

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 7 (88)

ИЮЛЬ

2008

Редакционный совет:

МАКАРОВ И. М.
МАТВЕЕНКО А. М.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.
ФЕДОРОВ И. Б.

Главный редактор:

ТЕРЯЕВ Е. Д.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.
ПУТОВ В. В.
ЮЩЕНКО А. С.

Ответственный секретарь:

ПЕТРИН К. В.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М.
БОГАЧЕВ Ю. П.
БУКОВ В. Н.
ВОСТРИКОВ А. С.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.
ИВЧЕНКО В. Д.
ИЛЬЯСОВ Б. Г.
КАЛЯЕВ И. А.
КОЛОСОВ О. С.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.
КУЗЬМИН Н. Н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.
ЛЁВИН Б. А.
ЛОХИН В. М.
НОРЕНКОВ И. П.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.
РАПОПОРТ Э. Я.
РАССАДКИН Ю. И.
РАЧКОВ М. Ю.
РЕЗЧИКОВ А. Ф.
СЕБРЯКОВ Г. Г.
СИГОВ А. С.
СИРОТКИН О. С.
СОЙФЕР В. А.
ТИМОФЕЕВ А. В.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.
ФИЛИМОНОВ Н. Б.
ФУРСОВ В. А.
ЮРЕВИЧ Е. И.
ЮСУПОВ Р. М.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.
ЛЫСЕНКО А. В.
ЧУГУНОВА А. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Методы анализа автоколебательных систем с двумя управляющими элементами 2
- Плешивцева Ю. Э.** Точная редукция к конечномерным моделям в одном классе задач оптимального управления системами с распределенными параметрами 9
- Пилишкин В. Н.** Линейно-матричный метод синтеза регулятора при симметризации фазовых ограничений 13
- Колоколов Ю. В., Моновская А. В.** Прогнозирование С-бифуркационных явлений в динамике импульсных преобразователей по геометрическим инвариантам фазовых траекторий 19

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Кулаков Ф. М., Чернакова С. Э.** Информационная технология обучения роботов показом движений. Часть I. Концепция и принципы моделирования движений . . . 23
- Егоров О. Д.** Структурный анализ исполнительных устройств роботов. 29

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО И АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Лебедев Г. Н., Щеткин С. Л.** Разработка оптимального управления процессом обогащения руды при ее сортировке 34
- Фищенко А. Н.** Моделирование и анализ системы массового обслуживания вулканизационного производства 37
- Левков А. А.** Методы повышения эффективности систем управления организационно-техническими объектами 42

ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

- Шидловский В. И.** Дискретизация непрерывной системы управления методом квадратичной оптимизации. 48
- Абрамов Г. В., Емельянов А. Е., Ивлиев М. Н.** Математическая модель цифровой системы управления с состязательным методом доступа 51
- Румянцев Г. Н., Чебурахин И. Ф.** Автоматизация и оптимизация синтеза комбинационных автоматов 54
- Подчукаев В. А., Шевченко Д. С.** Автоматическое проектирование технической реализации законов управления на платформе программируемых аналоговых интегральных схем производства компании Anadigm. 54
- Васюков С. А.** Дискретная коррекция в импульсных электростатических подвесах с ШИМ 54
- Мусатов В. Ю., Сысоев В. В., Мащенко А. А., Варезников А. С., Хризостомов А. А.** О возможности применения нейропроцессора для обработки отклика однокристалльной мультисенсорной микросистемы идентификации пазов 54
- Contents 55

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание степени доктора наук

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 681.5.01

Н. В. Фалдин, д-р техн. наук, проф.,
А. В. Моржов, аспирант,
Тулский государственный университет

Методы анализа автоколебательных систем с двумя управляющими элементами*

Рассматриваются системы с двумя управляющими идентичными двухпозиционными релейными элементами и нелинейными объектами управления. Предлагаются методы, позволяющие определить возникающие в таких системах периодические движения, оценить их устойчивость, а также выполнить линеаризацию системы по полезному сигналу. Совокупность указанных методов образует необходимый инструмент для синтеза данного класса систем.

Ключевые слова: нелинейная система, релейные элементы, анализ автоколебаний.

Введение

Релейные системы с двумя управляющими двухпозиционными релейными элементами являются своего рода аналогом систем с трехпозиционным релейным элементом. При суммировании сигналов с выходов двух идентичных двухпозиционных релейных элементов, если они смещены по фазе, получается сигнал, который имеет тот же вид, что и с выхода трехпозиционного релейного элемента. Однако использование двух управляющих двухпозиционных релейных элементов наделяет систему определенным преимуществом. В таких системах с помощью сдвигающих фильтров весьма просто изменять скважность суммарного сигнала, от которой существенным образом зависит амплитуда автоколебаний.

Периодические движения

На рис. 1 изображена функциональная схема системы с двумя управляющими релейными элементами (РЭ1 и РЭ2).

В автономном режиме ($y(t) = 0$) движение системы задается уравнениями

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u), \quad (1)$$

$$u_1 = \Phi(N^T x, b), \quad u_2 = \Phi(M^T x, b), \quad u = u_1 + u_2. \quad (2)$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-08-33506).

Здесь $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ — вектор состояния, в который, наряду с фазовыми переменными объекта управления, входят также переменные фазосдвигающих звеньев Φ_{31} , Φ_{32} (рис. 1); N^T , M^T и R^T — постоянные матрицы, имеющие размерность $1 \times n$; Φ — функция, задаваемая графиком двухпозиционного релейного элемента (рис. 2). Выполняется условие симметрии: $f(-x, -u) = -f(x, u)$.

В качестве фазосдвигающих звеньев обычно используются линейные фильтры. На рис. 3 изображены сдвинутые по фазе выходные сигналы с РЭ1 и РЭ2 и суммарный сигнал $u(t)$.

Сигналы, изображенные на рис. 3, соответствуют симметричному ($x(T + t) = -x(t)$) периодическому движению (здесь $2T$ — период). В силу отмеченного выше свойства симметрии именно такого вида автоколебания, как правило, возникают в релейной системе, изображенной на рис. 1. Далее, для определенности положим, что в периодическом движении сигнал $u_1(t)$ опережает сигнал с выхода РЭ2 (рис. 3).

Уравнение (1) зависит от управления $u(t)$. В периодическом движении сигнал $u(t)$ имеет вид, изображенный на рис. 3. Как и в случае трехпозиционного релейного элемента, он задается двумя параметрами T и γ . Для определения периодического

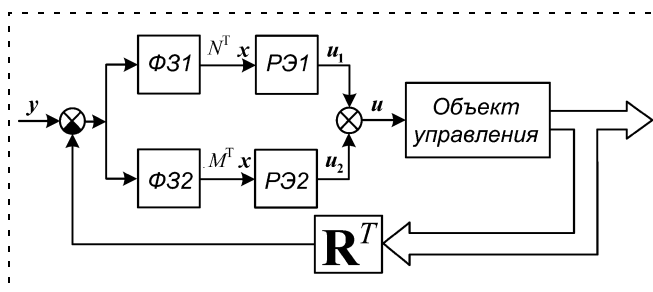


Рис. 1

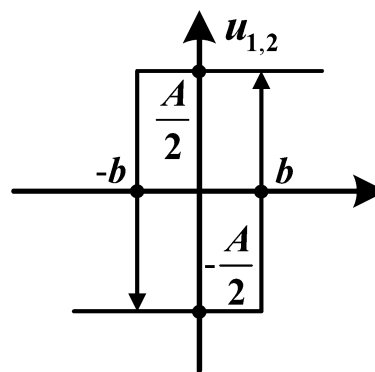


Рис. 2

движения можно воспользоваться фазовым годографом релейной системы с трехпозиционным релейным элементом [1], который задается вектор-функцией $x^*(T, \gamma)$. Здесь символом $x^*(T, \gamma)$ обозначено значение вектора состояния в периодическом движении с параметрами T и γ (рис. 3) в момент переключения управления $u(t)$ с нуля на плюс.

Способы построения фазового годографа для систем с трехпозиционным релейным элементом рассмотрены в [1, 2]. Остановимся кратко на одном из них.

Обозначим

$$x(t) = F(x(0), u(t), t)$$

решение уравнения (1) при

$$u(t) = A \cdot 1(t) - A \cdot 1(t - \gamma T)$$

и начальном условии $x(0)$. Так как в фазовый годограф входят только симметричные периодические решения, то точка $x^*(T, \gamma)$ принадлежит фазовому годографу тогда и только тогда, когда она удовлетворяет уравнению

$$x^*(T, \gamma) + F(x^*(T, \gamma), u(t), T) = 0. \quad (3)$$

Построение фазового годографа может быть связано с численным решением уравнения (3). Хорошо зарекомендовал себя алгоритм [1]

$$y^{k+1} = \frac{y^k - F(y^k, u(t), T)}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

($y^k \rightarrow x^*(T, \gamma)$ при $k \rightarrow \infty$). Как показывает его практическое применение, он быстро сходится и позволяет сравнительно несложно построить фазовый годограф системы.

Для определения периодического движения наряду с фазовым годографом $x^*(T, \gamma)$ необходимо построить также годограф $x^{**}(T, \gamma)$, который задает в периодическом движении значение вектора состояния в момент переключения управления $u(t)$ с плюса на ноль. Годограф $x^{**}(T, \gamma)$ можно легко найти путем сдвига фазового годографа $x^*(T, \gamma)$ по уравнению движения (1) на время γT . Таким образом,

$$x^{**}(T, \gamma) = F(x^*(T, \gamma), u(t), \gamma T). \quad (5)$$

Вектор-функцию $x^{**}(T, \gamma)$ будем называть *сдвинутым фазовым годографом*.

Период $2T$ и параметр γ автоколебаний, которые возникают в автономной релейной системе (1), (2), определяются из условий

$$M^T x^*(T, \gamma) = b; \quad N^T x^{**}(T, \gamma) = -b; \quad (6)$$

$$M^T z^-(T, \gamma) > 0; \quad N^T \tilde{z}^-(T, \gamma) < 0. \quad (7)$$

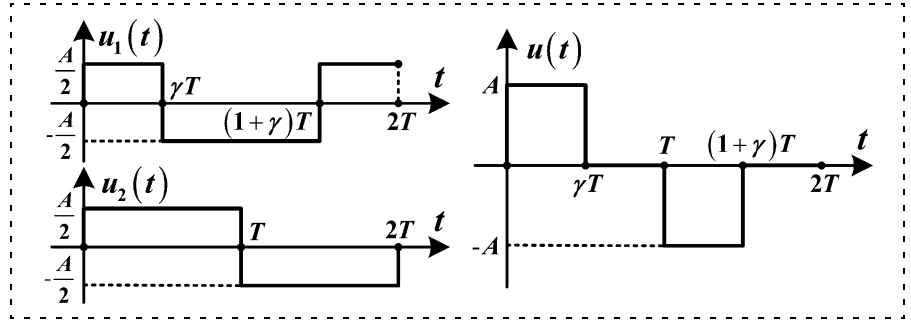


Рис. 3

Здесь

$$z^-(T, \gamma) = f(x^*(T, \gamma), 0), \quad \tilde{z}^-(T, \gamma) = f(x^{**}(T, \gamma), A),$$

$2b$ — значение гистерезиса. Соотношения (6), (7) задают условия переключения $P\bar{Э}2$ и $P\bar{Э}1$.

Решение уравнений (6) целесообразно выполнять графическим методом Цыпкина [3]. Это позволит найти все решения системы (6), (7). Дело в том, что система (1), (2) может иметь не одно, а несколько периодических движений. Наличие нескольких устойчивых периодических движений может отрицательно сказаться на работоспособности релейной системы управления. Для нахождения периодической траектории $x(t)$ необходимо проинтегрировать уравнение (1) в интервале $0 \leq t \leq 2T$ с начальным условием $x^*(T, \gamma)$, положив

$$u(t) = A \cdot 1(t) - A \cdot 1(t - \gamma T) - A \cdot 1(t - T) + A \cdot 1(t - (1 + \gamma)T).$$

Устойчивость периодических движений

В реальной физической системе могут наблюдаться только устойчивые периодические движения. Поэтому определение устойчивости автоколебаний является важным этапом исследования релейной системы.

Пусть в автономной релейной системе (1), (2) имеет место симметричное периодическое решение $x(t)$ с параметрами T, γ ($2T$ — период).

Возмущенную траекторию обозначим $\tilde{x}(t) = x(t) + \delta x(t)$, где вариацию $\delta x(t)$ полагаем малой величиной. Положим в целях упрощения, что функция $f(x, u)$ является гладкой по x и непрерывной по u . Однако получаемые ниже результаты несложно распространяются на случай, когда функция $f(x, u)$ является разрывной и даже когда разрывы имеет (например, из-за удара об упоры) траектория $x(t)$.

Полагая $u(t)$ фиксированной функцией, запишем для рассматриваемой системы уравнение в вариациях:

$$\frac{d\delta x}{dt} = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x = x(t) \\ u = u(t)}} \delta x. \quad (8)$$

Равенство (8) представляет собой линейное однородное уравнение с переменными коэффициентами. В соответствии с рис. 3 будем считать, что в интервале $0 < t \leq T$ переключение управления $u(t)$ на траектории $x(t)$ происходит в моменты времени γT и T , а на возмущенной траектории $\tilde{x}(t)$ — в близкие моменты времени $\gamma T + \delta(\gamma T)$, $T + \delta T$.

Обозначим

$$\Delta x(\gamma T) = \tilde{x}(\gamma T + \delta(\gamma T)) - x(\gamma T). \quad (9)$$

Опуская величины, имеющие порядок малости выше первого, из (9) найдем

$$\Delta x(\gamma T) = \delta x^-(\gamma T) + \dot{x}^-(\gamma T)\delta(\gamma T). \quad (10)$$

Здесь и в дальнейшем символами δx^- , \dot{x}^- обозначаются пределы слева. Вариация $\delta(\gamma T)$ определяется из условия переключения $P\mathcal{E}1$:

$$\delta(\gamma T) = -\frac{N^T \delta x^-(\gamma T)}{N^T \dot{x}^-(\gamma T)}. \quad (11)$$

Как и в (10), в равенстве (11) не учитываются величины, имеющие порядок малости выше первого. В дальнейшем равенства, в которых не учитываются величины, имеющие порядок малости выше первого, будем записывать, не оговаривая это особо. Из (10) и (11) следует, что

$$\Delta x(\gamma T) = \delta x^-(\gamma T) - \frac{\dot{x}^-(\gamma T) N^T \delta x^-(\gamma T)}{N^T \dot{x}^-(\gamma T)}. \quad (12)$$

В момент $t = T$ переключается $P\mathcal{E}2$. По аналогии с равенством (12) найдем

$$\Delta x(T) = \delta x^-(T) - \frac{\dot{x}^-(T) M^T \delta x^-(T)}{M^T \dot{x}^-(T)}. \quad (13)$$

Обозначим $V(t_0, t_0 + t)$ нормированную фундаментальную матрицу решений уравнения (8). Здесь t_0 — момент, с которого решается уравнение (8), так что $V(t_0, t_0) = I$, где I — единичная матрица. Из (12) и (13) следует тогда

$$\Delta x(\gamma T) = G_1 \delta x(0), \quad \Delta x(T) = G_2 \Delta x(\gamma T), \quad (14)$$

где

$$G_1 = V(0, \gamma T) - \frac{\dot{x}^-(\gamma T) N^T V(0, \gamma T)}{N^T \dot{x}^-(\gamma T)}; \quad (15)$$

$$G_2 = V(\gamma T, T) - \frac{\dot{x}^-(T) M^T V(\gamma T, T)}{M^T \dot{x}^-(T)}. \quad (16)$$

Из (14), в свою очередь, найдем

$$\Delta x(T) = G \delta x(0), \quad (17)$$

где

$$G = G_2 G_1.$$

Принимая во внимание симметрию уравнений движения (1), (2) и периодического решения $x(t)$ ($x(T + t) = -x(t)$), рассмотренным выше способом легко установить, что

$$\Delta x(2T) = G \Delta x(T).$$

Вообще, имеет место равенство

$$\Delta x((k + 1)T) = G \Delta x(kT), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

Очевидно, периодическое решение $x(t)$ является орбитально устойчивым, если $\Delta x(kT) \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$. Из теории линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами известно, что разностное уравнение (18) устойчиво, если все собственные числа $\lambda_j, j = \overline{1, m}$, матрицы G удовлетворяют неравенству

$$|\lambda_j| < 1, \quad j = \overline{1, m}. \quad (19)$$

Таким образом, если выполняются неравенства (19), то периодическое решение $x(t)$ асимптотически орбитально устойчиво.

Линеаризация системы по полезному сигналу

Важной качественной характеристикой релейной системы управления, как и вообще любой системы автоматического управления, является точность режима слежения. При синтезе релейной системы приходится анализировать большое число вариантов. Поэтому важное значение приобретают простые приближенные методы исследования, которые позволяют сравнительно просто оценить точность режима слежения. Линеаризация системы по полезному сигналу и является таким приближенным методом.

Линеаризация по полезному сигналу системы с трехпозиционным релейным элементом рассмотрена в [4]. Однако наличие двух двухпозиционных релейных элементов вносит в процедуру линеаризации определенную специфику.

Итак, пусть $x(t)$ — периодическое решение автономной релейной системы (1), (2). Подадим на вход системы (см. рис. 1) медленноменяющийся малый входной сигнал $u(t)$. Периодическое движение является установившимся движением автономной системы (1), (2). Режим слежения также представляет собой установившиеся движения неавтономной системы. Обозначим

$$\tilde{x}(t) = x(t) + \delta x(t) \quad (20)$$

установившееся движение неавтономной системы. Очевидно, $x(t)$ и $\tilde{x}(t)$ — близкие траектории, т. е. вариация $\delta x(t)$ является малой величиной.

Траекторию $\tilde{x}(t)$ будем называть возмущенной входным сигналом. Как и выше, на траектории $\tilde{x}(t)$ переключение управления происходит в близкие моменты времени $\gamma T + \delta(\gamma T)$, $T + \Delta T$.

Выше уже отмечалось, что на практике в качестве фазосдвигающих звеньев используются линейные фильтры. Поэтому ниже, во избежание неоправданных усложнений, будем считать, что фазосдвигающие фильтры $\Phi 31$ и $\Phi 32$ задаются соответственно передаточными функциями $W_1(s)$ и $W_2(s)$.

Для линейных систем справедлив принцип суперпозиции. Поэтому выходной сигнал звена $\Phi 31$ в режиме слежения можно представить в виде

$$y_1(t) + N^T(x(t) + \delta x(t)), \quad (21)$$

а звена $\Phi 32$ — в виде

$$y_2(t) + M^T(x(t) + \delta x(t)). \quad (22)$$

В равенствах (21) и (22) $y_1(t)$ и $y_2(t)$ — установившиеся решения фазосдвигающих звеньев на входной сигнал $y(t)$. При заданном $y(t)$ решения $y_1(t)$ и $y_2(t)$ легко находятся по передаточным функциям $W_1(s)$ и $W_2(s)$.

Из условия непрерывности траекторий $x(t)$ и $\tilde{x}(t)$ следует, что

$$\delta x^+(\gamma T) = \delta x^-(\gamma T) + (\dot{x}^-(\gamma T) - \dot{x}^+(\gamma T))\delta(\gamma T). \quad (23)$$

Здесь символами δx^+ , \dot{x}^+ обозначены пределы справа. Вариация $\delta(\gamma T)$ определяется из условия переключения $P \Phi 1$:

$$y_1(\gamma T + \delta(\gamma T)) + N^T(x(\gamma T + \delta(\gamma T)) + \delta x^-(\gamma T + \delta(\gamma T))) = -b. \quad (24)$$

Из (24) следует

$$\delta(\gamma T) = -\frac{y_1(\gamma T) + N^T \delta x^-(\gamma T)}{\dot{y}_1(\gamma T) + N^T \dot{x}^-(\gamma T)}. \quad (25)$$

Передаточные функции $W_1(s)$ и $W_2(s)$ выбирают таким образом, чтобы они не оказывали существенного влияния на прохождение сигнала $y(t)$. Поэтому $y_1(t)$ и $y_2(t)$ можно рассматривать как медленноменяющиеся (по отношению к автоколебаниям) функции. Из (25) следует тогда, что

$$\delta(\gamma T) = -\frac{y_1(\gamma T) + N^T \delta x^-(\gamma T)}{N^T \dot{x}^-(\gamma T)}. \quad (26)$$

Подставляя (26) в (23), найдем

$$\delta x^+(\gamma T) = \delta x^-(\gamma T) - \frac{(\dot{x}^-(\gamma T) - \dot{x}^+(\gamma T))(y_1(\gamma T) + N^T \delta x^-(\gamma T))}{N^T \dot{x}^-(\gamma T)}. \quad (27)$$

Аналогичным образом нетрудно установить, что

$$\delta x^+(T) = \delta x^-(T) - \frac{(\dot{x}^-(T) - \dot{x}^+(T))(y_2(T) + M^T \delta x^-(T))}{M^T \dot{x}^-(T)}. \quad (28)$$

Из (27) и (28), в свою очередь, следует

$$\begin{aligned} \delta x^+(\gamma T) = & \left(V(0, \gamma T) - \frac{(\dot{x}^-(\gamma T) - \dot{x}^+(\gamma T))N^T V(0, \gamma T)}{N^T \dot{x}^-(\gamma T)} \right) \delta x(0) - \\ & - \frac{(\dot{x}^-(\gamma T) - \dot{x}^+(\gamma T))y_1(\gamma T)}{N^T \dot{x}^-(\gamma T)}; \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \delta x^+(T) = & \left(V(\gamma T, T) - \frac{(\dot{x}^-(T) - \dot{x}^+(T))M^T V(\gamma T, T)}{M^T \dot{x}^-(T)} \right) \delta x^+(\gamma T) - \\ & - \frac{(\dot{x}^-(T) - \dot{x}^+(T))y_2(T)}{M^T \dot{x}^-(T)}. \end{aligned} \quad (30)$$

Подставляя (29) в (30), получим

$$\delta x^+(T) = Q_2 Q_1 \delta x(0) + Q_2 P_1 y_1(\gamma T) + P_2 y_2(T). \quad (31)$$

Здесь

$$Q_1 = V(0, \gamma T) - \frac{(\dot{x}^-(\gamma T) - \dot{x}^+(\gamma T))N^T V(0, \gamma T)}{N^T \dot{x}^-(\gamma T)};$$

$$Q_2 = V(\gamma T, T) - \frac{(\dot{x}^-(T) - \dot{x}^+(T))M^T V(\gamma T, T)}{M^T \dot{x}^-(T)}; \quad (32)$$

$$P_1 = -\frac{\dot{x}^-(\gamma T) - \dot{x}^+(\gamma T)}{N^T \dot{x}^-(\gamma T)}; \quad P_2 = -\frac{\dot{x}^-(T) - \dot{x}^+(T)}{M^T \dot{x}^-(T)}.$$

Принимая во внимание симметрию системы и периодического решения $x(t)$, аналогично тому, как это делалось выше, найдем

$$\begin{aligned} \delta x^+(2T) = & Q_2 Q_1 \delta x^+(T) + \\ & + Q_2 P_1 y_1((1 + \gamma)T) + P_2 y_2(2T). \end{aligned}$$

Вообще, имеет место равенство

$$\begin{aligned} \delta x((k + 1)T) = & Q_2 Q_1 \delta x(kT) + \\ & + Q_2 P_1 y_1((k + \gamma)T) + P_2 y_2((k + 1)T). \end{aligned} \quad (33)$$

Далее, поскольку $y_1(t)$ — медленноменяющаяся функция, то вместо (33) можно записать

$$\delta x((k+1)T) = Q_2 Q_1 \delta x(kT) + Q_2 P_1 y_1((k+1)T) - Q_2 P_1 \dot{y}_1((k+1)T)(1-\gamma)T + P_2 y_2((k+1)T). \quad (34)$$

Равенства (33) и (34) представляют собой линейные неоднородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Они задают так называемую дискретную линейризацию по полезному сигналу [4] изображенной на рис. 1 релейной системы. Эти уравнения легко решаются.

Пусть $\delta x(kT)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, — решетчатая функция, удовлетворяющая, например, уравнению (34). Возмущенная входным сигналом траектория $\tilde{x}(t)$, рассматриваемая как решетчатая функция, задается равенством

$$\tilde{x}(kT) = x(kT) + \delta x(kT). \quad (35)$$

Зная решетчатую функцию $\delta x(kT)$, с помощью уравнения в вариациях (8) несложно найти смещенную решетчатую функцию $\delta x((k+\varepsilon)T)$, где $0 < \varepsilon < 1$.

Однако на практике, как правило, получается хороший результат, если в уравнении (35) аргумент kT заменить на непрерывное время t .

Режиму слежения соответствует установившееся движение неавтономной релейной системы. Автоколебания являются установившимся движением автономной релейной системы. Поэтому при решении уравнения (33) или (34) следует искать решение, соответствующее установившемуся процессу. Это обычно нетрудно сделать, ориентируясь на правую часть разностного уравнения (33) или (34).

Возмущенная входным сигналом траектория $\tilde{x}(t)$ задается равенством (20). Однако на практике основной интерес представляет вариация $\delta x(t)$, так как она задает среднее значение, на которое наложены автоколебания.

Иногда при большой амплитуде автоколебаний целесообразно уточнить результат, выделив среднее значение вариации на полупериоде. При $kT \leq t \leq (k+1)T$ среднее значение равно

$$\delta \bar{x} = \frac{1}{T} \left[\int_0^{\gamma T} V(0, t) dt \delta x(kT) + \int_0^{T-\gamma T} V(\gamma T, \gamma T + t) dt (Q_1 \delta x(kT) + P_1 y_1(kT + \gamma T)) \right].$$

Это среднее значение следует относить к моменту времени $kT + \frac{T}{2}$.

Уравнения (33) и (34) можно использовать также для классической линейризации, когда релейная система заменяется простейшей линейной системой с непрерывным временем. Такую линейризацию

можно выполнить лишь в том случае, когда объект управления содержит только статические нелинейности и звенья с ограничителями.

Будем предполагать, что классическая линейризация возможна на постоянный входной сигнал (особый случай линейризации рассмотрен в [5]). Рассмотрим режим слежения релейной системы за постоянным входным сигналом $y = \text{const}$. В этом случае уравнения (33) и (34) принимают вид

$$\delta x((k+1)T) = Q_2 Q_1 \delta x(kT) + (Q_2 P_1 W_1(0) + P_2 W_2(0))y. \quad (36)$$

Будем искать частное решение уравнения (36), положив

$$\delta x(kT) = L,$$

где L — неизвестный постоянный вектор. Из (36) следует

$$L = (I - Q_2 Q_1)^{-1} (Q_2 P_1 W_1(0) + P_2 W_2(0))y.$$

На практике решетчатую функцию $\delta x(kT) = L$ часто можно заменить на функцию $\delta x(t) = L$. В этом случае вектор L задает значение постоянной составляющей для фазовых переменных возмущенной траектории $\tilde{x}(t)$. Для уточнения результата можно воспользоваться уравнением в вариациях (8). В силу симметрии системы и периодического решения $x(t)$ постоянная составляющая выделяется путем рассмотрения процесса на полупериоде:

$$\delta \bar{x} = \frac{1}{T} \left[\int_0^{\gamma T} V(0, t) dt L + \int_0^{T-\gamma T} V(\gamma T, \gamma T + t) dt (Q_1 L + P_1 W_1(0)y) \right]. \quad (37)$$

По вектору $\delta \bar{x}$ легко определяются коэффициенты передачи по постоянной составляющей релейного элемента и статических нелинейностей (в звеньях с ограничителями статическая нелинейность выделяется искусственно) [5].

Постоянная составляющая на входе в $P\mathcal{E}1$ равна $W_1(0)y + N^T \delta \bar{x}$, а на входе в $P\mathcal{E}2$ равна $W_2(0)y + M^T \delta \bar{x}$. Далее, как следует из (26) и (28), постоянные составляющие сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ задаются равенствами:

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &= -\frac{A(W_1(0)y) + N^T V(0, \gamma T)L}{TN^T \dot{\bar{x}}^-(\gamma T)}; \\ \bar{u}_2 &= -\frac{A(W_2(0)y) + M^T V(\gamma T, T)(Q_1 L + P_1 W_1(0)y)}{TM^T \dot{\bar{x}}^-(T)}. \end{aligned} \quad (38)$$

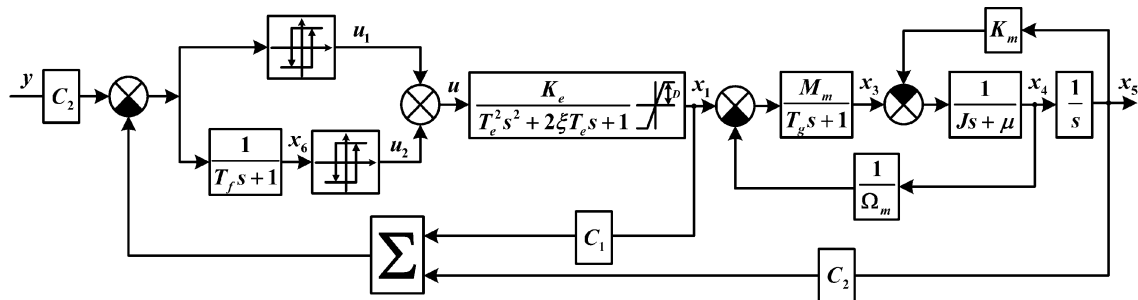


Рис. 4

Пример

На рис. 4 изображена структурная схема автоколебательного газового рулевого привода. Привод как объект управления содержит звено с ограничителями в форме жестких механических упоров. Свободное движение звена задается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2; \dot{x}_2 = \frac{1}{T_e} [K_e u - 2\xi T_e x_2 - x_1],$$

а движение на упоре — уравнениями

$$\dot{x}_1 = 0; \dot{x}_2 = 0.$$

Здесь K_e, T_e — коэффициент усиления и постоянная времени данного звена.

Предполагается, что удар об упор является абсолютно неупругим, т. е. если t_1 — момент входа на упор, то

$$x_1(t_1 + 0) = x_1(t_1 - 0); x_2(t_1 + 0) = 0.$$

Время движения на упоре определяется знаком прижимающей силы [5]. При движении на упоре должно выполняться неравенство

$$(K_e u - x_1) \text{sign}(x_1) \geq 0.$$

Ниже приводятся значения параметров системы: $A = 2; b = 0,01; K_e = 1; T_e = 4,44 \cdot 10^{-4}; \xi = 0,6; D = 0,5; T_g = 0,00145; \Omega_m = 50,5; M_m = 12; J = 6 \cdot 10^{-4}; \mu = 0,0024; K_m = -18,73; T_f = 0,004; C_1 = 0,384; C_2 = 17,58.$

С помощью алгоритмов (4) и (5) были построены основной и сдвинутый фазовые годографы, которые позволили установить, что в изображенной на рис. 4 автономной системе имеет место периодическое движение периода $2T = 0,02$ с с параметром $\gamma = 0,7$. На рис. 5 изображен вид (на полупериоде) фазовой переменной $x_1(t)$.

Для рассматриваемой системы функция $f(x, u)$ претерпевает разрывы. Более того, траектории систе-

мы также имеют разрывы. Поэтому вариация $\delta x(t)$ будет иметь дополнительный разрыв в момент t_1 (сход с ограничителя совпадает с моментом γT). Преобразование вектора x в момент удара об упор задается равенством [5]

$$x_1(t_1 + 0) = E x_1(t_1 - 0),$$

здесь $E = \text{diag}[1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$.

Пусть свободное движение системы (ограничители не достигаются) задается уравнением

$$\frac{dx}{dt} = Cx + Bu, \tag{39}$$

а движение на ограничителе — уравнением

$$\frac{dx}{dt} = C^*x + Bu. \tag{40}$$

Обозначим $V(t)$ ($V(t) = e^{Ct}$) и $W(t)$ ($W(t) = e^{C^*t}$) нормированные фундаментальные матрицы решений уравнений (39) и (40).

Запишем преобразование возмущенной траектории в момент t_1 :

$$\begin{aligned} x^+(t_1) + \dot{x}^+(t_1)\delta t_1 + \delta x^+(t_1) &= \\ &= E(x^-(t_1) + \dot{x}^-(t_1)\delta t_1 + \delta x^-(t_1)); \\ x^-(t_1) + \dot{x}^-(t_1)\delta t_1 + \delta x^-(t_1) &= D. \end{aligned} \tag{41}$$

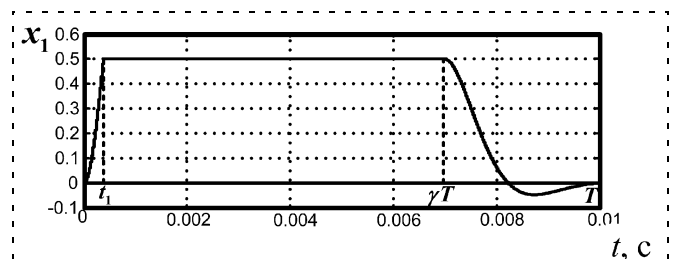


Рис. 5

Из (41) следует, что

$$\delta x^+(t_1) = E\delta x^-(t_1) - (E\dot{x}^-(t_1) - \dot{x}^+(t_1)) \frac{\delta x_1^-(t_1)}{\dot{x}_1^-(t_1)}. \quad (42)$$

Вариации $\Delta x(\gamma T)$ и $\Delta x(T)$ по-прежнему задаются равенствами (12) и (13).

