

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 11 (92)

ноябрь

2008

Редакционный совет:

МАКАРОВ И. М.
МАТВЕЕНКО А. М.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.
ФЕДОРОВ И. Б.

Главный редактор:

ТЕРЯЕВ Е. Д.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.
ПУТОВ В. В.
ЮЩЕНКО А. С.

Ответственный секретарь:

ПЕТРИН К. В.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М.
БОГАЧЕВ Ю. П.
БУКОВ В. Н.
ВОСТРИКОВ А. С.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.
ИВЧЕНКО В. Д.
ИЛЬЯСОВ Б. Г.
КАЛЯЕВ И. А.
КОЛОСОВ О. С.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.
КУЗЬМИН Н. Н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.
ЛЁВИН Б. А.
ЛОХИН В. М.
НОРЕНКОВ И. П.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.
РАПОПОРТ Э. Я.
РАССАДКИН Ю. И.
РАЧКОВ М. Ю.
РЕЗЧИКОВ А. Ф.
СЕБРЯКОВ Г. Г.
СИГОВ А. С.
СИРОТКИН О. С.
СОЙФЕР В. А.
ТИМОФЕЕВ А. В.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.
ФИЛИМОНОВ Н. Б.
ФУРСОВ В. А.
ЮРЕВИЧ Е. И.
ЮСУПОВ Р. М.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.
ЛЫСЕНКО А. В.
ЧУГУНОВА А. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Фуртат И. Б., Цыкунов А. М.** Адаптивное управление объектами с неопределенной постоянной структурой и неизвестным знаком высокочастотного коэффициента усиления 2
- Сельвесюк Н. И.** Использование адаптирующих регуляторов для синтеза оптимального управления множеством динамических объектов 8

ИЗМЕРЕНИЯ И КОНТРОЛЬ ПАРАМЕТРОВ

- Мурынин А. Б., Сафонов И. В., Яковлев С. Ю.** Контроль качества пористых эластичных материалов методами технического зрения 13
- Кычкин В. И., Кычкин А. В., Болотов Д. А.** Прибор для оценки сцепных качеств дорожных покрытий на основе нечеткой логики 19
- Чекушкин В. В., Киселев Н. Ф., Аверьянов А. М.** Исследование методов реализации функциональных зависимостей между информативными параметрами измерительной системы 23
- Лазичев А. А., Самулеева Ю. А.** Расчет параметров сигнализирующей подсистемы управления давлением 27

МЕХАТРОНИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МЕДИЦИНЕ

- Морозов В. В., Жданов А. В.** Использование технологий быстрого прототипирования при создании искусственных желудочков сердца систем вспомогательного кровообращения 30
- Чернакова С. Э., Карпов А. А., Нечаев А. И., Ронжин А. Л.** Мультиформальный чело-веко-машинный интерфейс в медицинских приложениях 32
- Бодин О. Н., Митрохина Н. Ю.** Регуляризация решения обратной задачи электрокардиографии в компьютерной диагностической системе "Кардиоид" 37

АВТОМАТИЧЕСКОЕ И АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

- Лебедев Г. Н., Тин Пхон Чжо.** Оценка безопасности и экономичности полета самолетов при заходе на посадку с помощью обратной задачи линейного программирования 41
- Солодухин В. А.** Обоснование решений в автоматизированной системе поддержки деятельности диспетчера по управлению воздушным движением и обратная задача линейного программирования 47
- Крыжановский Г. А., Солодухин В. А.** Проблемы моделирования и обратные задачи оптимизации процессов деятельности, профессиональной подготовки и повышения квалификации операторов авиатранспортных систем 53
- Черноморский А. И., Фещенко С. В.** Управление угловой ориентацией платформы одноосного колесного транспортного модуля оптической системы посадки летательного аппарата 54
- Девятисильный А. С., Кислов Д. Е.** Исследование метода динамического обращения в задачах определения орбит с известным энергетическим уровнем 54
- Сапунков Я. Г., Молоденков А. В.** Аналитическое исследование особого режима управления в задаче оптимального разворота космического аппарата 54
- Филиппов Ю. И.** Виброустойчивость нестационарного упругого космического аппарата с прецизионной целевой аппаратурой 54
- Contents** 55

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание степени доктора наук

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 62-506.1(047)

И. Б. Фуртат, канд. техн. наук, ст. преподаватель,
А. М. Цыкунов, д-р техн. наук, проф.,
Астраханский государственный
технический университет

Адаптивное управление объектами с неопределенной постоянной структурой и неизвестным знаком высокочастотного коэффициента усиления

Рассматривается задача синтеза адаптивного регулятора для управления линейными объектами с неизвестной постоянной структурой и неопределенным знаком высокочастотного коэффициента усиления. Решение основано на использовании модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка и функции, позволяющей компенсировать неопределенность знака высокочастотного коэффициента усиления.

Ключевые слова: адаптивное управление, структурно неопределенный объект, неизвестный высокочастотный коэффициент усиления, модифицированный алгоритм адаптации высокого порядка, наблюдатель, функция Ляпунова.

Введение. Проблема управления параметрически неопределенными объектами является одной из классических задач теории систем. На сегодняшний день по данной проблеме предложено большое число решений [1–10]. Однако основная часть из них [1–5] требует структурной определенности математической модели объекта и знания знака его высокочастотного коэффициента усиления.

Требование структурной определенности математической модели системы связано со способом формирования обобщенного настраиваемого объекта. В свою очередь, это определяет алгоритмическую структуру управляющего устройства [1–8]. Работ, посвященных разработке алгоритмов управления структурно неопределенными объектами, довольно мало, например [9, 10]. В [9] при наличии информации о верхних границах относительной степени и порядке характеристического многочлена объекта задача решена с использованием особой параметризации уравнения системы. Закон регулирования формировался в виде суммы классического адаптивного закона управления с эталонной моделью [3] и некоторой передаточной функции, входным сигналом которой является задающее воздействие. Дальнейший синтез замкнутой системы осуществлялся с помощью метода расширенной ошибки.

В [10] решена проблема адаптивного управления линейным объектом с неизвестной структурой его математической модели и при условии знания верхней границы относительной степени передаточной функции. Решение базируется на применении регулятора, коэффициенты которого представляют собой произведение чисел, формируемых из последовательности Фибоначчи и экспоненциально настраиваемых функций. В отличие от [9] в [10] передаточная функция замкнутой системы не имеет заданного расположения корней характеристического уравнения. Известно только, что она устойчива. Требование знания знака высокочастотного коэффициента усиления связано с гарантией отрицательной обратной связи по управлению в замкнутой системе. Работ, посвященных решению данной проблемы, также довольно мало [6–8]. В [6] для управления объектом с компенсацией неопределенности знака высокочастотного коэффициента закон управления формировался в виде суммы сигнала, рассчитанного для объектов с известным знаком высокочастотного коэффициента усиления, и функции, компенсирующей неопределенность знака высокочастотного коэффициента. Алгоритмическая структура управляющего устройства основана на методе расширенной ошибки и функции мониторинга знака высокочастотного коэффициента. Недостатки предложенного алгоритма состоят в наличии знаковых функций, зависящих от расширенной ошибки и шага переключения по времени, задаваемого разработчиком.

Особое внимание привлекает подход, предложенный в [7] для стабилизации линейных объектов первого порядка. Он заключается в построении управляющего сигнала вида $u = N(x)y$, где $N(x) = x^2 \cos x$ — коэффициент Насбаума [7]; $\dot{x} = y^2$; y — выход объекта управления. Так, если в системе управления знак высокочастотного коэффициента учтен неверно, то происходит рост y и, как следствие, x . Тогда наступает момент времени, в котором $\cos x$ меняет знак на противоположный. В результате положительная обратная связь по управлению становится отрицательной. В [8] для создания адаптивной системы управления с эталонной моделью объектами с неизвестным высокочастотным коэффициентом усиления использовался метод расширенной ошибки и коэффициент Насбаума, включенный в алгоритм настройки параметров управляющего устройства. Однако указанным алгоритмам [7, 8] присущи недостатки: компенсирующее устройство в [8] содержит интегратор, на вход которого подается сигнал y^2 . При наличии возмущений сигнал x может расти, и система станет неработоспособной. К тому же реализация

схемы [8] довольно сложна, так как базируется на методе расширенной ошибки.

В статье предлагается алгоритм адаптивного управления по выходу в условиях структурной и параметрической неопределенностей и отсутствия информации о знаке высокочастотного коэффициента усиления. Вначале задача решена для структурно неопределенных объектов с известным знаком высокочастотного коэффициента усиления на базе модифицированного алгоритма, предложенного в [1]. Затем в алгоритм настройки параметров вводится дополнительное устройство, позволяющее компенсировать неопределенность знака высокочастотного коэффициента.

Постановка задачи. Рассмотрим объект управления в форме вход–выход

$$Q(D)y(t) = kR(D)u(t) + G(D)f(t), \quad (1)$$

где $u(t)$, $y(t)$, $f(t)$ — скалярные вход, выход объекта и неконтролируемое возмущающее воздействие соответственно; $Q(D)$, $R(D)$, $G(D)$ — линейные дифференциальные операторы, причем $Q(D)$ и $R(D)$ — нормированные; k — неизвестный высокочастотный коэффициент усиления; $D = d/dt$ — оператор дифференцирования.

Качество переходного процесса по выходу определим эталонной моделью

$$Q_m(D)y_m(t) = k_m R_m(D)r(t). \quad (2)$$

Здесь $y_m(t)$, $r(t)$ — скалярные выход эталонной модели и задающее воздействие соответственно; $k_m > 0$; $Q_m(D)$, $R_m(D)$ — линейные дифференциальные операторы с известными коэффициентами.

Требуется построить систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_m(t)| < \delta, \quad (3)$$

где $\delta > 0$ — достаточно малое число, и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.

Предположения. 1. Коэффициенты операторов $Q(D)$, $R(D)$, $G(D)$, их порядки $\deg Q(D) = n$, $\deg R(D) = m$, $\deg G(D) < n$, относительная степень $\gamma = n - m \geq 1$ и коэффициент k — постоянные неизвестные числа.

2. Известно: множество Ξ возможных значений коэффициентов операторов $Q(p)$, $R(p)$, $G(D)$ и числа k ; \bar{n} и γ_u — верхние границы порядка n и относительной степени γ соответственно; операторы $Q_m(D)$, $R_m(D)$ и их порядки \bar{n} , $\bar{n} - \gamma_u$; $k_m > 0$; $|e(0)| \leq \beta_0$.

3. Полиномы $R(\lambda)$, $Q_m(\lambda)$, $R_m(\lambda)$ — гурвицевы, где λ — комплексная переменная в преобразовании Лапласа.

4. Задающее $r(t)$ и возмущающее $f(t)$ воздействия — ограниченные функции.

5. В системе управления не доступны измерению производные сигналов $y(t)$, $u(t)$ и $r(t)$.

Метод решения. Рассмотрим модификацию схемы, предложенной в [1, 2]. Разложим операторы $R(p)$ и $Q(p)$ на составляющие:

$$R(D) = R_m(D) + \Delta R(D), \quad Q(D) = Q_m(D) + \Delta Q(D), \quad (4)$$

где $\Delta R(D) = c_{01}^T [1, D, \dots, D^{\bar{n}-2}]^T$, $c_{01} \in R^{\bar{n}-1}$ — вектор неизвестных параметров, составленный из коэффициентов оператора $R(D) - R_m(D)$. Если $m < \bar{n} - \gamma_u$, то $\deg \Delta R(D) = \bar{n} - \gamma_u$; если $m = \bar{n} - \gamma_u$, то $\deg \Delta R(D) \leq \bar{n} - \gamma_u$; если $m > \bar{n} - \gamma_u$, то $\deg \Delta R(D) = m$. С учетом (4) преобразуем уравнение (1) к виду

$$y(t) = \frac{kR_m(D)}{Q_m(D)} \left(u(t) + \frac{\Delta R(D)}{R_m(D)} u(t) - \frac{\Delta Q(D)}{kR_m(D)} y(t) + \frac{G(D)}{kR_m(D)} f(t) \right). \quad (5)$$

Вначале предположим, что знак коэффициента k известен. Введем закон управления

$$u(t) = T(D)\bar{v}(t), \quad v(t) = c^T(t)w(t). \quad (6)$$

Здесь $T(D)$ — линейный дифференциальный оператор, $\deg T(D) = \gamma_u - 1$; полином $T(\lambda)$ — гурвицев; $\bar{v}(t)$ — оценка некоторого вспомогательного управляющего воздействия $v(t)$; $c(t)$ — вектор настраиваемых параметров; $w(t) = [V_u^T(t), V_y^T(t), v_r(t), \bar{y}(t)]^T$ — вектор регрессии, составленный из фильтров

$$\begin{aligned} \dot{V}_y(t) &= F_1 V_y(t) + b y(t), \quad V_y(0) = 0; \\ \dot{V}_u(t) &= F_1 V_u(t) + b u(t), \quad V_u(0) = 0; \\ \dot{V}_r(t) &= F_2 V_r(t) + b r(t), \quad v_r(t) = L V_r(t), \quad V_r(0) = 0; \\ \dot{z}(t) &= \bar{G}_0 z(t) + \bar{D}_0 (\bar{y}(t) - y(t)), \quad \bar{y}(t) = L z(t), \quad z(0) = 0; \\ \dot{\xi}(t) &= G_0 \xi(t) + D_0 (\bar{v}(t) - v(t)), \quad \bar{v}(t) = L \xi(t), \quad \xi(0) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

В уравнениях (7): $V_y(t) \in R^{\bar{n}-1}$, $V_u(t) \in R^{\bar{n}-1}$, $V_r(t) \in R^{\gamma_u-1}$, $z(t) \in R^2$, $\xi(t) \in R^{\gamma_u-1}$ — векторы состояния фильтров; $F_1 \in R^{(\bar{n}-1) \times (\bar{n}-1)}$, $F_2 \in R^{(\gamma_u-1) \times (\gamma_u-1)}$ — матрицы в форме Фробениуса с характеристическими многочленами $R_m(\lambda)T(\lambda)$ и $T(\lambda)$ соответственно;

$$\bar{G}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad G_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_{\gamma_u-2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \bar{D}_0 = -[\bar{d}_1 \mu^{-1}, \bar{d}_2 \mu^{-2}]^T;$$

$D_0 = -[d_1 \mu^{-1}, d_2 \mu^{-2}, \dots, d_{\gamma_u-1} \mu^{-\gamma_u+1}]^T$, $\mu > 0$ — достаточно малая величина; \bar{d}_1 , \bar{d}_2 и $d_1, \dots, d_{\gamma_u-1}$ выбираются из условий гурвицевости матриц $\bar{G} = \bar{G}_0 - \bar{D}L$ и $G = G_0 - \bar{D}L$, где $\bar{D} = [\bar{d}_1, \bar{d}_2]^T$, $\bar{D} = [d_1, d_2, \dots, d_{\gamma_u-1}]^T$ [4]; $b = [0, \dots, 0, 1]^T$, $L = [1, 0, \dots, 0]$. Здесь и в дальнейшем матрицы b и L

имеют соответствующие порядки для каждого из рассматриваемых уравнений.

Пусть $Q_m(D) = R_m(D)T(D)(D + a)$, $a > 0$. Принимая во внимание (2), (5) и (6), составим уравнение для ошибки слежения $e(t) = y(t) - y_m(t)$

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & -ae + k(v(t) - c_0^T w(t)) + \\ & + k\varepsilon(t) + q_1 \dot{\Delta}(t) + \varphi(t), \end{aligned} \quad (8)$$

где $\varphi(t) = \frac{G(D)}{T(D)R_m(D)}f(t)$ — ограниченная функция,

так как полиномы $R_m(\lambda)$, $T(\lambda)$ — гурвицевы и $\frac{G(D)}{T(D)R_m(D)}$ — правильная дробно-рациональная

функция; $\varepsilon(t) = \bar{v}(t) - v(t)$; $\dot{\Delta}(t) = \dot{y}(t) - \dot{y}_m(t)$; c_0^T — вектор неизвестных параметров; q_1 — коэффициент, полученный при выделении целой части выражения $\frac{\Delta Q(D)}{R_m(D)T(D)} = q_1 D + \frac{\Delta \bar{Q}(D)}{R_m(D)T(D)}$.

Введем в рассмотрение векторы $\bar{\eta}(t) = \Gamma^{-1}[\xi(t) - \theta(t)]$ и $\bar{\omega}(t) = \Gamma^{-1}[z(t) - \zeta(t)]$, $\Gamma = \text{diag}\{\mu^{\gamma_u-2}, \mu^{\gamma_u-1}, \dots, \mu, 1\}$, $\theta(t) = [v(t), \dot{v}(t), \dots, v^{(\gamma_u-2)}(t)]^T$, $\Gamma^{-1} = \text{diag}\{\mu, 1\}$, $\zeta(t) = [y(t), \dot{y}(t)]^T$. Взяв производную по времени от $\bar{\eta}(t)$ и $\bar{\omega}(t)$, с учетом (7) получим

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\eta}}(t) = & \mu^{-1}G\bar{\eta}(t) + b v^{(\gamma_u)}(t), \quad \varepsilon(t) = \mu^{\gamma_u-2} L\bar{\eta}(t); \\ \dot{\bar{\omega}}(t) = & \mu^{-1}\bar{G}\bar{\omega}(t) + b \ddot{y}(t), \quad \Delta(t) = \mu L\bar{\omega}(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Преобразуем (9) к виду

$$\begin{aligned} \dot{\eta}(t) = & \mu^{-1}G\eta(t) + \bar{b} \dot{v}(t), \quad \varepsilon(t) = \mu^{\gamma_u-2} L\eta(t); \\ \dot{\omega}(t) = & \mu^{-1}\bar{G}\omega(t) + \bar{b}_1 \dot{y}(t), \quad \Delta(t) = \mu L\omega(t), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\eta_i(t) = \bar{\eta}_i(t) - \mu^{1+i-\gamma_u} v^{(i-1)}(t)$, $i = \overline{2, \gamma_u-1}$; $\eta_1(t) = \bar{\eta}_1(t)$; $\omega_1(t) = \bar{\omega}_1(t)$; $\omega_2(t) = \bar{\omega}_2(t) - \mu^{-1}y(t)$; $\bar{b} = [\mu^{2-\gamma_u}, 0, \dots, 0]^T$; $\bar{b}_1 = [1/\mu, 0]^T$. Уравнения (10) эквивалентны относительно переменных $\eta_1(t) = \bar{\eta}_1(t)$ и $\omega_1(t) = \bar{\omega}_1(t)$ ввиду того, что являются различными векторно-матричными формами записи уравнений $[D^{\gamma_u-1}, D^{\gamma_u-2}, \dots, 1][1, \bar{D}^T]^T \bar{\eta}_1(t) = D^{\gamma_u-1} v(t)$ и $[D^2, D, 1][1, \tilde{D}^T]^T \bar{\omega}_1(t) = D^2 y(t)$. Принимая во внимание уравнения (10), преобразуем (8) к виду

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & -ae + k(c(t) - c_0)^T w(t) + \\ & + k\mu^{\gamma_u-2} L\eta(t) + q_1 \mu L\omega(t) + \varphi(t), \end{aligned} \quad (11)$$

Утверждение. Пусть выполнены условия *предположений*, кроме того, что известен знак коэффициента k . Тогда существуют числа $\alpha > 0$, $\alpha_1 > 0$ и $\mu_0 > 0$ такие, что при $\mu \leq \mu_0$ система (6), (7), (10) и (11) вместе с алгоритмом

$$\begin{aligned} \dot{c}(t) = & -\text{sign}(k)\theta(t) - \alpha_1 c(t), \\ \theta(t) = & \alpha w(t)e(t), \quad c(0) = c_0 \end{aligned} \quad (12)$$

диссипативна, и выполнено целевое условие (3).

Доказательство утверждения 1 приведено в приложении.

Теперь рассмотрим случай, когда знак высокочастотного коэффициента усиления k неизвестен. Для компенсации данной неопределенности модифицируем алгоритм (12):

$$\dot{c}(t) = -\phi(\psi)\theta(t) - \alpha_1 c(t), \quad \psi(e) = \kappa(t) - \chi(t)\bar{\psi}(e), \quad (13)$$

где $\kappa(t) > 0$ и $\chi(t) > 0$, $\bar{\psi}(e)$ — положительно-определенная функция; $\phi(\psi)$ — функция, принимающая значения ± 1 и изменяющая свой знак на противоположный при превышении $\chi(t)\bar{\psi}(e)$ значения $\kappa(t)$. $\phi(\psi)$ реализуется, например, на базе триггера со счетным входом, который изменяет свое состояние при изменении знака $\psi(e)$ с плюса на минус.

Из утверждения следует, что если известен знак k в (1), то алгоритмическая структура управляющего устройства (6), (7) и (12) обеспечивает выполнение условий $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |e(t)| < \delta$, $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |(c(t) - c_0)^T w(t)| < \delta$ и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.

Пусть k неизвестен и алгоритм адаптации (12) сформирован в виде (13). Если знак k тот же, что и у функции $\phi(\psi)$, то ошибка $e(t)$ убывает. Значит, $\phi(\psi)$ не меняет свой знак на противоположный, так как $\chi(t)\bar{\psi}(e(t)) < \kappa(t)$. Если знак k не соответствует знаку $\phi(\psi)$, то $e(t)$ будет возрастать. Тогда наступит некоторый момент времени t_0 , в котором $\chi(t_0)\bar{\psi}(e(t_0)) \geq \kappa(t_0)$. Вследствие этого $\phi(\psi)$ изменит свой знак на противоположный, соответствующий знаку k , и $e(t)$ начнет убывать. Таким образом, применение функции $\phi(\psi)$ позволяет компенсировать неопределенность знака высокочастотного коэффициента усиления k , и система управления (6), (7), (10), (11) и (13) обеспечивает выполнение целевого условия (3) и ограниченность всех сигналов в системе управления.

Замечания. Выбор параметров $\kappa(t)$ и $\chi(t)$ существенно зависит от начальных условий в (1). Поэтому их следует выбирать из соотношения $\kappa(0) > \chi(0)\bar{\psi}(e(0))$. Кроме того, функция $\phi(\psi)$ может вводиться не только в алгоритм адаптации, но и в закон управления $u(t) = \phi(\psi)T(p)\bar{v}(t)$ или $v(t) = \phi(\psi)c^T(t)w(t)$, ошибку слежения $e(t) = \phi(\psi)(y(t) - y_m(t))$ и т. д.

Работоспособность предложенной системы управления продемонстрируем на численных примерах.

Примеры. Рассмотрим линейный объект управления вида (1):

$$(a_1 D^4 + a_2 D^3 + a_3 D^2 + a_4 D + a_5)y(t) = k(b_1 D + b_2)u(t) + f(t). \quad (14)$$

Точная информация о параметрах объекта, структуре его математической модели и высокочастотном коэффициенте k — недоступна. Известны: класс неопределенности Ξ : $a_i \in [-10; 10]$, $b_j \in [0; 5]$, $i = \overline{1, 5}$, $j = 1, 2$, $k \in [-5; 5]$, $|f(t)| \leq 7$, $|e(0)| \leq 2$; верхние границы \bar{n} и γ_u порядка n и относительной степени γ равны 4.

Эталонную модель зададим уравнением

$$(D + 1)^4 y_m(t) = r(t), \\ r(t) = 2 + \sin 1,5t + \sin 0,7t + \sin 2,5t.$$

Поскольку $\gamma_u = 4$, то выберем $T(D) = (D + 1)^3$. Значит, фильтры (7) примут вид

$$\begin{aligned} \dot{V}_{y1}(t) &= V_{y2}(t), \quad \dot{V}_{y2}(t) = V_{y3}(t), \\ \dot{V}_{y3}(t) &= -V_{y1}(t) - 3V_{y2}(t) - 3V_{y3}(t) + y(t), \quad V_{y3}(0) = 0; \\ \dot{V}_{u1}(t) &= V_{u2}(t), \quad \dot{V}_{u2}(t) = V_{u3}(t), \\ \dot{V}_{u3}(t) &= -V_{u1}(t) - 3V_{u2}(t) - 3V_{u3}(t) + u(t), \quad V_{u3}(0) = 0; \\ v_r(t) &= (D + 1)^{-3} r(t), \quad V_r(0) = 0; \\ \dot{\xi}_1(t) &= -\xi_2(t) - d_1 \mu^{-1} (\xi_1(t) - v(t)), \\ \dot{\xi}_2(t) &= -\xi_3(t) - d_2 \mu^{-1} (\xi_2(t) - v(t)), \\ \dot{\xi}_3(t) &= -d_3 \mu^{-2} (\xi_3(t) - v(t)), \quad \xi_i(0) = 0; \\ \dot{z}_1(t) &= -z_2(t) - \bar{d}_1 \mu^{-1} (z_1(t) - y(t)), \\ \dot{z}_2(t) &= -\bar{d}_2 \mu^{-2} (z_2(t) - y(t)), \quad z_i(0) = 0, \end{aligned}$$

где $\bar{D} = [d_1, d_2, d_3]^T = [15, 75, 125]^T$, $\tilde{D} = [\bar{d}_1, \bar{d}_2]^T = [10, 25]^T$, $\mu = 0,01$. Тогда вектор регрессии $w(t) = [V_{u1}(t)|_{i=\overline{1,3}}, V_{y1}(t)|_{i=\overline{1,3}}, y(t), v_r(t), \dot{y}(t)]^T$. Алгоритм управляющего устройства (6) и (13) формируется как

$$\begin{aligned} u(t) &= \xi_1(t) + 4\xi_2(t) + 6\xi_3(t) + 4\xi_4(t) + \dot{\xi}_4(t), \\ v(t) &= c^T(t)w(t), \\ \dot{c}(t) &= -\phi(\psi)\theta(t) - \alpha_1 c(t), \quad \theta(t) = \alpha w(t)e(t), \quad c(0) = 0, \\ \alpha &= 100 \text{ и } \alpha_1 = 1. \end{aligned}$$

Пусть в объекте (14) начальные условия $y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = \ddot{\ddot{y}}(0) = 1$, неизвестный высокочастотный коэффициент усиления $k = 5\sin\pi t$. Зададим в (13) $\bar{\psi}(e) = |e(t)|$. Так как в (14) $|e(0)| \leq 2$, то вы-

берем из условия $\chi(0)\beta_0 < \kappa(0)$: $\kappa(t) = 3e^{-\bar{\alpha}t} + \bar{\delta}$ и $\chi(t) = 1$, где $\bar{\alpha} = 5$, $\bar{\delta} = 0,1$. Такой выбор $\kappa(t)$ и $\chi(t)$ обусловлен тем, что в момент изменения знака k разность между значениями выхода объекта и эталонной модели может быть значительно меньше, чем в начальный момент времени функционирования системы управления. Если бы $k = \text{const}$, то коэффициенты $\chi(t)$ и $\kappa(t)$ достаточно было бы задать в виде $\kappa(t) = 3$ и $\chi(t) = 1$.

Переходные процессы по ошибке слежения $e(t)$ приведены на рис. 1 при $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_i = -5$, $i = \overline{3, 5}$, $b_1 = b_2 = 1$ (т. е. порядок характеристического многочлена и относительная степень объекта (14) равны, соответственно, 3 и 4) и на рис. 2, при $a_1 = -1$, $a_i = 5$, $i = \overline{2, 5}$, $b_1 = 0$, $b_2 = 1$ (т. е. порядок характеристического многочлена и относительная степень (14) равны 4). Из результатов моделирования (рис. 1, 2) очевидно, что неопределенность динамического порядка объекта (14) практически не сказывается на качестве переходных процессов. При этом структура управляющего устройства остается неизменной.

Неопределенность коэффициента $k = 5\sin\pi t$, изменяющего свое значение через каждую секунду

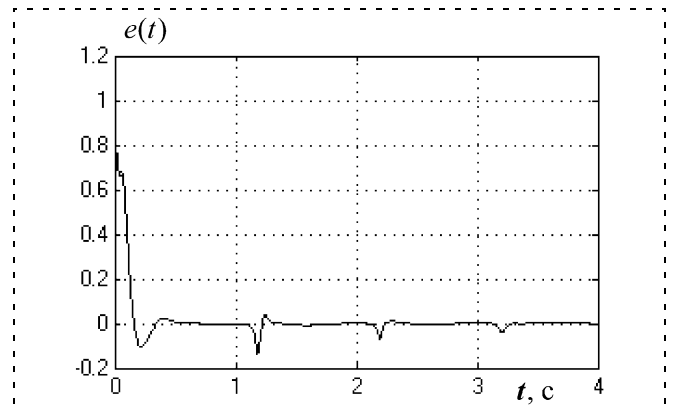


Рис. 1

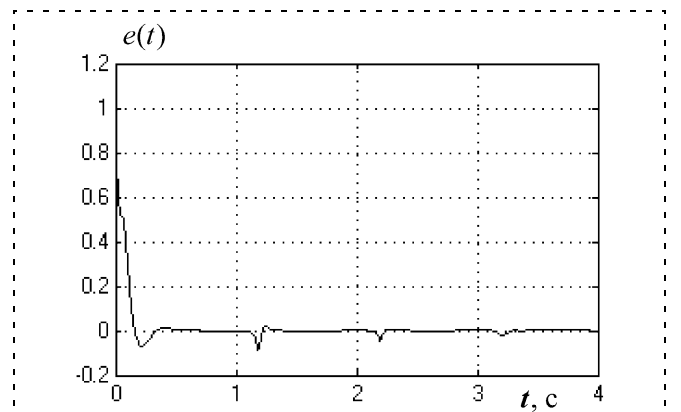


Рис. 2

с положительного на отрицательное и наоборот, также мало влияет на характер переходных процессов. Так, на полуинтервале времени $[0; 1)$ с знаками k и функции $\phi(\psi)$, компенсирующей неопределенность знака k , положительные, поэтому переключения $\phi(\psi)$ не происходит, поскольку $|e(t)| < 5$. На полуинтервале $[1; 2)$ с знаком k отрицательный, а $\phi(\psi)|_{t=1} > 0$. Вследствие этого ошибка растет до некоторого момента $t_0 \in [1; 2)$, где будет выполнено условие $|e(t_0)| = \kappa(t_0)$. В этот момент происходит переключение функции $\phi(\psi)$ с $+1$ на -1 и ошибка $e(t)$ убывает, и т. д.

Заключение. В работе рассмотрен способ построения адаптивного алгоритма для управления структурно и параметрически неопределенными линейными объектами при отсутствии информации о знаке высокочастотного коэффициента усиления. Компенсация структурной неопределенности математической модели объекта базируется на модификации подхода, предложенного в [1], а компенсация неизвестного знака высокочастотного коэффициента усиления осуществляется с помощью функции $\phi(\psi)$, введенной в вектор настраиваемых параметров. Отметим, что $\phi(\psi)$ является отдельным "устройством", которым можно дополнить любой из существующих в настоящее время алгоритмов. В отличие от [7, 8] $\phi(\psi)$ не содержит интегральных составляющих, из-за которых при наличии внешних неконтролируемых возмущений система управления может стать неработоспособной.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения. Перепишем уравнения (10) и (11) в виде

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= -ae + k(c(t) - c_0)^T w(t) + \\ &+ k\mu_2^{\gamma_u - 2} L\eta(t) + q_1\mu_2 L\dot{\omega}(t) + \varphi(t); \\ \mu_1 \dot{\eta}(t) &= G\eta(t) + \mu_2 \bar{b} \dot{v}(t); \\ \mu_1 \dot{\omega}(t) &= \mu^{-1} \bar{G}\omega(t) + \mu_2 \bar{b}_1 \dot{y}(t), \end{aligned} \quad (15)$$

где $\mu_1 = \mu_2 = \mu$. Воспользуемся второй леммой из [5]. Согласно лемме выберем функцию Ляпунова для уравнений (15) как

$$\begin{aligned} V(t) &= e^2(t) + k\alpha^{-1}(c(t) - c_0)^T(c(t) - c_0) + \\ &+ \eta^T(t)H\eta(t) + \omega^T(t)W\omega(t). \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь $H = H^T > 0$ и $W = W^T > 0$ — матрицы, являющиеся решениями уравнений $H^T G + GH = -Q$ и $W^T G + GW = -N$, $Q = Q^T > 0$, $N = N^T > 0$. По условию леммы [5] рассмотрим сначала (15) при

$\mu_2 = 0$. Возьмем от $V(t)$ производную по времени вдоль траекторий (12) и (15):

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -2ae^2 + 2e\varphi - 2\frac{k\alpha_1}{\alpha} c^T(c - c_0) - \\ &- \frac{1}{\mu_1} \eta^T Q \eta - \frac{1}{\mu_1} \omega^T N \omega. \end{aligned} \quad (17)$$

Воспользуемся тождеством $c^T(c - c_0) = (c - c_0)^T \times (c - c_0) + c^T c - |c_0|^2$. Выделим полный квадрат относительно e , φ и оценим правую часть (17) как

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -ae^2 - ae^2 + 2e\varphi \pm \mu_0\varphi^2 - \\ &- 2\frac{k\alpha_1}{\alpha} [(c - c_0)^T(c - c_0) + c^T c] - \frac{1}{\mu_1} \eta^T Q \eta - \\ &- \frac{1}{\mu_1} \omega^T N \omega + 2\frac{k\alpha_1}{\alpha} |c_0|^2 \leq -ae^2 - (\sqrt{a}e - \sqrt{\mu_0}\varphi)^2 - \\ &- 2\frac{k\alpha_1}{\alpha} [(c - c_0)^T(c - c_0) + c^T c] - \frac{1}{\mu_1} \eta^T Q \eta - \\ &- \frac{1}{\mu_1} \omega^T N \omega + \mu_0\varphi^2 + 2\frac{k\alpha_1}{\alpha} |c_0|^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Из (16) и (18) следует, что $V(t)$ — положительно-определенная невозрастающая функция. Тогда $e(t)$, $c(t)$, $\omega(t)$ и $\eta(t)$ ограничены. Из первого уравнения (15) $|c(t) - c_0|^T \omega(t)| < \infty$. Так как $r(t)$, $y_m(t)$, $\omega(t)$ и $e(t)$ ограничены, то $y(t)$, $V_y(t)$, $V_r(t)$, $\dot{y}(t)$ и $\dot{y}(t)$ также ограничены. Рассмотрим уравнение

$$\begin{aligned} \dot{V}_v(t) &= F_3 V_v(t) + bv(t) = (F_3 + bc_{01}^T) V_v(t) + b(c(t) - \\ &- c_0)^T w(t) + b(c_{02}^T V_y(t) + c_{03}y(t) + \frac{k_m}{k} r(t) + q_1 \dot{y}(t)), \end{aligned}$$

где $V_v \in R^{\bar{n} - \gamma_u}$, $F_3 \in R^{(\bar{n} - \gamma_u) \times (\bar{n} - \gamma_u)}$ — матрица в форме Фробениуса с характеристическим многочленом $R_m(\lambda)$; c_{01} — вектор, составленный из коэффициентов многочлена $\Delta R(D)$; c_{02} — вектор с коэффициентами оператора $\Delta \bar{Q}(D)$ и скаляр c_{03} , полученные при выделении целой части выражения

$$\frac{\Delta Q(D)}{kR_m(D)T(D)} = c_{03} + \frac{\Delta \bar{Q}_1(D)}{kR_m(D)T(D)}.$$

Матрица $F_3 + bc_{01}^T$ имеет сопровождающий полином $R(\lambda)$, который, в соответствии с предположением 3, гурвицев. В силу ограниченности сигналов $c(t)$, $(c(t) - c_0)^T w(t)$, $V_y(t)$, $y(t)$, $r(t)$ и $\dot{y}(t)$ следует, что $|V_v(t)| < \infty$. Поскольку

$$V_u(t) = \frac{1}{Q_m(p)} V_u(t) \text{ и } Q_m(\lambda) \text{ — гурвицев, то } |V_u(t)| < \infty.$$

Значит, вектор регрессии $w(t) = [V_u^T(t), V_y^T(t), y(t),$

$v_r(t), \dot{y}(t)]^T$ включает в себя только ограниченные сигналы, т. е. $|w(t)| < \infty$. Из (7), (11) и (12) $|\dot{w}(t)| < \infty$ и $|\dot{c}(t)| < \infty$. Тогда $\sup_t |w(t)| < k_1$, $\sup_t |c(t)| < k_2$, $\sup_t |\dot{w}(t)| < k_3$, $\sup_t |\dot{c}(t)| < k_4$, $\sup_t |\dot{\omega}(t)| < k_5$ и $\sup_t |\dot{y}(t)| < k_6$, где k_i — некоторые числа, $i = \overline{1, 6}$. В соответствии с леммой [5] существует число $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu < \mu_0$ область диссипативности системы (6), (7) и (10)–(12) остается Ω . Однако сохранение области диссипативности не гарантирует, что множество притяжения в сингулярно возмущенной системе останется тем же.

