

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 2 (95)

февраль

2009

Редакционный совет:

КУЗНЕЦОВ Н. А.
МАКАРОВ И. М.
МАТВЕЕНКО А. М.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.
ФЕДОРОВ И. Б.

Главный редактор:

ТЕРЯЕВ Е. Д.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.
ПУТОВ В. В.
ЮЩЕНКО А. С.

Выпускающий редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б.

Ответственный секретарь:

ПЕТРИН К. В.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М.
БОГАЧЕВ Ю. П.
БУКОВ В. Н.
ВОСТРИКОВ А. С.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.
ИВЧЕНКО В. Д.
ИЛЬЯСОВ Б. Г.
КАЛЯЕВ И. А.
КОЛОСОВ О. С.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.
КУЗЬМИН Н. Н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.
ЛЕОНОВ Г. А.
ЛЁВИН Б. А.
ЛОХИН В. М.
НОРЕНКОВ И. П.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.
РАПОПОРТ Э. Я.
РАССАДКИН Ю. И.
РАЧКОВ М. Ю.
РЕЗЧИКОВ А. Ф.
СЕБРЯКОВ Г. Г.
СИГОВ А. С.
СИРОТКИН О. С.
СОЙФЕР В. А.
ТИМОФЕЕВ А. В.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.
ФУРСОВ В. А.
ЮРЕВИЧ Е. И.
ЮСУПОВ Р. М.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.
ЛЫСЕНКО А. В.
ЧУГУНОВА А. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движений в задачах синтеза систем автоматического управления . . . 2
- Мышляев Ю. И.** Алгоритмы управления линейными объектами в условиях параметрической неопределенности на основе настраиваемого скользящего режима 11

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

- Супоня А. А.** Определение требований к надежности элементов сложного изделия на этапе проектирования 17
- Ведерников Ю. В.** Метод построения интервальных отношений предпочтения на множестве альтернативных вариантов технической системы 20

МЕХАНИЧЕСКИЕ МОДУЛИ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

- Козырев В. В., Кожевникова М. В.** Система анализа и синтеза силовой части мехатронных модулей 28
- Савин Л. А., Соломин О. В., Дорофеев Л. В.** Активные магнитные подшипники: принципы функционирования и моделирования 33

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Филаретов В. Ф., Кацурин А. А., Пугачев Ю. А.** Метод полуавтоматического комбинированного управления манипулятором с помощью подвижной телекамеры. . . . 38
- Инзарцев А. В., Киселев Л. В., Медведев А. В., Павин А. М., Севрюк А. В., Сенин Р. А., Бобков В. А., Борисов Ю. С., Мельман С. В.** Имитационный моделирующий комплекс для "интеллектуального" автономного подводного робота. 46
- Чернакова С. Э.** Моделирование процесса обучения интеллектуальных автономных мехатронных систем и роботов методом показа движения 53

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

- Визильтер Ю. В.** Модульные схемы построения монотонных морфологических операторов анализа цифровых изображений 57

АВТОМАТИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ: МОДЕЛИРОВАНИЕ, КОНТРОЛЬ, УПРАВЛЕНИЕ

- Ряжских В. И., Никифорова О. Ю.** Математическое моделирование процесса непрерывной газоподготовки замкнутых объемов 64
- Бусурин В. И., Шток К. В.** Интегрированный преобразователь давления и температуры на основе оптического туннельного эффекта 68
- Суздальцев А. И., Петров С. П.** Параметрический синтез системы управления локальным контуром теплоснабжения по критерию минимума энергетических затрат . . . 74
- Contents** 79

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание степени доктора наук

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 62-50:681.5.01

А. Б. Филимонов, д-р техн. наук, проф.,
Н. Б. Филимонов, канд. техн. наук, доц.,
Московский государственный университет
приборостроения и информатики
mech@novtex.ru

Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движений в задачах синтеза систем автоматического управления

Обсуждаются теоретические аспекты синтеза систем автоматического управления с большим коэффициентом усиления. Исследуются вопросы устойчивости и свойство робастности систем данного класса. Анализируется эффект локализации движений.

Ключевые слова: большой коэффициент усиления, анализ спектра, проблема неустойчивости, эталонное движение, параметрическая неопределенность, робастность, эффект локализации.

Проблема синтеза систем автоматического управления (САУ) в условиях неопределенности и/или изменения параметров объекта и характеристик внешней среды занимает важное место в современной теории автоматических систем [1]. Ее решения воплощаются в одной из двух альтернатив — в классе адаптивных либо в классе робастных САУ. В первых осуществляется целенаправленное принудительное изменение структуры и параметров управляющего устройства, а во вторых в рамках жесткой структуры обеспечивается инвариантность системы к предполагаемым структурно-параметрическим возмущениям объекта и среды.

В теории автоматических систем весьма популярны два метода синтеза робастных САУ:

- ♦ *метод больших коэффициентов усиления*, впервые предложенный М. В. Мееровым [2];
- ♦ *метод "форсирующих" отрицательных обратных связей*, известный также как *метод управления по высшей (старшей) производной от управляемой переменной*, впервые предложенный Р. А. Хэддедом [3].

Первый метод основан на формировании структуры системы управления, допускающей (для обеспечения нулевой скорости ошибки управления) неограниченное увеличение коэффициента усиления

в цепях управления без нарушения устойчивости [4], в результате чего "в пределе" удастся устранить влияние на процессы управления не только нестационарностей, но также нелинейностей и возмущающих воздействий.

Второй метод основан на важнейшем свойстве высшей производной управляемой переменной объекта (на которое обратил внимание еще Н. Винер) — ее явной зависимости от управляющей переменной в любой момент времени. Именно данное свойство лежит в основе методов синтеза, использующих обращение модели объекта управления, предложенных в работах Г. Ван-Триса [5], Г. Е. Пухова и К. Д. Жука [6]. Здесь для реализации закона управления требуется получение "чистых" производных до высшей включительно. Некоторые особенности обратных связей по высшей производной исследованы Л. М. Бойчуком [7] и используются в современных работах (см., например, [8, 9]).

Идея синтеза робастных САУ с комбинированием методов больших коэффициентов усиления и управления по высшей производной впервые выдвинута в работах У. Г. Грина [10] и Г. С. Поспелова [11]. Далее она получила развитие в работах А. С. Вострикова [12–14] и его школы (Е. Б. Гаврилов, О. М. Сарычева, Г. А. Французова, В. Д. Юркевич, О. Я. Шпилевая и др.) под названием *метода локализации*: действие возмущений и нелинейностей объекта "локализуется" и подавляется достаточно большим коэффициентом усиления. Системотехническая простота и универсальность метода локализации весьма привлекательны для инженерных применений. Однако до сих пор открытыми остаются вопросы его теоретического обоснования и анализа истинных возможностей. Цель настоящей работы — частично восполнить этот пробел. Полученные результаты подтверждают сомнительность простых эвристических схем решения сложных задач в соответствии со старой истиной — "чудес не бывает".

Линейные системы с большим коэффициентом усиления

Суть метода больших коэффициентов усиления состоит в эффекте понижения чувствительности САУ к внешним и параметрическим возмущениям объекта при увеличении коэффициента усиления разомкнутой системы.

Обратимся к представленному на рис. 1 контуру управления линейной стационарной САУ.

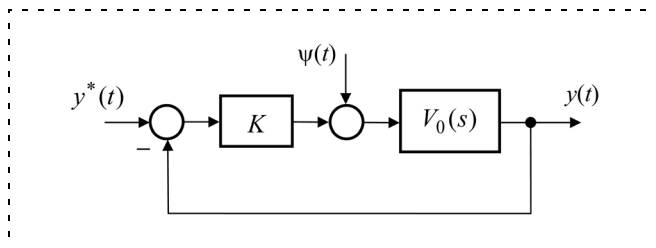


Рис. 1

Здесь t — текущее время, y — выход объекта, y^* — уставка, ψ — помеха (возмущающее воздействие). В прямой цепи выделены усилительное звено с коэффициентом усиления $K = \text{const} > 0$ и инерционное звено с передаточной функцией $V_0(s)$, где

$$V_0(s) = \frac{B(s)}{A(s)};$$

$$A(s) = s^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^k; B(s) = s^m + \sum_{l=0}^{m-1} b_l s^l; \quad (1)$$

$m < n$, a_k, b_l — вещественные константы, причем $b_0 > 0$.

Передаточные функции замкнутой системы по каналам "уставка—выход" и "помеха—выход" следующие:

$$W(s) = \frac{KV_0(s)}{1 + KV_0(s)} = \frac{KB(s)}{\Delta(K, s)}; W_\psi(s) = \frac{V_0(s)}{1 + KV_0(s)},$$

где $\Delta(K, s)$ — характеристический многочлен системы:

$$\Delta(K, s) = A(s) + KB(s). \quad (2)$$

При больших значениях коэффициента усиления ($K \gg 1$) справедливы приближения

$$W(s) \approx 1, W_\psi(s) \approx 0,$$

так что:

1) передаточные свойства канала "уставка—выход" не зависят от параметров объекта;

2) полностью подавляется действие помехи.

Вопрос устойчивости данного класса систем рассматривался в работах М. В. Меерова [4], Я. З. Цыпкина [15] и др. Приведем результаты его исследования методом корневого годографа [16], выделяя принципиальные положения, важные для дальнейшего изложения.

Исключим из анализа уставку и помеху:

$$y^* = \psi \equiv 0.$$

Тогда динамика выхода замкнутой системы будет подчиняться уравнению

$$y^{(n)} + f(x) + KG(x) = 0, \quad (3)$$

где

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k y^{(k)}; G(x) = y^{(m)} + \sum_{l=0}^{m-1} b_l y^{(l)}. \quad (4)$$

Здесь и ниже

$$x = (y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}). \quad (5)$$

Анализ устойчивости замкнутой системы. Условимся для любого многочлена $p(s)$ символом $\sigma[p(s)]$ обозначать множество его корней (с учетом кратности корней — это мультимножество).

Выполним деление многочлена $A(s)$ на многочлен $B(s)$ и выделим частное $P(s)$ и остаток $Q(s)$:

$$A(s) = P(s)B(s) + Q(s); \quad (6)$$

$$P(s) = s^{n-m} + \sum_{k=0}^{n-m-1} p_k s^k \quad (7)$$

(степень многочлена $Q(s)$ не превышает m : $\deg Q(s) < m$).

Утверждение 1. При $K \rightarrow \infty$ m корней многочлена (2) являются конечными и совпадают с корнями многочлена $B(s)$. Остальные $n - m$ корней совпадают с корнями уравнения

$$s^{n-m} + \sum_{k=1}^{n-m-1} p_k s^k + K = 0, \quad (8)$$

причем они неограниченно приближаются к прямолинейным асимптотам с углами наклона

$$(2k + 1)\pi/(n - m), k = 0, 1, \dots, n - (m - 1). \quad (9)$$

Доказательство. Из (2) и (6) получаем характеристическое уравнение

$$\Delta(K, s) = (P(s) + K)B(s) + Q(s) = 0. \quad (10)$$

Отсюда

$$B(s) = -Q(s)/(P(s) + K)$$

и, следовательно, при $K \rightarrow \infty$ получаем уравнение для конечных корней

$$B(s) = 0.$$

Согласно (10)

$$P(s) + K + \frac{Q(s)}{B(s)} = 0.$$

Последнее слагаемое в левой части данного уравнения — строго правильная дробь, следовательно,

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{Q(s)}{B(s)} = 0,$$

так что при больших по модулю s в силу (7) получаем

$$s^{n-m} + \sum_{k=1}^{n-m-1} p_k s^k + (p_0 + K) = 0,$$

откуда при больших K вытекает (8).

Наконец, для описания асимптотического поведения корней уравнение (8) можно упростить:

$$s^{n-m} + K = 0. \quad (11)$$

Его решения

$$s^{n-m} \sqrt[n-m]{K} \exp[j(2k+1)\pi/(n-m)] \\ (k = 0, 1, \dots, n-m-1). \blacksquare$$

Утверждение 2. Для устойчивости многочлена (2) при больших K необходимо, чтобы многочлен $B(s)$ был устойчивым.

Доказательство. Справедливость утверждения вытекает из включения

$$\sigma[B(s)] \subset \sigma[\Delta(\infty, s)],$$

а также непрерывности корневого годографа, порожденного изменением параметра K . Действительно, правые корни многочлена $B(s)$ притягивают соответствующие ветви корневого годографа многочлена $\Delta(K, s)$, и последний в случае неустойчивости многочлена $B(s)$ при достаточно больших значениях параметра K также становится неустойчивым. ■

Утверждение 3. В случае $n-m=2$ асимптотическое уравнение (8) для бесконечно больших корней допускает следующее уточнение:

$$(s-h)^2 + K = 0,$$

где

$$h = (b_{m-1} - a_{n-1})/2.$$

Таким образом, асимптоты годографа являются вертикальными лучами, выходящими из точки h вещественной оси s -плоскости.

Доказательство. Согласно (1), (6) и (7)

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots = \\ = (s^2 + p_1s + \dots)(s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots) + (\dots) = 0.$$

Здесь явно выписаны лишь старшие степени, существенные для аналитических выводов. Отсюда находим

$$-2h = p_1 = a_{n-1} - b_{m-1}. \blacksquare$$

Теорема 1. Если параметр K достаточно большой, то для устойчивости многочлена (2) необходимо, чтобы был устойчивым многочлен $B(s)$. При соблюдении этого условия устойчивость многочлена (2) имеет место в следующих случаях:

- 1) $n-m=1$;
- 2) $n-m=2$ и $h < 0$.

а его неустойчивость — в следующих случаях:

- 3) $n-m \geq 3$;
- 4) $n-m=2$ и $h > 0$.

Доказательство. Доказательство основано на утверждениях 1–3: 1) корень уравнения (11) вещественный и стремится к $-\infty$; 2) пара бесконечных корней имеет отрицательную вещественную часть h ; 3) в этом случае в соответствии с (9) имеются асимптоты, для которых $\text{Re } s \rightarrow \infty$, в частности, имеем асимптоту с углом наклона $\pi/(n-m) < \pi/2$; 4) пара

бесконечных корней имеют положительную вещественную часть h . ■

Таким образом, для устойчивости замкнутой системы передаточная функция $V_0(s)$ должна удовлетворять определенным структурным и параметрическим ограничениям.

Эффект локализации движений. Следующее утверждение для системы (3), (4) вытекает из теоремы 1 и утверждения 1.

Утверждение 4. Пусть многочлен $B(s)$ является устойчивым, причем $n-m=1$. Тогда замкнутая система устойчива, и при больших K ее движение разлагается на медленную $\bar{y}(t)$ и быструю $\tilde{y}(t)$ составляющие:

$$y(t) \approx \bar{y}(t) + \tilde{y}(t).$$

Модальный состав первой определяют корни многочлена $B(s)$, а вторая затухает как экспонента $\exp(-Kt)$. Таким образом, с течением времени движение системы локализуется на многообразии пространства состояний

$$G(x) = y^{(m)} + \sum_{l=0}^{m-1} b_l y^{(l)} \equiv 0. \blacksquare \quad (12)$$

Из теоремы 1 и утверждения 4 следует важный **вывод**: работоспособность метода больших коэффициентов и эффект локализации безусловно гарантированы лишь в частном случае $n-m=1$.

Структура управления в линейных задачах стабилизации

Обсудим возможности метода больших коэффициентов для решения линейных задач стабилизации.

Ограничимся рассмотрением класса линейных стационарных объектов управления, описываемых уравнением вида

$$y^{(n)} + f(x) = u. \quad (13)$$

Здесь

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k y^{(k)}, \quad (14)$$

где $t \in \mathfrak{T} = [0, \infty)$; $u \in \mathbf{R}$ — управляющий вход, $y \in \mathbf{R}$ — выход объекта; $a_k = \text{const}$. Заметим, что вектор x согласно (5) и (13) имеет смысл вектора состояния объекта.

Будем конструировать обратную связь вида

$$u = -KG(x); \quad (15)$$

$$G(x) = y^{(n-1)} + \sum_{l=0}^{n-2} b_l y^{(l)}, \quad (16)$$

где $b_l = \text{const}$. Отсюда и из (13), (14) вытекает (3), если положить

$$m = n-1. \quad (17)$$

Характеристический многочлен замкнутой системы определяется выражениями (1), (2). Следовательно, о свойствах замкнутой системы правомерно судить по утверждениям 1—3 и теореме 1.

Учтем, что динамика медленного движения в соответствии с эффектом локализации описывается дифференциальным уравнением (12). Но тогда логично выбирать последнее исходя из желаемых требований к движению замкнутой системы. В этом случае динамическая модель (12) по смыслу является *эталонной*.

Из требования устойчивости эталонной модели следует

$$b_l > 0 \quad (l = \overline{0, m-1}). \quad (18)$$

Применение дифференцирующих фильтров. Закон (15), (16) предполагает измерение всех координат состояния объекта, т. е. в соответствии с (5) — выхода объекта и его производных до $(n-1)$ -й включительно. Как известно, решение задач управления состоянием в случае неполноты измерительной информации можно основывать на *принципе разделения*, согласно которому сначала восстанавливаются недостающие координаты состояния по данным наблюдения, а затем восстанавливающие оценки включаются в структуру обратной связи. Данный принцип приводит к следующей модификации закона управления:

$$u(t) = -KG(\hat{x}(t)),$$

где $\hat{x}(t)$ — текущая оценка вектора $x(t)$. Таким образом, нужны схемы генерации требуемых производных выходного сигнала.

Вопрос многократного дифференцирования аналоговых сигналов обычно решается применением дифференцирующих фильтров с передаточной функцией вида

$$\Phi_p(s) = \frac{s^p}{(1 + \tau s)^p}, \quad (19)$$

где τ — малая постоянная времени. На нижних частотах такой фильтр аппроксимируется идеальным дифференцирующим звеном p -го порядка:

$$\Phi_p(s) \approx s^p.$$

Пусть наряду с выходным сигналом также измеряются его производные до d -й включительно. В силу этого условия при $l > d$ требуемая оценка производной $\hat{y}^{(l)}$ должна быть получена пропуском сигнала $\hat{y}^{(d)}$ через дифференцирующий фильтр порядка $p = l - d$. При этом процесс фильтрации описывается дифференциальным уравнением

$$(1 + \tau D)^{l-d} \hat{y}^{(l)}(t) = D^{l-d} y^{(d)}(t),$$

где $D = d/dt$ — оператор дифференцирования.

В итоге закон управления (15), (16) принимает вид

$$u = -K \left(\sum_{l=0}^d b_l y^{(l)} + \hat{y}^{(n-1)} + \sum_{l=d+1}^{n-2} b_l \hat{y}^{(l)} \right). \quad (20)$$

Согласно (13), (14), (20) контур управления описывается уравнением

$$y^{(n)} + \sum_{k=0}^{n-1} a_k y^{(k)} + K \left(\sum_{l=0}^d b_l y^{(l)} + \hat{y}^{(n-1)} + \sum_{l=d+1}^{n-2} b_l \hat{y}^{(l)} \right) = 0.$$

Отсюда находим характеристический многочлен замкнутой системы:

$$\Delta(K, s) = \tilde{A}(s) + K\tilde{B}(s), \quad (21)$$

где

$$\tilde{A}(s) = \left(s^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^k \right) (1 + \tau s)^{n-d-1}; \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}(s) = & \left(\sum_{l=0}^d b_l s^l \right) (1 + \tau s)^{n-d-1} + \\ & + s^{n-1} + \sum_{l=d+1}^{n-2} b_l s^l (1 + \tau s)^{n-l-1}. \end{aligned} \quad (23)$$

Из (22), (23) следуют соотношения для степеней многочленов:

$$\deg \tilde{A}(s) = 2n - d - 1, \quad \deg \tilde{B}(s) = n - 1. \quad (24)$$

Исследуем асимптотические свойства многочлена (21). Выполним деление многочлена $\tilde{A}(s)$ на $\tilde{B}(s)$ и выделим частное $P(s)$ и остаток $Q(s)$:

$$\tilde{A}(s) = P(s)\tilde{B}(s) + Q(s) \quad (\deg Q(s) < n - 1), \quad (25)$$

$$P(s) = p_{n-d} s^{n-d} + \sum_{k=0}^{n-d-1} p_k s^k. \quad (26)$$

Для анализа асимптотических свойств спектра замкнутой системы при больших коэффициентах усиления K воспользуемся изложенными выше результатами.

Утверждение 5. При $K \rightarrow \infty$ $n-1$ корней многочлена (21) являются конечными и совпадают с корнями многочлена $\tilde{B}(s)$. Остальные его $n-d$ корней совпадают с корнями уравнения

$$p_{n-d} s^{n-d} + \sum_{k=0}^{n-d-1} p_k s^k + K = 0, \quad (27)$$

причем они неограниченно приближаются к прямолинейным асимптотам с углами наклона

$$(2k+1)\pi/(n-d), \quad k = 0, 1, \dots, n-d-1. \quad \blacksquare \quad (28)$$

Утверждение 6. Для устойчивости многочлена (21) при больших K необходимо, чтобы многочлен $\tilde{B}(s)$ был устойчивым. ■

Последние утверждения прямо вытекают из утверждений 1 и 2 с учетом (24).

Утверждение 7. В случае $n - d = 2$ и достаточно малых τ асимптотическое уравнение (27) приобретает вид

$$(\tau s + (1/2))^2 + K\tau = 0.$$

Таким образом, асимптоты годографа многочлена (21) являются вертикальными лучами, выходящими из точки $(-1/2\tau)$ на вещественной оси.

Доказательство. Схема обоснования данного утверждения та же, что и для утверждения 3. При этом в соответствии с (22), (23) используются следующие соотношения (для каждого многочлена явно выписаны лишь два одночлена старших степеней):

$$\tilde{A}(s) \cong \tau s^{n+1} + s^n + \dots; \tilde{B}(s) \cong s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} \dots,$$

где символ " $\cong$ " служит для обозначения асимптотических равенств функций (величин) при $\tau \rightarrow 0$.

Поскольку в (25) многочлен $P(s)$ имеет второй порядок:

$$P(s) = p_2 s^2 + p_1 s + p_0,$$

находим: $p_2 = \tau$, $p_1 \cong 1$. Далее необходимо перейти к уравнению (27). ■

Следующая теорема прямо вытекает из теоремы 1.

Теорема 2. Пусть параметр K достаточно большой, а постоянная времени τ достаточно мала. Тогда для устойчивости многочлена (22) необходимо, чтобы был устойчивым многочлен $\tilde{B}(s)$. При соблюдении этого условия устойчивость имеет место, если $n - d \leq 2$. Напротив, многочлен будет неустойчивым, если $n - d \geq 3$. ■

Из последней теоремы и (5) вытекает следующий результат для случая *неполной* информации о текущем состоянии объекта: $d < n - 1$.

Теорема 3. В случае неполной информации о состоянии объекта стабилизация методом больших коэффициентов усиления возможна лишь при $d = n - 2$. Если $d < n - 2$, то стабилизация невозможна. ■

Нелинейный синтез обратной связи

Метод больших коэффициентов естественным образом обобщается на класс нелинейных и нестационарных объектов аффинного типа, особенность которых — аддитивность структуры дифференциального уравнения движения с явно выделенной линейной по управлению частью.

Пусть (см. [13]) объект описывается скалярным уравнением вида

$$y^{(n)} + f(t, x) = b(t, x)u. \quad (29)$$

Здесь $t \in \mathfrak{T}$; $x \in \mathbf{R}^n$ — вектор состояния (5); $f(t, x)$, $b(t, x)$ — некоторые функции, причем последняя непрерывна и не обращается в нуль:

$$b(t, x) > \beta > 0 \quad (\beta = \text{const}). \quad (30)$$

Отметим классическую работу Л. М. Бойчука [7], в которой для класса объектов (29), (30) предлагается конструировать управляющую обратную связь, обеспечивающую желаемое (эталонное) движение

$$y^{(n)} + H(t, x) = 0,$$

где $H(t, x)$ — заданная функция, посредством обратной связи

$$u = [b(t, x)]^{-1}[f(t, x) - H(t, x)].$$

Это решение фактически является воплощением так называемого *метода обратных задач динамики* [17] и предполагает два допущения: известна модель динамики объекта и имеется полная информация о его состоянии.

Ясно, что такое решение исключено для задач с априорно неизвестной динамической моделью объекта.

Нелинейная динамика с большим коэффициентом усиления

Пусть желаемое движение объекта (29) представлено устойчивой *эталонной* моделью

$$G(x) = G(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}) \equiv 0. \quad (31)$$

Примем закон управления (15). Тогда динамика замкнутой системы будет подчиняться уравнению

$$y^{(n)} + f(t, x) + Kb(t, x)G(x) = 0. \quad (32)$$

Можно ожидать, что при определенных условиях поведение нелинейной системы (32) с большим значением K будет аналогично исследованному выше поведению линейных систем и будет характеризоваться следующим свойством локализации: фазовый поток притягивается к многообразию (31), причем это движение является быстрым.

Поясним структуру управляемого движения для простейшего случая (16). Введем вспомогательную переменную

$$\sigma = y^{(n-1)} + \sum_{l=0}^{n-2} b_l y^{(l)} \quad (33)$$

и перейдем к новым координатам состояния:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) = (y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-2)}, \sigma). \quad (34)$$

Отсюда и из (33) получаем дифференциальные уравнения движения

$$\dot{x}_i = x_{i+1}, \quad 1 \leq i \leq n-2; \quad \dot{x}_{n-1} = - \sum_{l=0}^{n-2} b_l x_{l+1} + \sigma. \quad (35)$$

Дифференцирование (33) с учетом (32) и (34) дает

$$\dot{\sigma} = -Kb(t, \mathbf{x})\sigma + \psi(t, \mathbf{x}), \quad (36)$$

где

$$\psi(t, \mathbf{x}) = -f(t, \mathbf{x}) + \sum_{l=0}^{n-3} b_l x_{l+2} + b_{n-2} \left(\sigma - \sum_{l=0}^{n-2} b_l x_{l+1} \right).$$

Итак, в новых координатах управляемое движение описывается системой дифференциальных уравнений (35), (36).

Положим также, что функция $\psi(t, \mathbf{x})$ удовлетворяет условию

$$\|\psi(t, \mathbf{x})\| < \gamma \|\mathbf{x}\|, \quad (37)$$

где $\gamma = \text{const}$ — скаляр и подразумеваются векторные евклидовы нормы.

Интерес представляет следующий системотехнический аспект действия больших значений параметра K : замкнутая система декомпозируется на две подсистемы — быструю и медленную, которые описываются соответственно уравнениями (36) и (35), причем слагаемое $\psi(t, \mathbf{x})$ в (36) играет роль возмущающего воздействия для первой подсистемы. Анализ первой подсистемы (36) с учетом (30) показывает, что переходные процессы в ней затухают быстрее экспоненты $\exp(-\beta K t)$, так что через короткое время она будет играть роль статической нелинейности по отношению ко второй подсистеме:

$$\sigma(t) = g(t, \mathbf{x}(t)), \quad (38)$$

с характеристикой

$$g(t, \mathbf{x}(t)) \approx \frac{\psi(t, \mathbf{x}(t))}{b(t, \mathbf{x}(t))K},$$

удовлетворяющей в силу (37) и (30) ограничению

$$|g(t, \mathbf{x}(t))| \leq \frac{\gamma \|\mathbf{x}(t)\|}{\beta K}. \quad (39)$$

Итак, устойчивая линейная подсистема (35) охвачена слабой обратной связью (38), возмущающее действие которой согласно (39) можно сколь угодно уменьшать увеличением коэффициента усиления K . Это дает основание рассчитывать на устойчивость замкнутой системы и близость ее динамики к эталонной (31).

Следует отметить, что большие усилия порождают еще один эффект, который нередко игнорируется — неизбежно проявление нелинейного фактора — ограничений на управление типа "насыщение".

Метод локализации А. С. Вострикова

Перейдем к анализу метода локализации А. С. Вострикова [13] — метода синтеза САУ для объектов вида (29) посредством обратной связи, комбини-

рующей принципы большого коэффициента усиления и управления по высшей производной:

$$u(t) = -K(H(t, \mathbf{x}(t)) + y^{(n)}(t)). \quad (40)$$

Преследуемая автором цель — обеспечение свойства *инвариантности* поведения системы управления по отношению к динамическим характеристикам объекта. Нетрудно видеть, что динамика замкнутой системы (13), (40) подчиняется уравнению

$$y^{(n)} + \frac{Kb(t, \mathbf{x})}{1 + Kb(t, \mathbf{x})} H(t, \mathbf{x}) + \frac{1}{1 + Kb(t, \mathbf{x})} f(t, \mathbf{x}) = 0.$$

Следовательно, в пределе при $K \rightarrow \infty$ получаем желаемое движение

$$y^{(n)} + H(t, \mathbf{x}) = 0, \quad (41)$$

не зависящее от параметрических возмущений объекта.

Подчеркнем оригинальность закона управления (40): он предполагает знание лишь динамического порядка объекта n . Однако физическая реализация данного закона сопряжена с двумя системотехническими проблемами.

Во-первых, данный закон управления лишен физического смысла, поскольку противоречит смыслу уравнения (29), постулирующего причинно-следственную связь $u(t) \rightarrow y^{(n)}(t)$: он неправомерно *переставляет местами причину и следствие*. Впрочем, в работах по методу локализации данное противоречие обходится путем замены в законе (40) производной $y^{(n)}(t)$ некоторой ее инструментальной оценкой $\hat{y}^{(n)}(t)$, получаемой на основе поступающей измерительной информации. Заметим, что даже если принять инструментальную возможность измерения самой производной $y^{(n)}$, то и в этом случае необходимо учесть динамику измерительного тракта: чистое или инерционное запаздывание каналов измерения.

Во-вторых, вычисление функции $H(t, \mathbf{x})$ в (40) предполагает полную информацию о текущем состоянии объекта. В противном случае необходимо также вместо вектора $\mathbf{x}(t)$ использовать его оценку $\hat{\mathbf{x}}(t)$.

Эти обстоятельства заставляют модифицировать закон управления следующим образом:

$$u(t) = -K(H(t, \hat{\mathbf{x}}(t)) + \hat{y}^{(n)}(t)). \quad (42)$$

Далее считаем, что генерация недостающих производных реакции выхода $y(t)$ осуществляется посредством дифференцирующих фильтров с передаточными функциями (19).

Линейный анализ процессов управления. Претендующее на универсальность решение, несомненно, должно подтверждать свою состоятельность на простых задачах. Ясно, что апробация обсуждаемого метода локализации должна быть проведена, по

крайней мере, на классе линейных стационарных задач стабилизации.

Обратимся к классу линейных объектов (13), (14). Положим в уравнении эталонного движения (41)

$$H(x) = \sum_{l=0}^{n-1} b_l y^{(l)},$$

где $b_l = \text{const}$. В результате оно примет вид

$$y^{(n)} + \sum_{l=0}^{n-1} b_l y^{(l)} = 0.$$

Коэффициенты данного уравнения в силу требования устойчивости должны быть положительными, т. е. имеем (18), где $m = n$. Далее считаем, что *наряду с выходным сигналом объекта также измеряются его производные до d -й включительно*.

Как и ранее, при $l > d$ оценка $\hat{y}^{(l)}$ формируется пропусканием сигнала $\hat{y}^{(d)}$ через дифференцирующий фильтр $(l - d)$ -го порядка с передаточной функцией $\Phi_{l-d}(s)$ (см. (19)). Тогда закон управления (42) принимает вид

$$u = -K \left(\sum_{l=0}^d b_l y^{(l)} + \hat{y}^{(n)} + \sum_{l=d+1}^{n-1} b_l \hat{y}^{(l)} \right), \quad (43)$$

и в соответствии с (13), (14) контур управления описывается уравнением

$$y^{(n)} + \sum_{k=0}^{n-1} a_k y^{(k)} + K \left(\sum_{l=0}^d b_l y^{(l)} + \hat{y}^{(n)} + \sum_{l=d+1}^{n-1} b_l \hat{y}^{(l)} \right) = 0.$$

Как и ранее, характеристический многочлен замкнутой системы будет выражаться формулой (21), где теперь

$$\tilde{A}(s) = \left(s^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^k \right) (1 + \tau s)^{n-d}; \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}(s) = s^n + \left(\sum_{l=0}^d b_l s^l \right) (1 + \tau s)^{n-d} + \\ + \sum_{l=d+1}^{n-1} b_l s^l (1 + \tau s)^{n-l}. \end{aligned} \quad (45)$$

Отсюда следуют соотношения для степеней многочленов:

$$\deg \tilde{A}(s) = 2n - d, \quad \deg \tilde{B}(s) = n.$$

Выполним деление многочлена $\tilde{A}(s)$ на $\tilde{B}(s)$ и выделим частное $P(s)$ и остаток $Q(s)$:

$$\tilde{A}(s) = P(s) \tilde{B}(s) + Q(s) \quad (\deg Q(s) < n). \quad (46)$$

Выражение для частного то же, что и в (26).

