \left\lfloor \sqrt{k} + m/2 + 2/5 \right\rfloor,$$

$$r = n + 1 = 13 + \left\lfloor \sqrt{k} + m/2 + 2/5 \right\rfloor.$$
(16)

3. Степень масштабирования *n* и разрядность *r* коэффициентов вейвлет-фильтров $f_{F,i}$, достаточные для высококачественного (*PSNR* ≥ 80 дБ) многоуровневого прямого ДВП трехмерных 16-битовых изображений любым вейвлетом, можно вычислить по формулам

$$n = 15 + \left\lfloor \sqrt{k} + m/2 + 4/5 \right\rfloor,$$

$$r = n + 1 = 16 + \left\lfloor \sqrt{k} + m/2 + 4/5 \right\rfloor.$$
(17)

4. Степень масштабирования *n* и разрядность *r* коэффициентов вейвлет-фильтров $f_{F,i}$, достаточные для высококачественного (*PSNR* \geq 40 дБ) многоуровневого прямого ДВП трехмерных 8-битовых изображений конкретным вейвлетом, можно вычислить по формулам

$$n = 10 + \left\lfloor \sqrt{k/2} + m/3 \right\rfloor, \ r = \max_{1 \le i \le k} \{r_{F,i}\}, \ (18)$$

где $r_{F,i}$ для каждого соответствующего коэффициента $f_{F,i}$ определяются по формуле (14).

5. Степень масштабирования *n* и разрядность *r* коэффициентов вейвлет-фильтров $f_{F,i}$, достаточные для высококачественного (*PSNR* ≥ 60 дБ) многоуровневого прямого ДВП трехмерных 12-битовых изображений конкретным вейвлетом, можно вычислить по формулам

$$n = 12 + \left\lfloor \sqrt{k} + m/2 - 1/5 \right\rfloor, \ r = \max_{1 \le i \le k} \{r_{F,i}\}. \ (19)$$

6. Степень масштабирования *n* и разрядность *r* коэффициентов вейвлет-фильтров $f_{F,i}$, достаточные для высококачественного (*PSNR* ≥ 80 дБ) многоуровневого прямого ДВП трехмерных 16-битовых изображений конкретным вейвлетом, можно вычислить по формулам

$$n = 14 + \left\lfloor \sqrt{k+1} + m/2 + 9/10 \right\rfloor, \ r = \max_{1 \le i \le k} \{r_{F,i}\}. \ (20)$$

В следующем разделе проведено моделирование многоуровневого прямого ДВП трехмерных томографических изображений с использованием выведенных в результате анализа формул.

Моделирование ДВП трехмерных томографических изображений

Моделирование проведено в программной среде МАТLAВ версии R2019b для трех трехмерных полутоновых томографических изображений: 8-битового "wmri" (рис. 2, *a*) размера 128 × 128 × 27; 12-битового "Trufi COR"



Рис. 2. Трехмерные томографические изображения, использованные для обработки: *a* – "wmri", 8 битов; *б* – "Trufi_COR", 12 битов; *в* – "Body_1.0", 16 битов

(рис. 2, δ) размера 320 × 320 × 30; 16-битового "Body_1.0" (рис. 2, ϵ) размера 512 × 512 × 507. Чем больше цветовая глубина изображения, тем ниже его отношение средней яркости вокселей к максимально допустимому. В дальнейшем будет показано влияние этого фактора на качество обработки изображений.

Для обработки использованы вейвлеты Добеши db(k/2) (k = 2, 4, 6, ..., 20). Коэффициенты f_{F_i} вейвлет-фильтров получены с помощью команды "wfilters" [11], предварительно нормированы делением на $\sqrt{2}$ для выполнения коэффициентами низкочастотных вейвлет-фильтров условия $\sum_{i=1}^{k} f_{F,i} = 1$ и квантованы по формуле (3), где степень масштабирования *n* изменяется от 1 до 25. С помощью команды "wavedec3" [11] согласно формулам (2) осуществлено *m*-уровневое (m = 1, 2, 3, 4, 5) прямое ДВП, в результате чего исходные изображения разделены на восемь групп коэффициентов LLL_m^* , LLH_m^* , LHL_m^* , LHH_m^* , HLL_m^* , HLH_m^* , HLH_m^* , HHL_m^* , HHH_m^* разложения изображения (на втором и третьем уровнях в качестве исходного изображения использованы низкочастотные коэффициенты LLL_{m-1}^* с предшествующего уровня разложения). Низкоча-

щего уровня разложения). Низкочастотные коэффициенты разложения изображения LLL_m^* *m*-го уровня преобразованы по формуле (4). Пример коэффициентов \widehat{LLL}_2

разложения трехмерного томографического 16-битового изображения "Body 1.0" второго уровня (57-й кадр), полученных в результате двухуровневого прямого ДВП вейвлетом db2 с использованием 32-битовых коэффициентов (по умолчанию в MATLAB) в формате с плавающей точкой и предложенной точностью с использованием квантованных коэффициентов в формате с фиксированной точкой, представлен на рис. 3. Кадр выбран для наиболее наглядной иллюстрации влияния погрешности на результат обработки изображения. Из рисунка видно, что при увеличении значения степени масштабирования *п* качество обработки изображения "Body 1.0" с использованием квантованных коэффициентов постепенно улучшается: при n = 2изображение сильно засветлено; при n = 5 видны небольшие искажения; при n = 8 — результат обработки неотличим на глаз от изображения, полученного с использованием 32-битовых коэффициентов в формате с плавающей точкой.

В табл. 1—3 представлены значения *n* степени масштабирования коэффициентов, при которых, согласно результатам анализа (выведенным формулам) и моделирования, результаты *m*-уровневого (m = 1, 2, 3) прямого ДВП трехмерных полутоновых томографических изображений "wmri" (8-битное), "Trufi_COR" (12-битное) и "Body_1.0" (16-битное) вейвлет-фильтрами Добеши db(k/2) с числом коэффициентов k(k = 4, 6, 8, ..., 20) достигают высокого качества согласно формуле (5) (*PSNR* \ge 40 дБ, *PSNR* \ge 60 дБ и *PSNR* \ge 80 дБ соответственно).

Для достижения высокого качества ДВП трехмерного медицинского 8-битового изображения на квантованные коэффициенты вейвлет-фильтров потребовалось на 1...4 бита меньше, чем того требуют результаты анализа. Наличие данной разницы объясняется направ-



Рис. 3. Пример коэффициентов второго уровня \widehat{LLL}_2 разложения трехмерного томографического 16-битного изображения "Body_1.0" (57-й кадр) вейвлетом *db2*: *a* — 32-битные коэффициенты; квантованные коэффициенты: δ — n = 2, *PSNR* = 29,36 дБ; *e* — n = 5, *PSNR* = 63,50 дБ; *e* — n = 8, *PSNR* = 83,5 дБ

Таблица 1

Значения *n*, при которых результат *m*-уровневого прямого дискретного вейвлет-преобразования трехмерных 8-битных изображений вейвлетами Добеши достигает высокого качества (*PSNR* > 40 дБ)

m	Результаты	db2	db3	db4	db5	db6	db7	db8	db9	<i>db</i> 10
1	Анализ	10	10	11	11	11	12	12	12	12
	Модели- рование	8	9	9	10	10	10	10	10	11
	Разница	2	1	2	1	1	2	2	2	1
2	Анализ	11	11	12	12	12	13	13	13	13
	Модели- рование	9	10	10	10	11	11	11	11	11
	Разница	2	1	2	2	1	2	2	2	2
3	Анализ	11	12	13	13	13	13	13	14	14
	Модели- рование	10	10	10	11	11	11	11	11	11
	Разница	1	2	3	2	2	2	2	3	3
4	Анализ	12	12	13	13	13	13	14	14	14
	Модели- рование	10	10	10	10	11	11	11	11	11
	Разница	2	2	3	3	2	2	3	3	3
5	Анализ	12	13	13	13	14	14	14	14	14
	Модели- рование	9	10	10	10	10	10	10	10	10
	Разница	3	3	3	3	4	4	4	4	4

Таблица 2

Значения *n*, при которых результат *m*-уровневого прямого дискретного вейвлет-преобразования трехмерных 12-битных изображений вейвлетами Добеши достигает высокого качества (*PSNR* > 60 дБ)

m	Результаты	db2	db3	db4	db5	db6	db7	db8	db9	<i>db</i> 10
1	Анализ	14	14	15	15	15	16	16	16	16
	Модели- рование	9	10	10	10	10	10	11	11	11
	Разница	5	4	5	5	5	6	5	5	5
2	Анализ	14	15	15	15	16	16	16	17	17
	Модели- рование	10	10	10	11	11	11	11	12	12
	Разница	4	5	5	4	5	5	5	5	5
3	Анализ	15	15	16	16	16	17	17	17	17
	Модели- рование	10	11	10	11	11	11	11	12	12
	Разница	5	4	6	5	5	6	6	5	5
4	Анализ	15	16	16	16	17	17	17	18	18
	Модели- рование	10	11	11	11	11	11	11	12	12
	Разница	5	5	5	5	6	6	6	6	6
5	Анализ	16	16	17	17	17	18	18	18	18
	Модели- рование	10	10	10	11	11	11	11	11	11
	Разница	6	6	7	6	6	7	7	7	7