Матрица G , по собственным числам которой оценивается устойчивость периодического движения, имеет вид

$$G = G_2^* G_1^* G_3^*,$$

где

$$G_3^* = EV(t_1) - \frac{(E\dot{x}^-(t_1) - \dot{x}^+(t_1))L_1^T V(t_1)}{\dot{x}_1^-(t_1)}; \quad (43)$$

матрицы G_1^* и G_2^* определяются равенствами (15) и (16), в которых $V(0, \gamma T)$ следует заменить на $W(\gamma T - t_1)$, а $V(\gamma T, T)$ — на $V(T - \gamma T)$; матрица $L_1^T = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$.

Вычисления показали, что матрица G имеет собственные числа $\lambda_1 = -0,03 + 0,13i$; $\lambda_2 = -0,03 - 0,13i$; $\lambda_3 = -0,0037$; $\lambda_4 = 0$; $\lambda_5 = 0$; $\lambda_6 = 0$. Поскольку собственные числа удовлетворяют неравенству (19), то найденное периодическое решение асимптотически орбитально устойчиво.

Рассматривался классический вариант линеаризации релейной системы по полезному сигналу. Как и выше, при получении линейного разностного уравнения необходимо учитывать разрыв вариации в момент t_1 . Уравнение (36) в этом случае принимает вид

$$\begin{aligned} \delta x((k+1)T) = \\ = Q_2^* Q_1^* G_3^* \delta x(kT) + (Q_2^* P_1 + P_2 W_2(0)) C_2 y. \end{aligned} \quad (44)$$

Постоянные составляющие выделялись с использованием равенства

$$\begin{aligned} \delta \bar{x} = \frac{1}{T} \left[\int_0^{t_1} V(t) dt L + \int_0^{\gamma T - t_1} W(t) dt \delta x^+(t_1) + \right. \\ \left. + \int_0^{T - \gamma T} V(t) dt \delta x^+(\gamma T) \right]. \end{aligned}$$

В процессе линеаризации релейные элементы заменяются коэффициентами передачи по постоянной составляющей движения. Было установлено, что релейный элемент $P\mathcal{E}1$ заменяется коэффициентом передачи $K_1 = 0,504$, а релейный элемент $P\mathcal{E}2$ — коэффициентом $K_2 = 0,865$. Звено с огра-

нителем преобразовывалось таким образом [5], чтобы выделить в нем статическую нелинейность. Линеаризация приводит к замене звена с ограничителем на колебательное звено

$$\frac{x_1(s)}{u(s)} = \frac{K_0}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1},$$

где $K_0 = 0,251$; $T_0 = 2,22 \cdot 10^{-4}$; $\xi_0 = 0,3$.

Рассматривался режим слежения за гармоническим входным сигналом $y(t) = a \sin \omega t$. Амплитудная и фазочастотная характеристики системы, полученные по линеаризованной модели, сравнивались с характеристиками, полученными путем моделирования релейной системы на компьютере.

Максимальная ошибка по амплитуде и фазе не превышает 4 %. Для системы со статическим объектом управления [4] это хорошая точность.

Заключение

Хотя статья посвящена анализу автоколебательных систем с двумя управляющими двухпозиционными релейными элементами, разработанные в ней методы ориентированы, прежде всего, на синтез системы. Фазовый годограф позволяет легко формировать законы управления, обеспечивающие в системе заданные параметры автоколебаний. Метод линеаризации существенным образом упрощает исследование режима слежения и, как показывает накопленный опыт, характеризуется хорошей точностью. Разработанные методы позволяют свести синтез релейной системы к решению сравнительно несложной задачи конечномерной оптимизации по точности режима слежения.

Список литературы

1. Моржов А. В., Фалдин Н. В., Феофилов С. В. Периодические движения в релейных системах с трехпозиционным релейным элементом и кусочно-линейными объектами управления // Тр. второй междунар. конф. "Системный анализ и информационные технологии" САИТ — 2007. Т. 1. М.: Изд-во ЛКИ, 2007. С. 66—69.
2. Феофилов С. В. Периодические движения в релейных системах с трехпозиционным управлением и ограничителями в объекте регулирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. С. 11—17.
3. Цыпкин Я. З. Релейные автоматические системы. М.: Наука, 1974. 576 с.
4. Моржов А. В., Фалдин Н. В. Дискретная линеаризация по полезному сигналу релейных систем с кусочно-линейными объектами управления и трехпозиционным релейным элементом // Тр. второй междунар. конф. "Системный анализ и информационные технологии" САИТ — 2007. Т. 1. М.: Изд-во ЛКИ, 2007. С. 42—45.
5. Моржов А. В., Фалдин Н. В. Линеаризация по полезному сигналу релейных систем управления, содержащих звенья с ограничителями // Изв. РАН. ТиСУ. 2007. № 3. С. 5—15.

УДК 681.5

Ю. Э. Плешивцева, канд. техн. наук, доц.,
Самарский государственный
технический университет

Точная редукция к конечномерным моделям в одном классе задач оптимального управления системами с распределенными параметрами*

Обсуждается конструктивная процедура параметризации управляющих воздействий и последующей точной редукции бесконечномерной задачи оптимального управления объектами с распределенными параметрами к задаче математического программирования с рассматриваемыми параметрами в роли искомым неизвестных.

Ключевые слова: система с распределенными параметрами, конечномерная аппроксимация, оптимальное управление.

1. Метод последовательной параметризации управляющих воздействий и редукция к задачам полубесконечной оптимизации

Эффективный путь преодоления серьезных затруднений, возникающих при решении сложных краевых задач оптимального управления (ЗОУ) объектами с распределенными параметрами (ОРП), состоит в их исходной постановке с заданным целевым множеством в бесконечномерном фазовом пространстве состояний ОРП.

Это множество отвечает заданным величинам оцениваемых в равномерной метрике допусков ε на отклонение от "номинальной" точки, фиксируемой положением правого конца фазовой траектории в классической двухточечной схеме [1–4].

При такой интерпретации допустимых результирующих состояний ОРП известные условия оптимальности и дополнительная информация о закономерностях предметной области во многих ситуациях позволяют осуществить конструктивную процедуру предварительной параметризации управляющих воздействий и последующей точной редукции ЗОУ ОРП к задаче математического программирования с рассматриваемыми параметрами в роли искомым неизвестных. При этом размерность задачи однозначно определяется указанными допусками на отклонение от "номинальной" точки [1–6]. Соответствующие формальные постановки сводят ЗОУ ОРП без каких-либо погрешностей в рамках используемых моделей к специальным задачам полубесконеч-

ной оптимизации (ЗПО) с конечным числом переменных и бесконечным числом ограничений. Последние обусловлены требованием обеспечения допускаемой точности ε приближения результирующего состояния ОРП к заданному номинальному состоянию в пределах заранее фиксируемой области изменения пространственных аргументов управляемой величины.

Алгоритмически точные решения подобных задач во многих случаях могут быть получены альтернативным методом [1–4], распространяющим на ЗПО известные результаты теории нелинейных чебышевских приближений.

При использовании стандартных процедур принципа максимума для оптимизации поведения бесконечномерных моделей модального представления ОРП [7] эффективная процедура параметризации искомым управлений во многих случаях может быть выполнена по специальному алгоритму на множестве граничных значений бесконечного числа сопряженных переменных $\Psi_i(t)$, $i = 1, 2, \dots$, в конце ($t = t^0$) оптимального процесса [5, 6]. На этом множестве формируется упорядоченная определенным образом последовательность конечного числа N параметров, которые однозначно характеризуют зависящую от выбора N структуру оптимального управления. Эта последовательность обеспечивает с возрастанием N попадание под действием данного управления в целевые множества, сужающиеся к заданной номинальной точке. Тем самым гарантируется возможность достижения уменьшающихся с ростом N отклонений ε от требуемого в идеале состояния ОРП. В качестве указанной последовательности выбирается N -мерный вектор $\Psi^{(N)} = (\Psi_i(t^0))$, $i = \overline{1, N}$, конечных значений первых N сопряженных функций, соответствующих первым N модам управляемого выхода ОРП при равных нулю остальных значениях $\Psi_i(t^0)$ для $i > N$. Как показано в [5, 6], при этом, во-первых, минимальные в равномерной метрике отклонения $\tilde{\varepsilon}_{\min}^{(N)}$ пространственно-распределенного выхода ОРП от требуемого состояния, достижимые в классе управлений, однозначно характеризуются вектором $\Psi^{(N)}$, монотонно убывают с ростом N . Последовательность отклонений $\tilde{\varepsilon}_{\min}^{(N)}$, $N = 1, 2, \dots$, определяет семейство множеств, сужающихся к номинальной точке. Во-вторых, размерность $N = N_0$ вектора параметров $\Psi^{(N_0)}$, характеризующего именно оптимальное управление при заданной величине ε , устанавливается по правилу

$$N_0 = \nu \text{ для всех } \varepsilon : \tilde{\varepsilon}_{\min}^{(\nu)} \leq \varepsilon < \tilde{\varepsilon}_{\min}^{(\nu-1)}. \quad (1)$$

* Работа поддержана грантом РФФИ (проект 06-08-00041).

Следовательно, N_0 совпадает со своей нижней границей по определению $\tilde{\varepsilon}_{\min}^{(v-1)}$, фиксируя, в зависимости от требуемого значения ε , структуру оптимальных управляющих воздействий минимальной сложности [5, 6].

Известные вычислительные трудности связаны со сложным характером зависимостей управляющих воздействий от граничных значений сопряженных переменных [8, 9]. Эти трудности могут быть в значительной степени преодолены путем перехода от $\Psi^{(N)}$ к вектору параметров $\Delta^{(N)} = (\Delta_i)$, $i = \overline{1, N}$, другой природы и, как правило, той же размерности, непосредственно характеризующему управляющие воздействия в пространственно-временной области их определения [1–6]. Иногда может быть применена "смешанная" параметризация на множестве векторов $\Psi^{(N_1)}$ и $\Delta^{(N_2)}$, $N_1 + N_2 = N$. Подобный переход осуществляется на базе известных условий оптимальности и дополнительной информации о базовых закономерностях предметной области, позволяющих во многих случаях определить характер оптимальных управляющих воздействий на участках их непрерывного изменения; выявить, в зависимости от заданного значения ε в (1), возможные варианты компоновки оптимальных программ из этих участков с конечным числом разрывов в точках их сопряжения, которые чаще всего и выступают в роли параметров Δ_i , и построить искомые отображения $\Psi^{(N)} \rightarrow \Delta^{(N)}$.

При выборе $\Delta^{(N)}$, подобно $\Psi^{(N)}$, в виде упорядоченной определенным образом последовательности N параметров $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N$ минимально достижимые значения $\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(N)}$ в классе управлений, однозначно характеризующихся величиной $\Delta^{(N)}$, монотонно убывают с ростом N подобно $\tilde{\varepsilon}_{\min}^{(N)}$. При этом в широком классе задач $\Delta^{(N)}$ -параметрической оптимизации сохраняется правило (1) выбора размерности N_0 вектора $\Delta^{(N_0)}$, отвечающего оптимальному управляющему воздействию.

2. Точная редукция к задачам управления конечномерными подсистемами

Описанный метод последовательной параметризации управляющих воздействий на множестве граничных значений $\Psi_i(t^0)$, $i = \overline{1, N}$, первых N сопряженных переменных предусматривает равенство нулю бесконечного числа всех остальных величин $\Psi_i(t^0)$ для $i > N$ в конце оптимального процесса. Как показано в [5], в том случае, когда равенства нулю сохраняются на всем протяжении оптимального процесса, т. е. когда $\Psi_i(t) = 0$, $t \in [0, t^0]$ для всех

$i > N$, оптимальное управление конечномерной подсистемой N первых мод функции состояния ОРП в задачах с заданными их значениями в конце оптимального процесса одновременно является решением исходной ЗОУ точной бесконечномерной моделью объекта с теми же краевыми условиями для учитываемых модальных переменных, если при этом оптимизируемый функционал качества задается в форме некоторой явной функции только этих составляющих распределенного выхода ОРП.

Подобная ситуация складывается, в частности, для уравнений моделей ОРП, линейных по фазовым переменным, в типовых задачах быстрогодействия, минимизации энергозатрат и применительно к некоторым другим критериям оптимальности [5].

Возможность точной редукции к N -мерной ЗОУ принципиально упрощает исходную задачу управления моделями ОРП бесконечной размерности. Однако необходимо учесть, что на самом деле конечные значения N управляемых модальных переменных связываются общим требованием попадания в заданное целевое множество, отвечающее допустимому значению ε в (1), и априори остаются неизвестными. Поэтому зависящие от этих значений конкретные параметры оптимальных программ управления в N -мерной ЗОУ все равно должны быть найдены по общей схеме путем редукции к соответствующей задаче полубесконечной оптимизации и ее последующего решения альтернативным методом.

3. Задача двухканальной оптимизации процесса индукционного нагрева

В качестве представляющего самостоятельный интерес конкретного примера, иллюстрирующего возможности предлагаемой методики, рассмотрим задачу оптимального по быстрдействию управления процессом индукционного нагрева металлических полуфабрикатов перед обработкой давлением [2, 4].

В роли управляемой величины выступает температурное поле $\theta(l, \varphi)$ нагреваемого изделия цилиндрической формы, изменение которого во времени $\varphi \in [0, \varphi^0]$ и по радиальной координате $l \in [0, 1]$ описывается в относительных единицах неоднородным одномерным уравнением теплопроводности с граничными условиями второго рода. В пространстве модальных переменных z_n , $n = 1, 2, \dots$ (температурных мод), представляющих собой коэффициенты разложения в ряд Фурье по собственным функциям Бесселя нулевого порядка $J_0(\mu_n l)$ соответствующей задачи Штурма—Лиувилля, объект управления моделируется бесконечной системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка [2]:

$$\frac{dz_n}{d\varphi} = -\mu_n^2 z_n + W_n(\xi)\eta(\xi)v(\varphi) + J_0(\mu_n)q(\varphi),$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Здесь μ_n — собственные числа, $\mu_0 = 0$, $\mu_n > 0$, $n = 1, 2, \dots$; $W_n(\xi)$ — коэффициенты разложения в ряд по $J_0(\mu_n l)$ функции $W(\xi, l)$ радиального распределения внутренних источников теплоты, определяемых известными законами распространения электромагнитной волны в проводящей среде; $q(\varphi)$ — поток тепловых потерь в процессе нагрева; $\eta(\xi)$ — электрический КПД системы "индуктор—металл". В качестве управляющих воздействий, на которые наложены ограничения

$$0 \leq v(\varphi) \leq 1, \xi_{\min} \leq \xi(\varphi) \leq \xi_{\max}, \quad (3)$$

рассматриваются полная мощность v , потребляемая индукционной установкой от источника питания, и частота питающего индуктор тока, представляемая в относительных единицах величиной ξ .

Температурное поле восстанавливается по значениям z_n в форме суммы

$$\theta(l, \varphi) = z_0(\varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_0(\mu_n l)}{J_0^2(\mu_n)} z_n(\varphi). \quad (4)$$

Требуется найти оптимальные управления $v^*(\varphi)$, $\xi^*(\varphi)$, переводящие систему (2) за минимально возможное время $\varphi^0 = \varphi_{\min}^0$ при условиях (3) из начального состояния $\theta(l, 0) \equiv \theta_0 = \text{const}$ в конечное $\theta(l, \varphi^0) \equiv \theta^* = \text{const} > \theta_0$ с заданной абсолютной точностью ε :

$$\max_{l \in [0, 1]} |\theta(l, \varphi^0) - \theta^*| \leq \varepsilon, \varepsilon > 0. \quad (5)$$

Используя стандартную процедуру принципа максимума Понтрягина (ПМП), справедливого применительно к рассматриваемой бесконечномерной задаче оптимизации [2], запишем функцию Гамильтона—Понтрягина:

$$H(z, \Psi, v, \xi) = -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(\varphi) [-\mu_n^2 z_n + W_n(\xi)\eta(\xi)v(\varphi) + J_0(\mu_n)q(\varphi)]. \quad (6)$$

Здесь сопряженные переменные $\Psi_n(\varphi)$ с конечными значениями $\Psi_n(\varphi^0)$ являются решениями системы уравнений

$$\frac{d\Psi_i}{d\varphi} = -\frac{\partial H}{\partial z_i} = \mu_i^2 \Psi_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (7)$$

принимаящими следующий вид:

$$\Psi_i(\varphi) = \Psi_i(\varphi^0) e^{\mu_i^2(\varphi - \varphi^0)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

Выполним процедуру параметризации искомым управлением на множестве значений вектора $\Psi^{(N)} = (\Psi_i(\varphi^0))$, $i = \overline{0, N-1}$, полагая

$$\Psi_i(\varphi^0) = \tilde{\Psi}_i, \quad i = \overline{0, N-1}, \quad \Psi_i(\varphi^0) = 0, \quad i \geq N, \quad (9)$$

где $\tilde{\Psi}_i$, $i = \overline{0, N-1}$, — некоторые заранее неизвестные числа. Равенства (9) представляют собой условия трансверсальности, соответствующие краевой задаче оптимального управления объектом (2), (3) с фиксированными конечными значениями $z_n(\varphi^0)$, $n = \overline{0, N-1}$, первых N фазовых координат в (2) и свободным правым концом траектории для остальных составляющих $z_n(\varphi^0)$ для $n \geq N$ [5, 6]. Согласно (8), (9) все сопряженные переменные для $n \geq N$ будут тождественно равны нулю:

$$\Psi_i(\varphi) \equiv 0, \quad i \geq N, \quad (10)$$

и тогда вместо (6), (7) получим:

$$H(z, \Psi, v, \xi, \varphi) = -1 + \sum_{n=0}^{N-1} \Psi_n(\varphi) [-\mu_n^2 z_n + W_n(\xi)\eta(\xi)v(\varphi) + J_0(\mu_n)q(\varphi)];$$

$$\frac{d\Psi_i}{d\varphi} = \mu_i^2 \Psi_i, \quad \mu_0 = 0, \mu_1 > 0, \quad i = \overline{0, N-1}. \quad (11)$$

Соотношения (11) вместе с условиями максимума функции H в (11)

$$H(z^*(\varphi), \Psi^*(\varphi), v^*(\varphi), \xi^*(\varphi), \varphi) = \max_{v, \xi} H(z^*(\varphi), \Psi^*(\varphi), v(\varphi), \xi(\varphi), \varphi) \quad (12)$$

и первыми N уравнениями объекта (2)

$$\frac{dz_n}{d\varphi} = -\mu_n^2 z_n + W_n(\xi)\eta(\xi)v(\varphi) + J_0(\mu_n)q(\varphi),$$

$$n = \overline{0, N-1}, \quad (13)$$

образуют вместе с заданными значениями $z_n(\varphi^0)$, $n = \overline{0, N-1}$, краевую задачу ПМП для управления усеченной подсистемой (13). Решение этой задачи одновременно является решением исходной ЗОУ бесконечномерным объектом (2) с теми же фиксированными значениями $z_n(\varphi^0)$, $n = \overline{0, N-1}$, и свободными значениями $z_n(\varphi^0)$ для всех $n \geq N$. Таким образом, достаточно найти $\Psi^{(N)}$ -параметризованную структуру оптимальных управляющих воздействий лишь для объекта (13) N -го порядка.

Ограничимся далее характерным случаем $\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ в (5), для которого $N_0 = N = 2$ в (9)—(13), согласно правилу (1). Условие максимума (12) сразу определяет релейный характер оптимального управления по мощности нагрева:

$$v^*(\varphi) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \text{sign} \left[\eta(\xi) \left(\tilde{\Psi}_0 W_0(\xi) + \tilde{\Psi}_1 W_1(\xi) e^{\mu_1^2(\varphi - \varphi^0)} \right) \right] \right\}. \quad (14)$$

В целях отыскания простых аналитических приближений для $\xi^*(\varphi)$ воспользуемся непрерывными

параболическими аппроксимациями зависимостей $\eta(\xi)$ и $W_1(\xi)$ [2]:

$$\eta(\xi) = \begin{cases} b_0 \xi^{m_0}, & 0 < \xi < \xi_p; \\ \eta_{\max} = b_0 \xi_p^{m_0} = \text{const}, & \xi \geq \xi_p; \end{cases} \quad (15)$$

$$W_1(\xi) = \begin{cases} -\alpha - b\xi^m, & 0 < \xi < \xi_p; \\ W_1(\xi), & \xi \geq \xi_p, \end{cases}$$

удовлетворительными по точности в рабочем диапазоне частот при выборе коэффициентов b_0, b, m_0, m, α и ξ_p методом наименьших квадратов [2].

Анализ поведения функции Понтрягина (11) при $N = 2$ с подстановкой выражений (15) приводит по условию (12) максимума H по ξ к следующему алгоритму частотного управления [2]:

$$\xi^*(\varphi) = \begin{cases} \xi_0, & 0 \leq \varphi \leq \varphi_1; \\ \left(A e^{-\mu_1^2 \varphi} - B \right)^{1/m}, & \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2; \\ \xi_{\min}, & \varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3 \leq \varphi^0, \end{cases} \quad (16)$$

где $\xi_0 = \xi_p$, если $\xi_{\max} \geq \xi_p$, или $\xi_0 = \xi_{\max}$, если $\xi_{\max} < \xi_p$;

$$A = \frac{m_0 \tilde{\Psi}_0}{b_0(m_0 + m) \tilde{\Psi}_1} e^{\mu_1^2 \varphi^0}; \quad B = \frac{\alpha m_0}{b_0(m_0 + m)}, \quad (17)$$

и моменты времени $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ определяются дополнительными условиями непрерывности зависимости (16) в точках φ_1, φ_2 и равенством нулю при $\varphi = \varphi_3$ составляющей функции Понтрягина, зависящей в явной форме от ξ :

$$A e^{-\mu_1^2 \varphi_1} - B = \xi_0^m; \quad A e^{-\mu_1^2 \varphi_2} - B = \xi_{\min}^m;$$

$$A \frac{b(m + m_0)}{m_0} + W_1(\xi_{\min}) e^{\mu_1^2 \varphi_3} = 0. \quad (18)$$

Выражения (14), (16), (17) вместе с равенствами (18) определяют $\Psi^{(N)} = (\tilde{\Psi}_0, \tilde{\Psi}_1)$ — параметрическое представление искомым управляющих воздействий, отличающихся характерной нелинейностью типа $\text{sign} \Psi$ в (14). В то же время легко показать [2], что релейная функция (14) имеет не более одного переключения в точке $\varphi = \varphi_3$; оптимальная програм-

ма изменения мощности нагрева записывается тогда в форме

$$v^*(\varphi) = \begin{cases} 1, & 0 < \varphi < \varphi_3; \\ 0, & \varphi_3 < \varphi \leq \varphi^0, \end{cases} \quad (19)$$

и соотношения (18) можно рассматривать как правила отображения $\Psi^{(N)} \rightarrow \Delta^{(N)}$ при переходе к $\Delta^{(N)}$ — параметрическому представлению алгоритмов оптимального управления вида (16), (19) на множестве параметров $\Delta^{(N)} = (\varphi_3, \varphi^0)$, непосредственно характеризующих поведение $v^*(\varphi)$ и $\xi^*(\varphi)$ во времени. При этом на основании (18) следует выполнить в (16) подстановки:

$$A = -\frac{m_0 W_1(\xi_{\min})}{b(m + m_0)} e^{\mu_1^2 \varphi_3}; \quad \varphi_2 = -\frac{1}{\mu_1^2} \ln \frac{B + \xi_{\min}^m}{A};$$

$$\varphi_1 = -\frac{1}{\mu_1^2} \ln \frac{B + \xi_0^m}{A}. \quad (20)$$

Дальнейшая проблема сводится к определению оптимальных значений φ_3 и φ^0 исходя из предъявляемых к бесконечномерной модели объекта (4) требований достижения за минимально возможное время φ^0 заданной точности нагрева в (5) при $\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$, заменяющих фиксацию априори неизвестных величин $z_0(\varphi^0)$ и $z_1(\varphi^0)$.

Альтернативный метод решения этой задачи предусматривает на первом этапе редукцию рассматриваемой ЗОУ к задаче полубесконечной оптимизации:

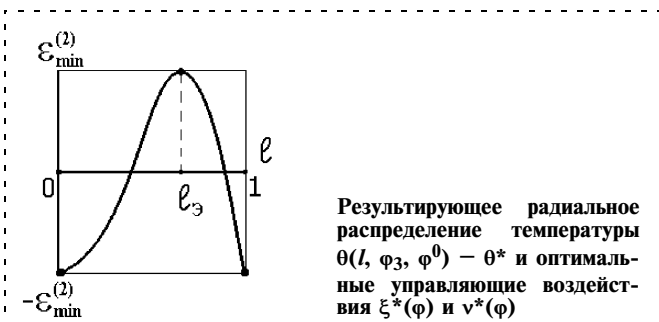
$$\varphi^0 \rightarrow \min_{\varphi, \xi};$$

$$\max_{l \in [0, 1]} |\theta(l, \Delta^{(N)}) - \theta^*| \leq \varepsilon_{\min}^{(2)}, \quad \Delta^{(N)} = (\varphi_3, \varphi^0), \quad (21)$$

где $\theta(l, \Delta^{(N)})$ — радиальное распределение температуры в конце оптимального по быстрдействию процесса управления, получаемое интегрированием уравнений объекта (2) в форме суммы ряда (4) при параметризованных, согласно (16), (19), (20), управляющих воздействиях $v^*(\varphi_3, \varphi^0, \varphi)$ и $\xi^*(\varphi_3, \varphi^0, \varphi)$ в виде явной функции от искомым параметров $\Delta^{(N)} = \Delta^{(2)} = (\varphi_3, \varphi^0)$ и пространственной координаты l [2].

Альтернативные свойства и известный характер радиального распределения температуры $\theta(l, \Delta^{(N)})$ [1—4] сводят ЗПО (21) к решению стандартными способами следующей системы четырех уравнений:

$$\begin{cases} \theta(0, \varphi_3, \varphi^0) - \theta^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ \theta(l_{\varepsilon_2}, \varphi_3, \varphi^0) - \theta^* = \varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ \theta(1, \varphi_3, \varphi^0) - \theta^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ \frac{\partial \theta(l_{\varepsilon_2}, \varphi_3, \varphi^0)}{\partial l} = 0, \end{cases} \quad (22)$$



в точках с минимально допустимой результирующей температурой на оси цилиндра ($l = 0$) и на его боковой поверхности ($l = 1$) и в точке температурного максимума внутри поперечного сечения $l = l_{\Sigma 2} \in (0, 1)$ (см. рисунок) относительно искомым параметров φ_3 , φ^0 , неизвестной величины $\varepsilon_{\min}^{(2)}$ и координаты $l = l_{\Sigma 2}$. Возможность попутного вычисления минимакса $\varepsilon_{\min}^{(2)}$ представляет самостоятельный интерес.

Список литературы

1. Рапопорт Э. Я. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. М.: Наука, 2000.
2. Рапопорт Э. Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. М.: Металлургия, 1993.
3. Рапопорт Э. Я. К развитию прикладной теории управления // Мехатроника, автоматизация, управление. Матер. Междунар. науч.-техн. конф. (МАУ-2004). 2004. № 6.

4. Рапопорт Э., Плешивцева Ю. Optimal Control of Induction Heating Processes. DK6039, CRC Press/Taylor & Francis Group, 6000 Broken Sound Parkway, NW Suite, 300. Boca Raton, FL 33487 (USA), 2006. 349 p.

5. Рапопорт Э. Я., Плешивцева Ю. Э. Условно-корректная постановка и методы алгоритмически точного решения краевых задач оптимального управления системами с распределенными параметрами // Тр. IX Междунар. конф. "Проблемы управления и моделирования в сложных системах". Самара: СНЦ РАН, 2007. С. 126—139.

6. Рапопорт Э. Я., Плешивцева Ю. Э. Модели и методы полубесконечной оптимизации в краевых задачах оптимального управления системами с распределенными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. Матер. Междунар. науч.-техн. конф. (МАУ-2007). Таганрог — Москва, 2007. С. 123—129.

7. Рапопорт Э. Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. М.: Высшая школа, 2003.

8. Федоренко Р. П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.

9. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002.

УДК.62-50

В. Н. Пилишкин, канд. техн. наук, доц.,
Московский технический университет
им. Н. Э. Баумана

E-mail: pilishkin@hotmail.com, pilishkin@iu1.bmstu.ru

Линейно-матричный метод синтеза регулятора при симметризации фазовых ограничений

Предлагается подход к решению задачи построения регулятора (в общем случае робастного) для динамической системы из условия обеспечения фазовых ограничений на основе линейно-матричных соотношений. За счет преобразования ограничений к симметричному виду (прямоугольному параллелепипеду) удается получить линейное матричное уравнение относительно параметров регулятора. Исследуется его разрешимость.

Показано, как синтезировать регулятор.

Ключевые слова: линейно-матричный синтез; симметризация фазовых ограничений; условия разрешимости задачи синтеза.

Введение

При управлении динамическими объектами (в частности, летательными аппаратами) одной из актуальных задач является обеспечение желаемых (программных) режимов движения. При решении этой задачи возникают различные проблемы, в числе которых следует отметить наличие тех или иных неопределенностей, не позволяющих иметь полную информацию о модели объекта (о переменных движения). К ним можно отнести: структурные и параметрические неопределенности математической модели; внешние и внутренние неопределенности, определяемые воздействиями на объект и возмуще-

ниями в каналах измерителей. В общем случае точная реализация желаемого движения невозможна, и поэтому рассматриваемую задачу целесообразно сформулировать как задачу обеспечения программных режимов движения с допустимой точностью. Точность реализации можно рассматривать как обеспечение некоторых фазовых ограничений, которым должны удовлетворять программные траектории движения.

Проблеме синтеза программных режимов движения посвящены многочисленные работы [1—5]. Однако предлагаемые в них подходы, как правило, плохо учитывают как перечисленные неопределенности, так и наличие различных ограничений на переменные движения, в том числе и фазовые. В то же время имеются различные методы, которые можно использовать для решения вновь сформулированной задачи: принцип максимума Понтрягина; метод динамического программирования; метод функций Ляпунова. В работах [6—10] рассматривается их применение к подобным задачам. Однако и в этом случае не удается полностью решить задачу из-за высокой размерности модели, сложности формируемых соотношений, трудности учета различных ограничений. В данной статье предлагается подход, позволяющий непосредственно учитывать различные ограничения на систему (в первую очередь фазовые), анализировать разрешимость (существование) относительно требуемого закона управления и формировать управление по заданным фазовым ограничениям.

Постановка задачи

Ограничимся линейными моделями (в достаточно общем случае их можно получить при линеаризации произвольных моделей относительно про-

граммных траекторий) в пространстве состояний вида:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Dv, \quad (1)$$

где x, u, v — $(n \times 1)$ -, $(m \times 1)$ -, $(r \times 1)$ -мерные векторы состояния, управления и возмущения соответственно; A, B, D — $(n \times n)$ -, $(n \times m)$ -, $(n \times r)$ -мерные матрицы соответственно. Векторы u, v удовлетворяют ограничениям

$$u \in U, v \in V, \quad (2)$$

$U \in R^m, V \subset R^r$ — некоторые заданные множества в евклидовых пространствах R^m, R^r . Вектор состояния x должен удовлетворять фазовым ограничениям вида

$$x = x(t) \in Q(t), t \geq t_0, \quad (3)$$

$Q = Q(t) \subset R^n$ — некоторое заданное множество в пространстве состояний R^n .

Считаем, что Q является выпуклым многогранником в R^n и описывается следующими соотношениями:

$$Q = \{x \in R^n : \psi_i(x, t) \leq 0, i \in \overline{1, \chi}; \psi_i(x, t) = (\alpha^i, x) - q_i(t)\}, \quad (4)$$

$q_i(t), \alpha^i$ — заданные скалярная функция и $(n \times 1)$ -мерный вектор.

В дальнейшем будем рассматривать только стационарный случай, когда (1) является стационарной системой и, кроме того,

$$\alpha^i \equiv \text{const}, q_i(t) = q_i \equiv \text{const} \forall i \in \overline{1, n}.$$

Пусть Q является симметричным относительно начала координат $O \in R^n$ многогранником (рис. 1). Кроме того, будем рассматривать только такие симметричные многогранники, у которых общее число граней в R^n равно $2n$.

Требуется для системы (1) выбрать такой закон управления

$$u = Ky, y = Cx, \quad (5)$$

где y — $(l \times 1)$ -мерный вектор выхода; K, C — $(m \times l)$ -, $(l \times n)$ -мерные матрицы регулятора и выхода (измерения) соответственно, чтобы с учетом ограничений (2) обеспечивались фазовые ограничения (3).

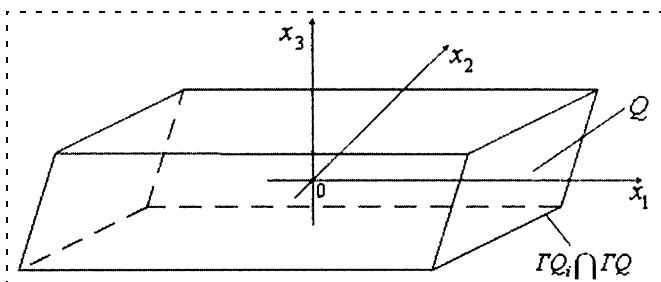


Рис. 1. Фазовый многогранник

Формирование достаточных условий разрешимости

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом вариации фазовых ограничений (МВФО), рассмотренным в работах [11, 12], который в общем случае описывается соотношениями следующего вида:

$$(\nabla_x \psi_i, f(x, u, v)) + \frac{\partial \psi_i}{\partial t} \leq 0 \quad \forall x \in \Gamma Q \cap \Gamma Q_i, i \in \overline{1, \chi}, t \geq t_0, \quad (6)$$

где $\nabla_x \psi_i$ — градиент функции $\psi_i(x, y); f(\cdot) = Ax + Bu + Dv; (X, Y) = \sum_{i=1}^n X_i Y_i$ — скалярное произведение векторов $X, Y \in R^n; \Gamma Q$ — граница многогранника $Q; \Gamma Q_i$ — поверхность, образующая i -ю грань многогранника $Q(\psi_i(x, t) = 0, x \in R^n)$. Для рассматриваемого случая фазовых ограничений с учетом [13] неравенства (6) приводятся к виду (здесь $v \equiv 0$)

$$(\tilde{A}^T \alpha^i, M_v^i) - \dot{q}_1 < 0, t \geq t_0, i \in \overline{1, \chi}, v \in \overline{1, N_i}; \quad (7)$$

$\tilde{A} = A + BKC; M_v^i$ — произвольная вершина i -й грани $\Gamma Q \cap \Gamma Q_i$ многогранника $Q; N_i$ — число вершин на i -й грани.