Рассмотрим (15) при $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Возьмем снова функцию Ляпунова (16) и вычислим полную производную от нее вдоль траекторий (12) и (15), принимая во внимание (18):

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -ae^2 - \frac{2k\alpha_1}{\alpha} (c - c_0)^T (c - c_0) + \\ & + 2q_1 e \mu_0 L \dot{\omega} - \frac{1}{\mu_0} \omega^T N \omega + 2\mu_0 \omega^T W \bar{b}_1 \dot{y} - \\ & - \frac{1}{\mu_0} \eta^T Q \eta + 2\mu_0 \eta^T H \bar{b} \dot{v} + \mu_0 \varphi^2 + \frac{2k\alpha_1}{\alpha} |c_0|^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Из результатов, полученных ранее, следует, что $2\mu_0 \eta^T H \bar{b} \dot{v} = 2\mu_0 \eta^T H \bar{b} (\dot{c} w + c \dot{w}) \leq 2\mu_0 |\eta| \Gamma_0$, $2q_1 e \mu_0 L \dot{\omega} \leq 2\mu_0 q_1 \|eL\dot{\omega}\| \leq 2\mu_0 q_1 \|e\| k_5$ и $2\mu_0 \omega^T W \bar{b}_1 \dot{y} \leq 2\mu_0 |W \bar{b}_1| \|\omega\| |\dot{y}| \leq 2\mu_0 |W \bar{b}_1| \|\omega\| k_6$, где $\Gamma_0 = |H \bar{b}| (k_4 k_1 + k_2 k_3)$. Подставив это в (19) и выделив полный квадрат относительно переменных $|\eta|$, Γ_0 , e , k_5 и ω , k_6 , получим

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{a}{2} e^2 - 2 \frac{k\alpha_1}{\alpha} (c - c_0)^T (c - c_0) - \frac{1}{2\mu_0} \eta^T Q \eta - \\ & - \frac{1}{2\mu_0} \omega^T N \omega - \left(\sqrt{\frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\mu_0}} |\eta| - \sqrt{\mu_0} \Gamma_0 \right)^2 - \\ & - \left(\sqrt{\frac{a}{2}} e - \sqrt{\mu_0} k_5 \right)^2 - \left(\sqrt{\frac{\lambda_{\min}(N)}{2\mu_0}} |\omega| - \sqrt{\mu_0} k_6 \right)^2 + \bar{\varphi} \leq \\ & \leq -\frac{a}{2} e^2 - 2 \frac{k\alpha_1}{\alpha} (c - c_0)^T (c - c_0) - \\ & - \frac{1}{2\mu_0} \eta^T Q \eta - \frac{1}{2\mu_0} \omega^T N \omega + \bar{\varphi}, \end{aligned}$$

где $\lambda_{\min}(Q)$, $\lambda_{\min}(N)$ — наименьшие собственные числа матриц Q и N ; $\bar{\varphi} = \mu_0 [\Gamma_0^2 + \varphi^2 + k_5^2 + k_6^2] +$

$+\frac{2k\alpha_1}{\alpha} |c_0|^2$. Тогда, принимая во внимание (16), последнее выражение можно представить в виде

$$\dot{V} \leq -\alpha_2 V + \bar{\varphi},$$

$\alpha_2 = \min \left\{ \frac{a}{2}, 2\alpha_1, \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\mu_0 \lambda_{\max}(H)}, \frac{\lambda_{\min}(N)}{2\mu_0 \lambda_{\max}(W)} \right\}$, $\lambda_{\max}(H)$ и $\lambda_{\max}(W)$ — наибольшие собственные числа матриц H и W . Решив последнее неравенство, получим

$$V(t) \leq e^{-\alpha_2 t} V(0) + \alpha_2^{-1} (1 - e^{-\alpha_2 t}) \bar{\varphi}.$$

Значит, $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \alpha_2^{-1} \bar{\varphi}$. Из структуры (16) следует, что $|e(t)| \leq \sqrt{V(t)}$, т. е.

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \sqrt{V(t)} \leq \alpha_2^{-1} \bar{\varphi}.$$

Очевидно, что существуют числа μ_0 , α и α_1 , влияющие на значения функции $\bar{\varphi}$, а значит, обеспечивающие требуемую величину δ в целевом условии (3).

Список литературы

1. Цыкунов А. М. Модифицированный адаптивный алгоритм высокого порядка для управления линейным объектом по выходу // АИТ. 2006. № 8. С. 143–152.
2. Furtat I. B., Thykunov A. M. Output adaptive control for plants using time delay in output signal based on the modified algorithm of adaptation of the high order // IPACS Electronic Library. 9th IFAC Workshop "Adaptation and Learning in Control and Signal Processing". 2007. <http://lib.physcon.ru/getfile.html?item=1528>.
3. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука. 2000. 549 с.
4. Atassi A. N., Khalil H. K. A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1999. Vol. 44. N 9. P. 1672–1687.
5. Брусин В. А. Об одном классе сингулярно возмущенных адаптивных систем. 1 // АИТ. 1995. № 4. С. 119–127.
6. Dong Wen-Han, Sun Xiu-Xia, Lin Yan. Variable structure model reference adaptive control with unknown high frequency gain sign // ACTA Automatica SINICA. 2007. Vol. 33. N 4. P. 404–408.
7. Nussbaum R. D. Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control // Syst. Control Lett. 1983. Vol. 3. N 5. P. 243–246.
8. Mudgett D. R., Morse A. S. Adaptive stabilization of linear systems with unknown high-frequency gains // IEEE Trans. on Automat. Control. 1985. Vol. AC-30. N 6. P. 549–554.
9. Too G., Ioannou P. A. Model reference adaptive control for plants with unknown relative degree // IEEE Trans. On Automatic Control. 1993. Vol. 38. N 6. P. 976–982.
10. Hoagg J. B., Bernstein D. S. Direct adaptive command following and disturbance rejection for minimum phase systems with unknown relative degree // Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing. 2007. Vol. 21 (1). P. 49–75.

УДК 517.938

Н. И. Сельвесюк, д-р техн. наук,
зам. начальника кафедры
пилотажно-навигационных комплексов
и авиационных тренажеров
Военно-воздушной инженерной академии
им. проф. Н. Е. Жуковского, Москва

Использование адаптирующих регуляторов для синтеза оптимального управления множеством динамических объектов¹

Предложен метод синтеза внутренних адаптирующих регуляторов, позволяющих при заданной структуре интегрального функционала качества без решения прямой оптимизационной задачи обеспечить заданные динамические свойства для множества объектов управления. Получено аналитическое описание указанного множества объектов. Приведен содержательный пример.

Ключевые слова: линейная динамическая система, оптимальное управление, интегральный функционал качества, адаптирующий регулятор, технология вложения систем.

Введение. Рассматривается задача квадратичной стабилизации линейного объекта управления простейшими пропорциональными регуляторами. В основе синтеза регуляторов лежит использование линейно-квадратичных функционалов, которые являются критерием качества управления и позволяют путем варьирования весовых матриц функционала изменять динамические свойства замкнутой системы [1].

Основной недостаток данного метода синтеза заключается в том, что значения весовых матриц функционалов не имеют четкой взаимосвязи с показателями, характеризующими динамические свойства объекта. Установлению такой связи, т. е. решению обратной задачи линейно-квадратичной оптимизации, посвящено много работ, например, [2]. Однако полученные в них результаты распространяются только на частные случаи.

Так как выбор весовых коэффициентов квадратичного функционала не формализован, то для решения задачи синтеза, как правило, используется инженерный подход. Поэтому лишь в отдельных случаях удачного выбора весовых коэффициентов первое найденное решение удовлетворяет требованиям практики. Чаще после нахождения первого решения и моделирования синтезированной оптимальной системы приходится корректировать весовые матрицы функционала и вновь находить решение оптимизационной задачи. Однако полученные

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 08-08-00012-а.

в результате весовые матрицы применимы только для исходного номинального объекта управления. Даже при незначительном изменении объекта для сохранения требуемых динамических свойств необходимо заново определять весовые матрицы и параметры управления.

В статье предлагается альтернативный подход, основанный на теории вложения систем [3]. Он предполагает непосредственный пересчет известных вариаций объекта относительно исходных параметров при фиксированной структуре функционала в вариации синтезируемого управления, минуя явное решение оптимизационной задачи, в целях сохранения заданных динамических свойств. Другими словами, осуществляется адаптация параметров управления к изменению параметров объекта.

Постановка задачи. Дана линейная стационарная детерминированная многомерная система

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^k, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{x} — вектор состояния системы; \mathbf{x}_0 — начальное состояние системы; \mathbf{y} — вектор управляемых переменных; \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} — постоянные вещественные матрицы, характеризующие динамические свойства системы.

Задан квадратичный функционал на бесконечном интервале оптимизации:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{y}^T \mathbf{D} \mathbf{y} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt, \quad (2)$$

где \mathbf{D} , \mathbf{R} — весовые матрицы переменных состояния и сигналов управления соответственно, удовлетворяющие условиям $\mathbf{D} = \mathbf{D}^T \geq 0$, $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0$.

Известно, что если пара (\mathbf{A}, \mathbf{B}) является управляемой, а пара (\mathbf{A}, \mathbf{C}) — наблюдаемой, то существует установившийся оптимальный закон управления вида

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_0 \mathbf{x}, \mathbf{K}_0 = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}, \quad (3)$$

который минимизирует функционал (2) и делает замкнутую систему (1), (3) асимптотически устойчивой. Здесь матрица $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ — единственное решение матричного алгебраического уравнения Лурье—Риккати

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{G}\mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0, \quad (4)$$

где неотрицательно определенные симметрические матрицы \mathbf{G} и \mathbf{Q} определяются выражениями

$$\mathbf{G} = \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T, \mathbf{Q} = \mathbf{C}^T \mathbf{D} \mathbf{C}. \quad (5)$$

Необходимо определить возможные вариации объекта управления (1), допускающие сохранение динамических свойств исходной замкнутой системы (1), (3) без пересчета оптимального управления (3), путем использования дополнительного внутреннего адаптирующего регулятора.

Методическая основа синтеза. При решении задачи использован аппарат канонизации матриц [3] и результаты параметризации уравнения Лурье—Риккати [4].

Канонизация произвольной матрицы \mathbf{A} размерности $m \times n$ и ранга r ставит ей в соответствие в общем случае неединственную пятерку матриц, включающую левый $\bar{\mathbf{A}}^L$ и правый $\bar{\mathbf{A}}^R$ делители нуля максимального ранга, левый $\tilde{\mathbf{A}}^L$ и правый $\tilde{\mathbf{A}}^R$ канонизаторы, а также сводный канонизатор $\tilde{\mathbf{A}}$:

$$\mathbf{A}_{m \times n} \rightarrow (\bar{\mathbf{A}}_{(m-r) \times m}^L, \tilde{\mathbf{A}}_{r \times m}^L, \tilde{\mathbf{A}}_{n \times m}, \tilde{\mathbf{A}}_{n \times r}^R, \bar{\mathbf{A}}_{n \times (n-r)}^R). \quad (6)$$

Данные матрицы удовлетворяют равенствам

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}^L \\ \bar{\mathbf{A}}^L \end{bmatrix} \mathbf{A} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}^R & \bar{\mathbf{A}}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_r & 0_{r \times (n-r)} \\ 0_{(m-r) \times r} & 0_{(m-r) \times (n-r)} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{A}}^R \tilde{\mathbf{A}}^L = \tilde{\mathbf{A}}; \mathbf{A} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{A} = \mathbf{A}, \quad (7)$$

из которых следуют их свойства.

В работе также используется повторная канонизация делителей нуля максимального ранга, для которой справедливы утверждения

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}}^L &\rightarrow (0, 0, (\bar{\mathbf{A}}^L)^R, (\bar{\mathbf{A}}^L)^R, \mathbf{A} \bar{\mathbf{A}}^R); \\ \bar{\mathbf{A}}^R &\rightarrow (\tilde{\mathbf{A}}^L \mathbf{A}, (\bar{\mathbf{A}}^R)^L, (\bar{\mathbf{A}}^R)^L, 0, 0). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь конструкция $(\bar{\mathbf{A}}^L)^R$ означает правый делитель единицы левого делителя нуля максимального ранга для матрицы \mathbf{A} .

Метод канонизации матриц использован для получения аналитического решения различных матричных алгебраических уравнений [3]. Формулы решения используемых в статье уравнений сведены в таблицу.

Здесь χ, λ, ρ — произвольные матрицы подходящих размеров; $\mu = -\mu^T, \eta = -\eta^T$ — произвольные кососимметрические матрицы подходящих размеров. Фигурными скобками обозначаются множества, а нижними индексами при фигурных скобках — порождающие их параметры.

Параметризация уравнения Лурье—Риккати (4) определяет все множество матриц уравнения

$$\{\mathbf{A}\}_{\sigma, \lambda, \eta} = \frac{1}{2} \sigma \mathbf{P} - \frac{1}{2} \mathbf{P}^{-1} \lambda - \eta \mathbf{P}; \{\mathbf{G}\}_{\sigma} = \sigma; \{\mathbf{Q}\}_{\lambda} = \lambda, \quad (9)$$

при которых его решение остается неизменным [4]. Здесь σ и λ — произвольные неотрицательно-определенные симметрические матрицы, а η — произвольная кососимметрическая матрица, которые вместе удовлетворяют условию

$$\det\left(\frac{1}{2}(\mathbf{P}^{-1} \lambda + \sigma \mathbf{P}) + \eta \mathbf{P}\right) \neq 0. \quad (10)$$

Перенесем результаты параметризации на рассматриваемую задачу.

Инвариантное множество матриц динамики объекта управления. Положим, что в результате численного решения оптимизационной задачи для номинального объекта с моделью (1) определены весовые матрицы \mathbf{D} и \mathbf{R} функционала (2), обеспечивающие заданные динамические свойства замкнутой системе (1), (3).

Зафиксировав значения матриц \mathbf{D} и \mathbf{R} в формулах параметризации (9), получим $\sigma = \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T = \mathbf{G}, \lambda = \mathbf{C}^T \mathbf{D} \mathbf{C} = \mathbf{Q}$.

Тогда множество матриц собственной динамики \mathbf{A} объекта (1), не изменяющих решения уравнения Лурье—Риккати (4), а следовательно, доставляющих минимум целевому функционалу (2) с фиксированными матрицами весовых коэффициентов \mathbf{D} и \mathbf{R} , определится выражением

$$\{\mathbf{A}\}_{\eta} = \frac{1}{2} \mathbf{G} \mathbf{P} - \frac{1}{2} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} - \eta \mathbf{P}. \quad (11)$$

Множество (11) можно трактовать как инвариантные в смысле неизменности оптимального управления (3) при фиксированных параметрах функционала (2) вариации (в виде аддитивных приращений) исходной матрицы динамики объекта управления (1)

$$\{\mathbf{A}\}_{\eta} = \mathbf{A} + \{\Delta \mathbf{A}\}_{\eta}. \quad (12)$$

Отсюда множество аддитивных вариаций исходной матрицы динамики \mathbf{A} определится выражением

$$\{\Delta \mathbf{A}\}_{\eta} = \frac{1}{2} \mathbf{G} \mathbf{P} - \frac{1}{2} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} - \mathbf{A} - \eta \mathbf{P}. \quad (13)$$

Таким образом, можно утверждать, что если матрица динамики \mathbf{A} объекта (1) принадлежит множеству (11), то коэффициент передачи оптимального

Решения матричных алгебраических уравнений

Вид уравнения		Условие разрешимости	Формульное представление
Название	Формула		
Левостороннее	$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$	$\bar{\mathbf{A}}^L \mathbf{B} = 0$	$\{\mathbf{X}\}_{\chi} = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{B} + \bar{\mathbf{A}}^R \chi$
Левостороннее кососимметрическое	$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ $\mathbf{X} = -\mathbf{X}^T$	$\bar{\mathbf{A}}^L \mathbf{B} = 0,$ $\mathbf{B} \mathbf{A}^T = -\mathbf{A} \mathbf{B}^T$	$\{\mathbf{X}\}_{\mu} = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{B} + \mathbf{B}^T \tilde{\mathbf{A}}^T +$ $+ \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{A} \mathbf{B}^T \tilde{\mathbf{A}}^T +$ $+ \bar{\mathbf{A}}^R \mu (\bar{\mathbf{A}}^R)^T$
Правостороннее	$\mathbf{X}\mathbf{C} = \mathbf{B}$	$\mathbf{B} \bar{\mathbf{C}}^R = 0$	$\{\mathbf{X}\}_{\lambda} = \mathbf{B} \bar{\mathbf{C}} + \lambda \bar{\mathbf{C}}^L$
Обертывающее симметрическое	$\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{X}^T \mathbf{A}^T = \mathbf{Q}, \mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T$	$\bar{\mathbf{A}}^L \mathbf{Q} (\bar{\mathbf{A}}^L)^T = 0,$ $\bar{\mathbf{A}}^L \mathbf{Q} \times (\bar{\mathbf{A}}^L)^T = 0$	$\{\mathbf{X}\}_{\eta, \chi} = \tilde{\mathbf{A}} (\frac{1}{2} \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{A}}^T +$ $+ \mathbf{A} \eta) \mathbf{A}^T + \bar{\mathbf{A}}^R \chi$

регулятора (3) остается неизменным, и целевой функционал (2) имеет минимальное значение.

Проверим последнее утверждение. Целевой функционал (2) можно переписать в виде

$$J = \int_0^{\infty} \{x^T Q x + x^T P B R^{-1} B^T P x\} dt = \int_0^{\infty} x^T (Q + P B R^{-1} B^T P) x dt = \int_0^{\infty} x^T (P A + A^T P) x dt.$$

Подставим сюда множество матриц динамики (12):

$$J = \int_0^{\infty} x^T (P(A + \{\Delta A\}_{\eta}) + (A + \{\Delta A\}_{\eta})^T P) x dt = \int_0^{\infty} x^T (P A + A^T P) x dt + \int_0^{\infty} x^T (P \{\Delta A\}_{\eta} + \{\Delta A\}_{\eta}^T P) x dt.$$

Очевидно, что второе слагаемое записанного выше функционала равно нулю по смыслу параметризации матрицы A .

Синтез внутреннего адаптирующего регулятора.

Результаты параметризации матрицы динамики A в оптимальной системе можно использовать для компенсации ее вариаций в целях сохранения неизменных динамических свойств без пересчета оптимального управления. Это избавляет от необходимости в каждом случае осуществлять неформализованный подбор матриц весовых коэффициентов квадратичного функционала (2) и от проведения численного моделирования.

Под вариациями по-прежнему будем понимать изменения исходной матрицы динамики A системы (1) в виде аддитивных приращений: $\hat{A} = A + \Delta A$. Данное допущение позволяет представить некоторое множество объектов управления, являющееся подмножеством (12), с соответствующими матрицами динамики в виде

$$\{\hat{A}\} = A - B \{K_A\}, \quad (14)$$

что соответствует введению дополнительной внутренней по отношению к оптимальному регулятору обратной связи по состоянию вида

$$u_A(t) = -K_A x(t),$$

где K_A — числовая матрица коэффициентов усиления внутреннего регулятора.

Для сохранения неизменных динамических свойств оптимальной системы (1), (3) при фиксированных параметрах функционала (2) необходимо, чтобы множество вариаций (14) совпадало с множеством параметризации (11), т. е. выполнялось тождество

$$A - B \{K_A\}_{\eta} = \frac{1}{2} G P - \frac{1}{2} P^{-1} Q - \eta P, \quad \eta = -\eta^T, \quad (15)$$

где $\{K_A\}_{\eta}$ — множество внутренних адаптирующих регуляторов в обратной связи, порожаемое косо-симметрической матрицей η .

Из выражения (15) получим уравнение синтеза внутренней адаптирующей обратной связи

$$B K_A = A - \frac{1}{2} G P + \frac{1}{2} P^{-1} Q + \eta P. \quad (16)$$

Результаты синтеза представлены теоремой.

Теорема. Задача синтеза оптимального управления с заданными динамическими свойствами для некоторого множества объектов управления вида (1) с линейно-квадратичным функционалом (2), имеющим фиксированные параметры D и R , без пересчета оптимального регулятора (3) разрешима с помощью внутренней адаптирующей обратной связи

$$u_A(t) = -K_A x(t)$$

в том и только в том случае, если выполняется условие

$$\bar{B}^L (S + S^T) (\bar{B}^L)^T = 0. \quad (17)$$

Все множество внутренних адаптирующих регуляторов определяется формулой

$$\{K_A\}_{\eta, \lambda} = \tilde{B} (A - \frac{1}{2} B R^{-1} B^T P + \frac{1}{2} P^{-1} Q + \{\eta\}_{\kappa} P) + \bar{B}^R \lambda, \quad (18)$$

где η — косо-симметрическая матрица из множества

$$\{\eta\}_{\kappa} = S (\bar{B}^L)^T - \bar{B}^L S (\bar{B}^L)^T - \bar{B}^L S^T + B \tilde{B}^R \kappa (B \tilde{B}^R)^T. \quad (19)$$

Здесь

$$S = P^{-1} (A^T P + \frac{1}{2} Q) P^{-1}; \quad (20)$$

κ — произвольная косо-симметрическая матрица размера $\text{rank} B \times \text{rank} B$; λ — произвольная матрица подходящего размера.

Доказательство теоремы приведено в приложении.

Из формулы (19) очевидно следует, что множество вариаций матрицы динамики, допускающее пересчет оптимального управления с помощью внутреннего адаптирующего регулятора (18), является подмножеством множества параметризации (13) и определяется выражением

$$\{\Delta A\}_{\kappa} = \frac{1}{2} G P - \frac{1}{2} P^{-1} Q - A - S (\bar{B}^L)^T P - \bar{B}^L S (\bar{B}^L)^T P - \bar{B}^L S^T P + B \tilde{B}^R \kappa (B \tilde{B}^R)^T P. \quad (21)$$

Таким образом, в оптимальной системе (1)–(3) с матрицами динамики, принадлежащими множеству $\{\hat{A}\}_{\kappa} = A + \{\Delta A\}_{\kappa}$, использование линейного закона управления $u = -(K_0 + K_A)x$ позволяет сохранить динамические свойства исходной системы, при

этом значение целевого функционала (2) с фиксированными матрицами \mathbf{D} и \mathbf{R} остается минимальным в классе линейных управлений.

Также можно определить все множество матриц динамики \mathbf{A} , допускающих рассмотренный выше пересчет. Для этого перепишем условие (17) с учетом выражения (20) в виде равенства

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{B}}^L \mathbf{A} \mathbf{P}^{-1} (\bar{\mathbf{B}}^L)^T + \bar{\mathbf{B}}^L \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A}^T (\bar{\mathbf{B}}^L)^T = \\ = -\bar{\mathbf{B}}^L \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{P}^{-1} (\bar{\mathbf{B}}^L)^T, \end{aligned} \quad (22)$$

которое можно рассматривать как симметрическое уравнение

$$\mathbf{A}_s \mathbf{X} + \mathbf{X}^T \mathbf{A}_s^T = \mathbf{Q}_s, \quad (23)$$

где использованы обозначения

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_s = \bar{\mathbf{B}}^L, \quad \mathbf{X} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A}^T (\bar{\mathbf{B}}^L)^T, \\ \mathbf{Q}_s = -\bar{\mathbf{B}}^L \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{P}^{-1} (\bar{\mathbf{B}}^L)^T. \end{aligned} \quad (24)$$

Согласно таблице условия разрешимости уравнения (23) с учетом обозначений (24) и свойств (8) повторных делителей нуля выполняются всегда. Формулу решения уравнения (23) с учетом обратимости матрицы \mathbf{P} можно записать как правостороннее матричное уравнение

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T (\bar{\mathbf{B}}^L)^T = -\frac{1}{2} \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{B}}^L \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{P}^{-1} (\bar{\mathbf{B}}^L)^T + \\ + \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{B}}^L \boldsymbol{\mu} (\bar{\mathbf{B}}^L)^T + \bar{\mathbf{P}} \boldsymbol{\chi} \end{aligned} \quad (25)$$

относительно матрицы \mathbf{A} . Здесь $\boldsymbol{\mu}$ — произвольная кососимметрическая матрица, $\boldsymbol{\chi}$ — произвольная матрица.

Поскольку по определению матрица $\bar{\mathbf{B}}^L$ содержит только линейно независимые строки, то с учетом ее транспонирования согласно таблице уравнение (25) разрешимо всегда. Все множество решений после выполнения операции транспонирования определяется формулой

$$\begin{aligned} \{\mathbf{A}\}_{\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\rho}} = -(\bar{\mathbf{B}}^L)^T \left(\frac{1}{2} \bar{\mathbf{P}}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{P}^{-1} + \boldsymbol{\mu} \right) \bar{\mathbf{B}}^L \mathbf{P} + \\ + (\bar{\mathbf{B}}^L)^T \boldsymbol{\chi}^T \bar{\mathbf{V}}^T \mathbf{P} + \bar{\mathbf{V}} \bar{\mathbf{B}}^L \boldsymbol{\rho}, \end{aligned} \quad (26)$$

где $\boldsymbol{\mu}$ — произвольная кососимметрическая матрица размера $n_x \times n_x$; $\boldsymbol{\chi}$, $\boldsymbol{\rho}$ — произвольные матрицы подходящего размера.

Пример. Рассмотрим модель продольного движения летательного аппарата, линеаризованную в окрестности прямолинейного горизонтального установившегося движения в спокойной атмосфере, с векторами состояния и управления [4]

$$\mathbf{x} = [\Delta V_x \Delta V_y \Delta \theta \Delta \omega_z]^T, \quad \mathbf{u} = [\Delta \mathbf{P} \delta_B].$$

Модели для ЛА среднего веса классической компоновки в режиме крейсерского полета имеет следующие числовые значения:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1,58 \cdot 10^{-2} & 2,63 \cdot 10^{-2} & -9,81 & 0 \\ -0,157 & -1,03 & 0 & 120,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5,27 \cdot 10^{-4} & -1,65 \cdot 10^{-2} & 0 & -1,42 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \\ + \begin{bmatrix} 6,06 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & -9,49 \\ 0 & 0 \\ 0 & -5,57 \end{bmatrix} \mathbf{u}. \end{aligned} \quad (27)$$

Вектор управляемых параметров примем следующим:

$$\mathbf{y} = [\Delta V_x \Delta \theta]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Весовые матрицы целевого функционала выберем следующими:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0,02 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,0004 & 0 \\ 0 & 2500 \end{bmatrix} \cdot 10^{-2}.$$

При этом отклонение по скорости $\Delta V_x = 10$ м/с эквивалентно изменению угла тангажа $\Delta \theta = 0,2$ рад; изменение тяги $\Delta P = 500$ Н эквивалентно отклонению руля высоты $\delta_B = 0,2$ рад.

При таких параметрах оптимальный коэффициент усиления равен

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0 = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = \\ = \begin{bmatrix} 15,64 & 0,403 & -116,99 & -17,23 \\ 2,43 \cdot 10^{-2} & 2,88 \cdot 10^{-3} & -1,61 & -0,467 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Множество матриц динамики, допускающее пересчет оптимального управления с помощью внутреннего адаптирующего регулятора (18), приведенное к исходной матрице динамики (27), в соответствии с формулой (21) имеет вид

$$\begin{aligned} \{\mathbf{A}\}_k = \\ = \begin{bmatrix} (-1,58 - 5,53k) \cdot 10^{-2} & (26,33 - 6,55k) \cdot 10^{-3} & -9,81 + 3,76k & 1,06k \\ -0,157 - 0,089k & -1,03 - 2,31 \cdot 10^{-3}k & 0,67k & 120,5 + 9,82 \cdot 10^{-2}k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5,27 \cdot 10^{-4} - 5,22 \cdot 10^{-2}k & (-16,52 - 1,35k) \cdot 10^{-3} & 0,39k & -1,42 + 5,76 \cdot 10^{-2}k \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Соответствующее множество внутренних адаптирующих регуляторов в соответствии с формулой (18) имеет вид

$$\begin{aligned} \{\mathbf{K}_A\}_k = \\ = \begin{bmatrix} -91,3k & -10,8k & 6,05 \cdot 10^3k & 1,75 \cdot 10^3k \\ 9,3 \cdot 10^{-3}k & 2,42 \cdot 10^{-4}k & -7,02 \cdot 10^{-2}k & -1,03 \cdot 10^{-2}k \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

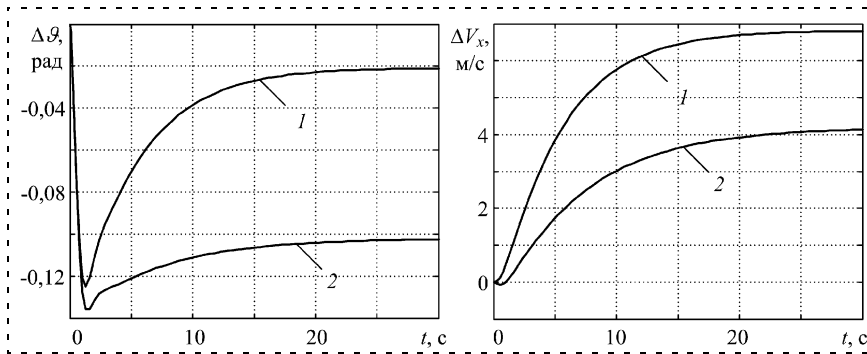


Рис. 1. Реакция самолета на отклонение руля высоты

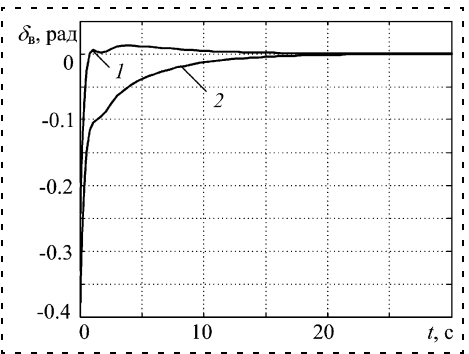


Рис. 2. Графики отклонений руля высоты

Исследуем свойства системы при вариациях матрицы **A**. Примем значение $k = 1,5$, получим объект управления со следующей матрицей динамики:

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -9,58 \cdot 10^{-2} & 1,69 \cdot 10^{-2} & -4,51 & 1,54 \\ -0,286 & -1,03 & 0,964 & 120,6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7,51 \cdot 10^{-2} & -1,85 \cdot 10^{-2} & 0,565 & -1,33 \end{bmatrix}$$

Реакция самолета на управляющее воздействие (отклонение руля высоты $\delta_v = 0,2$ рад) для исходной **A** (кривая 1) и измененной $\hat{\mathbf{A}}$ (кривая 2) матриц динамики представлена на рис. 1.

Для обеспечения исходного качества переходных процессов в системе с матрицей $\hat{\mathbf{A}}$ используется внутренний адаптирующий регулятор с матрицей передачи

$$\mathbf{K}_A = \begin{bmatrix} -132,03 & -15,63 & 8,756 \cdot 10^3 & 2,536 \cdot 10^3 \\ 0 & 0 & -0,102 & -1,49 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}$$

При этом переходные характеристики систем с матрицами динамики **A** и $\hat{\mathbf{A}}$ полностью совпадают, а соответствующие отклонения руля высоты (кривая 1 — для матрицы **A**, кривая 2 — для матрицы $\hat{\mathbf{A}}$) при компенсации начального отклонения по скорости $\Delta V_x = 10$ м/с представлены на рис. 2.

Таким образом, моделирование показывает, что в системе с внутренним адаптирующим регулятором обеспечивается неизменность динамики переходных процессов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы. В соответствии с таблицей условие разрешимости левостороннего уравнения (16) имеет вид

$$\bar{\mathbf{V}}^L (\mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{G} \mathbf{P} + \frac{1}{2} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} + \boldsymbol{\eta} \mathbf{P}) = 0, \quad (\text{П1})$$

которое можно рассматривать в качестве уравнения

$$\bar{\mathbf{V}}^L \boldsymbol{\eta} = \bar{\mathbf{V}}^L (\frac{1}{2} \mathbf{G} - \frac{1}{2} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A} \mathbf{P}^{-1}) \quad (\text{П2})$$

для кососимметрической матрицы $\boldsymbol{\eta}$ с учетом обратимости матрицы **P**. Согласно таблице первое условие разрешимости уравнения (П2) принимает вид

$$\bar{\mathbf{V}}^L \bar{\mathbf{V}}^L (\frac{1}{2} \mathbf{G} - \frac{1}{2} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A} \mathbf{P}^{-1}) = 0$$

и с учетом свойств (8) повторных делителей нуля выполняется всегда. Второе условие принимает вид равенства (17), вынесенного в формулировку теоремы, и требует проверки.

При выполнении равенства (17) решение уравнения (П2) для кососимметрической матрицы $\boldsymbol{\eta}$ согласно таблице с использованием обозначения приведенного левого делителя нуля $\bar{\mathbf{V}}^L = (\bar{\mathbf{V}}^L)^R \bar{\mathbf{V}}^L$ принимает вид множества (19), вынесенного в формулировку теоремы.

В случае выбора кососимметрической матрицы $\boldsymbol{\eta}$ из множества (19) решение левостороннего уравнения (16) в соответствии с таблицей записывается по формуле (18), вынесенной в формулировку теоремы.

Доказательство закончено.

Список литературы

1. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления / Пер. с англ. / М.: Мир, 1977.
2. Александров А. Г. Синтез регуляторов многомерных систем. М.: Машиностроение, 1986.
3. Буков В. Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во научной литературы Н. Ф. Бочкаревой, 2006.
4. Буков В. Н., Рябченко В. Н., Сельвесюк Н. И. Параметризация уравнения Лурье—Риккати // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2005. № 4. С. 67—71.
5. Красовский А. А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М.: Наука, 1973.