Для анализа асимптотических свойств спектра замкнутой системы при больших коэффициентах усиления K воспользуемся изложенными выше результатами.

Утверждение 8. При $K \rightarrow \infty$ n корней многочлена (21) являются конечными и совпадают с корнями многочлена $\tilde{B}(s)$. Его остальные $n - d$ корней являются корнями уравнения (27), причем они неограниченно приближаются к прямолинейным асимптотам с углами наклона (28). ■

Утверждение 9. Для устойчивости многочлена (21) при больших K необходима устойчивость многочлена $\tilde{B}(s)$. ■

Утверждение 10. В случае $n - d = 2$ и достаточно малых τ асимптотическое уравнение (27) приобретает вид

$$(\tau s + 1)^2 + K = 0.$$

Таким образом, асимптоты годографа являются вертикальными лучами, выходящими из точки $(-1/\tau)$ на вещественной оси. ■

Доказательство. Схема обоснования данного утверждения та же, что и для утверждений 3 и 7. При этом в соответствии с (44), (45) используются соотношения

$$\begin{aligned} \tilde{A}(s) &\cong \tau^2 s^{n+2} + 2\tau s^{n+1} + \dots; \\ \tilde{B}(s) &\cong s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots \end{aligned}$$

Здесь явно выписаны лишь два одночлена старших степеней для каждого многочлена, поскольку остальные для последующих выкладок несущественны.

Согласно (46) многочлен $P(s)$ имеет второй порядок:

$$P(s) = p_2 s^2 + p_1 s + p_0, \quad p_2 = \tau^2, \quad p_1 = 2\tau.$$

Далее необходимо учесть (27). ■

Утверждения 8–10 лежат в основе следующих двух теорем.

Теорема 4. Пусть параметр K достаточно большой, а постоянная времени τ достаточно мала. Тогда для устойчивости многочлена (21) необходимо, чтобы был устойчивым многочлен $\tilde{B}(s)$. При соблюдении этого условия устойчивость многочлена (21) имеет место при $n - d \leq 2$, а его неустойчивость — при $n - d \geq 3$. ■

Учтем, что варианты $d < n - 1$ и $d = n - 1$ в соответствии со структурой вектора состояния (5) являются случаями соответственно *неполной* и *полной* информации о текущем состоянии объекта.

Теорема 5. В случае неполной информации о состоянии объекта его стабилизация методом локализации возможна лишь при $d = n - 2$, а при $d < n - 2$ — стабилизация невозможна. ■

Пример 1. Пусть $n = 3$ и $d = 0$. Объект:

$$y^{(3)} = u.$$

Модель эталонного движения:

$$(D + 1)^3 y(t) = 0.$$

Соответствующий характеристический многочлен:

$$B(s) = (s + 1)^3 = s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0.$$

Уравнения дифференцирующих фильтров:

$$v = y, \tau \dot{z}_1 + z_1 = \dot{v}, \tau \dot{z}_2 + z_2 = \dot{z}_1, \tau \dot{z}_3 + z_3 = \dot{z}_2,$$

$$\hat{y}^{(i)} = z_i \quad (i = 1, 2, 3).$$

Закон управления:

$$u = -K(b_0 y + b_1 \hat{y}^{(1)} + b_2 \hat{y}^{(2)} + \hat{y}^{(3)}).$$

Параметры обратной связи:

$$\tau = 0,01; b_0 = 1; b_1 = 3; b_2 = 3.$$

Составляющие характеристического многочлена:

$$\tilde{A}(s) = s^3(1 + \tau s)^3;$$

$$\tilde{B}(s) = s^3 + 3s^2(1 + \tau s) + 3s(1 + \tau s)^2 + (1 + \tau s)^3.$$

На рис. 2 показан корневого годограф замкнутой системы, построенный для диапазона коэффициента усиления $K=1 \dots 10^5$.

При $K=1$ корни характеристического многочлена равны

$$-116,09; -100,00; -80,75; -1,53; -0,82 \pm 0,17i.$$

Коэффициенту усиления $K = 10^5$ отвечают корни

$$-1514,2; -100,0; -0,5 \pm 0,3i; 657,6 \pm 1252,5i,$$

выделенные на рис. 2 кружочками. При $K \geq 65$ система неустойчива.

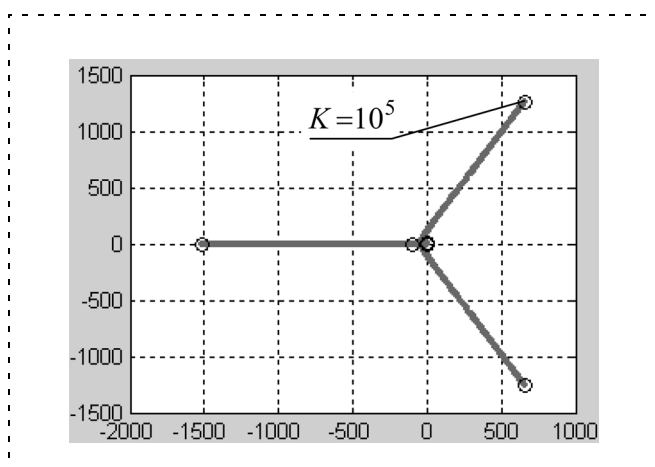


Рис. 2

Теорема 6. В случае полной информации о состоянии объекта ($d = n - 1$) возможна его стабилизация методом локализации.

Доказательство. Положим, что выбрана подходящая постоянная времени дифференцирующих фильтров $\tau > 0$. Необходимо подобрать коэффициенты $b_0, b_1, \dots, b_{n-1}$ так, чтобы многочлен (45) был устойчивым. При этом замкнутая система будет иметь лишь один асимптотический корень, равный $-K/\tau$. ■

Теоремы 4–6 приводят к следующему важному **выводу**: обсуждаемый метод локализации применим лишь в двух частных случаях:

- 1) измеряются все производные выходного сигнала от первой до $(n - 1)$ -й включительно;
- 2) измеряются производные выходного сигнала до $(n - 2)$ -й включительно, причем для восстановления недостающих производных выхода применяются дифференцирующие фильтры.

Однако и в этих случаях сомнительны преимущества применения высшей производной в структуре обратной связи по сравнению с решениями, основанными на ее традиционной конструкции (15), (16).

Так, если в случае полной информации о состоянии объекта применяется обратная связь (15), (16), то характеристический многочлен замкнутой системы будет совпадать с (2), и вопрос обеспечения устойчивости замкнутой системы при $K \rightarrow \infty$ решается просто выбором устойчивого многочлена $B(s)$.

Следующий пример подтверждает высказанное соображение для случаев полной и неполной информации о состоянии объекта.

Пример 2. Сравним законы управления (43) и (20) для больших K . Объект ($n = 3$) тот же, что и в примере 1. Пусть $K = 100$. Постоянная времени дифференцирующих фильтров $\tau = 0,01$. Рассмотрим два варианта с различающимся объемом измерительной информации: $d = 2$ и $d = 1$.

Для закона управления (43) примем характеристический многочлен эталонного движения $B(s) = (s + 1)^3$, а для закона (20) — характеристический многочлен $B(s) = (s + 1)^2$ с тем, чтобы спектры эталонных движений сравниваемых решений были идентичны.

Вариант $d = 2$: измеряются $y(t), y^{(1)}(t), y^{(2)}(t)$.

1. Закон управления по методу локализации:

$$u = -K(y + 3y^{(1)} + 3y^{(2)} + \hat{y}^{(3)});$$

$$v = y^{(2)}, \tau \dot{z} + z = \dot{v}, \hat{y}^{(3)} = z.$$

Характеристический многочлен замкнутой системы

$$\Delta_1(K, s) = s^3(1 + \tau s) + K[s^3 + (3s^2 + 3s + 1)(1 + \tau s)].$$

Его корни:

$$-1,0397 \cdot 10^4; -1,0608 \pm 0,2975i; -0,7924.$$

2. Обратная связь по состоянию:

$$u = -K(y + 2y^{(1)} + y^{(2)}).$$

Характеристический многочлен замкнутой системы

$$\Delta_2(K, s) = s^3 + K(s^2 + 2s + 1).$$

Его корни:

$$-97,9690; -1,1183; -0,9128.$$

Вариант $d = 1$: измеряются $y(t)$, $y^{(1)}(t)$.

1. Метод локализации:

$$\begin{aligned} u &= -K(y + 3y^{(1)} + 3\hat{y}^{(2)} + \hat{y}^{(3)}); \\ v &= y^{(1)}, \tau \dot{z}_1 + z_1 = \dot{y}, \tau \dot{z}_2 + z_2 = \dot{z}_1, \\ \hat{y}^{(i+1)} &= z_i \quad (i = 1, 2). \end{aligned}$$

Характеристический многочлен замкнутой системы

$$\begin{aligned} \Delta_1(K, s) &= s^3(1 + \tau s)^2 + \\ &+ K[s^3 + (3s + 1)(1 + \tau s)^2 + 3s^2(1 + \tau s)]. \end{aligned}$$

Его корни:

$$-98,529 \pm 1014,9i; -0,9999; -0,9714 \pm 0,1354i.$$

2. Обратная связь с дифференцирующим фильтром:

$$\begin{aligned} u &= -K(y + 2y^{(1)} + \hat{y}^{(2)}); \\ v &= y^{(1)}, \tau \dot{z} + z = \dot{y}, \hat{y}^{(2)} = z. \end{aligned}$$

Характеристический многочлен замкнутой системы:

$$\Delta_2(K, s) = s^3(1 + \tau s) + K[(2s + 1)(1 + \tau s) + s^2].$$

Его корни:

$$-49,0002 \pm 87,1896i; -0,9998 \pm 0,0100i.$$

Примеры показывают нецелесообразность включения высшей производной в структуру обратной связи.

Замечание. В недавней монографии А. С. Вострикова [13] при обсуждении проблемы устойчивости линейных систем с большим коэффициентом усиления констатируются те же структурно-

параметрические условия их неработоспособности, что и в работах М. В. Меерова и Я. З. Цыпкина. К сожалению, в свете данных ограничительных условий не получил критического осмысления принципиальнейший вопрос о работоспособности САУ, синтезированных методом локализации.

Список литературы

1. **Управление** динамическими системами в условиях неопределенности / Под ред. С. Т. Кусимова, Б. Г. Ильясова, В. И. Васильева. М.: Наука, 1998. 452 с.
2. **Мееров М. В.** О системах авторегулирования, устойчивых при сколь угодно большом коэффициенте усиления // Автоматика и телемеханика. 1947. № 4. С. 225—242.
3. **Хэддед Р. А.** Некоторые необычные, но не приспособливающиеся системы / Приспосабливающиеся автоматические системы. Под ред. Э. Мишкина и Л. Брауна. М.: Изд-во ИЛ. 1963. С. 487—506.
4. **Мееров М. В.** Синтез структур систем автоматического управления высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.
5. **Ван-Трис Г.** Синтез оптимальных нелинейных систем управления. М.: Мир, 1964. 168 с.
6. **Пухов Г. Е., Жук К. Д.** Синтез многосвязных систем управления по методу обратных операторов. Киев: Наукова думка, 1966. 258 с.
7. **Бойчук Л. М.** Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. М.: Энергия, 1971. 120 с.
8. **Елсуков В. С.** и др. Синтез астатических систем комбинированного управления по старшей производной выходной величины // Изв. вузов. Электромеханика. 1998. № 4. С. 96.
9. **Бронников А. М.** Компенсация неизвестных возмущений нелинейной системы управления с помощью динамических обратных связей // Материалы 5-й Науч.-техн. конф. "Мехатроника, автоматизация, управление". СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электронприбор", 2008. С. 44—47.
10. **Green W. G.** Logarithmic Navigation for precise Guidance of Space Vehicle // IRE Transact. of Aerospace and Navigational Electronics. 1961. V. ANE-8. N 2. P. 59.
11. **Поспелов Г. С.** О принципах построения некоторых видов самонастраивающихся систем автоматического управления // Самонастраивающиеся автоматические системы: Тр. Междунар. симп. ИФАК. М.: Наука, 1964. С. 93—104.
12. **Востриков А. С.** Управление нелинейными нестационарными динамическими объектами посредством вектора скорости // Адаптивные системы автоматического управления. Респ. межвед. науч.-техн. сб. Вып. 4. Киев: Техніка, 1976.
13. **Востриков А. С.** Синтез систем регулирования методом локализации. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 252 с.
14. **Востриков А. С.** Старшая производная и большие коэффициенты в задаче управления нелинейными нестационарными объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. 2008. С. 2—7.
15. **Цыпкин Я. З.** Основы теории автоматических систем. М.: Наука, 1977. 560 с.
16. **Удорман Э. Г.** Метод корневого годографа в теории автоматических систем. М.: Наука, 1972. 448 с.
17. **Крутько П. Д.** Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. М.: Изд. Машиностроение, 2004. 576 с.

Ю. И. Мышляев, ст. преподаватель,
МГТУ им. Н. Э. Баумана (Калужский филиал)
uimysh@mail.ru

Алгоритмы управления линейными объектами в условиях параметрической неопределенности на основе настраиваемого скользящего режима¹

Рассматриваются методика синтеза и алгоритмы управления каскадными системами в условиях параметрической неопределенности на основе настраиваемого скользящего режима с явной эталонной моделью для конечного каскада.

Ключевые слова: параметрическая неопределенность, линейные системы, адаптивное управление, скользящий режим, каскадные системы.

Введение

Существуют многочисленные методы и подходы к решению задач управления динамическими объектами в условиях параметрической неопределенности. К ним, в частности, относятся системы со скользящим режимом. Такие системы обладают робастностью по отношению к аддитивным и мультипликативным помехам. Последнее достигается за счет выбора параметров поверхности скольжения исходя из наилучшего, с позиции устойчивости, варианта параметров объекта управления. Иными словами, в условиях параметрической неопределенности обеспечивается качество "не хуже заданного". Расплатой за указанные свойства скользящего режима является достаточно большой коэффициент усиления и, как следствие, — большие энергетические затраты. Одним из возможных путей уменьшения энергетических затрат является использование сигнально-параметрических алгоритмов скоростного градиента. В этом случае управление представляет собой сумму релейной и гладкой (параметрической) составляющих. Задачей параметрической адаптивной обратной связи является приведение динамики заданного объекта к эталонной. При этом поверхность скольжения с точностью до параметров выбирается исходя из эталонной модели. В системе обеспечивается заданная динамика по всем элементам вектора состояния.

В данной работе представлена методика и ряд алгоритмов управления с настраиваемой поверхностью скольжения для объектов управления, приводимых к регулярной (каскадной) схеме. Задачей

управления является обеспечение ограниченности всех траекторий системы и желаемой динамики по части переменных состояния (конечного каскада) в условиях параметрической неопределенности.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу синтеза алгоритма управления для линейного стационарного объекта, описываемого в регулярной форме

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2; \\ \dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u; \\ x_1(0) = x_{10}, x_2(0) = x_{20}, \end{cases} \quad (1)$$

где $x \in R^n$ — вектор состояния ($x_1 \in R^{n-m}$, $x_2 \in R^m$), $u \in R^m$ — вектор управления, $A_{ij}(\xi)$, ($i, j = 1, 2$), $B_2(\xi)$ — постоянные матрицы размерностей $n \times n$ и $m \times m$ соответственно; $\xi \in \Xi$ — неизвестные параметры объекта управления (ОУ). Предполагается, что система управляема при любом $\xi \in \Xi$ ($\det B_2 \neq 0$).

Целью управления (ЦУ) является ограниченность всех траекторий системы и выполнение условия

$$Q(e(t)) \leq \Delta, \forall t \geq t_*, \quad (2)$$

где $e = x_1(t) - x_{s1}(t)$ — ошибка, $x_{s1}(t)$ — желаемое (эталонное) движение по части переменных состояния ОУ, которое предполагается гладким и ограниченным; $\Delta > 0$, $t_* > 0$ — точность и время достижения ЦУ; $Q(e)$ — локальный целевой функционал (например, квадратичный $Q(e) = e^T H e$, $H = H^T > 0$).

Методика синтеза алгоритмов управления с настраиваемым скользящим режимом

Процедура синтеза систем с настраиваемой поверхностью скольжения осуществляется в три этапа [1].

На *первом этапе* в условиях полной априорной информации о параметрах ОУ выбирается "идеальная" система алгебраических уравнений вида

$$\sigma(t) = \Phi(x, \theta_*), \quad (3)$$

где $\sigma \in R^m$ — результирующий вектор; $x = \text{col}(x_1, x_2)$ — вектор состояния ОУ; $\theta_* = \theta_*(\xi)$, $\theta_* \in R^{m_\theta}$ — вектор "идеальных" параметров.

Будем предполагать выполнение следующих условий.

Условие 1 (условие разрешимости и ограниченности).

Пусть для любых $\sigma \in R^m$, $x_1 \in R^{n-m}$, $\theta_* \in R^{m_\theta}$ система (3) имеет единственное решение $x_2 = \alpha(x_1, \theta_*, \sigma)$, причем из ограниченности x_1 , θ_* , σ следует ограниченность вектора x_2 .

Условие 2 (условие достижимости). Пусть для любого $\xi \in \Xi$ существует $\theta_* \in R^{m_\theta}$ такое, что при $\sigma(t) \equiv 0$ для конечного каскада системы (1) $\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}\alpha(x_1, \theta_*, 0)$ обеспечивается достижение ЦУ (2).

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Калужской области (грант № 07-01-96424)

Условие 3 (условие выпуклости). Функция $w(e, \theta_*) = \dot{Q}(e)_t$ при $\sigma(t) \equiv 0$ выпукла по θ , т. е. для любых $\theta, \tilde{\theta}, e$ выполнено неравенство

$$w(e, \tilde{\theta}) - w(e, \theta) \geq (\tilde{\theta} - \theta) \nabla_{\theta} w(e, \theta).$$

Замечания.

Условие 1 выполняется, если выбрать $\Phi(x, \theta_*) = x_2 - \alpha(x_1, \theta_*, \sigma)$.

Условие 2 указывает на принципиальную возможность решения поставленной задачи при любом известном варианте параметров ОУ $\xi \in \Xi$, а $x_2 = \alpha(x_1, \theta_*, 0)$ можно трактовать как "идеальное" виртуальное управление на многообразии скольжения. Для синтеза виртуального управления $x_2 = \alpha(x_1, \theta_*, 0)$ и, как следствие, для выражения многообразия скольжения $\Phi(x, \theta_*)$ можно использовать метод инвариантности, метод модального управления, методы оптимального управления и т. п.

На *втором этапе* вектор "идеальных" параметров $\theta_* = \theta_*(\xi)$ заменяется вектором настраиваемых параметров $\theta(t)$ и синтезируется гладкий алгоритм настройки параметров уравнения разрыва $\theta(t) = \theta(x_1, t)$, обеспечивающий достижение ЦУ (2) при отсутствии априорной информации о параметрах ОУ. При этом условие 3 является необходимым для синтеза алгоритма адаптации, который можно получить методом функций Ляпунова [2, 3], методом скоростного градиента [3, 4] и т. п.

На *третьем этапе* для ОУ и контура адаптации строится релейное управление, гарантирующее возникновение и существование полного скользющего режима, т. е. достижение дополнительной цели управления (ДЦУ)

$$\sigma(t) \equiv 0 \text{ при } \forall t \geq t_*. \quad (4)$$

В работе для синтеза релейного управления использовался метод функций Ляпунова. На рис. 1 приведена структурная схема синтезируемой системы управления.

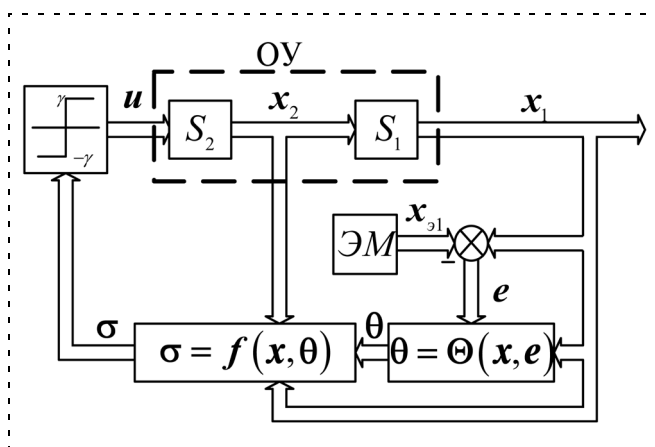


Рис 1. Структурная схема системы с настраиваемым скользющим режимом (S_i — i -я подсистема, ЭМ — эталонная модель конечного каскада)

В данной статье рассматривается лишь квадратичный функционал качества $Q(e)$, а параметры многообразия θ_* входят в выражение $\Phi(x, \theta_*)$ линейно, поэтому *условие* выпуклости 3 всегда выполняется в виде равенства.

Базовый алгоритм адаптивного управления

Первый этап синтеза. Поверхности разрыва выберем в виде

$$\sigma(\Theta_*, D_*, x) = \Theta_* x_1 - D_* r + x_2 = 0, \quad (5)$$

где $\Theta_* = \Theta(\xi) - (m \times (n - m))$ -мерная матрица, $D_* = D(\xi) - (m \times m)$ -мерная матрица; $r \in R^m$ — вектор-функция задающих воздействий.

В идеальном скользющем режиме система описывается уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (A_{11} - A_{12}\Theta_*)x_1 + A_{12}D_*r; \\ \sigma = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Желаемое поведение системы в скользющем режиме зададим эталонной моделью

$$\dot{x}_{\varepsilon 1} = A_* x_{\varepsilon 1} + B_* r; x_{\varepsilon 1}(0) = x_{\varepsilon 10}, \quad (7)$$

где A_* — гурвицева матрица.

Идеальные параметры Θ_*, D_* выбираем из условий

$$A_{11} - A_{12}\Theta_* = A_*; A_{12}D_* = B_*, \quad (8)$$

так что $\Theta_* = A_{12}^+ (A_{11} - A_*)$; $D_* = A_{12}^+ B_*$.

При выбранных идеальных параметрах, гурвицевости матрицы A_* и ограниченности задающих воздействий ($\|r\| < C_r < \infty$) достигается цель управления $x_1 \rightarrow x_{\varepsilon 1}$ при $t \rightarrow \infty$, и все траектории системы (6), (7) ограничены.

Второй этап синтеза. Заменяя идеальные параметры поверхности скольжения (5) настраиваемыми, проведем синтез алгоритма адаптации методом функции Ляпунова, выбрав скалярную квадратичную форму в виде

$$v_1(e, \Theta, D) = Q(e) + 0,5 \text{trace}[(\Theta - \Theta_*)^T \Gamma_1^{-1} (\Theta - \Theta_*)] + 0,5 \text{trace}[(D - D_*)^T \Gamma_2^{-1} (D - D_*)], \quad (9)$$

где $Q(e) = 0,5 e^T H e$; $e = x_1 - x_{\varepsilon 1}$; $\Gamma_i = \Gamma_i^T > 0$, $i = 1, 2$; $D = D(t)$, $\Theta = \Theta(t)$ — настраиваемые параметры.

Вычислим производную $v_1(e, \Theta)$ в силу уравнений (6), (7):

$$\begin{aligned} \dot{v}_1(e, \Theta, D) = & e^T H A_* e - e^T H A_{12} (\Theta - \Theta_*) x_1 + \\ & + e^T H A_{12} (D - D_*) r + \text{trace}\{(\Theta - \Theta_*)^T \Gamma_1^{-1} \dot{\Theta} + \\ & + (D - D_*)^T \Gamma_2^{-1} \dot{D}\} = e^T H A_* e + \\ & + \text{trace}\{(\Theta - \Theta_*)^T (-A_{12}^T H e x_1^T + \Gamma_1^{-1} \dot{\Theta}) + \\ & + (D - D_*)^T (A_{12}^T H e r^T + \Gamma_2^{-1} \dot{D})\}. \end{aligned}$$

Выбирая алгоритм настройки параметров $\mathbf{D}$ и Θ в виде

$$\begin{aligned}\dot{\Theta} &= \begin{cases} \Gamma_1 \lambda(t) \mathbf{x}_1^T(t), & \text{при } \sigma = 0; \\ 0, & \text{при } \sigma \neq 0; \end{cases} \\ \dot{\mathbf{D}} &= \begin{cases} \Gamma_2 \lambda(t) \mathbf{r}^T(t), & \text{при } \sigma = 0; \\ 0, & \text{при } \sigma \neq 0; \end{cases} \\ \lambda(t) &= \mathbf{A}_{12}^T \mathbf{H} \mathbf{e}(t),\end{aligned}\quad (10)$$

получаем $\dot{v}_1(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{A}_* \mathbf{e} \leq -\rho \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}$, где $\rho = \frac{\lambda_{\min}(\bar{\mathbf{G}})}{\lambda_{\max}(\mathbf{H})} > 0$,

матрица $\mathbf{H} = \mathbf{H}^T > 0$ удовлетворяет уравнению Ляпунова

$$\mathbf{H} \mathbf{A}_* + \mathbf{A}_*^T \mathbf{H} = -(\bar{\mathbf{G}}), \quad \bar{\mathbf{G}} = \bar{\mathbf{G}}^T > 0.$$

Далее из ограниченности $\mathbf{r}(t)$ и гурвицевости матрицы $\mathbf{A}_*$ следует ограниченность траекторий системы (6), (7), (10), а из конечности интеграла $\int_0^\infty Q(\mathbf{e}(\tau)) d\tau$ в силу леммы Барбалата [4] — достижение ЦУ $\mathbf{e}(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Третий этап синтеза. Выберем разрывное управление, при котором на многообразии $\sigma(\Theta, \mathbf{D}, \mathbf{x}) = 0$ возникает и поддерживается скользящий режим. С этой целью на основе исходных уравнений системы вычислим производную по времени $\sigma(\Theta, \mathbf{D}, \mathbf{x})$:

$$\dot{\sigma}(\Theta, \mathbf{D}, \mathbf{x}) = \mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}, \quad (11)$$

где $\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = (\Theta \mathbf{A}_{11} + \mathbf{A}_{12} + \dot{\Theta}) \mathbf{x}_1 + (\Theta \mathbf{A}_{12} + \mathbf{A}_{22}) \mathbf{x}_2 - \mathbf{D} \dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{D}} \mathbf{r}$.

Для синтеза разрывного управления выберем квадратичную форму

$$v_2(\sigma) = 0,5 \sigma^T (\mathbf{B}_2^{-1})^T \mathbf{B}_2^{-1} \sigma. \quad (12)$$

Вычислив ее производную в силу (11)

$$\dot{v}_2(\sigma) = \sigma^T (\mathbf{B}_2^{-1})^T \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + \sigma^T (\mathbf{B}_2^{-1})^T \mathbf{u}$$

и выбирая разрывное управление

$$\mathbf{u} = -\gamma \text{sign } \mathbf{B}_2^{-1} \sigma, \quad (13)$$

получаем

$$\dot{v}_2(\sigma) = \mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) (\mathbf{B}_2^{-1})^T \mathbf{B}_2^{-1} \sigma - \gamma |\mathbf{B}_2^{-1} \sigma|.$$

Для того чтобы $\dot{v}_2 < -\rho |\mathbf{B}_2^{-1} \sigma|$ при некотором значении $\rho > 0$, достаточно потребовать $\gamma > \bar{\gamma} =$

$\|\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) (\mathbf{B}_2^{-1})^T\| + \rho$. Последнее условие выполняется, например, если

$$\begin{aligned}\gamma > \bar{\gamma} &= \gamma_0 \{ (\gamma_{x_1} |\mathbf{x}_1| + \gamma_{x_2} |\mathbf{x}_2|) \|\Theta\| + \tilde{\gamma}_{x_1} |\mathbf{x}_1| + \\ &+ \tilde{\gamma}_{x_2} |\mathbf{x}_2| + |\lambda| (\gamma_\theta |\mathbf{x}_1| + \gamma_r |\mathbf{r}|) + \|\mathbf{D}\| \|\dot{\mathbf{r}}\| \} + \rho,\end{aligned}\quad (14)$$

где $\gamma_0 \geq \|\mathbf{B}_2^{-1}\|$, $\gamma_{x_1} \geq \|\mathbf{A}_{11}\|$, $\gamma_{x_2} \geq \|\mathbf{A}_{12}\|$, $\tilde{\gamma}_{x_1} \geq \|\mathbf{A}_{21}\|$, $\tilde{\gamma}_{x_2} \geq \|\mathbf{A}_{22}\|$, $|\lambda| \leq \|\mathbf{A}_{21} \mathbf{H} \mathbf{e}\|$, $\gamma_0 \geq \|\Gamma_1\|$, $\gamma_r \geq \|\Gamma_2\|$.

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Пусть линейный стационарный объект ОУ описывается моделью (1), а желаемое поведение объекта по части переменных состояния $\mathbf{x}_1$ задано явной эталонной моделью (7), удовлетворяющей условиям согласованности (8), с гурвицевой матрицей $\mathbf{A}_*$. Тогда при ограниченном задающем воздействии $\mathbf{r} \in \mathbf{C}(0, \infty)$ алгоритм адаптивного управления (10), (13) с поверхностью скольжения $\sigma = \Theta \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 - \mathbf{D} \mathbf{r}$ и γ , удовлетворяющей условию (14), при любых начальных условиях $\mathbf{x}(0)$, $\Theta(0)$, $\mathbf{D}(0)$ обеспечивает ограниченность всех траекторий замкнутой системы и достижение цели управления $\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{11}\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, $\sigma(t) \equiv 0$ при $t \geq t_*$, где $t_* \leq \frac{2}{\rho} \|\mathbf{B}_2^{-1} \sigma(0)\|$. У системы существуют функции Ляпунова вида (9), (12), соответственно в скользящем режиме и вне него.

Замечание 1. В алгоритм (10) входит неизвестная матрица $\mathbf{A}_{12} = \mathbf{A}_{12}(\xi)$, $\xi \in \Xi$. Ее можно заменить на матрицу $\tilde{\mathbf{A}}_{12} = \text{const}$, связанную с $\mathbf{A}_{12}$ зависимостью $\tilde{\mathbf{A}}_{12} \mathbf{A}_{12}^T(\xi) = \mathbf{P}(\xi)$, где $\mathbf{P}(\xi) = \mathbf{P}(\xi)^T > 0$, $\forall \xi \in \Xi$. При этом выполняется условие псевдоградиентности [3, 4]: $\Psi^T(\mathbf{e}) \nabla_\theta \dot{v}_1(\mathbf{e}, \Theta) > 0$, где $\nabla_\theta \dot{v}_1(\mathbf{e}, \Theta) = \mathbf{A}_{21}^T \mathbf{H} \mathbf{e} \mathbf{x}_1^T$, $\Psi(\mathbf{e}) = \tilde{\mathbf{A}}_{21}^T \mathbf{H} \mathbf{e} \mathbf{x}_1^T$ и настройка коэффициентов матрицы Θ будет осуществляться в направлении псевдоградиентности. В этом случае соответственно корректируется уравнение (14).

Замечание 2. Недостатком рассмотренного алгоритма является возможность настройки поверхности разрыва лишь при возникновении скользящего режима.

В реальном скользящем режиме моменты времени, при которых $\sigma(t) = 0$, будут изолированы. В связи с этим целесообразно ввести слой вдоль поверхности скольжения, в котором осуществляется адаптация параметров поверхности скольжения.