Таблица 3

Значения *n*, при которых результат *m*-уровневого прямого дискретного вейвлет-преобразования трехмерных 16-битных изображений вейвлетами Добеши достигает высокого качества (*PSNR* ≥ 80 дБ)

m	Результаты	db2	db3	db4	db5	db6	db7	db8	db9	<i>db</i> 10
1	Анализ	17	18	18	18	19	19	19	19	19
	Модели- рование	7	8	7	8	8	8	8	9	9
	Разница	9	9	10	10	10	10	10	10	10
2	Анализ	18	18	18	19	19	19	20	20	20
	Модели- рование	8	8	8	9	9	9	9	9	10
	Разница	9	10	10	10	10	10	11	11	10
3	Анализ	18	19	19	19	20	20	20	20	20
	Модели- рование	8	9	9	9	9	9	10	10	10
	Разница	10	10	10	10	11	10	10	10	10
4	Анализ	19	19	19	20	20	20	21	21	21
	Модели- рование	8	9	9	9	10	9	10	10	10
	Разница	10	10	10	10	10	11	11	11	11
5	Анализ	19	20	20	20	21	21	21	21	21
	Модели- рование	8	9	9	9	9	9	9	9	10
	Разница	11	10	10	10	12	11	12	12	11

ленностью проведения расчетов на определение максимальной погрешности вычислений. Разница между полученными результатами анализа и моделирования значительно увеличивается в случае 12-битовых и 16-битовых изображений. Для достижения 12- и 16-битовыми томографическими изображениями высокого качества обработки на квантование коэффициентов вейвлет-фильтров потребовалось выделять на 4...7 битов и 7...12 битов меньше соответственно. Данный факт объясняется тем, что в случае 12и 16-битовых изображений диапазон значений яркости вокселей значительно увеличивается, в то время как средняя яркость изображения изменяется незначительно, поскольку старшие биты вокселей используются редко. Таким образом, отношение средней яркости вокселей к максимально допустимому значению уменьшается с увеличением цветовой глубины изображений. На практике это приводит к более быстрому достижению высокого качества по сравнению с результатами анализа при повышении значения степени масштабирования п коэффициентов вейвлет-фильтров.

Заключение

В статье проведен анализ шума квантования коэффициентов фильтров прямого многоуровневого ДВП, по результатам которого выведены формулы (12) и (13), отображающие зависимость между точностью квантования этих коэффициентов и качеством обработки цифровых трехмерных изображений. Доказано, что выведенные формулы (14)-(20) позволяют снизить разрядность коэффициентов вейвлетфильтров без существенной потери в качестве обработки трехмерных изображений различной цветовой глубины (8-, 12- и 16-битовые изображения достигают качества обработки в 40, 60 и 80 дБ соответственно согласно критерию PSNR). Моделирование вейвлет-обработки трехмерных медицинских томографических изображений показало, что уменьшение отношения средней яркости вокселей к максимально допустимому значению при увеличении цветовой глубины изображений приводит к более быстрому достижению высокого качества по сравнению с результатами анализа при повышении значения степени масштабирования *п* коэффициентов вейвлет-фильтров.

Полученные результаты открывают возможность для уменьшения вычислительной сложности программной и аппаратной реализации вейвлет-обработки трехмерных медицинских визуальных данных на современных микроэлектронных устройствах (FPGA, ASIC и др.).

Благодарности

Автор выражает свою признательность Ставропольскому краевому клиническому консультативно-диагностическому центру за предоставление томографических изображений.

Список литературы

1. Бывальцев В. А., Степанов И. А., Калинин А. А., Белых Е. Г. Диффузионно-взвешенная магнитно-резонансная томография в диагностике дегенерации межпозвонковых дисков пояснично-крестцового отдела позвоночника // Вестник рентгенологии и радиологии. 2017. Т. 97, № 6. С. 357—364.

2. Сергиенко М. В., Белоусова А. А. Рентгеноскопия желудка как самостоятельный метод в диагностике рака желудка // Бюллетень медицинских интернет-конференций. Общество с ограниченной ответственностью Наука и инновации. 2019. Т. 9, № 8. С. 317—327.

3. Романчук Н. П., Пятин В. Ф., Волобуев А. Н. Позитронно-эмиссионная томография и электроэнцефалография: современная диагностика и коррекция когнитивных нарушений // Образовательный вестник "Сознание". 2016. Т. 18, № 2.

4. **Курышева Н. И.** Оптическая когерентная томография в диагностике глаукомной оптиконейропатии. Часть 2 // Национальный журнал глаукома. 2016. Т. 15, № 3. С. 60—70.

5. Новикова Э. В., Новикова Н. Н. Возможности ультразвукового исследования в дифференциальной диагностике конкрементов и полипов желчного пузыря // Бюллетень медицинских интернет-конференций. Общество с ограниченной ответственностью "Наука и инновации". 2018. Т. 8, № 3.

6. Мамаев Н. В., Юрин Д. В., Крылов А. С. Нахождение параметров метода шумоподавления с использованием вейвлет-преобразования на медицинских изображениях на основе анализа хребтовых структур // Труды Международной конференции по компьютерной графики и зрению" Графикон". — Федеральное государственное учреждение" Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. МВ Келдыша Российской академии наук". 2018. № 28. С. 280—284.

7. Обухова Н. А., Мотыко А. А., Поздеев А. А. Современные методы шумоподавления и особенности их применения для медицинских эндоскопических изображений // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8. № 3. С. 189—192.

8. Parikh S. S., Ruiz D., Kalya H., Fern@ ndez-Escribano G., Adzic V. High Bit-Depth Medical Image Compression with HEVC // IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics – 2017. Vol. 22, N. 2. P. 552–560.

9. Wu H., Huynh T. T., Souvenir R. Echocardiogram enhancement using supervised manifold denoising // Medical Image Analysis – 2015. Vol. 35. P. 172–180.

10. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 756 с.

11. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в МАТLAB. М.: ДМК Пресс, 2014. 627 с.

12. Богнер Р., Константинидис А., Филлиппов Л. И. Введение в цифровую фильтрацию. М.: Мир, 1976. 216 с.

13. Adams M. D., Kossentni F. Reversible integer-to-integer wavelet transforms for image compression: performance evaluation and analysis // IEEE Transactions on Image Processing. 2000. Vol. 9, N. 6. P. 1010–1024.

14. Chehaitly M., Tabaa M., Danfache A., Monteiro F. A ultra high speed and configurable Inverse Discrete Wavelet Packet Transform architecture // Microelectronics (ICM): Proceedings of the 2017 29th International Conference. Beirut, Lebanon: IEEE. 2017. P. 1–4.

15. Larrotta D. M. B., Enciso D. M. M., Barrera A. E. G. Compression of biomedical signals on FPGA by DWT and runlength // ANDESCON: Proceedings of the 2010 IEEE International Conference. Bogota, Colombia: IEEE, 2010. P. 1–5.

16. Alzaq H. Y., Ustundag B. B. An optimized two-level discrete wavelet implementation using residue number system // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing volume. 2018. Vol. 2018, N. 41.

17. **Форсайт Д., Понс Ж.** Компьютерное зрение. Современный подход. М.: Вильямс, 2004. 928 с.

18. Червяков Н. И., Ляхов П. А., Нагорнов Н. Н. Анализ шума квантования линейных стационарных фильтров обработки изображений. Современная наука и инновации. 2018. № 2 (22). С. 36—49.

Defining of the Minimum Wavelet Filter Coefficients Bit-Width for 3D Medical Imaging

Medical imaging uses a variety of modalities to provide visual information about a patient. Various methods are used to process this data. Many of them are based on discrete wavelet transform (DWT). Its use will allow effective denoising and compression of 2D and 3D images. This paper proposes a new approach to linear time-invariant wavelet filtering using quantized filter coefficients when using which the computational errors have different signs and allow to partially compensate each other as a result of which the processed image is of high quality. The analysis of the quantization noise of the direct multilevel DWT filter coefficients is carried out. The derived formulas demonstrate the relationship between the quantization accuracy of these coefficients and the processing quality of digital 3D images. The derived formulas for calculating the minimum accuracy of the wavelet filter coefficients representation in the computing devices memory allow minimizing the effect of quantization noise on the result of 3D images processing. Modelling of 3D medical tomographic images DWT processing showed that a decrease in the ratio of the average voxel brightness to the maximum allowable value with increasing color depth of images leads to faster achievement of high quality compared to the results of theoretical analysis with an increase in the value of the scaling degree of the wavelet filter coefficients. The obtained theoretical and practical results open up the possibility for reducing the computational complexity of software and hardware implementation of wavelet processing of 3D medical visual data on modern microelectronic devices (field-programmable gate arrays, application-specific integrated circuits, etc.).

Keywords: 3D image processing, medical imaging, quantization noise, wavelet transform

DOI: 10.17587/it.27.425-434

References

1. Byvaltsev V. A., Stepanov I. A., Kalinin A. A., Belykh E. G. Diffusion-weighted magnetic resonance imaging in the diagnosis of degeneration of intervertebral discs of the lumbosacral spine, *Vestnik rentgenologii i radiologii*, 2017, vol. 97, no. 6, pp. 357–364 (in Russian).

2. Sergienko M. V., Belousova A. A. X-ray examination of the stomach as an independent method in the diagnosis of stomach cancer, *Byulleten' medicinskih internet-konferencij.* — *Obshchestvo s ogranichennoj otvetstvennost'yu Nauka i innovacii*, 2019, vol. 9, no. 8, pp. 317–327 (in Russian).

3. Romanchuk N. P., Pyatin V. F., Volobuev A. N. Positron emission tomography and electroencephalography: modern diagnostics and correction of cognitive impairments, *Obrazovatel'nyj vestnik "Soznanie"*, 2016, vol. 18, no. 2 (in Russian).

4. **Kurysheva N. I.** Optical coherence tomography in the diagnosis of glaucomatous optic neuropathy. Part 2, *Nacional'nyj zhurnal glaukoma*, 2016, vol. 15, no. 3, pp. 60–70 (in Russian).