УДК 621-50.01

А. Б. Мурынин, канд. техн. наук,
ст. научн. сотрудник,

Вычислительный центр РАН
им. А. А. Дородницына,

И. В. Сафонов, канд. техн. наук, доц.,

С. Ю. Яковлев, аспирант,

Московский инженерно-физический институт
(государственный университет)

Контроль качества пористых эластичных материалов методами технического зрения

Разработан метод автоматизированного измерения кажущейся плотности образца пористого эластичного материала, включающий определение объема образца по изображениям его граней, полученных сканированием на стандартном устройстве ввода. Проведены анализ разработанного метода по методологии "6 Сигм" и сравнение с традиционным методом измерения.

Ключевые слова: техническое зрение, контроль качества, "6 Сигм", пористые материалы, восстановление по проекциям, измерение объема тела.

Актуальность задачи

Многие технологические процессы производства требуют непрерывного контроля качества, в частности, технологические процессы при производстве пористых эластичных материалов (ПЭМ), например, пенополиуретана (ППУ).

Для контроля показателей качества из произведенного материала вырезаются образцы, которые подвергаются серии испытаний для определения их свойств: кажущейся плотности, жесткости, среднего диаметра пор и других параметров. По значениям данных параметров определяется степень соответствия выпускаемого материала требованиям и при необходимости формируется управляющее воздействие на процесс производства, которое выражается в изменении пропорции используемых исходных материалов, применении различных присадок и/или коррекции физических условий производства.

Одним из важнейших показателей качества произведенного ПЭМ, который непосредственно влияет на его потребительские характеристики и стоимость, является кажущаяся плотность, т. е. отношение массы пористого образца к его объему с учетом пор [1]. Для измерения кажущейся плотности из произведенного материала вырезают образец, форма которого близка к правильному параллелепипеду, и измеряют его массу и объем. Массу образца измеряют с помощью электронных весов с высокой

точностью. Объем традиционно определяют вручную путем прямого измерения линейных размеров образца [2]. Такие измерения выполняют линейкой высокого класса точности или толщиномером. Далее объем определяют как произведение значений линейных размеров. Однако из-за того, что материал эластичный, вырезать идеальный параллелепипед с помощью инструментов, применяющихся на производстве, практически невозможно. Например, при резке ППУ материал подвергается упругим деформациям, в результате грани образца имеют отклонения от плоскости и не ортогональны друг другу.

В настоящей статье мы приведем анализ эффективности традиционного метода измерения кажущейся плотности ПЭМ, а также предложим новый, более эффективный метод для проведения таких измерений.

Задачи настоящей работы таковы:

- разработка метода контроля качества, основанного на технологии машинного зрения;
- разработка алгоритма измерения объема образца по изображениям его граней;
- сравнительный анализ качества традиционного и предложенного методов измерения кажущейся плотности образца ПЭМ.

Измерение кажущейся плотности ПЭМ по серии изображений

Для решения поставленной задачи создан лабораторный макет измерения кажущейся плотности ПЭМ, а также разработан алгоритм расчета и уточнения объема образцов ПЭМ.

Лабораторный макет системы и методика измерений

Макет автоматизированной системы измерения кажущейся плотности ПЭМ состоит из ПК, к которому подсоединены электронные цифровые весы и устройство ввода изображений (рис. 1).

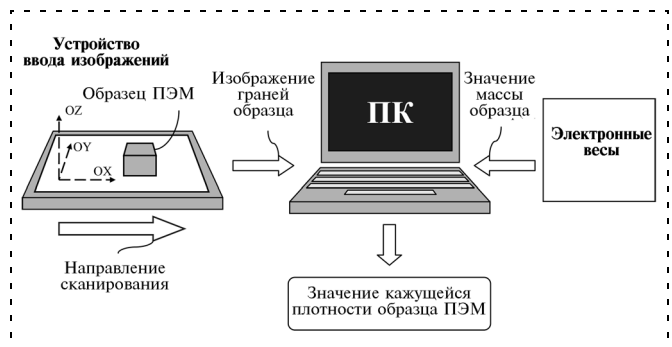


Рис. 1. Макет системы определения кажущейся плотности ПЭМ

Электронные весы используются для определения массы образца и ввода этого значения в ПК. Объем образца определяется по серии изображений его граней. В лабораторном макете в качестве устройства ввода изображений используется планшетный сканер. Шесть граней образца сканируются в определенном порядке в соответствии с методикой измерений, изложенной ниже.

Методика измерений кажущейся плотности заключается в следующем. Сначала измеряется объем образца. Для этого

- образец помещается на стекло сканера и позиционируется так, чтобы его ребра были параллельны либо перпендикулярны линейке сканера; далее нижняя грань сканируется;
- образец поворачивается три раза на угол $\pi/2$ вокруг оси OY , при каждом повороте сканируется нижняя грань образца;
- образец поворачивается вокруг оси OX два раза — сначала на угол $\pi/2$, затем на угол π , при каждом повороте сканируется нижняя грань образца;
- после того, как получены изображения всех шести граней образца, проводится их обработка и определение объема образца (алгоритм описан ниже).

Затем образец взвешивается на электронных весах. После того, как объем и масса образца известны, вычисляется его кажущаяся плотность как отношение массы образца к измеренному объему.

Жесткий порядок сканирования позволяет однозначно идентифицировать вершины и ребра грани при восстановлении 3D-модели образца.

При совершенствовании технологии изготовления образца возможно сокращение числа проекций, которые необходимо получить для восстановления его модели. Оптимизация измерений может быть достигнута путем параллельной обработки нескольких образцов. Например, можно обрабаты-

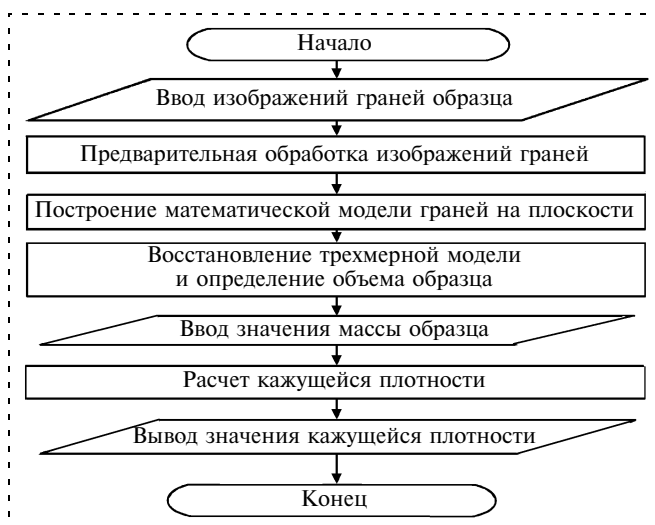


Рис. 2. Блок-схема алгоритма определения кажущейся плотности образца ПЭМ

вать до четырех образцов стандартного размера ($100 \times 100 \times 50$ мм) одновременно, используя планшетный сканер формата А4.

Расчет объема образца по результатам измерений

Предлагаемый алгоритм определения объема образца ПЭМ основан на технологии технического зрения [3, 4].

На рис. 2 показана блок-схема, иллюстрирующая алгоритм определения объема и кажущейся плотности. Условно алгоритм определения объема можно разбить на две основные части:

- 1) обработка изображений граней и нахождение ребер и вершин на плоскости;
- 2) восстановление 3D-модели образца и вычисление объема.

Отметим также, что при разработке алгоритма использовалась среда MATLAB [5].

Сегментация изображения грани

После регистрации изображения грани выполняется его предобработка, включающая следующие операции:

- бинаризация с порогом, рассчитанным автоматически по критерию Otsu [6]. В результате этой операции получается один большой по площади объект, который является изображением грани, и множество мелких объектов, являющихся шумом в рамках данной задачи;
- шумовые объекты отбрасываются при сортировке по площади;
- бинарное изображение проекции может содержать "дырки", которые заполняются с использованием одного из известных алгоритмов;
- затем выполняется морфологическая операция закрытия [7], которая позволяет сгладить границы объекта.

Далее в данной работе понятие "проекция грани" означает бинарное изображение грани. Каждая проекция грани образца имеет четыре стороны, которые соответствуют ребрам образца. Далее термин "ребро" означает ребро геометрической модели проекции грани.

Построение модели грани

Для дальнейших расчетов проекция грани аппроксимируется четырехугольником.

Для этого выделяется контур проекции и проводится классификация точек контура по принадлежности одному из ребер проекции грани.

Контур выделяется по алгоритму прослеживания внутреннего контура (Inner Boundary Tracing) [8]. Результатом выделения контура является последовательность пикселей объекта, лежащих на его границе. По контуру определяются точки периметра, т. е. последовательность двумерных координат пик-

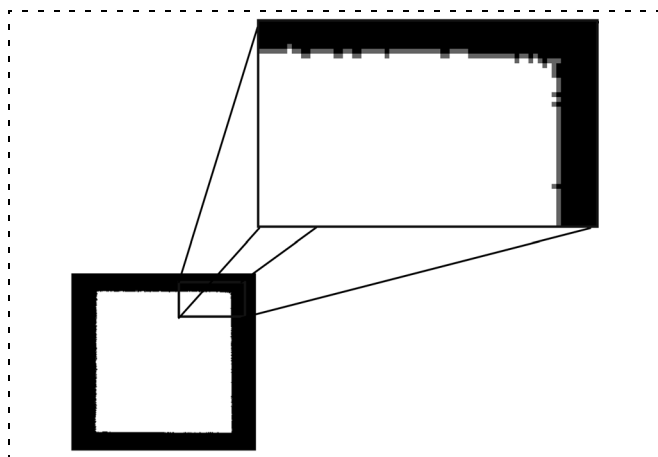


Рис. 3. Выделение контура грани

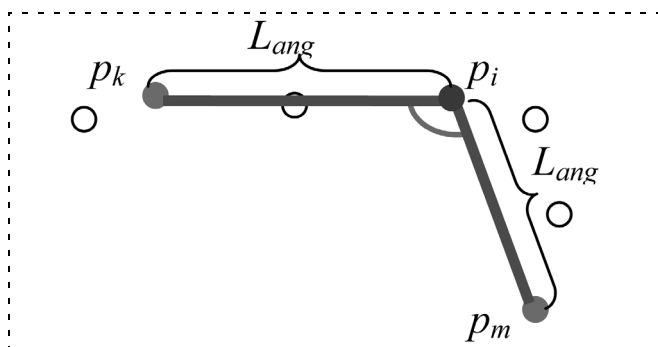


Рис. 4. Определение угла в точке p_i

слов, принадлежащих границе объекта (рис. 3). Обозначим точки периметра $P = \{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$, где p_i — координаты i -й точки периметра; N — число точек периметра.

Далее проводится классификация точек периметра путем их разбиения на четыре непересекающиеся подпоследовательности, каждая из которых определяет одно ребро. Для этого определяются угловые точки грани. При этом последовательность точек, заключенных между двумя угловыми точками, составляет соответствующее ребро.

Определим понятие угловой точки применительно к решаемой задаче.

Пусть $p_i \in P$, $i = \overline{1, N}$. Введем функцию $\text{angle}(p_i)$, которая вычисляет угол между векторами $\overline{p_i - p_k}$ и $\overline{p_i - p_m}$, где точки p_k и $p_m \in P$. Индекс $k = \min j$, где $j \in [1, i)$, и $\|p_i - p_k\| < L_{ang}$. Индекс $m = \max j$, где $j \in (i, N]$, и $\|p_i - p_m\| < L_{ang}$. Здесь L_{ang} — длина стороны угла (рис. 4).

В реальности углы проекции грани плохо обусловлены: скошены, имеют закругления. Поэтому будем считать, что угловой точкой является точка проекции, для которой выполняется следующее условие: $\text{angle}(p_{ang}) = \min \text{angle}(p_i)$. Здесь p_i лежит

внутри окружности, центр которой соответствует физическому расположению угла на проекции грани, а радиус выбран таким образом, чтобы данная окружность не пересекалась с окружностями вокруг других углов проекции грани.

Для поиска угловых точек применяется следующий алгоритм.

1. Последовательно с заданным шагом $S \ll L_{ang}$ перебираются точки периметра. Индекс l следующей точки определяется как $l = \min j$, при условиях $j \in (i, N]$, $\|p_l - p_i\| < S$, где p_i и p_l — текущая и следующая за ней точки соответственно. Если значение угла в точке меньше заданного порога (т. е. когда $\text{angle}(p_i) < A_i$), считается, что угол проекции найден, и выполняется переход к шагу 2. Если все точки $p_i \dots p_N$ пройдены, выполняется переход к шагу 3.

2. Найденный угол проекции локализуется. Для этого в заданной окрестности E точки p_i ищется угловая точка p_k путем простого перебора. Найденная угловая точка добавляется к множеству уже найденных угловых точек, после чего продолжается поиск следующей угловой точки (переход к шагу 1).

3. Определяется число найденных угловых точек. Если оно равно четырем, то выполняется переход к шагу 4, иначе считается, что входные данные (точки периметра) некорректны, и дальнейшая их обработка останавливается.

4. В соответствии с найденными угловыми точками периметр разбивается на четыре подпоследовательности. Каждая подпоследовательность начинается и заканчивается угловой точкой. Для того чтобы избежать ошибок, связанных с неточной локализацией угловых точек, с начала и с конца каждой подпоследовательности отбрасывается часть точек.

После классификации точек периметра проекции грани полученные подпоследовательности аппроксимируются прямыми по методу полных наименьших квадратов (Total Least Squares) [9]. Затем определяются вершины четырехугольника, которые определяют проекцию грани. По геометрической модели проекции грани рассчитываются ее параметры: длины ребер и углы между ними.

Восстановление трехмерной модели

При аппроксимации проекций граней четырехугольниками длины соответствующих ребер проекций смежных граней могут не совпадать. Такое несоответствие объясняется погрешностями операций сканирования, бинаризации и аппроксимации. Поэтому требуется коррекция длин ребер для каждой пары соответствующих ребер. В качестве новой длины ребер берется среднее арифметическое значение их длин. Далее геометрические модели смежных граней обрабатываются по отдельности, и параметры геометрических моделей проекций граней рассчитываются заново. Для построения трех-

мерной модели имеются шесть проекций граней, аппроксимированных четырехугольниками, которые определяют образец. Для каждой проекции грани рассчитаны длины ребер и углы между ними. 3D-моделью рассматриваемого тела является неправильный гексаэдр. Для расчета объема гексаэдра каждая модель грани разбивается по диагонали на две части, таким образом, мы получаем четыре "внешние" пирамиды $ABDE$, $CBDG$, $EGHD$, $EFGH$ и одну "внутреннюю" $DEGH$ (рис. 5). Каждая пира-

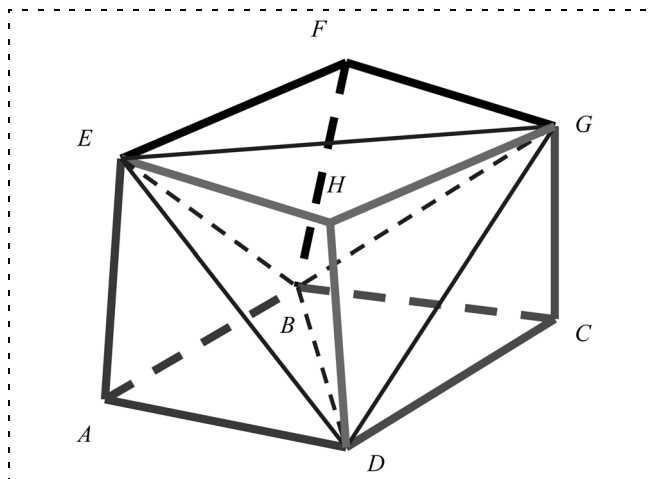


Рис. 5. Геометрическая модель исследуемого образца ПЭМ

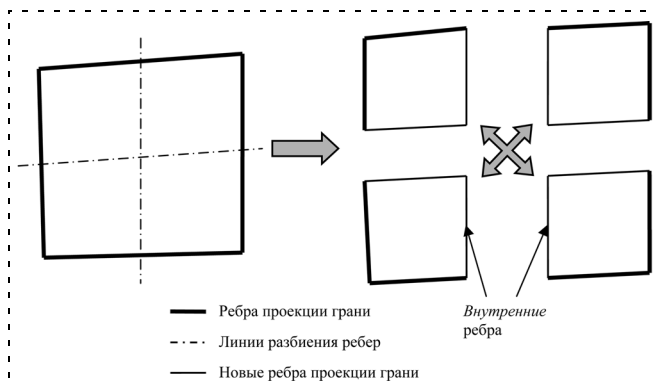


Рис. 6. Пример разбиения модели проекции грани на четыре части

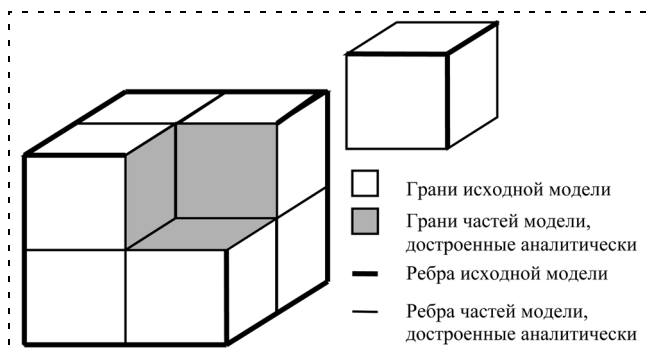


Рис. 7. Разбиение аппроксимирующего гексаэдра на восемь частей

мида описывается тремя ребрами, выходящими из одной вершины, и углами между ними. Параметры внутренней пирамиды рассчитываются по известным значениям параметров граней. Объем каждой пирамиды рассчитывается по следующей формуле:

$$V = \frac{1}{6} abc \sqrt{1 + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma},$$

которая выводится из общих правил стереометрии [10]. Здесь a, b, c — длины ребер пирамиды, выходящих из одной вершины; α, β, γ — углы между ними.

Объем образца является суммой объемов этих пирамид.

Уточнение оценки объема итерационным методом

Описанный выше алгоритм аппроксимирует образец неправильным гексаэдром. Такой подход позволяет учесть неортогональность граней друг другу. Однако грани образца обычно имеют отклонения от плоскостей. Для того чтобы снизить погрешность расчета значения объема, модель образца разбивается на части (алгоритм описан ниже). Объем каждой части рассчитывается отдельно, результирующий объем образца является суммой объемов частей.

Предлагается следующий итерационный алгоритм уточнения оценки объема. Исходными данными для алгоритма являются модели проекций грани образца ПЭМ и его трехмерная модель.

1. Геометрические модели проекций граней разбиваются каждая на четыре части (рис. 6).

Для этого каждое ребро каждой геометрической модели проекции грани разделяется на две части следующим образом:

- определяется середина ребра;
- подмножество точек периметра, составляющих ребро, разделяется на две части.

Координаты недостающей точки центра проекции грани, которая необходима для построения *внутренних* ребер, рассчитываются аналитически.

Получившиеся части проекции грани затем аппроксимируются четырехугольником в соответствии с алгоритмом, описанным выше.

2. Аппроксимирующий гексаэдр разбивается на восемь частей (рис. 7), которые также являются гексаэдрами. Каждая часть имеет три стороны, которые соответствуют граням исходной модели, и три стороны, построенные аналитически.

3. Объем каждого гексаэдра, полученного путем разбиения исходной модели, рассчитывается по алгоритму, описанному выше.

4. Объем образца рассчитывается как сумма объемов всех гексаэдров, полученных в результате разбиения.

5. Если полученное решение удовлетворяет критерию остановки, то полученное на шаге 3 значе-

ние считается уточненной оценкой объема образца. Иначе для каждой из частей модели выполняются шаги 1—3.

Критериями остановки итерационного алгоритма служат:

- достижение заданной точности;
- превышение заданного числа итераций;
- ограничение на длину ребра грани.

Последний критерий связан с физическими особенностями исследуемого объекта: минимальная длина ребра зависит от величины пор образца.

Анализ методов измерения плотности ПЭМ

Для того чтобы оценить эффективность нового метода измерений и сравнить его с традиционным методом, прежде всего следует определить критерии оценки этой эффективности. Перейдем к описанию методики сравнения методов измерений применительно к решаемой задаче и оценим эффективность традиционного метода.

Методика и критерии оценки эффективности измерений

В данной статье мы проводим анализ методов измерения, основываясь на методике "6 Сигм" [11]. Оценка эффективности измерительных систем с точки зрения пригодности данной системы для контроля изменений процесса производства выполняется следующим образом. Проводится серия специальным образом построенных испытаний. Для этого используются N_p образцов, представляющих собой репрезентативную выборку. Каждый из N_0 операторов измеряет каждый образец K раз.

Дисперсия измерений σ_T^2 состоит из двух основных частей:

$$\sigma_T^2 = \sigma_P^2 + \sigma_M^2, \quad (1)$$

где σ_P^2 — дисперсия измерений, связанная с самим измеряемым объектом; σ_M^2 — дисперсия измерений, вызванная измерительной системой. Последняя, в свою очередь, также разбивается на две части:

$$\sigma_M^2 = \sigma_{rpt}^2 + \sigma_{rpd}^2.$$

Здесь σ_{rpt}^2 — *повторяемость*, т. е. дисперсия измерений какой-либо характеристики, проводимых одним оператором и одним измерительным средством; σ_{rpd}^2 — *воспроизводимость*, т. е. дисперсия измерений, наблюдаемая, когда несколько различных операторов используют один инструмент для измерения одного и того же параметра. Значения σ_P^2 , σ_{rpt}^2 , σ_{rpd}^2 рассчитываются по экспериментальным данным посредством применения аппарата математической статистики — дисперсионного анализа (ANOVA) [12]. На основе этих величин опреде-

ляются меры эффективности измерительной системы: *мера воспроизводимости и повторяемости* R , *мера толерантности* T и *число различаемых категорий* D .

Мера воспроизводимости и повторяемости R определяется как

$$R = \frac{\sigma_M}{\sigma_T} \cdot 100 \%. \quad (2)$$

Мера толерантности T рассчитывается по формуле

$$T = \frac{k\sigma_M}{2|\bar{X} - L|} \cdot 100 \%, \quad (3)$$

здесь k — число значений σ , которые укладываются в заданный диапазон разброса измерений, обычно k принимают равным 5,15, что соответствует 99 % процентам покрытия диапазона; \bar{X} — среднее арифметическое значение всех измерений; L — нижний предел, устанавливаемый таким образом, чтобы диапазон $2|\bar{X} - L|$ соответствовал 6σ .

Число различаемых категорий D определяется следующим образом [13]:

$$D = \left[\frac{1 + \left(\frac{\sigma_P}{\sigma_T}\right)^2}{1 - \left(\frac{\sigma_P}{\sigma_T}\right)^2} \right] = \left[\frac{\frac{\sigma_T^2 + \sigma_P^2}{\sigma_T^2 - \sigma_P^2}}{\sqrt{\frac{\sigma_T^2 + \sigma_P^2}{\sigma_T^2 - \sigma_P^2}}} \right]. \quad (4)$$

С учетом (1) формулу (4) можно переписать в следующем виде:

$$D = \left[\frac{(\sigma_M^2 + \sigma_P^2) + \sigma_P^2}{\sigma_M^2} \right] = \left[\frac{2\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{\sigma_M^2} \right] = \left[\frac{2\sigma_P^2}{\sigma_M^2} + 1 \right].$$

Меры эффективности используются для оценки пригодности системы для контроля производства. Критерии пригодности метода измерений на основе оценок (2), (3), (4) приведены в табл. 1 [11].

Таблица 1

Критерии оценки измерительной системы

Мера эффективности / Решение	Мера воспроизводимости и повторяемости R , %	Мера толерантности T , %	Число различаемых категорий D
Система пригодна	$R < 1 \%$	$T < 10 \%$	$D > 10$
Система требует доработки	$1 < R < 10 \%$	$10 < T < 30 \%$	$4 < D < 9$
Система непригодна	$R > 10 \%$	$T > 30 \%$	$D < 4$

Измерительная система считается пригодной для контроля процесса производства, если она удовлетворяет всем трем критериям пригодности. И наоборот, если измерительная система не удовлетворяет хотя бы одному из критериев, она считается малоприспособной.

Сравнительный анализ традиционного и разработанного методов измерений

Используя описанную методику, мы определили меры эффективности традиционного и разработанного методов измерения кажущейся плотности ПЭМ. Для анализа традиционного метода случайным образом из разных партий ППУ с различными свойствами (цвет, жесткость, средний диаметр пор и т. п.) были выбраны $N_p = 10$ образцов. Измерения традиционным способом проводили $N_o = 3$ оператора, каждый образец измеряли $K = 3$ раза. Были рассчитаны значения мер эффективности традиционного метода, которые представлены в табл. 2.

Результаты анализа традиционного метода измерения показали, что он малоприспособен для контроля изменений процесса производства, показывает плохую воспроизводимость и повторяемость. Это объясняется в первую очередь тем, что данный метод не учитывает отклонения образца от правильного параллелепипеда, а также субъективностью измерений.

Испытания предложенного метода проводились в условиях заводской лаборатории. Использовались следующие стандартные аппаратные компоненты: электронные весы, планшетный сканер HP Scanjet 3670 и персональный компьютер Pentium 4 3,2 GHz, 1 GB RAM. Сканер подключался к ПК по интерфейсу USB. Электронные весы были подключены по интерфейсу RS-232. Сканирование проводилось в градациях серого с пространственным разрешением 300 dpi.

Анализ точности измерительной системы осуществлялся путем измерения объема трех тест-объектов, изготовленных из твердого непористого материала (металла). Тест-объекты представляют собой параллелепипеды, с различными отклонения-

Таблица 2

Значения мер качества для традиционного и разработанного методов измерения кажущейся плотности образца ПЭМ

Мера эффективности	Критерий пригодности	Значение метрики для традиционного метода	Значение метрики для разработанного метода
Мера воспроизводимости и повторяемости R , %	$R < 1 \%$	$R = 38 \%$	$R = 0,16 \%$
Мера толерантности T , %	$T < 10 \%$	$T = 62 \%$	$T = 4 \%$
Число различаемых категорий D	$D > 10$	$D = 2$	$D = 35$

ми граней от плоскости. Объем тест-объектов был определен методом погружения.

Испытания показали, что отклонение значений объема, измеренных посредством разработанного метода, от истинного значения не превышает 1 %.

Анализ пригодности предложенной измерительной системы проводился по методике, описанной выше. В качестве тестовых объектов использовались $N_p = 10$ образцов, имеющие форму, близкую к параллелепипеду, и размер $X_T \times Y_T \times Z_T$, где $X_T = Y_T = 100 \pm 3$ мм, $Z_T = 50 \pm 3$ мм. Объем каждого образца измерялся $K = 3$ раза. Значения мер, полученных для предложенного метода, приведены в табл. 2.

Анализ показывает, что предложенный метод пригоден для контроля изменений процесса производства по всем критериям. Он превосходит традиционный метод измерения по всем используемым мерам эффективности. Это обусловлено, в первую очередь, тем, что разработанный метод измерения учитывает особенности формы образца (отклонения его от прямого параллелепипеда) и устраняет субъективный фактор из процесса измерения.

Кроме того, нельзя не отметить ряд дополнительных достоинств предложенного метода. Он позволяет

- обрабатывать несколько образцов одновременно;
- проводить ретроспективный анализ сохраненных результатов измерений.

Разработанный метод уже используется в автоматизированных системах контроля качества на химических предприятиях.

Список литературы

1. **ISO 845 : 2006.** Cellular Plastics and Rubbers — Determination of apparent density. International Organization for Standardization (<http://www.iso.org>).
2. **ISO 1923 : 1981.** Cellular Plastics and Rubbers — Determination of Linear Dimensions. International Organization for Standardization (<http://www.iso.org>).
3. **Matveev I. A., Murynin A. V.** Principles of Development of a Stereovision System for Motion Control of a Robot // Journal of Computer and System Sciences International. Vol. 42. N 3. 2003.
4. **Лобанов А. К.** Фотограмметрия. М.: Недра, 1984.
5. **Рудаков П. Ю., Сафонов И. В.** Обработка сигналов и изображений MatLab 5.x. М.: Диалог-МИФИ, 2000.
6. **К. Ch. Lin.** On improvement of the computation speed of Otsu's image thresholding // Journal of Electronic Imaging 14 (2), Apr—Jun 2005.
7. **Шапиро Л., Стокман Дж.** Компьютерное зрение. М.: Бинном, 2006.
8. **Sonka M., Hlavac V. and Boyle R.** Image Processing, Analysis, and Machine Vision. Brooks and Cole, 1998.
9. **S. van Huffel, P. Lemmerling.** Total Least Squares and Errors-in-Variables Modeling Analysis, Algorithms and Applications. Dordrecht: Kluwer Academic, 2002.
10. **Бронштейн Н. Н., Семендяев К. А.** Справочник по математике. М.: Наука, 1966.
11. **Creveling C. M., Slutsky J. L., Antis D.** Design for Six Sigma: In Technology and Product Development. Prentice Hall PTR, 2003.
12. **Lindman H. R.** Analysis of variance in complex experimental designs. W. H. Freeman & Co. San Francisco, 1974.
13. **Wheeler D. J., Lyday R. W.** Evaluating the Measurement Process. SPC Press, Inc, 1989.

УДК 625,71.032.3

В. И. Кычкин, канд. техн. наук, доц.,

А. В. Кычкин, аспирант,

Пермский государственный
технический университет,

Д. А. Болотов, главный инженер,

ООО "Строительная компания XXI век", г. Пермь

Прибор для оценки сцепных качеств дорожных покрытий на основе нечеткой логики

Рассматривается мобильная установка для оперативного измерения коэффициента сцепления колеса автомобиля с дорожным покрытием. Описан информационно-измерительный комплекс, осуществляющий реализацию интеллектуального метода на основе нечеткой логики в технологии оценки сцепных качеств дорожной поверхности. Приведен пример предлагаемого алгоритма.

Ключевые слова: коэффициент сцепления, автомобильное колесо, дорожное покрытие, прибор для измерения коэффициента сцепления, электромагнитная порошковая муфта, алгоритм нечеткой логики, производственные правила.

Введение. Благоприятные условия для работы водителей, отсутствие потерь от дорожно-транспортных происшествий, выполнение мероприятий, направленных на охрану окружающей среды, во многом обеспечиваются сцепными качествами дорожного покрытия и колес автомобиля. Коэффициент сцепления дорожного покрытия должен обеспечить оптимальную скорость движения, при которой реализуются наиболее эффективные условия эксплуатации дороги и автомобильного транспорта.

В [1] указано, что безопасные условия движения с разрешенной Правилами дорожного движения скоростью обеспечиваются при коэффициенте сцепления не менее 0,3 при его измерении шиной без рисунка протектора и 0,4 — шиной, имеющей рисунок протектора. Нормативная документация [2], действующая в настоящее время, определяет два параметра для оценки сцепных качеств дорожной поверхности: коэффициент сцепления и средняя глубина впадин.

Для контроля сцепных качеств покрытий автомобильных дорог распространенными приборами являются портативный прибор ППК-МАДИ-ВНИИБД МВД и автомобильная установка типа ПКРС-2 [3]. Значение коэффициента сцепления зависит от большого числа факторов, связанных с состоянием покрытия (слякоть, снег, лед, изморозь, загрязнения резиновыми отложениями), характеристиками шины (давление, рисунок протектора, качество материала), условиями взаимодействия шины с покрытием (скорость движения транспортного средства, торможение, боковой увод). Поэтому применение каждого из методов измерения коэффициента сцепления дает стандартизованное значение минимально допусти-

мых параметров в широких пределах из-за различия в конструкциях динамометрических приборов и условиях проведения измерений. Требования по точности и достоверности измерения коэффициента сцепления ставят задачу создания приборов нового поколения [4, 5], обеспечивающих принудительное торможение измерительного колеса с любым заданным коэффициентом скольжения (0,0 ... 1,0).

Общие тенденции усложнения современной техники, высокие требования по надежности и недопустимости отказов, увеличение числа обследуемых участков дорог ориентируют на разработку измерительных средств с высокоразвитыми интеллектуальными и алгоритмическими возможностями. Среди методов получения и обработки информации в арсенале разработчиков в настоящее время одно из центральных мест занимают методы интеллектуализации измерений. К ним, прежде всего, принято относить алгоритмы обработки данных, которые в том или ином отношении воспроизводят логику рассуждений человека — методы нечеткой логики, аппарат нейронных сетей, генетические алгоритмы, экспертные системы [6]. Кроме того, параметры измерения являются случайными величинами, поэтому алгоритм нельзя считать полностью детерминированным. По сути, оценка истинных значений коэффициента сцепления является задачей распознавания процесса взаимодействия колеса автомобиля с поверхностью дороги в сочетании с особенностью конструкции измерительного прибора.

Обобщенная математическая модель прибора измерения коэффициента сцепления. Опираясь на положения дискретной математики и используя теорию графов и аппарат теории множеств, представим обобщенную модель прибора (рис. 1).

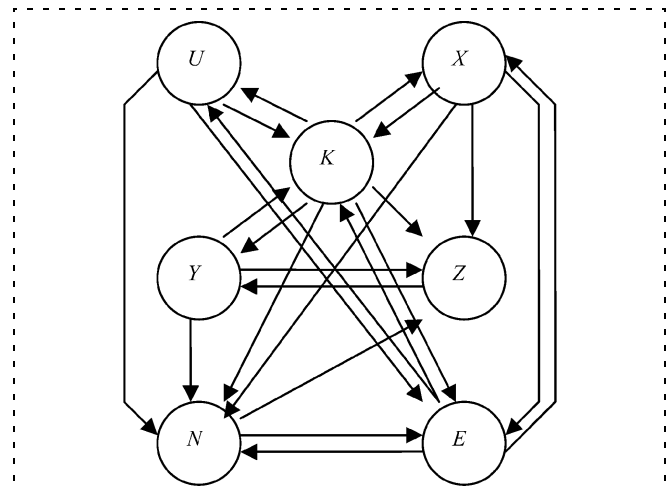


Рис. 1. Обобщенная модель прибора. U, X, K, Z, N, Y, E — вершины мультиграфа:

U — условия изготовления; X — условия эксплуатации; K — особенности конструкции; Y — управляющие воздействия; Z — выходные характеристики; N — состояние прибора и его элементов; E — качественные показатели прибора

Особенности конструкции прибора рассматриваем как множество $K = \{K_1, K_2, K_3, K_4, K_5\}$, где K_1 — классификационно-параметрические показатели (вес прибора — K_{11} , характер сцепки с автомобилем — K_{12} , габаритный размер прибора — K_{13}); K_2 — скоростные показатели (номинальная скорость вращения — K_{21} , номинальная частота вращения ведущей части тормозного устройства — K_{22} и т. д.); K_3 — варианты конструктивных решений систем (тип амортизаторов — K_{31} , тип эталонного свободнокатающегося колеса — K_{32} , тип уплотнительных устройств — K_{33}); K_4 — варианты конструктивных решений деталей (геометрические размеры — K_{41} , форма деталей — K_{42} , материал деталей — K_{43}); K_5 — источники питания электронных систем прибора (аккумуляторные источники — K_{51} , генераторные источники — K_{52} и т. д.).