Модифицированный алгоритм адаптивного управления

Для преодоления указанного выше недостатка базового алгоритма рассмотрим возможность непрерывной настройки поверхности скольжения. Для этого вернемся к исходному описанию ОУ в форме (1)

с учетом уравнения $\sigma(\Theta, D, x) = \Theta x_1 - Dr + x_2$, которое при выполнении условия $\sigma = 0$ является уравнением поверхности разрыва. Вычисляя из последнего уравнения x_2 и подставляя его в первое уравнение системы (1), получаем описание системы в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (A_{11} - A_{12}\Theta)x_1 + A_{12}\sigma + A_{12}Dr; \\ \dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u; \\ \sigma = \Theta x_1 - Dr + x_2; \\ x_1(0) = x_{10}, x_2(0) = x_{20}. \end{cases} \quad (15)$$

Желаемое поведение объекта по координатам x_1 зададим уравнением

$$\dot{x}_{\varepsilon 1} = A_* x_{\varepsilon 1} + B_* \sigma + B_* r; x_{\varepsilon 1}(0) = x_{\varepsilon 10}, \quad (16)$$

где A_* — гурвицевая матрица, $r(t)$ — гладкая, ограниченная вектор-функция.

Введем вспомогательную ЦУ $\sigma(t) \equiv 0$ при $t \geq t_*$, выполнение которой при ограниченности $\Theta(t)$, $D(t)$, $r(t)$ гарантирует заданную динамику системы по переменным x_1 и ограниченность всех траекторий адаптивной системы управления.

Очевидно, что при известных параметрах ξ ОУ ЦУ (2) достигается, если существуют такие $\Theta = \Theta_*(\xi)$, $B_* = B_*(\xi)$, $D_* = D_*(\xi)$, что выполнены условия

$$\begin{aligned} A_{11}(\xi) - A_{12}(\xi)\Theta_* &= A_*; \\ A_{12}(\xi)D_* &= B_*; B_* = A_{12}(\xi), \end{aligned} \quad (17)$$

и управление имеет вид

$$u_* = -\gamma_*(x) \text{sign } B_2^{-1} \sigma,$$

где $\gamma_*(x)$ выбирается из условия $\dot{v}_2(\sigma) < 0$.

Синтез алгоритма адаптивного управления проводится методом функции Ляпунова на основе сепаральной формы

$$\begin{aligned} v_3(e, \sigma, \Theta, D, B_3) &= v_1(e, \Theta, D) + v_2(\sigma) + \\ &+ 0,5 \text{trace}\{(B_3 - B_3^*)^T \Gamma_3^{-1} (B_3 - B_3^*)\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Вычисляя производную $v_3(\cdot)$ по времени в силу уравнений (15), (16) и выбирая алгоритм адаптивного управления в виде

$$\begin{aligned} u &= -\gamma \text{sign } B_2^{-1} \sigma(t); \\ \dot{\Theta} &= \Gamma_1 \lambda(t) x_1(t)^T; \\ \dot{D} &= -\Gamma_2 \lambda(t) r(t)^T; \\ \dot{B}_3 &= \Gamma_3 H e(t) \lambda(t)^T; \Gamma_i = \Gamma_i^T > 0 (i = \overline{1, 3}), \end{aligned} \quad (19)$$

где $\lambda(t) = A_{12}^T H e(t)$; γ — удовлетворяет условию (14)

и, учитывая, что матрица $H = H^T > 0$ удовлетво-

ряет в силу гурвицевости A_* уравнению Ляпунова

$$H A_* + A_*^T H = -\bar{G}, \quad \bar{G} = \bar{G}^T > 0, \text{ получаем}$$

$$\dot{v}_3(e, \sigma) \leq -\rho_1 e^T H e - \rho_2 |B_2^{-1} \sigma|, \quad \rho_1 > 0, \rho_2 > 0.$$

Далее стандартным образом доказывается ограниченность всех траекторий системы (13), (16), (19) и достижение ЦУ (2), (4).

Теорема 2. Пусть линейный стационарный ОУ описывается моделью (1), желаемое поведение объекта по части переменных состояния x_1 задано явной эталонной моделью (16), удовлетворяющей условиям согласованности (17), с гурвицевой матрицей A_* и гладкой, ограниченной вектор-функцией $r(t)$. Тогда алгоритм адаптивного управления (19) с поверхностью скольжения $\sigma(\Theta, D, x) = \Theta x_1 - Dr + x_2$ при любых ограниченных начальных условиях $x(0)$, $\Theta(0)$, $D(0)$, $B_3(0)$ обеспечивает ограниченность всех траекторий замкнутой системы и достижение цели управления $\|x_1 - x_{\varepsilon 1}\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, $\sigma(t) \equiv 0$ при $t \geq t_*$, где $t_* \leq \frac{2}{\rho_2} \|B_2^{-1} \sigma(0)\|$. У системы существует функция Ляпунова вида (18).

Замечание 3. Можно показать, что при переменной вектор-функции $r(t)$ задающих воздействий в реальном скользящем режиме алгоритм (19) приобретает идентифицирующие свойства по настраиваемым параметрам, а именно $\Theta(t) \rightarrow \Theta_*$, $D(t) \rightarrow D_*$, $B_3(t) \rightarrow B_3^*$ при $t \rightarrow \infty$.

Замечание 4. Можно отказаться от настройки параметров $B_3(t)$, исключив из функции $v_3(\cdot)$ слагаемое $\text{trace}\|B_3 - B_3^*\|_{\Gamma_3^{-1}}^2$ и увеличив коэффициент усиления γ релейного управления на величину $\|B_2^T (A_{12} - B_3^*)^T H e\|$. Можно исключить из уравнения эталонной модели слагаемое $A_* \sigma$. Однако введение в эталонную модель $\sigma(t)$ уменьшает ошибку слежения $e(t)$ вне поверхности скольжения, что, в свою очередь, уменьшает энергетические затраты на управление. Значения настраиваемых параметров B_3 в силу условия согласованности (17) можно использовать для оценки матрицы $A_{12}(\xi)$.

Замечание 1 для алгоритма управления (19) сохраняет свою силу.

Алгоритм с модифицированной поверхностью скольжения

Вновь вернемся к описанию ОУ в форме (1) с эталонной моделью (16). Поверхность скольжения выберем в виде

$$\sigma = D(\Theta x_1 - r) + x_2.$$

При этом система описывается уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (A_{11} - A_{12}D\Theta)x_1 + A_{12}\sigma + A_{12}Dr; \\ \dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u; \\ \sigma = D(\Theta x_1 - r) + x_2; \\ x_1(0) = x_{10}, x_2(0) = x_{20}. \end{cases} \quad (20)$$

Очевидно, что в условиях полной априорной информации о параметрах ОУ цель управления (2) достигается (выполняется условие достижимости), если существуют такие $\Theta = \Theta_*(\xi)$, $B_3 = B_{3*}(\xi)$, $D_* = D_*(\xi)$, что выполнено условие

$$A_{11}(\xi) - B_*\Theta_* = A_*; A_{12}(\xi)D_* = B_*; B_{3*} = A_{12}(\xi), \quad (21)$$

а управление имеет вид $u_* = -\gamma_*(x)\text{sign} B_2^{-1}\sigma$, где $\gamma_*(x)$ выбирается из условия $\dot{v}_2(\sigma) < 0$.

В условиях параметрической неопределенности, используя несепарабельную функцию Ляпунова вида

$$v(e, \sigma, \hat{\Theta}, B_3) = Q(e) + 0,5\text{trace}\{\hat{\Theta}^T \Gamma_1^{-1} \hat{\Theta}\} + 0,5\text{trace}\{(B_3 - B_3^*)^T \Gamma_3^{-1} (B_3 - B_3^*)\} + v_2(\sigma),$$

где $Q(e) = 0,5e^T H e$, $e = x_1 - x_{31}$, $\Gamma_i = \Gamma_i^T > 0$, $i = 1, 2$;

$\hat{\Theta} = (f : \Psi)$, $f = \Theta_* - \Theta$, $\Psi = D^{-1} - D_*^{-1}$, вычисляя производную $v(\cdot)$ по времени в силу уравнений (20), (16) и выбирая алгоритм адаптивного управления в виде

$$\begin{aligned} u &= -\gamma \text{sign}(B_2^{-1}\sigma); \\ \sigma &= D(\Theta x_1 - r) + x_2; \\ \dot{\Theta} &= \Gamma_1 B_*^T H e(t) x_1^T; \\ \dot{D} &= D \Gamma_2 B_*^T H e(\Theta x_1 - r) D^T D; \\ \dot{B}_3 &= \Gamma_3 H e \sigma^T, \end{aligned} \quad (22)$$

получаем $\dot{v}(e, \sigma) \leq -\rho_1 e^T H e - \rho_2 |B_2^{-1}\sigma|$, $\rho_1 > 0$, $\rho_2 > 0$ при достаточно большом $\gamma > 0$, $\text{Re} \lambda_i(A_*) < 0$, $i = \overline{1, n-m}$, $\|r\| < C_r < \infty$, $\|\dot{r}\| < \infty$ и при выполнении условий достижимости (21). При этом все траектории системы ограничены и

$$\|x_1(t) - x_{31}(t)\| \rightarrow 0, \|x_2\| < \|A_{12}^+ A_{11} A_*^{-1} B_*\| C_r < \infty.$$

В алгоритме управления (22) в контуре адаптации вместо, в общем случае, неизвестной матрицы A_{12} используется матрица эталонной модели B_* в обмен на усложнение алгоритма адаптации.

Алгоритмы управления при соединении каскадов по выходу

В практических задачах часто входной и выходной каскады соединены последовательно по выходу. В этом случае методика синтеза систем с настраиваемой поверхностью скольжения сохраняет свою работоспособность при обеспечении строгой минимальной фазовости передаточной функции входного каскада [5]. При этом в уравнение поверхности скольжения вместо вектора состояния входного каскада входит его выход, соответственно изменяется контур адаптации. В частности, справедлив следующий результат. Пусть модель ОУ имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_1 x_1 + B_1 y_2; \\ \dot{x}_2 &= A_2 x_2 + B_2 u; \\ y_2 &= C_2 x_2, \end{aligned} \quad (23)$$

где $x_1 \in R^{n_1}$, $x_2 \in R^{n_2}$, $y_2 \in R^1$, $u \in R^1$;

$W_2(s) = C_2(sI - A_2)^{-1} B_2$ — строго минимально-фазовая передаточная функция.

Эталонная модель для конечного каскада задается уравнением (16) $x_{31} \in R^{n_1}$, $r \in R^1$. Выбирая выражение для плоскости скольжения в виде $\sigma = \Theta x_1 + y_2 - Dr$ и используя для синтеза функцию Ляпунова (18), получаем модифицированный алгоритм управления

$$\begin{aligned} u &= -\gamma \text{sign}((C_2 B_2)^T \sigma), \sigma = \Theta x_1 + y_2 - Dr; \\ \dot{\Theta} &= \Gamma_1 \lambda(t) x_1^T; \\ \dot{D} &= -\Gamma_2 \lambda(t) r^T; \\ \dot{B}_3 &= \Gamma_3 H e \sigma^T; \\ \lambda(t) &= A_{12}^T H e; \\ \Gamma_i &= \Gamma_i^T > 0, i = \overline{1, 3}. \end{aligned} \quad (24)$$

При устойчивости эталонной модели, ограниченности задающего воздействия и его производной и выполнении условий согласованности (17) алгоритм управления (24) обеспечивает в системе (23), (16), (24) ограниченность всех траекторий и достижение ЦУ $\|x_1 - x_{31}\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, $\sigma(t) \equiv 0$ при $t \geq t_*$.

Пример. Пусть объект управления описывается дифференциальным уравнением вида $p(p^2 + a_1 p + a_0)y_1(t) = (b_1 p + b_0)y_2(t)$, где a_0, a_1 — неизвестные параметры ОУ, b_0, b_1 считаются известными ($b_i > 0$), $p = d/dt$ — оператор дифференцирования. Пусть входная система описывается линейной моделью $(p^2 + \alpha_1 p + \alpha_0)y_2(t) = (\beta_1 p + \beta_0)u(t)$, где $u(t)$ — управляющее воздействие.

Эталонная модель имеет вид

$$\begin{aligned} (p^3 + a_{m2} p^2 + a_{m1} p + a_{m0})y_{31}(t) = \\ = (b_1 p + b_0)(b_m r(t) + b_3 \sigma). \end{aligned}$$

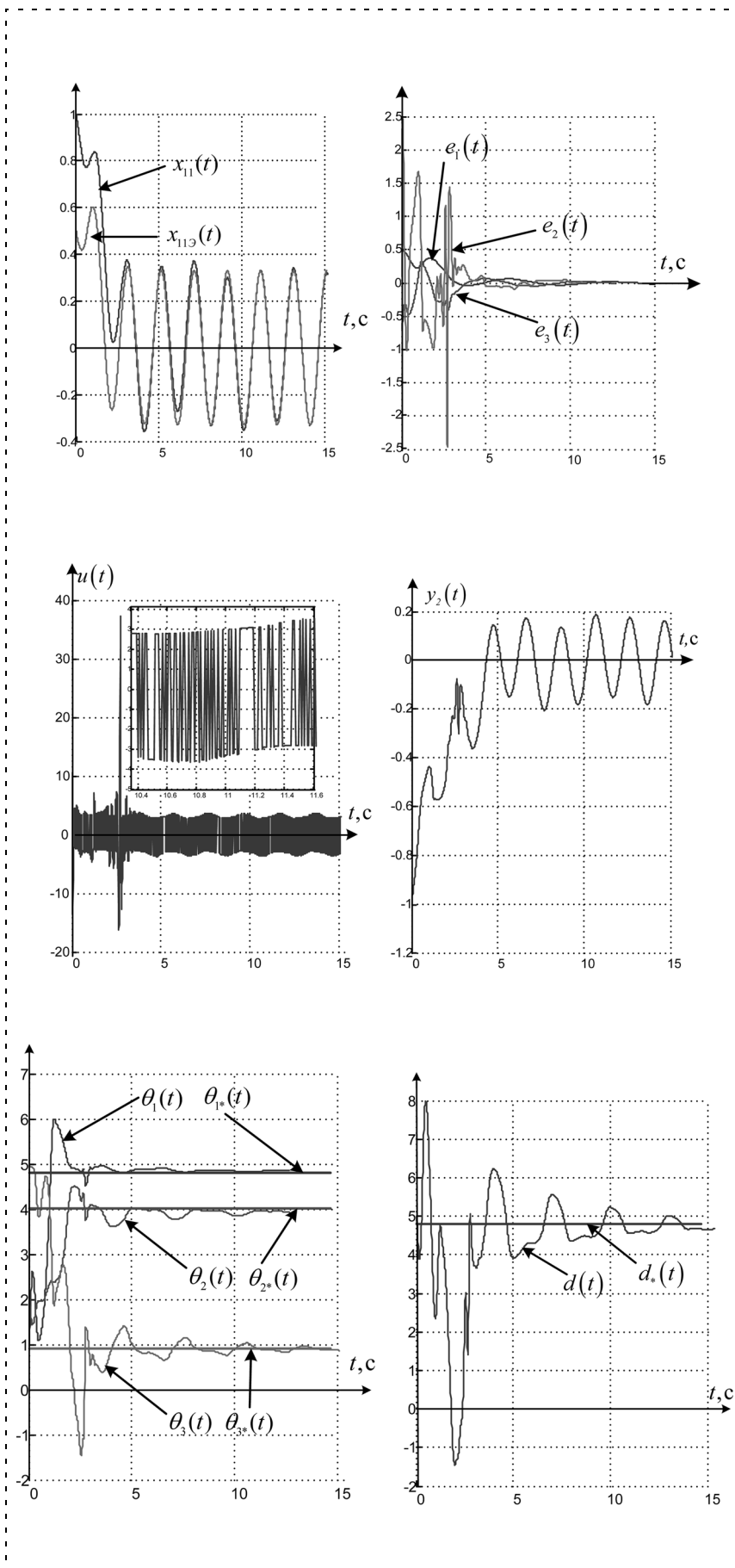


Рис. 2. Результаты математического моделирования системы

Модифицированный алгоритм управления (24) имеет вид

$$u_1(t) = -(\gamma(t) + \gamma_0)\text{sign}10\sigma(t);$$

$$\sigma(t) = \theta_1(t)x_{11}(t) + \theta_2(t)x_{12}(t) + \theta_3(t)x_{13}(t) - d(t)r(t) + y_2;$$

$$\dot{\theta}_1(t) = \gamma_1\lambda(t)x_{11}(t); \quad \dot{\theta}_2(t) = \gamma_2\lambda(t)x_{12}(t);$$

$$\dot{\theta}_3(t) = \gamma_3\lambda(t)x_{13}(t);$$

$$\dot{d}(t) = -\gamma_4\lambda(t)r(t);$$

$$\lambda(t) = 0,65e_1(t) + 1,9e_2(t) + 1,6e_3(t);$$

$$\dot{b}_3 = 80(0,065e_1(t) + 0,2e_2(t) + 0,16e_3(t))\sigma(t),$$

где $x_1 = (x_{11} \ x_{12} \ x_{13})^T$, $e_i = x_{1i} - x_{2i}$.

Моделирование проводилось при следующих параметрах объекта и эталонной модели: $a_0 = 13,8$; $a_1 = 2,5$; $b_0 = 16$, $b_1 = 10$, $\alpha_0 = 50$, $\alpha_1 = 12$, $\beta_0 = \beta_1 = 10$, $a_{m0} = 76,8$; $a_{1m} = 78,1$, $a_{2m} = 17,1$, $b_m = 4,8$ и задающем воздействии $r(t) = \sin(\pi t)$. Коэффициенты усиления релейного элемента и алгоритма адаптации выбирались в виде $\gamma(t) = 0,1|\dot{\theta}_1 x_{11} + \dot{\theta}_2 x_{12} + \dot{\theta}_3 x_{13} + \theta_1 \dot{x}_{11} + \theta_2 \dot{x}_{12} + \theta_3 \dot{x}_{13} - \dot{d}r - d\dot{r}|$, $\gamma_0 = \gamma_1 = 3$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 2$, $\gamma_4 = 10$. Результаты моделирования приведены на рис. 2.

Список литературы

1. Пупков К. А., Егупов Н. Д., Мышляев Ю. И. и др. Методы робастного, нейронечеткого и адаптивного управления / Под ред. Н. Д. Егупова. М.: Изд-во Моск. гос. техн. ун-та. им. Н. Э. Баумана, 2001. С. 600—718.
2. Аксенов Г. С., Фомин В. Н. Метод функций Ляпунова в задаче синтеза адаптивных регуляторов // Вопросы кибернетики. Адаптивные системы управления. М.: Научн. совет по киберн. АН СССР, 1979. С. 69—93.
3. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах. М.: Наука, 1990. 292 с.
4. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 548 с.
5. Мышляев Ю. И., Мышляева С. В. Синтез алгоритмов управления каскадными системами на основе настраиваемого скользящего режима // Матер. междунар. НТК "Наука и образование 2005". — Мурманск: МГТУ, 2005. Ч. IV. С. 225—228.

УДК 62-192:621.396

А. А. Супоня, канд. техн. наук, доц.,
Институт автоматики
и процессов управления ДВО РАН
suponya@iacp.dvo.ru

Определение требований к надежности элементов сложного изделия на этапе проектирования

Изложен способ определения требований к надежности элементов сложной системы на ранних этапах проектирования исходя из общих требований к создаваемой системе. В дополнение к известным методам предлагаемый способ позволяет решать задачу с учетом возможных постепенных изменений параметров элементов проектируемого изделия.

Ключевые слова: определение требований, надежность, элемент, система, проектирование.

Введение и постановка задачи

Обычно при расчете надежности сложные технические изделия расчленяют на отдельные части, в отношении которых можно определить количественные характеристики надежности. Это расчленение, как правило, выполняют так, чтобы отдельные части конструктивно представляли собой самостоятельные узлы, блоки или устройства, независимые в отношении отказов. Если отказы соседних частей зависят друг от друга, то их объединяют. Часть изделия, для которого находят количественную характеристику надежности, принято называть элементом расчета надежности. При создании сложного изделия важно обеспечить определенный уровень его надежности, например, необходимо, чтобы вероятность безотказной работы изделия в течение некоторого времени была бы не меньше требуемой величины. Но поскольку расчет надежности сложного изделия идет по частям, то возникает задача определения норм надежности (требований к надежности) для каждого из n элементов исходя из требований к изделию в целом. При этом, если не введены дополнительные ограничения (например, на вес, объем, стоимость, габаритные размеры, расход материалов и т. п.), то задача становится неопределенной, поскольку любое увеличение показателя надежности элемента приводит к повышению надежности изделия в целом и, следовательно, при числе элементов больше двух существует множество вариан-

тов назначения норм надежности на отдельные элементы.

Пусть задано требование по надежности на систему в целом:

$$R \geq R_0, \quad (1)$$

где R — показатель надежности (вероятность безотказной работы, коэффициент готовности и т. п.); R_0 — заданное значение показателя надежности системы в целом, $0 \leq R_0 \leq 1$. Если обозначить R_i , $i = 1, \dots, n$, показатель надежности i -го независимого элемента расчета надежности системы (i -й подсисте-

мы), то $R = \prod_{i=1}^n R_i$, и задача состоит в том, чтобы

найти значения R_i , $i = 1, \dots, n$, при соблюдении условия (1).

Решение с учетом внезапных отказов

Выбор способа определения требований к надежности элементов системы существенно зависит от объема априорной информации [1–3]. Если допустить, что все элементы изделия близки по сложности, и можно учитывать только внезапные отказы (считая, что интенсивность отказов изделия не зависит от времени), используют метод равномерного распределения [2]. При этом

$$R_i = R^{1/n}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где n — число независимых элементов систем (подсистем).

Если известны интенсивности отказов λ_j элементов (прототипов элементов) j -го типа, входящих в подсистему, и можно полагать, что интенсивности отказов не зависят от времени, и не учитывать постепенные изменения параметров, то R_i находят методом пропорционального распределения, например [3], по формуле

$$R_i = R^{\alpha_i}, \quad (3)$$

где

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j b_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_j b_{ij}}^{-1}; \quad (4)$$

b_{ij} — число элементов i -й подсистемы, которые имеют интенсивность отказов λ_j .

Если задана структура системы и известны некоторые функции $C_i(R_i)$, где $C_i(R_i)$ — ресурс, затра-

чиваемый на обеспечение надежности i -й подсистемы, то задачу можно решить методом оптимального распределения [3]. В этом случае необходимо найти такие значения R_i , которые обеспечивают

$$\min\{C[C_i(R_i)], i = 1, 2, \dots, n\} \quad (5)$$

при соблюдении условия (1). Здесь $C[\cdot]$ — некий функционал.

В общем случае решение этой задачи можно найти как решение задачи на условную оптимизацию обычными способами дискретного программирования. Существуют различные варианты формулировки задачи (5), например: найти

$$\min_{l_i} \sum_{i=1}^n C_{l_i}(R_{l_i}), i = \overline{1, n},$$

при условии, что $\prod_{i=1}^n R_{l_i} \geq R_0, l_1 = \overline{1, r_1}; \dots; l_n = \overline{1, r_n}$,

где $C_{l_i}(R_{l_i})$ — стоимость i -го элемента изделия в l_i -м варианте исполнения; R_{l_i} — вероятность безотказной работы i -го элемента в l_i -м варианте исполнения; R_0 — заданный уровень вероятности безотказной работы изделия, распределяемый между его элементами. В такой постановке задача сформулирована в работе [1], где предложен способ ее решения. Этот способ оказывается эффективным на стадии разработки, если известны данные о соотношении надежности и стоимости для всех возможных вариантов исполнения элементов. Однако на ранних этапах проектирования эти данные, как правило, известны только частично и найти оптимальное решение не удастся. Иногда полагают [3], что

$$C[C_i(R_i)] = \sum_{i=1}^n g_i R_i (1 - R_i)^{-1} \quad (6)$$

при условии $\prod_{i=1}^n R_i \geq R_0$, где g_i — известные весовые

коэффициенты, которые определяют по прототипу системы или по экспертным оценкам.

Таким образом, применение метода равномерного распределения обусловлено отсутствием необходимой информации на раннем этапе проектирования и дает, естественно, грубое приближение. Более того, норма надежности, рассчитанная по формуле (2), для некоторых элементов окажется трудно реализуемой, так как она приведет к существенному увеличению стоимости элемента, ибо последняя есть некоторая нелинейная функция от показателя надежности. Применение методов пропорционального (3) или оптимального (5) распределения существенно улучшает качество решения, но поиск решения часто затруднителен из-за неполноты исходных данных.

Решение с учетом постепенных отказов

Вместе с тем, о каждом элементе и изделии в целом известно, что они работоспособны только в случае, если их выходные или определяющие параметры лежат в пределах допуска. Известно также, что вследствие износа, старения и под влиянием окружающей среды эти параметры изменяются в процессе эксплуатации. Среднюю скорость такого изменения можно оценить по справочным данным или по данным об эксплуатации аналогов, предшествующих разрабатываемому изделию. Кроме этого на раннем этапе проектирования можно в первом приближении считать, что ресурс, затрачиваемый на обеспечение надежности элемента, пропорционален показателю надежности этого элемента. Таким образом, с учетом значений допусков на определяющие или выходные параметры элементов и данных, прогнозирующих изменение этих параметров, предлагается рассчитывать нормы надежности элементов системы по формуле

$$R_i = R^{\beta_i}, i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

где

$$\beta_i = \left[t_i \sum_{i=1}^n (t_i)^{-1} \right]^{-1}; \quad (8)$$

$$t_i = L_i V_i^{-1}; \quad (9)$$

L_i, V_i — значение допуска и средней скорости изменения определяющего параметра i -го элемента в процессе эксплуатации системы; $L_i = B_i - A_i, A_i, B_i$ — известные границы допуска для определяющего параметра i -го элемента; $0 < |V_i| \leq V_{0i}$, где $V_{0i} > 0$ — заданная величина.

Легко видеть, что достоверность расчетов по формуле (8) и, следовательно, по формуле (7) зависит от точности вычисления величины t_i . Формула (9) дает грубую оценку значения t_i , так как не учитывает положения номинальной (исходной) точки в поле допуска в момент начала эксплуатации. Для более точной оценки t_i необходимо рассматривать процесс изменения определяющего параметра подсистемы (элемента). В работе [4] были рассмотрены различные модели таких процессов, предложены способы и алгоритмы вычислений значений t_i для линейных и монотонных процессов. Для наиболее распространенной на практике линейной модели определяющего параметра в виде $X + Vt$, где X и V — случайные величины, получены расчетные соотношения для различных вариантов: случайная величина X распределена или по закону Вейбулла, или по усеченному нормальному закону, или по равномерному, а случайная величина V распределена или по усеченному нормальному закону, или по закону

Вейбулла (рассмотрены также все возможные сочетания распределений случайных величин X и V).

Например, для распределения X и V по усеченному нормальному закону получена формула

$$t_i = (L_i - 2\lambda_{2i}\sigma_{x_i})(m_{v_i} + \lambda_{1i}\sigma_{v_i})^{-1}.$$

Здесь m_{v_i} и σ_{x_i} , σ_{v_i} — математическое ожидание случайной величины V и средние квадратичные отклонения случайных величин X и V ; λ_{1i} и λ_{2i} — коэффициенты, определяемые из уравнений

$$\Phi_0(\lambda_{1i}) = (1 - \gamma_{1i})\Phi_0((V_{0i} - m_{v_i})\sigma_{v_i}^{-1}) - \gamma_{1i}\Phi_0(m_{v_i}\sigma_{v_i}^{-1});$$

$$\Phi_0(\lambda_{2i}) = 0,5 - \gamma_{2i},$$

где γ_{1i} , γ_{2i} — коэффициенты, зависящие от R_0 и определяемые по алгоритму, изложенному в работе [4];

$$\Phi_0(\lambda) = (2\pi)^{-1/2} \int_0^{\lambda} \exp[-z^2/2] dz;$$

V_{0i} — известная детерминированная величина.

Таким образом, используя для оценки t_i методы и алгоритмы работы [4], можно по формуле (7) рассчитать нормы надежности элементов сложных систем с учетом как допуска на параметр, так и средней скорости прогнозируемого изменения этого параметра в процессе эксплуатации изделия.

Решение с учетом внезапных и постепенных отказов

В тех случаях, когда необходимо учитывать и внезапные, и постепенные отказы, будем полагать, что эти отказы наступают независимо друг от друга. При этом для расчета норм надежности элементов системы предлагается использовать следующие соотношения:

$$R_i = R^{\kappa_i}, i = 1, \dots, n, \quad (10)$$

где

$$\kappa_i = (\alpha_i + \beta_i) \left(\sum_{j=1}^n (\alpha_j + \beta_j) \right)^{-1}, \quad (11)$$

α_i , β_i — вычисляются по формулам (4) и (8) с использованием справочных значений интенсивностей отказов и структуры подсистемы.

Выражение (11) получено при условии, что внезапные и постепенные отказы наступают независимо друг от друга. Такое предположение часто принимают при практических расчетах, так как на

ранних стадиях проектирования, как правило, нет достаточных достоверных данных для учета зависимости внезапных и постепенных отказов изделия. В противном случае, когда каким-либо способом удастся описать зависимость внезапных и постепенных отказов, способы расчета требований к надежности подсистем изделия существенно усложняются. В работе [4] исследованы варианты с зависимыми параметрами и рассмотрены частные случаи, когда удастся преобразовать систему зависимых случайных параметров в систему независимых, для которых можно использовать выражение (10).

Заключение

В дополнение к известным ранее [3] способам определения требований к надежности подсистем сложной системы по интенсивностям отказов составляющих элементов этих подсистем предложены соотношения для оценки требований к надежности подсистем как с учетом только постепенных изменений параметров, так и с одновременным учетом внезапных и постепенных отказов. Предлагаемый способ распределения требований к надежности элементов сложных систем целесообразно использовать на ранних этапах проектирования, когда из-за отсутствия необходимых данных не удастся найти оптимальное распределение норм надежности элементов, обеспечивающее минимум общей стоимости изделия. При этом, как отмечалось во введении, элементы (подсистемы, узлы, блоки или иные части изделия) должны быть независимыми в отношении отказов. Если отказы некоторых элементов зависят друг от друга, то эти элементы необходимо объединить или использовать известные приемы (например, алгоритмы, изложенные в работе [4]) для преобразования системы зависимых случайных величин (определяющих параметров зависимых элементов) в систему независимых случайных величин. В последнем случае, естественно, существенно усложняется поиск решения рассматриваемой задачи.

Список литературы

1. Райкин А. Л. Элементы теории надежности технических систем / Под ред. И. А. Ушакова. М.: Советское радио, 1978. 280 с.
2. Сотсков Б. С. Основы теории и расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. М.: Высшая школа, 1970. 270 с.
3. Надежность технических систем: Справочник / Под ред. И. А. Ушакова. М.: Радио и связь, 1985. 608 с.
4. Абрамов О. В., Здор В. В., Супоня А. А. Допуски и номиналы систем управления. М.: Наука, 1976. 160 с.

Ю. В. Ведерников, канд. техн. наук, доц.,
Михайловская военная артиллерийская академия,
г. Санкт-Петербург
valenved@mail.ru

Метод построения интервальных отношений предпочтения на множестве альтернативных вариантов технической системы

Рассматривается задача построения интервальных отношений предпочтения на множестве альтернативных вариантов технической системы, характеризующихся векторным разнородным критерием качества. Предлагается метод решения, основанный на комплексном применении аксиоматических методов теории принятия решений нечетких множеств и интервального анализа. Приведен численный пример.

Ключевые слова: техническая система, векторная оптимизация, интервальный анализ, отношение предпочтения.

Введение

В настоящий момент осложненные условия эксплуатации современных технических систем (ТС) различного назначения приводят к необходимости учета в процессе оценки качества их функционирования различных видов неопределенности.