Если в качестве Q используется симметричный относительно $O \in R^n$ многогранник с $2n$ гранями (тогда $\chi = 2n$), то соотношения (7) эквивалентны следующим:

$$(\tilde{A}^T \alpha^i, M_v^i) - \dot{q}_1 < 0, t \geq t_0, i \in \overline{1, n}, v \in \overline{1, N}, \quad (8)$$

$N_i = N = 2^{n-1} \forall i \in \overline{1, n}$, поскольку для противоположных граней многогранника Q неравенства совпадают. При этом нумерация граней является произвольной.

Для указанного выше случая неравенства (8) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} (\tilde{A}^T \alpha^i, M_v^i) - \dot{q}_1 < 0, t \geq t_0, i \in \overline{1, n}, v \in \overline{1, N}, \\ N = 2^{n-1}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Поскольку нумерация граней является произвольной, то выберем произвольную вершину $M \in Q$, являющуюся пересечением n граней, и именно эти грани перенумеруем от 1 до n . С учетом этого задачу синтеза сформулируем следующим образом: для системы (1) требуется синтезировать такой закон управления (5), чтобы с учетом ограничений (2)

для произвольной вершины $M = \bigcap_{i=1}^n (\Gamma Q_i \cap \Gamma Q)$ обеспечивалось выполнение неравенств (9).

Приведение задачи к эквивалентному виду

Преобразуем многогранник Q к более удобному виду — прямоугольному параллелепипеду, грани которого параллельны координатным гиперплоскостям пространства R^n . Подобное преобразование всегда можно осуществить, если Q удовлетворяет перечисленным выше условиям. Для этого перейдем в R^n к новому базису, в котором многогранник Q имеет желаемый вид (оси симметрии совпадают с осями координат пространства R^n). Пусть

$$z = Tx, \tag{10}$$

z — $(n \times 1)$ -мерная новая переменная, T — $(n \times n)$ -мерная невырожденная матрица преобразования, с помощью которого Q приводится к прямоугольному параллелепипеду \bar{Q} (рис. 2).

Если, например, x^i и $z^i, i \in \overline{1, n}$, — оси симметрии параллелепипедов Q и \bar{Q} соответственно, то

$$T = ZX^{-1}, \tag{11}$$

$X = [x^1 \ x^2 \ \dots \ x^n], Z = [z^1 \ z^2 \ \dots \ z^n]$ — $(n \times n)$ -мерные невырожденные матрицы.

С учетом (10) уравнение состояния системы (1) приводится к виду

$$\left. \begin{aligned} \dot{z} &= \bar{A}z + \bar{B}u + \bar{D}v, z(t_0) = z_0, t \geq t_0; \\ \bar{A} &= TAT^{-1}, \bar{B} = TB, \bar{D} = TD. \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

При этом

$$u = Ky, y = \bar{C}z, \bar{C} = CT^{-1}; \tag{13}$$

$$\bar{A} = \bar{A} + \bar{B}K\bar{C}. \tag{14}$$

Рассмотрим соотношения (9). Для i -й грани Q получим

$$(s, M_v^i) < 0, v \in \overline{1, N}. \tag{15}$$

Каждое v -е неравенство выполняется, если $s \in H_v^{i-}$; $R^n = H_v^{i-} \cup H_v^i \cup H_v^{i+}, H_v^i = \{s \in R^n : (s, M_v^i) = 0\}$;

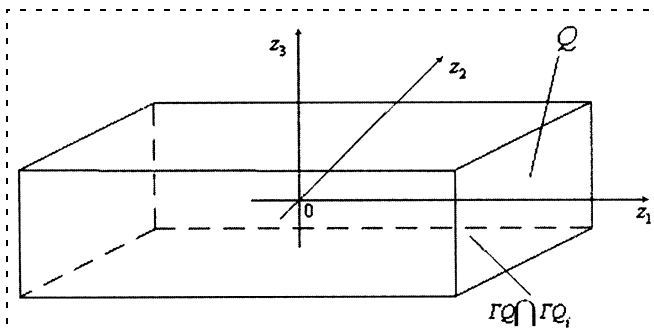


Рис. 2. Прямоугольный фазовый многогранник

H_v^{i-}, H_v^{i+} — полупространства, лежащие по разные стороны от подпространства (гиперплоскости) H_v^i .

Тогда для выполнения (15) необходимо и достаточно, чтобы

$$s \in K_i = \bigcap_{v=1}^N H_v^{i-}, \tag{16}$$

где K_i — конус с вершиной в начале координат и N гранями, принадлежащими, соответственно, гиперплоскостям H_v^i . Очевидно, неравенства (9) выполняются тогда и только тогда, когда

$$\tilde{A}^T \alpha^i \in K_i, i \in \overline{1, n}. \tag{17}$$

При этом K_i — вполне определенный (фиксированный) конус, поскольку он задается с помощью N фиксированных вершин $M_v^i, v \in \overline{1, N}$, i -й грани $\Gamma Q_i \cap \Gamma Q$ многогранника Q . Нетрудно получить аналитические соотношения, позволяющие задавать конус K_i . Для этого воспользуемся его представлением в новой системе координат, в которой \bar{Q} является прямоугольным параллелепипедом.

Для произвольной вершины $M \in \bar{Q}$ справедливо выражение

$$M = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \dots \\ m_n \end{bmatrix}; m_i, i \in \overline{1, n}, \text{ — координаты вершин.}$$

Если M принадлежит i -й грани параллелепипеда \bar{Q} , т. е. $M \in \Gamma \bar{Q}_i \cap \Gamma \bar{Q}$, то ее в силу симметричности \bar{Q} можно представить в виде

$$M = [\pm m_1 \ \dots \ \pm m_{i-1} m_i \pm m_{i+1} \ \dots \ \pm m_n]^T.$$

Очевидно, по произвольной вершине M можно восстановить весь параллелепипед \bar{Q} . Тогда для i -й грани многогранника \bar{Q} с учетом (15) конус K_i задается с помощью следующего соотношения:

$$K_i = \left\{ x \in R^n : m_i x_i + \sum_{j=1}^n (\pm m_j) x_j \leq 0 \right\}, \tag{18}$$

где i -е координаты всех $j \neq i$ вершин $M_v^i \in \Gamma \bar{Q}_i \cap \Gamma \bar{Q}$ совпадают и равны m_i , а все остальные координаты вершин на грани $\Gamma \bar{Q}_i \cap \Gamma \bar{Q}$ могут принимать зна-

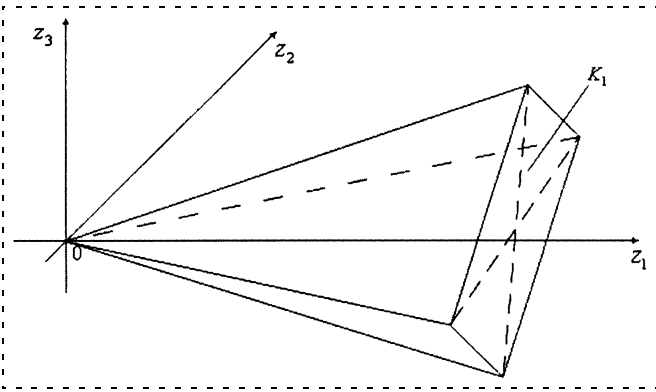


Рис. 3. Конус K_i с осью симметрии Oz_i

чения $\pm m_j, j \in \overline{1, n} \setminus i$. Для определенности выберем вершину M , у которой

$$m_j < 0 \quad \forall i \in \overline{1, n}. \quad (19)$$

Тогда конус K_i (рис. 3) задается неравенством

$$x_i \geq \frac{1}{m_i} \sum_{j=1, j \neq i}^n (\pm m_j) x_j. \quad (20)$$

Нетрудно видеть, что K_i является симметричной фигурой, причем осью симметрии конуса K_i является положительная полуось Oz_i .

Согласно свойствам гиперплоскости (4) в R^n [14] вектор α^i ортогонален к ее поверхности. Следовательно, α^i ортогонален к поверхности i -й грани $\Gamma \bar{Q}_i \cap \Gamma \bar{Q}$ прямоугольного параллелепипеда \bar{Q} . Отсюда, с учетом предположения о выборе M (19),

получим $\alpha^i = \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & -1 & 0 \dots 0 \\ i-1 & & n-i \end{bmatrix}^T$. Тогда

$$\tilde{A} \alpha^i = \begin{bmatrix} \tilde{a}_1^T \\ \dots \\ \tilde{a}_n^T \end{bmatrix}^T \alpha^i = [\tilde{a}_1 \dots \tilde{a}_n] \alpha^i = -\tilde{a}_i, \quad i \in \overline{1, n}, \quad (21)$$

\tilde{a}_i — i -я $(n \times 1)$ -мерная вектор-строка матрицы \tilde{A} . С учетом определения матрицы \tilde{A} (14) получим

$$\tilde{a}_i = \bar{a}_i + \bar{C}^T K^T \bar{b}_i, \quad (22)$$

где \bar{a}_i, \bar{b}_i — соответственно $(n \times 1)$ -, $(m \times 1)$ -мерные i -е вектор-строки матриц \bar{A}, \bar{B} .

В результате с учетом (17) получим соотношение

$$-(\bar{a}_i + \bar{C}^T K^T \bar{b}_i) \in K_i, \quad i \in \overline{1, n}, \quad (23)$$

являющееся достаточным условием обеспечения фазовых ограничений (3). Тогда задача синтеза может быть сформулирована следующим образом: для сис-

темы (1) требуется синтезировать такую матрицу регулятора K , которая обеспечивала бы выполнение соотношений (23).

Решение задачи синтеза

Представим соотношение (23) в виде

$$\bar{K}^T \bar{b}_i \in \bar{a}_i + K_i, \quad i \in \overline{1, n}; \quad \bar{K}^T = -C^T K^T. \quad (24)$$

Пусть $\bar{b}^T = [\bar{b}_{i1} \dots \bar{b}_{im}]^T, i \in \overline{1, n}$. Тогда (24) можно представить в виде

$$\sum_{j=1}^m \bar{b}_{ij} \bar{k}_j \in \bar{a}_i + K_i, \quad i \in \overline{1, n}, \quad (25)$$

где \bar{k}_j — $(n \times 1)$ -мерный вектор-столбец матрицы K^T .

Если $\varphi^i \in K_i$ — произвольный элемент конуса K_i , то его можно представить в виде

$$\varphi^i = P_i s^i, \quad (26)$$

где P_i назовем оператором конуса, а s^i — некоторый вектор, координаты которого принимают произвольные положительные значения.

Нетрудно видеть, что в качестве оператора P_i можно использовать матрицу, столбцы которой образованы из векторов, являющихся ребрами конуса K_i . Тогда $P_i = [p_1^i \dots p_N^i]$ — $(n \times N)$ -мерная матрица, $i \in \overline{1, n}$, p_ν^i — ребра конуса $K_i, \nu \in \overline{1, N}$, $s_i = [s_1^i \dots s_N^i]$ — $(n \times N)$ -мерный вектор, $s_\nu^i \geq 0 \forall i \in \overline{1, n}, \nu \in \overline{1, N}$.

С учетом (26) соотношения (25) приводятся к виду

$$\sum_{j=1}^m \bar{b}_{ij} \bar{k}_j = \bar{a}_i + P_i s^i, \quad i \in \overline{1, n}. \quad (27)$$

Разрешимость уравнений (27) относительно \bar{K} зависит от выбора значений положительных векторов $s^i, i \in \overline{1, n}$, при которых обеспечивается разрешимость системы (27) к стандартному виду, когда неизвестные переменные в левой части уравнения (коэффициенты матрицы \bar{K}) сведены в один вектор-столбец.

Пусть $\bar{k}_j = [\bar{k}_{1j} \dots \bar{k}_{nj}]^T, j \in \overline{1, m}$. Сформируем следующий $(nm \times 1)$ -мерный вектор:

$$\tilde{k} = [\bar{k}_{11} \dots \bar{k}_{1m} \bar{k}_{21} \dots \bar{k}_{2m} \dots \bar{k}_{n1} \dots \bar{k}_{nm}]^T. \quad (28)$$

Тогда в соответствии с этим порядком переменных система уравнений (27) преобразуется к виду

$$\tilde{B} \tilde{k} = a + p(s), \quad (29)$$

где \tilde{B} — $(n^2 \times (nm))$ -мерная матрица, на главной диагонали которой расположены n матриц \bar{B} , а остальные элементы — нулевые; a — $(n^2 \times 1)$ -мерный вектор:

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \bar{B} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \bar{B} \end{bmatrix}; a = [(\bar{a}^1)^T \dots (\bar{a}^n)^T]^T,$$

$a^i = [\bar{a}_{1i}^i \dots \bar{a}_{ni}^i]^T$ — i -й вектор-столбец матрицы \bar{A} , $p = p(s) = p(s^1, \dots, s^n)$ — $(n^2 \times 1)$ -мерная вектор-функция, линейно зависящая от положительных векторов s^1, s^2, \dots, s^n , компонентами которой являются скалярные произведения строк матриц P_i и векторов s^i , т. е. $p = [(p_1^1, s^1) \dots (p_1^1, s^1)(p_2^1, s^1) \dots (p_2^n, s^n) \dots (p_n^1, s^1) \dots (p_n^n, s^n)]^T$; $p_\xi^i = [p_{\xi 1}^i \dots p_{\xi N}^i]^T$ — ξ -я вектор-строка матрицы P_i . Уравнение (29) разрешимо тогда и только тогда, когда выполняется условие

$$a + p(s) \in L(\tilde{B}), \quad (30)$$

где $L(\tilde{B})$ — пространство в R^{n^2} , образованное вектор-столбцами матрицы \tilde{B} .

Таким образом, необходимо проверить, существуют ли такие положительные векторы $s^1 \geq 0, s^2 \geq 0, \dots, s^n \geq 0$, для которых справедливо (30).

Условие (30) будет выполняться тогда и только тогда, когда расстояние $\rho(a + p, L)$ между векторами $(a + p(s))$ и подпространством $L(\tilde{B})$ равно нулю, т. е.

$$\rho(a + p(s), L(\tilde{B})) = 0. \quad (31)$$

Первый метод решения

Пусть $\text{rank } \tilde{B} = \tilde{m}$. Тогда в \tilde{B} можно выделить \tilde{m} линейно независимых столбцов $b_1, \dots, b_{\tilde{m}}$, являющихся базисом подпространства $L(\tilde{B})$. Образует матрицу $\hat{B} = [\hat{b}_1, \dots, \hat{b}_{\tilde{m}}]$. Расстояние $\rho(\cdot)$ определяется как

$$\rho(\cdot) = \|\hat{a} - \hat{a}^0\|, \quad (32)$$

где $\hat{a} = a + p(s)$; \hat{a}^0 — ортогональная проекция вектора \hat{a} на подпространство $L(\tilde{B})$, $\|\cdot\|$ — евклидова норма в R^{n^2} . Известно [14], что

$$\hat{a}^0 = \hat{B}(\hat{B}^T \hat{B})^{-1} \hat{B}^T \hat{a} = F\hat{a}. \quad (33)$$

С учетом (32) получим $\rho(\cdot) = \|\hat{a} - \hat{a}^0\| = \|(E - F)\hat{a}\|$, где E — единичная матрица.

Тогда, для того чтобы обеспечить условие (31), потребуем выполнения соотношения

$$\min_{s^i, i \in \overline{1, n}} \|(E - F)(a + p(s^1, \dots, s^n))\|^2 = 0, \quad (34)$$

эквивалентного условию (31). Соотношение (34) выполняется при положительных векторах $s^i \geq 0, i \in \overline{1, n}$, тогда и только тогда, когда справедливы условия (23)–(25).

Задачу минимизации квадратичной функции $\rho^2(\cdot)$ можно свести к системе алгебраических уравнений вида

$$\nabla_{s^i} \rho^2(\cdot) = 0, \quad i \in \overline{1, n}, \quad (35)$$

где $\nabla_{s^i} \rho^2(\cdot)$ — градиент функции ρ^2 по вектору s^i , для которой могут использоваться известные алгоритмы квадратичного программирования. Заметим, что задача синтеза может быть существенно упрощена, если в выражении (26) использовать не полный оператор конуса P_i , а "усеченный" \hat{P}_i , соответствующий некоторому "усеченному конусу" \hat{K}_i более простого вида, чем K_i , и для которого

$$\phi^i = \hat{P}_i s^i \in \hat{K}_i \subset K_i, \quad i \in \overline{1, n}.$$

Второй метод решения

Пусть $a^0 = \hat{B}(\hat{B}^T \hat{B})^{-1} \hat{B} a = Fa$ — ортогональная проекция a на $L(\tilde{B})$.

Сформируем $(n^2 \times (Nn))$ -мерную матрицу P и $((Nn) \times 1)$ -мерный вектор S :

$$P = \begin{bmatrix} p_1^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_n^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n^n \end{bmatrix} = [p_1 p_2 \dots p_{\tilde{N}}];$$

$$S = [(S^1)^T (S^2)^T \dots (S^n)^T]^T;$$

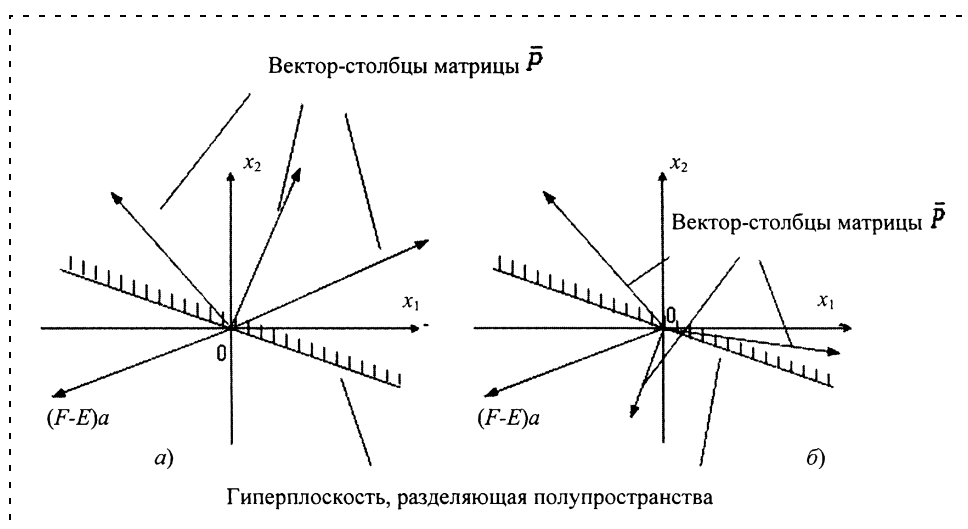


Рис. 4. Условие разрешимости (37):
 а — задача синтеза неразрешима; б — задача синтеза разрешима

$\tilde{N} = N \cdot n$; p_i — $(n^2 \times 1)$ -мерный вектор-столбец; 0 — нулевой $(1 \times N)$ -мерный вектор. Представим P в виде $P = P_0 + \bar{P}$, где матрицы P_0 , \bar{P} содержат столбцы, соответственно принадлежащие подпространству $L(\tilde{B})$ и ортогональные $L(\tilde{B})$.

Очевидно, $p(s) = Ps$.

Тогда в соответствии с (29) для разрешимости задачи синтеза требуется, чтобы

$$(a - a^0) + \bar{P}s = (E - F)a + \bar{P}s = 0, \quad s \geq 0, \quad (36)$$

поскольку в противном случае уравнение (29) не разрешимо.

Согласно (36) вектор $(F - E)a$ должен принадлежать одному из конусов, образованных столбцами матрицы \bar{P} . Отсюда следует, что для разрешимости (36) достаточно, чтобы столбцы матрицы \bar{P} не принадлежали одному полупространству (рис. 4).

Кроме того, можно также показать, что необходимым и достаточным условием неразрешимости (36) является существование гиперплоскости, разделяющей вектор $(F - E)a$ и столбцы матрицы \bar{P} (рис. 4).

Используя данные условия, можно по заданным ограничениям до решения задачи синтеза определить, будет ли она разрешима или нет.

Заключение

Рассмотренный в этой работе подход позволяет решать задачу синтеза регулятора при ограничениях на траекторию движения. Ограничения представляют собой симметричные фазовые многогранники. В этом случае удается упростить соотношения,

которым должна удовлетворять система, и сократить их число. Полученные соотношения устанавливают связь между свойствами фазового многогранника и свойствами исследуемой системы, определяющую условие разрешимости задачи синтеза. Данные соотношения представляют собой алгебраические уравнения, решаемые известными методами. Рассмотренный случай управления по вектору состояния можно обобщить на случай управления по входу. Полученные соотношения могут быть существенно упрощены при использовании "усеченных"

операторов конуса. Предложенный метод позволяет достаточно эффективно решать задачи робастного управления динамическими объектами.

Список литературы

1. Perkins C. D. Development of Airplane Stability and Control Technology // Journal of Aircraft 7. 1970. N 4. P. 290—301.
2. Raymer D. Aircraft Design: A Conceptual Approach. American Institute of Aeronautics and Astronautics. Washington: D. C., 1989.
3. Stevens B., Lewis F. Aircraft Control and Simulation. New York: Wiley, 1992.
4. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. М.: Машиностроение, 2004. 574 с.
5. Разоренов Г. Н., Бахрамов Э. А., Титов Ю. Ф. Системы управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 2003. 583 с.
6. Chernousko F. L., Ananyevskiy L. M. Control methods for nonlinear mechanic systems. М.: Fizmatlit, 2006. 480 с.
7. Dikusar V. V., Milutin A. A. Qualitative and numerical methods in the principle maximum. М.: Nauka, 1989. 144 p.
8. Дыхта В. А., Самсонов О. Н. Оптимальное импульсное управление с приложениями. М.: Физматлит, 2003. 256 с.
9. Kuntsevich V. M., Lychak M. M. Synthesis of systems automatic control with the help of Lyapunov's functions. М.: Nayka, 1977. 400 p.
10. Bellman R. Adaptive Control Processes a Guided Tour. Princeton University Press, 1961.
11. Pilishkin V. N., Pupkov K. A. Robust Control System Design Using Phase — Constraints Variation Approach // Proc. Of the European Control conference. Germany, 1999.
12. Pilishkin V. N. Robust Control of Complicated Objects on Limitation on moving // Robotics and Mechatronics Congress, CRA and ICMT. Singapore, 2001.
13. Pilishkin V. N. Geometric Method for a Problem of Synthesis of the Robust Autopilot // 2nd European Conference for Aerospace Sciences. Belgium, 2007.
14. Тыртышников Е. Е. Матричный анализ и линейная алгебра. М.: Физматлит, 2007. 477 с.

УДК 681.51; 681.52

Ю. В. Колоколов, д-р техн. наук, проф.,
А. В. Моновская, канд. техн. наук, доц.,
ИПМИУ ЮГУ

Прогнозирование С-бифуркационных явлений в динамике импульсных преобразователей по геометрическим инвариантам фазовых траекторий

Развивается метод прогнозирования динамики импульсных преобразователей на основе символической интерпретации геометрических инвариантов фазовых траекторий, обусловленных физической сущностью процесса широтно-импульсной модуляции и процесса сходимости к предельному циклу.

Ключевые слова: импульсные преобразователи, фазовый портрет, точки бифуркации, геометрические инварианты.

Введение

Функционирование импульсных преобразователей (ИП) при наличии широкого спектра внешних и внутренних возмущающих воздействий (например, вариации нагрузки и напряжения питания, деградации системы во времени, вариации температуры окружающей среды и т. д. [1]) обуславливает многомерность и значительный объем объективно возможного пространства варьируемых параметров. В связи с этим динамика ИП представляется сложной и многообразной, поскольку помимо эксплуатационного режима она включает нелинейные явления — субгармонические, квазипериодические и хаотические процессы [2, 3], а также состояния системы, которые не могут трактоваться однозначно [3, 4].

В традиционных методах проектирования ИП на основе малосигнального анализа [5] с использованием "усредненных" линеаризованных динамических моделей нелинейные явления не рассматриваются. Поэтому использование нелинейных моделей в методах проектирования ИП, например [6], представляется перспективным. Однако существенные упрощения в этих моделях не позволяют учесть все возможные нелинейные явления. Один из вариантов устранения данного недостатка видится в развитии методов прогнозирования динамики ИП. При этом к актуальным задачам относится прогнозирование особого класса субгармонических процессов, возникающих в результате С-бифуркаций [7].

Актуальность задачи обусловлена двумя ключевыми факторами. Во-первых, пульсационные и частотные характеристики этих процессов в разы превышают аналогичные характеристики эксплуатационного процесса. Во-вторых, потеря устойчивости

эксплуатационного процесса в этом случае может обуславливаться случайными факторами, которые действуют на ИП в течение переходного процесса. В результате сложность прогнозирования заключается в необходимости оценки направления сходимости переходного процесса в режиме реального времени (раздел 1). Традиционные методы прогнозирования динамики нелинейных нестационарных систем [8—10] не предусматривают такую постановку задачи.

Один из вариантов ее решения был предложен в [11] на основе "конструирования" специального пространства, в котором образы процессов отображают эволюционные изменения динамики ИП (раздел 2). Формирование образов основано на использовании фрактальных закономерностей, которые присутствуют в геометрических структурах фазовых траекторий периодических и переходных процессов. Однако практическая реализация этого варианта решения является трудоемкой вследствие чувствительности этих образов к вариации параметров. В целях устранения этого недостатка предлагается использование символической интерпретации фрактальных закономерностей (раздел 3) на основе теории инвариантов [12—13].

1. Математическая модель преобразователя

В статье рассматриваются ИП, общий вид математической модели которых можно представить в форме системы дифференциальных уравнений с переменной структурой:

$$\frac{dX}{dt} = AX + B(K_F(\xi)) \text{ либо}$$

$$\frac{dX}{dt} = B(K_F(\xi))X + A,$$

где A — матрица постоянных коэффициентов; B — матрица переменных коэффициентов, которые описывают участки постоянства структуры; X — вектор переменных состояния; K_F — импульсная функция, которая формируется в соответствии с алгоритмом широтно-импульсной модуляции (ШИМ) и принимает значения "1" или "0":

$$K_F = \begin{cases} 1, & \xi(X) \geq 0; \\ 0, & \xi(X) < 0, \end{cases}$$

$\xi(X)$ — комутационная функция вектора X .

Далее для иллюстрации используются примеры, полученные при моделировании динамики синхронного импульсного преобразователя напряжения DC-DC [11].

Эксплуатационный режим ИП представляет собой устойчивый периодический процесс на частоте ШИМ ($f_1 = 1/T$), i - и K_F -диаграммы которого представлены на рис. 1, а. Периодичность процесса определяется кратностью m его частоты ($f_m = 1/mT$) к частоте ШИМ. Для определения вектора состоя-

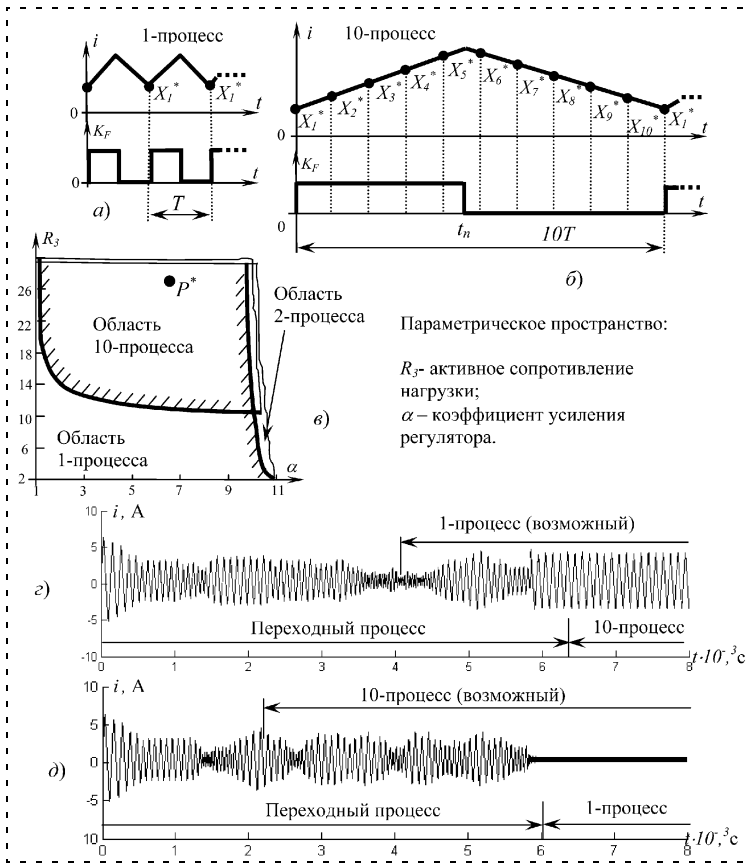


Рис. 1. i -, K_F -диаграммы для 1-, 10-процессов (а, б соответственно); области 1-, 10-процессов (в); переходные процессы при $R_3 = 27,2$, $\alpha = 6,6$ и $R_3 = 27,3$, $\alpha = 6,6$ (г, д соответственно)

ния X^* периодического процесса (далее — " m -процесса") используется решение математической модели в форме отображения Пуанкаре [2–4]:

$$X_i^* = F^{(i)}(X_m^*) = F^{(m)}(X_i^*),$$

где $i = 1, 2, \dots, m$; X_i^* — устойчивая точка отображения; $F^{(i)}$ — i -я итерация отображения. Локальная устойчивость m -процесса (в смысле Ляпунова) оценивается исходя из выполнения условия [2–4]

$$|\rho_i| < 1,$$

где ρ_i — собственное число матрицы Якоби, которая характеризует динамику отклонения вектора состояния в окрестности m -решения. Картину размещения в параметрическом пространстве областей m -процессов получают на основе бифуркационного анализа. Здесь и далее названия " m -решение" и " m -процесс" отражают кратность m их частот.

Особенностью динамики систем с переменной структурой является наличие "вырожденных" m -процессов, возникающих в результате выхода отдельных участков фазовой траектории периодического решения из областей их определения (так называемой С-бифуркации [2, 7]). Примером подобного m -процесса является 10-процесс, i - и K_F -диаграммы которого представлены на рис. 1, б. Поскольку область

1-процесса (эксплуатационного процесса) может пересекаться с областями вырожденных m -процессов (например, рис. 1, в), то в области их пересечения ИП может устойчиво функционировать в одном из нескольких режимов. "Выбор" режима происходит в течение переходного процесса и зависит от влияния случайных факторов. На рис. 1, г, д проиллюстрированы варианты реализации переходных процессов при незначительном варьировании параметра нагрузки в области пересечения 1- и 10-процессов (вблизи точки P^* , рис. 1, в). Для наглядности используется решение при нулевых начальных значениях переменных состояния.

Соответственно, при варьировании параметров ИП в объективно возможных диапазонах могут возникать переходные процессы, в направлении сходимости которых присутствует неопределенность. В результате предсказание динамики ИП связано с оценкой направления сходимости переходного процесса в режиме реального времени.

2. Проблема параметрической неопределенности

Недостатком бифуркационной диаграммы является отсутствие информации о переходных процессах. Спроецируем области m -процессов из параметрического пространства в фазовое пространство. С этой целью каждому значению параметрического вектора сопоставим соответствующую фазовую траекторию m -процесса (предельный цикл). Например, на рис. 2, а представлен результат проецирования областей 1-, 10-процессов из параметрического пространства (рис. 1, в) в фазовое пространство.

Отобразим переходный процесс, представленный на рис. 1, г, в фазовом пространстве (пунктирная спиралеобразная линия на рис. 2, б). Траектория переходного процесса будет "проходить" вблизи структур предельных циклов 1-, 10-процессов (сплошные замкнутые линии), соответственно, в результате возмущающего воздействия переходный процесс может изменить направление сходимости. Например, если вблизи структуры предельного цикла 1-процесса (рис. 2, в) на систему будет оказано возмущающее воздействие, то в системе вместо 10-процесса (рис. 2, б) может установиться 1-процесс. Аналогичная возможность (но уже в направлении 10-процесса) присутствует в случае, рассмотренном на рис. 1, д. Проблема распознавания направления сходимости обусловлена тем, что фазовые траектории переходных процессов могут сходиться к различным предельным циклам в пределах одной и той же области фазового пространства. При этом, приближаясь к структуре соответствующего пре-

дельного цикла, витки каждой траектории могут многократно пересекать области нескольких m -процессов.

Для решения проблемы в [11] было предложено специальное пространство, в которое из параметрического пространства проецируются области m -процессов, а из фазового — фазовые траектории переходных процессов. Преимущество спроецированных областей заключается в отсутствии их взаимных пересечений, в отличие от параметрического пространства. Преимущество спроецированного переходного процесса заключается в том, что он представляет собой траекторию в форме ломаной линии, что позволяет оценить направление ее сходимости: если траектория отклоняется от области m -процесса, то этот процесс потерял устойчивость, а если она направляется к области m -процесса, то этот процесс устанавливается. Однако практическая реализация этого решения оказалась достаточно трудоемкой.