Приведенные множества в зависимости от структуры рассматриваемого фактора объединяются или перемножаются, образуя элементы множества A_z , которому функционально соответствует множество a_z , т. е. множество значений коэффициентов сцепления. Применяя теоретико-множественную трактовку, представим систему X, Y, T, Z (где T — множество моментов времени состояния прибора) в виде детерминированных или стохастических соответствий: $F: T \times N \times X \rightarrow N$; $L: T \times N \times X \rightarrow Z$, где F и L — операторы, соответственно реализующие отображения изменений состояния системы под воздействием внутренних и внешних факторов и выходов как реакции системы на внутренние и внешние возмущения. Всякое состояние N представляет собой совокупность величин, полностью определяющих положение системы в момент времени $t \in T$.

Для решения проблемы измерения коэффициента сцепления помимо обобщенной модели прибора необходима математическая модель движения транспортного средства, обеспечивающего процесс

взаимодействия чувствительного элемента прибора с дорогой, с учетом управляющих воздействий. Таким образом, движение прибора и режим управления им можно представить в форме

$$\forall a_z \in A_z \rightarrow \exists (\|\ddot{Z}_p\| \|a_f\| + \|\dot{Z}_p\| \|b_f\| + \|Z_p\| \|c_f\| = \|A_f\|), \quad (1)$$

где $\|\ddot{Z}_p\|, \|\dot{Z}_p\|, \|Z_p\|$ — матрицы вторых и первых производных от перемещений и перемещения Z_p ; $\|a_f\|, \|b_f\|, \|c_f\|$ — матрицы коэффициентов дифференциальных уравнений; $\|A_f\|$ — матрицы правых частей уравнений управления прибором и его движения.

Решение системы (1) дает параметры движения прибора: скорость, ускорение, пройденное расстояние (за какое-то время), тяговое усилие, параметры устойчивого движения и т. п.

При этом расчетные параметры должны совпадать с параметрами движения прибора в реальных условиях эксплуатации. В этом случае коэффициент сцепления, обеспечивающий такое совпадение, будет являться решением поставленной задачи с определенной точностью: $\varphi_d - \varphi_{\text{экс}} = \Delta\delta \leq [\Delta\delta]$.

Структура прибора для измерения коэффициента сцепления представлена на рис. 2. Прибор состоит из свободнокатающегося колеса и измерительного колеса с тормозным устройством на основе электромагнитной порошковой муфты (ЭПМ).

Снижение размерности модели. Из опыта работ по созданию антиблокировочной системы автомобиля и определению законов управления тормозным приводом известно, что пространство диагностических параметров должно включать в себя: тормозной момент, скольжение, угловую скорость вращения колес, линейную скорость движения колес, коэффициент сцепления колеса с дорожным покрытием.

В режиме торможения одного колеса (измерительного), упрощая запись системы уравнений (1), имеем частный случай в виде

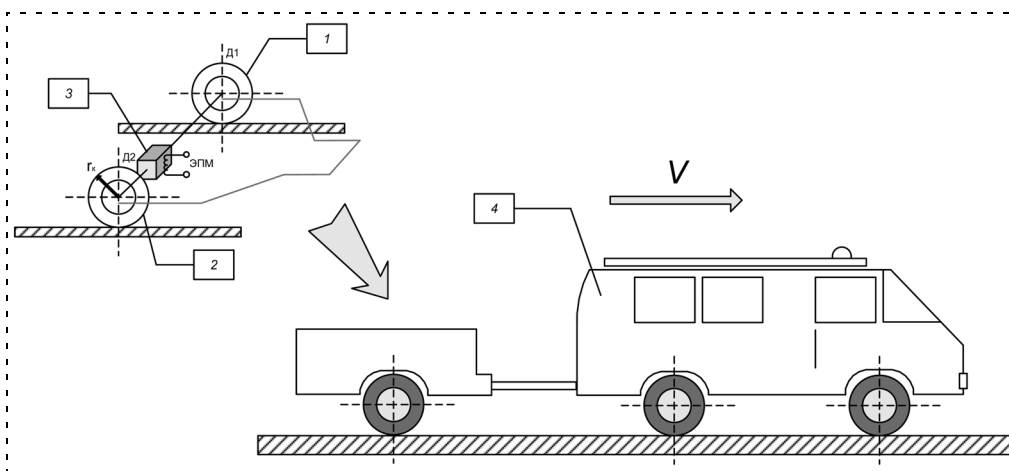


Рис. 2. Схема измерительного прибора:

1 — свободнокатающееся колесо; 2 — измерительное колесо; 3 — электромагнитная порошковая муфта; 4 — автомобиль; Д1, Д2 — датчики оборотов

$$\begin{cases} ma = -\gamma mg - \varphi mg; \\ J_k \delta = \varphi m r_k g - M_T; \\ M_T = C_U U; \\ \varphi = F(U, S); \\ S = (\omega_1 - \omega_2) / \omega_2, \end{cases} \quad (2)$$

где a — ускорение центра масс колеса; m — масса колеса; γ и φ — коэффициенты сопротивления качения колеса и сцепления; J_k — момент инерции колеса; δ — угловое ускорение колеса; r_k — радиус колеса, равный динамическому радиусу колеса; M_T — тормозной момент, прикладываемый к колесу со

стороны ЭПМ; U — управляющее воздействие; C_U — коэффициент пропорциональности; g — ускорение свободного падения; ω_1 и ω_2 — угловые скорости вращения колес; S — скольжение; F — функция сцепления.

Решение системы уравнений (2) предполагает получение законов изменения линейной и угловой скорости колеса во времени при нелинейных характеристиках коэффициента сцепления при воздействии тормозного момента ЭПМ и является сложной процедурой, так как ряд параметров динамического процесса в совокупности не доступны измерению и требуют специальных мер для анализа информации.

Вспользуемся вторым уравнением системы (2), предварительно составив уравнение баланса энергии для рассматриваемой схемы прибора. Сделаем допущение, что энергия от автомобиля на оба колеса распределяется одинаково. Исходя из этого допущения запишем

$$\int_0^t M_1 \omega_1 dt - \Pi_1 = \int_0^t M_2 \omega_2 dt - \int_0^t M_T (\omega_0 - \omega_2) dt \pm \frac{J_k \omega_2^2}{2} - \Pi_2, \quad (3)$$

где M_1 и M_2 — вращающие моменты на свободном и измерительном колесах; M_T — тормозной момент; ω_0 — угловая скорость ведущей части ЭПМ; ω_1, ω_2 — угловые скорости вращения колес; t — время; Π_1 и Π_2 — энергетические потери в зоне контакта шины с покрытием дороги и в механических передачах устройства.

Уравнение (3) позволяет записать значение коэффициента сцепления измерительного колеса без учета потерь в виде

$$\varphi = \frac{(M_T + J_k \delta) \omega_2}{Pr_k (\omega_1 - k \omega_2)}, \quad (4)$$

где P — нормальное давление; $k = \varphi_1 / \varphi$, φ_1 — коэффициент сцепления для свободного колеса.

Выражение (4) показывает, что коэффициент сцепления при принятой модели прибора зависит от коэффициента сцепления свободного колеса, ускорения измерительного колеса, которые в данной задаче являются также неопределенными. Тормозной момент и скольжение доступны для измерения известными методами.

Управляемая электромагнитная порошковая муфта. Характеристика ЭПМ. Цель управления заключается в переводе измерительного колеса в состояние, при котором реализуется заданное скольжение, путем создания тормозного момента с использованием ЭПМ. Закон регулирования ЭПМ с учетом

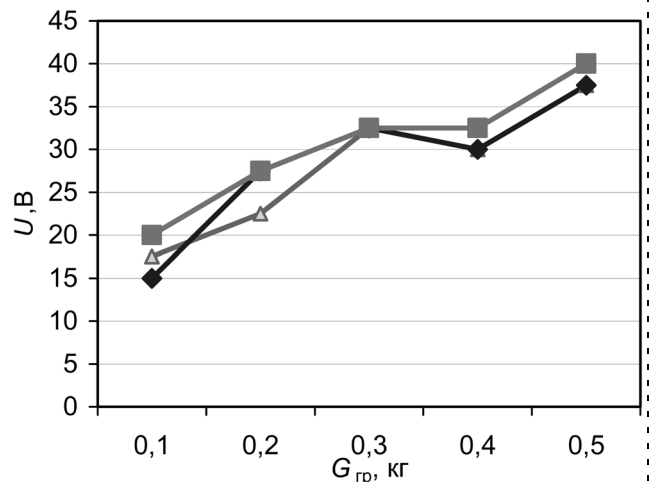


Рис. 3. Статическая характеристика ЭПМ БПМ-20: U — напряжение управления; $G_{гр}$ — величина, пропорциональная тормозному моменту

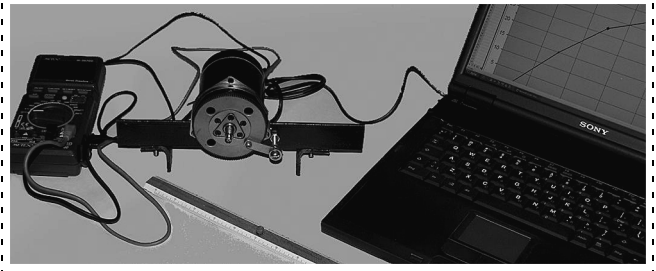


Рис. 4. Экспериментальная схема

разброса параметров представлен на рис. 3. Экспериментальная схема показана на рис. 4.

В качестве примера рассмотрена серийно выпускаемая ЭПМ БПМ-20 [7]. Для более мощных муфт качественный характер зависимости тормозного момента от напряжения управления сохраняется. Для оценки скольжения колес используются датчики оборотов. При этом движение прибора (точнее, его колес) рассматривается при прямолинейной буксировке с постоянной скоростью и при движении по поверхностям с различными коэффициентами сцепления.

При торможении измерительного колеса ЭПМ траектория движения колес корректируется водителем с помощью рулевого управления.

Алгоритм измерения коэффициента сцепления. Для рассмотренного примера структуры прибора целесообразно решать задачу минимизации исследуемых параметров с использованием схемы нечеткого логического вывода. При этом нужно сформулировать перечень лингвистических переменных, относящихся к входным (скольжение и тормозной момент) и выходным (коэффициент сцепления) данным. С привлечением данных по количествен-

Таблица 1

Связь лингвистических переменных и числовых характеристик. Функции принадлежности

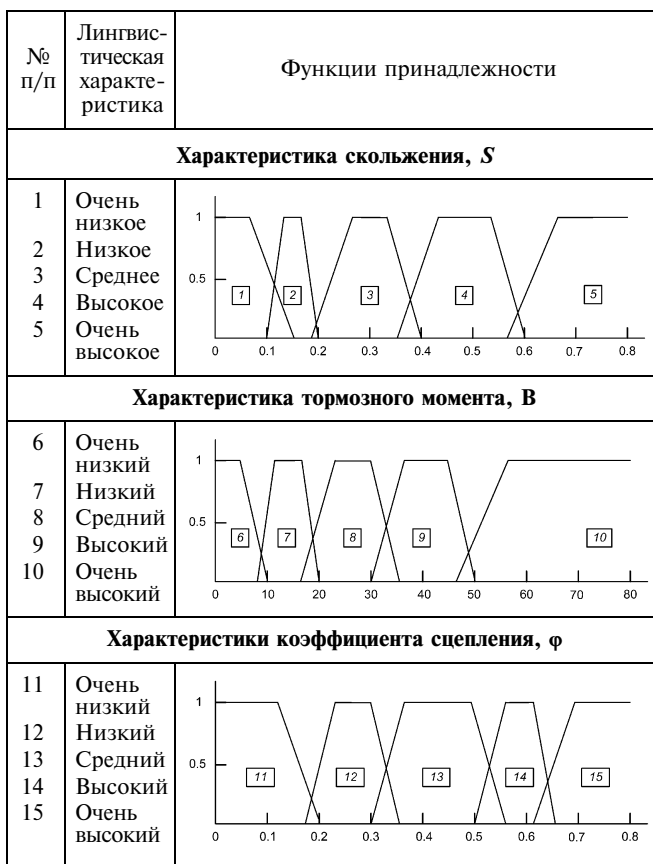


Таблица 2

Продукционные правила

Тормозной момент \ Скольжение	Продукционные правила				
	Очень низкий	Низкий	Средний	Высокий	Очень высокий
Очень низкое	Высокий	Высокий	Высокий	Высокий	Высокий
Низкое	Очень высокий	Очень высокий	Очень высокий	Очень высокий	Очень высокий
Среднее	Средний	Низкий	Средний	Средний	Высокий
Высокое	Низкий	Очень низкий	Средний	Средний	Средний
Очень высокое	Очень низкий	Очень низкий	Низкий	Низкий	Средний

Формирование продукционных правил. С учетом опыта экспертов один из вариантов базы продукционных правил представлен в табл. 2.

Схема формирования таблицы продукционных правил приведена на рис. 5.

Реализация алгоритма измерения продольного коэффициента сцепления.

Стратегию дефаззификации осуществим по методу Мамдани:

$$\varphi = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_c(\varphi_i)\varphi_i}{\sum_{i=1}^n \mu_c(\varphi_i)},$$

где φ — четкое значение коэффициента сцепления; φ_i — значение коэффициента сцепления для i -го термина с единичным значением функции принадлежности; $\mu_c(\varphi_i)$ — функция принадлежности к этому терму; n — число термов.

Результаты моделирования в среде *MatLab* логического вывода представлены на рис. 6 (см. вторую сторону обложки).

Заключение

В статье предложено использовать аппарат нечеткой логики в организации процесса измерения коэффициента сцепления автомобильного колеса с дорожным покрытием прибором с возможностью регулирования скольжения. Рассмотрены наиболее сложные этапы практической реализации метода и направления автоматизации алгоритма с помощью нечеткого управления прибором, составляющие "интеллектуальную" основу устройства измерения коэффициента сцепления в условиях реальных ситуаций дорожного полотна.

ным значениям коэффициента сцепления и результатам экспериментальных исследований характеристик ЭПМ логично представить связь между лингвистическими переменными и числовыми значениями параметров на входе и выходе и функции принадлежности в виде табл. 1.



Рис. 5. Структурная схема формирования продукционных правил

Список литературы

1. **Прогрессивные** способы восстановления дорожных одежд. Федеральное дорожное агентство. Министерство транспорта Российской Федерации. М., 2006. 84 с.
2. **СНиП 3.06.03—85**. Автомобильные дороги. Госстрой России. М.: ГУП ЦГШ, 2001. 112 с.
3. **ГОСТ 30413—96**. Дороги автомобильные. Метод определения коэффициента сцепления колеса автомобиля с дорожным покрытием. М.: МНТКС, 1997. 7 с.
4. **Немчинов М. В.** Технические требования к приборам для оценки сцепных качеств дорожных покрытий. Сборник мате-

- риалов Всероссийской научно-технической конференции: Автотранспортный комплекс — проблемы и перспективы. Экологическая безопасность. Пермь: Изд. ПГТУ, 2007. С. 193—200.
5. **Путов В. В., Хильченко В. Е., Шелудько В. Н., Путов А. В.** Мобильная электромеханическая установка нового поколения для оперативного контроля аэродромных покрытий // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 10. С. 25—29.
6. **Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л.** Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. М.: Горячая линия — Телеком, 2004. 452 с.
7. **Муфта** электромагнитная порошковая БПМ-20. Техническая документация. ВБ3.256.025ЭТ. Код ОКП 689540008304.

УДК 621.317.083

В. В. Чекушкин, д-р техн. наук, проф.,
Н. Ф. Киселев, канд. техн. наук, доц.,
А. М. Аверьянов, инженер,

Муромский институт
 Владимирского государственного университета

Исследование методов реализации функциональных зависимостей между информативными параметрами измерительной системы

Рассмотрены методы реализации функциональных зависимостей между информативными параметрами выходного и входного сигналов измерительной системы полиномами наилучшего приближения.

Ключевые слова: калибровка; узел аппроксимации; эталонное значение сигнала; полином наилучшего приближения; аппроксимирующий полином; погрешность аппроксимации; оптимизация вычислений; выравнивание погрешностей; интервал аппроксимации; вычислительный процесс; полином Чебышева; полином Ньютона.

Введение

При проведении измерений приходится рассчитывать значение входной величины β по значению сигнала y на выходе измерительного канала в соответствии с функцией преобразования $y = f(\beta)$. Функция преобразования (градуировочная характеристика) определяет функциональную зависимость между информативными параметрами: входной измеряемой величиной β и ее эквивалентом на выходе измерительного канала y .

Определить аналитически функцию преобразования $y = f(\beta)$ можно путем калибровки измерительной системы по эталонным сигналам измеряемой величины β .

Калибровка обеспечивает превращение нестабильной измерительной системы в прецизионную, когда погрешность измерений δ практически будет соответствовать погрешности задания эталонных сигналов. При калибровке градуировочной харак-

теристики измерительной системы $f(\beta)$ большое значение имеет правильный выбор эталонных значений сигналов β_j в диапазоне измерений. Этот выбор соответствует поиску узлов аппроксимации при приближении функций с помощью различных полиномов, например, при наилучшем приближении Чебышева [1, 2]. В то же время аппроксимация функций, например, с помощью полинома Ньютона первой степени

$$L_1(\beta) = e_0 + e_1\beta, \delta_1 = f(\beta) - L_1(\beta), \quad (1)$$

когда коэффициенты e_0 и e_1 определяются в начальной β_{j-1} и конечной β_j точках a и b диапазона измерений $b - a$, не исключает большого максимального значения погрешности аппроксимации $\delta_{\text{НМ}}$ внутри диапазона.

Выбор эталонных значений (узлов аппроксимации) при формальном применении полинома Чебышева также может оказаться неэффективным и недостаточно наглядным, поскольку в этом случае выполняется нормирование аргумента и должно быть обеспечено постоянство производных второй, третьей и т. д. степени: $f''(\beta) = \text{const}, f'''(\beta) = \text{const}, \dots$

Целью данной работы является исследование методов реализации функциональных зависимостей между информативными параметрами выходного y и входного β сигналов измерительной системы, обеспечивающих реализацию функции преобразования $f(\beta)$ измерительной системы полиномом наилучшего приближения и оптимизацию алгоритмов калибровки с предельными соотношениями по точностным характеристикам, быстродействию и программно-аппаратным затратам применяемых численных методов решения вычислительных задач.

Реализация функции преобразования полиномом первой степени

Поиск полинома наилучшего приближения представляет трудную задачу. В то же время для наиболее простых и часто применяемых для практических расчетов полиномов первой, второй и третьей степени рассмотрим ряд алгоритмов, которые позволяют повысить точностные характеристики,

упростить процесс калибровки и обеспечить снижение программно-аппаратных затрат в процессе проведения измерений.

Предельную точность при калибровке градуировочной характеристики $f(\beta)$ измерительной системы на интервале $\beta \in [a, b]$, представленной в виде выпуклой функции полиномом первого порядка, когда $f''(\beta) \neq \text{const}$, $f'''(\beta) \neq \text{const}$..., обеспечивает следующий метод. Аппроксимирующий полином выбирается так, чтобы он совпадал с градуируемой кривой в начальной и конечной точках a и b , т. е. так же, как и для формулы Ньютона. Таким образом, можно определить коэффициент e_1 в (1) из уравнения

$$e_1 = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}. \quad (2)$$

Нулевой член e_0 определяется следующим образом. Пусть точка d будет точкой экстремума разности функций $f(\beta) - e_1\beta$. Если $f(\beta)$ — дифференцируемая функция, то для определения d имеем уравнение $f'(d) - e_1 = 0$. Геометрически определение e_0 проводится следующим образом (рис. 1). Проводим секущую через точки $(a; f(a))$, $(b; f(b))$. Для этой секущей тангенс угла наклона равен e_1 . Через точку d проводим параллельную ей касательную к кривой $f(\beta)$ и прямую, равноудаленную от секущей и касательной. Определяется максимальное значение погрешности δ_{HIM} , после чего аппроксимирующий полином поднимается на величину $0,5\delta_{HIM}$. Такой алгоритм в связи с определением промежуточных значений требует больших вычислительных затрат.

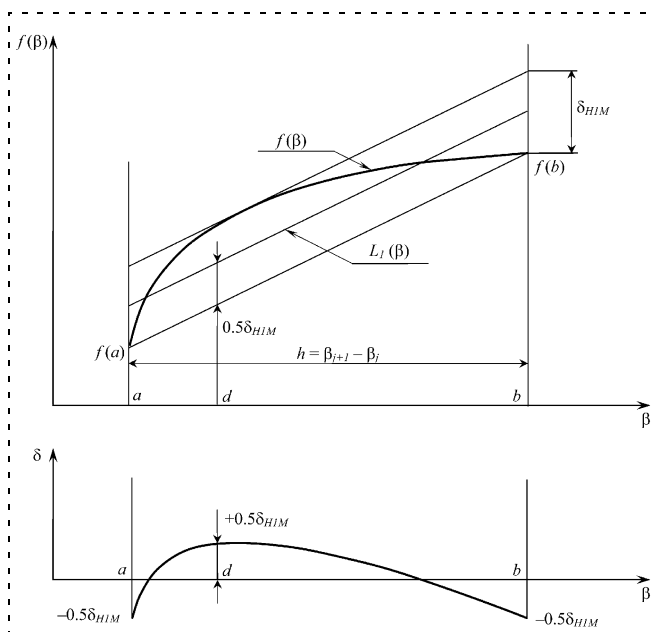


Рис. 1. Аппроксимация функции полиномом наилучшего приближения

Таким образом, для получения полинома наилучшего приближения при нулевых значениях погрешностей на концах интервала наблюдения необходимо максимальное значение погрешности уменьшить в два раза путем сдвига аппроксимирующего полинома по оси ординат на величину $0,5\delta_{HIM}$. В этом случае абсолютные максимальные значения погрешностей δ для трех точек на краях и внутри диапазона будут равны и будут последовательно чередоваться по знаку (рис. 1).

Исходя из этого рассмотрим упрощенные методы поиска полиномов первой степени наилучшего приближения для калибровки в процессе эксплуатации. С этой целью на этапе разработки измерительной системы или перед ее включением в работу следует исследовать вид преобразовательных характеристик датчиков, коэффициентов передачи измерительных каналов. Для этого снимается набор характеристик датчиков с учетом разброса от влияния различных дестабилизирующих факторов; исследуется диапазон возможного изменения максимальной погрешности измерений при воздействии различных дестабилизирующих факторов и аппроксимации функции преобразования $f(\beta)$ в соответствии с (1); определяются характерные точки для аппроксимируемой функции, разброс значений конечных разностей, производных относительно среднего значения.

Согласно рис. 1 для полученной функции преобразования $f(\beta)$ необходимо при калибровке первоначально задать значения сигналов в начальной и конечной точках диапазона измерений и определить коэффициент e_1 в полиноме в соответствии с (2). После этого диапазон измерений разделяется на N интервалов, и для каждого значения эталонного сигнала, например при $f(0) = 0$, определяется текущее значение погрешности $\delta_{HI} = f(\beta) - e_1\beta$ и выбирается его максимальное значение. Одновременно целесообразно определить и диапазон возможного изменения максимального значения погрешности при воздействии различных дестабилизирующих факторов для последующего снижения затрат при калибровке измерительных систем.

По графику $f(\beta)$ при $f(0) = 0$ в соответствии со значением $0,5\delta_{HIM}$ определяются два эталонных значения β_0 и β_1 (рис. 2).

По фиксированному и в дальнейшем постоянному значению разности $\beta_1 - \beta_0$ для исключения операции деления определяют обратную величину и коэффициент e_1 в (1):

$$k_1 = \frac{1}{\beta_1 - \beta_0}; e_1 = k_1[f(\beta_1) - f(\beta_0)]. \quad (3)$$

Приращению аргумента $\Delta\beta = \beta_0$ при $f(0) = 0$ (рис. 2) ставится в соответствие приращение функции $\Delta f(\beta) = e_1\beta_0$. Нулевой член в (1) в соответствии с рис. 2 определим следующим образом:

$$e_0 = f(\beta_0) - e_1\beta_0. \quad (4)$$

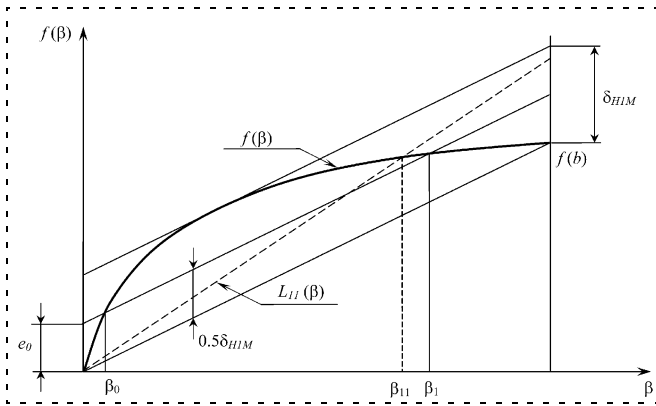


Рис. 2. Калибровка по двум эталонным образцам

В соответствии с (1), (3) и (4) получим функцию преобразования, которая воспроизводится полиномом наилучшего приближения:

$$L_1(\beta) = f(\beta_0) - k_1[f(\beta_1) - f(\beta_0)]\beta + k_1[f(\beta_1) - f(\beta_0)]\beta. \quad (5)$$

Таким образом, для калибровки по двум эталонным образцам необходимо выполнить две операции умножения и три — алгебраического сложения.

Рассмотренный метод калибровки с выбором эталонных значений (рис. 2) внутри интервала и фактической экстраполяцией приближающего полинома влево и вправо за интервал $\beta \in (\beta_0, \beta_1)$ обеспечивает уменьшение значений погрешностей измерительной системы по сравнению с полиномом Ньютона первой степени в два раза или же (при фиксированном значении погрешности) расширение интервала интерполяции примерно на 41,4 % [1].

Когда на основании экспериментальных исследований получены данные о значительном изменении формы градуировочной характеристики при воздействии дестабилизирующих факторов в процессе эксплуатации, может возникнуть необходимость коррекции узлов интерполяции. С этой целью можно периодически измерять значения погрешностей на концах диапазона измерений и в одной или нескольких характерных точках внутри диапазона, где значения погрешностей, в соответствии с экспериментальными данными, максимальны. По полученным данным вычисляется среднее абсолютных значений погрешностей. По заданному соотношению среднего значения и трех значений погрешностей принимается решение о коррекции узлов интерполяции в целях выравнивания (симметрирования) погрешностей [3].

Для упрощения приближения функции преобразования в соответствии с (5) при $f(0) = 0$ можно реализовать полином $L_{11}(\beta) = k_{11}\beta$ с одним эталонным значением β_{11} . Для этого полинома при $k_{11} = 1/\beta_{11}$ эталонное значение β_{11} выбирается таким образом, чтобы обеспечить равенство максимальных абсо-

лютных значений погрешностей на интервалах $\beta \in [0, \beta_{11}]$ и $\beta \in [\beta_{11}, b]$. Такой способ калибровки с экстраполяцией приближающего полинома только вправо за интервал $\beta \in [\beta_{11}, b]$ обеспечивает уменьшение значений погрешностей измерительной системы в 1,45 раза по сравнению с обычным полиномом Ньютона (рис. 2) [1].

Реализация функции преобразования полиномами второй и третьей степени

В общем случае оценка максимальной погрешности интерполяции для полинома Чебышева $L_n(\beta)$ степени n на интервале $\beta \in [a, b]$ имеет вид [2]

$$|f(\beta) - L_n(\beta)| \leq \frac{f^{(n+1)}(\beta)(b-a)^{n+1}}{(n+1)!2^{2n+1}}. \quad (6)$$

Предварительный выбор узлов аппроксимации (эталонных значений) может проводиться в соответствии с выражением

$$\beta_k = 0,5 \left[(b-a) \cos \frac{2k+1}{2n} \pi + (b+a) \right], k = 0, 1, \dots, n. \quad (7)$$

В этом случае берутся следующие узлы аппроксимации:

- для полинома 1-й степени: $\beta_0 = 0,1464(b-a)$, $\beta_1 = 0,8535(b-a)$;
- для полинома 2-й степени: $\beta_0 = 0,06699(b-a)$, $\beta_1 = 0,5(b-a)$ и $\beta_2 = 0,9330(b-a)$;
- для полинома 3-й степени: $\beta_0 = 0,038(b-a)$, $\beta_1 = 0,3087(b-a)$, $\beta_2 = 0,6914(b-a)$ и $\beta_3 = 0,9619(b-a)$.

После этого при необходимости выравнивания погрешностей, когда $f^{(n+2)}(\beta) \neq \text{const}$, проводится их уточнение путем изменения расположения узлов аппроксимации [1].

При переходе от аппроксимирующего полинома первой степени к полиному второй степени и выше уменьшение значения погрешности согласно выражению (6) будет равно

$$\Delta\delta = \frac{12f^{(n+1)}(\beta)}{(b-a)f^{(n+2)}(\beta)}. \quad (8)$$

В соответствии с (8) может быть рассмотрена целесообразность применения вместо полинома первой степени полиномов второй и более высоких степеней с иллюстрацией их оптимизации по вышерассмотренному принципу [3].

Для получения аппроксимирующего полинома наилучшего приближения второй степени (рис. 3)

$$L_2(\beta) = e_0 + e_1\beta + e_2\beta^2 = e_0 + (e_1 + e_2\beta)\beta$$

предварительно (например, в соответствии с (7)) для трех эталонных значений аргумента и функции $\beta_j, f(\beta_j), \beta_{j+1}, f(\beta_{j+1}), \beta_{j+2}, f(\beta_{j+2})$ составляется система из трех уравнений и определяются коэффициенты

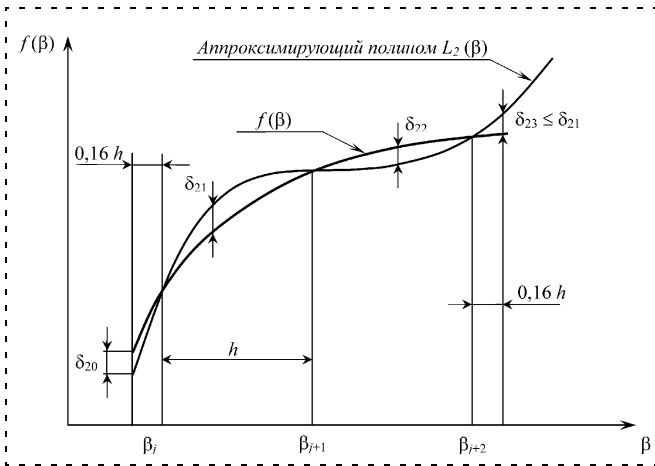


Рис. 3. Аппроксимация функции полиномом второго порядка

e_0, e_1, e_2 . Расстояния h между эталонными значениями β для полинома Чебышева второй степени берутся одинаковыми: $h = \beta_{j+1} - \beta_j = \beta_{j+2} - \beta_{j+1}$.

Затем, как показано на рис. 3, определяется среднее значение четырех максимальных абсолютных значений погрешностей:

$$\delta_{cp} = |\delta_{20}| + |\delta_{21}| + |\delta_{22}| + |\delta_{23}|,$$

и при необходимости выполняется их выравнивание относительно среднего значения с превращением обычного полинома Чебышева в полином наилучшего приближения при $f'''(\beta) \neq \text{const}$. Таким образом, по сравнению с полиномом Ньютона получаем расширение интервала интерполяции $(b - a) = 2,32h$ на $0,32h$.

Рассмотрим более простой случай, когда для обычного полинома Ньютона $\beta_j = \beta_0 = 0, f(0) = 0$ и $\beta_2 = b - a = 2h$. При этом

$$L_2(\beta) = \frac{\beta}{h} \left[2f(h) - \frac{f(2h)}{2} + \left(\frac{f(2h)}{2} - f(h) \right) \frac{\beta}{h} \right].$$

По эмпирически полученным зависимостям $f(\beta)$ и графику для полинома $L_2(\beta)$ определяются максимальные значения погрешностей δ_{21} и δ_{22} (рис. 3). Поскольку использование полинома наилучшего приближения обеспечивает расширение эквивалентного интервала интерполяции примерно на 15 % по сравнению с полиномом Ньютона при сохранении максимальных значений погрешностей интерполяции или уменьшение значения погрешности в 1,52 раза при фиксированном интервале интерполяции и при $f'''(\beta) = \text{const}$ [1], то одним из вариантов поиска полинома наилучшего приближения будет следующий. По двум абсолютным максимальным значениям погрешностей δ_{21} и δ_{22} определяется их среднее значение. Это значение делится на коэффициент 1,52, после чего проводится сдвиг крайних значений аргумента $\beta_j = 0$ и $\beta_2 = \beta_{j+2}$ внутрь диапазона измерений вправо и влево соот-

ветственно. По полученным эталонным значениям реализуется новый полином. Затем проверяется соотношение разностей абсолютных значений погрешностей $\delta_{20}, \delta_{21}, \delta_{22}$ и δ_{23} в соответствии с теоремой Чебышева о полиноме наилучшего приближения. Если значения разностей погрешностей отличаются от заданных, то берется среднее этих четырех абсолютных значений погрешностей, и итерационный процесс продолжается до получения полинома наилучшего приближения.

Заключение

В соответствии с рассмотренными примерами и проведенными исследованиями, когда для полинома n -й степени $f^{(n+1)}(\beta) = \text{const}$, можно сделать следующие выводы [4].

1. При экстраполяции полиномов Ньютона первой, второй и третьей степени за пределы отрезка наблюдения при фиксированной погрешности вычислений обеспечивается увеличение интервала приближения функции примерно на 41,4 %, 15 % и 9 % соответственно без увеличения погрешности. При фиксированном интервале путем переноса двух эталонных значений с начала и конца внутрь интервала максимальные значения погрешностей снижаются приблизительно в 2, 1,52 и 1,41 раза соответственно, и полиномы Ньютона фактически превращаются в полиномы Чебышева наилучшего приближения [1].

2. Если не переносить внутрь интервала первое эталонное значение при $f(0) = 0$, то можно исключить нулевой член в полиномах Чебышева первой, второй и третьей степени, сократить одну операцию алгебраического сложения и увеличить интервал интерполяции по сравнению с полиномом Ньютона на 20,7 %, 7,5 % и 4,5 % соответственно. Если же интервал не увеличивать, то обеспечивается уменьшение значений погрешностей примерно в 1,45, 1,24 и 1,09 раза.

Предлагаемые методы определения эталонных значений при калибровке обеспечивают повышение быстродействия, уменьшение погрешностей и (или) программно-аппаратных затрат при проведении измерений.

Список литературы

1. Чекушкин В. В., Юрин О. В., Булкин В. В. Реализация вычислительных процессов в информационно-измерительных системах. Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2005. 158 с.
2. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Лаборатория базовых знаний, 2000. 624 с.
3. Способ калибровки измерительных систем. Патент РФ № 2262713. МПК GOIR 35/00. Опубл. 20.10.2005. Бюл. № 29 / В. В. Чекушкин, В. В. Булкин.
4. Чекушкин В. В. Совершенствование полиномиальных методов воспроизведения функциональных зависимостей // Измерительная техника. 2002. № 12. С. 17–21.

УДК 59.01.85

А. А. Лазичев, канд. техн. наук, доц.,
Ю. А. Самулеева, студентка,
 Томский государственный университет
 систем управления и радиоэлектроники

Расчет параметров сигнализирующей подсистемы управления давлением

Рассматриваются особенности создания подсистемы управления давлением, представлены расчеты параметров ее составляющих частей и способы сигнализации.

Ключевые слова: давление, управление, шаговый двигатель, зубчатая передача.