Это связано с тем, что информация о качестве технических систем может быть представлена множеством научных и физических фактов, непроверенной информацией, количественными и качественными данными, знаниями о наблюдаемых процессах и явлениях и т. д. В таких задачах (а именно они наиболее распространены) с трудно формализуемыми аспектами решения инструментарий исследователя предельно ограничен, а смысловая нагрузка на фактический материал становится особенно большой. В свою очередь, обращение к неформализуемым аспектам ведет к резкому расширению круга рассматриваемых фактов, делает его практически необозримым [2]. По мнению Р. М. Юсупова: "...Даже в самых эффективных организациях используется лишь 30 % имеющейся полезной информации по профилю деятельности. Поэтому одна из проблем XXI века — избыток не структурированной информации, т. е. информации, не превращенной в знания...". Поэтому достаточно остро встает проблема адекватного преобразования и нормализации исходной информации о качестве исследуемых систем в задачах векторной оптимизации.

Наиболее перспективным направлением, с учетом отмеченных особенностей, является интервальный анализ [1, 2, 6, 7, 10, 11, 13], позволяющий анализировать показатели качества системы, представленные в виде диапазона их изменения (от максимального до минимального допустимого значения).

В статье предлагается метод, позволяющий определять предпочтения между вариантами ТС, характеризующимися разнородными интервальными показателями качества. Он основан на сочетании отличительных свойств аксиоматических методов теории принятия решений, нечетких множеств и интервального анализа.

Постановка задачи выбора предпочтительного варианта системы по векторному критерию качества

Рассмотрим математическую постановку задачи выбора предпочтительного варианта системы по векторному критерию качества и с этой целью введем необходимые в дальнейшем обозначения [4, 9]:

- $S = \{S_\alpha, \alpha = \overline{1, n}\}$ — множество сравниваемых вариантов ТС.
- $K_i(S_\alpha) = [K_i^-(S_\alpha); \overline{K_i^-(S_\alpha)}]$ — скалярные критерии (показатели) качества, заданные в интервальном виде, характеризующие каждый отдельный вариант системы S_α , где $K_i^-(S_\alpha)$ — нижняя (минимально допустимая) граница интервала отклонения критерия качества системы, а $\overline{K_i^-(S_\alpha)}$ — верхняя (максимально допустимая) граница интервала, $i = \overline{1, r}$, $\alpha = \overline{1, n}$;
- $K(S_\alpha) = \{K_1(S_\alpha), K_2(S_\alpha), \dots, K_r(S_\alpha)\} = \{[K_1^-(S_\alpha); \overline{K_1^-(S_\alpha)}], [K_2^-(S_\alpha); \overline{K_2^-(S_\alpha)}], \dots, [K_r^-(S_\alpha); \overline{K_r^-(S_\alpha)}]\}$ — векторный критерий, характеризующий каждый вариант.

Основная идея такого представления критериев качества заключается в рассмотрении их как самостоятельных целостных объектов, между которыми в соответствии со смыслом задачи вводятся операции и отношения в терминах границ интервалов. Эти интервальные величины должны полностью характеризовать параметры системы путем задания диапазона изменения качества от лучшего до худшего таким образом, чтобы все возможные значения попали в этот диапазон [4, 11]. Для алгебраического решения уравнений с интервальными значениями будем использовать полную интервальную арифметику Каухера [13]. Операции сложения, вычитания, умножения и деления в интервальной арифметике таковы, что фундаментальное свойство — определение операций над множествами через операции над их представителями — оказывается выполненным для всех интервалов.

Пусть $S^P \subset S$ — множество эффективных (Парето-оптимальных) вариантов системы S_α с числом элементов n^P ; $P = (S_{k_1}^0, S_{k_2}^0, \dots, S_{k_{n^P}}^0)$ — упорядоченное множество эффективных вариантов (кортеж

Парето), для элементов которого $S_{k_j}^0 \in S^P$ справедливо

$$S_{k_1}^0 > S_{k_2}^0 > \dots > S_{k_{n^P}}^0, \quad (1)$$

где " $>$ " — знак отношения доминирования, $k_j \in \{1, n^P\}$, n^P — длина кортежа.

С учетом введенных обозначений сформулируем следующую задачу.

Требуется найти упорядоченное множество эффективных вариантов ТС (кортеж Парето (1)), для элементов которого $S_{k_j}^0$ в зависимости от смысла задачи выполняются условия:

$$K_i(S_{k_j}^0) = \min_{i=\overline{1,r}; \alpha=\overline{1,n}} [K_i(S_\alpha)], S_{k_j}^0 \in S^P, \quad (2)$$

или

$$K_i(S_{k_j}^0) = \max_{i=\overline{1,r}; \alpha=\overline{1,n}} [K_i(S_\alpha)], S_{k_j}^0 \in S^P, \quad (3)$$

для случая, когда скалярные критерии оптимальности $K_i(S_\alpha) = [K_i(S_\alpha); \overline{K_i(S_\alpha)}]$ представлены в интервальном виде. Обычный (не интервальный) скалярный критерий $K_i(S_\alpha)$ будем рассматривать как частный случай интервального критерия, который представлен в виде вырожденного интервала [2], т. е. интервала с совпадающими концами $K_i(S_\alpha) = \underline{K_i(S_\alpha)} = \overline{K_i(S_\alpha)}$.

Метод нормализации разнородных критериев качества на основе построения интервальных отношений предпочтения

При построении реальных ТС встречаются ситуации (являющиеся, скорее, правилом, чем исключением), когда у лица, принимающего решение (ЛПР), нет четкого представления о предпочтениях между всеми или некоторыми из альтернативных вариантов [8]. Кроме того, только при наличии условия, *обеспечивающего сравнимость (нормализацию) частных критериев*, возможно в дальнейшем построение принципа оптимальности и вытекающих из него алгоритмов решения многокритериальных задач. Несравнимость частных критериев (показателей) является основной особенностью и главным препятствием к решению задач многокритериальной оптимизации [8]. Представленные обстоятельства существенно усиливаются в условиях, когда частные критерии не только неаддитивные, но еще и представлены в интервальном виде, с различными

диапазонами отклонения качества от лучшего значения до худшего.

В основу предлагаемого метода нормализации положена идея сравнения неоднородных интервальных критериев качества, характеризующих рассматриваемые варианты ТС.

Для этого предлагается на основе анализа множества упорядоченных пар $(S_k \in S \text{ и } S_l \in S, \text{ где } k = \overline{1, n}; l = \overline{1, n}; k \neq l)$ вариантов системы $S = \{S_\alpha, \alpha = \overline{1, n}\}$ по аналогии с нечетким отношением предпочтения [8, п. 1.2.1] определить *интервальное отношение предпочтения* (ИОП) $R^i K_i(S_k, S_l)$ по i -му частному интервальному критерию качества $K_i(S_\alpha) = [K_i(S_\alpha); \overline{K_i(S_\alpha)}]$ ($i = \overline{1, r}, \alpha = \overline{1, n}$) и для пары систем (S_k, S_l) представить его интервальной функцией принадлежности $\mu^i K_i(S_k, S_l)$. Результаты анализа предлагается заносить в специальную оценочную матрицу $\|\mu^i K_i(S_k, S_l)\|$. При сравнении систем S_k и S_l k -е системы располагать в строках, а l -е — в столбцах.

Элементы $\mu^i K_i(S_k, S_l)$ оценочной матрицы $\|\mu^i K_i(S_k, S_l)\|$ в соответствии с подходом, изложенным в [2, 8], определяются по выражению

$$\begin{aligned} \mu^i K_i(S_k, S_l) &= \frac{K_i(S_k) - K_i(S_l)}{m_i} = \\ &= \frac{[K_i(S_k); \overline{K_i(S_k)}] - [K_i(S_l); \overline{K_i(S_l)}]}{m_i} = \\ &= \frac{1}{m_i} \left[\min \{ \underline{K_i(S_k)} - \underline{K_i(S_l)}; \overline{K_i(S_k)} - \overline{K_i(S_l)} \}; \right. \\ &\quad \left. \max \{ \underline{K_i(S_k)} - \underline{K_i(S_l)}; \overline{K_i(S_k)} - \overline{K_i(S_l)} \} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь m_i — ширина интервала оценок по i -му частному критерию качества [2], а $K_i(S_k)$ и $K_i(S_l)$ — значения его скалярного критерия для систем S_k и S_l . Средством числового представления критериев выступают интервальные значения, которые показывают допустимое отклонение качества системы от худшего до лучшего (т. е. от минимального до максимального) в определенном диапазоне.

Важным моментом в данном случае является значение величины m_i . В качестве m_i можно использовать: предельно допустимые значения показателей качества эталонной системы, предельно допустимые значения показателей качества, которые хотелось бы достигнуть в ходе решения задачи оптимизации; в задачах контроля в качестве m_i могут выступать предельно допустимые значения контролируемых параметров и т. д.

В результате функция принадлежности $\mu^i K_i(S_k, S_l)$ для пары систем (S_k, S_l) , характеризующая степень согласия с тем, что вариант системы S_k доминирует над вариантом S_l по i -му частному интервальному критерию, будет также представлена в интервальном виде: $\mu^i K_i(S_k, S_l) = [\underline{\mu^i K_i(S_k, S_l)}; \overline{\mu^i K_i(S_k, S_l)}]$.

Отличительной особенностью рассматриваемого подхода от методов нечетного анализа [2, 8] является определение этой функции в интервале $[-1; 1]$.

Определение 1. Интервальным отношением предпочтения R^i на множестве S_α называется декартово произведение $S_k \times S_l$, где $(k = \overline{1, n}; l = \overline{1, n}; k \neq l)$, характеризующееся интервальной функцией принадлежности $\mu^i K_i(S_k, S_l): S_k \times S_l \rightarrow [-1; 1]$. Значение этой функции понимается как объективная мера степени выполнения отношения $S_k R^i S_l$ по скалярному критерию качества $K_i(S_\alpha) = [\underline{K_i(S_\alpha)}; \overline{K_i(S_\alpha)}]$, $(i = \overline{1, r};$

$\alpha = \overline{1, n})$, заданному в интервальном виде, характеризующему каждый отдельный вариант системы S_α , причем функцию принадлежности $\mu^i K_i(S_k, S_l) = [\underline{\mu^i K_i(S_k, S_l)}; \overline{\mu^i K_i(S_k, S_l)}] \in [-1; 1]$ следует рассматривать как комплексную характеристику, показывающую степень выигрыша и степень потерь при признании варианта системы S_k доминирующим вариантом S_l по рассматриваемому критерию K_i .

Утверждение 1. При выполнении выражения (4) расстояние между элементами интервальных значений $\mu^i K_i(S_k, S_l)$ и $\mu^i(S_l, S_k)$ определяется равенствами:

$$\begin{aligned} & |\underline{\mu^i K_i(S_k, S_l)} - \underline{\mu^i K_i(S_l, S_k)}| = \\ & = |\underline{\mu^i K_i(S_k, S_l)} - \underline{\mu^i K_i(S_l, S_k)}|; \\ & |\overline{\mu^i K_i(S_k, S_l)} - \overline{\mu^i K_i(S_l, S_k)}| = \\ & = |\overline{\mu^i K_i(S_l, S_k)} - \overline{\mu^i K_i(S_k, S_l)}|; \\ & |\underline{\mu^i K_i(S_k, S_l)} - \overline{\mu^i K_i(S_l, S_k)}| = \\ & = |\underline{\mu^i K_i(S_l, S_k)} - \overline{\mu^i K_i(S_k, S_l)}|. \end{aligned}$$

Введем отношение строгого интервального предпочтения системы S_k над системой S_l и определим его функцией принадлежности $\mu_D^i K_i(S_k, S_l)$, характеризующей интенсивность доминирования систе-

мы S_k над системой S_l по i -му частному интервальному критерию качества, в виде

$$\begin{aligned} \mu_D^i K_i(S_k, S_l) &= \mu^i K_i(S_k, S_l) - \mu^i K_i(S_l, S_k) = \\ &= [\underline{\mu^i K_i(S_k, S_l)}; \overline{\mu^i K_i(S_k, S_l)}] - \\ &- [\underline{\mu^i K_i(S_l, S_k)}; \overline{\mu^i K_i(S_l, S_k)}] = \\ &= [\min\{\underline{\mu^i K_i(S_k, S_l)} - \underline{\mu^i K_i(S_l, S_k)}; \overline{\mu^i K_i(S_k, S_l)} - \overline{\mu^i K_i(S_l, S_k)}\}; \\ &\quad \max\{\underline{\mu^i K_i(S_k, S_l)} - \overline{\mu^i K_i(S_l, S_k)}; \overline{\mu^i K_i(S_k, S_l)} - \underline{\mu^i K_i(S_l, S_k)}\}]. \end{aligned} \quad (5)$$

Утверждение 2. При выполнении выражения (5) интервал $\mu_D^i K_i(S_k, S_l)$ станет вырожденным, т. е. интервалом с совпадающими концами ($\mu_D^i K_i(S_k, S_l) = \underline{\mu_D^i K_i(S_k, S_l)} = \overline{\mu_D^i K_i(S_k, S_l)} = \mu^i K_i(S_k, S_l)$) и станет отождествленным с числом $\mu_D^i K_i(S_k, S_l)$ [2].

Результаты вычислений по выражению (5) для всех S_k и S_l , где $(k = \overline{1, n}; l = \overline{1, n}; k \neq l)$, будем заносить в оценочную матрицу $\|\mu_D^i K_i(S_k, S_l)\|$.

Введем отношение интервального *недоминирования* системы S_k над системой S_l и определим его функцией принадлежности $\mu_{ND}^i K_i(S_k, S_l)$ как дополнение к $\mu_D^i K_i(S_k, S_l)$ в виде

$$\begin{aligned} \mu_{ND}^i K_i(S_k, S_l) &= \\ &= \begin{cases} 1, & \text{если } \mu_D^i K_i(S_k, S_l) < 0; \\ 1 - \mu_D^i K_i(S_k, S_l), & \text{если } \mu_D^i K_i(S_k, S_l) \geq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

Результаты выполнения условия (6) будем заносить в оценочную матрицу $\|\mu_{ND}^i K_i(S_k, S_l)\|$.

Степень "недоминируемости" системы S_k ни одной другой системой по i -му скалярному интервальному критерию качества характеризуется [8] функцией принадлежности множеству неведоминируемых систем $\mu_D^* K_i(S_k)$ в виде

$$\mu_D^* K_i(S_k) = \min \mu_{ND}^i K_i(S_k, S_l). \quad (7)$$

Значение функции принадлежности $\mu_D^* K_i(S_k)$ показывает степень близости варианта системы S_k к эффективному (Парето-оптимальному) варианту по рассматриваемому скалярному интервальному i -му критерию качества.

Если в процессе решения, в зависимости от смысла задачи, необходимо выполнить условие (2), то значение $\mu_D^* K_i(S_k)$ необходимо выбирать из k -й строки оценочной матрицы $\|\mu_{ND}^i K_i(S_k, S_l)\|$. Если в про-

цессе решения необходимо выполнить условие (3), то значение $\mu_D^* K_i(S_k)$ необходимо выбирать из l -й строки оценочной матрицы $\|\mu_{ND} K_i(S_k, S_l)\|$.

Величину $\mu_D^* K_i(S_k)$ будем рассматривать как *меру предпочтения*, обеспечивающую объективный и адекватный реальности способ сравнения разнородных интервальных значений. Согласно [4] значения $\mu_D^* K_i(S_k)$ определяются в диапазоне $[0; 1]$, где $\mu_D^* K_i(S_k) = 1$ означает, что вариант системы S_k является лучшим по i -му скалярному критерию на рассматриваемом множестве вариантов системы, $\mu_D^* K_i(S_k) = 0$ означает, что вариант системы S_k — худший, а значение из диапазона $[0; 1]$ показывает величину приоритета варианта системы при выборе. Чем она выше, тем предпочтительней является рассматриваемый вариант системы S_k по i -му частному скалярному критерию качества.

Рассмотрим иллюстративный пример.

Пример. Необходимо отдать предпочтение одному из трех вариантов $\{S_1, S_2, S_3\}$ системы контроля двигателей твердого топлива (ДТТ) беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), характеризующихся тремя критериями $K_1(S_\alpha)$, $K_2(S_\alpha)$ и $K_3(S_\alpha)$, значения которых заданы в интервальном виде, остальные варианты расположить в порядке убывания предпочтения.

В данном случае хотелось бы отметить, что в настоящее время проблема контроля состояния ДТТ, выявление возможных разрушений заряда, определение их размеров, местонахождения, степени опасности каждого из выявленных разрушений приобретает крайне важное значение, что связано с понижением надежности функционирования ДТТ из-за длительных сроков хранения и эксплуатации. Выход из строя ДТТ может привести к взрыву самого БПЛА не только в полете, но и непосредственно на старте, что влечет за собой гибель людей и вывод из строя техники. Данные факты подтверждаются статистикой происшествий учебных центров Ракетных войск и промышленных предприятий. Красноречивым примером подобных катастроф является взрыв твердотопливного ускорителя, приведший к гибели американского космического корабля "Челленджер" с семью астронавтами на борту.

Варианты системы контроля (СК), значения показателей качества и ширина интервала оценок по i -му частному критерию качества представлены в табл. 1. При этом должны выполняться условия:

$$K_1(S_\alpha^*) = \min_{\alpha=1,3} [K_1(S_\alpha)]; \quad (8)$$

$$K_2(S_\alpha^*) = \max_{\alpha=1,3} [K_2(S_\alpha)]; \quad (9)$$

$$K_3(S_\alpha^*) = \max_{\alpha=1,3} [K_3(S_\alpha)]. \quad (10)$$

Как видно из табл. 1, критерии $K_1(S_\alpha)$, $K_2(S_\alpha)$ и $K_3(S_\alpha)$ являются разнородными, измеряемыми в различных шкалах, с различными диапазонами отклонения качества. Кроме того, условия (8) и (9), (10) являются диаметрально противоположными.

Решение задачи.

1. С использованием выражения (4) определяем элементы $\mu^N K_1(S_k, S_l)$ и строим оценочную матрицу $\|\mu^N K_1(S_k, S_l)\|$, $k = \overline{1, 3}$; $l = \overline{1, 3}$; $k \neq l$ (табл. 2):

$$\begin{aligned} \mu^N K_1(S_1, S_2) &= \frac{[40; 90] - [50; 70]}{100} = \\ &= \frac{[\min\{40 - 50; 90 - 70\}; \max\{40 - 50; 90 - 70\}]}{100} = \\ &= \frac{[-10; 20]}{100} = [-0,1; 0,2]; \\ \mu^N K_1(S_1, S_3) &= \frac{[40; 90] - [60; 65]}{100} = \\ &= \frac{[\min\{40 - 60; 90 - 65\}; \max\{40 - 60; 90 - 65\}]}{100} = \\ &= \frac{[-20; 25]}{100} = [-0,2; 0,25] \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

2. Аналогично представленным выше вычислениям определяем значения $\mu^N K_2(S_k, S_l)$ и $\mu^N K_3(S_k, S_l)$, полученные данные сводим в матрицы $\|\mu^N K_2(S_k, S_l)\|$ и $\|\mu^N K_3(S_k, S_l)\|$.

Таблица 1

Таблица исходных данных

Критерии $K_i(S_\alpha)$	Системы (S_α)			m_i
	S_1 (радиоволновая СК)	S_2 (ультразвуковая СК)	S_3 (СК на основе рентг. томографа)	
1. $K_1(S_\alpha)$ — ориентировочная стоимость образца (тыс. у. е.)	[40; 90]	[50; 70]	[60; 65]	100
2. $K_2(S_\alpha)$ — ожидаемый эффект от эксплуатации образца (баллы)	[5; 6]	[3; 9]	[4; 7]	10
3. $K_3(S_\alpha)$ — ожидаемая скорость выполнения контрольных операций (операций/с)	[80; 100]	[100; 120]	[110; 115]	150

Таблица 2

Оценочная матрица $\|\mu^N K_1(S_k, S_l)\|$

Варианты (S_k)	Варианты (S_l)		
	S_1	S_2	S_3
S_1	—	$[-0,1; 0,2]$	$[-0,2; 0,25]$
S_2	$[-0,2; 0,1]$	—	$[-0,1; 0,05]$
S_3	$[-0,25; 0,2]$	$[-0,05; 0,1]$	—

Таблица 3

Оценочная матрица $\|\mu_D^u K_1(S_k, S_l)\|$

Варианты (S_k)	Варианты (S_l)		
	S_1	S_2	S_3
S_1	—	0,1	0,05
S_2	-0,1	—	-0,05
S_3	-0,05	0,05	—

Таблица 4

Оценочная матрица $\mu_{ND} K_1(S_k, S_l)$

Варианты (S_k)	Варианты (S_l)			$\mu_D^* K_1(S_k)$
	S_1	S_2	S_3	
S_1	—	0,9	0,95	0,9
S_2	1	—	1	1
S_3	1	0,95	—	0,95

Таблица 5

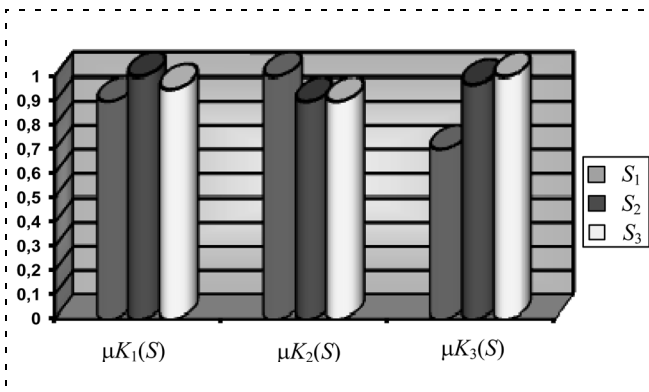
Значения $\mu_{ND} K_i(S_k, S_l)$

Варианты (S_k)	Варианты (S_l)		
	S_1	S_2	S_3
$\mu_{ND} K_2(S_k, S_l)$			
S_1	—	0,9	1
S_2	1	—	0,9
S_3	1	1	—
$\mu_D^* K_2(S_k)$	1	0,9	0,9
$\mu_{ND} K_3(S_k, S_l)$			
S_1	—	1	1
S_2	0,74	—	1
S_3	0,7	0,97	—
$\mu_D^* K_3(S_k)$	0,7	0,97	1

Таблица 6

Значения $\mu_D^* K_i(S_k)$

Варианты (S_k)	$\mu_D^* K_i(S_k)$		
	$\mu_D^* K_1(S_k)$	$\mu_D^* K_2(S_k)$	$\mu_D^* K_3(S_k)$
S_1	0,9	1	0,7
S_2	1	0,9	0,97
S_3	0,95	0,9	1



Результаты решения задачи нормализации разнородных критериев качества

3. С использованием выражения (5) определяем элементы $\mu_D^u K_1(S_k, S_l)$ для всех k и l строим оценочную матрицу $\|\mu_D^u K_1(S_k, S_l)\|$ (табл. 3):

$$\begin{aligned} \mu_D^u K_1(S_1, S_2) &= [-0,1; 0,2] - [-0,2; 0,1] = \\ &= [\min\{-0,1 - (-0,2); 0,2 - 0,1\}; \\ &\quad \max\{-0,1 - (-0,2); 0,2 - 0,1\}] = 0,1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_D^u K_1(S_1, S_3) &= [-0,2; 0,25] - [-0,25; 0,2] = \\ &= [\min\{-0,2 - (-0,25); 0,25 - 0,2\}; \\ &\quad \max\{-0,2 - (-0,25); 0,25 - 0,2\}] = 0,05. \end{aligned}$$

4. Аналогично определяем значения $\mu_D^u K_2(S_k, S_l)$ и $\mu_D^u K_3(S_k, S_l)$ и строим матрицы $\|\mu_D^u K_2(S_k, S_l)\|$ и $\|\mu_D^u K_3(S_k, S_l)\|$.

5. С использованием выражения (6) находим значения $\mu_{ND} K_1(S_k, S_l)$, $\mu_{ND} K_2(S_k, S_l)$ и $\mu_{ND} K_3(S_k, S_l)$. Полученные данные представлены в табл. 4, 5.

6. Значения $\mu_D^* K_i(S_k)$ для всех критериев сведем к табл. 6.

В результате решения задачи все интервальные оценки приведены к нормализованному виду и представлены в виде функции принадлежности $\mu_D^* K_i(S_k)$, которая показывает степень полезности варианта S_k по рассматриваемому частному $K_i(S_k)$ показателю качества, и ее уже целесообразно рассматривать как новый нормализованный критерий при решении задач многокритериальной оптимизации ТС. Графически результаты решения задачи представлены на рисунке.

Рассмотренный метод позволил переформулировать задачу выбора предпочтительного варианта системы по векторному разнородному критерию качества в следующем виде.

Требуется найти множество эффективных упорядоченных вариантов системы (кортеж предпочтений Парето) P^μ :

$$S_{k_1}^\mu > S_{k_2}^\mu > \dots > S_{k_n}^\mu, \quad (11)$$

для элементов $S_{k_j}^\mu$ которого исходя из (4)–(7), справедливо:

$$\mu_D^* K(S_{k_j}^\mu) = \max_{i=1, r; \alpha=1, n} \{\mu_D^* K_i(S_\alpha)\}, S_{k_j}^\mu \in S^P. \quad (12)$$

Рассмотрим метод решения задачи (11) при условии (12).

Метод выбора предпочтительного варианта системы по векторному разнородному критерию качества

При несомненных достоинствах методов решения задач многокритериальной (векторной) оптимизации их общим недостатком, как и впрочем, всех аксиоматических методов теории принятия решений, является то, что идет определение предпочтительности одного скалярного критерия над другим (т. е. определение того, что одна система лучше (хуже) другой по рассматриваемому критерию), а далее каким бы то ни было субъективным, как правило, эвристическим или экспертным методом вводятся коэффициенты важности скалярных критериев оптимальности и уже с ними в дальнейшем проводятся различные вычисления. Однако в реальных ситуациях достаточно часто оказывается, что относительную важность критериев (или признаков, по которым оцениваются альтернативы) невозможно достоверно описать соответствующими коэффициентами, кроме того, субъективизм назначения коэффициентов важности понижает достоверность принимаемого решения.

Предлагаемый метод построения отношения предпочтения на множестве вариантов ТС по векторному разнородному критерию качества (*метод многокритериального предпочтения*), в отличие от известных методов (семейства методов "ЭЛЕКТРА" Б. Руа, "жесткого" ранжирования [9] и т. д.), позволяет вместо коэффициентов важности критериев использовать функции принадлежности $\mu_D^* K_i(S_\alpha)$, определяемые по изложенной выше процедуре и показывающие степень близости варианта системы S_α к эффективному (Парето-оптимальному) варианту по $K_i(S_\alpha)$. Сущность рассматриваемого метода многокритериального предпочтения при решении задачи (11) и выполнении условия (12) заключается в следующем.

1. На основе анализа $\mu_D^* K_i(S_k)$ и $\mu_D^* K_i(S_l)$, $i = \overline{1, r}$, проведем попарное сравнение вариантов S_k и S_l и определим элементы C_{kl}^μ оценочной матрицы $\|C_{kl}^\mu\|$ ($k = \overline{1, n}$; $l = \overline{1, n}$; $k \neq l$) в следующей последовательности.

Осуществим попарное сравнение вариантов S_k и S_l на основе анализа $\mu_D^* K_i(S_k)$ и $\mu_D^* K_i(S_l)$, $i = \overline{1, r}$. Обозначим I_{kl}^+ , I_{kl}^- , $I_{kl}^\pm$, соответственно, подмножества лучших, худших и равных значений $\mu_D^* K_i(S_k)$ и $\mu_D^* K_i(S_l)$ для каждой пары вариантов S_k и S_l ($k = \overline{1, n}$; $l = \overline{1, n}$; $k \neq l$). Для возможных значений

подмножеств I_{kl}^+ , I_{kl}^- , $I_{kl}^\pm$ введем следующие значения элементов оценочной матрицы $\|C_{kl}^\mu\|$:

$$\begin{aligned} \text{если } I_{kl}^+ = \emptyset, I_{kl}^- = \emptyset, I_{kl}^\pm = \{\overline{1, r}\}, \\ \text{то } C_{kl}^\mu = 1, C_{lk}^\mu = 1; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{если } I_{kl}^+ = \{\overline{1, r}\}, I_{kl}^- = \emptyset, I_{kl}^\pm = \emptyset, \\ \text{то } C_{kl}^\mu = N_2, C_{lk}^\mu = 0; N_2 \gg 1; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{если } I_{kl}^+ = \emptyset, I_{kl}^- = \{\overline{1, r}\}, I_{kl}^\pm = \emptyset, \\ \text{то } C_{kl}^\mu = 0, C_{lk}^\mu = N_2; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{если } I_{kl}^+ \neq \emptyset, I_{kl}^- = \emptyset, I_{kl}^\pm \neq \emptyset, \\ \text{то } C_{kl}^\mu = N_3, C_{lk}^\mu = 0; 1 \ll N_3 < N_2; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{если } I_{kl}^+ = \emptyset, I_{kl}^- \neq \emptyset, I_{kl}^\pm \neq \emptyset, \\ \text{то } C_{kl}^\mu = 0, C_{lk}^\mu = N_3; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{если } I_{kl}^+ = \emptyset, I_{kl}^- = \emptyset, |I_{kl}^\pm| \geq 0; \quad (18)$$

то C_{kl}^μ в отличие от [9] определим в виде

$$\begin{aligned} C_{kl}^\mu = \left(\sum_{i=1}^r (\mu_D^* K_i(S_k)) \right) \left(\sum_{i=1}^r \mu_D^* K_i(S_l) \right)^{-1}, \\ C_{kl}^\mu = C_{lk}^{\mu^{-1}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Для случая, когда при формировании исходных данных для решения задачи заданы коэффициенты важности рассматриваемых скалярных критериев оптимальности, то C_{kl}^μ для условия (18) определим в виде

$$\begin{aligned} C_{kl}^\mu = \left(\sum_{i=1}^r \mu_D^* K_i(S_k) a_i \right) \left(\sum_{i=1}^r \mu_D^* K_i(S_l) a_i \right)^{-1}, \\ C_{kl}^\mu = C_{lk}^{\mu^{-1}}, \end{aligned} \quad (20)$$

где a_i — коэффициент важности i -го критерия, причем $\sum_{i=1}^r a_i = 1$.

Согласно теореме 1 [9], если в l -м ($l \in \{\overline{1, n}\}$) столбце оценочной матрицы одно из чисел C_{kl}^μ равно значению N_2 или N_3 , то l -й вариант системы не принадлежит множеству эффективных вариантов.

2. Для формулировки решающих правил, по аналогии с методом "жесткого" ранжирования [9],

введем систему показателей: H_l^μ — число элементов в l -м столбце оценочной матрицы $\|C_{kl}^\mu\|$, значение которых больше единицы; M_l^μ — число элементов в l -м столбце той же матрицы, значение которых меньше единицы, но больше нуля; $C_{kl\max}^\mu$ — максимальное значение элемента в l -м столбце матрицы.

Физический смысл показателей: H_l^μ показывает, сколько вариантов из рассматриваемого множества доминирует l -й; M_l^μ — сколько вариантов доминирует l -я система; $C_{kl\max}^\mu$ определяет максимальную степень доминирования k -й системы над l -й ($k = \overline{1, n}$; $l = \overline{1, n}$; $k \neq l$).

3. Для определения порядка предпочтений на множестве вариантов перейдем от одношагового процесса поиска приоритетного расположения альтернатив к многошаговому процессу [4, 9]. На каждом шаге t ($t = \{1, 2, \dots, n^P - 1\}$, где n^P — число эффективных вариантов, выбираем j -ю альтернативу, лучшую с точки зрения предлагаемых ниже решающих правил. Затем ее номер включаем в кортеж Парето P и в последующем рассмотрении j -я альтернатива больше не участвует (в матрице $\|C_{kl}^\mu\|$ вычеркиваем j -ю строку и j -й столбец). Это позволяет исключить влияние варианта S_j на выбор лучшей альтернативы, проводимый на следующем шаге. Далее вновь используем, но теперь на каждом шаге $t + 1$, показатели $H_l^{\mu(t)}$, $M_l^{\mu(t)}$, $C_{kl\max}^{\mu(t)}$, которые имеют оговоренный выше физический смысл.