5. Novikova E. V., Novikova N. N. Possibilities of ultrasound in the differential diagnosis of stones and polyps of the gallbladder, *Byulleten' medicinskih internet-konferencij. — Obshchestvo s ogranichennoj otvetstvennost'yu "Nauka i innovacii"*, 2018, vol. 8, no. 3 (in Russian).

6. Mamaev N. V., Yurin D. V., Krylov A. S. Finding the parameters of the noise reduction method using wavelet transform on medical images based on the analysis of backbone structures, *Tru- dy Mezhdunarodnoj konferencii po komp'yuternoj grafiki i zreniyu*" Grafikon". — Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie" Federal'nyj issledovatel'skij centr Institut prikladnoj matematiki im. MV Keldysha Rossijskoj akademii nauk", 2018, no. 28, pp. 280–284 (in Russian).

7. **Obukhova N. A., Motyko A. A., Pozdeev A. A.** Modern methods of noise reduction and features of their application for medical endoscopic images, *DSPA: Voprosy primeneniya cifrovoj obrabotki signalov*, 2018, vol. 8, no. 3, pp. 189–192 (in Russian).

8. Parikh S. S., Ruiz D., Kalya H., Fernández-Escribano G., Adzic V. High Bit-Depth Medical Image Compression with HEVC, *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2017, vol. 22, no. 2, pp. 552–560.

9. Wu H., Huynh T. T., Souvenir R. Echocardiogram enhancement using supervised manifold denoising, *Medical Image Analysis*, 2015, vol. 35, pp. 172–180.

10. Sergienko A. B. Digital signal processing, SPb., Petersburg, 2011, 756 p. (in Russian).

11. **Smolentsev N. K.** Fundamentals of the theory of wavelets 4th ed. Wavelets in MATLAB, Moscow, DMK Press, 2014, 627 p. (in Russian).

12. Bogner R., Konstantinidis A., Fillippov L. I. Introduction to digital filtering, Moscow, Mir, 1976, 216 p. (in Russian).

13. Adams M. D., Kossentni F. Reversible integer-to-integer wavelet transforms for image compression: performance evaluation and analysis, *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, vol. 9, no. 6, pp. 1010–1024.

14. Chehaitly M., Tabaa M., Danfache A., Monteiro F. A ultra high speed and configurable Inverse Discrete Wavelet Packet Transform architecture, *Microelectronics (ICM): Proceedings of the 2017 29th International Conference*, 2017, pp. 1–4.

15. Larrotta D. M. B., Enciso D. M. M., Barrera A. E. G. Compression of biomedical signals on FPGA by DWT and runlength, *ANDESCON: Proceedings of the 2010 IEEE International Conference*, 2010, pp. 1–5.

16. Alzaq H. Y., Ustundag B. B. An optimized two-level discrete wavelet implementation using residue number system, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing volume*, 2018, vol. 2018, no. 41.

17. Forsyth D., Pons J. Computer vision. Modern approach, Moscow, Williams, 2004. 928 p. (in Russian).

18. **Chervyakov N. I., Lyakhov P. A., Nagornov N. N.** Analysis of quantization noise of linear time-invariant image processing filters, *Sovremennaya nauka i innovacii,* 2018, no. 2 (22), pp. 36–49 (in Russian).

В. В. Федосов, канд. техн. наук, e-mail: vlr.fdsv@gmail.com, Москва,
 А. В. Федосова, канд. физ.-мат. наук, e-mail: afedosova@unal.edu.co,
 Национальный университет, Богота, Колумбия (Universidad Nacional de Colombia),
 О. Buitrago, магистр инженерии, e-mail: oscar.buitrago@unimilitar.edu.co,
 Военный университет Новая Гранада, Богота, Колумбия (Universidad Militar Nueva Granada)

Стохастическая оценка развития эпидемии в локальных скоплениях населения*

Предложена математическая модель для стохастической оценки интенсивности инфицирования высокоактивными вирусами в местах с высокой концентрацией населения — закрытых (торговые и спортивные центры) или открытых (празднования, митинги) пространствах. С помощью эвристического алгоритма выполняется расчет числа зараженных в зависимости от соблюдения или нарушения определенных параметров: безопасных расстояний, личного иммунитета и стандартов защиты. Начальные условия содержат общее число индивидов в скоплениях, исходное число носителей вирусов и размеры пространства. В модель введены диспозиции, которые моделируют динамику смены координат индивидов в скоплениях. Программирование, численные эксперименты и графика выполнены в MATLAB. Установлен резкий скачок числа инфицированных при несоблюдении социального дистанцирования и частой смене диспозиций. Алгоритм достаточно простыми средствами позволяет быстро оценить ситуации, которые относят к плохо предсказуемым, вводит элементы управления в сложную проблему развития эпидемии в локальных скоплениях населения. Модель открыта для дополнений и улучшений и может быть интересна для поддержки принятия решений здравоохранительными или административными органами.

Ключевые слова: передача вируса, стандарты защиты, социальное дистанцирование, скопления населения, стохастическое моделирование

Введение

Статистика, накопленная во многих странах, показывает, что развитие эпидемий носит лавинообразный характер. Часто отмечают замедленный вначале, но далее переходящий в экспоненциальный рост числа заболевших. Стабилизацию вспышек связывают с неким "плато" (соразмерность числа новых носителей вируса с покинувшими клинику), после которого ожидают заметных улучшений показателей и спада числа заболевших.

Рост числа носителей вируса определяет наложение необозримого множества факторов, которые часто трудноизмеримы, носят "плавающий" характер, а вместе просто не поддаются научному объяснению.

Внезапность, быстрота смены событий и длительные сроки разработки надежных средств антивирусной защиты приводят к цейтноту, в котором выбор и принятие сдерживающих решений крайне затруднены, в разных странах и регионах они нередко противоположны, а их эффективность оценивается только по прошествии значительного времени.

Приводимые в СМИ многочисленные данные глобальной оперативной статистики [1] трудно спроектировать на конкретные ситуации меньших масштабов, которые постоянно возникают на уровнях регионов, городов или отдельных объектов.

Из-за нередко кардинальных отличий противодействие эпидемии "на местах" осложнено отсутствием опыта, квалифицированного медперсонала или финансовых возможностей. Вместе с тем, ситуации в меньших масштабах моделировать проще. Однако даже в таких случаях ожидаемые размеры матриц данных значительны из-за десятков или сотен тысяч участников.

Дистанцию допустимого контакта считают одним из главных по опасности, но на практике наиболее сложным для соблюдения параметром. В Нормативном документе [2] безопасной дистанцией между гражданами в общественных местах и на транспорте определен 1 м. По большинству оценок безопасной дистанцией при воздушно-капельном переносе считают 1,5...2 м, но это касается почти неподвижных

^{*}Статья повторяет уже существующую публикацию на испанском языке и публикуется для ознакомления русскоязычного научного сообщества с работой на актуальную тему. Статья написана в середине 2020 г.

индивидов. Л. Буруиба (Массачусетский технологический университет) на основе многолетних исследований динамики выдоха установила, что при кашле и чихании газообразное облако выдоха достигает 8 м, а скорость капель — до 30 м/с. на основании чего рекомендует пересмотреть нормативы ВОЗ. При интенсивных перемешениях индивидов (например. в спорте) дистанции безопасности еще выше. Б. Блокен [3] показал, что даже при отсутствии встречного ветра поток капель с возможными вирусами позади бегуна со скоростью 4 км/ч составляет до 5 м, а при скорости 14,4 км/ч уже до 10 м; для велосипедистов зоной риска становятся 20 м. П. Поттингер (Медицинская школа Вашингтонского университета) отметил, что при передаче вируса воздушно-капельным путем более важную роль играет не расстояние передачи, а размер капель воздуха.

Нередки сообщения СМИ, которые показывают, что на нарастание численности новых носителей помимо дистанции и времени контактов сильно влияет число начальных (даже на единичном уровне) носителей и плотность индивидов. Например, Южная Корея сообщает об одном инфицированном (без симптомов), который при посещении за ночь пяти ночных клубов стал причиной более 80 случаев заражения (Эхо Москвы. 11.05.20). В эпидемиологии число индивидов, которых может заразить вокруг себя носитель вируса, характеризуют репродуктивным числом (R_0). Уханьский коронавирус с $R_0 = 3,3...5,5$ является средним между гриппом ($R_0 = 1...2$) и корью ($R_0 = 12...18$). Эксперты Southeast University, Tsinghua

Эксперты Southeast University, Tsinghua University и The University of Hong Kong изучили выборку случаев вспышек коронавируса в зависимости от концентрации населения. Больше всего (79,9 %) заболевших было в домах, в общественном транспорте (34 %). Случаев заражения на открытом воздухе отмечено гораздо меньше — всего один человек (по сообщению агенства MedRxiv, Эхо Москвы. 13.05.20).

Подобная информация не дает возможности качественного прогноза, но свидетельствует о роли числа носителей, концентрации и подвижности населения, наличия средств защиты в развитии вспышек заражения и должна учитываться в логике предлагаемых средств и методов.

Построению даже грубых моделей глобального распространения вируса мешает неопределенность критически важных данных.

В распространенной модели SEIR население делят на группы: уязвимые (S), зараженные (I), зараженные в инкубационном периоде (E), выздоровевшие (R), и моделируются переходы между ними. Для коронавируса такое разделение проблемно, так как болезнь протекает поразному в возрастных группах, из-за нечеткой выраженности симптомов и неясностей с массовостью тестирования. Итогом является недоучет зараженных и невысокая точность прогноза.