Одной из важных составляющих системы автоматизированной настройки манометров с помощью нанесения шкал [1] является сигнализирующая подсистема подачи давления, назначение которой заключается в обеспечении непрерывного контроля подаваемого на тестируемые манометры давления. Исходную подсистему можно разделить на две части:

- 1) непосредственно подсистема подачи/сброса давления;
- 2) подсистема контроля текущего давления и сигнализации.

Подсистема подачи/сброса давления состоит из двух насосов, трубопровода и двух клапанов, один из которых работает на подачу, а другой — на сброс давления (рис. 1).

В качестве среды насоса на "легкие" давления (рис. 1, а) используется воздух: насос формирует свое номинальное давление в соответствии с номером используемого переключателя и поддерживает его постоянным в течение необходимого нам интервала времени. Подсистема подачи/сброса "тяжелого" давления (рис. 1, б) состоит из насоса с переключателями, которые задают режим работы в зависимости от максимального давления тестируемых манометров. Насос работает от электросети, задавая давление масла. Первый переключатель соответствует номинальному давлению 10^7 Па, второй — $2 \cdot 10^7$ Па, третий — $4 \cdot 10^7$ Па.

Система сбора и обработки информации контролирует давление, подаваемое непосредственно на манометры, и выдает управляющее воздействие на вентиль сброса и подачи при избытке и недостатке давления соответственно. Идея функционирования автоматической подсистемы подачи давления основывается на управлении положением вентиля подачи/сброса давления. Управляющий сигнал с ПК поступает на двигатель, задающий положение вентиля. Подаваемое/сбрасываемое давление напрямую зависит от угла поворота ("открытия") вентиля: чем меньше угол, тем медленнее по-

дается давление. Управление углом поворота вентиля осуществляется с помощью шагового двигателя через шестерни или редуктор. Функциональная схема подсистемы представлена на рис. 2.

Рассмотрим следующую часть подсистемы подачи/сброса давления — блок сбора и обработки информации, принцип функционирования которой заключается в следующем: датчик фиксирует текущее значение давления в системе и передает его значение через устройство сопряжения в ПК. При достижении заданного значения программа подает управляющий сигнал. Функциональная схема блока сбора, обработки информации и выдачи сигналов управления изображена на рис. 3.

Необходимо учесть следующие моменты [2].

- Перед установкой стрелки на нулевую отметку или проверкой положения стрелки у нулевой от-

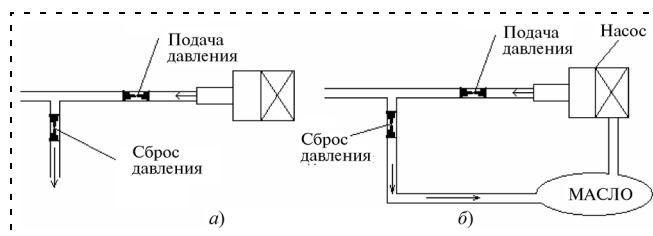


Рис. 1. Подсистема подачи/сброса давления

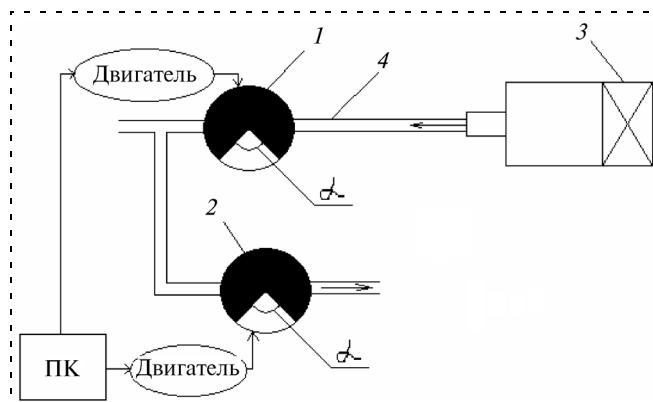


Рис. 2. Функциональная схема подсистемы подачи/сброса давления:
 1 — вентиль подачи давления; 2 — вентиль сброса давления; 3 — насос; 4 — трубопровод; α — максимальный угол открытия вентилей

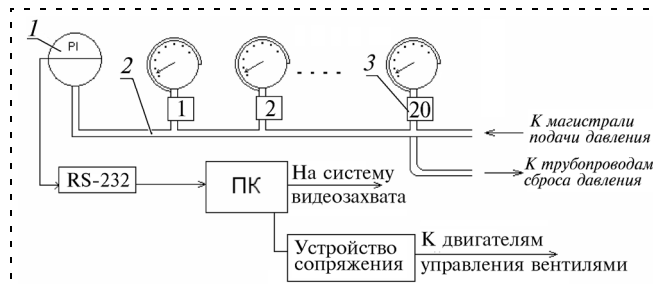


Рис. 3. Блок сбора, обработки информации и выдачи сигналов:
 1 — контрольный датчик давления; 2 — трубопровод; 3 — зажимное приспособление

Таблица 1
Зависимость числа поверяемых точек манометров от класса точности поверяемого прибора

Класс точности манометра	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4
Число точек	≥10	≥8	≥5	≥5	≥5	≥3

метки прибор надо выдержать под давлением, равным от 90 % до 100 % верхнего предела измерений, в течение 1...2 минут.

- Число поверяемых точек шкалы прибора строго определено (табл. 1) и должно дополнительно включать нижнее и верхнее предельные значения давления.
- Скорость изменения давления не должна превышать 10 % диапазона показаний в секунду. Движение стрелки должно происходить плавно, без заеданий и скачков.
- Устройства сопряжения, работающие в системе, должны обладать высоким быстродействием и хорошим качеством передачи данных от одного устройства к другому.

Требования к датчику:

- 1) наличие индикации текущего давления;
- 2) наличие цифрового интерфейса;
- 3) быстродействие;
- 4) верхний предел показаний датчика должен быть не менее верхнего предела измерений манометров;

5) предел допускаемой основной погрешности датчика должен быть не более 0,25 предела допускаемой основной погрешности манометра.

В табл. 2 представлены данные для выбора датчика давления [3].

По данным критериям из существующих на российском рынке датчиков подходят модели, представленные в табл. 3.

Исходя из данных табл. 3 наиболее целесообразным видится использование датчика ДМ 5002 ввиду лучших стоимостных и технических показателей. Наличие цифровых интерфейсов позволяет передавать данные непосредственно в ПК. Следует отметить, что в разрабатываемой подсистеме подачи давления управление клапанами будет осуществляться автоматически, в отличие от уже существующих систем.

Таблица 2
Выбор поверочного датчика в зависимости от класса точности поверяемых манометров

Класс точности манометра	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4
Класс точности датчика	0,1	0,15	0,25	0,375	0,625	1

Для выбора электродвигателя необходимо определить крутящий момент, который нужно приложить к регулировочному крану для управления подачей и сбросом давления. С помощью динамометра было получено значение крутящего момента, равное 3,5 Н·м, при этом погрешность измерений составляет 3,6 %, что соответствует 0,126 Н·м.

Выполнив обзор существующих на рынке видов двигателей, можно заключить, что для данной подсистемы наиболее пригодными являются шаговые двигатели, так как по сравнению с другими приборами, которые могут выполнять эти же или подобные функции, система управления, используемая в шаговом двигателе, обладает существенными преимуществами. Во-первых, у нее нет обратной связи, обычно необходимой для управления положением или частотой вращения. Во-вторых, не накапливается ошибка положения. В-третьих, шаговый двигатель совместим с современными цифровыми устройствами. Наиболее важной особенностью шагового двигателя является то, что на каждый импульс управления ротор поворачивается на фиксированный угол, значение которого в градусах называется шагом.

Чем меньше крутящий момент двигателя, тем он дешевле, в связи с этим необходимо использовать двигатель с меньшим крутящим моментом по сравнению с измеренным. Следовательно, нужно рассчитать параметры редуктора, который обеспечит максимальное увеличение крутящего момента. Наиболее простой реализацией редуктора является одноступенчатая зубчатая передача, позволяющая использовать коэффициент передачи до 10.

Пусть U — передаточное отношение ($U = \frac{z_2}{z_1}$), где

z_1 и z_2 — число зубьев ведущей и ведомой шестерней соответственно, а T_1 и T_2 — крутящий момент ведущей и ведомой шестерней, равные $T_1 = 0,35$ Н·м, $T_2 = 3,5$ Н·м.

Таблица 3
Модели датчиков для использования в качестве поверочного

Наименование	Предел измерений	Основная погрешность, %	Диапазоны аналогового выходного сигнала	Цифровой интерфейс	Температура окружающей среды, °С	Стоимость, руб.
АИР-20-ДА	4 кПа...2,5 МПа	±0,1...±4,0	4...20; 0...5 мА	RS-232	-40...+70	7500
МИКОН-227	2,5 кПа...60 МПа	±0,1	4...20; 0...5 мА	RS-232	-40...+60	46 500
САПФИР22К-ДА-ВН	250 кПа...10 МПа	±0,1, ±0,15	4...20; 0...5 мА	RS-485	-40...+70	7000
МЕТРАН 100-ДА	2,5 кПа...16 МПа	±0,1...±1,0	4...20; 0...5 мА	HART	-40...+70	12 739
ДМ 5002	Любое по заказу	±0,1, ±0,15	4...20; 0...5 мА	RS-232 RS-485	-40...+70	6000

Параметры шаговых двигателей

Название двигателя	Точность шага, %	Температурный диапазон эксплуатации, °С	Длина двигателя, мм	Полный шаг, °	Крутящий момент, Н·м	Масса двигателя, г	Цена, руб.
57BYGH001	±5	-20...+50	41	1,8	0,392	420	1400
GD42STH47	±5	-20...+50	48	1,8	0,3724	340	
FL42STH38	±9	-20...+50	40	1,8	0,3528	280	1177
FL42STH47	±9	-20...+50	48	1,8	0,4312	350	944

Рассчитаем межосевое расстояние $a_w = K(U + 1)3\sqrt{\frac{T_1}{U}}$, где K — коэффициент, зависящий от материала используемой шестерни. В настоящее время для изготовления шестерней широко используется пластмасса. Ее твердость по Бринеллю не более 350, следовательно, на основании [4], коэффициент K выбираем равным 10. Получаем, что межосевое расстояние равно 36 мм. По [5] межосевое расстояние следует принять равным 40 мм. Определим модуль зубчатой передачи $m = (0,01...0,02)a_w = (0,01...0,02) \cdot 40 = (0,4...0,8)$ мм. По [6] выбираем $m = 0,8$ мм. Подсчитаем общее число зубьев: $z_\Sigma = \frac{2a_w}{m} = \frac{2 \cdot 40}{0,8} = 100$. Число зубьев ведущей шес-

терни $z_1 = \frac{z_\Sigma}{U+1} = \frac{100}{10+1} = 9$. Число зубьев ведомой шестерни соответственно равно $z_2 = 90$. Диаметр ведущей шестерни $d_1 = mz_1 = 0,8 \cdot 9 = 7,2$ мм, диаметр ведомой шестерни $d_2 = mz_2 = 0,8 \cdot 91 = 73$ мм [4] (рис. 4).

В табл. 4 приведен перечень двигателей, которые удовлетворяют расчетным значениям для организации устройства управления кранами.

На основании обзора шаговых двигателей можно сказать, что наиболее подходит двигатель FL42STH38

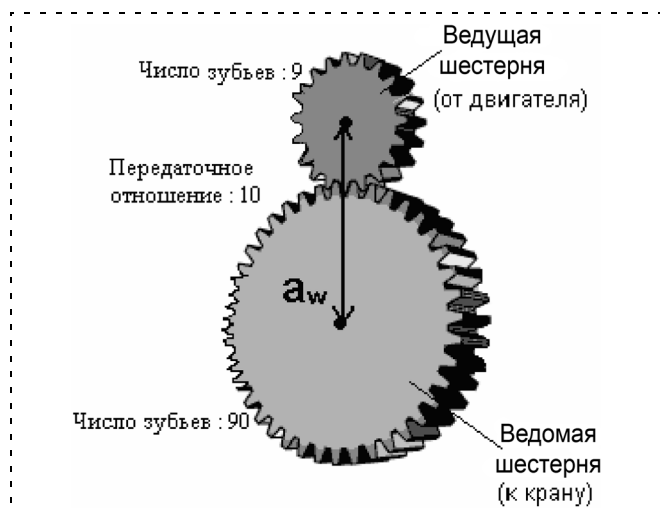


Рис. 4. Устройство редуктора

из-за его небольшой цены, погрешности и соответствия его крутящего момента и момента, необходимого нам для управления регулировочным краном. Управление будет осуществляться программно с помощью блока управления шаговым двигателем с ПК.

Организация программной составляющей данной подсистемы должна позволять другим компонентам системы автоматизированной настройки манометров функционировать синхронно и своевременно. Для этого предложено разработать приложение в виде сервера, управляющего подачей/сбросом давления, считывающего данные с датчика (посредством СОМ-интерфейса) и информирующего любое число других программных компонентов о том или ином событии, а именно о достижении заданного давления. Программой частью сигнализирующей подсистемы управления давлением (при запуске) создается соответствующий объект, к которому "подключаются" все остальные компоненты исходной системы. Установка данного события говорит о достижении нового значения давления, в соответствии с чем другие подсистемы должны его обработать соответствующим образом. Например, подсистема ввода видеоданных сохраняет кадры видеопотоков с камер и передает их для дальнейшей обработки.

Представлены результаты исследований по созданию сигнализирующей подсистемы управления подачей давления. Представлены расчеты по выбору конкретных ее составляющих и условия их эксплуатации.

Список литературы

1. Лазичев А. А., Самулеева Ю. А. Система автоматизированной настройки манометров с помощью нанесения шкал // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 8. С. 35–38.
2. Инструкция по регулировке и поверке приборов. 5Ш0.283.ПЗД.
3. ГОСТ 2405–88. Манометры, вакуумметры, мановакуумметры, напорометры, тягометры и тягонапорометры. Общие технические условия.
4. Кудрявцев В. Н., Державец Ю. А., Глухарев Е. Г. Конструкции и расчет зубчатых редукторов. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1971. 328 с.
5. ГОСТ 2185–66. Передачи зубчатые цилиндрические. Основные параметры.
6. ГОСТ 9563–60. Колеса зубчатые. Модули.

УДК 621.01, 004.326

В. В. Морозов, д-р техн. наук, проф.,

А. В. Жданов, канд. техн. наук, доц.,

Владимирский государственный университет

Использование технологий быстрого прототипирования при создании искусственных желудочков сердца систем вспомогательного кровообращения

Предлагается современный подход при изготовлении сложных медицинских изделий с помощью технологий быстрого прототипирования. Приведены результаты изготовления искусственных желудочков сердца систем вспомогательного кровообращения с помощью метода лазерной стереолитографии. Приводится компьютерный анализ полученных дефектов, указаны пути их устранения.

Ключевые слова: искусственный желудочек сердца, биосовместимый материал, быстрое прототипирование, компьютерный анализ медицинских изделий, исследование напряжения, исследование деформации, компьютерное моделирование.

Для пластмассовых изделий медицинской техники со сложной криволинейной поверхностью актуальным является вопрос о быстром и качественном их изготовлении, так как они должны отвечать индивидуальным особенностям пациента, иметь характеристики материала, близкие к реальному объекту, и использоваться в лабораторно-стендовых и клинических испытаниях. К таким изделиям можно отнести искусственные желудочки сердца (ИЖС), патрубки и канюли устройств вспомогательного кровообращения, биотехнические устройства, корпуса имплантируемых приводов и т. д. В статье рассматривается изготовление ИЖС с использованием технологий быстрого прототипирования (БП).

Технические требования к ИЖС мембранного типа могут быть сформулированы следующим образом [1]: они должны иметь оптически прозрачный и биосовместимый материал с возможностью клейки, сборки (с заданным усилием) и промывки, низкую шероховатость наружной и особенно внутренней поверхностей (Ra 0,8...0,4 мкм); необходимо отсутствие швов, грота на внутренних поверхностях изделий; требуются твердость: для корпусных деталей привода и ИЖС — не ниже 95 ед. по Шору (А), для подвижной мембраны, канюлей,

клапанов — около 80 ед. по Шору (А) и высокая эластичность; необходимы заданная устойчивость и жесткость формы изделия; отсутствие короблений, воздушных полостей и внутренних дефектов.

Современные технологии БП позволяют эффективно решить эту задачу, не прибегая к традиционным методам, связанным с механической обработкой и литьем пластмассы. Изготовление прототипов осуществляется по САД-данным. В качестве исходных данных используется трехмерная математическая модель, представленная в формате *.STL*. Наибольшее преимущество технологий БП — малое время создания деталей, которые могут быть созданы как физические объекты в течение нескольких часов. В таблице представлены технологии БП пластмассовых изделий, которые можно использовать для изготовления ИЖС. Сопоставление технологических требований к ИЖС и возможностей технологий БП позволило выявить наиболее приемлемый способ изготовления ИЖС — SLA.

Лазерная стереолитография ИЖС включала в себя получение трехмерной компьютерной модели объекта в *STL*-формате (рис. 1, а, см. вторую сторону обложки), ее разбиение на тонкие слои (рис. 1, б), расчет траектории движения лазерного луча, заполняющего каждое сечение (рис. 1, в), и последовательное воспроизведение соответствующих поперечных сечений на поверхности жидкой фотополимеризующейся композиции сфокусированным пучком иницирующей полимеризацию лазерного излучения.

Процесс получения прототипов из трехмерных компьютерных моделей методом ЛС состоит из следующих основных этапов: получение *STL*-файла САД-модели; подготовка модели (подготовка данных для системы управления); настройка установки и выращивание детали; постобработка изготовленного прототипа.

Подготовка модели проводилась средствами программного пакета *Magics RP* и включала в себя: анализ *STL*-модели; исправление ошибок в модели; оптимальную ориентацию модели и ее размещение на платформе; генерацию подпорок и создание *STL*-файла подпорок; разбиение модели на слои; преобразование файлов сечений объекта и подпорок в формат установки БП ЛС-250; перенос по сети данных с компьютера подготовки данных на управляющий компьютер установки.

В ходе выполнения прототипирования ИЖС были сделаны несколько бракованных изделий. На

Технологии БП для изготовления пластмассовых медицинских изделий

Технология	Международное или фирменное наименование	Разработчик
Фотоотверждаемые жидкости		
<i>Отверждение одним UV-лазером</i>		
Стереолитография	Stereolithography Apparatus (SLA)	3D Systems (США), НИЦТЛ РАН (Россия)
Оборудование для спекания лазером	Laser Sintering Machine (LMS)	Fockele & Schwarze (Германия)
Система печати диодным лазером	Solid Laser Diode Plotter System (SLP)	Denken Engineering (Япония)
Печать прототипов ультрафиолетовым лазером	Solid Object Ultra-Violet Laser Plotting (SOUP)	Mitsubishi & СМЕТ (Япония)
Печать полупроводниковым лазером	Semiconductor Laser Plotting	Autostrade (Япония)
<i>Отверждение светом с использованием масок</i>		
Отверждение на твердом основании	Solid Ground Curing (SGC)	Cubital Inc. (Израиль)
Автоматическое изготовление, контролируемое дизайном	Design-Controlled Automated Fabrication (DESCAF)	Light Sculpting Inc. (США)
<i>Технология печати и отверждения УФ-лампой</i>		
Трехмерная печать модели	Object 3D-printer	Object Geometries Ltd. (Израиль)
Расплавка и спекание порошков		
<i>Спекание тепловым лазером</i>		
Селективное спекание лазером	Selective Laser Sintering (SLS)	3D Systems (США)
<i>Расплавка тепловым лазером</i>		
Формирование изделия лазером	Laser Engineered Net Shaping (LENS)	Optomec & Sandia National Lab. (США)
Соединение порошка адгезией (клеем)		
<i>Методы, основанные на технологии MIT's 3DP</i>		
Прямое литье оболочки	Direct Shell Production Casting (DSPC)	Soligen (США)
Трехмерная печать	3D-Printing	Z Corporation (США)
Твердые материалы		
<i>Экструзия расплавленных пластиков</i>		
Моделирование послойным наплавлением	Fused Deposition Modeling (FDM)	Stratasys (США)
Производство экструзией расплава	Melted Extrusion Manufacturing (MEM)	CLRF & Tsinghua Univ. (Китай)
Высокоточный моделировщик	High Precision Modeler	Sanders Design & BMT (США & Германия)
<i>Технология печати</i>		
Моделирование головок с большим количеством сопел	Multi Jet Modeling (MJM)	3D Systems (США)
Трехмерная печать	3D Plotting	Sanders Prototype Inc. (США)



Рис. 5. Опытный образец ИЖС, полученный методом лазерной стереолитографии

рис. 2, а (см. вторую сторону обложки) показаны дефекты, вызванные неверным проектированием перегородок, а на рис. 2, б — вызванные неверной траекторией движения луча лазера. Полученные образцы были проанализированы, подвергнуты компьютерному анализу в САЕ-системе Pro/MECHANICA WF 3 (рис. 3, 4, см. третью сторону обложки), после чего были скорректированы конструкция перегородок и подпорок, а также выбрана оптимальная траектория движения луча. В ходе компьютерного анализа были исследованы напряжения и деформации, возникающие при ЛС на различных стадиях процесса.

Для скорректированных параметров лазерной стереолитографии получен образец (рис. 5), который отвечает всем требованиям для использования в дальнейших экспериментах. Аналогичным образом проводят апробацию своих конструкций ИЖС и приводов в ведущих американских и японских клиниках [2].

Список литературы

1. Морозов В. В., Жданов А. В., Шмыгов Е. И., Прохорова Н. С., Новикова Е. А. Синтез искусственных желудочков сердца с заданными гемодинамическими характеристиками. Владимир: Изд-во ВлГУ, 2007. 192 с.
2. Okamoto K., Hashimoto T., Mitamura Y. Design of miniature implantable left ventricular assist device using CAD/CAM technology // Journal of Artificial Organs. 2003. Vol. 6. P. 162–167.

УДК 004.896+621.01

С. Э. Чернакова, мл. научн. сотр.,
А. А. Карпов, канд. техн. наук, ст. научн. сотр.,
А. И. Нечаев, нач. лаб.,
А. Л. Ронжин, канд. техн. наук, доц.,
 СПИИ РАН, Санкт-Петербург

Мультимодальный человеко-машинный интерфейс в медицинских приложениях

Представлен ассистивный мультимодальный человеко-машинный интерфейс (ММИ) и результаты исследований в условиях операционной для управления стандартным рентгеновским медицинским оборудованием, оснащённым новой цифровой системой обработки и системой стереоскопической визуализации.

Ключевые слова: обучение методом показа, человеко-машинный интерфейс, стереоизображения, ассистивные медицинские роботы, автоматическое распознавание речи, мультимодальная коммуникация

Введение

В данной статье рассматриваются информационные аспекты управления медицинским оборудованием, основанного на использовании мультимодального человеко-машинного интерфейса (ММИ), включающего в себя четыре системы.

Автоматическое речевое командное устройство (РКУ) в сочетании с системой слежения за движениями (ССД) головы (рук) врача обеспечивают надежное и естественное управление медицинским оборудованием или компьютером.

Система стереоскопической визуализации (ССВ) медицинских стереоизображений, управляемая движениями головы и голосовыми командами, позволяет врачу локализовать по глубине зону интереса и точно контролировать положение медицинского инструмента.

Система тактильного и силомоментного ("haptic") интерфейса (ССИ) является существенной для реалистичного ощупывания тела удаленного пациента и обеспечения высокой степени безопасности проведения телемедицинских операций.

Для управления медицинским оборудованием обычно применяют стерильные пульта управления, однако в операционной удобнее управлять голосовыми командами и естественными жестами. Во время операции врачу удобнее произнести команды ассистентам, которые нажмут нужные кнопки.

С помощью ММИ многие рутинные функции человека-ассистента могут быть успешно автоматизированы, что позволит ограничить присутствие персонала в операционной. Это важно, например, во время рентгеновских медицинских диагностик для снижения дозы рентгеновского облучения.

Принципы построения ассистивного ММИ

Разработка ассистивного ММИ для медицины осуществлялась исходя из нескольких основных принципов [1, 2]:

- комфортность и естественность управления оборудованием без ограничения профессиональных действий врача;
- максимальное использование интуитивного опыта и профессиональных навыков;
- надежность распознавания голосовых команд в условиях операционной;
- простота обучения показом движений и жестов;
- трехмерная визуализация изображений во время операций с навигацией и прогнозом манипуляций;
- реалистичность тактильных ощущений удаленного или виртуального пациента.

Общая архитектура четырехмодального ММИ представлена на рис. 1.

В разработанном ММИ используются четыре модальности: речь, движения головы/рук, тактильно-силомоментное взаимодействие и стереовизуализация [3]. Данные двух входных для ММИ модальностей (речи и движений головы/рук), обрабатываемые ММИ в режиме реального времени, содержат координатную информацию о направлении взгляда врача (положении и ориентации головы) и семантическую информацию команд для ассистента (человека или ММИ).

Визуальное и тактильное отображения являются входными модальностями ММИ, предоставляющими стереоизображения и тактильную имитацию (ощущение) для пользователя.

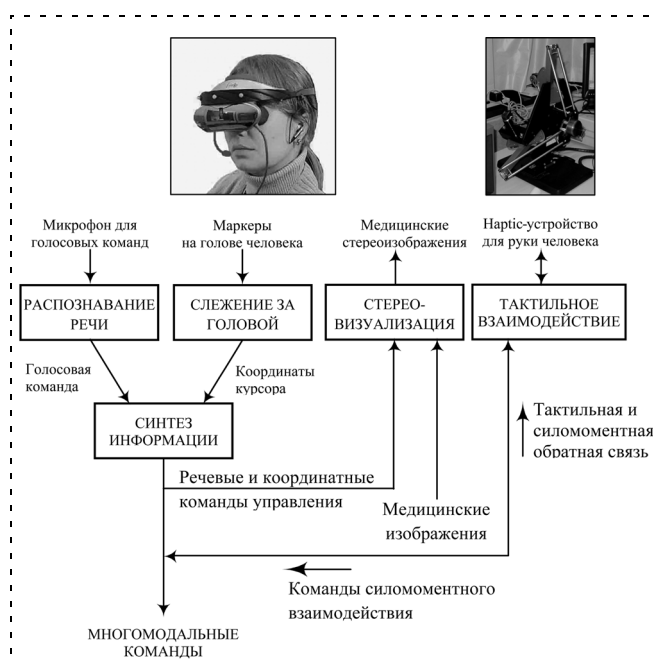


Рис. 1. Архитектура четырехмодального ассистивного ММИ

По сравнению с одноmodalными системами при разработке ММИ существуют проблемы, связанные с синхронизацией между modalностями, обработкой и комплексированием многоmodalной информации.

Комплексирование улучшает качество представления информации, повышает точность и достоверность принятия решения, например, в поисковых информационных системах или в системах управления.

Для человека одновременное использование нескольких modalностей вполне естественно. Вот некоторые примеры: использование зрения и осязания позволяет точно и надежно брать предметы, сочетание зрения и слуха улучшает достоверность восприятия событий в зашумленных условиях.

Система автоматического распознавания речевых команд

В ММИ для распознавания речевых команд применяется оригинальная система автоматического дикторнезависимого распознавания русской речи SIRIUS [4], разработанная в группе речевой информатики СПИИРАН. Архитектура автоматической системы SIRIUS РКУ представлена на рис. 2.

В отличие от английского языка русский язык обладает большей вариативностью на уровне словоформ, в связи с чем резко возрастает размер распознаваемого словаря и падает точность [5].

Для устранения указанных проблем введен дополнительный уровень представления языка и речи — морфемный, который отсутствует в других общепризнанных системах распознавания речи. За счет разделения словоформ на морфемы словарь распознаваемых лексических единиц значительно сокращается, так как в процессе словообразования часто используются одни и те же морфемы. При этом скорость, точность распознавания и робаст-

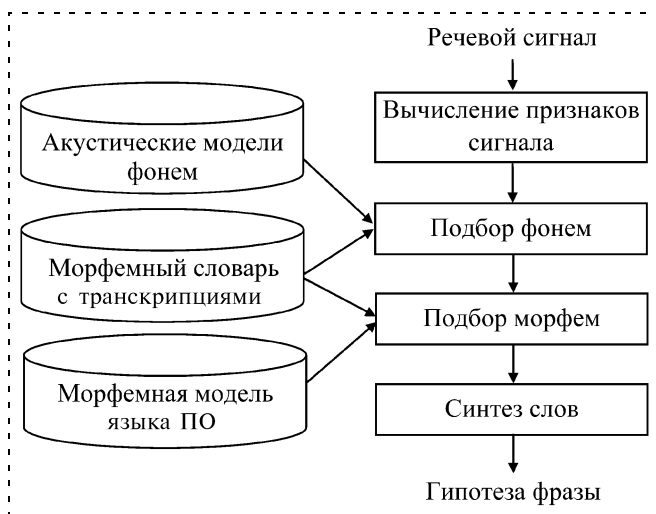


Рис. 2. Архитектура системы распознавания русской речи SIRIUS

ность увеличиваются, что позволяет строить приложения, использующие распознавание русской речи в реальном масштабе времени [6].

Разработанная методика распознавания слитной русской речи SIRIUS успешно использована для создания систем речевого управления техническими объектами, например, эмулятором самолета и домашним роботом, речевых диалоговых систем и голосового доступа к справочной информации [7].

В системе автоматического распознавания речи SIRIUS для параметризации звука используются Мел-частотные кепстральные коэффициенты с их первой и второй производными [8], для чего вычисляется быстрое преобразование Фурье (БПФ) над перекрывающимися сегментами речи длиной 10 мс и формируется набор перекрывающихся треугольных фильтров, расположенных по Мел-шкале частот согласно формуле

$$\text{Mel}(f) = 2595 \log_{10}(1 + f/700).$$

Значения БПФ, включенные в каждый фильтр, пересчитываются с учетом треугольного окна, затем определяется интегральная энергия $S(n)$ на выходе каждого фильтра и далее выполняется логарифмирование выхода каждого фильтра. Этот набор данных подвергается косинус-преобразованию, что в итоге приводит к Мел-частотным кепстральным коэффициентам:

$$C_j = \sum_{n=1}^N \log[S(n)] \cos \left[j \left(n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{N} \right],$$

где j — номер кепстрального коэффициента; N — число треугольных фильтров.

Акустическое моделирование в системе основано на методах непрерывных скрытых марковских моделей (СММ) с применением смесей нормальных (гауссовых) распределений плотностей вероятностей векторов в состояниях СММ [4]. Используются так называемые непрерывные плотности распределений, при этом плотность вероятности векторов наблюдений описывается следующим образом:

$$b_j(O) = \sum_{m=1}^N K_{jm} \vartheta [O, \mu_{jm}, U_{jm}],$$

где O — моделируемый вектор наблюдений; K_{jm} — весовой коэффициент m -й компоненты в состоянии j ; ϑ — нормальное гауссово распределение с вектором средних значений μ_{jm} и ковариационной матрицей U_{jm} для m -й составляющей смеси в состоянии j СММ.

Каждая фонема представлена левоправой СММ с тремя состояниями и двумя "пустыми" состояниями, предназначенными для объединения моделей фонем в модели морфем и слов. Всего в системе используются 48 фонем русского языка: 12 — для гласных звуков (включая ударные и безударные) и 36 фонем для согласных звуков (включая мягкие и твердые).

При работе с РКУ врач может использовать более 18 голосовых команд: "кадр", "стерео", "просмотр", "стоп", "серия", "видео", "еще", "предыдущая", "следующая", "печать", "удалить", "отослать", "уменьшить яркость", "увеличить яркость", "уменьшить контрастность", "увеличить контрастность", "включить микрофон", "выключить микрофон" и другие.

Медицинские приложения РКУ SIRIUS имеют целый ряд преимуществ:

- бесконтактное управление медицинским оборудованием для хирурга без необходимости переносить руки к пульта управления;
- нет необходимости в присутствии человека-ассистента в операционной для исполнения команд, подаваемых врачом с помощью голоса;
- на операции врачу не нужно помнить множество кнопок пульта управления;
- речевые команды более эффективны и надежны для управления, чем кнопки;
- задержка времени автоматического выполнения команд с использованием РКУ примерно в два раза меньше, чем при работе с человеком-ассистентом.

Система слежения за движениями головы и рук

В новом ассистивном ММИ применена ССД для отслеживания естественных движений головы и рук человека-оператора. Данное устройство используется вместо клавиатуры, мыши или джойстика при управлении медицинским оборудованием или позицией курсора на экране.

Медицинский вариант ССД реализован на основе USB-видеокамеры и реперного устройства с четырьмя активными маркерами (рис. 3). Подробное описание представлено в ряде работ авторов [1, 3, 6, 9]. В прототипе ССД, который демонстрировался на Международной конференции в 2002 г. [10], использовалось реперное устройство, размещенное на телефонной гарнитуре.

Основные преимущества ССД для ассистивного ММИ следующие:

- управление положением и ориентацией компьютерных изображений и реальных объектов (три угла и три линейные координаты);
- легкая гарнитура с радиомикрофоном и реперным устройством (масса 75 г);
- высокоточные оптические измерения с автоматической коррекцией нуля (погрешность менее 0,1 мм и 0,1°);



Рис. 3. Легкое реперное устройство ССД



Рис. 4. Безопасное взаимодействие с роботом, оснащенным силомоментным сенсором

- работа в условиях операционной, имеется защита от световых помех;
- относительно низкая цена аппаратуры со специальным программным обеспечением.

Реализация тактильного и силомоментного взаимодействий

Одним из самых полезных видов информации для человека во время дистанционного управления оборудованием, в том числе роботом-манипулятором, является информация о силовом взаимодействии с объектами. Не ощущая рукой на управляющей рукоятке силы и моментов реакций со стороны объекта, врачу затруднительно проводить дистанционную диагностику и тем более надежно выполнять хирургические манипуляции.

Человеко-машинный интерфейс, обеспечивающий тактильное восприятие объекта, в международной практике получил название "haptic interface". Если дисплей ЭВМ позволяет увидеть изображение, то "haptic" дисплей позволяет "потрогать" виртуальный объект [11].

Например, робот-массажер, оснащенный ССИ с набором тактильных и силомоментных сенсоров, обеспечивает точное управление величиной и направлением силы, воздействующей на тело пациента, увеличивает безопасность контакта с медицинским роботом (рис. 4).

Известен случай, когда телеуправляемый робот "Da Vinci", не оснащенный датчиками силы, нанес травму пациенту, поэтому оснащение медицинских роботов высоконадежными силомоментными сенсорами поможет избежать печальных последствий.

Интеллектуальная технология обучения показом на основе ММИ

Интеллектуальная технология обучения показом простых и эффективных естественных движений (жестов) человека-оператора предназначена для реализации общения человека с техническими и информационными системами (рис. 5) [12].

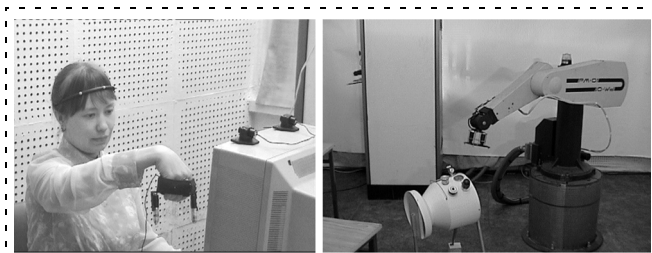


Рис. 5. Обучение методом показа движений роботу-манипулятору

Традиционные системы обучения и управления обычно используют "мышь", "трекингбол" или "джойстик". Для управления, например, медицинским роботом "Da Vinci" используются два джойстика с тремя степенями свободы каждый [13].