Решающие правила многокритериального предпочтения

1. Поиск приоритетного расположения варианта ТС необходимо проводить только среди эффективных вариантов по шагам t ($t = \{1, 2, \dots, n^P - 1\}$).
2. Положить $t = 1$.
3. Найти показатели $H_l^{\mu(t)}$, $M_l^{\mu(t)}$, $C_{kl\max}^{\mu(t)}$ и определить лучшую альтернативу S_j с минимальным значением $H_l^{\mu(t)}$.
4. Номер j занести в множество P .
5. Исключить из оценочной матрицы j -ю строку и j -й столбец.
6. Если альтернативы с номерами $l_j \in L_{k(t)} = \{l_1, l_2, \dots, l_j, \dots, l_{k(t)}\}$ имеют одинаковые минимальные значения $H_{l_j}^{\mu(t)}$, то лучшей является

альтернатива S_{l_j} с максимальным значением

$$M_{l_j}^{\mu(t)} = \max_{l_j \in L_{k(t)}} M_{l_j}^{\mu(t)}.$$

7. Если варианты с номерами $l_j \in L_{k(t)} = \{l_1, l_2, \dots, l_j, \dots, l_{k(t)}\}$ имеют соответственно одинаковые значения $H_{l_j}^{\mu(t)}$, $M_{l_j}^{\mu(t)}$, то лучшей является альтернатива S_{l_j} с минимальным значением $C_{kl\max}^{\mu(t)}$.

8. Если лучшие системы имеют соответственно равные значения $H_{l_j}^{\mu(t)}$, $M_{l_j}^{\mu(t)}$, $C_{kl\max}^{\mu(t)}$, то такие системы считают эквивалентными.

9. Положить $t = t + 1$.

10. Если $t < (n^P - 1)$, перейти к шагу 3, иначе — к шагу 11.

11. Конец решения.

Пример (продолжение). Для определения отношения предпочтения на рассматриваемом множестве вариантов ТС $\{S_1, S_2, S_3\}$ по векторному неоднородному критерию качества $K(S_\alpha) = \{K_1(S_\alpha), K_2(S_\alpha), K_3(S_\alpha)\}$, $\alpha = \{1, 2, 3\}$, будем использовать $\mu_D^* K_i(S_k)$, определенные на предыдущем этапе решения (табл. 6), и решающие правила многокритериального предпочтения.

1. Построим матрицу предпочтений $\|C_{kl}^\mu\|$ (табл. 7). Порядок расчета чисел C_{kl}^μ :

$$C_{12}^\mu = \frac{\mu_D^* K_1(S_1) + \mu_D^* K_2(S_1) + \mu_D^* K_3(S_1)}{\mu_D^* K_1(S_2) + \mu_D^* K_2(S_2) + \mu_D^* K_3(S_2)} = \frac{0,9 + 1 + 0,7}{1 + 0,9 + 0,97} = \frac{2,6}{2,87} = 0,9;$$

$$C_{21}^\mu = \frac{\mu_D^* K_1(S_2) + \mu_D^* K_2(S_2) + \mu_D^* K_3(S_2)}{\mu_D^* K_1(S_1) + \mu_D^* K_2(S_1) + \mu_D^* K_3(S_1)} = \frac{1 + 0,9 + 0,97}{0,9 + 1 + 0,7} = \frac{2,87}{2,6} = 1,1 \text{ и т. д.}$$

2. Анализ оценочной матрицы $\|C_{kl}^\mu\|$ позволяет получить на первом шаге ($t = 1$) решения показатели $H_{l_j}^{\mu(1)}$, $M_{l_j}^{\mu(1)}$, $C_{kl\max}^{\mu(1)}$, которые приведены в табл. 8.
3. Анализ табл. 8 показывает, что в соответствии с принятыми PRMP предпочтение на первом шаге решения ($t = 1$) необходимо отдать варианту S_2 .

Таблица 7

Матрица предпочтений $\|C_{kl}^\mu\|$

Варианты (S_k)	Варианты (S_j)		
	S_1	S_2	S_3
S_1	—	0,9	0,91
S_2	1,1	—	1,01
S_3	1,09	0,99	—

Таблица 8

Матрица показателей $H_{ij}^{\mu(1)}$, $M_{ij}^{\mu(1)}$, $C_{klj\max}^{\mu(1)}$

Показатели	Варианты (S_j)		
	S_1	S_2	S_3
$H_{ij}^{\mu(1)}$	2	0	1
$M_{ij}^{\mu(1)}$	0	2	1
$C_{klj\max}^{\mu(1)}$	1,1	0,99	1,01

Таблица 9

Матрица предпочтений

Варианты (S_k)	Варианты (S_j)	
	S_1	S_3
S_1	—	0,91
S_3	1,09	—

Таблица 10

Матрица показателей $H_{ij}^{\mu(2)}$, $M_{ij}^{\mu(2)}$, $C_{klj\max}^{\mu(2)}$

Показатели	Варианты (S_j)	
	S_1	S_3
$H_{ij}^{\mu(2)}$	1	0
$M_{ij}^{\mu(2)}$	0	1
$C_{klj\max}^{\mu(2)}$	1,09	0,91

Включаем его в кортеж Парето P^μ . В табл. 7 удаляем вторую (S_2) строку и второй (S_2) столбец.

4. На втором шаге ($t = t + 1 = 2$) получаем вторую матрицу предпочтений (табл. 9) и матрицу показателей (табл. 10).

5. Предпочтение на втором шаге в соответствии с решающими правилами многокритериального предпочтения отдаем варианту S_3 . Так как $t = 2 = n^P - 1$, где $n^P = 3$, решение заканчиваем и строим кортеж предпочтений Парето: $P^\mu = \{S_2, S_3, S_1\}$.

В результате решения задачи получили, что предпочтение по векторному разнородному критерию качества $K(S_\alpha) = \{K_1(S_\alpha), K_2(S_\alpha), K_3(S_\alpha)\}$ следует отдать второму варианту (S_2) системы контро-

ля, третий (S_3) и первый (S_1) варианты занимают соответственно второе и третье места в кортеже.

Заключение

Таким образом, поставлена и решена важная в прикладном плане задача определения отношений предпочтения на множестве вариантов ТС для случая, когда критерии оптимальности разнородны и могут быть заданы в частично формализованном, интервальном виде. Предлагаемый метод представления, измерения и обработки различных видов неопределенности основан на введении интервального отношения предпочтения, которое позволяет адекватно отразить разнородную исходную информацию о качествах рассматриваемых систем и при этом обладает корректностью и приемлемой точностью.

На наш взгляд, метод может найти широкое применение при решении прикладных задач оптимизации в экономике, социальной сфере, оценке вариантов сложных технических систем различного назначения и т. д.

Список литературы

1. Аленфельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. М.: Мир, 1987. 360 с.
2. Алтуний А. Е., Семухин М. В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. Тюмень: Изд-во Тюменского гос. ун-та, 2000. 352 с.
3. Ведерников Ю. В. Теория и конструкция наземной контрольно-пусковой аппаратуры. Раздел 1. Основы теории построения наземной контрольно-пусковой аппаратуры. СПб.: МО РФ, 2005. 135 с.
4. Ведерников Ю. В., Сафронов В. В. Теоретико-множественное обоснование выбора сложных систем при разнородной исходной информации. СПб.: МО РФ, 2008.
5. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 165 с.
6. Калмыков С. А., Шокин Ю. И., Юлдашев З. Х. Методы интервального анализа. Новосибирск: Наука, 1986. 222 с.
7. Канторович Л. В. Математические методы организации и планирования производства. Л.: ЛГУ, 1939.
8. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука, 1981. 203 с.
9. Сафронов В. В., Ведерников Ю. В. Научно-методический аппарат векторной оптимизации систем контроля и управления сложными динамическими объектами при разнородных исходных данных // Информационные технологии. Приложение. 2007. № 11. 32 с.
10. Шарый С. П. Новый подход к анализу статических систем с интервальной неопределенностью в данных // Вычислительные технологии. 1997. № 1. С. 84—101.
11. Шокин Ю. Ю. Интервальный анализ. Новосибирск: Наука, 1981. 112 с.
12. Месарович М., Мако Д., Такахара Я. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973.
13. Kaucher E. Algebraische Erweiterungen der Intervallrechnung unter Erhaltung Ordnungs und Verbandsstrukturen // Computing Suppl. N 1. P. 65—79.

УДК 621.833

В. В. Козырев, д-р техн. наук, проф.,

М. В. Кожевникова, ассистент,

Владимирский государственный университет

KozirevVV@yandex.ru

Система анализа и синтеза силовой части мехатронных модулей

На основании ориентировочных проектных расчетов выполнен анализ силовых частей мехатронных модулей на базе известных шариковинтовых и роликовинтовых передач и разработанной во ВлГУ роликовинтовой передачи РВПЗК. Показано преимущество решения на базе РВПЗК по габаритам, массе, динамической грузоподъемности (долговечности). Представлен образец электромеханического привода станка на базе РВПЗК.

Рассмотрим алгоритм САПР силовой части мехатронного модуля с использованием типоразмерных рядов унифицированных передач винт—гайка качения, обеспечивающий проектирование силовой части мехатронного модуля минимальной массы.

Ключевые слова: шариковинтовая передача, роликовинтовая передача, мехатронные модули, типоразмерные ряды.

В связи с необходимостью модернизации технологического оборудования всех отраслей народного хозяйства особая роль возлагается на машиностроение и, в частности, на станкостроение.

Перспективным компонентом мехатронных модулей для станков, измерительных машин и другого технологического оборудования с малыми и средними длинами линейного перемещения представляется созданная на кафедре "Теоретическая и прикладная механика" ВлГУ планетарная передача винт—гайка с резьбовыми роликами типа ЗК (РВПЗК) (патенты РФ № 2292502 от 27.01.07, № 2297563 от 20.04.07, положительные решения по заявкам № 2006103056/14 от 02.02.06, № 2006135884/11 от 10.10.06) [1, 2]. Она имеет структурную схему ЗК в отличие от структурных схем известных передач типа SR и SV. В сравнении с другими известными аналогами передач винт—гайка качения применение РВПЗК в виде исполнительного механизма силовой части модуля обеспечивает следующие преимущества [2]:

а) повышение быстродействия модуля в связи с меньшим в несколько раз приведенным моментом инерции механизма;

б) уменьшение габаритных размеров и массы модуля в связи с высоким передаточным отношением механизма, что позволяет обойтись без про-

межуточного редуктора, и в связи с большей удельной грузоподъемностью механизма;

в) повышение кинематической точности, разрешающей способности и плавности работы модуля в связи с сокращением числа последовательно расположенных звеньев кинематической цепи механизма и увеличением числа параллельно работающих контактов в резьбовых сопряжениях.

Анализ силовых частей мехатронных модулей на базе передач винт—гайка различного типа с применением ориентировочных расчетов

Выбор электродвигателя определяется требуемым моментом электродвигателя, соответствующим максимальной осевой нагрузке, и требуемой частотой вращения электродвигателя, соответствующей максимальной скорости штока.

Требуемый момент электродвигателя равен

$$M_{\text{тр}} = \frac{F_{\text{max}} S}{2\pi\eta}, \quad (1)$$

где F_{max} — заданная максимальная осевая нагрузка; S — перемещение гайки-штока за оборот винта; η — КПД передачи.

Требуемая максимальная частота вращения электродвигателя равна

$$n_{\text{тр}} = \frac{60v_{\text{max}}}{S}, \quad (2)$$

где v_{max} — максимальная скорость гайки-штока.

Одним из основных вопросов проектирования привода является выбор передаточного отношения передачи винт—гайка, равного отношению угловой скорости входного звена (винта или гайки) к линейной скорости выходного звена (гайки или винта) при условии обеспечения необходимого разгона привода.

На предварительном этапе проектирования привода значение передаточного отношения можно определить исходя, в основном, из условия минимума требуемого момента электродвигателя, что обеспечивает минимальные массу и габаритные размеры электродвигателя. Если для передачи с натягом принять, что внешняя осевая нагрузка F не превышает удвоенной силы натяга $P_{\text{н}}$, то сила, действующая на гайку, работающую в тяговом режиме, равна $P_{\text{н}} + 0,55F$ [3], а сила, действующая на гайку, работающую в режиме отгормаживания, равна $P_{\text{н}} - 0,43F$. Обозначим $J_{\text{дв}}$, $J_{\text{пер}}$, $\eta_{\text{п.х}}$, $\eta_{\text{о.х}}$ — моменты инерции двигателя, передачи и КПД прямого и обратного хода.

При максимальном линейном ускорении рабочего органа $w_{\max}$ и его массе m требуемый момент на валу электродвигателя равен

$$M_{\text{тр}} = (J_{\text{дв}} + J_{\text{пер}})w_{\max}2\pi/S + mw_{\max}\left(\frac{S}{2\pi}\right)/\eta_{\text{п.х}} + \left(\frac{S}{2\pi}\right)[(P_{\text{н}} + 0,55F)/\eta_{\text{п.х}} - (P_{\text{н}} - 0,43F)\eta_{\text{о.х}}]. \quad (3)$$

Оптимальное передаточное отношение, при котором требуемый момент имеет минимум, определяется из условия

$$\frac{dM_{\text{тр}}}{d\left(\frac{2\pi}{S}\right)} = 0. \quad (4)$$

Отсюда

$$\left(\frac{2\pi}{S}\right)_{\text{opt}}^2 = \frac{(P_{\text{н}} + 0,55F)/\eta_{\text{п.х}} - (P_{\text{н}} - 0,43F)/\eta_{\text{о.х}} + mw_{\max}/\eta_{\text{п.х}}}{(J_{\text{дв}} + J_{\text{пер}})w_{\max}}. \quad (5)$$

Минимизация требуемого момента за счет выбора оптимального передаточного отношения способствует снижению габаритных размеров и массы привода. Из выражения (5) видно, что с увеличением внешней нагрузки, натяга и массы рабочего органа оптимальное передаточное отношение увеличивается. Отсюда следует, что для высоконагруженных приводов с массивным рабочим органом требуются передачи с высокой редукцией.

Из выражения (5) также видно, что оптимальное передаточное отношение увеличивается с уменьшением моментов инерции двигателя и передачи. Отсюда следует, что применение малоинерционных двигателей и передач требует повышения редукции передач.

Если в передаче для снижения потерь на трение выполняется небольшой натяг только для выборки зазоров, то таким натягом можно пренебречь. В результате получим

$$\left(\frac{2\pi}{S}\right)_{\text{opt}}^2 = \frac{F + mw_{\max}}{(J_{\text{дв}} + J_{\text{пер}})w_{\max}\eta_{\text{п.х}}}. \quad (6)$$

Если $F = 0$, то

$$\left(\frac{2\pi}{S}\right)_{\text{opt}}^2 = \frac{m}{(J_{\text{дв}} + J_{\text{пер}})w_{\max}\eta_{\text{п.х}}}. \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что если отношение моментов инерции двух сравниваемых приводов $(J_{\text{дв1}} + J_{\text{пер1}})/(J_{\text{дв2}} + J_{\text{пер2}}) = k$, $k > 1$, то для второго привода по сравнению с первым оптимальное передаточное отношение увеличивается в $\sqrt{k}$ раз, и для обеспечения требуемого ускорения требуемый момент уменьшится в $\sqrt{k}$ раз. Если же редукцию и момент двигателя не изменять, то для второго при-

вода ускорение на выходе будет в k раз выше, чем для первого привода.

Если статическая нагрузка имеет существенное значение, а массой рабочего органа можно пренебречь, то

$$\left(\frac{2\pi}{S}\right)_{\text{opt}}^2 = \frac{F}{(J_{\text{дв}} + J_{\text{пер}})w_{\max}\eta_{\text{п.х}}}. \quad (8)$$

Расчетное передаточное отношение может быть реализовано с достаточной точностью на основании широкого диапазона передаточных отношений, обеспечиваемого набором различных типоразмеров роликвинтовых передач, в особенности передач РВПЗК.

Для станка электрохимической обработки деталей выполнен проект электромеханического привода подачи. Исходные данные: номинальная осевая нагрузка 12 000 Н, максимальная осевая нагрузка 15 000 Н, диапазон перемещения гайки-штока 60 мм, максимальная осевая скорость перемещения 125 мм/мин, максимальное осевое ускорение 1 м/с².

При выполнении привода возможны две компоновки: соединение электродвигателя с передачей винт—гайка или через муфту, или через промежуточный редуктор. Предпочтительным является первый вариант, поскольку при втором варианте промежуточный редуктор вносит дополнительные кинематические погрешности, снижает жесткость и надежность, увеличивает габаритные размеры, массу и стоимость привода.

При проектировании в качестве исполнительного двигателя был выбран шаговый электродвигатель SIMOSTEP серии 1FL3 043 фирмы Siemens с максимальным крутящим моментом 6 Н·м, моментом инерции ротора 3,3 кг·см² и максимальной частотой вращения 6000 мин⁻¹.

Был проведен сравнительный анализ электроприводов на базе трех передач винт—гайка различного типа с близкими габаритными размерами: известной шариковинтовой передачи типа ST [4], известной роликвинтовой передачи типа SR [5] и роликвинтовой передачи типа ЗК. Основные характеристики передач представлены в табл. 1.

Результаты проектных расчетов представлены в табл. 2: $M_{\text{тр}}$ — крутящий момент на валу двигателя, рассчитанный в зависимости от максимальной статической нагрузки согласно (1); $n_{\text{тр}}$ — частота вращения на валу двигателя согласно (2); S , S_{opt} — перемещения гайки-штока за оборот винта (действительная и оптимальная, рассчитанная в зависимости от номинальной статической и инерционной нагрузок согласно (8)); $u_{\text{стат}}$, $u_{\text{дин}}$ — передаточные отношения промежуточных редукторов, рассчитанные при максимальной статической и при динамической нагрузках. Представленные в табл. 2 результаты показывают, что привод станка электрохимической обработки деталей на базе передачи РВПЗК 52,8 × 1 и электродвигателя SIMOSTEP серии 1FL3 043 может быть выполнен по наиболее

Таблица 1

Тип передачи	Диаметр гайки, мм	Длина гайки, мм	Шаг резьбы, мм	Перемещение гайки за оборот винта, мм	Статическая грузоподъемность, Н	Динамическая грузоподъемность, Н	Момент инерции, кг·см ²	КПД
ШВП ST 50 × 10	73	2 × 65	10	10	134 000	43 000	12,25	0,90...0,95
РВП SR 39 × 6	68	2 × 40	1	6	74 000	41 000	3,4	0,80...0,83
РВП 3К 52,8 × 1	73	2 × 22*	1	1	74 000	105 000	0,43	0,70...0,75

* Длина гайки РВП 3К дана без учета длины зубчатого венца одной из опорных полушайб.

Таблица 2

Тип передачи	$M_{тр}$, Н·м	$n_{тр}$, мин ⁻¹	S , мм	$S_{орт}$, мм	$u_{стат}$	$u_{дин}$
ШВП ST 50 × 10	26,5	12,5	10	1,90	7,8	5,3
РВП SR 39 × 6	17,9	21,0	6	1,30	5,3	4,6
РВП 3К 52,8 × 1	3,4	125,0	1	0,95	1,0	1,0

рациональной компоновке — без промежуточного редуктора с обеспечением минимальных массы и габаритных размеров привода и максимальной долговечности. К тому же при 10 000 шагах за оборот электродвигателя разрешающая способность привода составляет 100 нм. Выполнение приводов на базе ШВП ST 50 × 10 или РВП SR 39 × 6 требует или перехода на больший типоразмер электродвигателя, что увеличивает габаритные размеры и стоимость привода, или применения промежуточного редуктора со всеми его недостатками.

САПР силовой части мехатронных модулей на базе параметрических рядов планетарных передач винт—гайка с резьбовыми роликами и электродвигателей

Вышеприведенный проектный расчет согласно (1)—(8) носит ориентировочный характер, поскольку в нем не учитываются многие существенные факторы. В частности, предельный момент электродвигателя $M_{пред}$ необходимо определять из условия, что все точки диаграммы нагрузки, приведенной к валу двигателя, будут лежать внутри области располагаемых моментов и скоростей, т. е. для любой частоты вращения n_i должно выполняться условие

$$M_{пред} \geq M_i, i = 1, 2, \dots, n;$$

$$n_{max} \geq \frac{60(v_i)_{max}}{S}.$$

В общем случае проектирования мехатронных модулей используются основные принципы проектирования сложных систем: многоуровневое и блочное описание мехатронного модуля, нисходящее и восходящее проектирование, внешнее и внутреннее проектирование, типичная последовательность проектных задач на каждом из этапов нисходящего проектирования, взаимосвязь анализа и синтеза в виде вложенности анализа в оптимизацию и оп-

тимизации в синтез [6]. При этом проектирование модуля основано на математических моделях наукоемких компонентов, и объем расчетных операций может быть очень большим. Задача может оказаться трудоемкой (потребовать длительного дорогого времени) даже для современных ЭВМ, если порядок системы уравнений достаточно велик. К тому же даже весьма сложная математическая модель не может отразить весь комплекс характеристик и особенностей реального объекта, в частности, конструкции мехатронного модуля. Математические модели наукоемких компонентов необходимы для системного аналитического исследования и совершенствования самих компонентов в составе привода, что и выполняется производителями этих компонентов. Однако для проектирования, агрегирования приводов и мехатронных модулей из унифицированных наукоемких компонентов такие математические модели могут быть избыточными по сложности и ограниченными по адекватности реальным объектам.

В отличие от схемы проектирования мехатронного модуля на основе математических моделей наукоемких компонентов в настоящее время проектирование модуля можно свести к компоновке модуля из унифицированных наукоемких компонентов на базе разработанных типоразмерных рядов электродвигателей, механических передач, в частности, планетарных передач винт—гайка с резьбовыми роликами, контроллеров, блоков питания, датчиков и т. д. Применение такого метода проектирования особенно эффективно при выборе силовой части модуля на основании унифицированных типоразмерных рядов передач и электродвигателей. Такой метод, во-первых, резко экономит вычислительные ресурсы, а во-вторых, дает результат в виде модуля из реальных, выпускаемых промышленностью компонентов, в которых заложен предшествующий интеллектуальный опыт.

Основные характеристики электродвигателей и передач винт—гайка приведены в типоразмерных рядах двигателей (например, отечественных типа ДБМ, 5ДБМ и зарубежных SIEMENS, MERKES SMALL MOTORS) и типоразмерных рядах роликовинтовых передач (например, типа SR и SV фирмы SKF).

Основное требование при сочетании электродвигателя с передачей заключается в обеспечении заданного закона движения рабочего органа при

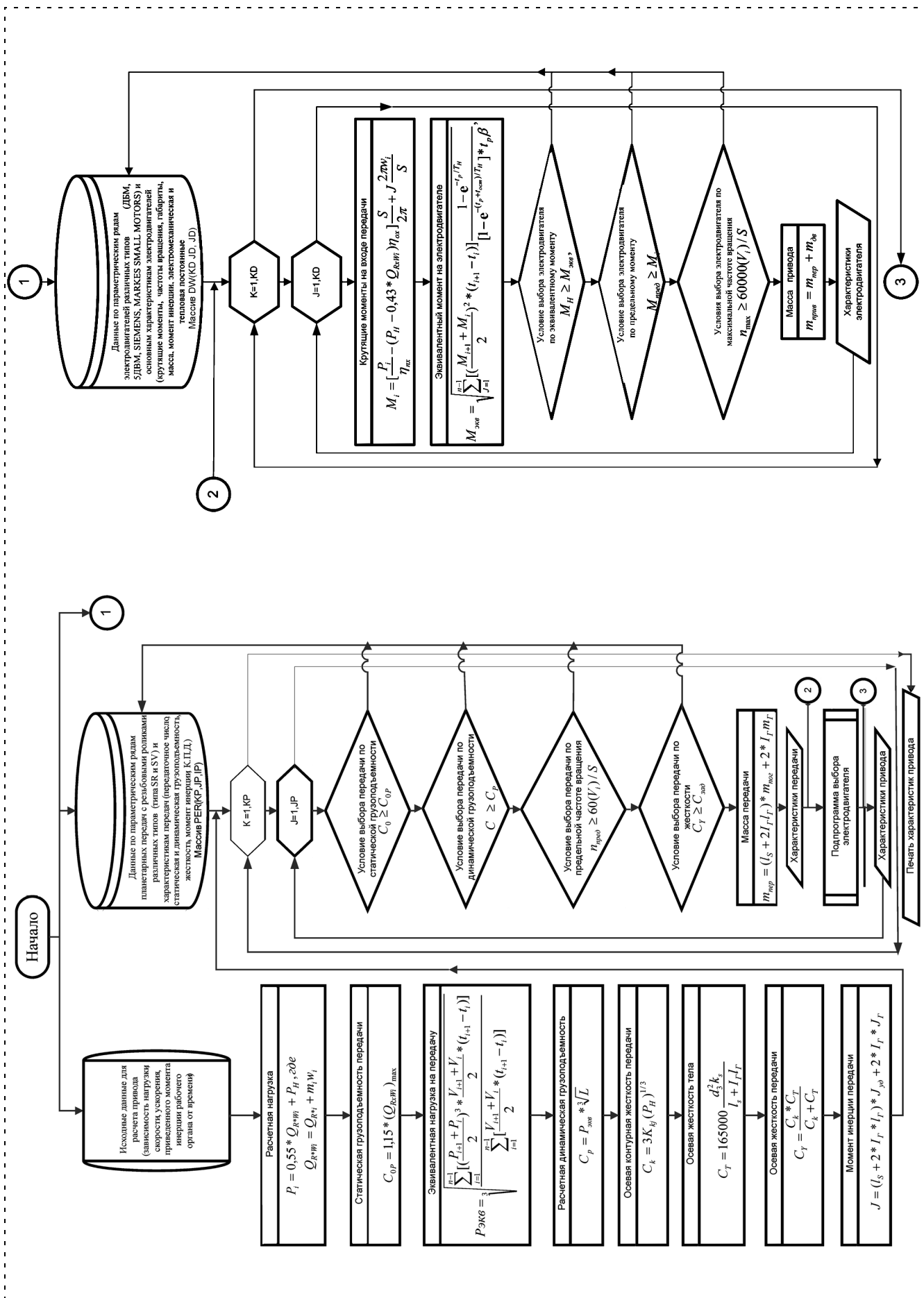


Рис. 1. Алгоритм проектирования привода (мехатронного модуля) на базе унифицированных типовых рядов роликовых передач и электродвигателей

заданной внешней нагрузке. Передача выбирается из параметрического ряда по передаточному отношению с учетом ограничений по грузоподъемности, долговечности, предельной частоте вращения, жесткости. Электродвигатель выбирается по эквивалентному моменту на двигателе с учетом ограничений по предельному моменту и максимальной частоте вращения электродвигателя. Диаграмму нагрузки приближенно можно представить в виде ступенчатой зависимости внешней силы от времени. Аналогично представляются зависимости скорости и ускорения от времени.

Исходные данные:

Q_{R*W_i} — внешняя нагрузка на i -й ступени графика нагрузки в момент времени t_i ;

P_H — сила предварительного натяга;

V_i — линейная скорость рабочего органа в момент времени t_i ;

w_i — линейное ускорение рабочего органа в момент времени t_i ;

m_i — приведенная масса рабочего органа;

L — требуемая долговечность в млн оборотов винта;

C_0, C — статическая и динамическая грузоподъемности передачи;

k_s — отношение площади поперечного сечения передачи и площади отверстия гайки;

l_s — максимальная длина перемещения гайки;

l_T — длина гайки;

$I_T = 1$ — при одной гайке;

$I_T = 2$ — при двух поджатых гайках;

$t_p, t_{ост}$ — время работы и время остановок в течение цикла;

$m_{пог}$ — приведенная масса единицы длины винта;

m_T — масса гайки передачи;

$m_{дв}$ — масса электродвигателя;

$J_{уд}$ — приведенный момент инерции единицы длины винта;

J_T — приведенный момент инерции одинарной гайки;

$J_{дв}$ — момент инерции электродвигателя;

$M_H, M_{пуск}$ — номинальный и пусковой моменты электродвигателя;

T_H — постоянная времени нагрева электродвигателя;

β — коэффициент, учитывающий уменьшение теплоотдачи электродвигателя в переходных режимах.

Составлена программа, позволяющая скомпоновать привод минимальной массы на основании параметрических рядов передач и электродвигателей и в соответствии с заданным законом движения и нагрузки. Проектирование электропривода осуществляется в соответствии с алгоритмом (рис. 1).

ЭВМ "просматривает" для каждого типоразмера передачи, начиная с наименьшего, все сочетания с различными типоразмерами электродвигателей и проверяет соответствие результатов различным ограничениям. Каждый приемлемый вариант сравнивается с предыдущим вариантом привода минимальной массы, и вариант привода с большей мас-

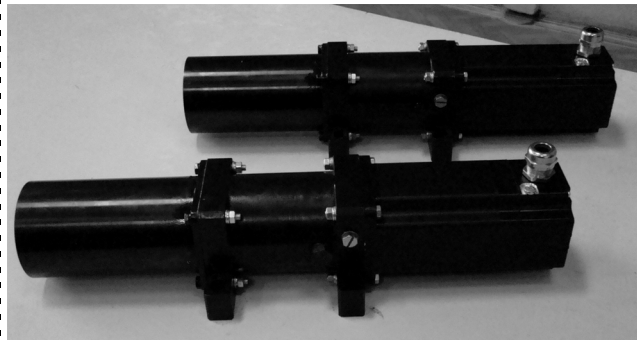


Рис. 2. Электромеханические модули для станка электрохимической обработки деталей

сой отбрасывается. В результате расчета на ЭВМ для каждого типа передач определяется привод минимальной массы с соответствующим электродвигателем. При этом расчетные характеристики каждого из этих приводов минимальной массы содержат характеристики передачи, электродвигателя и привода в целом. Из полученных вариантов проектировщик выбирает наиболее приемлемый вариант привода.

Спроектированная и изготовленная силовая часть модуля станка электрохимической обработки деталей на базе передачи РВП 3К 52,8 × 1 и электродвигателя SIMOSTEP серии 1FL3 043 показана на рис. 2.

В тех случаях, когда разряженность параметрического ряда передач представляется излишне большой, например, при существенном запасе прочности типовой передачи или при большой серии заказанных модулей, для экономии ресурсов целесообразно применение индивидуального проектирования модуля по заказу.

Список литературы

1. Козырев В. В. Прецизионные роликовинтовые передачи как исполнительные механизмы электромеханических приводов с микропроцессорной системой управления: достижения научной школы ВлГУ // Мехатроника, автоматизация, управление. 2003. № 10. С. 21—23.
2. Козырев В. В. Мехатронные модули для наноиндустрии: разработка, создание и внедрение (научные основы создания мехатронных модулей с высокой разрешающей способностью на базе роликовинтовых передач) // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 1. С. 23—27.
3. Ратмиров В. А., Чури И. Н., Шмугер С. П. Повышение точности и производительности станков с программным управлением. М.: Машиностроение, 1970. 343 с.
4. Каталог роликовинтовых и шариковинтовых передач, выпускаемых фирмой "La technique integrale" под торговой маркой "Transrol" — France imp. Maistrello/Chambery, 1970. 50 с.
5. SKF® roller screws. Catalogue n° 4351/7 E. June 2002. Printed in France. 62 p.
6. Норенков И. П. Введение в автоматизированное проектирование технических систем и устройств. М.: Высшая школа, 1986. 304 с.

Л. А. Савин¹, д-р техн. наук, проф.,
О. В. Соломин², д-р техн. наук, проф.,
Л. В. Дорофеев¹, аспирант

¹Орловский государственный
 технический университет

²МГТУ им. Н. Э. Баумана, г. Москва
 pmpl@ostu.ru

ovsolomin@hotmail.com

Активные магнитные подшипники: принципы функционирования и моделирования

Рассмотрен один из вариантов адаптивного подвеса роторов, реализующий мехатронный принцип управления движением. Проведен анализ особенностей функционирования и применения активных магнитных подшипников. Приведена математическая модель расчета магнитной силы и принципиальная схема системы управления движением ротора. Представлена разработанная схема экспериментальной установки по изучению динамики ротора в активных магнитных подшипниках.

Ключевые слова: активный магнитный подшипник, ротор, электромагнитная сила, система управления.