3. Метод прогнозирования динамики

В результате С-бифуркаций возникают m -процессы с одинаковой периодичностью, но различным порядком изменения структуры системы, для идентификации которых дополнительно используются символические характеристики. Последние могут отображать порядок прохождения изображающей точки подобластей определения периодического решения в фазовом пространстве, последовательность значений импульсной функции периодического решения и т. д. В статье предлагается символическая характеристика на основе интерпретации геометрических инвариант фазовых траекторий. Под инвариантами далее понимаются характеристики m -процесса, остающиеся неизменными при вариации внутренних и внешних параметров ИП. Их геометрическая интерпретация основана на том, что фазовая траектория m -процесса характеризуется "рисунком" изломов, который отображает последовательность изменения структуры системы.

Излом может формироваться либо в начале периода ШИМ (когда K_F = функция изменяет свое значение с "0" на "1"), либо в течение периода ШИМ (когда K_F -функция изменяет свое значение с "1" на "0") (см. рис. 1, а, б). При этом после периодов ШИМ, в течение которых структура модели не изменялась и K_F -функция весь период была равна "1", обязательно будет следовать хотя бы один период, в течение которого K_F -функция изменит свое значение с "1" на "0". Эту закономерность изменения структуры можно отобразить символически: "11...μ 00...", где $\mu = (t_n - T(n - 1))/T$ — отно-

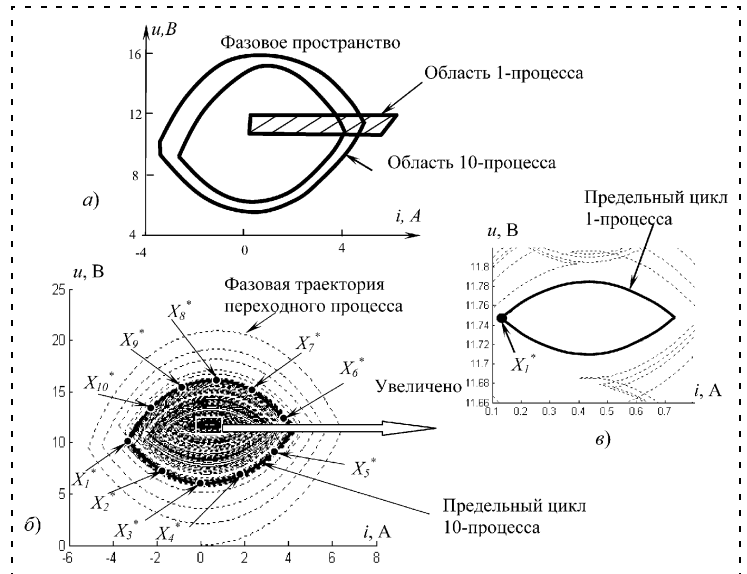


Рис. 2. Области 1-, 10-процессов (а); сходимость фазовой траектории переходного процесса к структуре 10-процесса при $R_3 = 27,2\Omega$, $\alpha = 6,6$ (б–в)

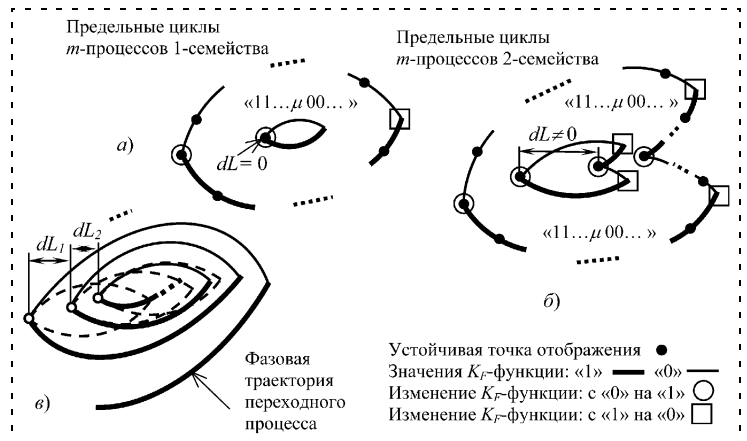


Рис. 3. Классификация предельных циклов m -процессов по 1- и 2-семействам (а, б соответственно); к формированию образов переходных процессов (в), к структуре предельного цикла m, r -процесса

сительная длительность единичного импульса в n -м периоде ШИМ; t_n — момент изменения структуры системы в n -м периоде ШИМ; "1" означает $\mu = 1$; "0" означает $\mu = 0$.

Выделим фрагменты фазовой траектории (далее — "фрагменты"), ограниченные соседними изломами в моменты изменения K_F -функции с "0" на "1" (рис. 3, а, б). Классифицируем предельные циклы m -процессов по k -семействам, где k указывает на число фрагментов, из которых состоит структура. Тогда, например, для m -процессов 1-семейства символическая характеристика представляется последовательностью m элементов: "11...μ_{r+1} 00...", где r — число периодов, в которых K_F -функция равна "1". Далее эту характеристику можно заменить двумя целыми числами (m, r), представляющими m, r -образ периодического процесса. Например, симво-

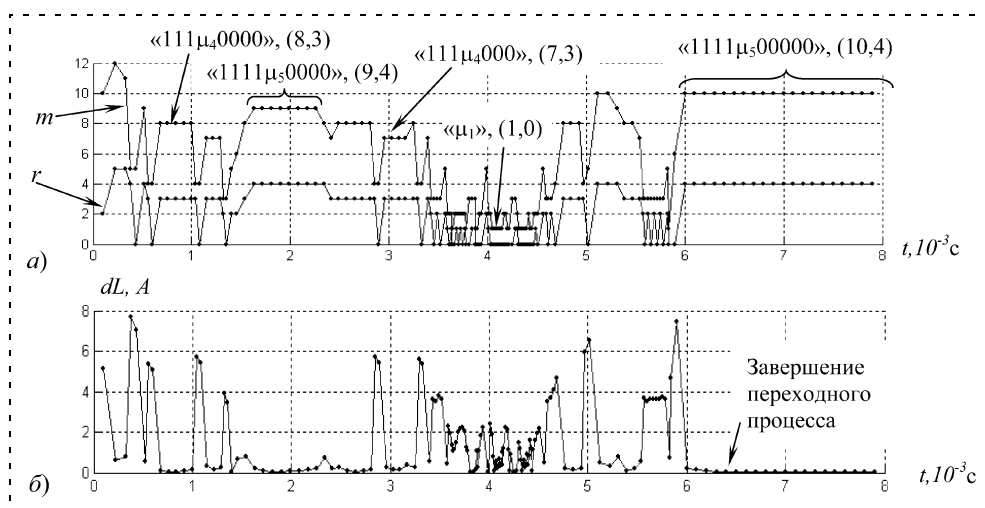


Рис. 4. Синхронные m , r - (а) и dL -диаграммы (б) для временного ряда, представленного на рис. 1, а

лической характеристикой 1-процесса (см. рис. 1, а) является " μ_1 " с m , r -образом (1,0); символической характеристикой 10-процесса (см. рис. 1, б) является "1111 μ_5 00000" с m , r -образом (10,4).

Аналогично будем интерпретировать каждый виток фазовой траектории переходного процесса (далее — "виток", рис. 3, в). Тогда образ переходного процесса представляет собой последовательность m , r -образов периодических процессов, форму которых принимают витки переходного процесса вблизи структур их предельных циклов. При этом витки вначале принимают форму структуры предельного цикла, а затем притягиваются к этой структуре. Например, на рис. 4, а представлено решение модели в форме синхронных m , r -временных рядов для случая, проанализированного ранее на рис. 1, г и рис. 2, б, в. Горизонтальные фрагменты этих временных рядов указывают на приближение к структуре предельного цикла m , r -процесса.

Динамика процесса "притяжения" отображается в динамике расстояния между характерными точками на соседних витках. В этом качестве можно использовать разность dL между значениями одной из фазовых переменных (например, переменной по току) в моменты изменения значения K_F -функции с "0" на "1" (см. рис. 3, в). Тогда процессу "притяжения" соответствует уменьшение значений на dL -диаграмме (рис. 4, б). Если $dL = 0$, то установился m , r -процесс 1-семейства (см. рис. 3, а), если $dL \neq 0$, то в системе установился m -процесс $k \neq 1$ -семейства (см. рис. 3, б). Поскольку начиная с момента "принятия формы" до момента "притяжения" фазовой траектории переходного процесса к структуре предельного цикла формируется множество значений dL , то существует возможность идентифицировать направление сходимости переходного процесса до его завершения.

Заключение

В статье предложен метод прогнозирования недетерминированных субгармонических процессов, которые возникают в динамике ИП в результате С-бифуркаций. С этой целью используется символическая интерпретация геометрических инвариант фазовых траекторий, обусловленных физической сущностью процесса ШИМ. Динамика переходного процесса оценивается относительно инвариант периодических процессов, что обусловлено физической сущностью процесса сходимости к пре-

дельному циклу. Представление инвариант в символической форме позволяет использовать при получении и обработке временных рядов самую слабую измерительную шкалу — шкалу наименований.

Список литературы

1. <http://www.epcos.com>; <http://www.power-one.com>; <http://www.mmp-irbis.ru>.
2. Tse C. K., M. di Bernardo. Complex behavior in switching power converters // Proc. of IEEE. Vol. 90. N 5. 2002. P. 768—781.
3. Mazumder S. K., Nayfeh A. H., Borojevich D. A. Theoretical and experimental investigation of the fast- and slow-scale instabilities of a DC-DC converter // IEEE Trans. on Power Electronics. 2001. Vol. 16. N 2. P. 201—216.
4. Zhusbaliyev Zh. T., Soukhoterina E., Mosekilde E., Banerjee S. Multiple attractor bifurcations in a piecewise-smooth map with quasi-periodicity // Proc. of the 1st IFAC Conf. on "Analysis and Control of Chaotic Systems (CHAOS '2006)". 28—30 June, 2006. Reims, France. P. 439—444.
5. Middlebrook R. D., Cuk S. A general unified approach to modeling switching converter power stage // Proc. of the IEEE "Power Electronics Specialist Conference". 1976. P. 18—34.
6. Кочинский С. Л. Динамика и синтез регуляторов импульсных электроприводов постоянного тока в режиме пуска с полным полем // Мехатроника, автоматизация, управление. № 2. 2005. С. 18—28.
7. Фейгин М. И. Вынужденные колебания систем с разрывными нелинейностями. М.: Наука, 1994. 286 с.
8. Клейман Е. Г., Мочалов И. А. Идентификация нестационарных объектов // Автоматика и телемеханика. 1994. № 2. С. 3—22.
9. Vaseghi S. V. Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction. John Wiley & Sons Ltd, 2000.
10. De Gooijer J. G., Hyndman R. J. 25 years of time series forecasting // Int. J. of forecasting. Vol. 22. 2006. P. 443—473.
11. Kolokolov Yu. V., Monovskaya A. V. Modified bifurcation diagrams in an approach to on-line pulse system dynamics forecasting // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 2006. Vol. 16. N 1. P. 85—100.
12. Гуревич Г. В. Основы теории алгебраических инвариантов. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948.
13. Мионовский Л. А. Выбор диагностических признаков в системах с обратной связью // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. 2003. № 4. С. 3—8.

УДК 004.896

Ф. М. Кулаков, д-р техн. наук, проф.,
С. Э. Чернакова, канд. техн. наук, доц.,
СПИИ РАН, г. Санкт-Петербург

Информационная технология обучения роботов показом движений

Часть I. Концепция и принципы моделирования движений

Представлена новая технология обучения роботов методом показа движений с использованием интеллектуального мультимодального человеко-машинного интерфейса. Изложены алгоритмы обучения методом показа с контролем результатов обучения и воспроизведения движений роботом. Приведены результаты экспериментальных исследований новой технологии обучения движениям обзора внешней среды и рабочим движениям робота.

Ключевые слова: робот, телеуправление, обучение методом показа, человеко-машинный интерфейс.

Введение

Концепцию телесенсорного программирования (TSP) и связанную с ней задачно-ориентированую методику "обучения показом" для целей космической робототехники впервые предложил G. Herzinger [1]. В рамках программы ROTEX, выполненной в апреле 1993 г. для космической станции SPACE LAB, был разработан имитационный комплекс мультисенсорной полуавтономной робототехнической системы с мощными человеко-машинными интерфейсами (лазерными дальномерами, 3D-стереографикой, силомоментным отражением усилий), позволивший выполнять на Земле телепрограммирование космического робота-манипулятора.

Решение проблемы телеуправления в условиях недетерминированной задержки в канале связи основано на использовании TSP с обучением показом оцувствленного робота. Были отработаны задачи сборки, стыковки разъемов и захвата летающего объекта. Фактически впервые было реализовано обучение человеком удаленного робота методом прямого показа движения на компьютерной модели с моделированием сенсоров робота.

Во всех случаях применения технологии предварительного обучения для космических и медицинских роботов подчеркивается эффективность обучения показом (демонстрацией) как наиболее естественного способа передачи опыта оператора для обеспечения автономной работы робота-манипулятора в сложной недетерминированной среде [2].

Однако в указанных работах удалось реализовать обучение только с непосредственной записью координат траектории движения с возможностью коррекции движения по сигналам сенсоров робота. Проблема представления сложного движения робота как некоторой структуры данных, легко корректируемой человеком или "самостоятельно" изменяемой автономным роботом в зависимости от изменения ситуации в удаленной внешней среде, не была решена.

В данной статье представлена новая информационная технология обучения показом естественных движений руки человека-оператора на основе представления движений в виде фрейм-структурированной модели (ФСМ).

Для обучения движениям робота-манипулятора среди объектов внешней среды (ВС) предложено использовать телекамеру, закрепленную на так называемой оцувствленной перчатке. При этом не только регистрируется положение и ориентация руки в пространстве, но и определяются координаты характерных точек моделей (макетов) объектов относительно телекамеры на руке.

Обобщенная модель формы движения

Разнообразие типов движений робота в пространстве ВС, включающее манипуляции с предметами (объектами и инструментом), а также наибольшая сложность и изменчивость конфигураций ВС характерны для космических, медицинских, промышленных технологических и сборочных операций.

Рассмотрим проблему обучения движениям робота-манипулятора относительно объектов ВС для двух случаев: движений осмотра и манипуляционных движений с объектом. Главным вопросом при формировании модели движений, задаваемых в данном случае посредством движений головы и руки оператора, является способ записи и воспроизведения трехмерных траекторий схвата робота-манипулятора относительно объектов ВС.

Известная в геоинформационных системах (ГИС) проблема совмещения топологии и семантики объектов близка к проблеме моделирования движений и планированию маршрута в робототехнике.

В штурманских задачах прокладки трассы с использованием интеллектуальных ГИС рассматривается движение в плоскости или в нескольких плоскостях (эшелонах). Кроме того, в большинстве случаев движущийся объект рассматривается как математическая точка, не имеющая собственной ориентации в пространстве. Часто не имеет значения форма траектории свободного движения в пространстве, поэтому прокладка маршрута ведется по

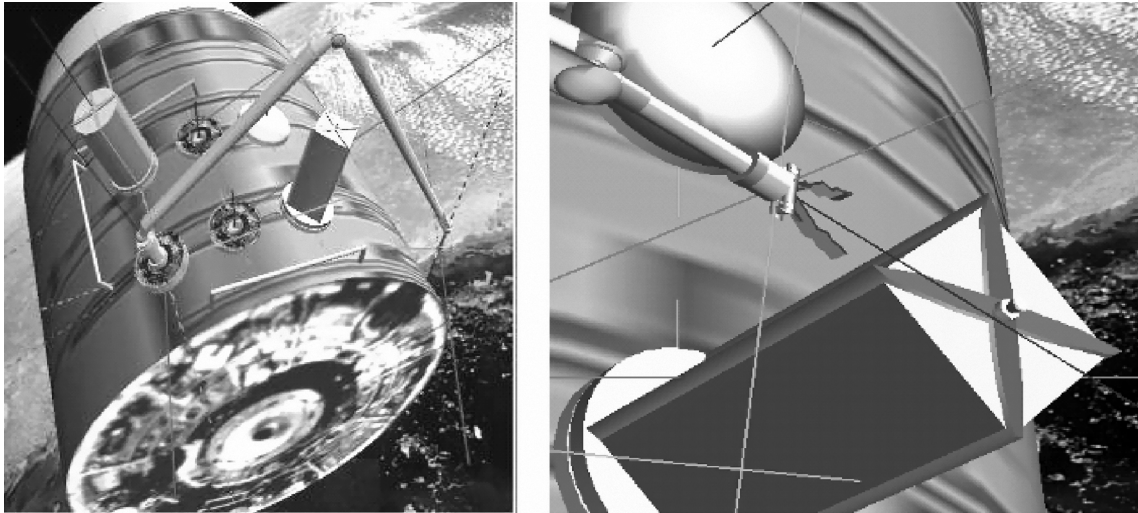


Рис. 1. Изображения космической станции для двух позиций: "удобных для наблюдения" и "удобных для взятия" объектов виртуальным манипулятором

кратчайшему пути, при изменении рельефа движение повторяет его по форме.

Для моделирования формы объектов и формы движений предлагается использовать общий язык структурированных описаний, в которых считается, что форма объекта определяется и описывается формой его элементов, а траектория движения описывается фреймом из описаний формы элементарных движений. Важно отметить то, что указанным элементарным движениям (фрагментам) можно присвоить соответствующие имена и считать их операторами языка, с помощью которого достаточно компактно можно описывать действия робота.

Предлагается для обучения робота методом показа движения использовать сочетание модели формы объектов ВС (МВС) и модели формы движения (МФД). В этом случае обобщенная фрейм-структурированная модель (ФСМ) определяется как способ хранения информации не только о форме объектов ВС, но и о форме траектории движений.

Язык описания, используемый в ФСМ, представляет собой многоуровневую иерархическую систему фреймов, аналогичных фреймам М. Минского [3], содержащих описание элементов формы, метрические характеристики, методы и процедуры работы с данными объектами. МФД, как одна из составляющих ФСМ, хранит структуру формы траекторий движения, которые в процессе обучения робота выполнению типовых движений показывает человек-оператор [4, 5].

Обобщенная ФСМ удаленной ВС телеуправляемого робота включает в себя:

- модели объектов, модели топологии (расположения) объектов в конкретной ВС (МВС);

- модели различных типовых движений и модели топологий (взаимосвязи, расположения) этих движений в конкретной ВС (МФД).

Также предлагается хранить в МВС координаты и изображения объектов с позиций, удобных как для наблюдения телекамерой (позволяющих наиболее точно измерять координаты характерных признаков изображений объекта), так и позиций, удобных для взятия объектов схватом робота-манипулятора (рис. 1) [6].

Обучение движению может рассматриваться как передача знаний о моторных, сенсорных и поведенческих навыках человека-оператора системе управления робота (СУР), которая в данном случае должна обладать как можно более развитым (интеллектуальным) мультимодальным человеко-машинным интерфейсом (ММИ) для адекватного и эффективного восприятия действий человека. В результате предполагается создать на основе ФСМ обобщенную модель описания знаний робота о ВС, включая в нее самого робота и его возможные (необходимые) действия в ней.

Ниже представлены предварительные результаты исследований алгоритмов и технологии обучения показом робота-манипулятора с использованием описания движения в виде МФД.

Алгоритм обучения робота показом

Для обучения робота показом на руку обучающего надевается специальное устройство, так называемая осязательная перчатка, оснащенная телевизионной камерой и реперами (метками) [7].

Это позволяет одновременно выполнять две функции:

- с помощью телевизионной камеры на перчатке регистрировать изображения и определять координаты характерных точек объектов, вблизи которых движется рука человека-оператора;
- определять положение и ориентацию руки в пространстве рабочей сцены по трем—четырем реперам (меткам) на перчатке, отслеживаемым датчиками интеллектуальной системы ММИ (рис. 2).

При рассмотрении процессов обучения роботов элементарным операциям и воспроизведения этих операций обнаруживается важная особенность. Она состоит в том, что алгоритмы обучения и воспроизведения имеют фрагменты, которые используются без изменения или с очень малыми изменениями в разных операциях, а также могут повторяться в одной операции несколько раз.

Среди разнообразных движений робота-манипулятора большинство может быть представлено как последовательность ограниченного числа элементарных движений (фрагментов движения), например, таких как:

- 1) движение переноса схвата по произвольной сложной траектории из текущего положения в некоторое конечное $g = g(l)$;
- 2) движение коррекции с использованием в качестве входной информации последовательности характерных точек (X^T) изображения объектов BC ;
- 3) движение обзора, в процессе которого последовательно формируются: матрицы положения схвата T_b, T_{b1}, T_{b2} , векторы суставных координат g_b, g_{b1}, g_{b2} и геометрическая траектория $g = g(l)$;
- 4) движение в позицию, удобную для наблюдения;
- 5) движение в позицию, удобную для взятия;
- 6) движение "наезда" на объект (сближения с объектом);
- 7) движение захвата объекта.

В традиционных системах обучения с помощью того или иного метода получается последовательность точек траектории движения схвата робота, которая может быть представлена как функция некоторого параметра l , которую можно считать предварительным результатом обучения робота фрагменту движения схвата из одного положения в другое:

$$g = g(l), l_b \leq l \leq l_e;$$

$$g_b = g(l_b); g_e = g(l_e),$$

где l_b — параметр траектории в начальной позиции; l — параметр траектории в текущей позиции; l_e — параметр траектории в конечной позиции.

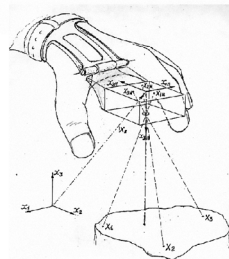


Рис. 2. "Очувствленная перчатка" с телекамерой и процесс обучения робота показом

При этом алгоритм обучения движению обеспечивает формирование геометрической траектории $g(l)$ и включает в себя:

- формирование последовательности троек двумерных векторов $x_{mb}^{(1)}, x_{mb}^{(2)}, x_{mb}^{(3)}; x_{mI}^{(1)}, x_{mI}^{(2)}, x_{mI}^{(3)}; \dots; x_{me}^{(1)}, x_{me}^{(2)}, x_{me}^{(3)}$, соответствующих положениям изображений трех реперных точек на перчатке при обучении;
- формирование последовательности $T_b, T_I, T_{II}, \dots, T_e$ матриц положения перчатки;
- решение соответствующих систем уравнений

$$x_{im}^{(i)} = (x_{im1}^{(i)}, x_{im2}^{(i)}) = k^{(i)} \bar{T} X^{(i)}, \quad (1)$$

где $k^{(i)} = f/d^{(i)} - f$ — переменный масштаб; $d^{(i)}$ — расстояние от точки до изображающей плоскости телекамеры; f — фокусное расстояние объектива;

\bar{T} — (2×4) -мерная матрица, составленная из первых двух строк матрицы $T = \begin{bmatrix} \alpha & X_n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, характеризующей поворот и смещение системы координат (СК), связанной с телекамерой на перчатке относительно СК объекта, здесь α — матрица направляющих косинусов относительного угла поворота СК, X_n — вектор смещения начала СК; $X^{(i)}$ — двумерные векторы положения изображения характерных точек объекта в плоскости изображения.

При обучении движениям, например осмотра BC , в памяти системы управления роботом (СУР) приходится запоминать довольно значительный объем информации, в том числе:

- значения матрицы α направляющих косинусов, характеризующие ориентацию перчатки в координатной системе рабочего места оператора, соответствующие начальному α_b , конечному α_e и нескольким промежуточным α_{bi} ($i = 1, 2, 3, \dots$)

положениям схвата, которые он должен занять при выполнении движений;

- несколько изображений предмета с телекамеры перчатки, соответствующих различным положениям схвата, для контроля правильности обучения;
- характерные признаки идентификации, ХТ различных изображений объекта при различных положениях перчатки в процессе обучения;
- координаты ХТ изображений объекта;
- параметры раскрытия схвата и допустимую силу сжатия предмета.

Этих данных достаточно для построения последовательности матриц положения схвата $T_b, T_{b1}, T_{b2}, \dots, T_e$ при обзорном движении; (3×3) -блоки ориентации в этих матрицах являются матрицами $\alpha_b, \alpha_{b1}, \alpha_{b2}, \dots, \alpha_e$; (3×1) -блок положения полюса схвата соответствует исходному положению схвата. По этой последовательности матриц может быть построена траектория перемещения схвата.

При обучении этому действию оператор должен перемещать свою руку с надетой на нее перчаткой примерно так, как это должен делать схват в процессе движения обзора, причем положение запястья руки оператора может быть произвольным, удобным для оператора. При этом для каждого случая обучения новому движению приходится запоминать новый объем информации о движении в виде нескольких указанных выше массивов координат.

Для сокращения объема информации и представления траектории движения на языке, близком к естественному, предложено использовать фрейм-структурированное описание в виде МФД, основные принципы которого изложены в предыдущих работах авторов [8, 9].

Алгоритм воспроизведения движения после обучения показом

Особенность воспроизведения движения робота в реальной ВС заключается в том, что запомненные при обучении фрагменты элементарных движений при воспроизведении движения могут следовать в разном порядке в зависимости от внешних условий. Благодаря отмеченным особенностям оказывается весьма целесообразным обучать робота различным фрагментам движений в различных сочетаниях указанных фрагментов.

Число используемых элементарных движений (фрагментов) возрастает при увеличении воспроизводимых операций. Однако это возрастание будет несоизмеримо меньше, чем возрастание числа операций, для выполнения которых используется робот. Важно отметить, что указанным элементарным движениям можно присвоить соответствующие

имена и считать их операторами языка, с помощью которого достаточно компактно можно описывать действия робота.

На основе фрейм-структурированного описания МФД, полученного во время обучения, до начала воспроизведения движения роботом в конкретной ситуации ВС выполняется так называемая настройка МФД под конкретную задачу. Практически это осуществляется путем маскирования или селекции только тех описаний движения в МФД, которые по назначению и форме (семантическим и топологическим признакам) удовлетворяют условиям задачи и внешним условиям ситуации во ВС. Выбранные движения автоматически преобразуются в последовательность элементарных движений $g = g(l)$.

При воспроизведении элементарного движения по обученной траектории $g = g(l)$ в системах без сенсорной коррекции необходимо сформировать функцию изменения параметра $l(t)$ на участке $l_b \leq l \leq l_e$. Обычно начальные и конечные скорости $l(t)$ известны и чаще всего равны нулю:

$$l'_b = l'_e = 0.$$

В простейшем случае формирования закона $l(t)$ в нем выделяются три интервала: интервал "разгона" от начальной скорости (l'_b) до некоторой допустимой скорости (l'_d), интервал движения с заданной скоростью и интервал торможения от заданной скорости до нулевой (l'_e).

При разгоне и торможении должны иметь место постоянное ускорение (l''_d), которое должно быть таким, чтобы значения векторов скоростей g' и ускорений g'' были физически реализуемыми при существующих ограничениях на вектор управления (U) приводами робота-манипулятора.

Эти ограничения можно определить исходя из рассмотрения динамической модели (R) робота-манипулятора, которая связывает вектор управления (U) с векторами динамики движения (g, g', g''):

$$U = R(g, g', g'').$$

При воспроизведении движения переноса функция $l = l(t)$ определяется следующими соотношениями:

- на интервале разгона ($0 < t \leq t_1$), где $t_1 = \text{sign} l'_d \frac{|l'_d|}{|l''_d|}$;

$$l = \frac{\text{sign}(l'_d) |l'_d| t_2}{2} + l_b;$$

- на интервале движения с постоянной скоростью

$$(t_1 \leq t \leq t_2), \text{ где } t_2 = t_1 + \frac{|l_e - l_b|}{|l'_d|} - \frac{|l''_d| t_1^2}{|l'_d|};$$

$$l(t) = l'_d(t - t_1) + l_b \frac{\text{sign}(l'_d) t_1^2}{2|l'_d|};$$

- на интервале торможения ($t_2 \leq t \leq t_3$), где $t_3 =$

$$= 2t_1 + \frac{|l_e - l_b|}{|l'_d|} - \frac{|l''_d| t_1^2}{|l'_d|};$$

$$l(t - t_1) =$$

$$= l'_d(t - t_1) + l_b + \frac{\text{sign}(l'_d) t_1^2}{2} - \frac{\text{sign}(l'_d) l''_d (t - t_2)}{2}.$$

Воспроизведение роботом движения во времени выполняется при реализации полученной функции $l(t)$ в траектории движения $g(l)$:

$$g = g(l(t)).$$

Для определения вектора управления приводами $U = R(g, g', g'')$ проводится замена величин g, g', g'' значениями функций $g = g(l(t))$, в результате формируется функция управления приводами робота-манипулятора во времени.

Следует отметить, что человек совершает естественные движения с постоянным ускорением, в отличие от робота-манипулятора, для которого характерны движения с постоянной скоростью. Поэтому робот должен выполнять движения в собственной динамике, отличной от динамических свойств человека-оператора.

Проверка результатов обучения телеуправляемого робота

Телеуправляемые роботы должны быть в достаточной степени автономными и обучаемыми для возможности эффективного выполнения операций в удаленной от человека-оператора ВС. При этом обучение космических роботов необходимо проводить заранее, непосредственно на Земле, а медицинских роботов — вне операционных.

В то же время должна быть предусмотрена возможность дистанционной коррекции результатов обучения в целях возможного дообучения человеком-оператором, находящимся на значительном расстоянии от космического робота или от удаленного телемедицинского робота.

Для большей достоверности результатов обучения целесообразно также контролировать процесс воспроизведения движения "самим" телеуправляемым роботом с использованием находящихся в СУР копий МФД и МВС. Контроль движений телеуправ-

ляемого робота человеком-оператором должен выполняться с предсказанием, учетом возможных помех и временных задержек в канале связи.

Контроль космического робота или медицинского телеуправляемого робота должен происходить следующим образом:

- с некоторым опережением во времени (предикцией), параллельно с выполнением рабочего движения роботом, должен выполняться контроль текущего движения робота на моделирующем комплексе, включающем в себя МВС, МФД и систему интеллектуального ММИ;
- данные, поступающие от СУР робота с запаздыванием, должны отображаться на моделях МВС и МФД и сравниваться с прогнозируемым движением для возможности экстренной коррекции;
- траектория движения относительно реального расположения объектов ВС должна автоматически корректироваться СУР робота по сигналам сенсоров;
- по командам человека (или автоматически СУР) должна выполняться коррекция параметров и оперативная замена фрагментов движений в соответствии с заранее обученными альтернативными вариантами выполнения рабочего движения.

После выполнения роботом очередного рабочего движения человеку-оператору в моделирующий комплекс передаются от СУР фактические траектории движения в виде описания на языке МФД, составленные после автоматического анализа движений в СУР. Эта информация, в совокупности с результатами сканирования роботом реальной ВС в процессе выполнения рабочего движения роботом, должна использоваться для коррекции МФД и МВС.

В случае отсутствия существенных коррекций в процессе выполнения рабочего движения обучение считается правильным, взаимопонимание человека-оператора с СУР робота адекватным, и результаты обучения могут быть использованы роботом в дальнейшем.

Основные преимущества метода обучения показом

Предложенный алгоритм обучения показом движения имеет целый ряд преимуществ по сравнению с традиционными способами программирования траекторий или копирования движения, когда оператор перемещает в пространстве, например, схват манипулятора по желаемой траектории с непрерывной записью текущих координат в память робота. Перечислим основные из них.

1. **Использование профессиональных навыков и интуитивного опыта человека.** Человек, используя свои профессиональные навыки и интуитивный опыт, рукой показывает движения, которые автоматически анализируются ММИ (на допустимость конфигурации и безопасность) и в виде обобщен-

ного описания МФД передаются роботу. Традиционные средства супервизорного управления, в которых используются пульт или джойстик для задания обобщенных команд, в данном случае получают развитие.

2. **Простота и оперативность обучения.** Обучение выполняется простыми движениями руки человека без какого-либо программирования сложных пространственных перемещений. Человеку естественнее и проще контролировать положение своей руки во время выполнения движения, чем контролировать движение с использованием кнопок, мыши или джойстика. Эксперименты показали, что научиться управлять роботом движением своей руки может практически каждый и сделать это можно буквально за несколько часов. Сроки и затраты на подготовку персонала для управления и обучения робота значительно сокращаются.

3. **Снижение требований к точности задания движения.** Вместо точного копирования и записи массивов координат траектории движения при обучении робота-манипулятора человек задает только назначение и форму пространственной траектории движения, в том числе при работе с предметами, инструментом и объектами ВС. Свободное движение задается человеком и воспроизводится роботом заведомо на безопасном расстоянии от объектов, поэтому не требуется особой точности таких движений. В том случае, когда хват робота приближается к объекту, движение автоматически корректируется по информации от сенсоров, в том числе силомоментного очувствления. Нет необходимости в точном копировании движений телеуправляемыми роботами, обычно используемыми в частично недетерминированной ВС, когда нет точной информации о расположении робота и препятствий.

4. **Надежность управления автономным роботом.** Одно из преимуществ состоит в отсутствии необходимости нахождения оператора на близком расстоянии или в рабочей зоне телеуправляемого робота, например, внутри космической станции или на внешней поверхности орбитальной станции для оперативного вмешательства в действия робота. На основе описаний МФД и МВС интеллектуальная СУР автоматически может скорректировать форму и даже порядок следования обученных движений робота.

5. **Удобство контроля, коррекции и передачи опыта движений.** Наглядная форма представления движений в МФД, близость к естественному языку фрейм-структурированного описания движений позволяют достоверно проверять, оперативно изменять состав, последовательность и форму сложных рабочих движений прямо по тексту описания движения, компьютерной модели робота-манипулятора, а также модели человека ("аватара") [10].