В работе [4] в рамках SEIR исследованы алгоритмы оптимальных управлений уровнем финансирования программ по ограничению передачи инфекции в человеческих популяциях. Целевой функционал использовал весовые коэффициенты. Делается упрощающее предположение о том, что доля зараженных переносчиков в популяции, а также сам размер популяции переносчиков являются постоянными величинами. Трудности с описанием нелинейной задачи потребовали упрощений и сведены к линейной. Достигнуты решения, которые приводят к улучшающим управлениям, но без соответствующей подготовки в качестве рабочего инструмента неприменимы.

С. Ильин [5] считает распространение вируса зависящим от плотности, особенностей поведения населения, даты начала пандемии и действий правительств. Модель предлагает цепочку простых вычислений ряда показателей на дату ti: ND(ti) — число выявленных заражений; NT(ti) — общее число заразившихся; NA(ti) — число не выявленных заражений.

Динамика расчета опирается на даты t0, t1, t2, t3 — начала эпидемии, изменений поведения населения, ввода и ужесточения карантина, а также коэффициенты трансмиссионности (передаваемости) вируса, зависящие от плотности и поведения населения на этапах эпидемии.

Опорным в методике принят коэффициент приведенной трансмиссионности k0 — среднее число людей, которое заражает один человек в день до его изоляции (при k0 < 1 эпидемия затухает, при k0 > 1 растет). Для подавления распространения вируса k0 должен быть меньше 0,167. В сопоставлении с развитием пандемии в Китае, Италии и США модель показала неплохую корреляцию.

В работе [6] описана модель на основе эвристики данных, согласно которой рост эпидемии *E* следует Гауссовой функции

$$E\left(A_{T}\right)=A_{o}\mathbf{e}^{P_{0}T+\frac{\sigma}{2}T^{2}},$$

где A_0 — начальное число носителей; A_T — активные случаи заболевания; p_0 — начальная

скорость роста; σ — скорость изменения во времени темпа роста; T — время.

Делается упрощающее предположение, что эпидемия далека от насыщения населения, поэтому экспоненциальный рост допустим. Организован ввод, подгонка и экстраполяция данных онлайн, на основе которых возможен десятидневный прогноз.

В работе [7] использовали классификацию SEIR с учетом особенностей для Франции. В ней объединены категории: ограниченно заразные, выздоровевшие и погибшие. В начальной динамике рассмотрен ряд дифференциальных уравнений с традиционно немалым числом условных коэффициентов. Модель включает этап резкого вмешательства (карантинные и иные меры защиты). Авторы отмечают сильную зависимость результатов от частоты контактов (подвижности) индивидов, а результаты модели являются скорее теоретическими.

Подобные эвристические модели нацелены на глобальный прогноз, концептуально достаточно сложны, требуют математических процедур, не реагируют на масштабность ситуаций или размеры пространства. Проблемой остается недоучет зараженных, кроме того, выведен из рассмотрения фактор случайности, хотя ясно, что для динамики, связанной с массовыми ситуациями, он становится определяющим.

В данной работе предложена эвристическая, компактная модель для стохастической оценки нарастающей численности носителей вируса в зависимости от параметров, напрямую характеризующих локальные места повышенной концентрации населения. Модель открыта для усложнений и доработок и может представить интерес в медицинской практике и принятии управленческих решений.

Программирование, численные эксперименты и вывод графики выполнены в MATLAB.

Постановка задачи и алгоритм решения

Причиной передачи вируса, в первую очередь, считаем нарушение безопасной дистанции R между его носителем и здоровым индивидом. В статической ситуации (когда носители не двигаются) зону поражения от единичного носителя определяет круг с радиусом R. В динамической ситуации имеют место взаимные перемещения носителей и индивидов, длина, активность и продолжительность которых непредсказуемы. При наложениях возникающих при этом зон поражения и безопасности с новыми координатами следует учитывать иную безопасную дистанцию Rl, причем $Rl \gg R$. Суммарное возрастание зон поражения ведет к росту числа инфицированных, которые, в свою очередь, образуют зоны поражения. Если предположить непрерывный хаотический характер перемещений, то по серии фиксированных снимков скоплений индивидов и носителей со случайными координатами можно оценить рост числа носителей вируса.

Модель содержит перечень прямых параметров, очевидно характеризующих место повышенной концентрации индивидов, по которым оценивают критерий, — возможное число носителей вируса. Наличие дополнительных параметров уточняет эту связь.

К базовыми параметрам модели отнесены размеры области наблюдения, число одновременно присутствующих индивидов и начальное число носителей вируса (все в течение некоторого периода).

Учтены две схемы передачи вируса: воздушно-капельной и через контактные поверхности, которые отличаются разной дистанцией безопасности. Последняя больше для контактного заражения.

К вторичным параметрам, которые действуют напрямую либо в составе комплекса устойчивости индивидов к поражению, отнесены:

- показатель личного иммунитета;
- эффективность индивидуальной защиты (маски, перчатки, спреи и пр.);
- время контакта с другими индивидами.

Вторичные параметры варьируются в допустимых интервалах и уникальны для каждого индивида.

Точная паспортизация параметров устойчивости каждого индивида вряд ли возможна, поэтому для множества индивидов их задавали рандомизацией. За счет задаваемых исходных диапазонов параметров устойчивости, допустимых пределов и математики связи возможно, в какой-то мере, учесть специфику всего множества индивидов.

Случайные координаты индивидов и начальных носителей вируса в области определяют начальную диспозицию.

Условием передачи вируса в статике для первичного набора входных параметров модели является случайное попадание индивида в зоны поражения носителей вируса, а также недостаточный уровень его личных защитных параметров.

Статику модели, в какой-то мере, компенсирует рассмотрение цикла диспозиций.

Диспозиции меняют ряд ключевых параметров, в частности, число начальных носителей вируса за счет появления новых, матрицу их координат, а также матрицу координат индивидов. Тогда серия диспозиций должна моделировать ожидаемые, также случайные, перемещения индивидов и носителей вируса.

Вторичные параметры индивидов при этом могут быть сохранены или сохранены частично.

Частота смены диспозиций должна быть соразмерна ожидаемой интенсивности перемещений индивидов, а также превышать критическое время контакта. Критическим считаем время контакта, достаточное для устойчивой передачи вируса.

Диспозиции должны выявить рост носителей вируса в зависимости от сформулированного набора входных параметров модели.

Если предположить, что индивиды будут привязаны к постоянным координатам области, то результаты единственной (первой) диспозиции можно считать конечными.



Рис. 1. Блок-схема алгоритма

В модель включены: *d* — размеры области; act — общее число индивидов; nano — число начальных носителей вируса; *R*1 — дистанция безопасности при воздушно-капельном переносе; R2 — дистанция безопасности при переносе на контактных поверхностях: *dsp* — число диспозиций; *im* — показатель иммунитета индивида; prot — эффективность личных средств защиты индивида; tk — время контакта между индивидами; *it* — счетчик диспозиций; *s* — координаты индивидов; *sb* — координаты начальных носителей вируса; sel — координаты новых на диспозиции носителей при воздушно-капельном переносе; se2 — координаты новых на диспозиции носителей при переносе на контактных поверхностях; pre1 — допустимый минимум комплекса защиты индивида при воздушно-капельном переносе; *pre2* — допустимый минимум защиты индивида при передаче через контактные поверхности. Например, при prot() = [0, 10] и min = 8 все индивиды от 0 до 8 пропустят вирус, а от 8 ло 10 — нет.

На рис. 1 показана схема алгоритма поиска новых носителей вируса на диспозициях.

После инициализации входных параметров алгоритм объявляет цикл диспозиций, которые фиксируют случайные размещения индивидов, включая начальных носителей вируса. За счет появления новых число начальных носителей вируса на диспозициях увеличивается.

Базовым критерием, производным от плотности индивидов в области, является матрица *r*[] удалений всех индивидов от всех носителей. В информативной части матрицы число строк *act*, число элементов в строках переменное в интервале [1, *nano*]. В индексированном виде:

$$r_{i,j} = \sqrt{(s_{1,i} - sb_{1,j})^2 + (s_{2,i} - sb_{2,j})^2},$$

где i = 1, ..., act — индексы множества индивидов; j = 1, ..., nano — индексы носителей вируса.

Для передачи вируса необходимо выполнение условия $r_{i,j} \leq R1$ и $r_{i,j} \leq R2$. Контакт носителя вируса может быть не только единичным, но также может привести к заражению нескольких индивидов. Также в условие включены сравнения индивидуальных параметров защиты с пределами их эффективности.

Алгоритм содержит два блока сравнения сочетаний координат индивидов с носителями. Выполнение условий проверяется по четырем показателям (все в логике '*and*').

В первом блоке выявляются сочетания, попавшие в опасные зоны $\pi R 1^2$ носителей вируса, а также с меньшим допустимого комплексом защиты (*im*, *prot*, *tk*), что соответствует воздушно-капельному переносу. Появление новых носителей фиксируется счетчиком *new*1.

Во втором блоке выявляются сочетания, попавшие в опасные зоны $\pi R2^2$ носителей вируса, а также с меньшим допустимого параметра (*prot*), что соответствует передаче на контактных поверхностях. Появление новых носителей фиксируется счетчиком *new*2.

Новые носители *new*1 + *new*2 увеличивают число начальных носителей вируса *nano* в следующей диспозиции.

Алгоритм открыт для практически неограниченного увеличения каскадов условий сравнения, а также для неограниченного роста числа учитываемых параметров (в прямой размерности или комплексами) и разрешенных интервалов их действия.

Сложное условие 1 содержит фильтр по защитному комплексу, в который включены *im*, *prot, tk*, а условие 2 — только *prot*. Алгоритм допускает любые иные наборы элементов защиты, в том числе более расширенные. Более адекватно оценивать число введенных элементов, интервалы их значений, компоновку наборов, а главное — назначать пороги эффективности, должны специалисты.