Введение

Совершенствование роторных машин связано с улучшением удельных характеристик, повышением скоростей вращения и ресурса. Выполнение этих условий во многом связано с работоспособностью подшипниковых узлов, обеспечивающих постоянство положения ротора относительно корпуса, передачу радиальных и осевых сил при минимальных потерях на трение и достаточном уровне демпфирования. По сути дела, опору ротора можно рассматривать как сложную динамическую и триботехническую систему, которая в зависимости от физических принципов создания несущей способности и вида трения может представлять собой подшипник качения, скольжения, электромагнитный или комбинированный. Традиционные подшипники с трением качения или скольжения принципиально не могут быть использованы для решения ряда сложных технических задач в тех случаях, если нежелательно присутствие в зоне контакта смазочных материалов, потенциально невозможно сохранить герметичность, например в условиях глубокого вакуума, или требуется обеспечить устойчивую работу при сверхвысоких частотах вращения ротора. Следует также отметить, что электромагнитные опоры могут наряду с созданием требуемой несущей способности выполнять функции вибрационной диагностики путем снятия сигнала о реальном перемещении ротора в радиальном и осевом направлениях, а также способны управлять движением по заданной программе.

К достоинствам активных магнитных подшипников (АМП) в сравнении с другими видами подшипников следует отнести: отсутствие смазочного материала и механического контакта, высокий КПД, возможность контроля, диагностики и управления параметрами движения, сверхвысокая предельная быстроходность. Недостатки и ограниченность применения в настоящее время связаны с большими радиальными размерами магнитов, а также со сложностью системы управления.

Устройство и принцип работы АМП

В общем случае АМП представляет собой сложную мехатронную систему, состоящую из трех частей [1]: непосредственно самой опоры, регистрирующей части (датчиков перемещения) и электронной системы управления (рис. 1, см. вторую сторону обложки).

В состав опоры входят закрепленные на статоре электромагниты, датчики положения и ротор, удерживаемый в электромагнитном поле; механический контакт между ротором и статором отсутствует. Принцип работы такой опоры заключается в следующем: отклонение ротора от положения равновесия фиксируется датчиками перемещения.

Сигнал с датчиков поступает в электронную систему управления, где происходит его обработка по заданному алгоритму, после чего усилитель, питаемый от внешнего источника энергии, увеличивает сигнал до необходимого уровня. В итоге, поступая в виде тока или напряжения на обмотку электромагнита, сигнал вызывает изменение магнитной силы на нужную величину, что приводит к удержанию ротора в центральном положении.

Для полного бесконтактного подвеса ротора используется комбинация как минимум из двух радиальных и осевого АМП (рис. 2, см. вторую сторону обложки). Поскольку вращательное движение (на угол φ_z вокруг продольной оси) ротора является его рабочим движением; полный подвес ротора ограничивает его перемещения и воспринимает нагрузки в пяти направлениях (X_1, X_2, Y_1, Y_2, Z).

По конструктивным особенностям АМП можно подразделить на три основные группы (рис. 3): радиальные (РАМП), осевые (или упорные) (ОАМП), а также радиально-упорные (или конические) (КАМП).

РАМП могут быть выполнены как с продольным, так и с поперечным направлением движения магнитного потока. Подшипники с поперечным направлением потока более распространены, так как они относительно просты в изготовлении и имеют меньшие продольные размеры. В АМП с поперечным направлением магнитного потока для уменьшения потерь на вихревые токи статор и магнитоактивная часть ротора (цапфа) выполняются шихтованными. Подшипники с продольным направлением потока применяются реже, в основном в тех случаях, когда

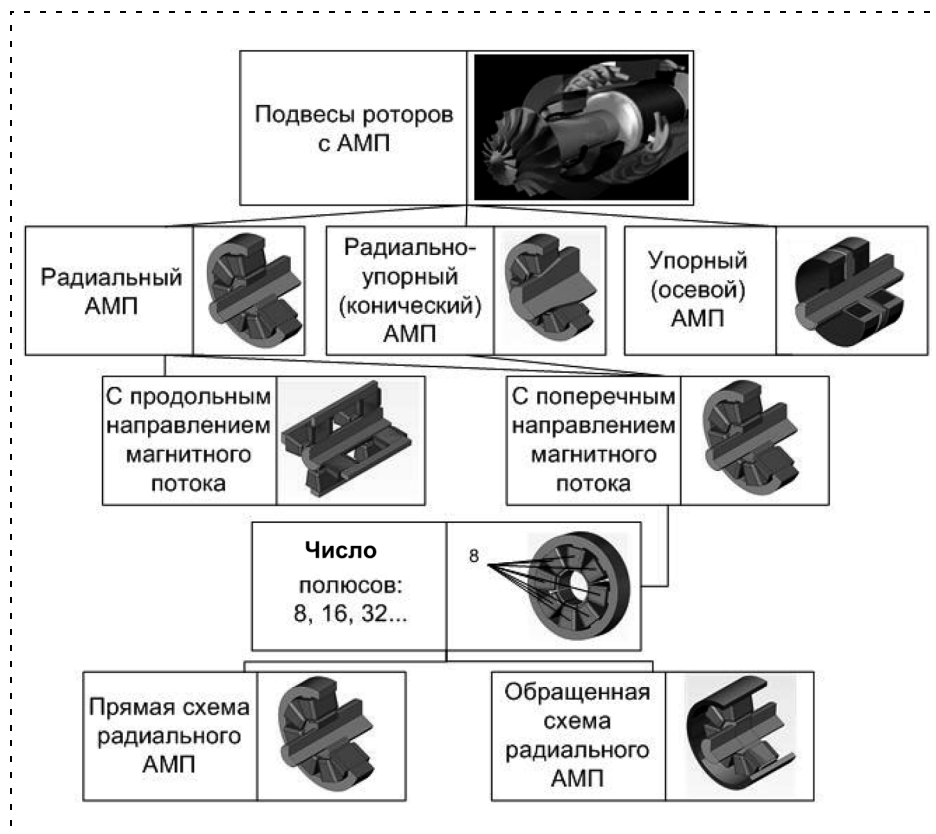


Рис. 3. Конструкционные схемы АМП

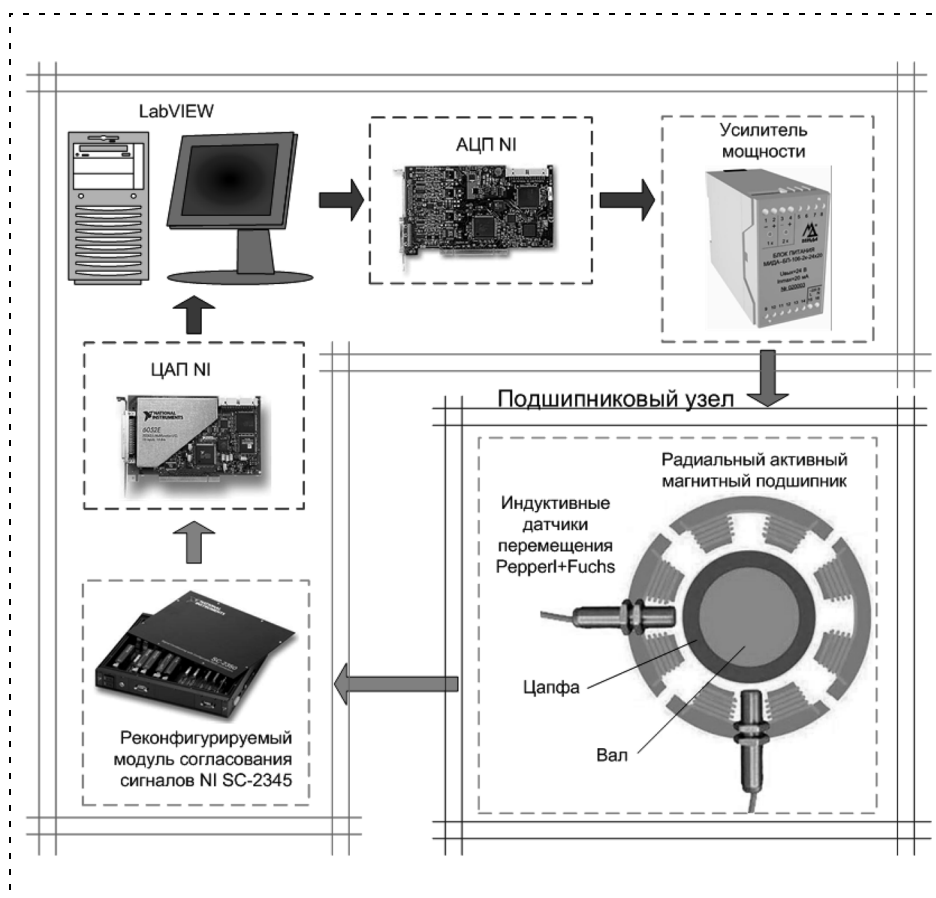


Рис. 4. Информационно-измерительная система на базе комплектующих NI

есть необходимость в цельно-металлической конструкции вала (например, в условиях глубокого вакуума).

Радиальные и радиально-упорные подшипники, в свою очередь, изготавливаются с различным числом полюсов (8, 12, 16, 24, 32), при этом минимально рекомендованным является использование восьми полюсов [2, 3]. При использовании менее восьми полюсов усложняется процесс удержания ротора в центральном положении; увеличение числа полюсов исправляет этот недостаток, однако приводит к усложнению конструкции и разветвлению системы управления.

Схема, в которой вращающимся элементом опоры является вал, а корпус неподвижен, называется прямой. В случае, когда вращается подвешенный корпус вокруг неподвижного вала, конструкция называется обращенной, в данном виде она используется реже из-за большей сложности исполнения.

Система управления АМП

АМП как объект управления является неустойчивой динамической системой [3], требующей сложного электронного контура управления. Системы управления АМП делятся на две группы. В одном случае управление силой в электромагните осуществляется током, в другом — напряжением. Оба этих принципа широко применяются на практике, управление током осуществляется в основном при подвесе легких роторов, при этом не учитывается инерционность электромагнитных процессов. При подвесе роторов больших масс используется управление по напряжению.

Токи и напряжения являются лишь управляемыми переменными, изменяющимися по заданному закону. Законы,

в свою очередь, реализуют регуляторы, в которых алгоритм управления задан в виде дифференциальной программы. ПД- и ПИД-регуляторы предназначены для управления по току, а пропорционально-интегральный регулятор с двойным дифференцированием и обратной связью по току (ПИДДТ-регулятор) — для управления по напряжению [2]. Данные законы реализуются либо на базе интегрированных микросхем, либо используются быстродействующие АЦП/ЦАП, алгоритмы управления в которых определяются программным обеспечением.

Авторами реализован закон ПИД-регулирования на базе комплектующих National Instruments (NI) и инженерной среды визуального программирования Lab VIEW (рис. 4) [4].

Используемые инструменты позволяют в любой момент вносить коррективы в программу, тем самым моделировать различные режимы работы АМП. Большая скорость снятия и обработки информации возможна благодаря современному оснащению информационно-измерительной системы (АЦП/ЦАП позволяют получать/отправлять сигнал с частотой до 1 МГц, индуктивные датчики перемещения фирмы Pepperl + Fuchs позволяют проводить измерения положения ротора с частотой 1 МГц). Гибкая среда программирования, в свою очередь, позволяет с минимальными затратами времени на базе ЭВМ обработать полученный сигнал по заданному дифференциальному закону.

Расчет электромагнитных сил в АМП

Общей задачей расчета магнитного поля является нахождение вектора магнитной индукции B или вектора напряженности магнитного поля H во всех точках пространства по заданному распределению плотности токов J . Эта задача полностью решается путем нахождения векторного потенциала A магнитного поля.

Решить такую задачу в статическом случае можно с помощью уравнений Максвелла [5]:

$$\nabla \times H = J; \nabla \cdot B = 0,$$

где $\nabla \times H$ — ротор H ; $\nabla \cdot B$ — дивергенция B , а также уравнений, связывающих электромагнитные параметры:

$$B = \mu_r H; B = \nabla \times A; \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times A \right) = J,$$

где μ_r — относительная магнитная проницаемость материала.

Областью за пределами электромагнитов пренебрегаем, приводя условие Дирихле для магнитного потенциала на внешней границе к виду

$$A = 0.$$

Для определения силы в АМП используются следующие соотношения:

$$F = -\frac{\partial W}{\partial y}; W = \frac{1}{2} \int B H dV,$$

где F — электромагнитная сила; W — энергия магнитного поля; V — объем воздушного зазора между полюсом и цапфой ротора; ∂y — смещение тела из заданного положения.

Для решения подобного рода задач и количественной оценки параметров электромагнитного поля аналитические методы решения не подходят, безальтернативными в данном случае становятся численные методы. Наиболее удобным и перспективным с нашей точки зрения для решения этой задачи является метод конечных элементов (МКЭ). Для практической реализации задач по расчету электромагнитного поля МКЭ авторами применялся программный пакет Comsol Multiphysics [6] и toolbox PDETool программного пакета MatLab [7], в котором было построено сечение, представляющее подвес ротора в восьмиполюсном радиальном АМП. Геометрия сечения разделена на подобласти (воздушный зазор, катушки, цапфа, ротор, статор) с заданными численными параметрами и граничными условиями. После этого вся область сечения разбивается на совокупность неперекрывающихся геометрических фигур — конечные элементы (рис. 5, а, см. вторую сторону обложки). В двумерной постановке они представляют собой прямолинейные трехугольные треугольники или симплекс-элементы. Вершины элементов представляют собой узлы. В результате расчета мы получаем узловое распределение физической величины. На рис. 5, б представлено распределение магнитной индукции B и магнитного потенциала A в конкретный момент времени при определении положения цапфы ротора.

Расчет динамического поведения ротора в АМП

Полученные расчетные данные МКЭ позволяют решать задачу и в динамической постановке. Рассмотрим движение ротора в пространстве (рис. 6). Введем неподвижную систему координат $OXYZ$,

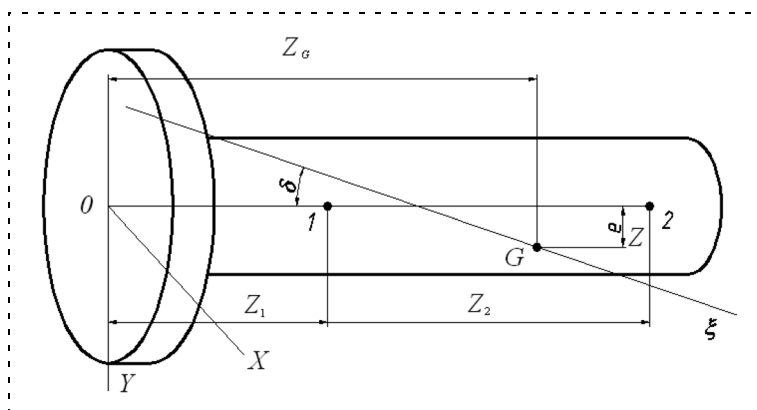


Рис. 6. Схема жесткого несимметричного ротора

начало которой располагается на линии центров подшипников на левом конце ротора, ось Z совпадает с линией центров подшипников, ось Y направлена вертикально вниз, а ось X направлена так, что образует с осями Z и Y правую систему координат.

Выделим две контрольные точки 1 и 2, лежащие на оси симметрии ротора, их координаты X_i и Y_i ($i = \overline{1, 2}$) будут однозначно описывать положение ротора в пространстве при отсутствии осевых смещений и постоянной скорости вращения, если считать, что углы поворота относительно главных центральных осей, перпендикулярных оси ξ , суть величины малые.

Кроме того, на рис. 6 приняты следующие обозначения: G — центр масс; ξ — главная центральная ось ротора; δ — угол между осью симметрии ротора и главной центральной осью; e — дисбаланс; Z_1 , Z_2 и Z_G — расстояние по линии центров подшипников от начала координат до точек 1, 2, и G соответственно. Далее обозначим:

$$\lambda_1 = \frac{Z_G - Z_1}{Z_2 - Z_1}; \lambda_2 = 1 - \frac{Z_G - Z_1}{Z_2 - Z_1}; \lambda = Z_2 - Z_1.$$

Исходя из вышесказанного запишем систему уравнений, описывающих движение жесткого несимметричного ротора [8]:

$$\begin{aligned} m\ddot{X}_1 = & m\frac{I_z}{I}\omega\lambda_1(\dot{Y}_2 - \dot{Y}_1) + me\omega^2\cos\omega t - \\ & - m\frac{I - I_z}{I}\lambda\lambda_1\delta\omega^2\cos\omega t + W_1^\Sigma\left(1 + m\frac{\lambda^2\lambda_1^2}{I}\right) + \\ & + W_2^\Sigma\left(1 - m\frac{\lambda^2\lambda_1\lambda_2}{I}\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m\ddot{X}_2 = & -m\frac{I_z}{I}\omega\lambda_1(\dot{Y}_2 - \dot{Y}_1) + me\omega^2\cos\omega t + \\ & + m\frac{I - I_z}{I}\lambda\lambda_2\delta\omega^2\cos\omega t + W_1^\Sigma\left(1 - m\frac{\lambda^2\lambda_1\lambda_2}{I}\right) + \\ & + W_2^\Sigma\left(1 + m\frac{\lambda^2\lambda_2^2}{I}\right); \end{aligned}$$

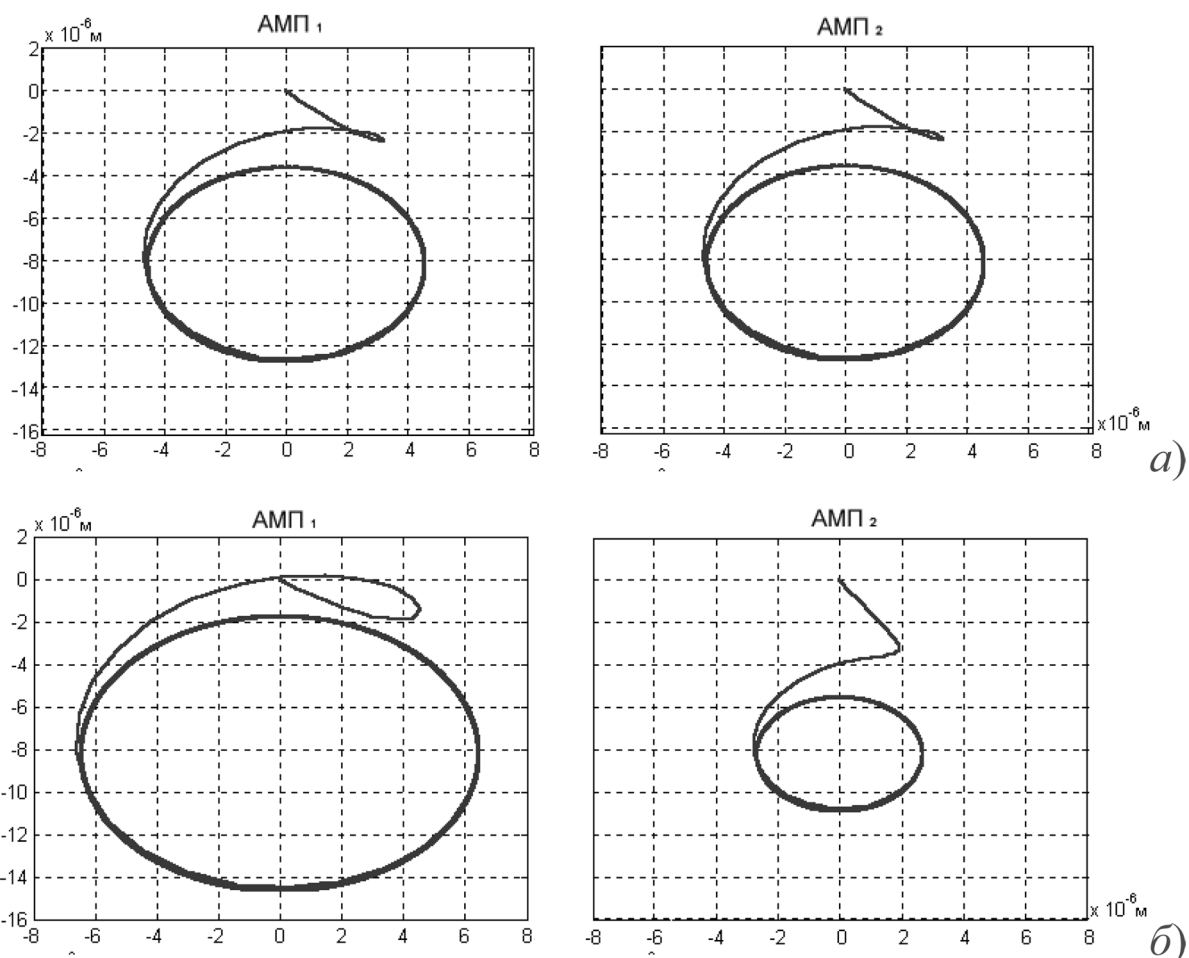


Рис. 7. Траектории движения центров цапф ротора

$$\begin{aligned}
m \ddot{Y}_1 &= -m \frac{I_z}{I} \omega \lambda_1 (\dot{X}_2 - \dot{X}_1) + m e \omega^2 \sin \omega t - \\
&- m \frac{I - I_z}{I} \lambda \lambda_1 \delta \omega^2 \sin \omega t + W_3^\Sigma \left(1 + m \frac{\lambda^2 \lambda_1^2}{I} \right) + \\
&+ W_4^\Sigma \left(1 - m \frac{\lambda^2 \lambda_1 \lambda_2}{I} \right); \\
m \ddot{Y}_2 &= m \frac{I_z}{I} \omega \lambda_1 (\dot{X}_2 - \dot{X}_1) + m e \omega^2 \sin \omega t + \\
&+ m \frac{I - I_z}{I} \lambda \lambda_2 \delta \omega^2 \sin \omega t + W_3^\Sigma \left(1 - m \frac{\lambda^2 \lambda_1 \lambda_2}{I} \right) + \\
&+ W_4^\Sigma \left(1 + m \frac{\lambda^2 \lambda_2^2}{I} \right),
\end{aligned}$$

где I_z — главный центральный момент инерции ротора относительно оси z ; I — главный центральный момент инерции относительно оси, перпендикулярной оси z ; m — масса ротора; ω — угловая скорость ротора; W_i^Σ — обобщенная сила.

Для численной реализации построенной математической модели и проведения серии вычислительных экспериментов была построена виртуальная модель в пакете Simulink 4.5 [7]. Численное решение уравнений движения осуществлялся четырехшаговым методом Адамса—Башфорта четвертого порядка точности [9]. В виде иллюстрации можно привести полученные траектории движения центров опорных участков ротора при расположении центра масс в среднем сечении ротора (рис. 7, а) и при смещении центра масс в сторону одной из опор (рис. 7, б). Траектории движения цапфы ротора представляют собой геометрическое место точек, определяющих положение центра опорной части ротора, движущегося под действием системы внешних возмущающих силовых факторов и реакций активных магнитных подшипников, в конкретный момент времени.

Форма, размеры и положение траектории движения центра цапфы определяются видом и характером нагрузок, геометрическими, механическими и электромагнитными параметрами рассматриваемой системы. Метод траекторий позволяет судить об устойчивости системы "ротор—АМП".

Заключение

Предложенные математические модели расчета электромагнитных сил и параметров движения ротора, численные методы их реализации позволяют прогнозировать основные динамические характеристики системы "ротор—АМП" с произвольно заданными геометрическими и рабочими параметрами. Также это дает возможность оптимизировать процесс проектирования и разработки экспериментальной базы.

Полученные результаты могут служить теоретической основой для решения актуальных на сегодняшний день задач, связанных с движением роторов в АМП, таких как исследование устойчивости движения ротора в АМП: учет непостоянства скорости вращения ротора (в том числе, учет неидеального двигателя ограниченной мощности); учет динамики переходных режимов (пуск—останов, переход через критические частоты, смена режима работы) и т. д.; отклик на ударное (импульсное) возмущение; контактное взаимодействие ротора со страховочным подшипником; учет в модели времени задержки управляющего сигнала, вызванной временными потерями при работе электронной системы управления.

Результаты численного моделирования динамического поведения роторной системы с АМП, иллюстрирующие решение поставленных задач и данные экспериментальных исследований, будут представлены в последующих работах авторов.

Список литературы

1. Подураев Ю. В. Мехатроника: основы, методы, применение: Учеб. пособие для студентов вузов. 2-е изд., стер. М.: Машиностроение, 2007. 256 с.
2. Журавлев Ю. Н. Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. СПб.: Политехника, 2003. 206 с.
3. Schweitzer G., Bleuler H., Traxler A. Active magnetic bearings. Hochschulverlag AG an der ETH Zurich, 1994. 244 p.
4. <http://www.ni.com/>
5. Иродов И. Е. Основные законы электромагнетизма: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1983. 279 с.
6. <http://www.femlab.com/>
7. <http://matlab.exponents.ru/>
8. Соломин О. В., Майоров С. В. Моделирование пространственного движения несимметричного жесткого ротора на подшипниках жидкостного трения // Изв. вузов. Машиностроение. 2007. № 10. С. 19—24.
9. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченкова Н. В. Вычислительные методы для инженеров. М.: Высшая школа, 1994. 544 с.

УДК 621.865.8

В. Ф. Филаретов, д-р техн. наук, проф.,
А. А. Кацурин, канд. техн. наук, науч. сотр.,
Институт автоматизации и процессов управления
ДВО РАН, г. Владивосток
Ю. А. Пугачев, зав. лаб.,
Московский физико-технический институт,
г. Жуковский
katsurin@mail.ru

Метод полуавтоматического комбинированного управления манипулятором с помощью подвижной телекамеры¹

Рассматривается метод полуавтоматического комбинированного телеуправления многозвенным манипулятором с помощью специального задающего устройства. Для обзора рабочего пространства используется телекамера, оптическая ось которой в процессе выполнения операций может менять свою пространственную ориентацию. Предложен и исследован алгоритм работы вычислительной системы, рассчитывающей задающие воздействия на приводы всех степеней подвижности манипулятора.

Ключевые слова: манипулятор, подвижная телекамера, полуавтоматическое управление.

Для быстрого и качественного выполнения различных ответственных операций в экстремальных условиях с помощью манипуляторов часто используется режим полуавтоматического управления. В этом режиме человек-оператор на основе изображения рабочего пространства на экране телемонитора формирует требуемое перемещение схвата или рабочего органа манипулятора с помощью задающего устройства (ЗУ). Задачи по качественному телеуправлению различными манипуляторами решались и решаются многими исследователями в разных странах мира [1–5]. Однако многие важные проблемы в этой области еще требуют дополнительных исследований.

В частности, вопросы эффективного телеуправления многозвенными манипуляторами с помощью подвижных телекамер в литературе практически не рассматриваются. При этом для качественного выполнения многих технологических операций в зоне работ целесообразно иметь несколько телекамер с различной ориентацией их оптических осей, или

используемая телекамера должна иметь возможность перемещаться в пространстве и изменять ориентацию своей оптической оси. В этом случае оператор для формирования точной траектории движения схвата должен постоянно учитывать взаимную ориентацию ЗУ, манипулятора и телекамеры, что приводит к большой дополнительной нагрузке на оператора.

Учитывать текущую ориентацию оптической оси подвижной телекамеры позволяет подход, предложенный в работе [6]. Но в [6] не рассматривается задача формирования требуемых сигналов управления манипулятором с помощью используемых ЗУ при изменении этой ориентации. В работах [7, 8] решается задача телеуправления многозвенным манипулятором при изменении ориентации телекамеры, однако при использовании предложенного алгоритма некоторые движения ЗУ не могут быть выполнены манипулятором с конкретной кинематической схемой (более подробно эти проблемы будут рассмотрены ниже при описании работы предлагаемой комбинированной системы полуавтоматического управления). Кроме того, в указанных работах четко не определена исходная взаимная ориентация телекамеры, телемонитора, манипулятора и ЗУ, что не позволяет однозначно решать возникающие задачи управления, а в процессе решения обратной задачи кинематики не устранена проблема возникающей неоднозначности при вычислении обратных тригонометрических функций.

Таким образом, проблема разработки новых методов и алгоритмов полуавтоматического телеуправления многозвенными манипуляторами при изменении ориентации оптической оси телекамеры остается по-прежнему актуальной.

1. Постановка задачи

В данной работе ставится и решается задача создания метода полуавтоматического комбинированного телеуправления шестистепенным манипулятором с помощью трехстепенного ЗУ специальной конструкции. При этом изображение рабочей зоны манипулятора на экране телемонитора формируется с помощью телекамеры, оптическая ось которой в ходе выполнения рабочих операций может произвольным образом изменять свою пространственную ориентацию за счет вращения вокруг двух взаимно перпендикулярных осей. Решение указанной задачи позволит значительно снизить психологическую нагрузку на оператора, а также повысить производительность и точность выполнения ответственных операций.

¹ Работа поддерживается грантами РФФИ.

2. Описание системы полуавтоматического комбинированного телеуправления манипулятором

Система полуавтоматического управления, работающая в режиме комбинированного управления, показана на рис. 1. В этой системе пространственное движение схвата 7 шестистепенного манипулятора 6 задается оператором с помощью ЗУ 1 специальной конструкции, имеющего три степени подвижности. Контроль движения схвата осуществляется по его изображению на экране телемонитора 5, получаемому с помощью телекамеры 8, имеющей две степени подвижности.

На рис. 1 введены следующие обозначения: C_i ($i = \overline{1, 6}$) — системы координат (СК), жестко связанные, соответственно, с основанием ЗУ, рукояткой ЗУ 2, основанием манипулятора, основанием схвата, схватом манипулятора и корпусом телекамеры; r_c — вектор положения основания схвата манипулятора в СК C_3 ; q_i ($i = \overline{1, 12}$) — обобщенные координаты соответствующих степеней подвижности ЗУ, манипулятора и телекамеры, которые формируются в одноименных шарнирах; l_1 и l_2 — длины соответствующих звеньев манипулятора, которые всегда лежат в одной плоскости.

Для удобства последующих расчетов неподвижные СК C_1 и C_3 приподняты до шарниров q_2 и q_6 соответственно. Их оси z_1 и z_3 вертикальны и всегда совпадают с осями шарниров q_1 и q_5 соответственно. Плоскость экрана телемонитора 5 фиксирована в СК C_1 .

Необходимо отметить, что движение рукоятки ЗУ и движение изображения схвата манипулятора, наблюдаемое на экране телемонитора 5, воспринимаются оператором как движение в СК C_1 . В соответствии с этим можно считать, что для оператора СК C_1 и C_6 совпадают. Ось z_2 всегда совпадает с осью шарнира q_3 и продольной осью рукоятки ЗУ 2, которая, в свою очередь, всегда перпендикулярна оси шарнира q_2 .

Следует отметить, что оси шарниров q_6 и q_7 и ось x_4 всегда параллельны между собой, а ось z_4 всегда совпадает со звеном l_2 . Ось z_5 , как и ось y_5 , лежит в плоскости схвата манипулятора и совпадает с осью шарнира q_{10} , которая всегда перпендикулярна оси шарнира q_9 . Ось x_6 всегда параллельна оси шарнира q_{12} , которая, в свою очередь, всегда перпендикулярна вертикаль-

ной оси шарнира q_{11} , а ось y_6 всегда совпадает с оптической осью телекамеры 8 и направлена навстречу ее объективу.

На рис. 2 показаны исходные положения всех элементов системы, изображенной на рис. 1, когда $q_i = 0$ ($i = \overline{1, 12}$). В этом положении манипулятор и ЗУ расположены вертикально. При этом оси z_i ($i = \overline{1, 6}$) занимают строго вертикальное положение, а направления осей всех СК C_i ($i = \overline{1, 6}$) совпадают.

Предлагаемая система (см. рис. 1) комбинированного телеуправления манипулятором может работать либо в одном из двух чередующихся режимов [7, 8]: в режиме переноса схвата в заданную точку пространства или в режиме пространственной ориентации этого схвата, либо одновременно в двух указанных режимах. В режиме переноса управление перемещением характерной точки схвата манипулятора в пространстве осуществляется по вектору скорости, а пространственная ориентация схвата обеспечивается с помощью позиционного управления. При этом в обоих режимах управление осуществляется с помощью одного и того же трехстепенного ЗУ специальной конструкции (рис. 1, 2) одновременно или раздельно во времени. Переход от режима ориентации к режиму переноса схвата и наоборот, а также к одновременному выполнению этих режимов оператор может задавать с помощью трехпозиционного кнопочного переключателя 4.