Заключение

Новая информационная технология обучения роботов (мехатронных систем) показом движений основана на использовании фрейм-структурированного представления данных в МФД, позволяющей легко корректировать семантику и топологию движений как человеку-оператору, так и автономному очувствленному роботу.

Алгоритмы обучения показом естественных движений руки человека-оператора с использованием телекамеры, закрепленной на так называемой очувствленной перчатке, допускают во время обучения применение не только компьютерных, но и натуральных макетов объектов внешней среды, что дает оператору возможность в реальных условиях отработать оптимальные движения телеуправляемых роботов. Достаточно лишь показать форму движения руки человека интеллектуальной системе ММИ и запомнить ее в МФД, а затем это движение может быть автоматически выполнено, например, роботом-манипулятором с коррекцией и навигацией по сигналам сенсоров среди объектов внешней среды.

Список литературы

1. Herzinger G., Grunwald G., Brunner B. and Heindl J. A sensor-based telerobotic system for the space robot experiment ROTEX // Proc. 2nd Internat. Symp. on Experimental Robotics. ISER, Toulouse, France, June 25—27, 1991.
2. Herzinger G., Heindl J., Landzettel K. and Brunner B. Multi-sensory shared autonomy — a key issue in the space robot technology experiment ROTEX // Proc. IEEE Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), Raleigh, NC, July 7—10, 1992.
3. Минский М. Фреймы для представления знаний. М.: Энергия, 1979.
4. Чернакова С. Э., Кулаков Ф. М., Нечаев А. И. Моделирование внешней среды для процесса обучения показом // Сб. трудов СПИИ РАН. Вып. 1. СПб.: СПИИ РАН, 2001.
5. Чернакова С. Э., Кулаков Ф. М., Нечаев А. И., Бурдыгин А. И. Многофазный метод и алгоритм измерения пространственных координат объектов для обучения сборочных роботов // Сб. трудов СПИИ РАН. Вып. 1. СПб.: СПИИ РАН, 2001.
6. Kulakov F. M. Technology for the Creation of Virtual Objects in the Real World // Workshop Conference, Binghamton University, NY, 4—7 March 2002.
7. Advanced System for Learning and Optimal Control of Assembly Robots/edited by F. M. Kulakov. St. Petersburg; SPIIRAS, 1999, 76 p.
8. Кулаков Ф. М., Наумов В. Б. Применение нечеткой логики и очувствленной перчатки для программирования роботов // Тр. III Междунар. конф. "Современные проблемы информатики-98", Воронеж, Россия. С. 59—61.
9. Чернакова С. Э., Кулаков Ф. М., Нечаев А. И. Обучение робота методом показа с использованием "очувствленной" перчатки // Тр. Первой междунар. конф. по мехатронике и робототехнике. СПб., 29 мая—2 июня 2000 г. С. 155—164.
10. Chernakava S. E., Timofeev A. V., Nechaev A. I., Litvinov M. V., Gulenko I. E., Andreev V. A. Man-Machine Interface and Virtual Reality for Assistive Medical Systems // Information Theories and Applications. iTech-2006, Varna, 2006. Bulgaria.

УДК 621.865.8.001.5

О. Д. Егоров, канд. техн. наук, доц.,
МГТУ "СТАНКИН"

Структурный анализ исполнительных устройств роботов

Рассматривается методика проведения структурного анализа исполнительных устройств роботов с замкнутыми контурами и без них, с избыточными связями и избыточными степенями подвижности. Показано различие между степенью подвижности исполнительного механизма и кинематической парой и степенью свободы рабочего органа робота, предложены условные графические обозначения степеней подвижности, которые можно использовать при выполнении структурных и кинематических схем.

Ключевые слова: роботы, исполнительные механизмы, избыточные степени подвижности.

Структура исполнительного устройства робота

Создание автоматических линий, автоматизированных производств, "безлюдных" заводов возможно благодаря применению многофункциональных машин, имитирующих действия человека, — роботов. Их применяют в промышленном производстве, бытовом обслуживании, здравоохранении, военном деле, в космосе, под водой и других экстремальных средах благодаря большой функциональной гибкости, прогрессивным механическим конструкциям, эффективным приводам, микропроцессорным управляющим системам, техническому зрению и т. п. Внимание ученых, конструкторов, инженеров сосредоточено на разработке высокоэффективных технологий изготовления роботов, расчетах и конструировании как отдельных механизмов, так и всего робота в целом.

Робот представляет собой систему, состоящую из исполнительного устройства (ИУ), которое выполняет все его двигательные функции, и устройства управления (УУ), формирующего и выдающего управляющие воздействия исполнительному устройству в соответствии с управляющей программой. В свою очередь, каждое из указанных устройств может быть структурировано самостоятельно.

Рассмотрим только один наиболее важный структурный элемент, входящий в состав исполнительного устройства, — исполнительный механизм (ИМ). ИМ — это механическая часть исполнительного устройства робота, состоящая из твердых и упругих звеньев, соединенных между собой различными видами связей, реализующая его двигательную функцию.

Под связями понимают кинематические пары. Кинематическая пара (КП) — соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение. Каждая КП обладает определенной подвижностью. Пассивная КП — это пассивное соединение двух звеньев, не позволяющее осуществлять заданное управляемое движение одного звена пары относительно другого.

Кроме пассивных КП существуют активные КП, позволяющие сообщать одному из звеньев пары одну управляемую обобщенную координату. Такие КП будем называть степенями подвижности (СП).

Степень подвижности — соединение двух звеньев, позволяющее сообщать одному из них одну управляемую обобщенную координату. СП включает в себя привод, сообщающий движение звену.

Следует отметить, что КП и СП имеют разную физическую сущность. Но на структурных и кинематических схемах КП и СП имеют одинаковое условное графическое изображение, что не дает возможности их различать. Поэтому предлагается изображать СП иначе, нежели КП, но близкими к ним условными графическими изображениями. На рис. 1 приведены существующие условные графические изображения КП и предлагаемые условные графические изображения СП.

Вместе с тем, часто путают понятия "степень подвижности" и "степень свободы".

СП исполнительного устройства робота — это управляемая обобщенная координата.

Степень свободы рабочего органа робота, а следовательно, и объекта, закрепленного в нем, — это независимое возможное его движение.

Рабочий орган как твердое тело, находящееся в пространстве, не может иметь число степеней свободы больше шести, в то время как число СП исполнительного устройства робота неограниченно. Для реализации движения объекта с заданным числом степеней свободы число СП исполнительного устройства должно быть равно или больше числа его степеней свободы.

Если несколько звеньев соединить между собой только КП, то получим кинематическую цепь (КЦ). Такая КП будет неподвижной. Для приведения ее в движение необходимо одну или несколько КП заменить на СП.

Таким образом, структурная схема механизма должна состоять из стойки, подвижных звеньев, КП и СП. Существуют механизмы, которые могут состоять только из стойки, подвижных звеньев и СП (например, исполнительные механизмы роботов).

В зависимости от вида движения звеньев КЦ исполнительных механизмов роботов подразделяют на плоские (рис. 2, а) и пространственные (рис. 2, б). В свою очередь, они могут быть замкнутыми (рис. 2, в) и незамкнутыми (разомкнуты-

Класс и число связей	Наименование соединения	Условное графическое изображение и обозначение	
		кинематической пары	степени подвижности
5	Одноподвижное (вращательное)		
	Одноподвижное (поступательное)		
	Одноподвижное (винтовое)		
	Одноподвижное (шарико-винтовое)		
4	Двухподвижное (цилиндрическое)		
	Двухподвижное (сферическое)		
3	Трехподвижное (сферическое)		
2	Четырехподвижное (линейное)		
1	Пятиподвижное (точечное)		

Рис. 1. Классификация кинематических пар и степеней подвижности

ми) (рис. 2, а, б) и незамкнутыми с местными замкнутыми контурами (рис. 2, г).

При выполнении технологической операции незамкнутая кинематическая цепь может стать замкнутой. Так, например, при фрезеровании, сверлении и т. п. на движения звеньев исполнительного устройства робота накладываются дополнительные связи и незамкнутая кинематическая цепь превращается в замкнутую (рис. 2, д).

Структурные формулы исполнительных устройств роботов

Существуют общие закономерности в структуре различных механизмов, связывающие число их СП с числом звеньев, числом и видом КП. Эти закономерности носят название структурных формул. По ним можно определять число СП исполнительного устройства робота (число управляемых обобщенных координат, число приводов, необходимых

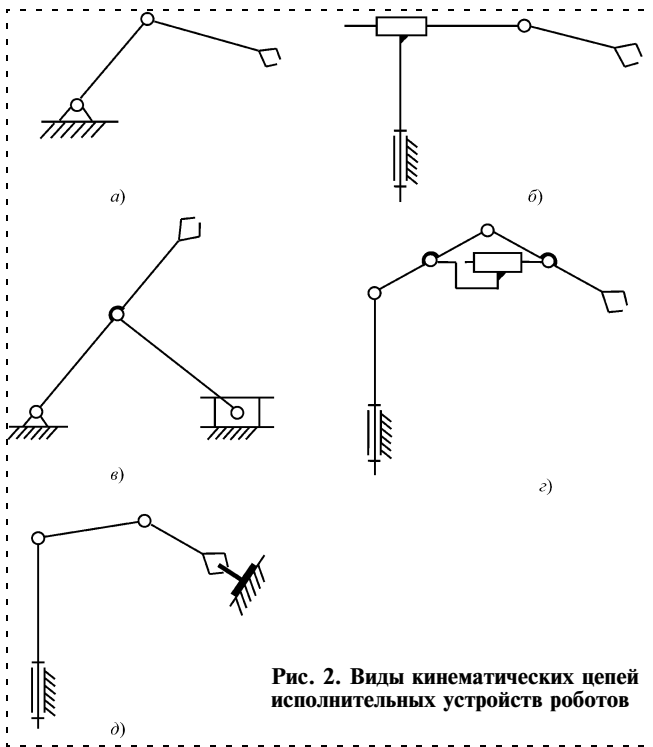


Рис. 2. Виды кинематических цепей исполнительных устройств роботов

для приведения исполнительного устройства в движение).

Для пространственного исполнительного механизма робота структурная формула имеет вид [1, 3]

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 iP_i,$$

где W — число СП пространственного исполнительного механизма; n — число подвижных звеньев; i — класс КП; P_i — число КП i -го класса. В исполнительных механизмах роботов могут быть использованы только КП 5-го, 4-го и 3-го классов.

Число СП плоского исполнительного механизма робота определяют по формуле [2]

$$W_{\text{пл}} = 3n - \sum_{i=4}^5 (i-3)P_i,$$

где цифра 4 относится к высшим КП, цифра 5 — к низшим КП.

Исполнительные механизмы роботов могут быть и с местными плоскими замкнутыми контурами, созданными с помощью плоских структурных групп. Такие контуры требуют высокой точности изготовления и сборки, иначе за счет перекосов и деформации звеньев в КП увеличивается трение, что может привести к заклиниванию исполнительного устройства робота.

Плоские замкнутые контуры можно рассматривать как пространственные с избыточными кон-

турными связями. В этом случае плоская структурная группа налагает на замкнутый контур три избыточные связи.

Если КП в плоской структурной группе кроме 5-го класса могут быть 4-го и 3-го классов, т. е. иметь дополнительные степени подвижности, то число СП механизма с местными замкнутыми контурами можно определить по формуле

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 iP_i + \sum_{j=1}^k S_j, \quad (1)$$

где S_j — число избыточных связей замкнутого контура:

$$S_j = 3 - \sum_{i=3}^5 (5-i)P_i. \quad (2)$$

Здесь 3 — число избыточных связей замкнутого контура с кинематическими парами только 5-го класса; P_i — число кинематических пар i -го класса замкнутого контура; j — номер замкнутого контура; K — число замкнутых контуров:

$$K = \sum_{i=1}^5 P_i - n.$$

Число дополнительных подвижностей замкнутого контура можно найти по формуле

$$H_j = 3 - S_j = \sum_{i=3}^5 (5-i)P_i.$$

Замкнутые контуры должны быть независимыми, т. е. отличаться друг от друга набором КП.

Отрицательное значение S_j указывает на то, что появились избыточные степени подвижности замкнутого контура:

$$h_j = H_j - 3 = -S_j.$$

Формулы (1) и (2) применимы как для пространственных, так и для плоских механизмов, как с замкнутыми контурами, так и без них.

Рассмотрим исполнительный механизм робота, изображенный на рис. 3, а.

Определяем число замкнутых контуров:

$$K = \sum_{i=1}^5 P_i - n = 9 - 7 = 2.$$

Вычисляем число избыточных связей каждого контура:

$$S_{1,2} = 3 - \sum_{i=3}^5 (5-i)P_i = 3 - (5-5) \cdot 9 = 3.$$

Следовательно, число избыточных связей исполнительного механизма равно шести.

Находим число СП исполнительного механизма робота:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 iP_i + \sum_{j=1}^K S_j = 6 \cdot 7 - 5 \cdot 9 + 3 + 3 = 3.$$

Таким образом, исполнительный механизм имеет три обобщенные координаты, и для приведения его в движение необходимо установить три привода.

Для устранения избыточных контурных связей необходимо понизить класс некоторых КП плоских структурных групп, образующих замкнутые контуры. Заменяем КП 5-го класса B_5 и F_5 на кинематические пары 3-го класса B_3 и F_3 и КП пятого класса D_5 и N_5 — на КП 4-го класса D_4 и N_4 (рис. 3, б). В этом случае число избыточных связей контуров BCDE и FMNL будет равно

$$S_{1,2} = 3 - (5 - 3) \cdot 1 - (5 - 4) \cdot 1 - (5 - 5) \cdot 1 = 0.$$

При этом число СП исполнительного механизма робота должно остаться прежним:

$$W = 6 \cdot 7 - 3 \cdot 2 - 4 \cdot 2 - 5 \cdot 5 = 3.$$

При дальнейшем понижении класса КП, например, при замене КП 4-го класса D_4 на КП 3-го класса D_3 (рис. 2, в) число избыточных связей контура BCDE становится отрицательным:

$$S_1 = 3 - (5 - 3) \cdot 2 - (5 - 5) \cdot 2 = -1.$$

Это указывает на то, что появилась одна избыточная степень подвижности этого контура $h_1 = -S_1 = 1$, т. е. местная степень подвижности (вращение группы звеньев 1 и 2 вокруг оси B_3D_3), что никак не отражается на функциональных движениях исполнительного механизма робота.

Число избыточных связей контура FMNL осталось неизменным, т. е. $S_2 = 0$.

При этом число СП исполнительного механизма робота не должно измениться: $W = 6 \cdot 7 - 3 \cdot 3 - 4 \cdot 1 - 5 \cdot 5 - 1 - 0 = 3$.

На рис. 3, г изображена структурная схема исполнительного механизма робота с тремя избыточными связями и одной избыточной степенью подвижности, на которой условными графическими изображениями показаны СП A_5 , E_5 и L_5 и КП B_3 , C_5 , D_3 , F_5 , M_5 , N_5 .

Исполнительные механизмы роботов с избыточными степенями подвижностями замкнутых конту-

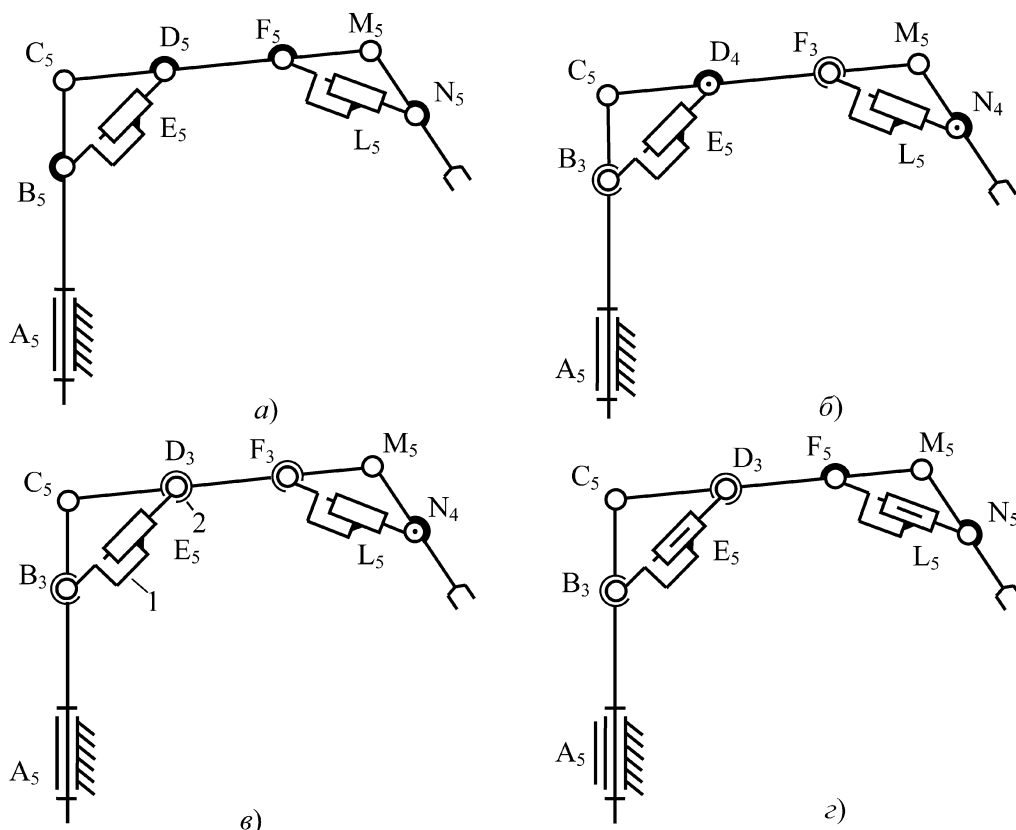


Рис. 3. Исполнительный механизм робота с кинематическими парами различных классов

ров не рациональны, так как они требуют установки дополнительных приводов, хотя на функциональные возможности это никак не влияет. Поэтому при конструировании исполнительных устройств роботов желательно от избыточных степеней подвижностей замкнутых контуров избавляться.

Однако, если исполнительный механизм не имеет замкнутых контуров, но имеет избыточные степени подвижности, это указывает на то, что возможно появление, во-первых, местных степеней подвижности звеньев (вращения звеньев вокруг своих продольных осей), что не влияет на его функциональные движения, во-вторых, групповых степеней подвижности звеньев, что положительно сказывается на функционировании исполнительного устройства робота (возможен обход препятствий).

На рис. 4, а изображен исполнительный механизм робота без замкнутых контуров с тремя избыточными подвижностями и с числом СП, равным девяти.

Три избыточные степени подвижности указывают на то, что имеются две местные степени подвижности (поворот звеньев АВ и ВС вокруг своих продольных осей) и одна групповая степень подвижности этих звеньев вокруг оси АС. От местных степеней подвижности желательно избавиться, так как они требуют установки дополнительных приводов, но на функциональные возможности это не влияет, а групповая степень подвижности полезна, так как она позволяет исполнительному устройству робота обходить препятствия. Без потери двигательных функций исполнительного механизма можно заменить СП V_3 на СП V_5 (рис. 4, б). В этом случае местные степени подвижности исчезнут и будет только одна групповая степень подвижности звеньев и число СП ИМ, равное семи.

Если СП V_5 и A_3 или C_3 поменять местами, то появится одна местная степень подвижности звена АВ или ВС, а групповая степень подвижности исчезнет. При этом число СП останется прежним ($W = 7$), и исполнительный механизм робота станет не рациональным. Поэтому при конструировании исполнительных устройств роботов конструктор должен располагать СП так, чтобы не появлялись местные степени подвижности звеньев.

Предложенная методика структурного анализа исполнительных механизмов роботов позволяет определять число избыточных связей, дополнительных и избыточных степеней подвижности, число СП робота как с местными замкнутыми контурами, так и без них, что дает возможность спроектировать рациональное исполнительное устройство, обеспечивающее более высокое качество его функциони-

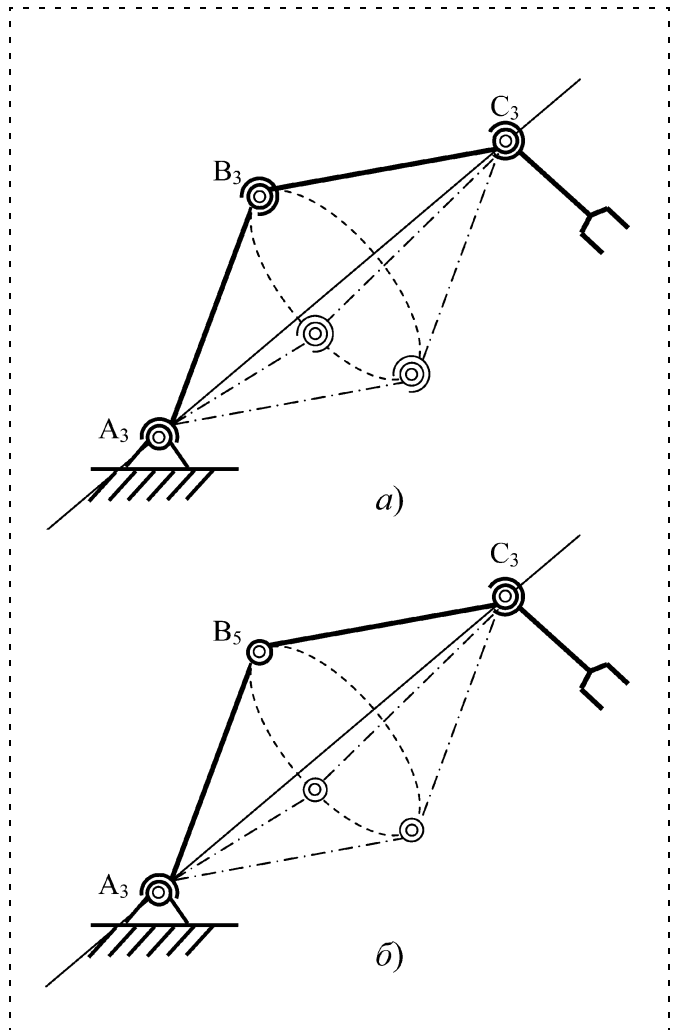


Рис. 4. Исполнительные механизмы роботов с избыточными подвижностями

рования. Показано различие между СП исполнительного устройства и КП и степенью свободы рабочего органа робота. Также представлены условные графические изображения различных СП, что позволяет КП и СП на структурных и кинематических схемах изображать по-разному, т. е. так, чтобы можно было различать, где находится КП, а где — СП.

Список литературы

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов: Учеб. М.: Наука, 1967. 719 с.
2. Воилкин Е. А. Расчет и конструирование механизмов приборов и систем: Учеб. пособ. М.: Высш. школа, 1980. 463 с.
3. Егоров О. Д. Механика и конструирование роботов: Учеб. М.: Изд. СТАНКИН, 1997. 515 с.

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО И АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 622.831.24

Г. Н. Лебедев, д-р техн. наук, проф.,
МАИ (ТУ),

С. Л. Щеткин, аспирант,
Московский государственный горный университет

Разработка оптимального управления процессом обогащения руды при ее сортировке

Рассматривается разработка оптимального алгоритма управления обогащением руды для исключения простоя бункера и выхода бункера в аварийное состояние (переполнения) и в итоге — для получения максимального количества полезной руды в единицу времени.

Ключевые слова: процесс обогащения руды, сортировка, оптимальное управление.

Введение

Построение системы автоматического управления процессом обогащения алмазосодержащей руды [1], а именно процессом "конвейер — бункер — сепаратор — конвейер", позволит избежать ряда проблем, связанных с простоем работы бункеров и выходом их в критическое состояние переполнения [2].

Это позволит получать максимальное количество полезной руды (алмазов) в единицу времени и повысит эффективность работы системы, что при высокой стоимости получаемой продукции весьма актуально. Даже 1...3 %-ное увеличение добычи алмазов принесет значительный экономический эффект.

На рис. 1 представлена схема перемещения руды на ленточном конвейере, после разделения которой на фракции разного размера происходит загрузка бункеров. Каждый из бункеров имеет сепаратор, причем качество обогащения руды напрямую зависит от скорости опорожнения бункеров.

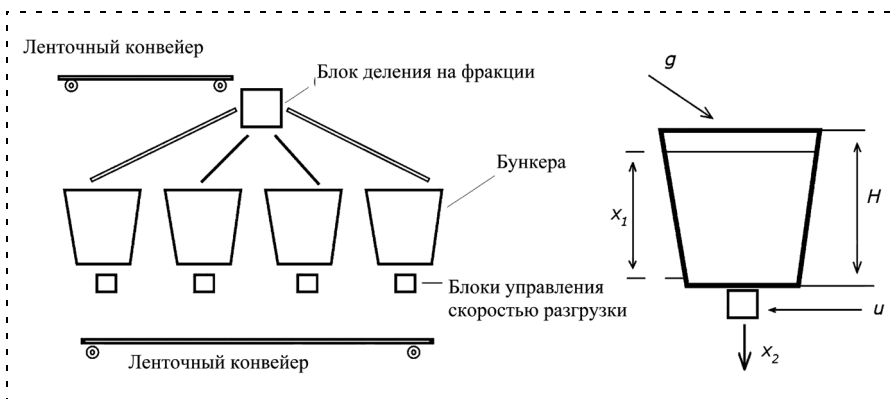


Рис. 1. Схема перемещения руды на ленточном конвейере

ратор, причем качество обогащения руды напрямую зависит от скорости опорожнения бункеров. В данной работе рассматривается режим оптимального управления сепаратором одного из бункеров.

Рассмотрим решение задачи оптимального управления при следующих условиях.

1. Модель процесса загрузки и разгрузки бункера описывается следующими уравнениями:

$$\dot{x}_1 = q - x_2; \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u}{T} - \frac{x_2}{T}, \quad (2)$$

где x_1 — загрузка бункера (общее количество руды в контейнере); q — меняющаяся и измеряемая скорость загрузки при поступлении в контейнер руды с ленточного конвейера; x_2 — разгрузка бункера (при получении полезной руды), определяющая скорость его опорожнения; u — управляющий сигнал по скорости разгрузки, подлежащий оптимальному выбору, при использовании сортировочной установки на "выходе" контейнера.

2. Критерий оптимального управления обогащением представлен следующим функционалом:

$$J = \max_u \int_0^T \left\{ (1 - bu)u + \frac{2}{b} - s \left(0,5 - \phi \left(\frac{-x_1 + H - q\Delta t - u\Delta t}{\sigma} \right) \right) \right\} dt = \int_0^T f_0(x_1, x_2, u) dt, \quad (3)$$

где $(1 - bu)u$ — доход полезной руды в единицу времени; s — штраф за переполнение бункера; b — заданный параметр, определяющий оптимальную скорость поступления руды на конвейер, равную $\frac{1}{2b}$,

при которой сортировка руды обеспечивает максимальный доход без учета возможных потерь от переполнения бункера, а максимальная скорость его опорожнения не превышает $\frac{2}{b}$, как показано на рис. 2; $\left(0,5 - \phi \left(\frac{-x_1 + H - q\Delta t - u\Delta t}{\sigma} \right) \right)$ — вероятность переполнения бункера; ϕ — интеграл Лапласа; σ — среднеквадратическое отклонение случайного процесса заполнения бункера рудой; H — заданная высота бункера; Δt — интервал пол-

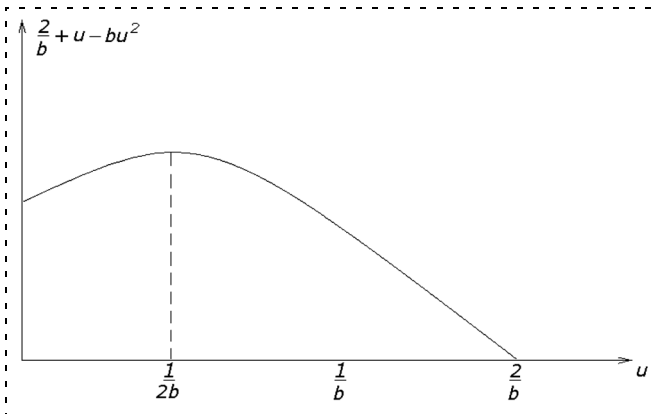


Рис. 2. Скорость разгрузки бункера

ного прохождения руды через блок деления на фракции и попадания ее во все бункера (интервал запаздывания).

Разработка оптимального управления

В данной статье модель процесса загрузки и разгрузки бункера (1) и (2), а также критерий оптимальности (3) считаются заданными и принимаются в виде, сформулированном в поставленной задаче.

Для получения условия оптимальности управления используем метод динамического программирования [2]:

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \max_u \left\{ f_0 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} \dot{x}_2 \right\} = \max_u F(x_1, x_2, u), \quad (4)$$

где ε — функция Беллмана; $\dot{x}_2 = \frac{u}{T} - \frac{x_2}{T}$; $\dot{x}_1 = q - x_2$; f_0 — подынтегральное выражение функционала (3).

Согласно методу аналитического концентрирования оптимальных регуляторов [3] представим функцию Беллмана в виде степенного ряда:

$$\varepsilon = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \gamma_1 \frac{x_1^2}{2} + \gamma_2 \frac{x_2^2}{2} + \phi_{12} x_1 x_2.$$

Тогда получим

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} = \beta_1 + \gamma_1 x_1 + \phi_{12} x_2 \quad \text{и} \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = \beta_2 + \gamma_2 x_2 + \phi_{12} x_1.$$

После решения уравнения (4) получаем формулировку динамического управления:

$$u = \frac{\beta_2 - s\Delta t + \frac{\phi_{12}}{T} x_1 + \frac{\gamma_2}{T} x_2}{2b} \quad \text{или} \quad u = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3, \quad (5)$$

где $k_1 = \frac{\phi_{12}}{2bT}$, $k_2 = \frac{\gamma_2}{2bT}$, $k_3 = \frac{\beta_2}{2bT} - \frac{s\Delta t}{2b}$.

Дифференциальные уравнения Риккати имеют вид

$$\dot{\beta}_1 = -sb + \gamma_1 q + \frac{1}{2bT} \phi_{12} + \frac{1}{2bT^2} \phi_{12} \beta_2;$$

$$\dot{\beta}_2 = -s\Delta t + \phi_{12} q - \beta_1 + \frac{1}{2bT} \gamma_2 + \frac{1}{2bT^2} \gamma_2 \beta_2 - \frac{\beta_2}{T};$$

$$\dot{\gamma}_1 = -2s + \frac{\phi_{12}^2}{2bT^2};$$

$$\dot{\gamma}_2 = -2s\phi_{12}\Delta t^2 - 2\phi_{12} - \frac{2}{T}\gamma_2 + \frac{1}{2bT^2}\gamma_2^2;$$

$$\dot{\phi}_{12} = s\Delta t - \gamma_1 - \frac{\phi_{12}}{T} + \frac{1}{2bT^2}\gamma_2^2\phi_{12}.$$

Необходимые для линейного управления (5) коэффициенты β_2 , ϕ_{12} и γ_2 можно вычислить в стационарном режиме при $\dot{\beta}_1 = \dot{\beta}_2 = \dot{\gamma}_1 = \dot{\gamma}_2 = \dot{\phi}_{12} = 0$.

После подстановки коэффициентов рассчитываем такое управление, благодаря которому практически исключен выход бункера в аварийное состояние. При этом время, затрачиваемое на сепарацию, увеличивается, так как управление меняется каждый промежуток времени, но зато мы получаем максимальное количество полезной руды в единицу времени:

$$u = 2,6q + [x_1 - (H - 2\sigma) - 1,6x_2] + \xi(t)$$

при ограничении $0 \leq u \leq \frac{2}{b}$, (6)

где $\xi(t)$ — возможная случайная ошибка в оценке скорости заполнения бункера рудой, если измерительные средства не позволяют точно определить процесс загрузки бункера.

Однако найденное управление в линейной форме не учитывает реальных ограничений по минимуму и максимуму скорости разгрузки. Поэтому в отличие от динамического управления, где учитывается динамика заполнения и опорожнения бункера, можно рассмотреть статическое управление, при котором не исключается момент переполнения бункера, но управление включается в работу только в аварийных ситуациях, позволяя работать сепарации в постоянном режиме:

$$u_j = \begin{cases} u_{\text{опт}} = \frac{1}{2b} & \text{при } x_1 \leq H - \Delta_j; \\ u_{\text{max}} = \frac{2}{b} & \text{при } x_1 > H - \Delta_j; \end{cases} \quad (7)$$

где Δ_j — порог предупредительной тревоги о возможном переполнении, зависящий от неодинаковой точности оценки скорости заполнения каждого j -го бункера; $u_{\text{опт}}$ — оптимальная скорость сортировки руды при ее обогащении; u_{max} — аварийная скорость разгрузки бункера.