Выполнение каждого условия для любой пары индивида и носителя означает, что вопервых, индивид и носитель сблизились настолько, что нарушили безопасную дистанцию, а во-вторых, у индивида комплекс защиты (иммунитет, эффективность средств защиты, время контакта) оказался недостаточным. Передача вируса считается состоявшейся.

Индивиды с комплексом защиты до допустимого минимума подвергаются инфицированию. Свыше — они неуязвимы, даже если попадают в зону опасности вокруг носителя вируса.

При появлении нового (новых) носителя вируса определяются его (их) координаты в данной диспозиции.

В следующую диспозицию поступает новое (возросшее) число начальных носителей вируса. Итог прохождения всех диспозиций помимо количественного выражения роста числа носителей вируса может быть показан в графике.

Наличие контакта еще не означает заражения, которое носит вероятностный характер (и зависит от возраста, личного иммунитета, длительности контакта, наличия или эффективности средств защиты). Все это возможно учесть серией личных параметров индивида. Правда, такая "паспортизация" индивидов достаточно сложна и вынуждает прибегать к случайным оценкам.

Появляется возможность быстрой оценки и просмотра результатов в зависимости от наборов входных параметров модели, а также выявления многих интересующих исследователя взаимосвязей, причем все — на стадии планирования таких мероприятий.

Для практики ценность представляют именно максимально возможные данные, которые позволят организовать упреждающие мероприятия.

Численный эксперимент и графика

В численных экспериментах базовый набор параметров модели составил:

d = [500, 800], act = 3500, nano = 50, R1 = [1, 8], R2 = R1 + 1, dsp = [1, 10], im = 0, 1 + rand(0,9), prot = 4 + rand(6),tk = 3 + rand(3), pre1 = 1,4, pre2 = 7.

Координаты индивидов *s*, начальных *sb* и новых *sev*, *sek* носителей задавали рандомизацией.

Такую выраженно стохастическую модель проверяли на воспроизводимость результата (для единичной диспозиции).

Поскольку предусмотрена случайная выборка координат для *nano*, требующая их округления, то реальное число *nano* несколько отлично от стартового. Результаты десяти экспериментов приведены в табл. 1. Не проводя полную статистическую обработку по выяснению выпадающих значений, определению доверительных интервалов и пр., авторы модель оценивают как приемлемую.

Первоначальной целью экспериментов было получение развертки критерия модели в поле [*R*1, *dsp*], которая показывает его главную зависимость от размеров опасных дистанций вокруг носителей вируса и интенсивности перемещений как "чистых" индивидов, так и носителей.

Реализована без повторов серия из восьми диспозиций. Плавность изменения и стыковки результатов в отдельных диспозициях и серии

Таблица 1

Пример воспроизводимости результата стохастической модели

Реальное число начальных носителей	99	99	99	98	97	99	99	99	98	99
Число новых носителей	6	5	4	4	7	7	5	6	7	5



Рис. 2. Зависимость роста числа носителей вируса от дистанции поражения и интенсивности перемещений индивидов

показывает достаточную для выводов воспро-изводимость.

На рис. 2 показана сильно неоднородная зависимость критерия относительно поля параметров [R1, dsp]. При дистанциях в 2...3 м определяющим остается начальное число носителей. При 4 м и более в сочетаниях с перемещениями индивидов число носителей растет уже кратно начальному числу. При дистанции поражения более 6 м и интенсивных перемещениях (времени существования области) наступает взрывной рост числа носителей.

Плавность нарастания критерия показывает преемственность диспозиций, их независимость от случайных координат индивидов и носителей (непредсказуемых перемещений) и, в целом, допустимую структуру алгоритма. Дистанция безопасности и время выдвигаются в число главных параметров, что логично и соответствует реальности.

Диспозиции фактически моделируют длину и интенсивность локальных перемещений индивидов. Если эти показатели минимальны, то при сохранении дистанции безопасности в пределах 1,5...2 м роста новых носителей практически нет, а будущее число носителей сохраняется на уровне начального (даже если последнее значительно).

Дистанция в 3...4 м становится опасной одновременно начиная со средних и выше перемещений индивидов.

Дистанции свыше 4 м плюс средние и выше значения перемещений соответствуют кратным от начального числам заболевших.

Относительно максимальных значений дистанций безопасности и размеров перемещений рост инифицированных становится взрывным и, в такой ситуации, вряд ли управляемым.

Тенденция экспоненциального роста пандемии отмечена в работах [6, 7].

На рис. 3, *а*—*г* (см. вторую сторону обложки) показана серия карт передачи вируса, сосредоточенных по диагонали поля (дистанции — диспозиции). Остальные параметры входа одинаковы. Голубым

цветом показаны координаты индивидов, синим — координаты начальных носителей, красным — новых пораженных индивидов.

На карте рис. 3, *а* значения дистанций R1 = 3, R2 = 4 близки к допустимым, а число диспозиций dsp = 3 еще не велико. Зафиксированы единичные случаи передачи вируса, что незначительно увеличило общее число носителей (~ до 70).

На карте рис. 3, δ рост числа носителей уже заметен, так как дистанции R1 = 5, R2 = 6 превысили допустимые, число диспозиций достигло среднего. Число новых носителей превысило 200.

На карте рис. 3, *в* дистанции достигли критических значений, что кратно изменило число новых носителей (~1000).

Карту рис. 3, *г* следует признать запредельной. Она одновременно характеризует чрезвычайную и длительную активность индивидов. Число исходных и новых носителей (~2600) уже превалирует над индивидами без вируса. Такие ситуации недопустимы. Их должны предварять жесткие запретительные решения.

Предложенный алгоритм позволяет заранее моделировать и избегать подобного развития событий.

На всех картах новые носители обязательно оказываются вблизи от начальных носителей, что проверяет логику алгоритма на близость к реальности.

На картах диспозиций индивиды появляются в случайной относительной близости от существующих носителей вируса. Если удаления индивидов от носителя превышает R1 и R2, то передачи вируса не происходит. Заражение происходит только при выполнении сложных условий, отслеживаемых алгоритмом. Карта также показывает, какой конкретно носитель стал причиной нового заражения.

Не исключено, что в очередной диспозиции какая-либо локальная концентрация индивидов может оказаться особенно высокой. Если при этом вблизи окажется носитель, то возможно групповое заражение. На рис. 4, а (см. вторую сторону обложки) зафиксирован пример заражения сразу двух индивидов [218, 743], [215, 742] от одного носителя [218, 742], который оказался в большой группе индивидов. Первое поражение произошло воздушно-капельным путем, второе — от контакта с поверхностью. Также зафиксировано еще одно единичное контактное заражение из-за непосредственной близости носителя. Два других носителя оказались в явном отдалении от индивидов и инифицирования не произошло. Еще двое оставшихся на первый взгляд расположились вблизи носителей, однако передачи вируса не было, вероятно из-за достаточного иммунитета или имеющихся защитных средств. Множественная передача вируса возможна и в минимальной по численности группе. На рис. 4, б (см. вторую сторону обложки) носитель вируса непосредственно контактировал только с двумя индивидами, и оба получили поражение. Контакт этой группы произошел в значительном отдалении от остальных. Возможность такой детализации показывает неплохую логику и работоспособность включенных в алгоритм процедур.

Проверяли также работоспособность и чувствительность модели к вариациям параметров защиты индивидов, включенным в оба каскада. Для одного фиксированного набора входов проверяли зависимость критерия от изменения только комплекса параметров защиты в интервале $im \cdot prot/tk = [0,5-3]$ (рис. 5). Зависимость безусловная и согласуется с логикой комплекса. Граничное значение комплекса prel = 1,4 означает, что защита для всех инди-



Рис. 5. Чувствительность модели к комплексу защитных параметров индивидов



Рис.6. Чувствительность модели к личным средствам защиты индивидов

видов с предыдущими значениями комплекса параметров защиты будет недостаточна и ведет к инфицированию. Очевидно, что может быть показана чувствительность модели отдельно к параметру *im*(). В дальнейшем в него может быть вложен более глубокий смысл соответственно современным достижения медицины

Второй контур сравнения (см. рис. 1) содержит проверку *prot*() \leq *pre*2. Чувствительность модели к *prot*()проверяли в интервале *pre*2 = = [5, 10] (рис. 6), она также достаточно высока.

Все учтенные в алгоритме параметры защиты влияют на критерий модели одновременно с остальными (*act, nano, R1, R2*). Перечень параметров защиты может быть расширен, детализирован или усовершенствован по формулам расчета.

Модель позволяет отменить защиту части или всех индивидов, что сразу покажет рост инифицированных.

В табл. 2 приведена серия численных экспериментов с разными наборами входных параметров модели. Определено ожидаемое число носителей вируса и его составляющие по типам заражения. По каждой диспозиции генерировали карты с позиционированием числа зараженных. По анализу входов и результатов численных экспериментов в любую из ситуа-

0.7.1.7		Критерии									
Опыт	d	act	β	nano	<i>R</i> 1	dsp	prel	pre2	new1	new2	Итого
1	[342, 517]	1740	0,010	148	4	4	2.5	7	205	47	400
2	[202, 600]	4085	0,034	72	1	3	1	5	25	10	107
3	[100, 420]	963	0,023	15	7	1	3	10	32	7	54
4	[350, 680]	1755	0,007	44	5	5	2	8	116	33	193
5	[600, 960]	3002	0,006	17	1	2	1.5	6	0	0	17
6	[100, 1500]	1011	0,007	29	3	10	0.5	9	14	69	112

Моделирование разных ситуаций

ций могут быть внесены коррективы для получения более приемлемых объемов заражения.