Очевидно, что управление для врача должно выполняться наиболее естественно и просто. Он не должен задумываться над тем, в какой последовательности и с какой скоростью задать управление роботом. Врачу достаточно соответствующим образом перемещать свою кисть руки, осуществляя одновременный визуальный контроль положения медицинского инструмента.

Современная концепция дистанционного управления предполагает использование так называемого обучения показом (teaching by show) или демонстрацией (learning by demonstration) [14].

Основные подходы авторов к моделированию движений в процессе обучения показом и последующего воспроизведения движений рассмотрены в работах [12, 15]. В результате обучения в памяти робота формируется семантико-топологическая модель формы движений, соответствующая области его применения.

Предложенная технология обучения медицинских мехатронных систем (роботов), основанная на применении ММИ, обеспечивает следующие преимущества:

- простое и точное понимание жестов врача или пациента;
- обучение естественными движениями руки без традиционного программирования;
- автоматическое распознавание и понимание формы типовых движений медицинского инструмента во время медицинской операции;
- учет тактильного и силомоментного взаимодействия во время движения.

Управляемое голосом и жестами устройство стереовизуализации

Разработка ММИ для телемедицины и медицинской робототехники предполагает создание высокореалистичного эффекта присутствия человека-оператора в удаленной рабочей зоне. В реальных условиях операционной для рассматривания медицинских стереоизображений на мониторе использовалась система стереовизуализации ССВ с ис-

пользованием стереочков (рис. 6, см. третью сторону обложки).

При использовании ССВ в сочетании с речевыми командами и анализом жестов появляются новые возможности ММИ [16]:

- естественными движениями головы выполняется целеуказание локальной зоны интереса в стереомедицинских изображениях, нажатие виртуальных кнопок, например, в трехмерной модели операционной;
- движениями головы врач может управлять точкой наблюдения трехмерной сцены, достигая при этом эффекта, подобного осмотру голограмм;
- голосом и жестами руки врач легко регулирует параметры дисплея (яркость, контрастность, масштаб и др.).

Проблема формирования высококачественного трехмерного изображения сама по себе достаточно сложна, а при необходимости обеспечения "эффекта присутствия" повышаются требования точного соответствия углового масштаба и взаимного пространственного положения изображения, управляемого движениями головы или жестом руки оператора [17].

Результаты клинической апробации ММИ

Эксперименты с ассистивным ММИ проводились в Александровской больнице (г. Санкт-Петербург) на рентгеновском оборудовании РУМ-20М с цифровым процессором обработки и визуализации стереоизображений (DSIP) (рис. 7).

Врач использовал во время проведения операции в реальном времени следующие голосовые команды регистрации стереоизображений: "кадр", "серия", "стерео", "видео", а также команды вторичной обработки изображений: "просмотр", "стерео", "поиск", "печать", "удаление", "пересылка".

Было проведено сравнение времени выполнения голосовых команд врача человеком-ассистентом и ассистивным ММИ ("автоматическим ассистентом").

Время выполнения человеком-ассистентом голосовой команды врача (T_{D-A}) и время перемещения курсора на экране ЭВМ для управления медицинским оборудованием (T_{ACP}) складывается из следующих временных интервалов:

$$T_{D-A} = t_{DVC} + t_p + t_{AVU} + t_{AS} + t_{AP};$$

$$T_{ACP} = (t_{DVC} + t_p + t_{AVU} + t_{AP})NK,$$



Рис. 7. Аппаратура ММИ и процессор стереоизображений

где t_{DVC} — время, за которое врач произносит команду; t_P — пауза в произнесении; t_{AVU} — время, за которое ассистент понимает голосовую команду; t_{AS} — время поиска ассистентом необходимой кнопки на панели управления; t_{AP} — время нажатия кнопки ассистентом; N — число попыток наведения курсора мышью или трекинг-болом; K — число координат медицинского изображения (2 или 3).

Экспериментальные оценки времени выполнения процедуры "врач сказал — ассистент исполнил" составили: $T_{D-A} = 4...6$ с; $T_{ACP-2} = 8$ с; $T_{ACP-3} = 12$ с.

Время выполнения голосовой команды врача ассистивным ММИ (T_{K-MMI}) и время автоматического перемещения курсора в нужную точку медицинского изображения движением головы врача (T_{ACP}) складывается из следующих интервалов:

$$T_{K-MMI} = t_{DVC} + t_P + t_{MMIVA} + t_{MMIE};$$

$$T_{ACP} = t_{DVC} + t_P + t_{MMIVA} + t_{MMIP};$$

где t_{MMIVA} — время задержки на анализ ММИ голосовой команды врача; t_{MMIE} — время автоматического выполнения ММИ команды врача; t_{MMIP} — время автоматического перемещения курсора по медицинскому изображению посредством движения головы врача.

Экспериментальные оценки времени выполнения процедуры "врач сказал — ММИ исполнил" составили: $T_{D-A} = 2,6...3,6$ с; $T_{ACP-2} = 4$ с; $T_{ACP-3} = 4$ с.

Результаты экспериментов показывают, что врач, использующий ассистивный ММИ, может управлять медицинским оборудованием в 1,5...2 раза быстрее, чем при управлении традиционным образом с участием человека-ассистента.

Кроме того, экспериментальная проверка точности ССД показала, что случайная составляющая погрешности измерений (СКО) составила 0,1 мм при зоне интереса 500 мм.

Тактильный аспект ММИ экспериментально проверялся для случая виртуального тела и взаимодействия с телеуправляемым роботом. Целью эксперимента было проверить устойчивость силового контакта в динамике при движении инструмента вдоль сложной поверхности тела [10].

Эксперименты показали достаточную точность и непрерывность отражения на руке человека-оператора сил, приложенных к виртуальному манипулятору. Эффект силомоментного взаимодействия человека с виртуальным телом по экспертной оценке был вполне естественным.

Заключение

Рассмотренные методы построения мультимодальных интеллектуальных человеко-машинных интерфейсов (ММИ) обеспечивают возможность речевого, визуального, сенсорно-моторного и тактильного взаимодействий, а также обучения медицинских

роботов показом рабочих движений врача во время диагностических и хирургических операций.

Информационная технология обучения и тактильно-силового взаимодействия с виртуальными объектами в сочетании со средствами трехмерного визуального отображения необходима там, где требуется не только наблюдать окружающей мир, но и осуществлять в нем какие-либо действия, например в медицине и телемедицине.

Тестирование в медицинских учреждениях подтверждает эффективность разработанного ассистивного ММИ ("автоматического ассистента").

На Международных выставках "Интеллектуальная и адаптивная робототехника-2005" и "Роботы-2006" (ВВЦ, г. Москва) авторы были награждены медалями и дипломами "За разработку и внедрение инновационной технологии человеко-машинного взаимодействия на базе виртуальной реальности для телемедицины и медицинской робототехники" и "За разработку мультимодального человеко-машинного интерфейса для ассистивных медицинских информационных систем".

Данное исследование проводится при финансовой поддержке гранта РФФИ 07-07-00073-а "Исследование мультимодального взаимодействия на базе информационного киоска".

Список литературы

1. **Karpov A., Ronzhin A., Nechaev A., Chernakova S.** Assistive Multimodal Interface for Medical Applications // Proc. of 11-th International Conference "Speech and Computer" SPECOM'06, St. Petersburg, Russia. 2006. P. 521—530.
2. **Ronzhin A. L., Karpov A. A., Timofeev A. V., Litvinov M. V.** Multimodal human-computer interface for assisting neurosurgical system // In Proc. of 11-th International Conference on Human-Computer Interaction HCI'05, Las Vegas, Nevada, USA, Mira Digital Publishing. 2005.
3. **Chernakova S., Karpov A., Nechaev A., Nechaev P.** Multimodal man-machine interface for medical assistance in surgery // Proc. of XII-th International Conference "Speech and Computer" (SPECOM'2007), Москва, 15—18 октября 2007 г. Т. 2. С. 671—677.
4. **Карпов А. А., Ронжин А. Л., Ли И. В.** SIRIUS — система дикторезависимого распознавания слитной русской речи // Известия ТРТУ. 2005. № 10. С. 44—53.
5. **Karpov A. A., Ronzhin A. L.** Speech Interface for Internet Service Yellow Pages // intelligent Information Processing and Web Mining: Advances in Soft Computing, Springer Verlag, 2005. P. 219—228.
6. **Ronzhin A., Karpov A., Li I.** Russian Speech Recognition for Telecommunications // Proc. of 10-th International Conference "Speech and Computer" SPECOM'05, Patras, Greece, 2005. P. 491—494.
7. **Карпов А. А.** ICanDo: Интеллектуальный помощник для пользователей с ограниченными физическими возможностями // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2007. № 7. С. 32—41.
8. **Rabiner L.** Fundamentals of Speech Recognition. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, USA, 1993.
9. **Кулаков Ф. М., Чернакова С. Э., Нечаев А. М.** Аппаратно-программные средства ЧМИ для телеробототехники с использованием систем слежения за движениями человека-оператора // Тр. III Междунар. конф. Кибернетика и технологии XXI века", Воронеж. Октябрь 2002 г. С. 516—534.
10. **Kulakov F. M.** Technology for the Creation of Virtual Objects in the Real World // Workshop Conference, Binghamton University, NY, 4—7 March 2002.
11. **Кулаков Ф. М.** Методы кинестетического взаимодействия рук человека с виртуальными объектами // Известия РАН. Теория и системы управления. 2005.

12. Чернакова С. Э., Кулаков Ф. М., Нечаев А. И. Моделирование внешней среды для процесса обучения показом // Сб. тр. СПИИ РАН. Вып. № 1. СПб: СПИИРАН, 2001.

13. Робот "Da Vinci" <http://www.solvav-pharma.ru/doctors/cardiology/new.aspx?pr=1&id=7845>, <http://www.trimm.ru/php/content.php?group=1&id=3559>.

14. Brunner B., Herzinger G. Multisensory Shared Autonomy and Tele-Sensor-Programming Key Issues in the Space Robot Technology Experiments PROTEX // IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), Yokohama, 23–30 Jule, 1993.

15. Кулаков Ф. М., Нечаев А. И., Чернакова С. Э. Обучение робота методом показа с использованием "оучувствленной" пер-

чатки // Тр. Первой междунар. конф. по мехатронике и робототехнике. 2000. Т. 2. С. 155–164.

16. Чернакова С. Э., Тимофеев А. В., Литвинов М. В., Нечаев А. И. Информационные технологии и мехатронные устройства для интеллектуальных медицинских систем // Информационно-управляющие системы. Управление в медицине и биологии. 2006. Т. 4 (23). С. 45–49.

17. Чернакова С. Э., Нечаев А. И., Назарук В. П. Метод регистрации и визуализации трехмерных рентгеновских изображений в режиме реального времени для задач неразрушающего контроля и медицинской диагностики // Информационные технологии. 2005. № 11. С. 28–37.

УДК 616.127-07

О. Н. Бодин, канд. техн. наук, доц.,

Н. Ю. Митрохина, аспирант,

Пензенский государственный университет

Регуляризация решения обратной задачи электрокардиографии в компьютерной диагностической системе "Кардиовид"

Рассматривается проблема определения в условиях скрининга (массового профилактического обследования) электрической активности сердца (ЭАС) на основе решения обратной задачи электрокардиографии. По результатам анализа электрокардосигнала (ЭКС) в стандартных отведениях составляется система линейных алгебраических уравнений, решение которой осуществляется с использованием метода регуляризации Тихонова. Предлагаемый подход к определению ЭАС позволяет многократно повысить точность локализации повреждения миокарда по сравнению с традиционным амплитудно-временным анализом ЭКС.

Ключевые слова: электрическая активность сердца, электрокардосигнал, обратная задача электрокардиографии, регуляризации.

Самым доступным и распространенным методом исследования электрической активности сердца (ЭАС) является электрокардиография [1]. Однако классический амплитудно-временной анализ электрокардосигнала (ЭКС) исчерпал свои ресурсы, так как не позволяет повысить точность определения локализации, глубины и степени повреждения миокарда. Усовершенствование анализа ЭКС при определении ЭАС позволит надежно выделить пациентов с неблагоприятным состоянием сердца.

Особенности обработки кардиографической информации в компьютерной диагностической системе "Кардиовид"

Компьютерная диагностическая система (КДС) "Кардиовид" предназначена для контроля состояния сердца. Повышение точности локализации повреждения миокарда обеспечивается путем совме-

стного использования поливариантных методов анализа кардиографической информации, моделирования состояния сердечно-сосудистой системы (ССС) и синтеза реалистичной трехмерной модели сердца пациента с характерными особенностями [2]. В КДС "Кардиовид" осуществляется решение обратной задачи электрокардиографии, его проверка на основе решения прямой задачи электрокардиографии и визуализация состояния ССС. Реализованный в КДС "Кардиовид" подход к определению ЭАС представлен на рис. 1.

Этап 1. Первоначально для определения ЭАС осуществляется регистрация электрокардиографических, флюорографических и антропометрических данных пациента, выделяется один кардиоцикл [3]. Выделенный кардиоцикл ЭКС в 12 стандартных отведениях приведен на рис. 2.

Этап 2. Определение геометрии сердца и торса пациента включает в себя:

- создание модели сердца пациента и определение координат точек сердца в декартовой системе координат;
- определение геометрических характеристик модели торса пациента.

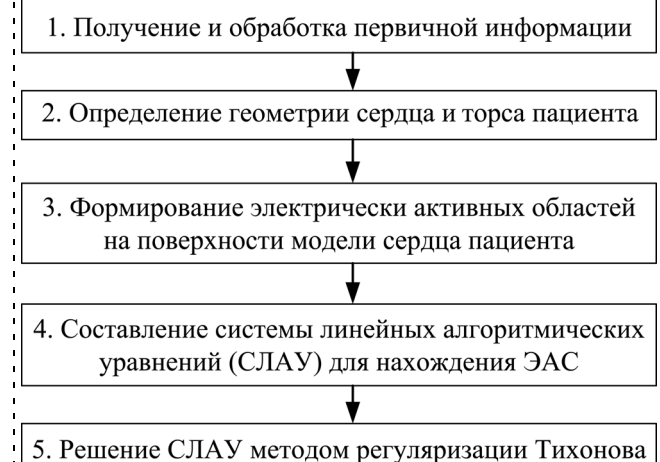


Рис. 1. Этапы предлагаемого подхода к определению ЭАС

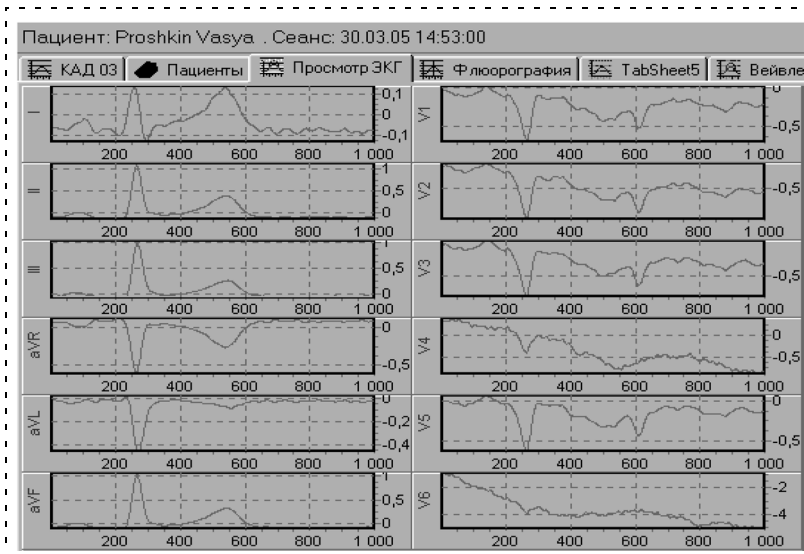


Рис. 2. Выделенный кардиоцикл в 12 стандартных отведениях

Модель сердца пациента представляется в виде реалистичной трехмерной модели, исходные точки которой получены из анализа флюорографических снимков, и реализуется средствами компьютерной графики.

В качестве модели торса выбрана правильная геометрическая конфигурация — эллиптический цилиндр, имеющий три параметра: трансверсальный диаметр, сагиттальный диаметр и высоту. По модели торса пациента находятся координаты двенадцати точек стандартных электрокардиографических отведений в декартовой системе координат.

Компьютерная модель сердца и торса пациента с точками двенадцати стандартных отведений представлена на рис. 3.

Этап 3. Формирование электрически активных областей на поверхности модели сердца пациента.

Согласно электрокардиографическому представлению значение потенциала, генерируемого сердцем, которое регистрируется на торсе пациента в точках стандартных отведений $j = 1, \dots, 12$ (прямая задача электрокардиографии), определяется по формуле [4]

$$\varphi_j = \frac{\rho}{4\pi} \sum_{i=1}^I \frac{D_i \cos \alpha_i}{r_{ji}^2}, \quad (1)$$

где D_i — значение дипольного момента элементарного сердечного диполя на поверхности модели сердца ($i = 1, \dots, I$),

$$D_i = J_i l; \quad (2)$$

J_i — ток элементарного сердечного диполя, в нашем представлении эквивалентный электрической активности точек сердца; l — размер диполя; I — число электрически активных точек на поверхности модели сердца; r_{ji} — расстояние от точек сердца до точек отведений; ρ — удельное сопротивление тела.

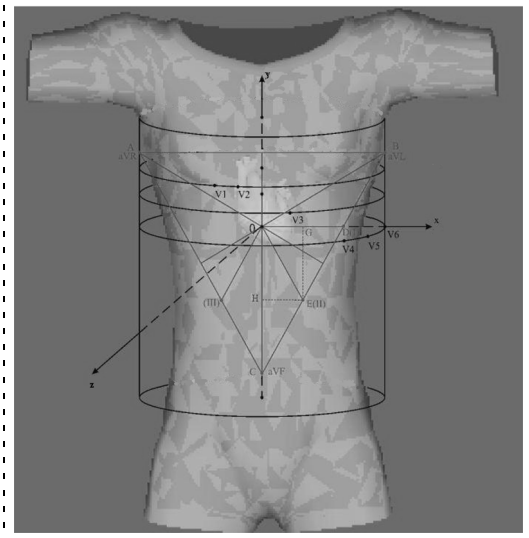


Рис. 3. Модель торса и сердца пациента

Удельное сопротивление ρ туловища в выражении (1) равно $463 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ [5]; α_i — угол между вектором направления дипольного момента D_i на поверхности сердца пациента и прямой, соединяющей i -ю точку модели сердца с j -й точкой отведения.

Обратная задача электрокардиографии заключается в вычислении электрической активности точек сердца (J_j) по измеренным значениям ЭКС (φ_j) в стандартных отведениях. Каждое из 12 стандартных отведений позволяет регистрировать изменения электрической активности определенного отдела сердца, осуществлять топическую диагностику одной из областей сердца (см. таблицу) [6].

Из таблицы следует, что в настоящее время решение обратной задачи электрокардиографии при стандартном электрокардиографическом обследовании ограничено определением электрической активности только десяти отделов сердца. Учитывая, что число стандартных отведений равно 12 ($j = 1, \dots, 12$), а число электрически активных точек модели сердца в КДС "Кардиовид" равно 1 ($I \gg 2$), согласно уравнению (1), определение ЭАС представляет собой запись системы диофантовых уравнений (системы алгебраических уравнений, у которой число неиз-

Топика миокарда, отображаемая отведением

Отведение	Отделы миокарда, отображаемые отведением
I	Передняя стенка сердца
II	$I \cup II$
III	Задняя стенка сердца
aVR	Правая боковая стенка сердца
aVL	Левая переднебоковая стенка сердца
aVF	Заднеинferiorная стенка сердца
V ₁ и V ₂	Правый желудочек
V ₃	Межжелудочковая перегородка
V ₄	Верхушка сердца
V ₅	Переднебоковая стенка левого желудочка
V ₆	Боковая стенка левого желудочка

вестных превосходит число уравнений). Доказано, что не существует единого алгоритма, позволяющего за конечное число шагов решать в целых числах произвольные диофантовы уравнения [7].

Для определения электрической активности точек модели сердца необходимо представить выражение (1) в виде систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), в которых число неизвестных равно числу уравнений. Для этого путем "разбиения" поверхности модели сердца пациента формируются электрически активные области S_m ($m = 1, \dots, M$, где M — число электрически активных областей сердца) (рис. 4), в каждой из которых находятся f ($f = I/12$) точек сердца, электрическую активность которых необходимо определить.

Затем осуществляются последовательные смещения этих областей, в результате которых образуются новые электрически активные области.

Число смещений (итераций) будет равно числу точек, входящих в область.

В качестве ограничивающих условий для формирования областей служат следующие утверждения:

- области поверхности сердца, ограниченные Жордановой кривой, являются смежными и непересекающимися;
- на каждом этапе формирования число областей равно числу отведений, т. е. 12;
- совокупности точек в областях не повторяются;
- каждая точка на каждой итерации может принадлежать только одной области.

В результате смещений число возможных различных областей M становится равным числу электрически активных точек сердца I .

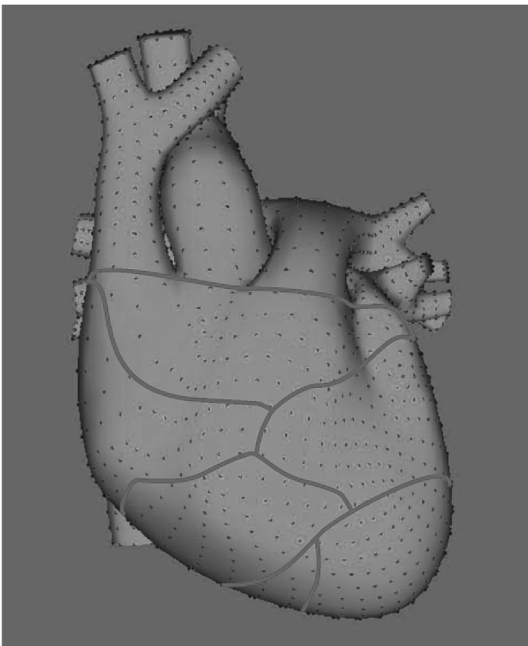


Рис. 4. Модель сердца с выделенными на поверхности смежными непересекающимися областями

Обратная задача электрокардиографии

Этап 4. Составление СЛАУ для нахождения ЭАС в течение одного кардицикла.

Рассмотрим математическую постановку данной задачи в предположении, что:

- тело человека рассматривается как изотропная и однородная среда, что дает возможность использовать принцип суперпозиции;
- состояние сердца определяет его электрическую активность;
- точки модели сердца пациента задают максимальное разрешение для исследования электрических процессов, происходящих в сердце.

Для полученных на третьем этапе областей на каждой итерации составляется СЛАУ размерностью 12×12 вида

$$\varphi_j = \frac{\rho}{4\pi} \sum_{m=k_l-11}^{k_l} n_{jm} P_m, \quad (3)$$

где φ_j — значение потенциала в j -й точке стандартного отведения; n_{jm} — коэффициент пропорциональности; P_m — дипольный момент области S_m на поверхности модели сердца пациента ($m = 1, \dots, M$);

$$k_l = k_{l-1} + 12 \quad (l = 2, k_1 = 12).$$

Коэффициент пропорциональности n_{jm} вычисляется по формуле

$$n_{jm} = \frac{\cos\gamma}{r_{jm}^2},$$

где γ — угол между вектором направления дипольного момента m -й области на поверхности сердца пациента и прямой, соединяющей m -ю область модели сердца с j -й точкой отведения; r_{jm} — расстояние от точки j -го отведения до области S_m .

В результате решения полученных СЛАУ (3) определяются M ($M = I$) дипольных моментов областей сердца пациента.

Исходя из принципа суперпозиции и имея M значений дипольных моментов областей P_m , равное числу точек сердца I (т. е. $M = I$), составляется СЛАУ для определения значений элементарных дипольных моментов D_i точек на поверхности модели сердца пациента:

$$P_m = \sum_{i=1}^I q_{mi} D_i, \quad (4)$$

где q_{mi} — коэффициент, указывающий на принадлежность i точки к данной области ($q_{mi} = 1$, если точка входит в область S_m , и $q_{mi} = 0$, если точка не входит в область S_m).

Регуляризация обратной задачи электрокардиографии

Этап 5. На данном этапе решается система (4) с использованием метода регуляризации Тихонова [8].

С точки зрения математики обратная задача электрокардиографии относится к классу некоррект-

ных задач [8, 9]. Один из методов решения таких задач — метод регуляризации Тихонова.

СЛАУ (4) представляется в матричном виде:

$$\mathbf{Q}\mathbf{d} = \mathbf{p}, \quad (5)$$

где \mathbf{Q} — матрица размером $I \times I$, определяемая принадлежностью i -й точки в m -й области; \mathbf{d} — вектор-столбец дипольного момента элементарного сердечного диполя в I точке на поверхности модели сердца; \mathbf{p} — вектор-столбец дипольного момента m -й области.

Матрица \mathbf{Q} в выражении (5) является плохо обусловленной. Поэтому точное решение крайне неустойчиво, так как малым изменениям правой части системы (5) могут отвечать большие изменения решения. Применение регуляризации Тихонова позволяет корректно сформулировать обратную задачу и гарантирует существование, единственность и устойчивость получаемого решения.

Нормальным решением СЛАУ (5) называется псевдорешение с минимальной нормой $\|\mathbf{d}\|$. Для системы (5) нормальное решение существует и единственно. Решение СЛАУ (5) на основе метода регуляризации Тихонова заключается в получении устойчивого приближения к ее нормальному решению.

Вводится условие минимизации сглаживающего функционала

$$\|\mathbf{Q}\mathbf{d} - \mathbf{p}\|^2 + \lambda\|\mathbf{d}\|^2 \rightarrow \min, \quad (6)$$

где $\lambda > 0$ — параметр регуляризации, который определяется по невязке

$$\|\mathbf{Q}\mathbf{d}_\lambda - \mathbf{p}\| = \delta,$$

где δ — погрешность правой части \mathbf{p} , обусловленная погрешностью вычисления дипольных моментов областей сердца.

Из условия (6) получается новая СЛАУ

$$(\lambda\mathbf{E} + \mathbf{Q}^T\mathbf{Q})\mathbf{d}_\lambda = \mathbf{Q}^T\mathbf{p}, \quad (7)$$

где \mathbf{E} — единичный оператор ($\mathbf{E}\mathbf{d} = \mathbf{d}$).

Регуляризованное решение СЛАУ (7) имеет вид

$$\mathbf{d}_\lambda = (\lambda\mathbf{E} + \mathbf{Q}_T\mathbf{Q})^{-1}\mathbf{Q}_T\mathbf{p}. \quad (8)$$

Описанный подход сводит некорректную обратную задачу к условно-корректной (по Тихонову) задаче отыскания решения (4). Таким образом, реализованный метод регуляризации Тихонова позволяет определить по формуле (8) дипольные моменты в каждой точке модели сердца, а затем по формуле (2) — электрическую активность точек на поверхности модели сердца пациента.

Полученная электрическая активность точек J_i на поверхности модели сердца представлена графически на рис. 5.

На рис. 5 на оси X отмечены номера (от 1 до 100) дискретных отсчетов в течение кардицикла, на оси Y — номера (от 1 до 900) точек на поверхности

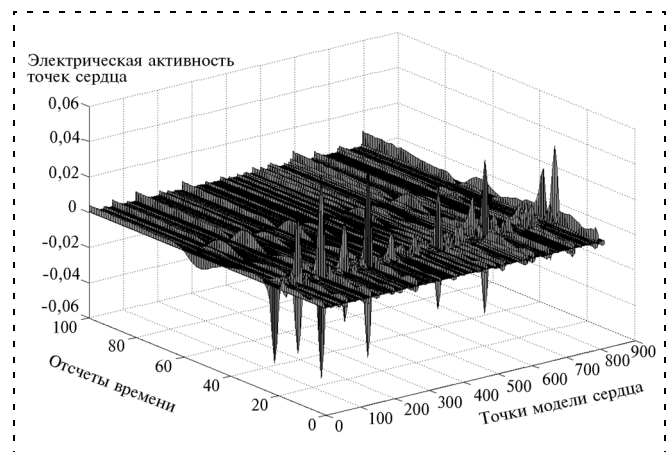


Рис. 5. Электрическая активность опорных точек сердца в течение кардицикла

модели сердца пациента, на оси Z — значения электрической активности этих точек. Анализ рис. 5 показывает, что полученное в результате решения значение электрической активности i -й точки модели сердца пациента представляет собой интегральную характеристику окружающих эту точку клеток миокарда.

Предлагаемый подход к решению обратной задачи электрокардиографии с использованием метода регуляризации Тихонова многократно повышает точность локализации повреждения миокарда по сравнению с традиционным анализом ЭКГ. Результаты экспериментального исследования показали эффективность использования этого метода для решения задачи определения электрофизиологических характеристик сердца. По мнению авторов, предлагаемое определение электрических активностей точек ограничено разрешающей способностью модели сердца.

Список литературы

1. Орлов В. Н. Руководство по электрокардиографии. М.: Медицина, 1984. 528 с.
2. Бодин О. Н., Адамов А. В., Агапов Е. Г., Бурукина И. П., Кузьмин А. В. Способ диагностики состояния сердечнососудистой системы / Патент РФ № 2257838 // Официальный бюллетень "Изобретения. Полезные модели". 2005. № 22.
3. Бодин О. Н., Жулев И. О., Логинов Д. С., Митрошин А. Н., Прошкин В. В. Способ выделения начала кардицикла и устройство для его осуществления / Патент РФ № 2294139 // Официальный бюллетень "Изобретения. Полезные модели". 2007. № 6.
4. Волобуев А. Н. Курс математической и медицинской биофизики. Самара, 2008.
5. Rush S., Abildskov J. A., McFree R. Resistivity of brody tissues at low frequencies // Circulation Res. 1963. 12. 40—50 p.
6. Зудбинов Ю. И. Азбука ЭКГ. Изд. 4-е, испр. и доп. Ростов н/Д: Феникс, 2003. 240 с.
7. <http://math.ournet.md/krujok/diofantr/diofantr.html>
8. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.
9. Петров Ю. П., Сизиков В. С. Корректные, некорректные и промежуточные задачи с приложениями: Учеб. пособ. для вузов. СПб.: Политехника, 2003. 261 с.

УДК 629.047 + 519.852

Г. Н. Лебедев, д-р техн. наук, проф.,
Тин Пхон Чжо, аспирант,
Московский авиационный институт
(государственный технический университет)

Оценка безопасности и экономичности полета самолетов при заходе на посадку с помощью обратной задачи линейного программирования*

Рассматривается возможность идентификации параметров линейного критерия оптимальных действий авиадиспетчера по отдельным примерам принятия решений при заходе на посадку. Получены формулы для воссоздания параметрического критерия, способного заменить действия диспетчера с учетом безопасности и длительности полета при ограниченном запасе топлива на борту.

Ключевые слова: линейное программирование, обратная задача параметрической оптимизации, безопасность полета.

Введение

Задача обеспечения максимальной безопасности и экономичности захода самолетов на посадку требует в общем виде знания критерия оптимальности в аналитической форме, чтобы принимать нужные решения о следовании в эшелоне одного самолета за другим на определенной дистанции, при котором не тратится лишнее топливо на маневрирование.

Однако, как это бывает и в других задачах, диспетчер знает, как надо действовать в конкретном случае, но математическая модель критерия ему неизвестна. В одной ситуации он принимает альтернативные решения на сокращение либо увеличение дистанции между самолетами за счет бокового маневра или увеличения тяги, в других случаях, при возрастании риска воздушного движения, диспетчер отказывается от вхождения одного из самолетов в эшелон и дает команду его ухода на повторный круг.

Поэтому возникает целесообразность воссоздания критерия по отдельным примерам оптимального поведения, чтобы затем его использовать в общем случае [1]. Альтернативный характер принимаемых решений наводит на мысль о том, что в рамках учитываемых ограничений диспетчер выбирает одну

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 08-08-0012а).

из вершин многогранника, а процедура оптимизации напоминает задачу линейного программирования. Однако было бы наивным полагать, что решение обратной задачи однозначно в общем виде.

В данной статье считаются известными как структура критерия в виде линейной свертки времен дополнительного маневра каждого самолета, так и его параметры в виде весовых коэффициентов этой свертки, линейно зависящие от измеряемых и идентифицируемых параметров модели.

Постановка задачи

Рассмотрим решение задачи при следующих условиях.

1. Считается, что группа самолетов при заходе на посадку осуществляет горизонтальный полет, как это показано на рис. 1. Состав этой группы и очередность их вхождения в эшелон для посадки заранее определены.

На рис. 1 ВПП — взлетно-посадочная полоса; Γ — точка вхождения в глиссаду; D_i — дальности самолетов до этой точки; α_i — углы захода на посадку; R — радиус круга вхождения в глиссаду; S — длина сегмента при полете самолета по этому кругу; l — длина хорды.

Принимается, что траектория полета каждого самолета состоит из двух участков — прямолинейного и движения по кругу, что обеспечивает вписывание в глиссаду. Однако, если нужно увеличить время полета i -го самолета к точке Γ на величину Δt_i , то самолет вместо прямолинейного движения осуществляет координированный разворот, теряя при этом дополнительно часть топлива. Радиус круга R

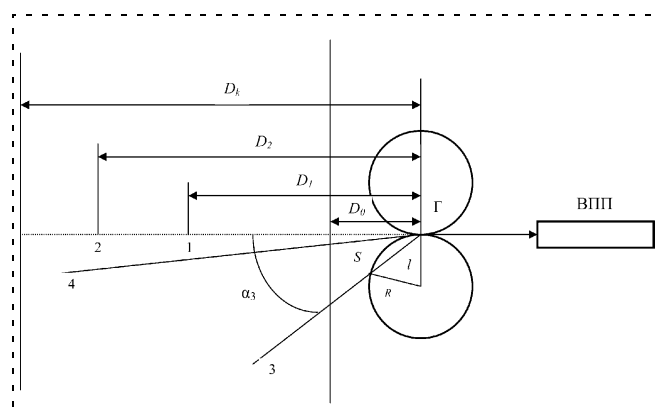


Рис. 1. Схема расположения группы самолетов в зоне взаимодействия с диспетчером при заходе на посадку

считается заданным, дальность D_i и угол α_i захода на посадку каждого самолета, попавшего в зону обслуживания, измеряются и сообщаются диспетчеру вместе с оценкой Ш_i запаса топлива на борту.

2. Диспетчер после получения нужной информации принимает альтернативные решения при обслуживании каждого самолета — либо продолжать прямолинейный полет, либо совершить дополнительный маневр, либо уйти на повторный круг. При этом он учитывает в уме ряд ограничений по возможностям маневрирования, по расходу топлива и, главное, по взаимному расположению самолетов в воздухе, но форма критерия или его параметры ему не известны.

3. Считается, что задача параметрической оптимизации решается в классе задач линейного программирования, когда для каждого самолета выбирается время $\Delta t_i \geq 0$ дополнительного маневра по критерию

$$z = \sum_{i=1}^n c_i \Delta t_i \rightarrow \max, \quad (1)$$

где n — число обслуживаемых самолетов; c_i — подлежащие оценке весовые коэффициенты, зависящие в общем случае от дальностей D_i , углов α_i захода на посадку, коэффициентов лобового сопротивления при боковом маневре и условий безопасного воздушного движения.