Видимо, лучший вариант состоит в сочетании динамического и статического управления:

$$u_j = \begin{cases} u = \frac{2}{b} & \text{при } x_1 > H - \Delta_{2j}; \\ u = 2,6q + [x_1 - (H - 2\sigma) - 1,6x_2] + \xi(t) & \text{при} \\ H - \Delta_{1j} < x_1 < H - \Delta_{2j}, (\Delta_{2j} < \Delta_{1j} \text{ и } u \geq \frac{1}{2b}); \\ u = \frac{1}{2b} & \text{при } x_1 > H - \Delta_{1j}. \end{cases} \quad (8)$$

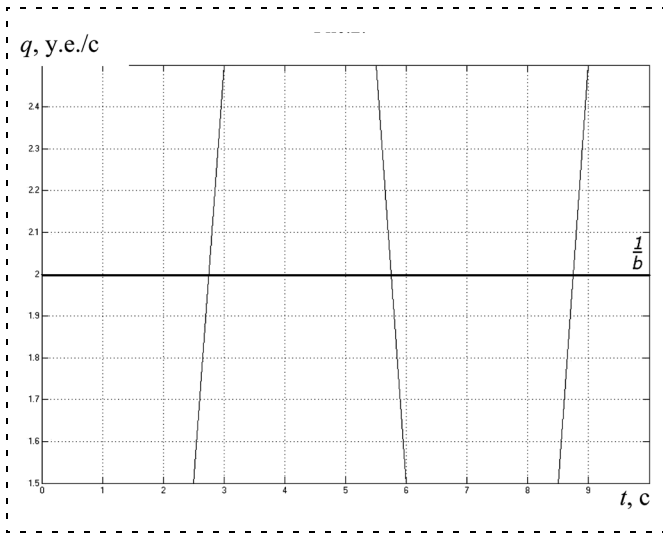


Рис. 3. Загрузка бункера q (поступление руды в бункер с конвейера)

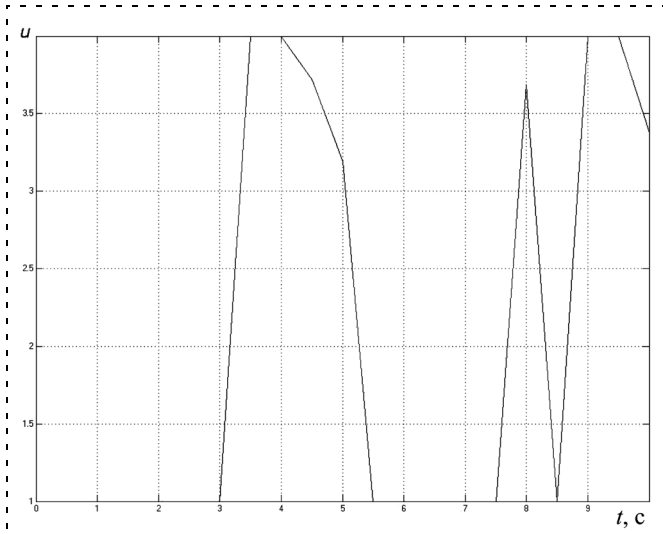


Рис. 4. Управление u процессом разгрузки бункера

Результаты моделирования

Моделирование процесса сепарации с использованием сочетания динамического и статического управления (8) дало следующие результаты. На рис. 3 показан процесс заполнения бункера при $b = 0,5$ и $H = 4$ м, при этом среднее значение q равно $\frac{1}{b}$, а его ступенчатый вид соответствует одному из тяжелых режимов работы системы.

На рис. 4 видно, что, как только количество руды в бункере превышает допустимый уровень, равный $H = 3,5$ м (в момент времени $t = 4$ с), управление переключается на максимальный режим опорожнения, равный $\frac{2}{b}$.

На рис. 5 видно, что благодаря такому управлению (см. рис. 4) количество руды в бункере ни разу не

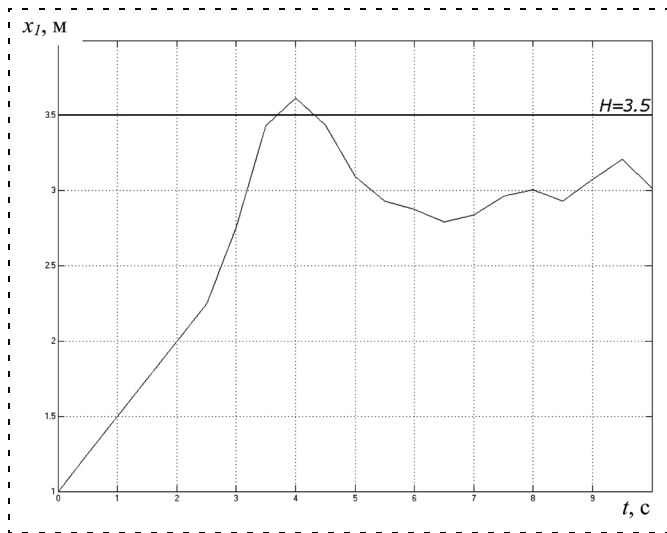


Рис. 5. Количество x_1 руды в бункере

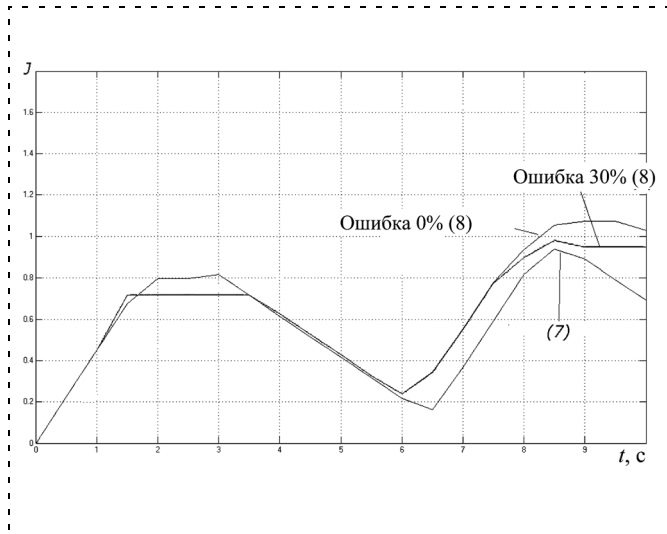


Рис. 6. Критерий оптимального управления обогащением J

превысило критического значения высоты ($H = 4$ м), что исключает возможность переполнения бункера.

Для оценки эффективности разных видов управления был вычислен критерий оптимального управления обогащением (рис. 6), который равен

$$J^* = \frac{1}{T} \int_0^T f_0(x_1, x_2, u) dt.$$

На основании результатов моделирования можно сказать, что сочетание статического и динамического управлений (8) является самым лучшим вариантом. Во-первых, при таком управлении практически исключено переполнение бункера, во-вторых, происходит эффективный процесс опорожне-

ния бункера, что позволяет получить максимальное количество полезной руды в секунду. Для подтверждения этих результатов был посчитан критерий оптимального управления обогащением (рис. 6), показывающий, что при использовании смешанного управления (8) происходит самый эффективный процесс опорожнения бункера.

Список литературы

1. Волков А. М., Инешин Г. Г. Рентгенолюминесцентная сепарация алмазосодержащих руд. // Горный журнал. 1994. № 4.
2. Автоматизация и регулирование транспортных процессов на угольных предприятиях // Тр. институтов. М.: Недра, 1983.
3. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: НИЛ, 1961.
4. Летов А. М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969.

УДК 519.872.4

А. Н. Фищенко, аспирант,
Ярославский государственный
технический университет

Моделирование и анализ системы массового обслуживания вулканизационного производства

Рассмотрены вопросы выбора конкретной системы массового обслуживания для описания работы вулканизационного оборудования. Предложена модель теории массового обслуживания для описания системы вулканизации шинного производства. Проведен анализ полученной модели и численных результатов.

Ключевые слова: процесс вулканизации шин, математическое моделирование, метод массового обслуживания.

Введение

Одним из важных аспектов при разработке и анализе системы управления технологическим процессом является моделирование и исследование системы обслуживания процесса. Одной из главных целей исследования является оптимизация и выявление "узких мест" работы системы, а также снижение числа потерь заявок на обслуживание и, как следствие, увеличение производительности всего шинного производства.

Предлагаемое в данной работе математическое описание позволяет эффективно оценить работу существующей системы обслуживания вулканизационного производства и разработать при необходи-

мости более сложные и точные модели процесса обслуживания.

Как известно, вулканизация является завершающей стадией в производстве автомобильных покрышек. Собственно процесс вулканизации происходит в специальных аппаратах, форматорах, каждый из которых вулканизирует одновременно две покрышки, полученные из цеха сборки. Число форматоров в цехе может быть достаточно велико (несколько десятков), что обуславливает необходимость эффективной системы обслуживания работы. Попытка разработки подобной системы и рассмотрена в данной статье.

Теоретические результаты проиллюстрированы расчетами одной из существующих систем обслуживания цеха вулканизации шинного завода.

Условия использования теории массового обслуживания

В общем случае возможность применения теории массового обслуживания для исследования предметной области определяется следующими факторами [1].

1. Число заявок в системе, которая рассматривается как система массового обслуживания, должно быть массовым. Теория массового обслуживания может быть использована для анализа различных производственных ситуаций. Первой из них является задача анализа функционирования цехов вулканизации как систем массового обслуживания при поступлении в них случайных заявок на вулканизацию покрышек. Заявки могут поступать в случайные моменты времени и могут обладать различной степенью сложности и различным объемом,

что приводит к случайному времени исполнения заявок [2].

2. Все заявки, поступающие на вход системы массового обслуживания, должны быть однотипными [3].

3. Для расчетов по формулам необходимо знать законы, определяющие поступление заявок и интенсивность их обработки. Более того, потоки заявок должны быть пуассоновскими [4].

4. Структура системы массового обслуживания, последовательность обработки заявки должны быть жестко зафиксированы [5].

5. Необходимо исключить из системы субъектов или описывать их с постоянной интенсивностью обработки [6].

6. Число используемых приоритетов должно быть минимальным. Приоритеты заявок должны быть постоянными, т. е. они не могут меняться в процессе обработки внутри системы массового обслуживания.

Особенности построения аналитических моделей вулканизационных систем

Рассмотрим построение модели устройств с точки зрения теории массового обслуживания на примере форматора-вулканизатора и погрузчика автопокрышек. В большинстве случаев форматор и погрузчик представляют собой одноканальные устройства, т. е. обладают только одним каналом обслуживания. Под каналом обслуживания будем понимать возможность выполнения одной задачи.

Обслуживающее устройство имеет ограниченное число источников заявок. Как правило, необходимо учитывать разнообразие заявок. Следовательно, наиболее подходящей моделью является одноканальная разомкнутая система массового обслуживания.

Для расчета можно принять, что очередь имеет неограниченный размер. Это означает, что необходимо обслужить все заявки, поступающие в очередь. Каждая заявка должна быть выполнена в определенные сроки, поэтому система массового обслуживания должна содержать заявки с приоритетами. Приоритеты бывают абсолютные и относительные.

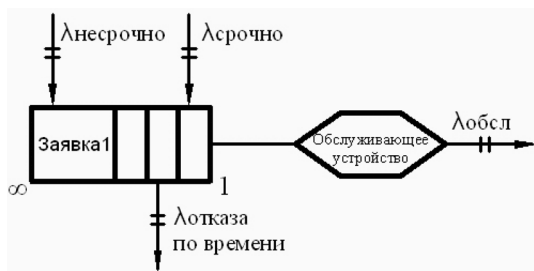


Рис. 1. Одноканальная разомкнутая система массового обслуживания с бесконечной очередью и ограничением по времени

В случае абсолютного приоритета требование, заставшее каналы занятыми, прерывает обслуживание требования младшего приоритета или становится в очередь, если все каналы обслуживают заявки со старшим приоритетом. На практике заказы на обслуживание Z для вулканизации можно разбить на r составных частей z_i : $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_r\}$. Каждую часть можно обрабатывать отдельно.

Потеря заявки неприемлема для данной предметной области, так как может принести дополнительные расходы. Относительные приоритеты не позволяют выполнить заказ, если в обслуживании находится большая партия, поэтому остаются два варианта с использованием абсолютных приоритетов. Выбор одного из них зависит от времени выполнения нового заказа T , требуемых для этого ресурсов Res , исполнителя Hu и др. Если процент выполненной работы меньше какого-нибудь критерия Kr , то заявка обслуживается заново полностью:

$$Z_i/Z < Kr, Kr = \text{func}(T, Res, Hu\dots),$$

где Z_i — доля выполненной работы.

Основная сложность математической модели такой системы массового обслуживания заключается в том, что заявка с малым приоритетом может быть не обслужена. Для избежания таких ситуаций необходимо менять приоритеты во время обслуживания.

Главным критерием для выставления приоритетов, как отмечалось выше, является время выполнения заказа. Отсюда следует, что нужно использовать систему массового обслуживания с ограниченным временем ожидания (рис. 1).

В рассматриваемой системе массового обслуживания не должно быть отказов, а это значит, что поток отказов по времени выполнения заявки $\lambda_{отк.}$ вз нужно перенаправить и добавить в поток срочных заказов $\lambda_{срочно}$ (см. рис. 2). В результате этих операций получится суммарный поток $\lambda_{\Sigma срочно}$. Объединение потоков переводит систему массового обслуживания в разряд замкнутых.

Такая схема организации требует ограничения очереди таким образом, чтобы все заказы были вы-

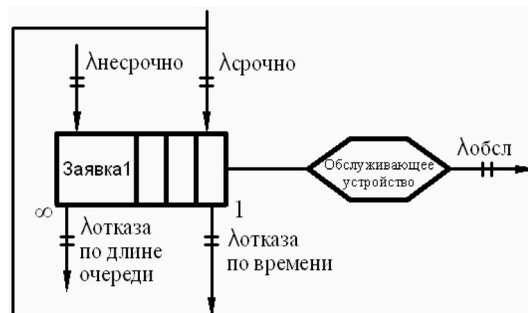


Рис. 2. Замкнутая одноканальная система массового обслуживания с бесконечной очередью и ограничением по времени

полнены вовремя. Размер очереди в этом случае уменьшится и будет равен n . Это приведет к появлению потока отказов по длине очереди $\lambda_{отк. до}$. Если в системе имеется несколько типов приоритетов, то схема системы массового обслуживания значительно усложнится [7]. Для упрощения математической модели можно воспользоваться одноканальной разомкнутой системой массового обслуживания с ограниченной очередью размером m .

Основными параметрами этой модели системы массового обслуживания являются абсолютная пропускная способность A (число заявок в единицу времени) и вероятность отказа заявки $P_{отк}$.

$$P_{отк} = [(\lambda/\rho)^{m+1}(1 - \lambda/\rho)]/[1 - (\lambda/\rho)^{m+2}];$$

$$A = \lambda(1 - P_{отк}) =$$

$$= \lambda(1 - [(\lambda/\rho)^{m+1}(1 - \lambda/\rho)]/[1 - (\lambda/\rho)^{m+2}]),$$

где λ — интенсивность поступления заявок; ρ — интенсивность обслуживания заявок.

Средняя длина очереди (число элементов, ожидающих обслуживания), ω среднее время ожидания заявки в очереди T_{ω} и время пребывания заявки в системе массового обслуживания T_q являются важными характеристиками для системы массового обслуживания с очередями:

$$\omega = (\lambda/r)^2 \{1 - (\lambda/r)^m [m + 1 - m(\lambda/\rho)]\} / [1 - (\lambda/\rho)^{m+2}](1 - \lambda/\rho);$$

$$T_{\omega} = \omega/\lambda; T_q = T_{\omega} + A/\lambda\rho.$$

Возникает закономерный вопрос о соотношении длин очередей n и m . Оно зависит, прежде всего, от процентного содержания работ с разными приоритетами и от времени их выполнения.

Для простоты вычислений положим, что существует два типа приоритетов заказов. Введем некий коэффициент ξ , который характеризует соотношение между потоками срочных ($\lambda_{срочно}$) и несрочных заказов партий покрышек ($\lambda_{несрочно}$):

$$\xi = (\lambda_{срочно})/\lambda_{несрочно}, \quad (1)$$

$$(\lambda_{срочно}) = \xi(\lambda_{несрочно}).$$

Чтобы обеспечить эффективность работы, время обработки всех заказов должно быть больше, чем интенсивность заявок, т. е.

$$(1/\rho) < 1/(\lambda_{срочно} + \lambda_{несрочно});$$

$$(\lambda_{срочно} + \lambda_{несрочно}) < \rho.$$

Подставляя в это соотношение формулу (1), можно получить $\lambda_{срочно} < \rho\xi/(\xi + 1)$; $\lambda_{несрочно} < \rho/(\xi + 1)$. Если известно оптимальное значение коэффициента ξ и интенсивность обработки заявок за единицу времени, то можно найти ограничения для потоков и соотношение между ними.

Попробуем оценить коэффициент ξ . Очевидно, что чем больше срочных заказов, тем меньше должна быть длина очереди. Следовательно, коэффициент обратно пропорционален длине очереди:

$$\xi \sim 1/n \Rightarrow \xi = k/n, n_1 = (k_1 n_{50/50})/\xi, k = k_1 n_{50/50},$$

где k — коэффициент пересчета длины очереди; k_1 — коэффициент соответствия (он определяется законами распределения поступления и обработки заявок); $n_{50/50}$ — длина очереди при наличии 50 % срочных и 50 % несрочных заявок; n_1 — новое значение длины очереди.

Если исходить из длины очереди $n_{неср}$, в которой все заявки несрочные, то формула примет следующий вид:

$$n_1 = k_1 n_{неср}/(\xi + 1).$$

На рис. 3 приведен график, иллюстрирующий зависимость длины очереди от коэффициента ξ .

Рассмотрим предельные случаи.

При $\xi \rightarrow \infty, n \rightarrow 0$ очередь будет отсутствовать. На вход поступают два независимых потока заявок λ_1 и λ_2 . Требования первого потока обладают старшим абсолютным приоритетом.

Очередь отсутствует, поэтому заявка младшего приоритета, обслуживание которой прервано, теряется. Теряется также и заявка старшего приоритета, когда канал занят обслуживанием заявки этого же приоритета. Вероятность потери заявки $P_{пот}$ определяется следующей формулой:

$$P_{пот} = [\lambda_1(\lambda_1 + \lambda_2 + \rho_2) + \rho_1(\lambda_1 + \lambda_2)]/[(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_2 + \rho_2)].$$

Если рассматривать заявки без приоритетов, то получится одноканальная система массового обслуживания с отказами. Такая ситуация вполне возможна для шинного производства. Например, имеется очень большое (для расчетов можно принять бесконечное) число заказов на вулканизацию покрышек. Тогда отсутствует необходимость создавать очередь. Такие ситуации могут возникать лишь на

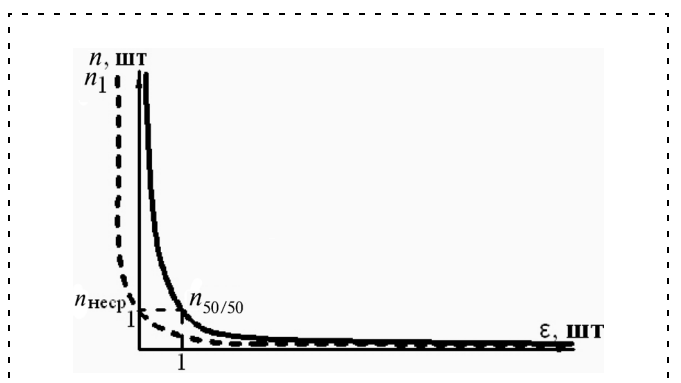


Рис. 3. График зависимости длины очереди от коэффициента ξ

небольшие промежутки времени во время сильного роста производства.

При $\xi \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$ очередь неограниченно возрастает, и модель системы приближается к одноканальной системе массового обслуживания с неограниченной очередью. Установившийся режим работы системы массового обслуживания может быть только в случае, когда интенсивность входного потока не больше интенсивности обслуживания ($\lambda/\rho \leq 1$). Пропускная способность будет равняться интенсивности входного потока, а среднее число заявок в очереди m_k будет одной из важнейших характеристик данной системы массового обслуживания.

Пример моделирования системы массового обслуживания цеха вулканизации автопокрышек шинного завода

Существующая система является однолинейной, так как используется единственный прибор обслуживания заявок на линии (погрузчик). Структура моделируемой системы, характеризующейся интенсивностью общего потока требований α_i на накопитель и интенсивностью обслуживания требований μ_i одним устройством, может быть записана как $M_B | M_0 | n | r$, где M_B — распределение интервалов времени между поступлениями требований; M_0 — распределение времени обслуживания; n — число обслуживающих устройств в системе массового обслуживания; r — число мест ожидания.

Значения интервалов времени между последовательными моментами поступления требований и интервалов времени обслуживания требований являются независимыми в совокупности случайными величинами. Поэтому поток заявок и поток обслуживания для данной системы является рекуррентным и характеризуется показательной функцией распределения. В качестве потока заявок и потока обслуживания в данной системе приняты пуассоновские потоки с показательными функциями распределения:

$$M_B = 1 - e^{-\lambda t}, \quad M_0 = 1 - e^{-\mu t}.$$

Проанализируем данную систему массового обслуживания со следующими исходными данными:

- число форматоров-вулканизаторов в линии $N = 12$;
- общая продолжительность вулканизации в форматоре-вулканизаторе $t_{\text{вулк}} = 29$ мин = 0,483 ч;
- число пресс-форм форматора (число одновременно вулканизируемых покрышек) $S = 2$;
- среднее время обслуживания заявки $\tau_{\text{об}} = 3,86$ мин = 0,064 ч;
- число обслуживающих устройств $n = 1$;
- число мест ожидания $r = N = 12$.

Расчет системы массового обслуживания

Производительность одного форматора-вулканизатора

$$P_1 = S \frac{1}{(t_{\text{вулк}} + \tau_{\text{об}})} = S \frac{1}{(0,483 + 0,064)} = 3,656 \text{ шт/ч.}$$

Максимальная производительность линии

$$P = \sum_{i=1}^N P_i = P_1 N = 3,656 \cdot 12 = 43,876 \text{ шт/ч.}$$

Интенсивность входного потока требований, т. е. среднее число требований, поступающих в обслуживающую систему в единицу времени, определяется следующим образом:

- для одного форматора-вулканизатора

$$\lambda_1 = \frac{P_1}{S} = \frac{3,656}{2} = 1,828 \text{ шт/ч;}$$

- для линии форматоров-вулканизаторов

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \lambda_i = \lambda_1 N = 1,828 \cdot 12 = 21,936 \text{ треб/ч.}$$

Интенсивность обслуживания

$$\mu = \frac{n}{\tau_{\text{об}}} = \frac{1}{0,064} = 15,625.$$

Загрузка для данной системы массового обслуживания

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{21,936}{15,625} = 1,404; \quad \mu = \frac{1}{0,064} = 15,625.$$

Из расчета видно, что при использовании данного числа обслуживающих устройств система массового обслуживания линии форматоров-вулканизаторов перегружена на 40,4 %.

Найдем среднее число покрышек, ожидающих обслуживания в ограниченном накопителе:

$$m = \frac{\rho^2}{1 + \rho} = \frac{1,404^2}{1 + 1,404} = 0,819.$$

Среднее время ожидания начала обслуживания требований в накопителе

$$W = \frac{\rho \mu^{-1}}{1 + \rho - \rho^2} = \frac{1,404 \cdot 15,625^{-1}}{1 + 1,404 - 1,404^2} = 0,2076.$$

Тогда производительность одного форматора-вулканизатора при использовании одного погрузчика составит

$$P'_1 = S \frac{1}{(t_{\text{вулк}} + \tau_{\text{об}} + W)} = 2 \frac{1}{(0,483 + 0,064 + 0,2076)} = 2,65.$$

Соответственно, производительность линии определяется следующим образом:

$$P' = \sum_{i=1}^N P'_i = P'_1 N = 2,65 \cdot 12 = 31,80.$$

Это составит $\frac{P'}{P} = \frac{31,80}{43,876} = 0,724$ или 72,4 % от максимальной производительности линии.

Найдем оптимальное число обслуживающих устройств. Для этого загрузки системы массового обслуживания $\rho \leq 1$. Тогда число обслуживающих устройств определяется как

$$\frac{\lambda \tau_{об}}{n} \leq 1, \text{ т. е.}$$

$$n \geq \lambda \tau_{об} = 21,936 \cdot 0,064 = 1,403.$$

Поскольку число обслуживающих устройств не может быть дробным числом, принимаем в соответствии с вышеуказанным условием $n = 2$. Тогда интенсивность обслуживания будет равна

$$\mu'' = \frac{n}{\tau_{об}} = \frac{2}{0,064} = 31,25.$$

Загрузка для новой системы массового обслуживания рассчитывается следующим образом:

$$\rho'' = \frac{\lambda}{\mu''} = \frac{21,936}{31,25} = 0,702.$$

Зависимость загрузки системы массового обслуживания от числа обслуживающих устройств представлена на рис. 4.

Среднее число покрышек, ожидающих обслуживания в ограниченном накопителе, равно

$$\mu'' = \frac{\rho''^2}{1 + \rho''} = \frac{0,702^2}{1 + 0,702} = 0,290.$$

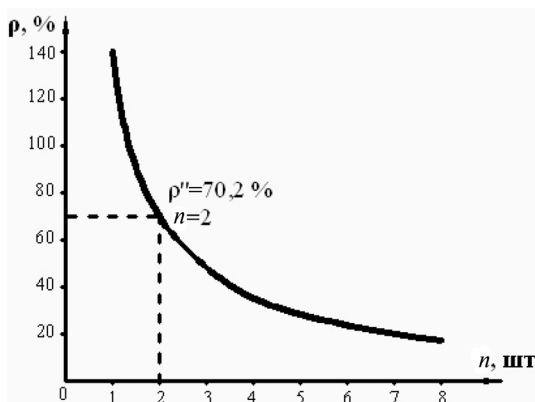


Рис. 4. Зависимость загрузки системы массового обслуживания от количества обслуживающих устройств

Найдем среднее время ожидания начала обслуживания требований в накопителе:

$$W'' = \frac{\rho'' \mu''^{-1}}{1 + \rho'' - \rho''^2} = \frac{0,702 \cdot 31,25^{-1}}{1 + 0,702 - 0,702^2} = 0,0186.$$

Производительность форматора-вулканизатора при использовании двух обслуживающих устройств на линии:

$$P''_1 = S \frac{1}{(t_{вулк} + \tau_{об} + W'')} = 2 \frac{1}{(0,483 + 0,064 + 0,0186)} = 3,536.$$

Соответственно, производительность линии равна

$$P'' = \sum_{i=1}^N P''_i = P''_1 N = 3,536 \cdot 12 = 42,432,$$

что составит $\frac{P''}{P} = \frac{42,432}{43,876} = 0,9671$, или 96,71 % от максимальной производительности линии при 70,2 %-й загрузке системы обслуживания. Зависимость производительности линии форматоров от числа обслуживающих устройств представлена на рис. 5.

Распределение интервалов времени между поступлениями требований будет иметь вид: $M_B = 1 - e^{-21,936t}$; распределение времени обслуживания: $M_O = 1 - e^{-31,25t}$.

Структура системы массового обслуживания: $M_B | M_O | 2 | 12$. Дальнейшее увеличение обслуживающих устройств приведет к незначительному увеличению производительности линии и к сильному снижению загрузки обслуживающей системы, что при данных начальных условиях является экономически неэффективным.

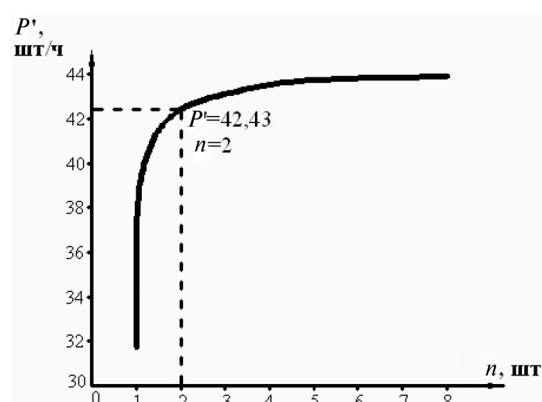


Рис. 5. Зависимость производительности линии форматоров от числа обслуживающих устройств

Выводы

- Предложена математическая модель описания процесса обслуживания цеха вулканизации автопокрышек.
- Разработана методика применения аппарата теории систем массового обслуживания к технологическому процессу вулканизации в форматах-вулканизаторах.
- Анализ данной системы массового обслуживания позволяет сделать вывод о запасе производительности на устройствах обслуживания и возможности ее увеличения (однако это невозможно без увеличения производительности остальных позиций линии).

Список литературы

1. **Ивченко Г. И., Каштанов В. А., Коваленко И. Н.** Теория массового обслуживания. М.: Высш. школа, 1982. 256 с.
2. **Волков И. К., Загоруйко Е. А.** Исследование операций. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. 436 с.
3. **Кофман А., Крюон Р.** Массовое обслуживание. Теория и приложения. М.: Мир, 1965. 304 с.
4. **Давыдов Э. Т.** Исследование операций. М.: Высш. школа, 1990. 380 с.
5. **Ширяев В. И.** Исследование операций и численные методы оптимизации. Челябинск: ЧГТУ, 1993. 88 с.
6. **Таха Х.** Введение в исследование операций. М.: Издательский дом "Вильямс", 2001
7. **Гнеденко Б. Б., Коваленко И. Н.** Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1966. 255 с.

УДК 62-50

А. А. Левков, канд. техн. наук, доц.,
Уфимский государственный
авиационный технический университет

Методы повышения эффективности систем управления организационно-техническими объектами

Предлагается концептуальная информационная модель системы управления организационно-технической системой, методы построения единой логической модели данных на основе классово-реляционных иерархий и критерии ее оценки.

Ключевые слова: организационно-техническая система, логическая модель данных, информационная модель, управление.

Введение

Построение эффективной системы управления организационно-техническими объектами (СУОТО) является одной из наиболее актуальных современных задач. Сложность построения таких систем обусловлена сложностью и неоднородностью самих организационно-технических систем (ОТО). Такие системы не поддаются строгой формализации, в их функционировании можно различить ряд параллельных потоков, часто неявно связанных друг с другом и подверженных внешним, нередко непрогнозируемым воздействиям. Так, при построении комплексной системы управления даже для небольшого производственного предприятия следует учитывать:

1) техническую составляющую — станки, механизмы, сырье, промежуточную и готовую продук-

цию, брак, технологическую цепочку изготовления продукции и пр.;

2) экономическую составляющую — постоянно меняющуюся цену на сырье и энергоносители, слабопрогнозируемые объемы сбыта продукции, возможные задержки со сбытом и поставками;

3) административную составляющую — состав и квалификацию кадров, их текучесть, организационную структуру предприятия, траектории принятия решений и границы ответственности.

На данный момент большинство СУОТО представляют собой набор из различных программно-аппаратных систем, не имеющих явной связи друг с другом. Иными словами, фактически используется не единая среда управления, а различные системы, в большей или меньшей степени управляющие отдельными элементами предприятия. Следует отметить, что даже использование таких комплексных и объемных систем, как BAAN, SAP, IFS Applications, не решает данной проблемы: как отмечают их разработчики, системы являются комплексами бизнес-приложений (их число может доходить до 70), где каждый из модулей решает свои задачи. Даже при использовании полной сборки таких постERP-систем трудно говорить об эффективной автоматизации — сложность самой системы управления начинает конкурировать со сложностью объекта управления. Отдельные модули даже одной фирмы часто используют несовместимые форматы данных, требуют дублирования ввода информации, т. е. не образуют единой информационной среды.

На взгляд автора, наиболее существенным препятствием к построению эффективной интегральной СУОТО является отсутствие простой и ясной модели данных такой системы, а также критериев ее оптимизации.

Принципы построения классово-реляционной модели данных ОТО

При разработке логической модели данных ОТО в качестве концептуальной автором была использована информационная модель документооборота, так как именно в пределах данной модели возможно наиболее полно и естественно описать организационно-техническую систему. Общий вид данной информационной модели представлен на рис. 1.

Как видно из рис. 1, основными элементами данной системы являются "справочники", "оперативные данные", "состояния" и "регистры".

Справочники — фундаментальная часть системы, без которой невозможно появление объектов других типов. В качестве справочников могут фигурировать списки: ГОСТов, стран, станков предприятия, сотрудников, должностей, выпускаемых деталей и пр., т. е. объектов, на основе которых формируются оперативные данные. Справочники бывают двух видов:

- статические — никогда или редко меняющиеся (ГОСТы, страны). Как правило, они имеют незначительное число записей;
- динамические — постоянно растущие или меняющиеся справочники (о сотрудниках, выпускаемых деталях). Их число меньше, чем статических, но число записей больше.

Оперативные данные — основная часть системы — занимает 80...90 % всего объема. На основе оперативных данных происходят изменения объектов, описанных в справочниках. Техническая часть данных может включать в себя управление параметрами устройств на основе показаний с их датчиков. Экономическая часть может содержать увеличение информации об уменьшении количества товара



Рис. 1. Концептуальная информационная модель ОТО

в связи с его производством/продажей. В административной части могут быть данные о добавлении/удалении записей в справочник "сотрудники" на основе записей о приеме/увольнении. Оперативные данные делятся на два вида:

- интегральные — обобщенно, с помощью агрегатов, описывают некий "пакет" оперативной информации. Обычно содержат много ссылок на статические справочники и не ссылаются на динамические;
- детальные — имеют сравнительно простую структуру, ссылаются на интегральную часть и на динамические справочники.

Состояния — термин, заимствованный из теории конечных автоматов и находящийся все большее применение в объектных информационных моделях. Описывают состояния, в которых находятся оперативные данные.

Регистры — аналитическая часть системы, работающая в оперативном режиме. Позволяет выполнять операции бизнес-логики без выполнения сложных и больших запросов по оперативным данным. Поддерживает целостность бизнес-операций над данными.

Следует отметить, что интегральные и детальные части оперативных данных имеют много общих атрибутов и обслуживаются подобными алгоритмами (так, например, для всех заголовков балансовых документов (относящихся к интегральным оперативным данным) типичны поля: №, дата создания, сумма, создатель и пр.). Кроме того, алгоритмы анализа и обработки данных, как правило, затрагивают существенные их срезы. Данные причины приводят к низкой эффективности использования классических реляционных моделей данных в качестве платформы построения СУОТО [1, 2]. Сама по себе реляционная структура оказывается неспособной адекватно предметной области отразить связи между оперативными данными и справочниками, поскольку их иерархия является в большей степени объектно-ориентированной, нежели реляционной. Классический процедурно-реляционный подход к построению модели данных ОТО приводит к необходимости реализовывать тысячи процедур обслуживания данных, сложные громоздкие триггеры, связывать сотни и тысячи таблиц десятками тысяч связей, т. е. формировать реляционные схемы высокой сложности, сопровождение и администрирование которых затруднено, а эволюционное развитие, актуальное для любых современных систем, практически невозможно.