Итоговое число носителей вируса в приведенных ситуациях определяет только наложение всех учтенных параметров модели, что при таком их разнообразии сделать трудно. Однако на уровне трендов некоторые объяснения результатов очевидны.

В опыте значительное число начальных носителей и высокая интенсивность их перемещений (*R*1, *dsp*) определили 1400 итоговых носителей. При этом плотность индивидов была достаточно умеренной. Основное число заражений произошло воздушно-капельным путем.

В опыте 2 исходная плотность индивидов резко возросла. Однако соблюдение допустимой дистанции и невысокая интенсивность перемещений ограничили рост числа инифицированных коэффициентом 1,5.

В опыте 3 начальное число носителей было невелико, глобальные перемещения индивидов были также минимальны (dsp), а вот локальные (R1) уже значительны. Итогом стал более чем трехкратный рост носителей.

Опыт 4 привел к четырехкратному росту носителей в первую очередь из-за одновременно высоких значений локальной (*R*1) и глобальной (*dsp*) активности индивидов. Защитный комплекс пораженных оказался недостаточным для воздушно-капельных атак носителей.

Интересны итоги опыта 5, в котором инфицирования просто не произошло. Причины такого идеального результата моделью вполне объяснимы — это наличие в статической ситуации небольшой дистанции поражения (*R*1) у начальных носителей и практическое отсутствие перемещений (*dsp*). Отсюда следуют очевидные рекомендации для массовых мест скоплений (рестораны, кинотеатры и пр.) — строгое соблюдений дистанций безопасности плюс минимизация взаимных перемещений. Средства индивидуальной защиты также усилят гарантии нераспространения вируса.

В последнем опыте радиус поражения у начальных носителей уже имел заметное значение, а динамика перемещений индивидов была просто запредельная. Итог в 112 пораженных индивидов мог быть гораздо худшим, но число начальных носителей оказалось сравнительно небольшим.

Количественные оценки разных способов передачи вируса в опытах комментировать сложно, так как модель задает только фильтры отсеивания (*pre*1, *pre*2), но конкретные параметры защиты индивидов случайны.

По данным более расширенной серии ситуаций могут быть построены нелинейные полиномы связи критерия с параметрами, что позволит обходиться без вычислительных средств и сделать применение методики более доступным.

В работе реализована попытка связать в единой системе координаты индивидов, допустимые дистанции, динамику и фактор случайности. Модель подтвердила чрезвычайную актуальность соблюдения безопасных дистанций и роли защитных средств.

Алгоритм в качестве быстрого инструмента позволяет выявить множество зависимостей по разным сочетаниям параметров, а также оценить чувствительность этих связей.

К параметрам устойчивости индивидов могут быть добавлены иные, например, характеризующие возраст, наличие антител или статуса переболевших, сроки последнего тестирования или др.

Дополнительно можно рассмотреть переменную активность носителя вируса как случайный фактор, и ввести ее в условия заражения. Число условий передачи вируса для приближения модели к реальной может быть значительно увеличено.

Динамика модели — ступенчатая, но тем не менее, дает временные оценки критериев. Доработка модели должна опираться на значительный объем практических данных и сравнение с результатами других исследователей и методик.

Любая диспозиция определяет число и координаты новых носителей вируса и остается в прошлом. В новой диспозиции координаты всех участников будут новыми, т. е. неповторимы, что соответствует постоянным и беспорядочным перемещениям здоровых индивидов и носителей вируса. Поэтому алгоритм не дает рекомендаций по координатам с безопасными позициями в очередной или будущих диспозициях.

Алгоритм дает верхнюю (предельно возможную) оценку развития эпидемии. В реальности результаты могут быть ниже из-за индивидуального личного иммунитета отдельных людей. Их процент может быть численно заложен в методику.

Фоновым параметром модели является плотность индивидов в области. Алгоритм допускает возможность с помощью параметров *d*, *act* ввести в модель любую плотность и анализировать ее влияние на критерии.

Модель учитывает важнейшее, но ограниченное число параметров, что для обработки является достоинством. Но за пределами модели остается гораздо большее число иных явлений и факторов, которые скорее всего потребуют намного более сложных подходов.

Методика позволяет разделить область на зоны с разной вероятностью нарушения безопасных дистанций и активностью движений (например, раздевалки и остальные рабочие зоны в публичных пространствах).

Модель описывает этап нарастания эпидемии. Затухание, по-видимому, будет означать обратный рост числа индивидов, уже обладающих и, возможно, поддерживающих иммунитет. Для данной методики это означает включение в описание защитного комплекса соответствующих дополнений.

Возможно, одновременные хаотические перемещения всей массы индивидов далеко не всегда имеют место, и, скорее всего, они будут выборочными и неодинаковыми по расстоянию. Тогда модель прогнозирует возможный наихудший результат и рекомендует решения с завышенных "запасом прочности", что неплохо, так как речь идет о жизнях людей. Согласно некоторым представлениям инфицирование индивида не делает его немедленно распространителем вируса, способным к передаче его окружающим. Необходим временной лаг (отсрочка), позволяющая достигнуть в организме определенной концентрации вируса. Покажем, как трансформируется алгоритм с учетом параметра лага.

При наличии лага в модели число начальных носителей вируса через все диспозиции пройдет неизменным, но появится некое число потенциальных, которые только через 3 дня (в среднем) превратятся в реальных распространителей. На диспозициях потребуется исключить случаи вторичного, третичного или выше поражений.

Естественно, новая модель сильно понизит жесткость оценок. Хорошо ли это — решать исследователю. В технике, материаловедении, строительстве нередко предусмотрены 2...5-кратные запасы прочности. При прямых угрозах жизни запасы надежности должны быть значительно выше. Получается, исходная модель генерирует предельные оценки.

Хотя достигнуты компактность, простота и соответствие определенной логике, обсуждать адекватность модели и, тем более, считать проблему решенной нельзя. Результаты прогноза модели приближаются к реальным при грамотном наполнении входов. Алгоритм следует рассматривать как основу для дальнейшего совершенствования при обязательном привлечении специалистов из разных областей.

Заключение

Предложена эвристическая модель прогноза роста числа носителей вируса в ограниченной области при фиксированной численности индивидов и начальных носителей.

Алгоритм на единичном уровне отслеживает передачу вируса при нарушении безопасных дистанций. Случайные диспозиции индивидов в области моделируют динамику перемещений индивидов и показывают плавный и переходящий в экспоненциальный рост числа зараженных.

Модель реагирует на оба введенных контура, понижающих инфицирование индивидов, которые нарушают безопасную дистанцию, но обладают достаточным иммунитетом или эффективными средствами личной защиты.

Применение алгоритма вводит элементы управления в сложные и плохо предсказуемые

ситуации развития эпидемии в локальных скоплениях населения, что повышает качество упреждающих медицинских мер и административных решений.

Список литературы

1. **Pueyo T.** Coronavirus: Why You Must Act Now. Updated on 3/19/2020. This article has received over 40 million views in the last week. URL: https://www.news.ykt.ru/article/98085.

2. О дополнительных мерах по недопущению распространения COVID-2019. Постановление Главного Санитарного Врача РФ. 30.03.2020, N9. Москва.

3. Blocken B., Malizia F., van Druenen T., Marchal T. Towards aerodynamically equivalent COVID19 1.5 m social distancing for walking and running. Preprint Building Physics and Services, Department of the Built Environment, Eindhoven University of Technology. The Netherlands. P. 12.

4. Баталин Р. М., Терпецкий В. А. Оптимальное управление в моделях эпидемий трансмиссионных заболеваний с SEI-SEIR системами // Известия Иркутского государственного университета. Сер. Математика. 2015. Т. 14. С. 18—30.

5. **Ильин С.** Короновирусная инфекция: моделирование и прогноз. Институт нефтехимического синтеза им. А. В. Топчиева РАН. URL: https://www.kommersant.ru/doc/4322667.

6. **nCovForecast:** Код для инструмента прогнозирования nCov (приложение Shiny). URL: https://github.com/benflips/ nCovForecast.

7. **Bacaer N.** Modèle mathématique de l'émergence de l'épidémie de coronavirus en France. Institut de Recherche pour le Developpement. Les Cordel. Paris, France. P. 7. URL: https://hal. archives-ouvertes.fr/hal-02509142.

V. V. Fedosov, Cand. Tech. Sc., e-mail: vlr.fdsv@gmail.com, Moscow,
A. V. Fedosova, Cand. Phys.-Mat. Sc., e-mail: afedosova@unal.edu.co,
National University, Bogota, Colombia (Universidad Nacional de Colombia),
O. Buitrago, Master of Engineering, e-mail: oscar.buitrago@unimilitar.edu.co,
Military University of New Granada, Bogota, Colombia (Universidad Militar Nueva Granada)

Stochastic Assessment of the Development of the Epidemic in Local Population Clusters

A mathematical model is proposed for stochastic assessment of the intensity of infection with highly active viruses in places with a high concentration of the population — closed (shopping and sports centers) or open (celebrations, rallies) spaces. Using a heuristic algorithm, the number of infected people is calculated depending on the observance or violation of the selected parameters: safe distances, personal immunity and protection standards. The initial conditions contain the total number of individuals in the clusters, the initial number of virus carriers, and the size of the space. Dispositions are introduced into the model that simulate the dynamics of changes in the coordinates of individuals in clusters. Programming, numerical experiments and graphics are done in MATLAB. A sharp jump was found in the number of those who had been initiated in case of non-observance of social distancing and frequent change of dispositions. The algorithm by fairly simple means allows you to quickly assess situations that are classified as poorly predictable. Introduces control elements into the complex problem of the development of an epidemic in local population clusters. The model is open to additions and improvements and may be of interest to support decision-making by healthcare or administrative authorities.