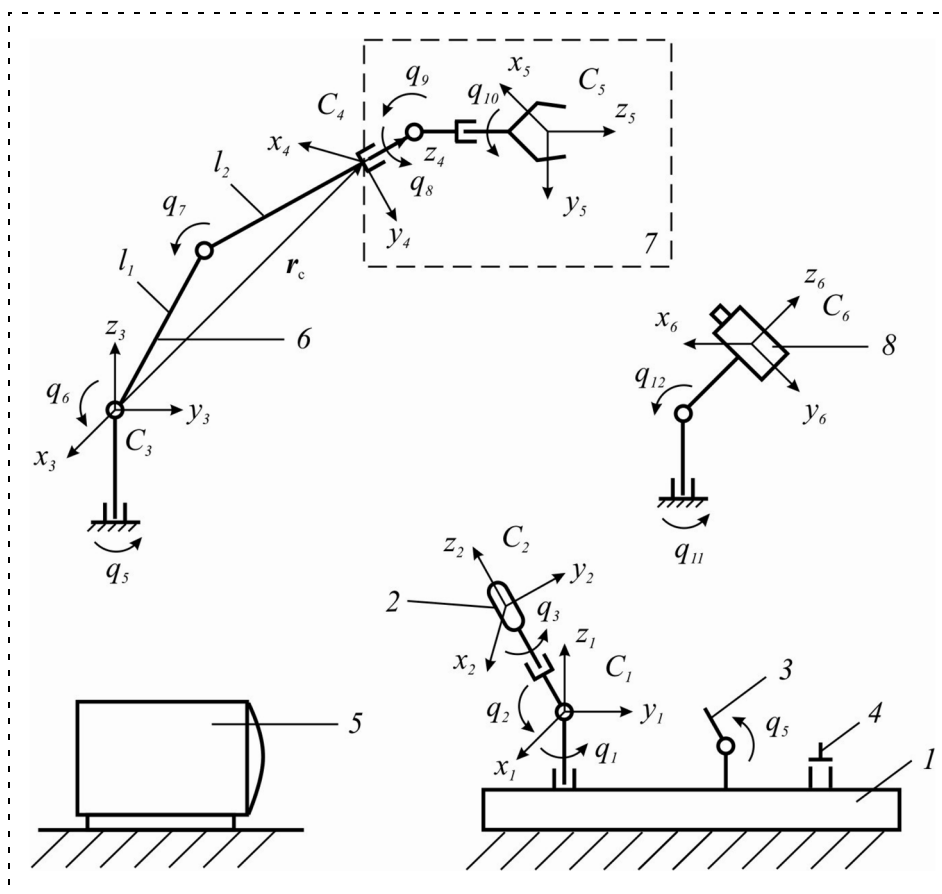


Рис. 1. Обобщенная схема системы комбинированного телеуправления манипулятором с помощью специального ЗУ

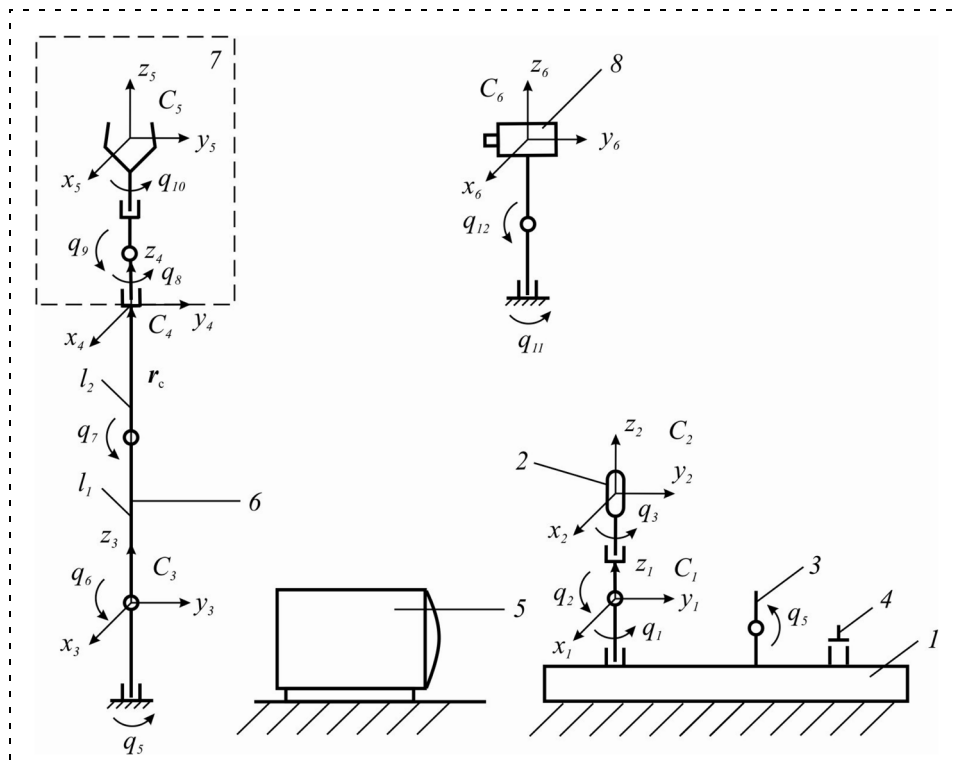


Рис. 2. Исходные положения ЗУ, манипулятора и телекамеры

В режиме переноса продольная ось рукоятки 2 всегда указывает направление текущего движения характерной точки схвата и совпадает с вектором задаваемой оператором скорости этого движения. Эта ось может иметь в пространстве любую ориентацию. Отклонение датчика 3 (рис. 1, 2) от исходного положения определяет модуль указанного вектора скорости. При этом перемещение схвата в пространстве осуществляется за счет изменения обобщенных координат q_i ($i = 5, 7$) таким образом, что наблюдаемое оператором направление этого перемещения на экране телемонитора всегда совпадает с направлением, указываемым рукояткой ЗУ. В этом режиме ориентация схвата в пространстве сохраняется неизменной.

После перехода (с помощью переключателя 4) во второй режим работы вначале осуществляется автоматическое согласование ориентации изображения схвата манипулятора на экране телемонитора с текущей ориентацией рукоятки 2 трехстепенного ЗУ. Другими словами, в начале второго режима обеспечивается совпадение ориентации изображения осей СК C_5 на экране телемонитора с ориентацией осей СК C_2 ЗУ (см. рис. 1). В дальнейшем оператор может изменять ориентацию схвата, изменяя пространственную ориентацию рукоятки ЗУ 2. При этом в процессе изменения обобщенных координат q_i ($i = 1, 3$) ЗУ с помощью предложенного ниже алгоритма с учетом текущей ориентации оптической оси телекамеры 8 будут соответствующим образом изменяться и обобщенные координаты q_i ($i = 8, 10$) манипулятора. При изменении простран-

ственной ориентации рукоятки ЗУ ориентация изображения схвата 7 на экране телемонитора 5 будет всегда полностью совпадать с текущей пространственной ориентацией этой рукоятки, а вектор r_c при этом будет сохраняться неизменным.

В работах [7, 8] уже предлагался похожий двухрежимный подход к управлению многостепенным манипулятором с помощью аналогичного ЗУ, но во втором режиме (режиме ориентации схвата) не предусматривалось начальное согласование ориентации изображения схвата на мониторе с текущей ориентацией рукоятки ЗУ. В результате последующее управление ориентацией схвата с помощью указанного ЗУ было существенно затруднено.

При работе системы одновременно в двух указан-

ных выше режимах характерная точка схвата на экране телемонитора будет перемещаться с задаваемой оператором скоростью в направлении, указываемом рукояткой 2 ЗУ. При этом ось z_5 СК C_5 на экране неизменно будет совпадать с продольной осью рукоятки 2, т. е. схват манипулятора будет всегда обращен в сторону текущего движения его характерной точки.

Для реализации предлагаемого способа комбинированного полуавтоматического телеуправления манипулятором был разработан представленный ниже алгоритм работы вычислительной системы, позволяющий с помощью трехстепенного ЗУ (рис. 1, 2) формировать желаемые значения всех обобщенных координат манипулятора, т. е. задающие воздействия на приводы всех его степеней подвижности.

3. Описание алгоритма работы системы комбинированного телеуправления манипулятором

Далее будут рассмотрены этапы алгоритма комбинированного полуавтоматического телеуправления шестистепенным манипулятором с помощью трехстепенного ЗУ (рис. 1, 2). В этом алгоритме *этапы 1–4* реализуют режим переноса схвата манипулятора, а *этапы 6–7* — режим управления ориентацией этого схвата. Последовательное использование всех *этапов 2–8* обеспечивает одновременное выполнение и режима переноса, и режима ориентации.

Для описания этого алгоритма введены следующие обозначения: $\mathbf{R}_{Xi}, \mathbf{R}_{Yi}, \mathbf{R}_{Zi} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ — матрицы элементарных поворотов на углы q_i относительно осей координат x, y, z соответственно; $\mathbf{A}_j^i \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ — матрица ортогональных преобразований — сложного поворота, преобразующая вектор, заданный в повернутой СК C_j , в вектор, заданный в неподвижной СК C_i [9].

Этап 1. На данном этапе в момент включения режима переноса с помощью встроенных датчиков измеряются углы поворотов звеньев манипулятора (обобщенные координаты манипулятора) и вычисляются соответствующие значения синусов и косинусов этих углов, которые используются для определения исходного значения координат вектора $\mathbf{r}_c = \mathbf{r}_{c0}$. При этом все обобщенные координаты относительно исходного положения (рис. 2) отсчитываются в положительном направлении — против часовой стрелки. Элементы вектора $\mathbf{r}_c$ в СК C_3 определяются с помощью выражений: $x_3 = (l_1 s_6 + l_2 s_{6,7}) s_5$, $y_3 = -(l_1 s_6 + l_2 s_{6,7}) c_5$, $z_3 = l_1 c_6 + l_2 c_{6,7}$, где $c_i, s_i, c_{i,j}, s_{i,j} = \cos q_i, \sin q_i, \cos(q_i + q_j), \sin(q_i + q_j)$ соответственно. Указанные вычисления выполняются однократно.

Этап 2. Измеряются задаваемые оператором текущие значения q_1 и q_2 рукоятки 2 ЗУ и угол отклонения q_4 задатчика скорости 3. По формуле $\mathbf{v}_1 = (q_4 s_1 s_2, -q_4 c_1 s_2, q_4 c_2)^T$ в СК C_1 определяются компоненты вектора скорости $\mathbf{v}_1$ перемещения схвата манипулятора в пространстве.

Этап 3. На данном этапе определяется новое положение характерной точки схвата манипулятора с учетом направления его движения, задаваемого рукояткой ЗУ. Для этого вектор скорости $\mathbf{v}_1$ с учетом пространственной ориентации телекамеры (в СК C_3) вначале переводится из СК C_1 в СК C_3 с помощью выражения $\mathbf{v}_3 = \mathbf{A}_6^3 \mathbf{v}_1 = \mathbf{A}_1^3 \mathbf{v}_1$, где матрицы поворота $\mathbf{A}_6^3 = \mathbf{A}_1^3$ связывают неподвижные СК C_1 и C_3 , поскольку, как указывалось ранее, для оператора, наблюдающего за работой манипулятора по изображению на экране телемонитора, СК C_1 и C_6 всегда совпадают (плоское изображение на экране телемонитора всегда перпендикулярно оси y_6 , а он всегда неподвижен в СК C_1).

Пользуясь известным правилом преобразования координат объектов из СК C_6 в СК C_3 [9], не сложно показать, что

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_6^3 &= \mathbf{A}_1^3 = \mathbf{R}_{Z11} \mathbf{R}_{X12} = \\ &= \begin{bmatrix} c_{11} & -s_{11} & 0 \\ s_{11} & c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{12} & -s_{12} \\ 0 & s_{12} & c_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & -s_{11} c_{12} & s_{11} s_{12} \\ s_{11} & c_{11} c_{12} & -c_{11} s_{12} \\ 0 & s_{12} & c_{12} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Далее по вектору скорости $\mathbf{v}_3$ определяется положение характерной точки схвата в виде $\mathbf{r}_{ci+1} = \mathbf{r}_{ci} + \mathbf{v}_3 \Delta t$, где $\Delta t = \text{const}$ — интервал времени, в течение которого выполняются все вычисления, соответствующие шагам 2—5 рассматриваемого алгоритма, и

происходит обработка манипулятором очередного задаваемого отрезка траектории $\mathbf{v}_3 \Delta t$ его движения; $\mathbf{r}_{ci}$ — значение вектора $\mathbf{r}_c$ на предыдущем цикле выполнения рассматриваемого алгоритма; $\mathbf{r}_{ci+1}$ — вновь рассчитанное значение вектора $\mathbf{r}_c$.

Этап 4. Решается обратная задача кинематики (ОЗК) манипулятора: на основе полученных значений элементов вектора $\mathbf{r}_c$ определяются числовые значения обобщенных координат трех его переносных степеней подвижности q_i ($i = 5, 7$), которые являются задающими воздействиями для следящих приводов этих степеней.

Следует отметить, что вектор $\mathbf{r}_c$ длиной l и звенья l_1, l_2 манипулятора образуют треугольник (рис. 3). Значение l вычисляется по формуле: $l = \sqrt{x_3^2 + y_3^2 + z_3^2}$, где x_3, y_3, z_3 — координаты вектора $\mathbf{r}_c$.

Площадь указанного треугольника находится с помощью выражения [10] $S = 1/2 l h_1 = 1/2 l_1 h_2 = \sqrt{p(p-l_1)(p-l_2)(p-l)}$, где $p = 0,5(l_1 + l_2 + l)$ — половина периметра треугольника, h_1, h_2 — его высоты. Из этого выражения определяются значения $h_1 = 2\sqrt{p(p-l_1)(p-l_2)(p-l)}/l$ и $h_2 = 2\sqrt{p(p-l_1)(p-l_2)(p-l)}/l_1$.

Вместе с тем, из рис. 3 видно, что $h_1 = l_1 \sin \alpha$, $h_2 = l_2 \sin q_7$. С учетом этого можно определить $q_7 = \arcsin(h_2/l_2) = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{p(p-l_1)(p-l_2)(p-l)}}{l_1 l_2}\right)$.

Из рис. 3 также видно, что координата q_6 может быть вычислена с помощью выражения $q_6 = \pi/2 - (\alpha + \theta) = \pi/2 - (\arcsin(h_1/l_1) + \arcsin(z_3/l)) = \pi/2 - \left(\arcsin\left(\frac{2\sqrt{p(p-l_1)(p-l_2)(p-l)}}{l_1 l}\right) + \arcsin(z_3/l)\right)$, а обобщенная координата q_5 (см. рис. 1) находится с помощью выражения: $q_5 = \arctg(-x_3/y_3)$.

Отметим, что при решении ОЗК полагалось, что конструктивные ограничения в степенях подвиж-

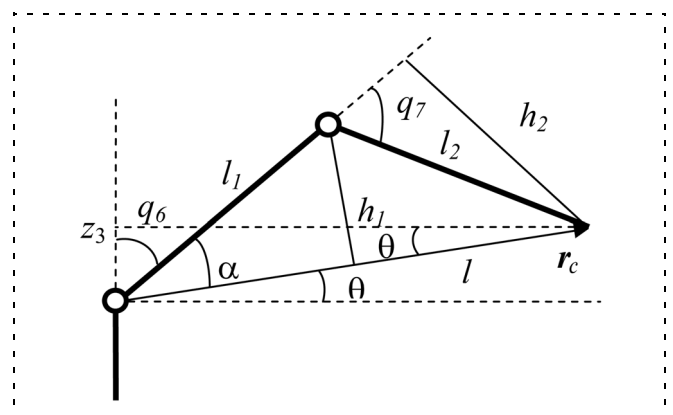


Рис. 3. Схема для решения ОЗК манипулятора

ности манипулятора исключают возможность появления неоднозначности при вычислении обратных тригонометрических функций. Для этого предельные значения q_i ($i = \overline{5, 7}$) принимались равными $\pm\pi/2$.

Этап 5. Происходит переход на *этап 2*, если переключатель режимов 4 ЗУ (см. рис. 1) находится в положении, соответствующем режиму только переноса схвата. В противном случае осуществляется переход на *этап 6*.

Этап 6. Начиная с этого этапа, обеспечивается формирование сигналов, управляющих ориентацией схвата манипулятора с учетом текущей ориентации оптической оси телекамеры 8 и рукоятки 2. Для реализации этого режима вначале с помощью матрицы A_2^1 осуществляется перевод из СК C_2 в СК C_1 , т. е. описывается текущая ориентация рукоятки ЗУ в СК C_1 . Матрица A_2^1 может быть получена путем последовательных поворотов СК C_2 на углы q_3, q_2, q_1 относительно осей x, y, z , соответственно:

$$A_2^1 = R_{Z1} R_{X2} R_{Z3} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & -s_2 \\ 0 & s_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 \\ s_3 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} c_1 c_3 - s_1 c_2 s_3 & -c_1 s_3 - s_1 c_2 c_3 & s_1 s_2 \\ s_1 c_3 + c_1 c_2 s_3 & -s_1 s_3 + c_1 c_2 c_3 & -c_1 s_2 \\ s_2 s_3 & s_2 c_3 & c_2 \end{bmatrix}.$$

Ориентация схвата манипулятора и связанной с ним СК C_5 в СК C_4 описывается матрицей A_5^4 . Ориентация СК C_4 в СК C_3 определяется переносными степенями подвижности манипулятора q_i ($i = \overline{5, 7}$) и в общем случае отличается от ориентации СК C_2 в СК C_1 (см. рис. 1). Однако, как это уже указывалось ранее, в рассматриваемом режиме работы текущая ориентация изображения схвата манипулятора (оси x_5, z_5) на экране телемонитора (в СК C_1) независимо от текущей ориентации оптической оси телекамеры и ориентации СК C_4 всегда должна совпадать с текущей ориентацией рукоятки ЗУ (осями x_2, z_2) в СК C_1 , т. е. должно выполняться равенство $A_5^4 = A_3^4 A_1^3 A_2^1 = (A_4^3)^T A_1^3 A_2^1$ (для ортогональных матриц поворота справедливо условие $A_3^4 = (A_4^3)^T$ [9]). Правая часть этого равенства обусловлена последовательным переходом от СК C_2 к СК C_1 , затем — к СК C_3 и, наконец, — к СК C_4 .

Матрица A_1^3 рассчитана на *этапе 3* рассмотренного алгоритма, а матрицу A_4^3 можно определить

по уже вычисленным на *этапе 4* значениям обобщенных координат q_i ($i = \overline{5, 7}$):

$$A_4^3 = R_{Z5} R_{X6, 7} =$$

$$= \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 \\ s_5 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{6, 7} & -s_{6, 7} \\ 0 & s_{6, 7} & c_{6, 7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 c_{6, 7} & s_5 s_{6, 7} \\ s_5 & c_5 c_{6, 7} & -c_5 s_{6, 7} \\ 0 & s_{6, 7} & c_{6, 7} \end{bmatrix}.$$

Этап 7. На этом этапе вычисляются значения трех последних обобщенных координат, которые определяют пространственную ориентацию схвата манипулятора.

Очевидно, что матрицу A_5^4 можно определить также и в следующем виде:

$$A_5^4 = R_{Z8} R_{X9} R_{Z10} = \begin{bmatrix} c_8 & -s_8 & 0 \\ s_8 & c_8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_9 & -s_9 \\ 0 & s_9 & c_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{10} & -s_{10} & 0 \\ s_{10} & c_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} c_8 c_{10} - s_8 c_9 s_{10} & -c_8 s_{10} - s_8 c_9 c_{10} & s_8 s_9 \\ s_8 c_{10} + c_8 c_9 s_{10} & -s_8 s_{10} + c_8 c_9 c_{10} & -c_8 s_9 \\ s_9 s_{10} & s_9 c_{10} & c_9 \end{bmatrix}.$$

С учетом вида полученных элементов матрицы A_5^4 можно вычислить обобщенные координаты всех ориентирующих степеней подвижности манипулятора: $q_9 = \arccos(a_{33})$, $q_8 = \arcsin(a_{13}/s_9)$, $q_{10} = \arcsin(a_{31}/s_9)$, где a_{ij} — полученные на *этапе 6* числовые значения соответствующих элементов матрицы A_5^4 . Из выражений для q_8, q_{10} видно, что при $q_9 = 0$ происходит вырождение, и система теряет управляемость. Для устранения этой ситуации в процессе управления необходимо выдерживать условие $q_9 \neq 0$.

Для исключения возникающей неоднозначности при вычислении значений обратных тригонометрических функций предполагается, что обобщенные координаты q_8, q_{10} конструктивно ограничены значениями $\pm\pi/2$, а координата q_9 изменяется в диапазоне $(0, \pi]$.

Поскольку обобщенные координаты, рассчитанные на этом этапе, являются задающими воздействиями для следящих приводов соответствующих степеней подвижности схвата манипулятора, то после включения режима ориентации изображения этого схвата на экране телемонитора полностью совпадет в СК C_1 с ориентацией рукоятки ЗУ. При этом будет обеспечено начальное согласование изображения ориентации схвата манипулятора на экране телемонитора и рукоятки ЗУ (если схват и ЗУ имели различную ориентацию). В дальнейшем совпадение движений и ориентаций рукоятки и схвата на экране телемонитора сохраняется.

Этап 8. Если переключатель режимов 4 находится в положении, соответствующем режиму управ-

ления только ориентацией схвата, то происходит переход на *этап 6*. Если оператором задан переход только на режим переноса схвата, то осуществляется переход на *этап 1*. В противном случае следует переходить на *этап 2* рассмотренного алгоритма.

4. Исследование работы системы комбинированного телеуправления

Доля проверки работоспособности предлагаемого алгоритма комбинированного полуавтоматического телеуправления было проведено моделирование работы всей рассматриваемой системы. При этом полагалось, что $l_1 = 0,5$ м; $l_2 = 0,3$ м; координаты q_i ($i = 1, 3$) имеют диапазоны изменения $[-\pi, \pi]$; координаты q_i ($i = 5, 8$ и $10, 12$) — диапазоны $[-\pi/2, \pi/2]$; координата q_4 — диапазон $[0, \pi/2]$; а координата q_9 — диапазон $(0, \pi]$. В принципе диапазоны изменения указанных обобщенных координат могут быть увеличены практически до 2π . Однако в этом случае предложенная система управления манипулятором существенно усложнится, так как появятся неоднозначности определения обобщенных координат q_i при решении ОЗК. Для устранения этих неоднозначностей потребуется вводить дополнительные логические условия. Кроме того, при моделировании не учитывалась динамика манипулятора, т. е. полагалось, что отработка им всех входных воздействий, а также расчет этих воздействий при решении ОЗК происходят мгновенно. При этом величина Δt на третьем этапе предложенного алгоритма выбиралась равной $\Delta t = 0,01$ с.

При моделировании процесс работы системы разбивается на два этапа: на интервале времени $0 \dots 5$ с система работает в режиме переноса, а на интервале $5 \dots 10$ с — в режиме ориентации схвата. В начальный момент времени обобщенные координаты манипулятора приняты равными: $q_5 = q_7 = 0$, $q_6 = \pi/2$, а рукоятка 2 ЗУ и задатчик скорости 3 (см. рис. 1) повернуты на углы $q_1 = -\pi/4$, $q_2 = -\pi/3$, $q_3 = 0$, $q_4 = \pi/9$. В момент времени $t = 5$ с начинается режим ориентации, при котором законы изменения обобщенных координат ЗУ имеют

вид: $q_1 = (-\pi/5)\sin(0,5t)$, $q_2 = (\pi/3)\sin(0,3t)$, $q_3 = (-\pi/6)\cos(0,5t)$.

Результаты моделирования при $q_{11} = q_{12} = 0$ представлены на рис. 4–6. На рис. 4, а показаны законы изменения обобщенных координат ЗУ. Из рис. 4, б видно, как в режиме переноса происходит изменение обобщенных координат переносных степеней подвижности манипулятора q_i ($i = 5, 7$) и длины l вектора r_c . Но когда манипулятор при движении в заданном направлении выходит на границы рабочей зоны ($l_{\max} = 0,8$ м), его дальнейшее перемещение прекращается. В режиме ориентации ($t = 5 \dots 10$ с) при изменении положения рукоятки ЗУ вектор r_c не изменяется. На рис. 4, в показаны законы изменения обобщенных координат ориентирующих степеней подвижности схвата q_8, q_9, q_{10} .

Как видно из рис. 4, в режиме переноса ($t = 0 \dots 5$ с) ориентация схвата не изменяется, а в режиме ориен-

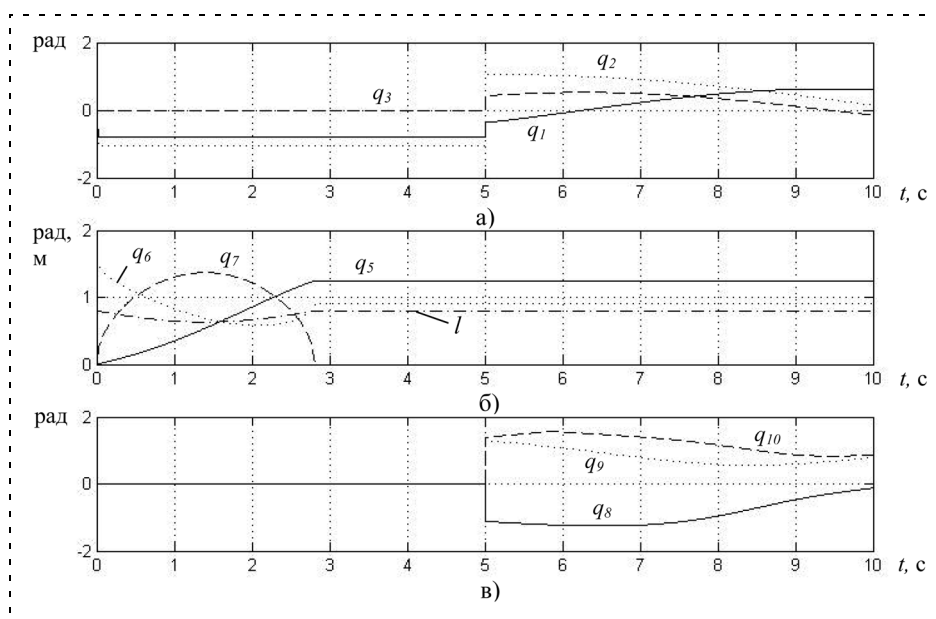


Рис. 4. Результаты моделирования движения системы при $q_{11} = q_{12} = 0 = \text{const}$

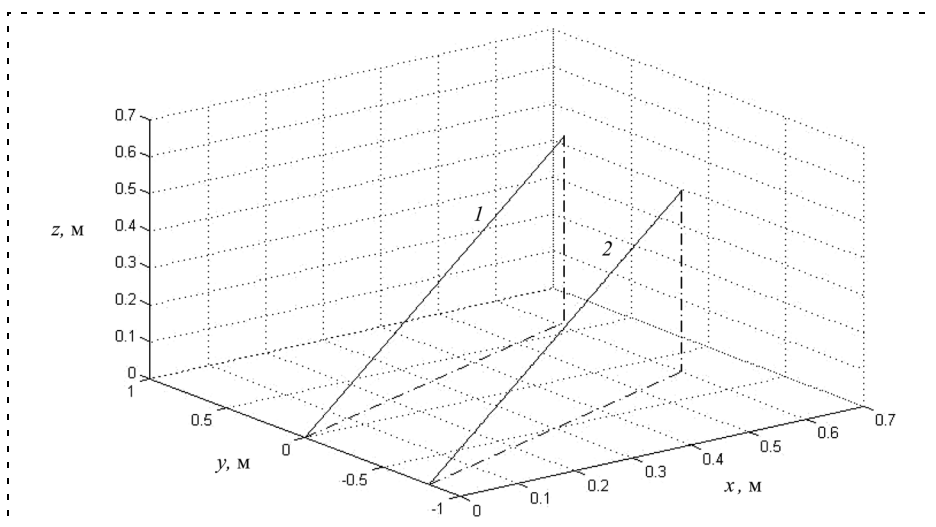


Рис. 5. Движение характерной точки схвата в режиме переноса при $q_{11} = q_{12} = 0$

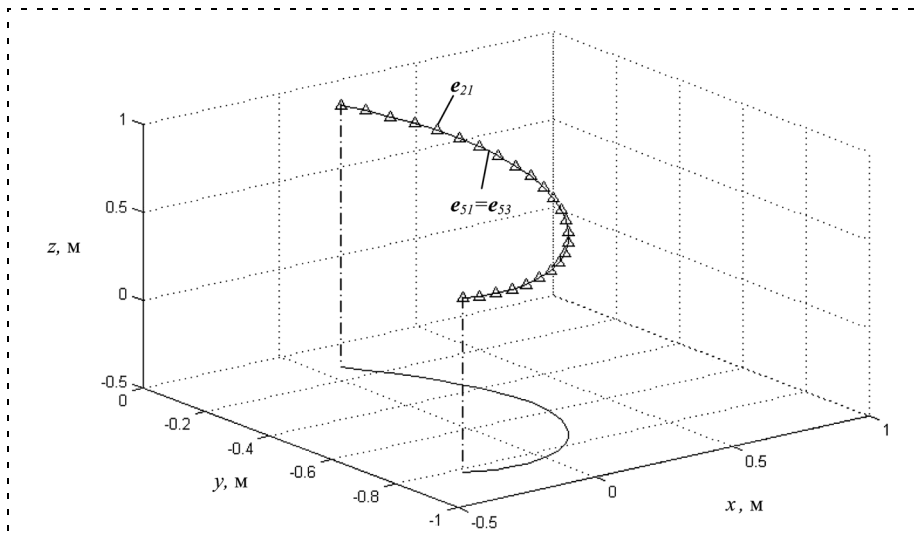


Рис. 6. Координаты векторов, показывающих ориентации ЗУ и схвата при $q_{11} = q_{12} = 0$

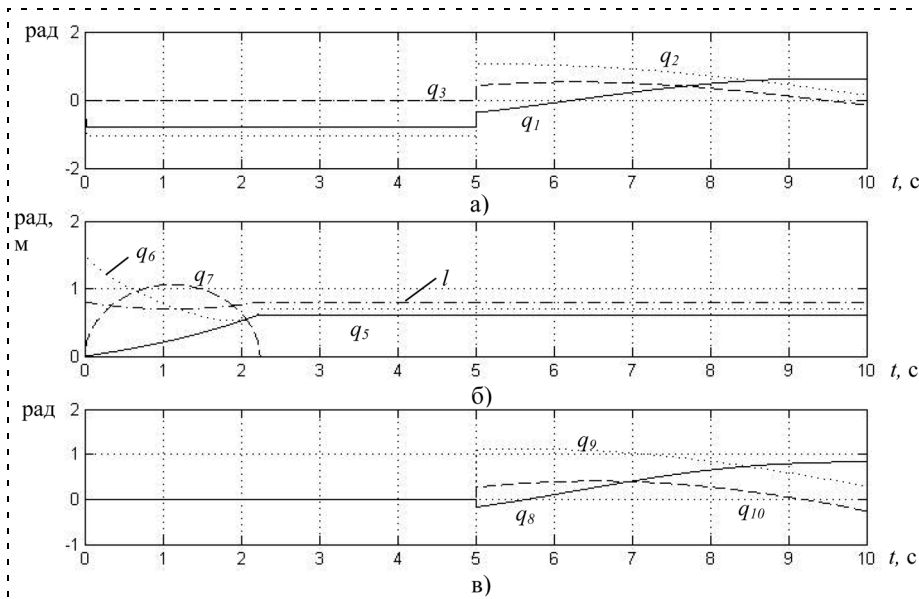


Рис. 7. Результаты моделирования при $q_{11} = q_{12} = \pi/4 = \text{const}$

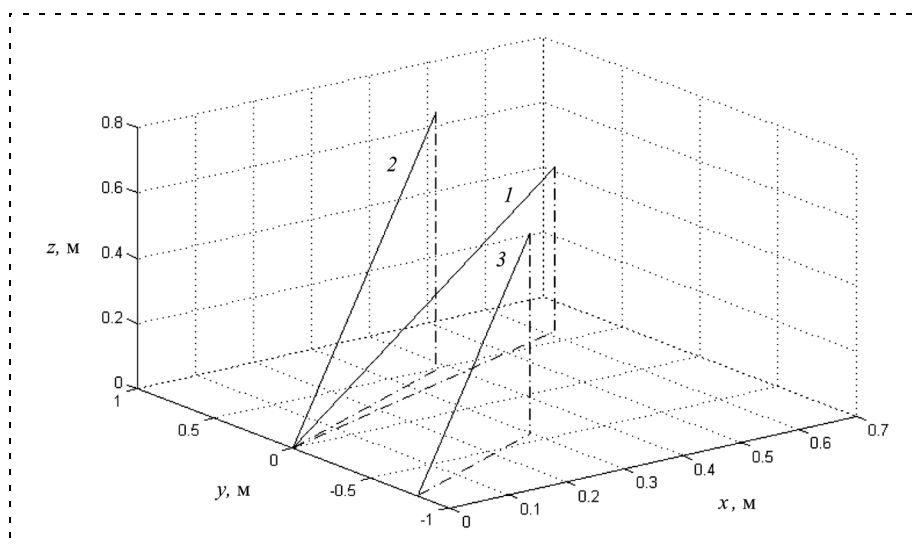


Рис. 8. Движение характерной точки схвата в режиме переноса при $q_{11} = q_{12} = \pi/4$

тации законы изменения обобщенных координат схвата отличаются от законов движения рукоятки ЗУ. Это объясняется тем, что ориентация основания схвата манипулятора (СК C_4) не совпадает с ориентацией основания рукоятки ЗУ (СК C_1).