В данной статье автором предлагается решение по снижению структурной и алгоритмической сложности модели данных. Данное решение основывается на использовании классовых иерархий [3, 4] при построении реляционных схем — данная надстройка не разрушает реляционной парадигмы и

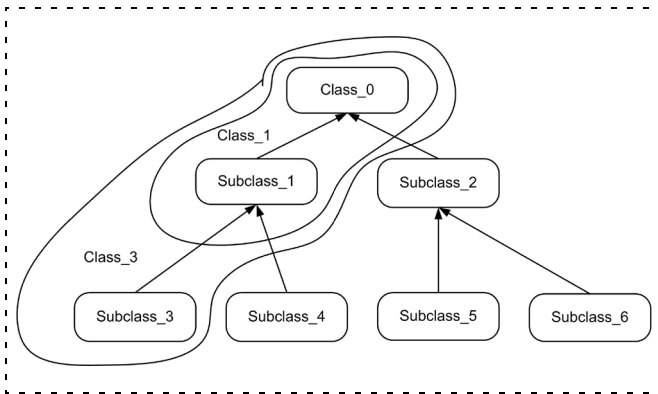


Рис. 2. Общий вид классово-реляционной модели данных

все отношения соответствуют трем основным нормальным формам. Все механизмы работы с надстройкой реализованы только на основе структурных решений и алгоритмов самой реляционной БД, что позволяет отказаться от "двухурвневой" организации алгоритмов — на уровне реляционного ядра и объектного. Вся работа с классами и объектами выполняется в рамках реляционной парадигмы. Применение данного подхода позволяет повысить интеграцию данных, что приводит к увеличению скорости обработки данных.

Сущность предлагаемой методики заключается в построении дерева реляционных таблиц со связями по первичному суррогатному ключу, определяемому в корневой таблице иерархии. Общий вид такой структуры представлен на рис. 2 [5].

Каждая дочерняя таблица является расширенным описанием родительской и содержит только те атрибуты, которых нет в родительской таблице.

При использовании данной структуры становится возможным выносить общие для различных сущностей поля в родительские элементы иерархии, тем самым уменьшая общее число атрибутов и упрощая схему ОТО. Сущности классической реляционной ОТО оказываются "распределенными" по иерархии дерева.

Теоретический анализ

Очевидно, что обобщенный анализ предлагаемой методологии возможно привести только при ряде приближений, обусловленных большим статистическим разбросом параметров различных ОТО. Так, примем, что распределение атрибутов по дереву иерархии равномерное. Данное допущение достаточно произвольно, однако реальные системы, как правило, не обнаруживают никакой закономерности распределения атрибутов. Проанализированные реальные системы склонны к концентрации атрибутов на верхних и нижних уровнях иерархии, в то время как средние уровни, как правило, за-

полнены небольшим числом общих вторичных ключей. Однако эффект от применения предложенной методики у таких систем больше, нежели у систем с равномерным распределением.

Также примем постоянным коэффициент насыщенности дерева, т. е. число дочерних вершин любого уровня, кроме листового, будем считать одинаковым и равным k .

Для оценки сложности реляционных ОТО можно использовать следующие критерии:

- S_d — декларативная сложность (общее число неключевых атрибутов в таблице);
- S_k — ссылочная сложность (число ключевых атрибутов в таблице).

Ссылочная сложность складывается из следующих параметров:

- сложность по первичным ключам S_{pk} (характеризует число первичных ключей) и сложность по вторичным ключам S_{fk} (характеризует число вторичных ключей, не входящих в состав первичных ключей);
- S_a — алгоритмическая сложность (число атомарных алгоритмов, обслуживающих систему).

Оценку алгоритмической сложности (S_a) в рамках данной статьи дать затруднительно, так как она в значительной степени зависит не только от бизнес-логики (т. е. от реалий предметной области), но и от степени профессионализма программиста. Опираясь на общие тенденции, можно отметить, что алгоритмическая сложность находится в зависимости от декларативной и ссылочной целостности. Это объясняется тем фактом, что основной функцией триггеров таблиц и процедур является контроль значений ее атрибутов, особенно вторичных ключей. Иными словами, чем выше декларативная и ссылочная сложность, тем выше алгоритмическая сложность. Общую зависимость можно выразить следующим отношением:

$$S_a = f(S_d, S_k). \quad (1)$$

Данная зависимость имеет характер гиперболической, так как в алгоритмах необходимо обрабатывать различные комбинации изменений атрибутов, и чем больше самих атрибутов, тем больше их комбинаций можно сформировать. Таким образом, алгоритмическая сложность будет оцениваться только косвенным образом.

Поскольку целью анализа является определение декларативной и ссылочной сложности, необходимо выполнить отдельный учет числа неключевых (A_d) и ключевых атрибутов (A_k) для каждой сущности. Допустим, что данные величины не меняются для разных сущностей ОТО. Общее число таблиц в классической реляционной схеме примем равным N . При подсчете ссылочной сложности следует отличать вторичные и первичные ключи. Предлагаемая классово-реляционная организация вводит в струк-

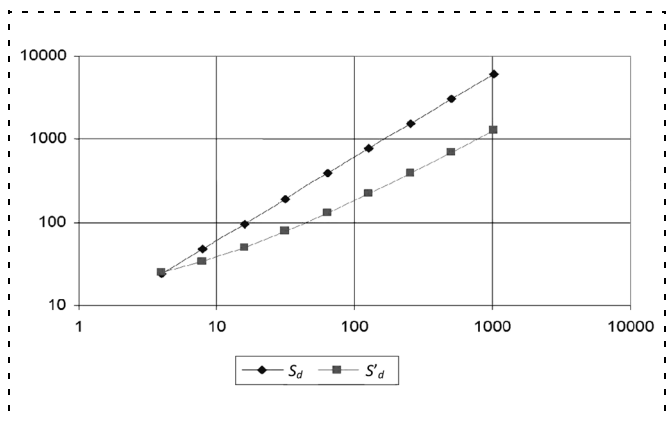


Рис. 3. Зависимость декларативной сложности от числа сущностей в ОТО

туру большое число первичных суррогатных ключей, которые нагружают ОТО гораздо меньше вторичных ключей. На первичные суррогатные ключи не может быть ориентировано никакой бизнес-логики, в то время как каждый вторичный ключ, как правило, обслуживается собственным алгоритмом.

Таким образом, декларативная и ссылочная сложности классической ОТО могут быть выражены следующими формулами:

$$S_d = NA_d;$$

$$S_k = S_{pk} + S_{fk},$$

где S_{pk} — общее число первичных ключей, а S_{fk} — общее число вторичных ключей; $S_{pk} = N$ при условии, что все первичные ключи простые;

$$S_{fk} = N(A_k - 1).$$

Для предложенной классово-реляционной ОТО формулы будут выглядеть следующим образом:

$$S'_d = \left(\frac{k^p - k}{k - 1} + 1 \right) \frac{A_d}{p},$$

где $p = \frac{\ln N}{\ln k} + 1$ — число уровней в классовой иерархии;

$$S'_k = S'_{pk} + S'_{fk};$$

$$S'_{pk} = \frac{k^p - k}{k - 1} + 1;$$

$$S'_{fk} = \left(\frac{k^p - k}{k - 1} + 1 \right) \frac{A_k - 1}{p}.$$

Таким образом, общий вид зависимости декларативной сложности от числа сущностей в ОТО представлен на рис. 3.

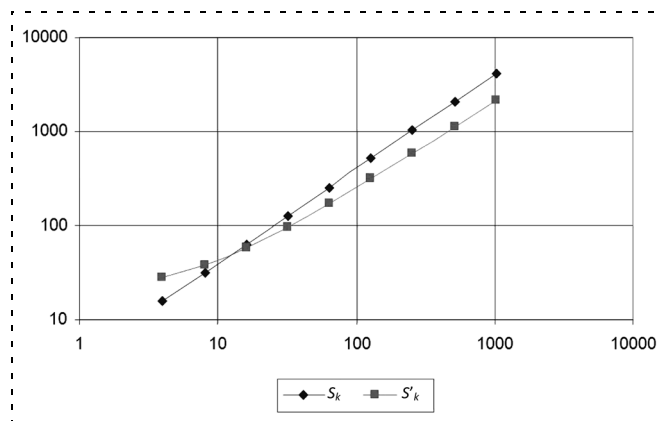


Рис. 4. Зависимость ссылочной сложности от числа сущностей в ОТО

На рис. 4 отражены зависимости для ссылочной сложности.

Как можно видеть из данных зависимостей, предлагаемая классово-реляционная схема становится эффективней только при достижении некоего порогового числа сущностей в системе. На практике эта точка находится правее теоретической, что обусловливается тем, что реальное дерево иерархий не является сбалансированным деревом, как в расчетном примере, а распадается на несколько слабо связанных друг с другом деревьев. Также теоретические выкладки не учитывают возможностей множественного наследования сущностей.

Пример построения классово-реляционной ОТО

В качестве примера возьмем фрагмент экономической части — несколько сущностей балансового документооборота (рис. 5). Данный фрагмент представлен двумя сущностями типа "статические справочники": "Контрагенты" и "Валюты", и четырьмя сущностями типа "интегральные оперативные данные": "Приходная накладная", "Расходная накладная", "Чек" и "Оприходывание".

Для данной модели СОУ характерны следующие параметры сложности: $S_d = 30$; $S_k = 20$ ($S_{pk} = 6$, $S_{fk} = 10$).

Автором предлагается метод построения иерархического наследования сущностей в целях снижения сложности данного класса. Основным принципом данной методики является выделение общих атрибутов у различных сущностей класса "Документы" и группировка их в самостоятельные сущности.

Наиболее простым способом для выполнения данной операции является построение справочника атрибутов: формируется неповторяющийся список всех атрибутов, существующих в классе "Документы", после чего каждому значению атрибута при-

Таблица 1
Справочник атрибутов класса "Документы"

Атрибут	Сущности
ИД_поставщика	Оприходывание, Расх. накл., Прих. накл.
ИД_получателя	Чек, Расх. накл., Прих. накл.
ИД_валюты	Оприходывание, Чек, Расх. накл., Прих. накл.
Номер	Оприходывание, Чек, Расх. накл., Прих. накл.
Дата	Оприходывание, Чек, Расх. накл., Прих. накл.
Сумма	Оприходывание, Чек, Расх. накл., Прих. накл.
ИД_прих_накл	Прих. накл.
ИД_расх_накл	Расх. накл.
ИД_чека	Чек
ИД_оприходывания	Оприходывание

Таблица 2
Основные характеристики РБД

Класс	Сущности
Расход	Прих. накл., Прих. накл., Чек
Приход	Прих. накл., Прих. накл., Оприходывание
Документ	Прих. накл., Прих. накл., Чек, Оприходывание
Прих. накл.	Прих. накл.
Расх. накл.	Расх. накл.
Чек	Чек
Оприходывание	Оприходывание

водится в соответствие список сущностей, его содержащих.

В предложенном варианте справочник атрибутов представлен в табл. 1.

Далее формируется неповторяющийся список всех сочетаний сущностей, существующих в справочнике атрибутов, без учета порядка их следования. Перечисленные комбинации и есть основные кандидаты на роль новых служебных сущностей, как показано в табл. 2.

Далее по этой таблице строится граф наследования с выявлением производных классов. Для данного случая строится граф, представленный на рис. 6 (используется возможность множественного наследования сущностей).

В схеме на рис. 6 жирные линии обозначают вторичные ссылки, а тонкие — первичные. Основное отличие первичных ссылок в данном контексте заключается в том, что они не обслуживаются алгоритмами (триггерами или хранимыми процедурами) и не являются частью администрируемой бизнес-логики.

Для вышеприведенной модели СОУ характерны следующие параметры сложности: $S_d = 17$; $S_k = 13$ ($S_{pk} = 9$, $S_{fk} = 3$).

Как видно, предложенная модель имеет в 1,77 раза меньшую декларативную сложность и в 1,54 раза меньшую ссылочную сложность (сложность по вторичным ключам уменьшилась более чем в 3 раза).

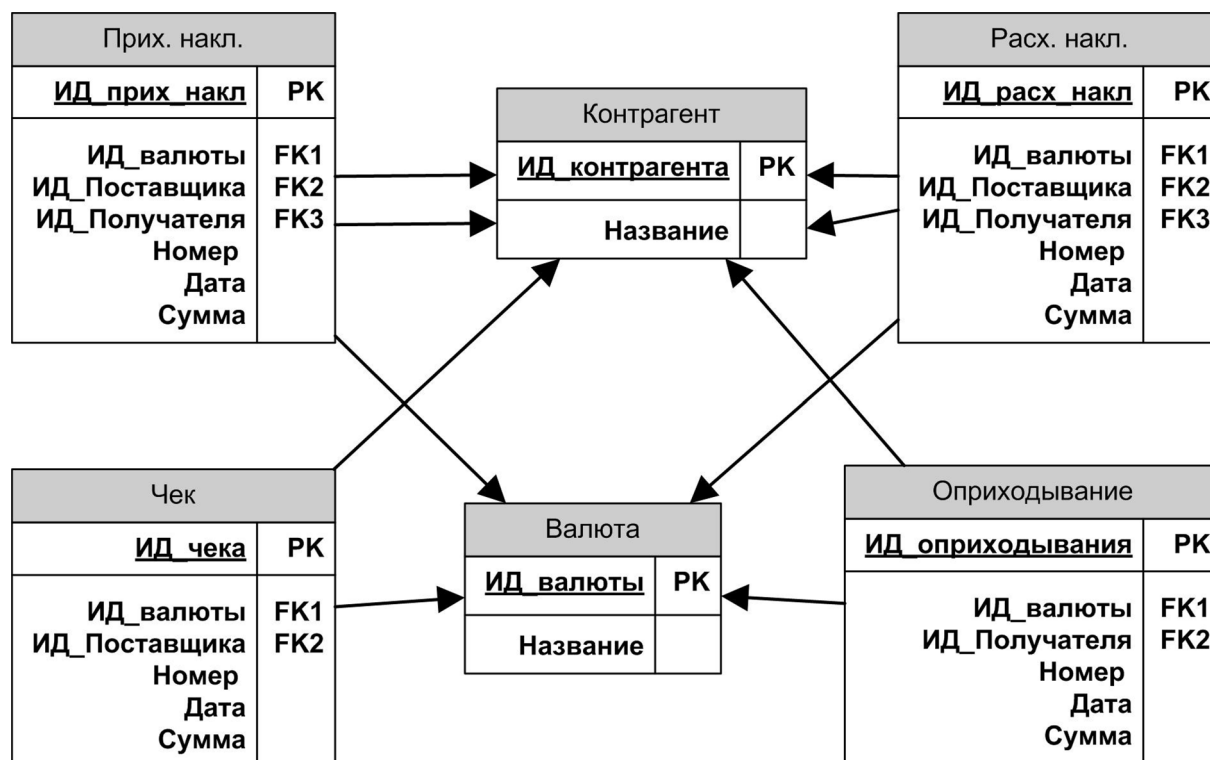


Рис. 5. Классическая реляционная модель ОТО

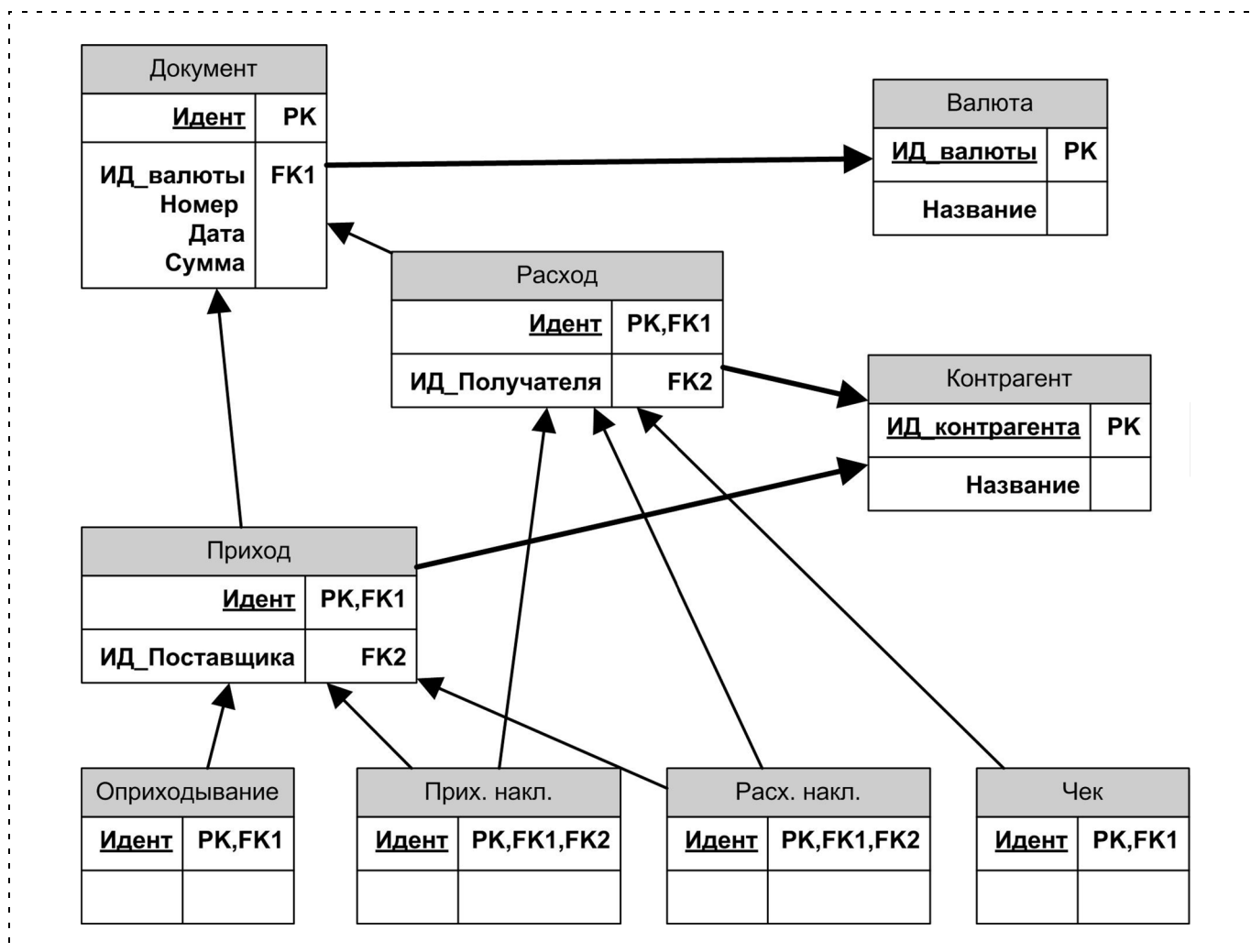


Рис. 6. Классово-реляционная модель ОТО

Исходя из приведенных выше зависимостей алгоритмической сложности от декларативной и ссылочной сложности (1), можно отметить, что предложенная модель будет иметь значительно меньшую алгоритмическую сложность. Если в первом варианте необходимо было для всех четырех сущностей типа "Интегральные оперативные данные" реализовывать триггера для заполнения полей "Номер" и "Дата", то во втором это будет делать один триггер на сущности "Документы".

Выводы

Современные СУОТО являются сложными неоднородными программно-аппаратными комплексами, каждая часть которых решает свою узкую подзадачу обеспечения функционирования ОТО. С использованием предложенной методики построения классово-реляционной модели данных становится возможным создание единого ядра СУОТО, имеющего существенно меньшую сложность, не-

жели системы, построенные на основе постERP-систем. Такой подход позволяет значительно повысить надежность СУОТО, упрощает процедуры изменения системы и в значительной степени повышает централизацию хранимых данных, что упрощает реализацию методов поддержки принятия решений и позволяет проводить анализ информации по оперативным данным.

Список литературы

1. Багуи С. Объектно-ориентированные базы данных: достижения и проблемы // Открытые системы. 2004. № 3.
2. Кузнецов С. Дубликаты, неопределенные значения, первичные и возможные ключи и другие экзотические прелести языка SQL. http://www.xitforum.ru/database/articles/art_5.shtml
3. Rapaport M. Object-Oriented Data Bases: The Next Step in DBMS Evolution // Comp. Lang. 1988. N 10.
4. Atkinson M., Bansilhon F., Witt D., Dittrich K., Maier D., Zdonik S. The Object-Oriented Database System Manifesto // 1st Int. Conf. Deductive and Object-Oriented Databases, Kyoto, Japan, 1989.
5. Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование. 2001.

УДК 62-50:007:62.529

В. И. Шидловский, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.,
ФГОУ ВПО "Санкт-Петербургский государственный
университет гражданской авиации", Санкт-Петербург

Дискретизация непрерывной системы управления методом квадратичной оптимизации

Рассматривается задача синтеза дискретного закона управления непрерывным объектом по непрерывному аналогу исходя из условий их эквивалентности. Предлагается метод квадратичной оптимизации для дискретизации непрерывного закона управления, сводящийся к решению уравнений Риккати соответствующей задачи АКОР.

Ключевые слова: непрерывный объект, дискретное управление, синтез по аналогу, квадратичная оптимизация.

В настоящее время все еще большое число промышленных систем управления являются непрерывными, поэтому задача перехода к дискретному управлению на базе микропроцессоров остается актуальной. Чтобы не проектировать заново дискретные системы с заданными качественными показателями, можно осуществить дискретизацию существующих непрерывных систем [1–5]. Получаемые при этом дискретные системы эквивалентны непрерывным системам.

В [3] рассмотрена оптимальная дискретизация непрерывной линейной системы управления по ее параметрам проектирования: модель непрерывной линейной системы и квадратичный функционал качества переводятся в дискретную область, после чего решается задача синтеза дискретного закона управления с использованием уравнения Риккати. В данной статье с помощью уравнения Риккати осуществляется дискретизация непрерывного закона управления замкнутой системы из условия минимума квадратичного функционала, учитывающего различие в поведении дискретной и непрерывной систем на конечном интервале времени.

1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу синтеза дискретного закона управления для непрерывного объекта, описываемого линейной системой дифференциальных уравнений [4]

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (1.1)$$

для которого известен непрерывный регулятор

$$\mathbf{u}_H(t) = -\mathbf{G}\mathbf{x}_H(t), \quad (1.2)$$

обеспечивающий в замкнутой системе (1.1), (1.2) требуемые качественные показатели.

Здесь $\mathbf{x}(t) \in R^n$ — вектор фазовых координат объекта; $\mathbf{u} \in R^m$ — вектор управления, $m \leq n$; $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in R^{n \times m}$ — постоянные матрицы; $\mathbf{G} \in R^{m \times n}$ — матрица обратной связи.

Синтезируемый дискретный регулятор на интервале времени $kT \leq t < (k+1)T$, $k = 0, 1, 2, \dots$, формирует вектор управления $\mathbf{u}_d(t)$ вида

$$\mathbf{u}_d(t) = \mathbf{L}_{mN}(t - kT)\tilde{\mathbf{u}}_d(kT); \quad (1.3)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_d(kT) = -\tilde{\mathbf{G}}(T)\mathbf{x}_d(kT), \quad (1.4)$$

где $\tilde{\mathbf{u}}_d(kT) \in R^{mN}$, $t = kT$, $k = 0, 1, 2, \dots$; $\tilde{\mathbf{u}}_d(kT) = \text{const}$; $\mathbf{L}_{mN}(t - kT) \in R^{m \times mN}$ — матрица экстраполятора $(N-1)$ -го порядка:

$$\mathbf{L}_{mN}(t - kT) = \left| \mathbf{I}_m(t - kT)\mathbf{I}_m \dots \frac{(t - kT)^{N-1}}{(N-1)!} \mathbf{I}_m \right|;$$

$\tilde{\mathbf{G}}(T) \in R^{mN \times n}$ — матрица обратной связи:

$$\tilde{\mathbf{G}}(T) = |\mathbf{G}_0(T) \mathbf{G}_1(T) \dots \mathbf{G}_{N-1}(T)|';$$

$\mathbf{G}_i(T) \in R^{m \times n}$, $i = \overline{0, N-1}$; $\mathbf{I}_m \in R^{m \times m}$ — единичная матрица, T — период дискретности; ' — здесь и далее обозначает операцию транспонирования.

Индексы при векторах $\mathbf{x}(t)$ и $\mathbf{u}_d(t)$ в (1.2)–(1.4) обозначают вид регулятора: "н" — непрерывный, "д" — дискретный.

Задача состоит в построении такого дискретного управления $\tilde{\mathbf{u}}_d(kT)$, при котором квадратичный функционал

$$J = \sum_{j=0}^{M-1} \{ \mathbf{x}_d[(k+j+1)T] - \mathbf{x}_H[(k+j+1)T] \}' \mathbf{Q} \times \\ \times \{ \mathbf{x}_d[(k+j+1)T] - \mathbf{x}_H[(k+j+1)T] \}, \quad (1.5)$$

$\mathbf{Q} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}' \geq 0$, имеет минимальное значение для любых начальных условий $\mathbf{x}_d(0) = \mathbf{x}_H(0)$.

2. Решение задачи. Векторы состояния дискретной $\mathbf{x}_d(t)$ и непрерывной $\mathbf{x}_H(t)$ систем в моменты времени $t = (k+j+1)T$, $j = \overline{0, M-1}$, $k = 0, M, 2M, \dots$, равны:

$$\mathbf{x}_d[(k+j+1)T] = \\ = \Phi_0(T)\mathbf{x}_d[(k+j)T] + \theta(T)\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T]; \quad (2.1)$$

$$\mathbf{x}_H[(k+j+1)T] = \Phi(T)\mathbf{x}_H[(k+j)T]; \quad (2.2)$$

$$\Phi_0(T) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}T}, \theta(T) = \int_0^T \Phi_0(\sigma)\mathbf{B}d\sigma, \Phi(T) = \mathbf{e}^{(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G})T},$$

$$j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots,$$

$$\Phi_0(T) \in R^{n \times n}, \theta(T) \in R^{n \times m}, \Phi(T) \in R^{n \times n}.$$

После подстановки выражений (2.1), (2.2) в (1.5) для функционала J получаем:

$$J = \sum_{j=0}^{M-1} \{ \Phi_0(T) \mathbf{x}_d[(k+j)T] + \boldsymbol{\theta}(T) \tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T] - \Phi(T) \mathbf{x}_H[(k+j)T] \}' \mathbf{Q} \{ \Phi_0(T) \mathbf{x}_d[(k+j)T] + \boldsymbol{\theta}(T) \tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T] - \Phi(T) \mathbf{x}_H[(k+j)T] \}, \quad (2.3)$$

$$k = 0, M, 2M, \dots$$

Введем новую переменную $\mathbf{z}(t)$, $\mathbf{z}(t) \in R^{2n}$:
 $\mathbf{z}[(k+j+1)T] = |\mathbf{x}_d[(k+j+1)T] \mathbf{x}_H[(k+j+1)T]|'$,

$$j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots$$

Тогда функционал (2.3) примет вид

$$J = \sum_{j=0}^{M-1} \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{z}'[(k+j)T] \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{z}[(k+j)T] + \frac{1}{2} \mathbf{z}' \times \right.$$

$$\times [(k+j)T] \tilde{\mathbf{M}} \tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T] + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{u}}_d'[(k+j)T] \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{z} \times$$

$$\times [(k+j)T] + \left. \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{u}}_d'[(k+j)T] \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T] \right\}, \quad (2.4)$$

$$k = 0, M, 2M, \dots,$$

где

$$\tilde{\mathbf{Q}} = 2 \hat{\Phi}'(T) \hat{\mathbf{Q}} \hat{\Phi}(T); \quad \hat{\Phi}(T) = \begin{vmatrix} \Phi_0(T) & 0 \\ 0 & \Phi(T) \end{vmatrix};$$

$$\hat{\Phi}(T) \in R^{2n \times 2n}; \quad \hat{\mathbf{Q}} = \begin{vmatrix} \mathbf{Q} & -\mathbf{Q} \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{Q} \end{vmatrix}; \quad \tilde{\mathbf{Q}} = \begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_{11} & \tilde{\mathbf{Q}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{Q}}_{21} & \tilde{\mathbf{Q}}_{22} \end{vmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{11} = -\Phi_0'(T) \mathbf{Q} \Phi_0(T); \quad \tilde{\mathbf{Q}}_{12} = -\Phi_0'(T) \mathbf{Q} \Phi(T);$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{21} = -\Phi'(T) \mathbf{Q} \Phi_0(T); \quad \tilde{\mathbf{Q}}_{22} = \Phi'(T) \mathbf{Q} \Phi(T); \quad \tilde{\mathbf{Q}}_{21} = \tilde{\mathbf{Q}}_{12}';$$

$$\tilde{\mathbf{M}} = |\tilde{\mathbf{M}}_1 \quad \tilde{\mathbf{M}}_2|'; \quad \tilde{\mathbf{M}}_1 = 2\Phi_0' \mathbf{Q} \boldsymbol{\theta}(T); \quad \tilde{\mathbf{M}}_2 = -2\Phi_0' \boldsymbol{\theta}(T);$$

$$\tilde{\mathbf{R}} = 2\boldsymbol{\theta}'(T) \mathbf{Q} \boldsymbol{\theta}(T),$$

и поставленная задача сведется к стандартной задаче минимизации квадратичного функционала (2.4).

Вектор управления $\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T]$, $j = \overline{0, M-1}$, $k = 0, M, 2M, \dots$, доставляющий минимум функционалу (2.4), равен [1]:

$$\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T] = -\{\tilde{\mathbf{R}} + \boldsymbol{\theta}'(T) \mathbf{P}[(k+j+1)T] \times$$

$$\times \boldsymbol{\theta}(T)\}^{-1} \{ \boldsymbol{\theta}'(T) \mathbf{P}[(k+j+1)T] \hat{\Phi}(T) + \tilde{\mathbf{M}}' \mathbf{z} \times$$

$$\times [(k+j)T] \}, \quad (2.5)$$

$$j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots,$$

где $\boldsymbol{\theta}(T) = |\boldsymbol{\theta}(T) \mathbf{0}|'$, $\boldsymbol{\theta}(T) \in R^{2n \times m}$; $\mathbf{P}[(k+j+1)T]$ — положительная симметрическая матрица, удовлетворяющая уравнению Риккати:

$$\mathbf{P}[(k+j)T] = \hat{\Phi}'(T) \{ \mathbf{P}[(k+j+1)T] -$$

$$- \{ \mathbf{P}[(k+j+1)T] \boldsymbol{\theta}(T) + [\hat{\Phi}'(T)]^{-1} \tilde{\mathbf{M}} \} \{ \tilde{\mathbf{R}} +$$

$$+ \boldsymbol{\theta}'(T) \mathbf{P}[(k+j+1)T] \boldsymbol{\theta}(T) \}^{-1} \{ \boldsymbol{\theta}'(T) \mathbf{P} \times$$

$$\times [(k+j+1)T] + \tilde{\mathbf{M}}' \hat{\Phi}^{-1}(T) \} \} \hat{\Phi}(T) + \tilde{\mathbf{Q}},$$

$$j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots \text{ при } \mathbf{P}[(k+M)T] = 0.$$

Так как $\mathbf{P}[(k+j+1)T]$ является блочной:

$$\mathbf{P}[(k+j+1)T] =$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{P}_{11}[(k+j+1)T] & \mathbf{P}_{12}[(k+j+1)T] \\ \mathbf{P}_{21}[(k+j+1)T] & \mathbf{P}_{22}[(k+j+1)T] \end{vmatrix},$$

где $\mathbf{P}_{11}[(k+j+1)T] \in R^{n \times n}$; $\mathbf{P}_{12}[(k+j+1)T] \in R^{n \times n}$; $\mathbf{P}_{21}[(k+j+1)T] \in R^{n \times n}$; $\mathbf{P}_{22}[(k+j+1)T] \in R^{n \times n}$; $\mathbf{P}_{21}[(k+j+1)T] = \mathbf{P}_{12}'[(k+j+1)T]$, то для вектора управления $\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T]$, $j = \overline{0, M-1}$, $k = 0, M, 2M, \dots$, из (2.5) получаем

$$\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T] = -[\boldsymbol{\theta}'(T) \tilde{\mathbf{Q}}_{11j} \boldsymbol{\theta}(T)]^{-1} \times$$

$$\times \{ \boldsymbol{\theta}'(T) \tilde{\mathbf{Q}}_{11j} \Phi_0(T) \mathbf{x}_d[(k+j)T] +$$

$$+ \boldsymbol{\theta}'(T) \tilde{\mathbf{Q}}_{12j} \Phi(T) \mathbf{x}_H[(k+j)T] \}; \quad (2.6)$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{11j} = \mathbf{P}_{11}[(k+j+1)T] + \mathbf{Q}, \quad \tilde{\mathbf{Q}}_{12j} =$$

$$= \mathbf{P}_{12}[(k+j+1)T] - \mathbf{Q},$$

$$j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots$$

Если вектор управления $\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T]$, $j = \overline{0, M-1}$, $k = 0, M, 2M, \dots$ в (2.1) формировать в виде [2]

$$\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T] = -\tilde{\mathbf{G}}_j(T) \mathbf{x}_d(kT), \quad (2.7)$$

$$j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots,$$

$\tilde{\mathbf{G}}_j(T) \in R^{m \times n}$, то с учетом значений векторов $\mathbf{x}_d[(k+j)T]$ и $\mathbf{x}_H[(k+j)T]$, $j = \overline{0, M-1}$, $k = 0, M, 2M, \dots$, после преобразований находим:

$$\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T] =$$

$$= -[\boldsymbol{\theta}'(T) \tilde{\mathbf{Q}}_{11j} \boldsymbol{\theta}(T)]^{-1} \{ \boldsymbol{\theta}'(T) \tilde{\mathbf{Q}}_{11j} \Phi_0(T) \Psi(jT) +$$

$$+ \boldsymbol{\theta}'(T) \tilde{\mathbf{Q}}_{12j} \Phi[(j+1)T] \} \mathbf{x}_d(kT), \quad (2.8)$$

где

$$\Psi(jT) = \Phi_0(jT) - \sum_{i=0}^{j-1} \Phi_0[(j-i-1)T] \boldsymbol{\theta}(T) \tilde{\mathbf{G}}_i(T),$$

$$j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots$$

и

$$\tilde{\mathbf{G}}_j(T) = [\theta'(T)\tilde{\mathbf{Q}}_{11j}\theta(T)]^{-1}\{\theta'(T)\tilde{\mathbf{Q}}_{11j}\Phi_0(T)\Psi(jT) + \theta'(T)\tilde{\mathbf{Q}}_{12j}\Phi[(j+1)T]\}, \quad (2.9)$$

$$j = \overline{0, M-1}.$$

При законе управления (2.7) вектор состояния $\mathbf{x}_d(t)$ измеряется через M периодов дискретности, а матрицы $\tilde{\mathbf{G}}_j(T), j = \overline{0, M-1}$, (2.9) меняются каждый период дискретности T .