Keywords: transmission of the virus, protection standards, social distancing, population congestion, stochastic modeling

DOI: 10.17587/it.27.435-444

References

1. **Pueyo T.** Coronavirus: Why You Must Act Now. Updated on 3/19/2020. This article has received over 40 million views in the last week, available at: https://www.news.ykt.ru/article/98085.

2. **On additional** measures to prevent the spread of CO-VID-2019. Resolution of the Chief Sanitary Doctor of the Russian Federation. 03/30/2020, N9. Moscow.

3. Blocken B., Malizia F., van Druenen T., Marchal T. Towards aerody-namically equivalent COVID19 1.5 m social distancing for walking and running. Preprint Building Physics and Services, Department of the Built Environment, Eindhoven University of Technology. The Netherlands, pp. 12. 4. Batalin R. M., Terpetsky V. A. Optimal management in transmission disease epidemic models with SEI-SEIR systems, *News of the Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2015, vol. 14, pp. 18–30.

5. **Ilyin S.** Coronovirus infection: modeling and prognosis, Institute of Petrochemical Synthesis named after A. V. Topchiev RAS, available at: https://www.kommersant.ru/doc/4322667.

6. **nCovForecast:** Code for the nCov forecasting tool (Shiny app), available at: https://github.com/benflips/nCovForecast.

7. **Bacaer N.** Modèle mathématique de l'émergence de l'épidémie de coronavirus en France. Institut de Recherche pour le Developpement. Les Cordel. Paris, France, pp. 7, available at: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02509142

ΠΡИКЛАДНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ APPLICATION INFORMATION SYSTEMS

УДК: 629.7:004.51

DOI: 10.17587/it.27.445-448

И. И. Грешников, нач. сектора, e-mail: iigreshnikov@2100.gosniias.ru, ФГУП "ГосНИИАС", Москва

Внедрение функции управления взглядом в информационно-управляющее поле кабины пилотов

Проводится анализ современных решений в области построения перспективной кабины пилотов с использованием функции управления взглядом, на основе которого делается вывод о целесообразности применения функции управления взглядом. Рассматривается разработка интеллектуально-информационной системы для апробирования данной функции в составе универсального стенда прототипирования кабины пилотов.

Ключевые слова: кабина пилотов, управление взглядом, интеллектуально-информационная система, стенд прототипирования, информационно-управляющее поле

Введение

Современные устройства ввода и управления, такие как клавиатура, трекбол и тачпад, прочно вошли в информационно-управляющее поле (ИУП) кабины пилотов самолетов гражданской авиации. Управление с использованием сенсорных дисплеев и пультов также постепенно входит в ИУП самолетов деловой авиации и транспортной категории [1, 2]. Однако тактильный метод — далеко не единственная возможность взаимодействия человека с бортовым оборудованием самолета. К перспективным средствам управления относятся: голосовое управление, управление взглядом и жестами.

В настоящее время самолетостроителями обсуждается возможность сокращения летного экипажа самолета транспортной категории до одного человека. Это будет возможно только при условии существенного снижения нагрузки на пилота. Компаниями—разработчиками оборудования ведутся исследования о возможности применения новых информационных технологий управления как одного из путей снижения нагрузки пилота, что обусловливает актуальность настоящего исследования.

Модуль, использующий технологию распознавания взгляда, отслеживает положение глаз пилота и позволяет получать информацию об окуломоторной активности пилота, а также использовать полученные данные в реальном времени для взаимодействия с информационными кадрами, отображаемыми на бортовых дисплеях. Такой метод управления должен помочь пилотам в выполнении летных процедур и увеличить скорость взаимодействия по сравнению с системами на основе сенсорного экрана и джойстика. Тем не менее, следует отметить, что для управления взглядом пилот должен смотреть на дисплей, с которым он взаимодействует.

Целью данной статьи является разработка демонстратора ИУП кабины перспективного самолета с функцией управления взглядом и разработка интеллектуально-информационной системы (ИИС), на базе которой будет проводиться отработка данного ИУП.

1. Анализ существующих решений

Управление взглядом уже давно используется для управления персональным компьютером. В операционной системе Windows применяется технология Eye Control, которая требует наличия специальной камеры-контроллера, считывающей движение глаз пользователя, например, камеры Eye Tracker 4C компании Tobii [3]. Переведя взгляд на специальную панель управления, можно открыть почту, удерживая взгляд на соответствующем элементе панели. Для управления элементами Windows малого размера предусмотрено всплывающее окно для точной фокусировки.

Что касается внедрения функции управления взглядом на воздушном судне (ВС), то необходимо отметить, что на данный момент подобных примеров нет, но работы над применением данной технологи и функции управления голосом ведутся многими ведущими разработчиками авионики, такими как Honeywell и Thales [4] (рис. 1).



Рис. 1. Управление взглядом на демонстраторе THALES

В 2018 г. компания Elbit Systems представила свой новый комплекс авионики на конференции Национальной ассоциации деловой авиации (NBAA) [5]. В составе комплекса были продемонстрированы очки дополненной реальности с функцией комбинированного зрения и функцией управления системой самолетовождения с помощью взгляда (рис. 2, см. третью сторону обложки).

Представленная технология взаимодействия с ИУП под названием "Head Up, Head Down" объединяет в себе элементы ИУП на пультах управления и сенсорных дисплеях, систему самолетовождения и очки дополненной реальности "Skylens" от фирмы Elbit. На выставке был выполнен заход на посадку в аэропорту Санта-Барбары, во время которого продемонстрирована возможность видеть закабинную обстановку сквозь обшивку самолета, а также выбирать взлетно-посадочную полосу и точку захода на посадку с помощью взгляда.

В том же году индийские исследователи провели исследование по выбору целей на бортовом дисплее военного самолета с помощью взгляда [6], в котором была показана целесообразность применения данной технологи в качестве более удобного и быстрого средства целеуказания, потенциально повышающего эргономическое качества кабины военного самолета.

2. Архитектура

интеллектуально-информационной системы для отработки функции управления взглядом

Для отработки функции управления взглядом автором была разработана специальная интеллектуально-информационная система (ИИС) (рис. 3 см. третью сторону обложки). Данная ИИС была зарегистрирована в Роспатенте [7].

Рассмотрим более подробно архитектуру системы и концепцию управления ИУП с помощью взгляда.

Для отслеживания положения взгляда используется айтрекер Gazepoint GP3, который находится в средней ценовой категории и имеет достаточную точность для целей демонстрации концепции управления взглядом. Для применения в реальных условиях на борту воздушного судна точности данного айтрекера будет недостаточно, поэтому рекомендуется использовать более дорогостоящее оборудование с улучшенными характеристиками.

Программа EyeTrackCoordConvertor осуществляет взаимодействия с API (программный интерфейс приложения) айтрекера, считывая положение зрачков в координатах от 0 до 1 по высоте и ширине и передавая эти данные на обработчик координат, который конвертирует координаты в требуемый формат для взаимодействия с курсором на экране бортового дисплея.

Программа Configuration Panel симулирует работу пульта управления индикацией и реконфигурацией. Данный пульт позволяет устанавливать различные режимы управления индикацией и реконфигурацией, в том числе режим управления с помощью взгляда.

Для включения режима управления взглядом необходимо нажать на кнопку EYE, при этом светосигнализатор кнопки должен загореться зеленым цветом.

Управление взглядом может осуществляться в двух режимах:

- курсорный режим (при перемещении взгляда по дисплею курсор всегда двигается за точкой взгляда), который вызывается нажатием на кнопку CURS;
- режим прыжков (при перемещении взгляда по дисплею курсор скачком перемещается на ближайший к точке взгляда элемент), который вызывается нажатием на кнопку JUMP. Для активации выбранного с помощью взгля-

да элемента индикации используется кнопка, встроенная в кнюппель пульта.

Программа MFD симулирует работу бортового дисплея. Данный дисплей отображает меню управления индикацией и реконфигурацией, а также информационные кадры самолетных систем, рассчитанных на сенсорное управление. Модуль реконфигурации дисплея обрабатывает входящие данные от программы EyeTrackCoordConvertor и осуществляет навигацию по интерактивным элементам информационных кадров и элементам меню.

На программном уровне определение текущего элемента осуществляется следующим образом:

- строится карта всех видимых и незаблокированных интерактивных элементов информационного кадра и меню (при изменении видимости и статуса блокировки карта перестраивается);
- определяется ближайший к текущему положению взгляда интерактивный элемент (чтобы избежать перескакивания фокуса в случае, когда взгляд находится на стыке

областей интерактивных элементов, используется гистерезис);

• определенный элемент подсвечивается как элемент, получивший фокус.

Программа IOS Server обеспечивает коммуникацию между MFD, EyeTrackCoordConvertor и Configuration Panel. Для отладки и контроля, а также для наглядной демонстрации принципа управления взглядом в IOS Server предусмотрена специальная панель, на которой отображаются все дисплеи ИУП демонстратора перспективной кабины (рис. 4, см. третью сторону обложки). На одном из дисплеев всегда отображается красный квадрат, который соответствует положению взгляда. В случае необходимости отладки без айтрекера данная панель может применяться для установки имитируемого положения взгляда путем непосредственного перетаскивания красного квадрата мышкой или пальцем.