4. Коэффициенты c_i , в свою очередь, линейно зависят от измеряемых и сообщаемых диспетчеру параметров следующим образом:

$$c_i = A_{0i} + A_{1i}D_{i-1} + A_{2i}D_i + A_{3i}D_{i+1} + A_{4i}|\alpha_i| + A_{5i}\text{Ш}_i, \quad (2)$$

т. е. для i -го самолета важной является дистанция до соседей впереди и сзади летящего самолета, а также показатель Ш_i ограниченного запаса топлива на борту.

5. Коэффициенты A_{ki} включают в себя неизмеряемые параметры критерия, которые являются общими для всех самолетов и определяют безопасность и экономичность полета с учетом условной стоимости аварийных ситуаций и стоимости топлива. Именно они подлежат идентификации. Считается, что число их невелико и не превышает числа самолетов.

6. На выбираемое дополнительное время Δt_i бокового маневра накладывается ряд ограничений. Схема ограничений для двух самолетов представлена на рис. 2.

Первым является ограничение на максимальное значение перегрузки при боковом маневре, что соответствует условию

$$\Delta t_i \leq \Delta. \quad (3)$$

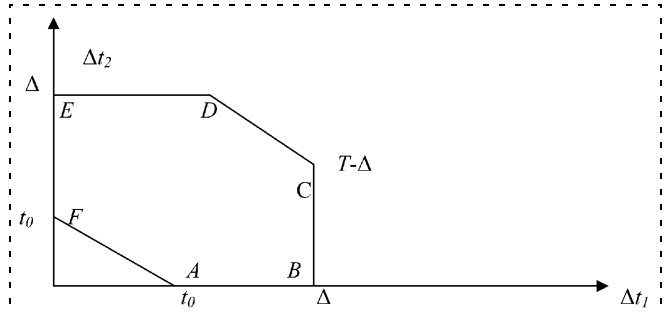


Рис. 2. Область допустимых решений по маневрированию двух самолетов в виде многогранника

Вторым ограничением является условие того, что в полете все самолеты не могут одновременно совершать дополнительный маневр (это опасно):

$$\sum_{i=1}^n \Delta t_i \leq T, \text{ где } T < n\Delta. \quad (4)$$

Третьим возможным ограничением является условие, что не все самолеты летят одновременно прямолинейно и с постоянной скоростью (хотя это необязательно):

$$\sum_{i=1}^n \Delta t_i \geq t_0, \text{ где } t_0 < 0. \quad (5)$$

7. Особенностью рассматриваемой задачи является то, что выбираемые альтернативы упрощенно учитывают лишь знаки коэффициентов свертки c_i (если $c_i \geq 0$, то $\Delta t_i \geq t_0$, если $c_i \leq 0$, то $\Delta t_i = 0$), либо с учетом интегральных ограничений (4) и (5) — разность $(c_1 - c_2)$ этих коэффициентов. Это поведение проиллюстрировано для $n = 2$ на рис. 3 и должно быть расшифровано ниже при решении обратной задачи.

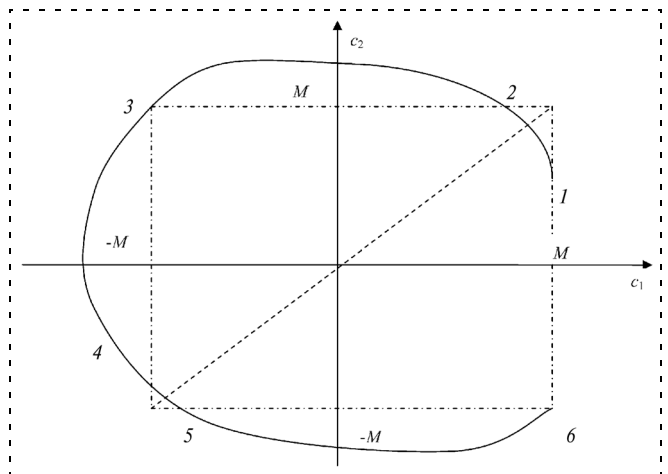


Рис. 3. Последовательность переходов 1—6 от одной альтернативы к другой при движении анализируемой точки в окне размером M против часовой стрелки

8. Исходя из перечисленных допущений требуется:

- задаться структурной (или математической) моделью параметрического критерия, который в явном виде зависит от искомым неизмеряемых параметров безопасности и экономичности полета;
- по данным примеров принятия альтернативных решений провести идентификацию искомым параметров с достаточной точностью;
- обобщить полученные результаты на случай обслуживания произвольного числа самолетов и получить общее правило решения прямой задачи на основе полученного критерия, что позволит "заменить" диспетчера или помочь ему в других полетных ситуациях.

Последнее обстоятельство особенно важно при автоматическом управлении посадкой для беспилотной авиации.

Предварительный выбор параметрического критерия при одинаковых углах захода на посадку

Сформулируем математическую модель критерия поэтапно, вначале оценив безопасность полетов для двух самолетов в предположении, что углы α_i их захода на посадку одинаковы (или равны нулю, как это показано на рис. 1 для $i = 1, 2$), и они летят к точке вхождения в глиссаду в одном эшелоне. С этой целью оценим вероятность P_i возникновения аварийной ситуации в воздухе у двух самолетов, летящих без совершения дополнительного маневра, с помощью экспоненциальной модели или приближенно-линейной модели

$$P_i = P_0 \frac{e^{-(D_i - D_{i-1})/r}}{r} \approx P_0 \left(1 - \frac{\Delta D_i}{r}\right),$$

где $\Delta D_i = D_i - D_{i-1}$, P_0 и r — искомые параметры, подлежащие идентификации; r — характеризует безопасную дистанцию; P_0 — максимальную вероятность столкновения при D_i , которую можно принять за единицу.

Если i -й самолет для увеличения дистанции D_i совершает дополнительный маневр некоторое время Δt_i , летя не по прямой, а по окружности с некоторой ограниченной боковой перегрузкой (а значит, и $\Delta t_i \leq \Delta$), то снижение ΔP_i опасности, которое нужно максимизировать, можно оценить как

$$\Delta P_i = P_0 e^{-\Delta D_i/r} - P_0 e^{-\Delta D_i + V\Delta t_i/r} \cong P_0 \frac{V}{r} \Delta t_i.$$

Если рассмотреть более общую ситуацию, когда кроме двух обслуживаемых самолетов на границах зоны действия диспетчера есть еще два самолета с дальностями D_0 и D_k , то при суммировании сни-

жения риска опасных ситуаций можно получить линейную свертку

$$\begin{aligned} \Delta P_i/P_0 = & (e^{-(\Delta D_1 + V\Delta t_1)/r} - e^{-\Delta D_1/r}) + \\ & + (e^{-(\Delta D_2 + V\Delta t_2)/r} - e^{-\Delta D_2/r}) + \\ & + (e^{-(\Delta D_3 + V\Delta t_3)/r} - e^{-\Delta D_3/r}) \approx \frac{V}{r^2} \Delta t [(2D_1 - \\ & - D_0 - D_2)\Delta t_1 + (2D_2 - D_3 - D_1)\Delta t_2]. \end{aligned} \quad (6)$$

Нужно отметить, что знаки множителей при Δt_1 и Δt_2 могут быть как положительными, так и отрицательными.

Оценим теперь дополнительные потери топлива в случае совершения бокового маневра. Известно, что при развороте по крену и ненулевом курсовом угле лобовое сопротивление самолета растет, а потери топлива Π_i в первом приближении пропорциональны времени совершения этого маневра:

$$\Pi_i = \delta \Delta t_i,$$

где δ — коэффициент, зависящий от стоимости топлива, типа самолета и других условий и подлежащий идентификации, но он весьма мал по сравнению с фактором безопасности полета.

Объединяя формулы (6) и (7), представим максимизируемую функцию z в виде (1). Тогда весовые коэффициенты c_i равны

$$\begin{aligned} C_1 = & -\delta + V/r^2 D_0 - 2V/r^2 D_1 + V/r^2 D_2 = \\ = & A_{01} + A_{11} D_0 + A_{21} D_1 + A_{31} D_2; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} C_2 = & -\delta + V/r^2 D_1 - 2V/r^2 D_2 + V/r^2 D_3 = \\ = & A_{02} + A_{12} D_1 + A_{22} D_2 + A_{32} D_3. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, формулы (3)—(8) образуют классическую задачу линейного программирования

$$C_1 \Delta t_1 + C_2 \Delta t_2 \rightarrow \max;$$

$$0 \leq \Delta t_i \leq \Delta, \quad i = 1, 2;$$

$$t_0 \leq \Delta t_1 + \Delta t_2 \leq T,$$

что соответствует выпуклому многограннику на рис. 2. Ясно, что решение задачи принадлежит одной из вершин A, B, C, D, E, F в зависимости от конкретных условий, а ответом диспетчера может быть одна из альтернатив, номера которых указаны на рис. 3:

- $j = 1 \quad \Delta t_1 = \Delta; \Delta t_2 = T - \Delta$ — вершина C ;
- $j = 2 \quad \Delta t_1 = T - \Delta; \Delta t_2 = \Delta$ — вершина D ;
- $j = 3 \quad \Delta t_1 = 0; \Delta t_2 = \Delta$ — вершина E ;
- $j = 4 \quad \Delta t_1 = 0; \Delta t_2 = t_0$ — вершина F ;
- $j = 5 \quad \Delta t_1 = t_0; \Delta t_2 = 0$ — вершина A ;
- $j = 6 \quad \Delta t_1 = \Delta; \Delta t_2 = 0$ — вершина B .

Естественно, что выбор ответа базируется на учете "в уме" диспетчера коэффициентов C_1 и C_2 , но он их не вычисляет. Наша задача состоит в определении их с определенной точностью, хотя первоначально можно судить лишь об их знаках и предпочтениях.

Идентификация параметров критерия по примерам принятия решений диспетчером в отдельных полетных ситуациях

Для оценки искомых параметров r и δ в отсутствие конкретных данных о действиях диспетчера предлагается следующий подход. Сформируем примеры принятия решений с помощью предложенной математической модели критерия, описываемого формулами (6)–(8) в исходном экспоненциальном виде. Для этого зададимся, во-первых, конкретными значениями V , r и δ , например, 0,1 км/с, 6 км, 0,001. Во-вторых, представим дальности $D_0 = 5$ км и $D_3 = 30$ км, являющиеся границами зоны обслуживания, одинаковыми для различных полетных ситуаций с разными значениями дальностей D_1 и D_2 управляемых самолетов. При этом дальности удовлетворяют ограничениям: $D_0 < D_1 < D_2$; $D_1 < D_2 < D_3$.

Значения D_1 , D_2 представлены в таблице и вместе со значениями α_1 и α_2 углов захода являются входной внешней информацией, которую получает диспетчер. D_1 , D_2 , α_1 и α_2 — это часть знаний, которой нужно воспользоваться для идентификации. В данном примере значения углов захода приняты одинаковыми и пока не учитываются. В таблице

Полетные ситуации при заходе на посадку двух самолетов

v	D_1	D_2	Δt_1	Δt_2	C_1	C_2	j	m_1	m_2	$1/r^2$
1	8	11	0	30	-0,001	+0,043	3	-1	+1	0,0012
2	8	14	0	10	+0,007	+0,026	2	+0,5	+1	-0,0025
3	8	17	20	30	+0,015	+0,010	1	+1	+0,5	0,005
4	8	20	30	20	+0,024	-0,0065	6	+1	-1	0,0028
5	8	23	30	20	+0,032	-0,023	6	+1	-1	0,005
6	8	26	30	20	+0,040	-0,039	6	+1	-1	0,02
7	11	14	0	30	-0,009	+0,035	3	-1	+1	0,002
8	11	17	0	30	-0,001	+0,018	3	-1	+1	0,0028
9	11	20	0	30	-0,007	+0,001	3	-1	+1	-0,005
10	11	23	30	20	+0,015	-0,014	6	+1	-1	0,02
11	11	26	30	20	+0,024	-0,031	6	+1	-1	-0,01
12	14	17	0	30	-0,017	+0,026	3	-1	+1	0,005
13	14	20	0	30	-0,009	+0,010	3	-1	+1	0,02
14	14	23	0	10	-0,001	-0,006	5	-0,5	-1	0,0005
15	14	26	30	20	+0,007	-0,023	6	+1	-1	-0,004
16	17	20	0	30	-0,026	+0,018	3	-1	+1	-0,001
17	17	23	0	30	-0,017	+0,001	3	-1	+1	-0,004
18	17	26	0	10	-0,009	-0,014	5	-0,5	-1	-0,01
19	20	23	0	30	-0,034	+0,010	3	-1	+1	-0,002
20	20	26	10	0	-0,026	-0,006	4	-1	-0,5	0,002
21	23	26	0	30	-0,042	+0,001	3	-1	+1	-0,001

приняты следующие обозначения: v — номер примера; Δt_1 и Δt_2 — выбранные диспетчером времена дополнительного маневра каждого самолета; j — номер вершины многогранника (см. рис. 2); m_1 , m_2 — параметры вершины; r — дистанция между самолетами.

Следующие четыре столбца получены в результате анализа свойств коэффициентов C_i линейной свертки и их знаков, а также функции предпочтения, которые были получены симплекс-методом и соответствует альтернативам (9) следующим образом [2]:

- $j = 1$ при $C_1 > 0, C_2 > 0, C_1 > C_2$;
- $j = 2$ при $C_1 > 0, C_2 > 0, C_1 < C_2$;
- $j = 3$ при $C_1 < 0, C_2 > 0$;
- $j = 4$ при $C_1 < 0, C_2 < 0, C_1 < C_2$;
- $j = 5$ при $C_1 < 0, C_2 < 0, C_2 < C_1$;
- $j = 6$ при $C_1 > 0, C_2 < 0$.

Поясним результат (10) с помощью отдельных примеров. При $v = 3$ дальности D_2, D_1 таковы, что нужно увеличить дистанцию между впереди летящим самолетом с дальностью $D_0 = 5$ км и двумя обслуживаемыми самолетами одновременно, причем, в первую очередь, нужно "задержать" в воздухе первый самолет ($j = 1$). При $v = 2$ ситуация повторяется, но теперь предпочтение отдается второму самолету, из-за того, что он "близко" расположен к первому ($(D_2 - D_1) = 6$ км — мало, как и $(D_1 - D_0) = 3$ км, поэтому $j = 2$).

При $v = 7$ полетная ситуация такова, что замедлить движение нужно только второму самолету ($(D_2 - D_1) = 3$ км, т. е. разность мала и $j = 3$), а при $v = 4$ роль замедляющего полет играет первый самолет ($j = 6$). Наконец, при $v = 14$ и $v = 20$ оба самолета находятся примерно на одинаковых дистанциях по отношению друг к другу, и одному из них нужно совершить лишь небольшой маневр ($j = 5$ и $j = 4$). Значения j получаемых альтернатив указаны в отдельном столбце.

Крайний справа столбец содержит первый результат идентификации, определяющий оценку величины r безопасной дистанции между самолетами. Эта оценка была получена следующим образом.

Обратимся к анализируемой точке на рис. 3, и в случае ее попадания в тот или иной сектор зададимся приближенно координатами середины этих секторов с помощью произвольного положительного числа M . Например:

- при $j = 1$ $C_1 = M, C_2 = 0,5, m_1 = 1, m_2 = 0,5$;
- при $j = 2$ $C_1 = 0,5M, C_2 = M, m_1 = 0,5, m_2 = 1$;
- при $j = 3$ $C_1 = M, C_2 = M, m_1 = -1, m_2 = 1$;
- при $j = 4$ $C_1 = M, C_2 = -0,5M, m_1 = -1, m_2 = -0,5$;
- при $j = 5$ $C_1 = -0,5M, C_2 = -M, m_1 = -0,5, m_2 = -1$;
- при $j = 6$ $C_1 = M, C_2 = M, m_1 = 1, m_2 = -1$.

Это позволяет объединить два уравнения (8) в одно с двумя неизвестными $\frac{1}{r^2}$ и δ . В частности, при $j = 1$ имеем

$$C_1 = -\delta - \frac{V}{r^2}(2D_1 - D_2 - D_0) = M;$$

$$C_2 = -\delta - \frac{V}{r^2}(2D_2 - D_1 - D_3) = 0,5M.$$

Значит,

$$\delta + \frac{V}{r^2}(5D_2 - 4D_1 + D_0 - 2D_3) = 0.$$

Таким же образом можно получить остальные уравнения при любом j (всего этих уравнений 21 по числу K примеров). Если воспользоваться общей формой уравнения, то

$$\delta \left(\frac{m_1}{m_2} - 1 \right) + \frac{V}{r^2} \left[D_2 \left(\frac{2m_1}{m_2} + 1 \right) - D_1 \left(\frac{m_1}{m_2} + 2 \right) + D_0 - D_3 \frac{m_1}{m_2} \right] = 0. \quad (12)$$

Эти уравнения можно использовать тремя способами. Первый способ — назначить значение δ , считая его известным диспетчеру. Тогда для каждой из 20 полетных ситуаций можно вычислить оценки $\frac{1}{r^2}$,

которые указаны в таблице. Среднее значение этих оценок в примере при $\delta = 0,001$ оказалось таким, что $\hat{r} = 5,7$ км, что по сравнению с истинной величиной $r = 6$ км определяет ошибку идентификации 5 %, а при использовании метода наименьших квадратов — и того меньше.

Второй способ — признать неизвестным оба параметра r и δ модели критерия. Тогда можно судить лишь об их отношении, а значит, получить абсолютные оценки коэффициентов свертки C_1 и C_2 нельзя.

Чтобы избежать этого, существует третий способ, который заключается во введении в критерий свертки новой третьей компоненты (кроме безопасности и экономичности полета), например, нежелательной длительности полета в опасном предаварийном состоянии нехватки топлива. Формула (2) имеет для этой цели слагаемые $\text{III}_i A_{5i} + A_{0i}$, которые можно уточнить следующим способом:

$$A_{0i} + A_{5i} \text{III}_i = -\delta - \{a + \text{III}_i\} K, \quad (13)$$

где III_i — нормированное значение запаса топлива, сообщаемое диспетчеру с борта самолета, лежащее в пределах $[0, 1]$; a — заданный минимально допустимый предел нормированного запаса топлива на этапе захода на посадку; K — отношение стоимости потерь из-за нехватки топлива к стоимости аварийной ситуации в воздухе.

В качестве пояснения можно указать, что при $(\text{III}_i - a) < 0$ продолжение полета крайне опасно. Необходимо еще раз подчеркнуть, что если параметр III_i относится к измеряемым, то величины a и K должен указать диспетчер. Например, пусть $d = 0,5$, $K = 0,1$, тогда вместо уравнения (12) можно записать

$$\hat{\delta} \left(\frac{m_1}{m_2} - 1 \right) + \frac{V}{\hat{r}^2} \left[D_2 \left(\frac{2m_1}{m_2} + 1 \right) - D_1 \left(2 + \frac{m_1}{m_2} \right) + D_0 - D_3 \frac{m_1}{m_2} \right] - \text{III}_1 + \text{III}_2 \frac{m_1}{m_2} = a \left(\frac{m_1}{m_2} - 1 \right). \quad (14)$$

Таким же образом можно составить 20 уравнений относительно двух неизвестных r и δ , или 10 пар уравнений, дающих однозначный ответ. 10 идентифицированных ответов $\hat{\delta}$ дадут достаточно точную оценку, но при этом данные III_1 и III_2 о запасе топлива должны быть известны диспетчеру и отражены в таблице.

Возможно добавление других компонентов, учитываемых диспетчером в своих решениях, — степень аварийности состояния экипажа, пассажиров, технического оборудования самолета и др., но эти исследования выходят за рамки данной работы.

Обобщение на случай неодинаковых углов захода на посадку при обслуживании произвольного числа самолетов

Во время захода на посадку самолет кроме полета по прямой движется по одному из кругов вхождения в глиссаду. Время этого движения зависит от модуля $|\alpha_i|$, что можно показать, обратившись к рис. 2. Простые геометрические соотношения позволяют оценить длину пролетаемого сегмента круга $S_i = 2R\sqrt{2(1 - \cos|\alpha_i|)}$ и сравнить ее с длиной хорды $l_i = 2R\sin|\alpha_i|$, что позволяет оценить дополнительное слагаемое $A_{4i}|\alpha_i|$ к дальности полета, разложив тригонометрические функции \sin и \cos в ряд Тейлора:

$$A_{4i}|\alpha_i| = 2R[\sqrt{2(1 - \cos|\alpha_i|)} - \sin|\alpha_i|] \approx \frac{R|\alpha_i|^3}{4}. \quad (15)$$

Поэтому в значения дальностей D_1 и D_2 в формуле (8) надо ввести поправку (15), а также слагаемое (13):

$$C_1 = -\delta - a + III_1 - V/r^2 \left[2 \left(D_1 + \frac{R|\alpha_1|^3}{4} \right) - \left(D_2 + \frac{R|\alpha_2|^3}{4} \right) - D_0 \right];$$

$$C_2 = -\delta - a + III_2 - V/r^2 \left[2 \left(D_2 + \frac{R|\alpha_2|^3}{4} \right) - \left(D_1 + \frac{R|\alpha_1|^3}{4} \right) - \left(D_3 + \frac{R|\alpha_3|^3}{4} \right) \right];$$

В формуле для C_1 принято условие, что самолет с дальностью D_0 уже вышел на глиссаду, и этому $\alpha_0 = 0$. В свою очередь, уравнение (14) принимает следующий общий окончательный вид для двух обслуживаемых самолетов:

$$V/r^2 \left[\left(D_2 + \frac{R|\alpha_2|^3}{4} \right) \left(2 \frac{m_1}{m_2} + 1 \right) - \left(D_1 + \frac{R|\alpha_1|^3}{4} \right) \left(2 \frac{m_1}{m_2} + 1 \right) + D_0 - \left(D_3 + \frac{R|\alpha_3|^3}{4} \right) \right] + \delta \left(\frac{m_1}{m_2} - 1 \right) + III_2 \frac{m_1}{m_2} - III_1 = a \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right). \quad (16)$$

Составив уравнение (16) с двумя оцениваемыми параметрами r и δ для каждой полетной ситуации k , можно провести их идентификацию, если диспетчеру сообщаются шесть измеряемых параметров: $D_1, |\alpha_1|, III_1, D_2, |\alpha_2|, III_2$.

Обобщая рассуждения на произвольное число самолетов, можно получить формулу оценки коэффициентов C_i линейной свертки для решения прямой задачи оптимизации обслуживания:

$$\hat{C}_i = -\hat{\delta} - a + III_i - V/\hat{r}^2 [2D_i - D_{i-1} - D_{i+1} + \frac{R}{4} (2|\alpha_i|^3 - |\alpha_{i-1}|^3 - |\alpha_{i+1}|^3)]. \quad (17)$$

Прямая задача решается следующим образом. Сначала после вычисления всех коэффициентов C_i по формуле (17) нужно проранжировать их по мере убывания, выделив две группы самолетов при $C_i \leq 0$ и $C_i > 0$. Первая группа объединяет самолеты, удаленные от впереди летящих на безопасное расстояние, которые не нуждаются в маневрировании (скорее всего, им стоит увеличить скорость полета), и поэтому $\Delta t_i = 0$, кроме последних в списке, которым можно разрешить незначительное маневрирование.

Вторая группа при $C_i > 0$ летит "слишком быстро", и нужно увеличить дистанцию между ними и впереди летящими самолетами, т. е. для них $\Delta t_i = \Delta$, за исключением последних в списке, которые должны еще попасть в интегральное ограничение (5).

После проведенной операции выбора альтернативных решений нужно предварительно убедиться, у всех ли самолетов вероятность возникновения опасной ситуации в воздухе является допустимо малой.

Если это не так, то из списка второй группы выбираются наименее аварийные (с минимальными значениями III_i), а среди них — самолеты с наибольшими значениями углов $|\alpha_i|$ захода на посадку, чтобы исключить их из формируемого эшелона и дать команду захода на повторный круг. "Аварийные" самолеты попадают в эшелон посадки в первую очередь.

Таким образом, найденной линейной формы критерия достаточно для замены действий диспетчера, связанных с учетом основных факторов — безопасности, экономичности и длительности полета.

Заключение

На основании получаемых результатов можно сделать следующие выводы.

1. Предложена линейная модель критерия оптимальности альтернативного выбора времени захода на посадку самолетов. При этом принято допущение, что коэффициенты максимизируемой линейной свертки также линейно зависят от сообщаемых авиадиспетчеру данных о каждом самолете: его дальности, угле захода на посадку и степени аварийности при ограниченном запасе топлива.

2. Показано, что идентификация неизмеряемых параметров модели r и δ , определяющих безопасность и экономичность полета, может быть достаточно точной при использовании части примеров принятия решений диспетчером.

3. Выявлено, что наряду с тремя учитываемыми компонентами — по безопасности, экономичности полета и аварийности борта, предлагаемый подход можно распространить на большее число факторов, влияющих на действия диспетчера, — степень аварийности состояния экипажа, пассажиров и технического оборудования самолета.

Поэтому в целом воссоздание оптимального критерия по действиям диспетчера позволяет оказать ему определенную помощь или заменить его в более общих полетных ситуациях обслуживания самолетов.

Список литературы

1. Солодухин В. А. Обратная задача оптимизации и объективизация показателей эффективности принятия решений в системе УВД. Методы и модели анализа процессов УВД. Л.: АГА, 1981. С. 27–30.
2. Лебелев Г. Н. и др. Теория оптимальных систем. М.: Изд. МАИ, 1999. 317 с.

УДК 656.7.052:519.8

В. А. Солодухин, канд. техн. наук, проф.
Санкт-Петербургский государственный
университет гражданской авиации

Обоснование решений в автоматизированной системе поддержки деятельности диспетчера по управлению воздушным движением и обратная задача линейного программирования*

Рассмотрены модели типовых задач принятия решений диспетчером управления воздушным движением (УВД) при устранении конфликтных ситуаций в виде постановок задач линейного и квазицелочисленного линейного программирования. Для рассматриваемых классов задач получено общее решение обратной задачи оптимизации, которое предлагается использовать в качестве теоретической основы восстановления субъективного принципа оптимальности решений, принятых диспетчером УВД.

Ключевые слова: *загруженность диспетчера УВД, конфликтные ситуации, очередность обслуживания, восстановление принципа рациональности, обратная задача линейного программирования.*

Во всех системах и процессах управления, связанных с обеспечением безопасности движения, важное место занимают вопросы создания необходимых условий для деятельности операторов с требуемой эффективностью, которая может трактоваться как надежность их деятельности. В системе управления воздушным движением (УВД) ключевая роль в обеспечении безопасности полетов принадлежит диспетчеру УВД. Поэтому в Концепции создания и развития Аэронавигационной системы (АНС) России, одобренной на заседании Правительства РФ от 04.10.2006 г., "снижение негативного влияния человеческого фактора на безопасность воздушного движения" напрямую связывается с необходимостью создания системы психофизиологического обеспечения и обеспечения требуемого уровня автоматизированной поддержки деятельности персонала обслуживания ВД. При этом ставится задача разработки интеллектуальных систем автоматизированной поддержки деятельности диспетчера, обеспечивающих обнаружение и выработку решений по устранению конфликтных ситуаций. Предполагается, что таким образом будет обеспечено поддержание загрузки диспетчера на нормативном уровне.

* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 08-08-00012-а.

В настоящее время нормативные значения пропускной способности (ПС) простейшего контура системы УВД устанавливаются только по одной составляющей загруженности — расчетному значению временной занятости диспетчера. Между тем экспериментальные исследования [1—3] показывают, что при решении одних и тех же задач по УВД в условиях дефицита времени наблюдаются существенные различия в успешности деятельности различных диспетчеров, которые обусловлены в основном недостаточным опытом работы и генетически определенной эмоциональной неустойчивостью личности [2]. В связи с этим и с учетом основного принципа автоматизации процессов непосредственного УВД, состоящего в требовании сохранения работоспособности диспетчера в случае автоматизированной системы, разработка системы поддержки принятия решений (СППР) должна осуществляться на основе всестороннего исследования индивидуальных особенностей диспетчеров и формализованного обобщения опыта их деятельности.

При разработке СППР центральное место занимает построение моделей типовых задач принятия решений, включая обоснование принципов оптимальности (рациональности) деятельности диспетчера, принимающего и реализующего решения по непосредственному УВД.

В теории принятия решений в большинстве исследований проблемы выбора и оценки эффективности решений при моделировании поведения операторов или лиц, принимающих решение (ЛПР), рассматривают ограниченное множество допустимых альтернативных решений. При этом предполагается, что наиболее эффективное решение с позиций функционирования системы содержится в этом множестве и функция цели (критерий эффективности) управления процессом в явном формализованном виде не используется, а вводятся или исследуются отношения предпочтения одних альтернатив другим. Поэтому использовать известные результаты теории принятия решений для моделирования типовых задач в полном объеме не удастся.

Моделирование процедур принятия решений предлагается осуществлять путем постановки обратной задачи теории оптимальных процессов (ОЗТОП) и исследования ее решений с целью обобщения опыта деятельности ЛПР в системе управления. В общем виде ОЗТОП ставится как задача определения множества показателей, по отношению к которым решение ЛПР является оптимальным на заданном множестве допустимых решений (МДР). Иными словами, решение ОЗТОП может рассматриваться в качестве модели показателя эффективности ЛПР (оптимальности, рациональности, функции полезности), используемого им в процессе принятия решений в конкретных текущих условиях.

Можно выделить два типа постановки и решений ОЗТОП. Для первого из них задача состоит в определении структуры (вида формализованной записи) показателя и соотношений, связывающих значения параметров показателя эффективности, рационального решения и множества допустимых решений (МДР). Иными словами, задача решается в предположении о полной неопределенности показателя. Второй тип постановки характеризуется наличием обоснованной (с точки зрения полноты) совокупности частных показателей эффективности, а также вида свертки совокупности в единый комплексный показатель. В этом случае задача сводится к построению соотношений, определяющих значения параметров свертки, а решение ОЗТОП можно интерпретировать в виде восстановления схемы компромисса, выбранной ЛПР между частными показателями эффективности на МДР.

Таким образом, моделирование типовых задач принятия решения включает:

1. Определение частных показателей эффективности решения ЛПР.
2. Моделирование МДР, адекватного регламенту деятельности ЛПР.
3. Восстановление функции полезности — комплексного показателя или принципа оптимальности (рациональности, компромисса между частными показателями) путем решения ОЗТОП.

Определение частных показателей эффективности при решении типовых задач УВД

Для оценки рациональности решения типовой задачи диспетчером в системе УВД необходимо рассмотреть по крайней мере две группы показателей. К первой относятся показатели, определяемые непосредственно целью решения типовой задачи. Это, прежде всего, J_{11} — время решения задачи и J_{12} — эффективность с точки зрения пользователя (экономичность по расходу топлива, длительность задержек и др.). Другая группа показателей связана с учетом ресурсов диспетчера, определяемых его психологическими и физиологическими возможностями, технологией деятельности, степенью обученности и т. п.

Необходимость учета ресурсов диспетчера и их рационального использования при решении задач по УВД возникает, когда из-за наличия ограничений не удастся реализовать плановую траекторию, определяемую одновременно минимальными значениями показателей J_{11} , J_{12} . В этом случае, как правило, диспетчер располагает несколькими технологически допустимыми вариантами решения задачи. Реализация каждого из этих вариантов сопровождается различными затратами ресурсов. Естественной представляется целесообразность выбора диспетчером такого варианта, в котором его суммарные затраты L (например, загруженность)

были бы рациональными и определенным образом сопоставлены с общей целью.

Среди показателей этой группы можно рассматривать как интегральные, так и частные. К интегральным характеристикам качества деятельности относятся временные показатели, позволяющие оценить загруженность диспетчера при реализации различных вариантов решения задачи. Такими показателями являются, например, потребное время для реализации варианта J_{21} и "свободное время" $J_{22} = J_{11} - J_{21}$.

Для сравнения по эффективности различных вариантов целесообразно рассматривать также частные показатели: сложность варианта (определяемая числом операций различных видов, степенью стереотипности, временными затратами и т. д.), вероятность своевременного выполнения алгоритма управления при выбранном варианте и другие.

Моделирование множества допустимых решений

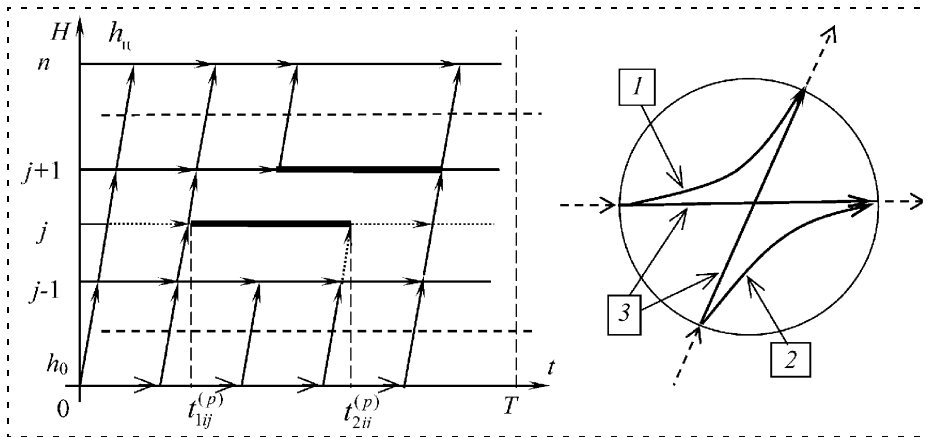
Структура и вид модели МДР в значительной степени определяют сложность решения как прямой, так и обратной задач оптимизации. Учитывая большое разнообразие возможных моделей МДР и не останавливаясь детально на их классификации, ограничимся рассмотрением двух типовых задач УВД, связанных с устранением потенциальных конфликтных ситуаций и характеризующихся высокой сложностью принятия решения.

Задача об изменении воздушным судном высоты полета

Структура МДР определяется правилами и технологией деятельности диспетчера. Один из возможных подходов к моделированию процесса УВД при решении типовых задач состоит в представлении МДР в виде графа или сети [5], фрагмент которой для задачи управления движением одиночного воздушного судна (ВС) при изменении (наборе) высоты представлен на рисунке.

Формализация построения сети связана с определением множества интервалов времени $t_{1ij}^{(p)}$, $t_{2ij}^{(p)}$, запрещенных по правилам для пребывания ВС (изображенных на рисунке жирными линиями), изменяющего высоту, на соответствующих эшелонах.

При наличии полной априорной информации о воздушной обстановке в каждый момент времени и допущении о независимости скоростей полета от времени и высоты в первом приближении можно ограничиться рассмотрением детерминированного варианта постановки задачи. При этом МДР представляется в виде ломаных линий с участками горизонтального полета по линиям, соответствующим эшелонам, и набора высоты по линиям, проходящим через концы запрещенных интервалов.



Множество допустимых решений:
 1 — переход в режим набора высоты;
 2 — переход в режим горизонтального полета;
 3 — полет без изменения режима;
 T — время решения задачи; n — количество занятых эшелонов; k_j — число ВС, находящихся на j -м эшелоне;
 p — тип ситуации (пересечение или следование на попутном или встречном эшелоне)

Для учета сложности УВД, например, через число команд и операций и/или время их выработки и контроля выполнения МДР модифицируется путем "расщепления" узлов, в которых возможно изменение режима полета, и введения дуг, моделирующих такие изменения.