Если вектор управления $\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T], j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots$, имеет вид

$$\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T] = -\tilde{\mathbf{G}}_j(T)\mathbf{x}_d[(k+j)T], \quad (2.10)$$

$$j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots,$$

то для матриц $\tilde{\mathbf{G}}_j(T), j = \overline{0, M-1}$, закона управления (2.10) получаем [4]

$$\tilde{\mathbf{G}}_j(T) = [\theta'(T)\tilde{\mathbf{Q}}_{11j}\theta(T)]^{-1}\{\theta'(T)\tilde{\mathbf{Q}}_{11j}\Phi_0(T)\Psi(jT) + \theta'(T)\tilde{\mathbf{Q}}_{12j}\Phi[(j+1)T]\} \left\{ \prod_{i=1}^j [\Phi_0(T) - \theta(T)\tilde{\mathbf{G}}_{j-i}(T)] \right\}^{-1},$$

$$j = \overline{0, M-1}.$$

При законе управления (2.10) вектор состояния $\mathbf{x}_d(t)$ будет измеряться каждый период дискретности, а матрицы $\tilde{\mathbf{G}}_j(T), j = \overline{0, M-1}$, (2.13), как и при законе управления (2.7), изменяются каждый период дискретности T .

Возможно такое построение закона управления $\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T], j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots$, при котором дискретная система имеет две обратные связи: по одной из них вектор состояния $\mathbf{x}_d(t)$ измеряется каждый период дискретности, а по другой — каждые M периодов. Вектор управления $\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T], j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots$, при этом равен

$$\tilde{\mathbf{u}}_d[(k+j)T] = -\tilde{\mathbf{G}}_{1j}(T)\mathbf{x}_d(kT) - \tilde{\mathbf{G}}_{2j}(T)\mathbf{x}_d[(k+j)T], \quad (2.11)$$

$$j = \overline{0, M-1}, k = 0, M, 2M, \dots$$

Матрицы $\tilde{\mathbf{G}}_{1j}(T), \tilde{\mathbf{G}}_{2j}(T), j = \overline{0, M-1}$, равны

$$\tilde{\mathbf{G}}_{1j}(T) = [\theta'(T)\tilde{\mathbf{Q}}_{11j}\theta(T)]^{-1}\theta'(T)\tilde{\mathbf{Q}}_{12j}\Phi[(j+1)T];$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{2j}(T) = [\theta'(T)\tilde{\mathbf{Q}}_{11j}\theta(T)]^{-1}\theta'(T)\tilde{\mathbf{Q}}_{11j}\Phi_0(T),$$

$$j = \overline{0, M-1}.$$

3. Пример. Рассмотрим объект управления (1.1), для которого

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \mathbf{B} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (3.1)$$

Непрерывную систему зададим объектом (3.1) с матрицей обратной связи $\mathbf{G} = [1 \ 0,9]$, а в дискретной системе (1.1), (1.3), (2.7) примем $T = 0,25$ с, $N = 1$ и $M = 2$.

Для матриц $\tilde{\mathbf{G}}_0(T), \tilde{\mathbf{G}}_1(T)$ закона управления (2.7), обеспечивающих совпадение векторов состояния непрерывной и дискретной систем через каждые два периода T , получаем [2]

$$\tilde{\mathbf{G}}_0(T) = [0,9240240 \ 0,9149818];$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_1(T) = [0,6204668 \ 0,8991274]. \quad (3.2)$$

Пусть $\mathbf{Q} = \text{diag}(1, 1)$, тогда матрицы $\tilde{\mathbf{G}}_0(T), \tilde{\mathbf{G}}_1(T)$ (2.9) равны:

$$\tilde{\mathbf{G}}_0(T) = [0,8867784 \ 0,9130676];$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_1(T) = [0,6646558 \ 0,9020176]. \quad (3.3)$$

Если матрицы $\tilde{\mathbf{G}}_0(T), \tilde{\mathbf{G}}_1(T)$ (2.9) определять из условия минимума функционала (1.5) методом динамического программирования [4], то

$$\tilde{\mathbf{G}}_0(T) = [0,8867784 \ 0,9130676];$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_1(T) = [0,6621341 \ 0,9016157]. \quad (3.4)$$

Степень приближения дискретной системы с матрицами $\tilde{\mathbf{G}}_0(T), \tilde{\mathbf{G}}_1(T)$ (3.2), (3.3) к непрерывной системе оценим функционалами

$$I_{xi} = \int_0^{T_n} [\mathbf{x}_{di}(t) - \mathbf{x}_{hi}(t)]^2 dt; I_u = \int_0^{T_n} [\mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_h(t)]^2 dt,$$

$$i = 1, 2; I = \sum_{i=1}^2 \int_0^{T_n} |\mathbf{x}_{di}(t) - \mathbf{x}_{hi}(t)| dt,$$

T_n — время переходного процесса.

Матрицы $\tilde{\mathbf{G}}_0(T), \tilde{\mathbf{G}}_1(T)$ закона управления (2.7)	Значения функционалов			
	I_{x1}	I_{x2}	I_u	I
$\tilde{\mathbf{G}}_0(T), \tilde{\mathbf{G}}_1(T)$ (3.2)	$1,368 \times 10^{-2}$	$9,520 \times 10^{-3}$	$4,823 \times 10^{-2}$	0,44569
$\tilde{\mathbf{G}}_0(T), \tilde{\mathbf{G}}_1(T)$ (3.3)	$1,370 \times 10^{-2}$	$9,279 \times 10^{-3}$	$3,351 \times 10^{-2}$	0,44518
$\tilde{\mathbf{G}}_0(T), \tilde{\mathbf{G}}_1(T)$ (3.4)	$1,398 \times 10^{-2}$	$9,461 \times 10^{-3}$	$3,411 \times 10^{-2}$	$0,4496$ 0

Результаты моделирования для начальных условий $x_0 = |1\ 0|^T$ и $T_{\Pi} = 6$ с показывают (см. таблицу), что предлагаемый метод дискретизации превосходит известные [2, 4] по точности.

Заключение. В [3] оптимальная дискретизация непрерывной линейной системы управления основывается на применении дискретных моделей непрерывного объекта и квадратичного функционала, и задача синтеза сводится к чисто дискретной. Предлагаемый подход отличается от [3] тем, что сначала синтезируется аналоговый закон управления по непрерывной модели объекта, а затем используется квадратичная оптимизация для дискретизации этого закона управления, поэтому получаемая дискретная система действительно эквивалентна непрерывной.

В функционале (1.5) можно учитывать различие векторов состояния дискретной $x_d(t)$ и непрерывной $x_n(t)$ систем не только в моменты квантования $t = (k + j + 1)T$, $j = \overline{0, M-1}$, $k = 0, M, 2M, \dots$, но и между ними [4, 5].

Если функционал (1.5) рассматривать на бесконечном интервале времени ($M \rightarrow \infty$), то дискретная система будет стационарной — матрица закона управления (2.7) будет оставаться неизменной для всей последовательности управляющих воздействий, но, в отличие от [5], для ее нахождения не нужно решать уравнение Ляпунова.

Список литературы

1. **Кюо Б.** Теория и проектирование цифровых систем управления: Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1986. 448 с.
2. **Yackel, R. A., Kuo, B. C, and Singh, G.** Digital redesign of continuous systems by matching of states at multiple sampling periods // IFAC Automatical. 1974. 10. P. 105—111.
3. **Kuo, B. C., Peterson, D. W.** Optimal discretization of continuous-time control systems // IFAC Automatica. 1973. 9. P. 125—129.
4. **Шидловский В. И.** Синтез алгоритма дискретного управления непрерывным объектом с предписанной траекторией движения методом квадратичной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 11. С. 2—7.
5. **Sheen, I. E, Tsai, J. S. H., Shien, L. S.** Optimal digital redesign of continuous-time systems using fractional-order hold // Optimal Control Applications & Methods. 1997. 18. P. 399—422.

УДК 681.514.015

Г. В. Абрамов, д-р техн. наук, проф.,
А. Е. Емельянов, канд. техн. наук, доц.,
М. Н. Ивлиев, аспирант,
 Воронежская государственная
 технологическая академия

Математическая модель цифровой системы управления с состязательным методом доступа

Рассматривается подход к описанию цифровых систем управления (ЦСУ), использующих состязательный принцип доступа к единому каналу передачи данных. Для описания предлагается представлять сеть множественного доступа в виде моделирующей схемы, а для исследования ЦСУ использовать уравнения Фоккера—Планка—Колмогорова.

Ключевые слова: цифровая система управления, математическое моделирование, канал передачи данных, состязательный метод доступа.

В настоящее время наблюдается оживление рынка систем промышленной автоматизации как в России, так и за рубежом. Тенденции автоматизации на предприятиях сегодня совершенно очевидны: объединение всех устройств в единую сеть, реализующую задачи автоматического сбора данных системами контроля качества, мониторинга и управления ТП, протоколирование в единой БД и т. д. Развитие

микропроцессорной технологии способствовало переходу к архитектуре распределенных систем: функции автоматизации все чаще стали реализовываться вне блока центрального процессора — в датчиках, агрегатах и исполнительных механизмах. Простые сенсоры и датчики стали превращаться в коммуникационные устройства.

В современных цифровых промышленных сетях (ЦПС) применяются десятки специализированных коммуникационных технологий и протоколов, позволяющих создавать распределенные системы, объединяющие различные датчики, контроллеры и исполнительные устройства; однако наличие многочисленных несовместимых реализаций в области ЦПС затрудняет интеграцию в единую систему компонентов разных производителей и препятствует широкому распространению интеллектуальных устройств. Вот почему на сегодняшний день актуальна проблема выбора единой технологии обмена между устройствами ЦПС.

В качестве такой технологии представляется предпочтительным использование стандарта Ethernet, реализующего множественный метод доступа к каналу передачи данных (CSMA/CD). Внедрение Ethernet на цеховом уровне позволяет предприятиям передавать собираемую информацию на уровень АСУП для применения в различных приложениях. К тому же Ethernet — самая популярная сетевая технология. С ее помощью разработчики надеются создать единую коммуникационную инфраструктуру предпри-

ятия, распространить на системы промышленной автоматизации такие преимущества Ethernet, как простота интеграции с Internet, возможность включения в сеть самых разнообразных устройств и централизованного управления ими. Унификация Ethernet как единой сетевой технологии ведет к сокращению расходов, в том числе на обучение специалистов и обслуживание систем; оборудование Ethernet относительно недорого и доступно, а протоколы TCP/IP выглядят очень привлекательным решением по сравнению с запутанными и многочисленными стандартами дорогих и сложных промышленных сетей.

На сегодняшний день уже предпринимаются попытки описания и исследования систем управления технологическими процессами, применяющих технологию Ethernet, однако существующие способы используют большое число упрощений [1], что не позволяет решить задачу моделирования цифровых систем управления технологическими процессами (ЦСУТП) в общем виде и выработать четкие и строгие рекомендации по их разработке и исследованию.

Таким образом, анализ и синтез ЦСУТП, использующих технологию множественного доступа при обмене информацией, требуют новых подходов.

В случае использования сетевого стандарта Ethernet на нижнем уровне АСУТП опрос оконечных устройств (в качестве которых могут выступать датчики, исполнительные механизмы) происходит по принципу состязательности: то устройство, которое первым заняло сетевой канал, будет обслуживаться первым. При таком способе обмена информацией время опроса четко не определено, т. е. период квантования является случайной величиной.

Влияние сети на систему управления технологическим процессом заключается в формировании случайного запаздывания в цепи обратной связи [2]. Другим словами, промежуток времени с начала передачи данных одним устройством другому до момента фактического получения информации принимающим устройством является случайным.

Вместе с тем, обмен данными по сети множественного доступа можно представить как случайное квантование сигнала. Действительно, пусть оконечное устройство готово к передаче данных, тогда его выход можно представить сигналом постоянного уровня. Момент времени, когда информация принята другим устройством, можно считать квантованием сигнала постоянного уровня. Таким образом, передачу информации по сети можно рассматривать как случайное квантование сигнала от передающего устройства.

Для систем с постоянным тактом квантования модуляцию исходного сигнала обычно реализуют в виде квантователя (ключа) и экстраполятора нулевого порядка (фиксатора). Однако применительно

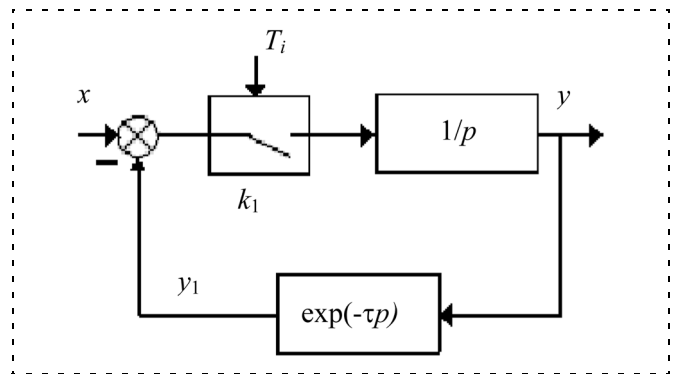


Рис. 1. Моделирующая схема:

x — входной сигнал от оконечного устройства, который подлежит передаче по сети; y — выходной сигнал, поступающий на принимающее устройство; y_1 — выходной сигнал после звена запаздывания; k_1 — квантователь, осуществляющий замыкание цепи в случайные моменты времени; T_i — случайный такт квантования

к данной задаче такое представление использовать нельзя вследствие того, что такт квантования является случайной величиной.

Для случайного квантования сигнала от оконечных устройств при использовании сети множественного доступа на нижнем уровне управления технологическим процессом предлагается использовать моделирующую схему, представленную на рис. 1.

Если время запаздывания τ достаточно мало и это значение меньше времени любого случайного такта квантования T_i , то данная моделирующая схема точно описывает процесс передачи сигнала от одного оконечного устройства к другому по сети множественного доступа. Величины $T_i = t_{i+1} - t_i$ полагаются случайными с плотностью вероятности $w(T)$ и интенсивностью ν . Будем считать, что моменты квантования независимы друг от друга и вместе образуют пуассоновский поток точек, который полностью определяется значением интенсивности ν . Положим, что интенсивность является постоянной величиной; при этом поток будет однородным. По свойству однородного потока плотность вероятности длительности интервалов между моментами появления точек не зависит от текущего времени и имеет экспоненциальный характер:

$$w(\tau) = \nu \exp(-\nu\tau). \quad (1)$$

Однако так как моменты квантования представляют собой последовательность случайных величин, то всегда существует вероятность того, что промежуток времени между моментами квантования может оказаться меньше, чем τ . В этом случае моделирующая схема будет вносить определенную погрешность в результаты исследования. Однако несмотря на это всегда имеется возможность выбрать такое малое $\tau \approx 0$, что вероятность попадания случайного такта квантования T_i в этот интервал будет пренебрежи-

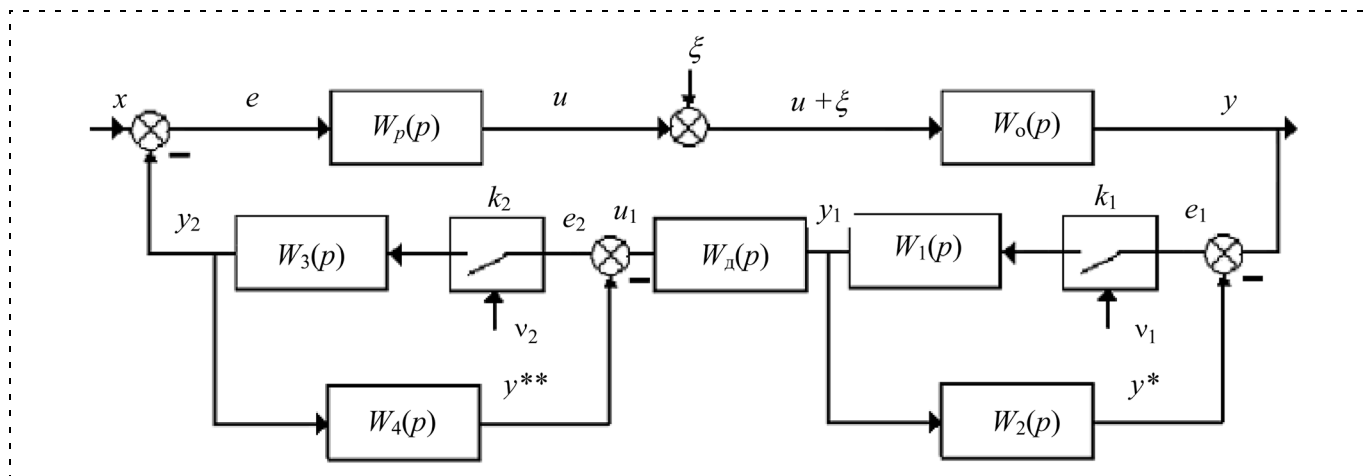


Рис. 2. Структурная схема ЦСУТП с состязательным доступом к среде передачи данных:
 $W_p(p)$ — передаточная функция регулятора; $W_o(p)$ — передаточная функция объекта управления; $W_d(p)$ — передаточная функция датчика; $W_1(p)$, $W_3(p)$ — передаточные функции $1/p$; $W_2(p)$, $W_4(p)$ — передаточные функции $\exp(-\tau p)$; x — входное задающее воздействие; ξ — возмущающее воздействие, действующее на вход объекта; y — выход объекта управления; k_1 , k_2 — квантователи; v_1 , v_2 — интенсивности квантования

мо малой. Например, если случайная величина T_i имеет экспоненциальное распределение вида

$$w(\tau) = v \exp(-v\tau), \quad (2)$$

где v — интенсивность квантования, то вероятность того, что такт квантования попадет в промежуток $[0; \tau]$, будет равна

$$P(\tau) = 1 - \exp(-v\tau). \quad (3)$$

Выбирая τ , например, таким образом, чтобы $P(\tau) \approx 10^{-10}$, можно считать данное событие практически невозможным.

Для удобства математического описания данного контура аппроксимируем звено запаздывания рядом Паде первого порядка:

$$\exp(-\tau p) = \frac{1 - 0,5\tau p}{1 + 0,5\tau p}. \quad (4)$$

Таким образом, влияние сети на систему управления технологическим процессом можно учесть с помощью предложенной моделирующей схемы.

Будем считать, что информация передается по сети от датчика регулятору. Кроме того, допустим, что датчик квантует выход объекта управления (ОУ) в случайные моменты времени, тогда квантование датчиком значения сигнала выхода объекта управления также можно описать с помощью моделирующей схемы, изображенной на рис. 1. Однако при использовании данной схемы следует учитывать, что в реальных системах управления датчик опрашивает объект управления с постоянным тактом квантования, т. е. $T_1 = T_2 \dots = T_i = \text{const}$.

Тогда с учетом всех допущений систему управления технологическим процессом, реализующую обмен информацией по состязательному принци-

пу, структурно можно представить в виде, показанном на рис. 2.

Система управления работает следующим образом. Датчик считывает выходной сигнал объекта в случайные моменты времени. На схеме данный процесс изображается в виде квантователя k_1 и передаточных функций W_1 , W_2 . Далее датчик передает информацию по сети регулятору. Процесс передачи информации от датчика регулятору с использованием сети также является квантованием в случайные моменты времени. На рис. 2 влияние сети представлено квантователем k_2 и передаточными функциями W_3 , W_4 . Одновременно с успешной передачей информации регулятору датчик выполняет новое считывание сигнала с выхода объекта управления.

Таким образом, в результате исследования был получен приближенный способ описания цифровых систем управления технологическим процессом с состязательным принципом доступа. При этом влияние сети заключалось в формировании случайной задержки в цепи обратной связи. Предложенная модель может применяться для оценки возможности использования стандарта Ethernet для обмена данными между устройствами ЦСУТП.

Список литературы

1. Georges J.-P., Vatanski N., Rondeau E., Jamsa-Jounela S.-L. Use of upper bound delay estimate in stability analysis and robust control compensation in networked control systems // 12th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing (INCOM ' 2006). Vol. 1. P. 107–112.
2. Емельянов А. Е., Ивлиев М. Н. Устойчивость цифровых систем управления со случайным запаздыванием в цепи обратной связи // Матер. студ. науч. конф. Воронеж, 2005.
3. Артемьев В. М., Ивановский А. В. Дискретные системы управления со случайным периодом квантования. М.: Энергоатомиздат, 1986. 96 с.

УДК 519.6:681.31

Г. Н. Румянцев, д-р техн. наук, проф.,
ФГУП НПЦ АП им. акад. Н. А. Пилюгина,
И. Ф. Чебурахин, д-р техн. наук, проф.,
МАТИ-РГТУ им. К. Э. Циолковского

Автоматизация и оптимизация синтеза комбинационных автоматов

Показываются возможности функциональных уравнений при представлении булевых функций в классах формул и схем из функциональных элементов в разных базисах, позволяющие получать соответствующие выражения для показателей сложности-качества и минимизировать их. Эти результаты предлагается использовать в системах интеллектуального синтеза комбинационных автоматов в базе микросхем.

Ключевые слова: цифровые интегральные схемы, булевы функции, представление формулами и схемами, сложность, показатели качества, минимизация, функциональные уравнения, многокритериальная оптимизация, интеллектуальный синтез, быстроедействие, производительность, надежность.

*Полный текст статьи опубликован
в Приложении к журналу*

УДК 519.71

В. А. Подчукаев, д-р техн. наук, проф.,
Саратовский государственный аграрный
университет им. Н. И. Вавилова,
Д. С. Шевченко, аспирант,
Саратовский государственный
технический университет

Автоматическое проектирование технической реализации законов управления на платформе программируемых аналоговых интегральных схем производства компании Anadigm

В дополнение к физической и математической постановкам задач аналитического проектирования технической реализации законов управления, решение которых приведено в предыдущей статье автора, в настоящей статье с использованием описанного там формализма поставлена и решена технологическая задача программной реализации заданного в символьном виде закона управления на аппаратной платформе программируемых аналоговых интегральных схем производства компании Anadigm.

Ключевые слова: цифровое управление, реализация закона управления, программируемые аналоговые интегральные схемы.

*Полный текст статьи опубликован
в Приложении к журналу*

УДК 621.31(075.8)

С. А. Васюков, канд. техн. наук, доц.,
МГТУ им. Н. Э. Баумана

Дискретная коррекция в импульсных электростатических подвесах с ШИМ

Рассматриваются вопросы построения цифровых систем стабилизации для электростатических подвесов сферических вакуумных гироскопов и поплавковых маятниковых акселерометров при регулировании высоковольтных потенциалов на электродах по принципу ШИМ. На основе анализа временных диаграмм работы аналогово-импульсного подвеса сформированы требования к частоте квантования, быстродействию и разрядности АЦП. Приведены рекомендации по выбору структур регуляторов и расчету их параметров.

Ключевые слова: электростатические подвесы, задача стабилизации, синтез регуляторов, электростатический гироскоп, поплавокый акселерометр, частота квантования ШИМ.

*Полный текст статьи опубликован
в Приложении к журналу*

УДК 004.518 (681.518); 539.216

В. Ю. Мусатов, канд. техн. наук, доц.,
В. В. Сысоев, канд. физ.-мат. наук,
А. А. Машенко, магистрант,
А. С. Варезников, студент,
А. А. Хризостомов, студент,
Саратовский государственный
технический университет

О возможности применения нейропроцессора для обработки отклика однокристалльной мультисенсорной микросистемы идентификации газов

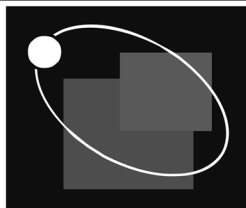
Анализируется возможность применения нейропроцессора для анализа сигнала однокристалльной мультисенсорной микросистемы типа "электронный нос". Рассмотрена реализация нейросетевого метода распознавания газов на нейропроцессоре и персональном компьютере. Показана применимость нейропроцессора совместно с системой "электронный нос" для решения задач распознавания газов.

Ключевые слова: однокристалльная мультисенсорная микросистема, нейросенсор, задача распознавания газов.

*Полный текст статьи опубликован
в Приложении к журналу*

CONTENTS

- Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Methods of the Analysis of Autooscillating Systems with Two Control Elements* 2
- Pleshivtseva Yu. E.** *Exact Reduction to Finite-Dimensional Models in One Class of Optimal Control Problems for Systems with Distributed Parameters* 9
- Pilishkin V. N.** *Linear-Matrix Synthesis Method of Regulator with Symmetrization of Phase Limitations* 13
- The method of solving the regulator synthesis problem (regulator is robust, in general case) for a dynamic system from the condition of providing phase limitations, based on linear-matrix correlations, is proposed in this work. By transforming limitations into symmetric form (e.g. rectangular parallelepiped) it is possible to get linear matrix equation regarding regulator parameters. Its solvability is investigated. It is shown how to synthesize the regulator.*
- Keywords:** linear-matrix synthesis; symmetrization of phase limitations; synthesis problem's conditions of solvability.
- Kolokolov Yu. V., Monovskaya A. V.** *Forecasting of C-Bifurcation Phenomena in Pulse Converter Dynamics through Geometrical Invariants of Phase Trajectories.* 19
- Kulakov F. M., Chernakova S. E.** *Advanced Information Technology of Robot Teaching-by-Showing. Part I* 23
- The robot telecontrol by human-operator carries out the following tasks: a remote working zone observation, a control process for remote robot and a preliminary teaching of robot.*
- The advanced information technology for robot teaching-by-showing of the natural motions of human-operator based on an intellectual multimodal man-machine interface is presented.*
- The developed teaching technology application for medical, assistant, anthropomorphous and android robots is a very actual today. The advanced teaching technology for space robot, assembly robots, included a micro-and nano-technologies is a highly needed.*
- Keywords:** robot, telecontrol, teaching-by-showing, man-machine interface.
- Egorov O. D.** *Structural Analysis of Control Devices of Robots.* 29
- Lebedev G. N., Schjotkin S. L.** *Development of Optimum Control by Enrichment of Ore at its Sorting.* 34
- Fischenkov A. N.** *Modelling and Analysis of the Vulcanization Manufacturing Queueing System* 37
- Levkov A. A.** *Methods of Increase of Effectiveness of Control Systems by Organization-Technical Objects* 42
- The conceptual model of control system for complex organization technique objects, methods of construction of logical data model, which is offered on the basis of class-relation hierarchies, and criteria of its estimation.*
- Shidlovsky V. I.** *Digitization of Uninterrupted Control Systems by Method of Quadratic Optimization* 48
- Abramov G. V., Emelyanov A. E., Ivliev M. N.** *Research of Digital Control Systems with Competitive Access by Environment of Data Transmission* 51
- The approach to modelling of the digital control systems using competitive access to the uniform data link is considered. During modeling was used the equations of Fokker-Plank-Kolmogorov, and also a method of integration of the equations of the moments. Results of calculations allow to draw a conclusion on an opportunity of maintenance of digital control systems stability with a plural method of access.*
- Rumyantsev G. N., Cheburakhin I. F.** *Automation and Optimization of the Syntheses Combinational Automaton* 54
- Appear the possibilities of functional equations at the presentation of Boolean functions in classes formula and schemes from functional elements in different bases, allowing get corresponding expressions for difficulty complexity-qualities and minimize them. These results is offered to use in systems of intelligent design (syntheses) tools of combinational automata in the base of microcircuits.*
- Keywords:** the digital integral schemes, Boolean function, presenyayion formula and scheme, difficulty, factors quality, minimization, functional equation, multicriteria optimization, intellectual syntheses, speed, throughput, reliability.
- Podchukaev V. A., Shevchenko D. S.** *Automatic Designing of Technical Realization of Control Laws on the Plaform of Field Programmable Analog Array (FPAA) of Manufacture of Company Anadigm.* 54
- Vasyukov S. A.** *Discrete Correction in Pulse Electrostatic Suspensions with PWM* 54
- The problems of construction of digital stabilizing systems for electostatic suspensions of spherical vacuum-driven gyroscopes and float pendulous accelerometers at adjustment of high-voltage potentials on electrodes on the PWM principle are dealt with. Recommendations on selection of regulators structures, sampling rates and controller bit capacities for devices with hollow and solid rotors are presented. As a result of calculation and modelling a possibility of application of discrete correction in suspensions of float devices and vacuum suspensions of major diameter hollow rotors was demonstrated.*
- Keywords:** electrostatic gyroscope, float accelerometer, electrostatic suspension, PWM sampling rate.
- Musatov V. Yu., Sysoev V. V., Maschenko A. A., Varezchnikov A. S., Khrizostomov A. A.** *On the Possibility of the Application of Neuroprocessor for the Response Processing of Onecrystal Multisensory Microsystem of Gas Identification.* . 55



РМКПУ-2008

14-16 октября 2008 г.
в Санкт-Петербурге
в ЦНИИ «Электроприбор» состоится
2-я Российская мультikonференция
ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ


Состав мультikonференции♦ **XXVI КОНФЕРЕНЦИЯ ПАМЯТИ Н.Н. ОСТРЯКОВА***Научные направления конференции:*

- ЧУВСТВУЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ
- ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ
- ОБРАБОТКА НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ
- ЭЛЕКТРОНИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА БОРТОВЫХ СИСТЕМ
- МЕТРОЛОГИЯ В НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИИ ДВИЖЕНИЕМ: МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЕДИНСТВА ИЗМЕРЕНИЙ
- ЭЛЕМЕНТЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИКИ И ЭЛЕКТРОПИТАНИЯ НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ

♦ **5-я НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ» (УИТ-2008)***Научные направления конференции:*

- СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ
- ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ УПРАВЛЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЯ
- ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

♦ **5-я НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ» (МАУ-2008)***Научные направления конференции:*

- ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕХАТРОНИКИ АВТОМАТИЗАЦИИ (рук-ль чл.-корр. РАН **Е.Д. ТЕРЯЕВ**)
- МОДУЛИ И КОМПОНЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ (рук-ль проф. **Ю.В. ПОДУРАЕВ**)
- ЭРГАТИЧЕСКИЕ МЕХАТРОННЫЕ СИСТЕМЫ (рук-ль чл.-корр. РАН **Г.Г. СЕВРЯКОВ**)
- ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ В МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМАХ (рук-ль акад. РАН **А.Б. КУРЖАНСКИЙ**)
- ПРОБЛЕМЫ ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИИ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ (рук-ль акад. РАН **И.М. МАКАРОВ**)
- ПРОБЛЕМЫ МИНИАТЮРИЗАЦИИ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ (рук-ль чл.-корр. РАН **А.С. СИГОВ**)
- ИНФОРМАЦИОННО-КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМАХ (рук-ль чл.-корр. РАН **И.А. КАЛЯЕВ**)
- ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ МЕХАТРОННЫЕ И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ (рук-ль чл.-корр. РАН **В.А. ЛОПОТА**)

Председатель Президиума мультikonференции - академик РАН **В.Г. Пешехонов.****Заместители председателя Президиума мультikonференции:**

- по конференции УИТ-2008 - ректор СПбГЭТУ «ЛЭТИ» **Д.В. Пузанков**
- по конференции МАУ-2008 - член-корреспондент РАН **Е.Д. Теряев**

Справочная информация:

Полная информация о мультikonференции и условиях участия в ней размещена на сайте мультikonференции: <http://www.elektroribor.spb.ru/cnf/rmkpu08/rindexfs.html> а также на сайтах локальных конференций-участников:

- ЦНИИ «Электроприбор»: <http://www.elektroribor.spb.ru/cnf/ostr08/rindexfs.html>
- СПбГЭТУ «ЛЭТИ»: <http://www.eltech.ru/news/conf/uit2008/index.htm>
- Журнал «Мехатроника, автоматизация, управление»: <http://novtex.ru/mech/mau08.htm>

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4/1

Телефон редакции журнала: **(495) 269-5397**, тел./факс: **(495) 269-5510**

Дизайнер *Т.Н. Погорелова*. Художник *В.Н. Погорелов*.
Технический редактор *О.А. Ефремова*. Корректор *Т.В. Арбузова*.

Сдано в набор 04.05.2008. Подписано в печать 18.06.2008. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 6,86. Уч.-изд. л. 7,68. Заказ 686. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика". 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15