Для демонстрации функции управления взглядом рассмотрим выполнение задачи по переключению формата индикации. Выполним переключение навигационного кадра (ND) на кадр текстовых сообщений и информации о двигателях (EWD), для этого выполним следующие шаги (рис. 5, 6, см. четвертую сторону обложки):

1) после включения режима управления взглядом переносим взгляд на кнопку вызова главного меню кадра, в результате чего курсор окажется на данной кнопке, а кнопка изменит цвет заливки;

2) на панели отладки и контроля красный квадрат появится в соответствующей зоне;

3) не отрывая взгляда от выбранной кнопки вызова, нажмем на кнюппель пульта управления индикацией и конфигурацией, в результате чего откроется главное меню;

4) перенесем взгляд на кнопку вызова кадра EWD, в результате чего курсор окажется на данной кнопке, а кнопка изменит цвет заливки;

5) на панели отладки и контроля красный квадрат появится в соответствующей зоне;

6) нажмем на кнюппель пульта управления индикацией и конфигурацией, в результате чего появится кадр EWD.

Основная часть ИИС реализована на языке высокого уровня (с#) и позволяет быстро и удобно настраивать конфигурацию ИИС и обеспечивать высокую эффективность прототипирования ИУП.

3. Демонстратор информационноуправляющего поля кабины перспективного самолета с функцией управления взглядом

Для отработки концепции управления взглядом во ФГУП "ГосНИИАС" был разработан лабораторный стенд с использованием ИИС, описанной выше, демонстрирующий реализуемость перспективных функций управления взглядом применительно к кабине самолета. Данный стенд позволяет в рамках небольшого рабочего поля отработать функционал по управлению ИУП кабины пилотов с помощью взгляда (рис. 7, см. четвертую сторону обложки).

В дальнейшем функционал, отработанный на базе данного стенда, был интегрирован в универсальный стенд прототипирования (УСП) кабины пилотов [8] на котором была проведена полноценная эргономическая оценка концепции управления взглядом с участием летных экспертов.

В результате оценки были сделаны следующие выводы:

- функция управления взглядом позволяет существенно увеличить скорость ряда типовых операций по сравнению с классическими способами взаимодействия с ИУП кабины пилотов (такими как трекбол и тачпад);
- в случае использования сенсорных дисплеев как основного способа взаимодействия с ИУП кабины пилотов функция управления взглядом может использоваться в качестве резервного контура взаимодействия с ИУП на случай турбулентности;
- при управлении взглядом достигается большее удобство за счет того, что пилот пребывает в более комфортном положении, чем при использовании сенсорных дисплеев.

Заключение

На основе проведенного анализа имеющихся решений в области построения ИУП с использованием функции управления взглядом был выполнен синтез демонстратора ИУП кабины перспективного самолета в рамках соответствующего НИР [123]. В основу демонстратора легла специально разработанная ИИС, интегрированная в УСП кабины пилотов.

Данный демонстратор ИУП был апробирован с участием пилотов-экспертов и специалистов по сертификации на УСП кабины пилотов и получил положительную оценку. Научно-технический задел, полученный в результате данной работы, может быть использован при прототипировании ИУП кабины пилотов и в составе бортовых перспективных комплексов.

Использование функции управления взглядом в кабине перспективных летательных аппаратов реализует потенциальные преимущества для производителей самолетов, авиакомпаний и пилотов, связанные с оптимизацией ИУП кабины, поэтому целесообразно продолжать развитие и внедрение функции управления взглядом в составе перспективных ИУП с учетом научно-технического задела, полученного в рамках данной работы.

Список литературы

1. Грешников И. И., Златомрежев В. И. Перспективное информационно-управляющее поле кабины, реализующее новые способы информационного обеспечения экипажа и управления информационным полем ВС // 5-я Междунар. конф. "Перспективные направления развития бортового оборудования гражданских воздушных судов". Сб. докл. 2019 г.

2. Грешников И. И., Златомрежев В. И. Использование передовых технологий для оптимизации информационноуправляющего поля кабины перспективного самолета // XVIII всеросс. науч. конф. "нейрокомпьютеры и их применение". Тез. докладов. 2020.

3. Школа Windows. Управление системой Windows 10 с помощью глаз. URL: https://windows-school.ru/publ/upravlenie_pomoshhju_glaz/42-1-0-934, 2019-06-27.

4. **Honeywell**. Hey Siri, take off! Get ready for moreadvanced planes. URL: https://www.cnet.com/news/honeywelltests-gear-for-even-more-high-tech-planes. 5. Elbit Systems. InSight Display System with SkyLens Wearable HUD. URL: https://www.elbitsystems.com/landing/wp-content/ uploads/2019/06/UASC_InSight-SkyLens_Brochure.pdf, 10-03-2018.

6. Shree J. DV, Murth LRD., Saluja K., Biswas P. Operating Different Displays in Military Fast Jets Using Eye Gaze Tracker. Indian Institute of Science, 2018.

7. Грешников И. И., Касимовский А. Д., Златомрежев В. И. Модуль управления взглядом в кабине пилотов // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020663265. Опубл. 2020 г.

8. Желтов С. Ю., Федосов Е. А., Чуянов Г. А., Златомрежев В. И., Грешников И. И. и др. Комплекс оборудования (стенд) прототипирования интерфейса кабины воздушного судна / Патент № 101331 РФ. Опубл. 2016 г.

9. Отчет № ГОСНИИАС.2100.100.1236-002НТО. Формирование научно-технического задела для разработки перспективного информационно-управляющего поля (ИУП) кабины, реализующего новые способы информационного обеспечения экипажа и управления информационным полем ВС. ФГУП "ГосНИИАС", 2020.

I. I. Greshnikov, Head of Section, e-mail: iigreshnikov@2100.gosniias.ru, FGUP "GOSNIIAS", Moscow, Russian Federation

Gaze Control Function Implementation in the Aircraft Cockpit Displays and Controls

The paper analyzes modern solutions applicable to advanced cockpit development using the gaze control function. Based on the analysis, the conclusion is made about the practicability of using the gaze control function and the intelligent information system is being developed for testing this function on the basis of universal cockpit prototyping bench.

Keywords: crew cockpit, gaze control, intelligent information system, universal bench, prototyping, aircraft control and navigation equipment

DOI: 10.17587/it.27.445-448

References

1. **Greshnikov I. I., Zlatomregev V. I.** Advanced Perspective cockpit displays and controls, implementing new ways of information support of the crew and the aircraft's control information field, 5-th international conference "Perspective pathes of avionics development for civil aircraft", a collection of papers, 2019.

2. Greshnikov I. I., Zlatomregev V. I. Using advanced technologies for cockpit displays and controls optimization of the advanced aircraft, XVIII all-Russian scientific conference "Neurocomputers and their application", abstracts, 2020.

3. **Windows** School. Windows 10 controlling with your eyes, available at: https://windows-school.ru/publ/upravlenie_pomosh-hju_glaz/42-1-0-934, 2019-06-27.

4. **Honeywell.** Hey Siri, take off! Get ready for more-advanced planes, available at: https://www.cnet.com/news/honeywell-tests-gear-for-even-more-high-tech-planes Elbit Systems. InSight Display System with SkyLens Wearable HUD, available at: https://www.elbitsystems.com/landing/wp-content/ uploads/2019/06/UASC_InSight-SkyLens_Brochure.pdf, 10-03-2018.
 6. Shree J. DV, Murthy LRD., Saluja K., Biswas P. Ope-

6. Shree J. DV, Murthy LRD., Saluja K., Biswas P. Operating Different Displays in Military Fast Jets Using Eye Gaze Tracker, Indian Institute of Science, 2018.

7. Greshnikov I. I., Kasimovsky A. D., Zlatomregev V. I. Gaze control module in the cockpit, Certificate of state registration of a computer program N_{2} 2020663265, 2020.

8. Zheltov S. Y., Fedosov E. A., Chuianov G. A., Zlatomregev V. I., Greshnikov I. I. et al. The complex of equipment (stand) prototyping of the cockpit displays and controls, Patent N_{P} 101331 Russia. 2016.

9. **Report** Ne GOSNIIAS.2100.100.1236-002NTO. Formation of scientific and technical groundwork for the development of an advanced cockpit displays and controls, which implements new ways of providing information to the crew and managing the information field of the aircraft, FGUP "GOSNIIAS", 2020.

Адрес редакции:

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала **(499) 269-5510** E-mail: it@novtex.ru

Технический редактор *Е. В. Конова.* Корректор *М. Ю. Безменова.* Сдано в набор 09.06.2021. Подписано в печать 27.07.2021. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ IT821. Цена договорная. Журнал зарегистрирован в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации ПИ № 77-15565 от 02 июня 2003 г. Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз". 119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: **www.aov.ru**

KWANG

x1/4

Рисунки к статье И.И.Грешникова

74049

«ВНЕДРЕНИЕ ФУНКЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ВЗГЛЯДОМ В ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩЕЕ ПОЛЕ КАБИНЫ ПИЛОТОВ»



Рис. 2. Бинокулярная головная гарнитура дополненной и виртуальной реальности Skylens ClearVision^{тм} с функцией управлением взглядом



Рис. 3. Архитектура интеллектуально-информационной системы для отработки функции управления взглядом



PLN D

KWANG

Meke

R

Рисунки к статье И.И.Грешникова «ВНЕДРЕНИЕ ФУНКЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ВЗГЛЯДОМ В ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩЕЕ ПОЛЕ КАБИНЫ ПИЛОТОВ»

ZACKS



Рис. 5. Переключение навигационного кадра (ND) на кадр текстовых сообщений и информации о двигателях (EWD), шаги 1–3



Рис. 6. Переключение навигационного кадра (ND) на кадр текстовых сообщений и информации о двигателях (EWD), шаги 4-6



Рис. 7. Лабораторный стенд ГосНИИАС для отработки функции управления взглядом

+09