Таким образом, процесс принятия решения при управлении ВС, изменяющим высоту, интерпретируется как процесс выбора траектории на МДР из начального состояния h_0 , $t_0 = 0$ в конечное состояние $h_{ц}$, $t_{ц}$, т. е. как решение задачи выбора пути на сети. При этом если все рассмотренные частные показатели эффективности аддитивны, т. е. представимы в виде $J_s(\omega) = \sum_{\omega} \Delta J_s$, $s = 1, \dots, m$, где $\omega \in \text{МДР}$ — путь на сети; ΔJ_s — приращение показателя J_s на отдельной дуге, принадлежащей пути ω , то задача выбора пути, оптимального по любому показателю J_s , является классической задачей о кратчайшем пути на сети, которая сводится к задаче линейного программирования [6].

Задача определения очередности обслуживания ВС при УВД

Эта задача возникает, когда не удается обеспечить их движение по плановым траекториям без конфликтов. Чаще всего ее связывают с процессом снижения ВС и захода на посадку. Решение задачи диспетчером УВД осуществляется путем планирования очередности захода на посадку, определения и реализации задержек времени пролета ВС точки входа в глиссаду (ТВГ), обеспечивающих соблюдение необходимых интервалов между ВС.

При исследовании оптимальных решений задач обычно рассматривают в комбинаторной постановке, полагая, что известные постановки в виде задач целочисленного линейного программирования (ЛП) имеют лишь теоретический характер. При этом эффективность решений оценивают по одному из показателей: ПС ВПП (минимум времени занятости ВПП) или экономичности (минимум суммы "взве-

шенных" задержек). При таком подходе к моделированию рациональных решений учет показателей загруженности диспетчера представляет определенные теоретические трудности. Свободным от названных недостатков является подход к формализации МДР и комплексного показателя эффективности, основанный на вариантных моделях [7]. Для простоты основные его положения рассмотрим на примере, когда в ТВГ по плану конфликтуют три ВС.

Пусть время пролета ТВГ t_i ($i = 1, \dots, n$, $n = 3$) для всех ВС по плану одинаково и $t_i = 0$. Зная значения минимальных интервалов разделения ВС по времени τ_{ij} ($i, j = 1, \dots, n$, $i \neq j$), обеспечивающих безопасность движения, нетрудно определить период планирования T , длительность которого очевидно равна максимальному времени решения задачи. Пусть в соответствии с установленными правилами τ_i (мин.) определяются следующим образом: $\tau_{12} = 2$, $\tau_{13} = 3$, $\tau_{23} = 3$, $\tau_{ij} = 1$ в остальных случаях. Тогда $T = 5$.

Введем в рассмотрение булевы переменные x_{is} , соответствующие возможным вариантам задержек $\Delta_s = s - 1$ ($i = 1, \dots, n = 3$, $s = 1, \dots, m = T + 1 = 6$). Тогда МДР задачи определяется требованиями целочисленности значений переменных и условиями обязательного выбора одного из вариантов

$$\sum_{s=1}^6 x_{is} = 1, \quad i = 1, \dots, 3, \quad (2)$$

и ограничениями вида

$$x_{is} + x_{jp} \leq 1 \quad (i = 1, 2; j = i + 1, \dots, 3; s, p = 1, \dots, 6, s \neq p), \quad (3)$$

которые вводятся, если при $x_{is} = x_{jp} = 1$ имеет место $p - s < \tau_{ij}$ или $s - p < \tau_{ij}$, т. е. выбранные варианты задержек не обеспечивают один из интервалов безопасности. С учетом (2) условия (3) могут быть агрегированы и представлены в виде

$$x_{is} + \sum_{p \in P(is,j)} x_{jp} \leq 1, \quad (4)$$

где $P(is, j)$ — множество вариантов x_{jp} , не совместимых с использованием варианта x_{is} .

Каждому варианту задержки x_{is} можно поставить в соответствие приращение значений частных показателей эффективности c_{is} так, что любой из показате-

лей может быть представлен в виде $J = \sum_{i=1}^3 \sum_{s=1}^6 c_{is}x_{is}$.

Таким образом, задача обоснования очередности захода ВС на посадку, оптимальной по любому частному показателю эффективности, сводится к задаче ЛП с булевыми переменными. Учитывая, что при релаксации условия целочисленности переменных МДР этой задачи является квазицелочисленным [6] и имеет небольшую размерность, для ее решения можно эффективно использовать метод последовательного улучшения плана с применением правила Трубина [8].

Определение структуры комплексного показателя эффективности

Характерной особенностью принятия решений при непосредственном УВД является вариабельность целей типовых задач в зависимости от конкретных значений структурно-организационных факторов, условий внешней обстановки и индивидуальных особенностей деятельности ЛПР. При этом, как правило, достижение цели решения отдельной задачи не может быть формализовано в виде поиска экстремума одного частного показателя эффективности, имеющего достаточно ясный физический смысл, а определяется значениями их совокупности.

В общем случае не существует рекомендаций по определению структуры комплексного показателя эффективности. Отдельные результаты установления структуры показателя получены в теории полезности принятия решений. В частности, показано, что если множество допустимых альтернативных вариантов принятия решения удовлетворяет условию транзитивности, то комплексный показатель (функция полезности) может быть представлен в виде линейной комбинации частных показателей

$$J_{\Sigma} = \sum_{s=1}^r \alpha_s(p)J_s, \quad \sum_{s=1}^r \alpha_s = 1, \quad \alpha_s \geq 0, \quad (5)$$

где p — совокупность параметров, определяющих значения факторов структурной и технической организации зоны УВД, воздушного движения и других условий воздушной обстановки; J_s — частные (в том числе и интегральные) показатели; α_s — "весовые" коэффициенты. Значения весовых коэффициентов при решении прямой задачи определяют степень важности (конфликтности) частных показателей, а при решении ОЗТОП — принцип рациональности (схему компромисса) выбранного диспетчером решения.

Таким образом, если для линейного МДР выполняется условие транзитивности, то проблема восстановления принципа оптимальности решений, выбранных ЛПР из этого множества, может быть в полной мере решена в рамках теории ЛП. Проверка правомочности такого допущения невозможна без проведения всестороннего анализа результатов деятельности ЛПР в конкретных типовых ситуациях и обоснования полученных выводов и оценок. Поэтому здесь представляется целесообразным ограничиться рассмотрением решения ОЗЛП как теоретической основы для метода восстановления комплексного показателя эффективности вида (5).

Решение обратной задачи линейного программирования

- ♦ Рассмотрим прямую задачу, в которой по заданным векторам $a_i, b \in R^m, i = 1, \dots, n, c \in R^n$ требуется найти вектор $x^* \in R^n$ такой, что

$$c^T x^* = \min_x \{c^T x: \sum_{i=1}^n x_i a_i = b, x = (x_1, \dots, x_n)^T \geq 0\}. \quad (6)$$

Решение ОЗЛП для допустимого базисного решения (ДБР) задачи (6) в виде множества линейных функционалов дается выражениями, определяющими критерий оптимальности ДБР [9, 10]:

$$c_{\bar{B}} - c_B^T B^{-1} \bar{A} \leq 0, \quad (7)$$

где $c_B = (c_{B_1}, \dots, c_{B_m})^T$ — вектор коэффициентов целевой функции, соответствующих базисным переменным; $c_{\bar{B}}$ — $(n - m)$ -мерный вектор коэффициентов целевой функции, соответствующих небазисным переменным; \bar{A} — матрица размерности $m \times (n - m)$, состоящая из столбцов a_j матрицы A , соответствующих небазисным переменным; B — базисная матрица.

Система (7) определяет полностью множество решений ОЗЛП только в том случае, когда ДБР не вырождено. Однако в подавляющем большинстве прикладных задачи ЛП, в том числе и рассматриваемые здесь, вырождены. В этом случае система (7) определяет некоторое подмножество решений ОЗ. Полное множество решений может быть получено путем объединения подмножеств решений вида (7), соответствующих всем базисам рассматриваемого ДБР. Понятно, что перебор всех базисов не может считаться конструктивным решением ОЗЛП.

Общее решение ОЗЛП получается непосредственно из теоремы Минковского—Фаркаша о следствиях [11].

Очевидно, что неравенство $-c^T x \leq -c^T x^*$ выполняется для всех допустимых x , т. е. оно является следствием системы ограничений задачи (6). По теореме Минковского—Фаркаша такая импликация справед-

лива в том и только в том случае, если совместна система

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{q} - \mathbf{v} = -\mathbf{c}_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \mathbf{b}^T \mathbf{q} \leq -\mathbf{c}^T \mathbf{x}^*, \quad \mathbf{v} \geq 0.$$

Полагая $\mathbf{u} = -\mathbf{q}$, получаем

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{u} \leq \mathbf{c}_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \mathbf{b}^T \mathbf{u} \geq \mathbf{c}^T \mathbf{x}^*. \quad (8)$$

Отсюда следует, что любой вектор \mathbf{c} , при котором эта система совместна, является решением ОЗЛП независимо от вырожденности ДБР.

По теореме двойственности последнее неравенство выполняется как строгое равенство, так как \mathbf{x}^* по предположению является оптимальным решением.

Для вырожденного случая представляется важной разработка других методов решения ОЗЛП, использующих специальные критерии оптимальности.

В работе [12] критерий оптимальности формулируется следующим образом: вырожденное ДБР задачи (6) оптимально тогда и только тогда, когда конечно значение задачи

$$\min \left\{ \sum_{i \in I_0} \Delta_i y_i : \sum_{i \in I_0} y_i \mathbf{h}_i = \mathbf{f}, \quad y_i \geq 0, \quad i \in I_0 \right\}. \quad (9)$$

Для ее постановки определяются: базисная матрица $\mathbf{B} = (\mathbf{U}, \mathbf{V})$, где $\mathbf{U} - (m \times k)$ -матрица, состоящая из столбцов $\mathbf{a}_i, i \in I_+ = \{i: x_i > 0, 1 \leq i \leq n\}$; $\mathbf{V} - m \times (m - k)$ -матрица, состоящая из столбцов $\mathbf{a}_i, i \in I_0 = \{1, \dots, n\} \setminus I_+$ таких, что матрица \mathbf{B} не вырождена; Δ_i — относительные оценки; \mathbf{h}_i — векторы коэффициентов разложения векторов $\mathbf{a}_i, i \in I_0$ по столбцам матрицы \mathbf{V} и произвольный вектор $\mathbf{f} > 0$.

При этом $\Delta_i = c_i - \boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{a}_i, i \in I_0$, где $\boldsymbol{\pi}_0$ — любое решение неоднозначно разрешимой системы уравнений $c_i - \boldsymbol{\pi}^T \mathbf{a}_i = 0, i \in I_+$.

Согласно теории двойственности ЗЛП имеет ограниченное решение тогда и только тогда, когда совместна система ограничений двойственной ей задачи. Для задачи (9) они имеют вид $\mathbf{h}_i^T \mathbf{q} \leq \Delta_i, i \in I_0$, где \mathbf{q} — двойственные переменные.

Учитывая, что $\boldsymbol{\pi}_0^T$ не определяется однозначно, получаем, что вектор \mathbf{c} является решением ОЗЛП для вырожденного ДБР, если найдутся такие значения \mathbf{q} и $\boldsymbol{\pi}$, при которых совместна система ограничений

$$\mathbf{h}_i^T \mathbf{q} + \mathbf{a}_i^T \boldsymbol{\pi} \leq c_i, \quad i \in I_0, \quad \mathbf{a}_i^T \boldsymbol{\pi} = c_i, \quad i \in I_+. \quad (10)$$

Нетрудно убедиться, что для невырожденного ДБР множества решений систем (10) и (7) совпадают. Следовательно, выражения (10) определяют множество решений ОЗЛП в общем виде для любого ДБР задачи (6).

♦ К решению обратной задачи квазицелочисленного ЛП.

Не претендуя на полноту рассмотрения, ограничимся решением ОЗ для одной из таких задач, например, для задачи о вершинном покрытии:

$$\min_y \{ \mathbf{c}^T \mathbf{y} : \sum_{i=1}^n y_i a_{ij} \geq 1, \quad a_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \sum_{i=1}^n a_{ij} = 2, \quad j \in (1, \dots, m); \quad y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n \}. \quad (11)$$

Задача (11) может рассматриваться как эквивалентная общей задаче о покрытии множества подмножествами, простейшей задаче о размещении и др. Можно показать, что к этой задаче сводится и задача о рациональной очередности обслуживания. Проведя замену переменных $y_i = 1 - x_i (i = 1, \dots, n)$, получим эквивалентную задачу об упаковке (с точностью значения до постоянной):

$$\min_x \{ -\mathbf{c}^T \mathbf{x} : \sum_{i=1}^n x_i a_{ij} \leq 1, \quad j \in (1, \dots, m); \quad x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n \}. \quad (12)$$

Известно [6], что релаксированный многогранник задачи (12) квазицелочислен. Пусть ДБР \mathbf{x}^* определяет целочисленную вершину многогранника (12), у которой нет соседних нецелочисленных вершин. Тогда очевидно, что все решения ОЗ определяются выражениями (10). В противном случае решения (\mathbf{c}, \mathbf{q}) системы (10) определяют лишь некоторое подмножество решений ОЗ.

Полное множество решений можно определить, если построить отсечения нецелочисленных вершин, смежных с оптимальной по предположению вершиной \mathbf{x}^* . Для этого можно использовать следующий алгоритм.

а. Найти любое решение ОЗЛП. Нетрудно убедиться, что вектор \mathbf{c} с компонентами $c_i = 1, i \in I_+$ и $c_i = \varepsilon \ll 1, i \in I_0$ является решением ОЗЛП.

б. Решить задачу (12) с релаксированным многогранником методом последовательного улучшения плана.

с. Определить множество векторов $\mathbf{h}_i, i \in \bar{I}$, использование которых в качестве базисных при соответствующем выборе c_i приводит к улучшению значения целевой функции и нецелочисленным вершинам. Для задачи (12) такие векторы характеризуются условием: $\theta_s = 0,5$, где $\theta_s = \min \frac{x_s^*}{h_{is}} | h_{is} > 0$.

В результате можно определить значения координат всех нецелочисленных вершин, смежных с вершиной \mathbf{x}^* . Согласно теореме 5.5 из [6] нецелочисленным вершинам можно поставить в соответствие $(k \times k)$ -подматрицы нечетного порядка с суммой элементов каждой линии, равной двум. После из-

менения порядка строк и столбцов из условий задачи получаем

$$x_s + x_{s+1} \leq 1, s = 1, \dots, k-1, x_1 + x_k \leq 1. \quad (13)$$

Нетрудно убедиться, что вершина с координатами $x_s = 0,5, s = 1, \dots, k$ будет отсечена при добавлении условия

$$\sum_{i=1}^k x_i \leq \frac{k-1}{2}. \quad (14)$$

d. Последовательно присоединять ограничения вида (14) к условиям задачи до тех пор, пока множество $\bar{I} \neq \emptyset$.

Далее множество решений ОЗ определяется выражениями (10), составленными для системы ограничений (12), (14).

Пример. Рассмотрим задачу (12), в которой условия определяются системой (14) при $k = 3$. Очевидно, что при любых значениях вектора $c \in \mathbf{0}$ ее решение имеет вид $x_s = 1, s = \arg \max c_i; x_i = 0, i \neq s, i = 1, \dots, 3$. Пусть $(x^*)^T = (1, 0, 0)$.

Положим $c^T = (1, \varepsilon, \varepsilon)$ и решим задачу в соответствии с п. b алгоритма. Результат решения приведен в табл. 1. Множество $\bar{I} = \{P_2\}$. Если вектор P_2 ввести в базис вместо вектора P_4 , получим табл. 2.

Если теперь предположить, что $c_3 > 1 - \varepsilon$, то вектор P_3 будет введен в базис. Это приведет к значениям $x_i = 0,5, i = 1, \dots, 3$. Условие отсечения не-

Таблица 1

	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
x_4	0	0	1	-1	1	0	-1
x_5	1	0	1	1	0	1	0
x_1	1	1	0	1	0	0	1
Δ	0	0	ε	$\varepsilon - 1$	0	0	-1

Таблица 2

	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
x_2	0	0	1	-1	1	0	-1
x_5	1	0	0	2	-1	1	1
x_1	1	1	0	1	0	0	1
Δ	0	0	0	$2\varepsilon - 1$	$-\varepsilon$	0	$\varepsilon - 1$

Таблица 3

	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
x_4	0	0	0	-1	1	0	0	-1
x_5	0	0	-1	0	0	1	0	-1
x_6	1	0	1	1	0	0	1	0
x_1	1	1	1	1	0	0	0	1
Δ	0	0	$\varepsilon - 1$	$\varepsilon - 1$	0	0	0	-1

целочисленной вершины имеет вид $\sum_{i=1}^3 x_i \leq 1$. При-

соединяя его к условиям задачи и выполнив необходимые вычисления, получаем табл. 3, откуда видно, что $\bar{I} = \bar{I} \neq \emptyset$.

Выражения (12) имеют вид

$$q_1 + q_3 + q_4 \geq c_1; q_1 + q_2 + q_4 \geq c_2; q_2 + q_3 + q_4 \geq c_3; \quad (15)$$

$$q_i \geq 0, i = 1, \dots, 4; \quad (16)$$

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = c_1. \quad (17)$$

С учетом (17) выражения (15) можно записать в виде

$$c_1 - q_2 \geq c_1; c_1 - q_3 \geq c_2; c_1 - q_1 \geq c_3. \quad (18)$$

Из первого неравенства системы (18) имеем $q_2 \leq 0$ и, учитывая (16), получаем $q_2 = 0$. Соответственно из второго и третьего неравенств системы (18), учитывая (16), находим $c_1 \geq c_2, c_1 \geq c_3$. Очевидно, что полученные выражения действительно являются общим решением ОЗ для заданных условий.

Восстановление функции полезности — принципа оптимальности (рациональности) принятых решений

При сделанных допущениях о транзитивности МДР и структуре комплексного показателя и заданной совокупности частных показателей эффективности

ности вида $J_s = \sum_{s=1}^r \sigma_{si} x_i, s = 1, \dots, r$, восстановление

субъективного принципа оптимальности ЛПР может рассматриваться как задача выбора одного из решений ОЗЛП, удовлетворяющего дополнительным условиям

$$c_i = \sum_{s=1}^r \alpha_s \sigma_{si}, i = 1, \dots, n; \sum_{s=1}^r \alpha_s = 1, \alpha_s \geq 0. \quad (19)$$

В общем случае соотношения (19) позволяют выделить из всего множества функционалов вида (5) такое их подмножество, для которого выполняются условия критерия оптимальности решения x^* .

Однако такие решения не исчерпывают проблему восстановления (идентификации) показателя эффективности, моделирующего по предположению принцип оптимальности ЛПР, так как они не учитывают отношений предпочтительности ЛПР на МДР. Это приводит к проблеме неопределенности выбора показателя для синтеза решений типовой задачи.

Рассматриваемые классы типовых задач характеризуются конечностью МДР, что создает предпосылки для синтеза эффективных автоматизиро-

ванных процедур (интерактивных) решения проблемы обоснования показателей в режиме диалога "ЛПР — ЭВМ". Реализация таких процедур позволяет получить систему соотношений предпочтительности вида

$$\begin{aligned} J_{\Sigma}(x_l) &< J_{\Sigma}(x_k), \text{ если } x_l > x_k, \\ J_{\Sigma}(x_l) &= J_{\Sigma}(x_k), \text{ если } x_l \sim x_k, \end{aligned} \quad (20)$$

учет которых снижает степень неопределенности выбора показателя. Некоторые подходы к рациональному решению проблемы сокращения неопределенности и построения процедуры формального выбора единственного показателя из множества допустимых рассмотрены в [13].

Полученные результаты позволяют перейти к экспериментальным исследованиям индивидуальных особенностей диспетчеров УВД и обобщению опыта их деятельности при решении типовых задач по устранению конфликтных ситуаций в целях создания баз знаний и данных и формализации процедур автоматизированной поддержки деятельности диспетчера УВД.

Список литературы

1. Крыжановский Г. А., Цепляев Ю. Ф. Человеческий фактор при управлении воздушным движением // Воздушный транспорт. Т. 21 (Итоги науки и техники). М.: ВИНТИ АН СССР, 1990. С. 73—105.
2. Болотова М. Л., Крыжановский Г. А., Солодухин В. А., Баранова Т. И. Оценка физиологической эффективности тре-

нажерных систем УВД // Авиакосмическое приборостроение. 2004. № 6. С. 45—48.

3. Купин В. В., Крыжановский Г. А., Прищепин Б. И. Об одном подходе к исследованию процессов принятия решений при управлении воздушным движением // Проблемы эксплуатации и совершенствования транспортных систем: Меж-вуз. сб. науч. тр. 2007. Т. 12. С. 183—189.

4. Болотова М. А., Крыжановский Г. А., Зобов Н. Ф., Солодухин В. А. Способ прогнозирования профессиональной пригодности человека-оператора для работы в условиях высокого напряжения / Патент на изобретение № 2234850 от 27.08.2004 г.

5. Затонский В. М., Солодухин В. А. Моделирование процессов рационального принятия решений в типовых ситуациях УВД // Проблемы оптимизации методов и средств навигации и УВД. 1981. С. 77—81.

6. Емеличев В. А., Ковалев М. М., Кравцов М. К. Многогранники, графы, оптимизация (комбинаторная теория многогранников). М.: Наука, 1981. 344 с.

7. Алешин В. И. и др. Организация управления воздушным движением / Под ред. Г. А. Крыжановского. М.: Транспорт, 1988. 264 с.

8. Трубин В. А. О методе решения задач целочисленного линейного программирования специального вида // Докл. АН СССР. 1969. 189. № 5. С. 952—954.

9. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982. 256 с.

10. Солодухин В. А. Обратная задача оптимизации и объективизация показателей эффективности принятия решений в системе УВД // Методы и модели анализа процессов УВД. 1981. С. 27—30.

11. Ашманов С. А., Тимохов А. В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 448 с.

12. Бахшиян Б. Ц., Матасов А. И., Федяев К. С. О решении вырожденных задач линейного программирования // Автоматика и телемеханика. 2000. № 1. С. 105—117.

13. Солодухин В. А. Методы разработки интерактивных процедур принятия рациональных решений в системе УВД // Методы оптимизации процессов принятия решений в системе УВД. 1984. С. 11—18.

УДК 656.7: 658.386: 517.9

Г. А. Крыжановский, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой, В. А. Солодухин, канд. техн. наук, проф., Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации

Проблемы моделирования и обратные задачи оптимизации процессов деятельности, профессиональной подготовки и повышения квалификации операторов авиатранспортных систем

Рассмотрены проблемы моделирования и обратные задачи оптимизации процессов деятельности, профессиональной подготовки и повышения квалификации операторов авиатранспортных систем (АТС). Приведена обобщенная схема иконографической модели деятельности, профессиональной подготовки и повышения квалификации операторов АТС. При условии оптимальности решений, принимаемых оператором АТС, формулируется и решается обратная задача оптимизации процессов (ОЗОП) для случая некоторого "обобщающего" квадратичного функционала. Исследование таких решений позволяет выявлять мотивации деятельности. Приведен пример решения ОЗОП.

Ключевые слова: авиатранспортные системы, деятельность и профессиональная подготовка, методы извлечения знаний, интеллектуальные информационные системы, обратная задача оптимизации процессов.

Полный текст статьи опубликован в Приложении к журналу

УДК 629.7.05; 620.118.

А. И. Черноморский, канд. техн. наук, проф.,
С. В. Фещенко, аспирант,
Московский авиационный институт
(государственный технический университет)

Управление угловой ориентацией платформы одноосного колесного транспортного модуля оптической системы посадки летательного аппарата

Рассматривается задача управления угловой ориентацией относительно плоскости горизонта платформы одноосного колесного транспортного модуля (ОКТМ) с использованием инерционного, гравитационного и гироскопического способов. Разработана математическая модель ОКТМ. Осуществлен синтез законов управления угловой ориентацией платформы методом АКОР применительно к стояночному режиму работы ОКТМ в составе оптической системы посадки летательных аппаратов. Представлены результаты имитационного моделирования.

Ключевые слова: управление угловой ориентацией, колесный транспортный модуль, гироскопическая стабилизация, аналитический синтез.

Полный текст статьи опубликован в Приложении к журналу

УДК 521.313

А. С. Девятисильный, д-р техн. наук, зав. лаб.,
Д. Е. Кислов, мл. науч. сотр.,
Институт автоматики и процессов управления
ДВО РАН

Исследование метода динамического обращения в задачах определения орбит с известным энергетическим уровнем

Приведены модели обратных задач, ориентированные на решение алгоритмами калмановского типа, графический материал, иллюстрирующий вычислительные эксперименты и анализ результатов.

Ключевые слова: определение орбит, методы стабилизации, суточно-синхронная орбита.

Полный текст статьи опубликован в Приложении к журналу

УДК 629.78

Я. Г. Сапунков, канд. физ.-мат. наук, доц.,
Саратовский государственный университет,
А. В. Молоденков, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.,
Институт проблем точной механики
и управления РАН, Саратов

Аналитическое исследование особого режима управления в задаче оптимального разворота космического аппарата

Рассматривается задача оптимального разворота космического аппарата как твердого тела со сферическим распределением масс, при произвольных граничных условиях по угловому положению и угловой скорости космического аппарата в кватернионной постановке. В качестве критерия оптимальности используется функционал, который объединяет время и интегральную величину модуля вектора управления, затраченных на разворот космического аппарата. Приводится аналитическое исследование особого режима управления космического аппарата.

Ключевые слова: космический аппарат, оптимальный разворот, особый режим управления, принцип максимума Л. С. Понтрягина.

Полный текст статьи опубликован в Приложении к журналу

УДК 629.783:534.1:519.61

Ю. И. Филиппов, нач. группы,
ФГУП ГНПРКЦ "ЦСКБ-Прогресс", г. Самара

Виброустойчивость нестационарного упругого космического аппарата с прецизионной целевой аппаратурой

Обсуждается задача об оценке виброустойчивости космического аппарата как упругой механической системы по некоторому целевому параметру, характеризующему качество виброзащиты размещенной на нем прецизионной целевой аппаратуры. Излагается методика такой оценки в случае нестационарности космического аппарата, обусловленной наличием силовых гироскопов.

Ключевые слова: виброустойчивость, виброзащита, космический аппарат, целевая аппаратура, силовой гироскоп, модальная редукция, статистический анализ.

Полный текст статьи опубликован в Приложении к журналу

CONTENTS

Furtat I. B., Tsykunov A. M. Adaptive Control of The Plants with Unknown Constant Structure and Unknown Sign of the High Frequency Gain. 2

The problem of synthesis of the adaptive regulator for linear plants with unknown constant structure and is unknown sign of the high frequency gain is esteemed. The solution is based on usage of modified algorithm of adaptation of the high order and function permitting to compensate of uncertainty of a sign of the high frequency gain.

Keywords: adaptive control, unknown structure of the plant, unknown high frequency gain, modify algorithm of adaptation of the high order, observer, Lyapunov function.

Selvesjuk N. I. Using of Adaptive Regulators for Synthesis the Optimal Control of Sets of Dynamic Objects. 8

In article proposed the method of the synthesis the internal adaptive regulators, with allow to provide given dynamic property for sets of control systems by given structure of integral functional without decision direct optimization task. The analytical definition of stated sets of objects is obtained. The practical example is resulted.

Keywords: linear dynamic control system, optimal control, integral functional, adaptive regulator, system embedding technology.

Murynin A. B., Safonov I. V., Yakovlev S. Yu. Machine Vision Inspection of Porous Elastic Materials Quality . 13

A new approach is proposed to measure apparent density of sample of porous elastic material. Volume of sample is determined by faces images got via standard capture device. The quality analysis of proposed method is carried out using "6-Sigma" methodology. Comparison with conventional measurement method is conducted.

Keywords: machine vision, quality inspection, "6 Sigma", porous material, 3D-shape recovering, volume measurement.

Kychkin V. I., Kychkin A. V., Bolotov D. A. The Device for the Calculation of Pavement Traction Characteristics Based on Fuzzy Logic 19

The mobile device for the efficient traction factor measurement of a car wheel with pavement is considered. The informative-measurement complex which realizes intelligent method for the calculation of pavement traction characteristics based on fuzzy logic is described. An example of the proposed algorithm is given.

Keywords: traction factor, car wheel, pavement, device for the traction factor measurement, electromagnetic-power coupler, fuzzy logic algorithm, production rules.

Checkushkin V. V., Kiselev N. F., Averjanov A. M. Researching for Methods of Functional Dependences Implementation Among Information Parameters of the Measuring System 23

Methods of functional dependences implementation among information parameters of input and output signals of the measuring system using best approximation multinomial are considered here.

Keywords: calibration; approximation node; master importance of the signal; best approach multinomial; approximating multinomial; inaccuracy to approximations; optimization of the calculations; justification of inaccuracy approximation interval; computing process; chebyshev's multinomial; Newton's multinomial.

Lazichev A. A., Samuleeva J. A. Signaling Subsystem for Pressure Control 27

In the article sets peculiarity of creation of subsystem for pressure control. In it presents calculations parameters of her rectangular components and signaling ways.

Keywords: pressure, control, stepping motor, gearing.

Morozov V. V., Zhdanov A. V. Manufacturing of Artificial Vessels of Left Ventricular Assist Devices by Means of Rapid Prototyping Technologies 30

For plastic product of the medical technology with complex curvilinear surface actual is a question about quick and qualitative their fabrication since they must answer the individual particularity of the patient, have a features of the material close to real object and be used in laboratory-stand and clinical test. The modern approach is offered at fabrication complex medical product by means of technology rapid prototyping. Happens to the computer analysis got defect, way and their removal, are received pilot models artificial ventricle.

Keywords: artificial ventricle heart, biologically joint material, rapid prototyping, computer analysis, medical product, researching the stress, researching the deformation, computer modeling.

Chernakova S. E., Karpov A. A., Nechaev A. I., Ronzhin A. L. Multi-Modal Man-Machine Interface for Medical Applications 32

The assistive multimodal man-machine interface (MMI) for control of X-ray medical equipment, up-graded with stereo visualization system, and some experimental results for clinical conditions are presented in this paper.

Keywords: teachmg-by-showing, man-machine interface, stereo images, assistive medical robots, automatic speech recognition, multimodal communication.

Bodin O. N., Mitrokhina N. Yu. Regularization of the Solving the Electrocardiography Inverse Problem in Computer Diagnostic System "Cardiovid" 37

The article devoted to definition of electric activity of the heart (EAH) on basis of solving the electrocardiography inverse problem during prophylactic screening. The system of linear algebraic equations is composed in result of analysis electrocardiosignal (ECS) in standard leads. This system is solved by using Tikhonov's regularization method. Suggested approach to a definition EAH repeatedly raises the accuracy of a localization myocardial damage in comparison with traditional amplitude-time analysis of ECS.

Keywords: electric activity of the heart, electrocardiosignal, electrocardiography inverse problem, regularization.

Lebedev G. N., Tin Phon Chjo. *The Estimate of Safety and Economic of Airplanes' Flight in Putting at Landing with the Help of Inverse Task of Linear Programming.* 41

The possibility of identification of linear criterion parameters of optimal actions of flying control officer by separate examples of decision making in putting at landing is considered. The formula for reconstruction of parametric criterion capable to substitute the actions of the flying control officer with regard for safety and prolonged of the flight in limited store of fuel on board are received.

Keywords: landing of airplanes, estimate of safety, inverse of linear programming.

Soloduhin V. A. *Rationale Decisions in an Automated System Support Activities Manager to Manage Air Traffic and the Inverse Problem of Linear Programming* 47

We consider the model of decision-making tasks model of air traffic controller in addressing conflict situations in the form of productions tasks quasiinteger linear and linear programming. For the tasks before the classes received a common solution of inverse problem, which is proposed to use as a theoretical framework restore the principle of optimality subjective decisions taken by air traffic controllers.

Keywords: busy air traffic controllers, conflict situations, prioritize services, restoring the principle of rationality, inverse problem of linear programming.

Kryzhanovsky G. A., Soloduhin V. A. *The Problems of Modeling and Inverse Problems of Optimization of Air Transport Systems Operators Activities, Professional Training and Upgrading* 53

An iconographic generalized scheme of the business model, training and development operators ATS. Provided optimal decisions taken by the operator of ATS, is formulated and solved (IPOP) for the case of a "synthesis" quadratic functions inverse problem of optimization processes. The study identifies such decisions motivation activities. An example IPOP solutions.

Keywords: air transport systems, activities and professional training, methods of extracting knowledge, intelligent information systems, inverse problem of optimization processes.

Chernomorsky A. I., Feschenko S. V. *Angular Orientation Control of the Uniaxial Wheeled Transport Module for the Aircraft Optical Landing System* 54

Angular orientation control of the uniaxial wheeled transport module (UWTM) by means of inertial, gravitational and gyroscopic methods is discussed. The mathematical model of the UWTM is developed. UWTM control procedure for the parking mode is produced by means of analytical designing of optimal regulators procedure. The results of the simulation models are shown.

Keywords: angular orientation control, wheeled transport module, synthesis by analysis, gyroscopic stabilization.

Devyatitsil'ny A. S., Kislov D. E. *Investigation of the Method of Dynamic Inversing in Orbit Determination Problem with Known Energy Level.* 54

Models of inverse problems oriented to their solving by methods of Kalman's type and graphical material, describing numerical experiments with the analysis of results are presented.

Keywords: orbit determination problem, stabilization technique, daily-synchronous orbit.

Sapunkov Ya. G., Molodenkov A. V. *Analytical Investigation of a Particular Control Regime in the Problem of the Optimal Reorientation of a Spacecraft* 54

The problem of the optimal turn of a spacecraft as a rigid body with a spherical distribution of mass under arbitrary boundary conditions on the attitude and the angular velocity of a spacecraft with the constraint of the modulus of the control action in the quaternion statement is considered. The functional that combines the time and the integral value of the modulus of the control vector spent on the turn of a spacecraft is used as the optimality criterion (each of criteria is increased on the weight factor). The analytical investigation of a particular control regime of a spacecraft is submitted.

Keywords: spacecraft, optimal turn, particular control regime, Pontryagin's maximum principle.

Filippov Y. I. *Vibrating Stability a Non-Stationary Elastic Space Vehicle with the Precision Target Equipment.* . . . 54

In the given work the problem about estimation of vibrating stability of a space vehicle, as elastic mechanical system, on some target parameter describing quality of vibrating protection of the precision target equipment, placed on him, is discussed. The technique such estimation in a case of nonstationaryness of a space vehicle, caused by presence of force gyroscopes, is stated.

Keywords: vibrating stability, protection against vibration, space vehicle, target equipment, force gyroscope, modal reduction, multipolar device, statistical analysis.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4/1

Телефон редакции журнала: **(495) 269-5397**, тел./факс: **(495) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова*. Художник *В. Н. Погорелов*.
Технический редактор *О. А. Ефремова*. Корректор *О. А. Шаповалова*.

Сдано в набор 04.09.2008. Подписано в печать 17.10.2008. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 6,86. Уч.-изд. л. 7,98. Заказ 1125. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02
Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика". 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15