На рис. 5 показана линия l , совпадающая с вектором скорости v_1 , которая задается рукояткой ЗУ в СК C_1 . Результаты моделирования показали, что при $q_{11} = q_{12} = 0 = \text{const}$ (телекамера находится в исходном положении) с этим вектором полностью совпадает и вектор скорости v_3 движения характерной точки схвата в СК C_3 . На этом же рисунке цифрой 2 обозначена траектория движения указанной характерной точки схвата манипулятора, которая движется строго параллельно вектору скорости v_1 (v_3).

Для визуальной оценки взаимной ориентации рукоятки ЗУ и схвата в процессе движения манипулятора введем единичный вектор $e_2 = (0,0,1)^T$, заданный в СК C_2 и совпадающий с рукояткой ЗУ (с осью z_2), а также вектор $e_5 = (0,0,1)^T$, заданный в СК C_5 и совпадающий по направлению с осью z_5 . С помощью

преобразования $e_{21} = A_2^1 e_2$ переведем вектор e_2 в СК C_1 , а вектор e_5 в СК C_3 — $e_{53} = A_4^3 A_5^4 e_5$ и в СК C_1 — $e_{51} = A_3^1 A_4^3 A_5^4 e_5$, где e_{21} — вектор, показывающий ориентацию схвата манипулятора в СК C_1 , а e_{51} и e_{53} — векторы, показывающие ориентацию схвата манипулятора в СК C_1 (на экране телемонитора) и в СК C_3 соответственно.

На рис. 6 показаны графики изменения координат векторов e_{21} , e_{51} и e_{53} во времени при неподвижной телекамере (причем $q_{11} = q_{12} = 0$) и движении рукоятки ЗУ. Из этого рисунка видно, что при изме-

нении координат вектора e_{21} (треугольные маркеры) координаты векторов e_{53} и e_{51} , показывающих ориентацию схвата манипулятора, всегда совпадают как между собой, так и с координатами вектора e_{21} .

На рис. 7–9 показаны результаты моделирования системы при повернутой телекамере, когда $q_{11} = q_{12} = \pi/4 = \text{const}$. При этом законы изменения обобщенных координат ЗУ во времени остались прежними (см. рис. 4, а и 7, а), но вследствие новой ориентации телекамеры законы изменения обобщенных координат q_i ($i = 5, 7$) стали иными. При этом манипулятор выходит на границы рабочей зоны ($l_{\max} = 0,8$ м) за другое время — 2,2 с (против 2,8 с на рис. 4, б). Законы изменения обобщенных координат схвата манипулятора q_i ($i = 8, 10$) в режиме его ориентации, показанные на рис. 7, в, при измененной ориентации телекамеры отличаются как от законов движения рукоятки ЗУ, так и от законов изменения координат q_i ($i = 8, 10$), изображенных на рис. 4, в.

На рис. 8 показаны линия 1, совпадающая с вектором скорости v_1 , которая задается рукояткой ЗУ в СК C_1 , линия 2, совпадающая с вектором скорости v_3 движения схвата манипулятора в СК C_3 , и линия 3, которая обозначает траекторию движения характерной точки схвата манипулятора в СК C_3 . Как видно из этого рисунка, при изменении ориентации телекамеры изменяется и направление вектора v_3 по сравнению с вектором v_1 . При этом характерная точка схвата манипулятора движется строго параллельно вектору скорости v_3 .

На рис. 9 показаны графики изменения координат векторов e_{21} , e_{51} и e_{53} во времени при $q_{11} = q_{12} = \pi/4 = \text{const}$. Из этого рисунка видно, что при изменении координат вектора e_{21} координаты векторов e_{53} и e_{51} уже не совпадают, так как из-за поворота телекамеры не совпадают ориентации СК C_3 и C_1 . При этом координаты векторов e_{21} и e_{51} по-прежнему совпадают, т. е. ориентация изображения схвата манипулятора, наблюдаемого на экране телемонитора в СК C_1 , совпадает с ориентацией рукоятки ЗУ.

Таким образом, результаты выполненного математического моделирования полностью подтвердили работоспособность предлагаемого алгоритма, режимов работы и созданной вычислительной системы комбинированного полуавтоматического телеуправления манипулятором.

Заключение

Предложенный метод комбинированного полуавтоматического телеуправления многозвенным манипулятором позволяет с помощью простейшего

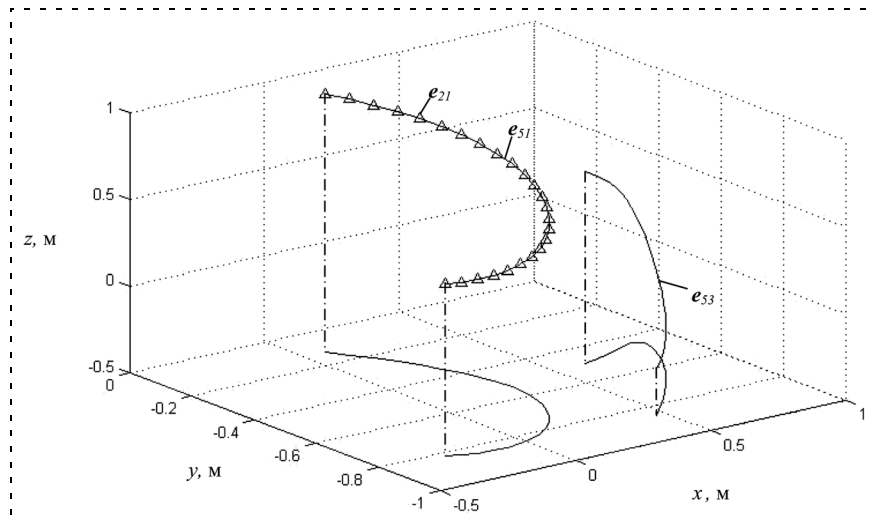


Рис. 9. Координаты векторов, показывающих ориентации ЗУ и схвата при $q_{11} = q_{12} = \pi/4$

ЗУ выполнять сложные технологические операции, автоматически учитывая изменяющуюся во время работы пространственную ориентацию оптической оси телекамеры. При этом значительно снижается психологическая нагрузка на человека-оператора, которому уже не требуется постоянно учитывать в своих действиях текущую ориентацию указанной оптической оси. Результаты выполненного математического моделирования полностью подтвердили работоспособность и высокую эффективность предложенной системы телеуправления сложным манипулятором.

Список литературы

1. Дистанционно управляемые роботы и манипуляторы / В. С. Кулешов, Н. А. Лакота, В. В. Андрюнин и др. М.: Машиностроение, 1986.
2. Lee D., Spong M. W. Passive bilateral control of teleoperators under constant time-delay // Proc. 16 IFAC World Congress. Prague, Czech Rep., 2005, File 03009.pdf (CD-ROM), 1–6 p.
3. Ющенко А. С. Эргатические мехатронные системы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 3. С. 12–24.
4. Changhwan C., Yongchil S., Seungho J., Seungho K. Tele-Operated Fuel Handling Machine Manipulation Robot for the Nuclear Power Plants // Proc. CD-ROM of the 6th Asian Control Conf. Bali, Indonesia, 2006. P. 983–987.
5. Tarca R., Pasc I., Tarca N., Popentiu-Vladicescu F. Remote robot control Via Internet Using Augmented Reality // Proc. of the 18th DAAAM Int. Symp. "Intelligent Manufacturing & Automation". Zadar, Croatia, 2007. P. 739–740.
6. Murao T., Kawai H., Fujita M. Passivity-based dynamic visual feedback control with a movable camera // Proc. 16 IFAC World Congress. Prague, Czech Rep., 2005, File 03089.pdf (CD-ROM), 1–6 p.
7. Филаретов В. Ф., Кихней Г. П., Юрчик Ф. Д. Способ полуавтоматического телеуправления манипулятором // Изв. вузов. Электромеханика. № 1–2. 1995. С. 79–83.
8. Филаретов В. Ф., Алексеев Ю. К., Лебедев А. В. Системы управления подводными роботами / Под ред. В. Ф. Филаретова. М.: Круглый год, 2001. 288 с.
9. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 480 с.
10. Гусев В. А., Мордкович А. Г. Математика; Справочные материалы. М.: Просвещение, 1990. 416 с.

А. В. Инзарцев, канд. техн. наук, зав. лаб.,
Л. В. Киселев, д-р техн. наук, гл. науч. сотр.,
А. В. Медведев, науч. сотр.,
А. М. Павин, науч. сотр.,
А. В. Севрюк, мл. науч. сотр.,
Р. А. Сенин, мл. науч. сотр.,

Институт проблем морских технологий ДВО РАН,

В. А. Бобков, д-р техн. наук, зав. лаб.,

Ю. С. Борисов, мл. науч. сотр.,

С. В. Мельман, инженер-программист,

Институт автоматики

и процессов управления ДВО РАН

inzar@marine.febras.ru

bobkov@iacp.dvo.ru

Имитационный моделирующий комплекс для "интеллектуального" автономного подводного робота

Рассматривается программный моделирующий комплекс для имитационной отладки разрабатываемых алгоритмов управления и систем автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА). Комплекс позволяет моделировать широкий спектр данных, отлаживать разрабатываемые алгоритмы непосредственно в среде системы управления АНПА, а также может функционировать в качестве тренажера оператора АНПА.

Ключевые слова: автономный подводный робот, трехмерная модель среды, моделирование и визуализация движения, формирование эхолокационных изображений, планирование траекторий, реконфигурация характеристик робота.

Проблема исследования и разработки надежных систем управления движением и алгоритмов поведения автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) является ключевой при их создании и эксплуатации. Ее решение требует эффективных методов планирования траекторий и организации движения АНПА с учетом его целевого назначения, функциональных и динамических свойств, характеристик подводной обстановки [1—3].

С этой целью был создан моделирующий программный комплекс, позволяющий эффективно исследовать разрабатываемые системы, устройства и алгоритмы управления АНПА в режиме виртуальной реальности без проведения длительных и дорогостоящих натурных испытаний. При создании комплекса проводились исследования по разработке эффективных методов, алгоритмов и программного обеспечения визуализации, моделирования данных сенсорных устройств АНПА, реконструкции 3D-сцен подводной обстановки, планирования траекторий.

Комплекс проектировался с учетом международного опыта создания подобных систем [5—10], предыдущих разработок ИПМТ и ИАПУ ДВО РАН [1—4] и других организаций, работающих в смежной области [11, 12].

Идея применения моделирующих комплексов для разнообразных технических объектов и их систем, включая подводные аппараты, не нова. Аналогичные комплексы стали активно разрабатываться с начала 90-х годов прошлого века и за прошедшие годы интенсивно развивались на основе новых технологий.

В качестве примера можно привести комплекс AUV Workbench, который был создан в Naval Postgraduate School (США) и отрабатывался на основе AUV "REMUS" [10]. Данный комплекс ориентирован, в первую очередь, на визуальное планирование пространственных сцен и проверку миссий. Среда для планирования миссии построена из ряда окон (фреймов), в которых содержится основная информация, а графика, размещенная на отдельных вкладках, включает географический вид (OpenMap Geographic View), координатный вид (2D Mission Planner), трехмерный вид (3D Scene Viewer), график (Mission Telemetry Plots). При разработке комплекса применена концепция платформенной независимости, в результате чего комплекс получился довольно "тяжеловесным" и предъявляющим очень высокие требования к используемым аппаратным ресурсам.

Другим примером может служить программный комплекс SubSim, разработанный в университете Западной Австралии [9]. Комплекс предназначен для использования в образовательных учреждениях, чтобы повысить интерес к подводной робототехнике, и создавался из доступных в Internet функциональных модулей, таких как Newton Game Dynamics engine, Physics Abstraction Layer. К достоинствам комплекса можно отнести хорошую графику, расширяемость, множество обучающих текстов и примеров. В то же время он не лишен таких недостатков, как отсутствие вывода траектории, неудобное управление обзором, невысокое быстродействие и частые программные сбои.

К числу близких по назначению объектов можно отнести тренажерные комплексы и многофункциональные исследовательские стенды, создаваемые для отработки различных задач морской техники. В этом отношении можно отметить разработки, выполненные в НИИ специального машиностроения МГТУ им. Н. Э. Баумана, в Институте проблем управления РАН. Тренажерный комплекс, созданный в НИИ СМ, предназначен, главным образом, для подготовки операторов подводных аппаратов (привязных телеуправляемых и буксируемых), но может быть использован и для отработки технических систем [11]. Программный комплекс построен по модульному принципу и включает в себя ряд вычислительных модулей, отвечающих за форми-

рование задания, динамическую модель, обмен информацией и визуализацию всех протекающих процессов. Комплекс получил практическое применение при создании и эксплуатации ряда привязных и телеуправляемых аппаратов.

В ИПУ РАН разработан инструментальный программный комплекс для расчета динамических систем (РДС), представляющий собой многомашинный исследовательский стенд достаточно универсального типа [12]. Комплекс также построен в виде блочной модульной структуры с перестраиваемой конфигурацией. Идеология построения комплекса близка к идеологии построения известного пакета Simulink. Вся структура работает под операционной оболочкой Windows с помощью C++ Builder и использует привычные сервисные возможности. Путем введения специальных модулей комплекс может быть ориентирован на решение задач диагностирования и имитационной отладки систем подводного аппарата. Однако сколько-нибудь развитые средства задания модели внешней среды в комплексе отсутствуют.

Вообще говоря, анализ подобных систем показывает, что разные группы разработчиков при создании комплексов акцентируют внимание на различных (видимо, важных для них) аспектах использования комплексов, так что каждый комплекс по-своему уникален. В настоящей работе рассматривается программный моделирующий комплекс, разработанный для эффективной отладки алгоритмов управления АНПА. К отличительным особенностям комплекса можно отнести широкий спектр моделируемых данных, а также возможность проведения отладки разрабатываемых алгоритмов непосредственно в среде системы управления выбранного АНПА. Система спроектирована таким образом, чтобы обеспечить решение следующих основных задач:

- создание универсальной модульной структуры, интерфейсов взаимодействия программного комплекса и их программной реализации, обеспечивающей поддержку режима виртуальной реальности и допускающей:
 - нетрудоемкую модернизацию комплекса при расширении/изменении круга задач;
 - возможность динамического подключения исследуемых алгоритмов и систем как "внешних" модулей;
 - возможность реконфигурации модели АНПА в зависимости от набора оборудования, свойств его движительной установки и т. п.;
- исследование методов управления и планирования траекторий движения АНПА;
- алгоритмическая обработка гидролокационных и эхолокационных данных, направленная на точное определение положения АНПА и отработку движения по требуемой траектории;
- генерация графических моделей подводной обстановки и модели АНПА;

- реконструкция 3D-модели среды по фото- и гидролокационным изображениям;
- анимационная визуализация движения АНПА в условиях модельной подводной обстановки.

Структура комплекса

В основу разрабатываемого моделирующего комплекса положен модульный принцип, обеспечивающий универсальность и гибкость, необходимые для модернизации и адаптации комплекса к расширяемому кругу прикладных задач. Программный комплекс разрабатывался как набор функциональных блоков, которые являются независимыми друг от друга, и каждый из них выполняет свой круг задач. Независимость каждого блока при заданных интерфейсах обмена данными позволяет при необходимости расширять функции блока или использовать его для моделирования движения других объектов управления.

Общая функциональная схема моделирующего комплекса представлена на рис. 1.

На верхнем уровне комплекса можно выделить три компонента, каждый из которых имеет свою структуру:

- 1) основная система моделирования;
- 2) копия управляющей программной среды исследуемого АНПА;
- 3) набор дополнительных утилит-редакторов.

Выделение в общей структуре блока "копия среды СУ АНПА" позволило удовлетворить сформулированному выше требованию о возможности работы в составе моделирующего комплекса программной среды реального АНПА. Как видно из схемы, блок "Моделирование" и "Утилиты" являются универсальными, в то время как в качестве блока "Копия среды АНПА" может использоваться программная среда реального АНПА или соответствующая среда виртуального АНПА. Другими словами, такая структурная организация комплекса позволяет его использовать не только для конструирования или исследования АНПА, но и для испытаний систем управления реальными АНПА.

Рассмотрим подробнее состав каждой части.

Система моделирования является основной частью комплекса и реализуется в виде следующих блоков:

- *визуализатор (блок взаимодействия с пользователем)* предназначен для отображения результатов работы других блоков и выполняет такие функции, как наблюдение за движением аппарата в среде, вывод информации о движении аппарата, просмотр сформированной траектории в распознанной и восстановленной трехмерной обстановке, сохранение и загрузка процесса работы моделирующего комплекса;
- *блок моделирования движения АНПА* выполняет расчет динамики аппарата при известных управляющих величинах движительного комплекса,

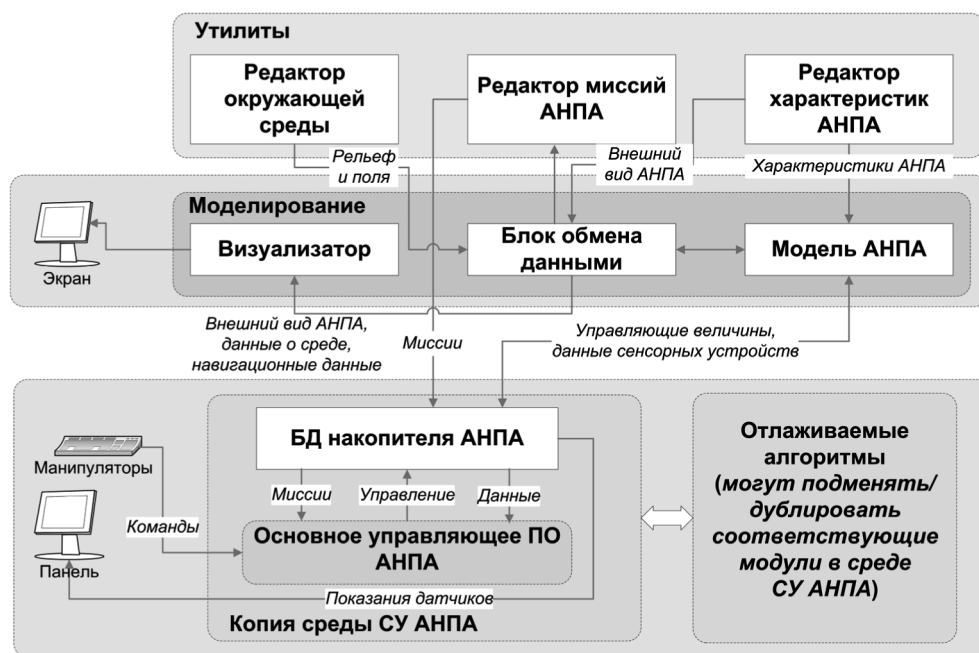


Рис. 1. Функциональная схема моделирующего комплекса для исследования алгоритмов движения и управления АНПА

а также моделирует показания сенсоров АНПА в окружающей обстановке;

- *блок обмена данными* необходим для обмена данными между блоком визуализации и блоком моделирования. Он позволяет четко специфицировать интерфейс обмена данными между основными блоками. Также в него можно встраивать дополнительные модули для хранения особых данных, которые могут быть привлечены в процессе развития моделирующего комплекса без вмешательства в основные блоки.

Копия среды системы управления АНПА представляет собой программно-алгоритмическую среду, эквивалентную используемой на борту подводного аппарата, причем реализовываться может либо как самостоятельный набор алгоритмических блоков, либо подключением через интерфейс Ethernet к реальному подводному аппарату. В последнем случае имитируемые показания датчиков и исполняющих устройств АНПА поступают непосредственно в базу данных аппарата. Блоки, входящие в состав среды АНПА, обеспечивают распознавание окружающей обстановки, планирование траектории с учетом поставленной задачи и полученной картины окружающей среды, формирование управляющих воздействий для осуществления заданной траектории.

В состав среды системы управления (СУ) АНПА входит СУБД, которая предназначена для организации централизованного доступа к данным всех систем АНПА с использованием определенных осо-

бым образом структур данных (DDL-моделей). Последние позволяют минимизировать время, необходимое для регистрации и поиска данных, а также расходование постоянной памяти БД. Связь между СУБД и системами АНПА осуществляется через детерминированные функции, имеющие идентичные спецификации как в СУ АНПА, так и в среде моделирующего комплекса. Множество этих функций называется унифицированным функциональным интерфейсом (УФИ) и позволяет вне зависимости от структуры данных выполнять извлечение и регистрацию необходимой информации. К копии среды АНПА посредством БД в качестве *внешних модулей* могут подключаться исследуемые и отлаживаемые алгоритмы управления. При этом алгоритмы функционируют в среде реальной системы управления АНПА, а для их реализации используются штатные средства программирования. Иными словами, алгоритмы отлаживаются в том же виде и в той же среде, в которой они будут использоваться в дальнейшем.

Дополнительные *утилиты* представляют собой набор редакторов для создания отдельных объектов моделирования:

- *редактор окружающей среды* предназначен для создания виртуальных испытательных полигонов. Он позволяет загрузить данные о рельефе, расположить в испытательной области различные дополнительные объекты, задать физические параметры среды, такие как течения, плотность



Рис. 2. Схема редактора характеристик АНПА

- воды, ее соленость и освещенность, наложить на рельеф текстуры для более реалистичной визуализации, наложить карты звукопоглощения и звукоотражения для рельефа и находящихся придонных объектов. Результатом работы генератора среды является полигональная текстурированная сцена, снабженная дополнительными физическими характеристиками, сохраненная в специальном формате для работы в моделирующем комплексе;
- *редактор миссий АНПА* предназначен для задания требуемых миссий на высоком уровне. Он позволяет в режиме WYSIWYG указать предполагаемую траекторию движения аппарата, задать режимы движения, а также выбрать необходимые алгоритмы управления. В общем случае данный редактор является стандартным компонентом программного обеспечения судового поста оператора АНПА;
 - *редактор аппарата* (рис. 2) предназначен для создания различных моделей АНПА, различающихся по внешнему виду, динамическим характеристикам и типу и расположению сенсоров. Этот модуль позволяет использовать создаваемый моделирующий комплекс для различных аппаратов, описываемых пользователем, что значительно расширяет сферу его применения. В текущей версии редактор аппарата осуществляет

создание модели аппарата из объектов, генерируемых средствами графических редакторов (AutoCad, 3DMax);

- *модели гидролокационных датчиков* (эхолокационной системы (ЭЛС) и гидролокатора секреторного обзора).

Программная реализация комплекса

Комплекс создавался как универсальная система, позволяющая настроить необходимый набор модулей под конкретную задачу. Это достигается благодаря использованию механизма явной загрузки модулей. При этом у пользователя есть возможность самостоятельного выбора конкретных модулей для проведения того или иного эксперимента. Все модули с использованием УФИ получают доступ к данным. УФИ предоставляет функции манипулирования данными, через которые можно получить значения необходимых параметров системы вне зависимости от используемой DDL-модели и СУБД. Данный подход позволяет инкапсулировать различные уровни управления данными. При этом в зависимости от требований, предъявляемых к среде моделирующего комплекса, имеется возможность изменять структуру и формат хранимых данных (в том числе формат таблиц БД) и/или заменять систему управления данными (СУБД). Семантика

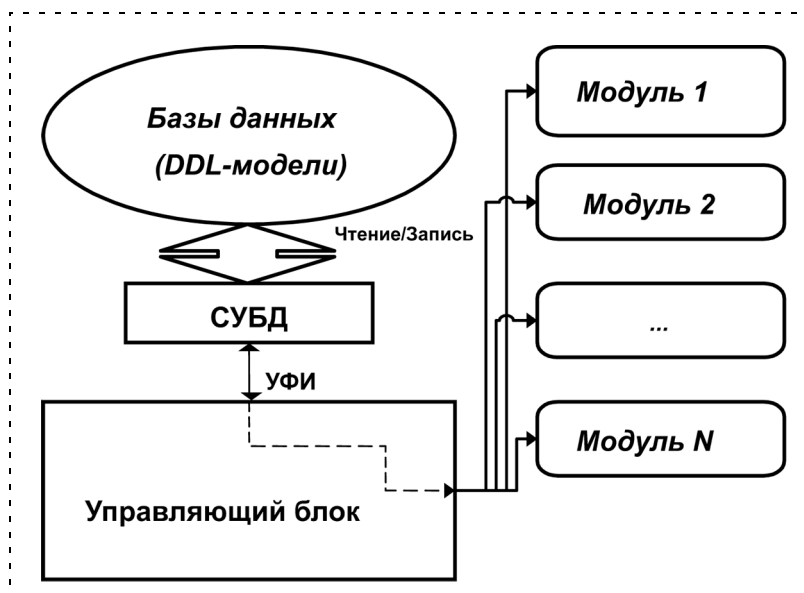


Рис. 3. Программная архитектура системы

доступа при этом сохраняется неизменной, благодаря чему модернизация системы становится более простой. Архитектура моделирующего комплекса представлена на рис. 3.

Управляющий блок осуществляет загрузку библиотек, находящихся по указанному пути и содержащих необходимые функции. Каждый загруженный модуль инициализируется передачей указателей на функции доступа к данным, входящие в состав УФИ. Пользователь, используя диалог настройки, может выбрать и сконфигурировать необходимые для работы компоненты. Управляющий блок осуществляет запуск каждого компонента в отдельном потоке, а синхронизация между потоками происходит посредством обращения к данным через СУБД.

Для удобства использования модули разделены по типам. В текущей версии выделяется пять типов:

- модуль визуализации;

- регуляторы;
- модули управления данными, которые регистрируют и извлекают из баз данных через СУБД информацию, предоставляемую или запрашиваемую другими модулями через функции УФИ, либо осуществляют атомарные операции с БД, такие как сохранение/загрузка данных, показ графиков и т. д.;
- модуль моделирования сенсоров;
- модуль динамики (рис. 4).

В модуль динамики входят:

- имитационная модель описания пространственного движения АНПА;
- статические, инерционные, гидродинамические характеристики АНПА (для каждой конкретной модели АНПА используются полученные при конструкторских, теоретических и вычислительных расчетах);
- кинематическая модель движительно-рулевого комплекса (ДРК) (преобразование управляющих воздействий с учетом расположения движителей).

Имитационная часть может быть программно реализована (представлена) разными способами. При этом основными требованиями к модулю являются:

- описание пространственного движения модели АНПА в вязкой среде;
- возможность корректировать все параметры модуля;
- интерфейс взаимодействия с другими модулями должен быть представлен следующей структурой:
 - начальный вектор состояния;
 - входные текущие данные от управляющих модулей (регуляторов);
 - параметры (статические, инерционные, гидродинамические);
 - текущий вектор состояния на выходе.

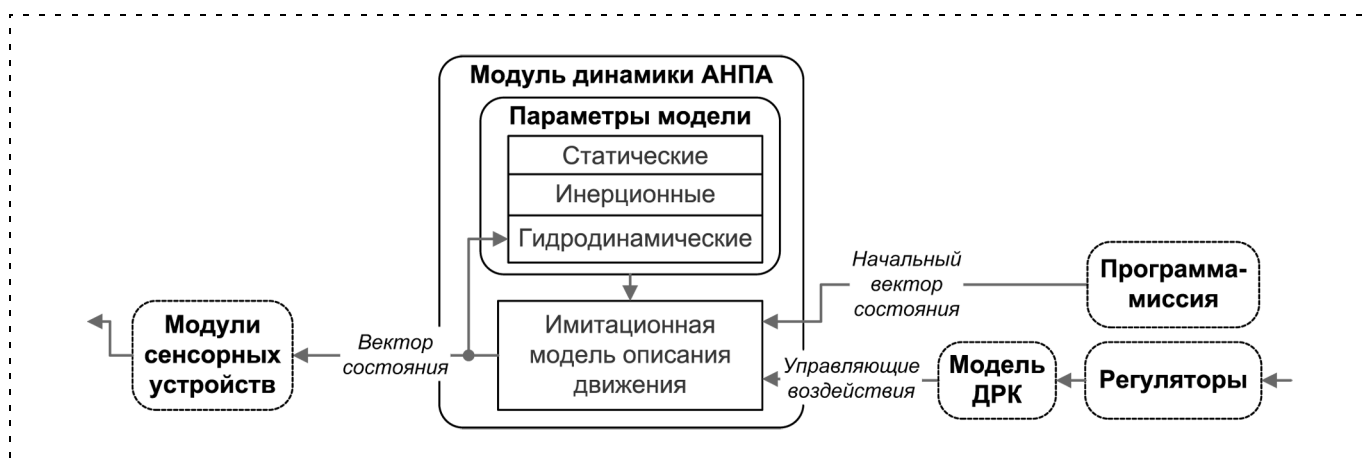


Рис. 4. Схема модуля динамики

Особенности комплекса

Наличие в составе моделирующего комплекса СУБД, управляемой унифицированным интерфейсом доступа к данным с возможностью создания произвольных записей, позволяет осуществлять гибкую связь модулей. При этом закладывается возможность для последующей нетрудоёмкой модернизации, что упрощает реализацию следующих возможностей комплекса:

1. Задание миссии аппарата с использованием стандартного языка описания заданий АНПА.

2. Подключение исследуемых алгоритмов работы АНПА

(например, регуляторов движения, алгоритмов выбора трассы и т. п.).

3. Отладка верхнего уровня системы управления АНПА (за исключением драйверов) методом "погружения" в среду имитирующего комплекса.

4. Использование комплекса как тренажера операторов АНПА/ТПА.

5. Использование АНПА с произвольными параметрами при наличии соответствующего модуля динамики аппарата.

6. Возможность совместного использования данных, получаемых от бортовых датчиков (моделируемых или реальных) в блоках, отвечающих за планирование траектории и выработку управляющих воздействий. В настоящей версии комплекса реализованы следующие модельные датчики:

- бортовая камера АНПА, генерирующая видеоизображения;
- эхолокационная система, выдающая расстояние до объектов по направленному лучу;
- гидроакустическая система (гидролокатор секторного обзора (ГСО) и гидролокатор бокового обзора (ГБО)), строящая гидролокационные картины (рис. 5).

Для формирования показаний гидролокационных средств (ЭЛС, ГСО и ГБО) в настоящее время используется модель "идеального гидролокатора" (ИГЛ). При моделировании показаний указанных акустических устройств с помощью ИГЛ формируется гидролокационная картина, в которую затем вносится зашумление.

Для работы ИГЛ используется модель рельефа, графический ускоритель и средства OpenGL. Для однолучевого моделируемого гидролокатора определяется видимое "окно", т. е. устанавливаются параметры камеры OpenGL (положение, направление, соотношение сторон, фокус). Разрешение камеры

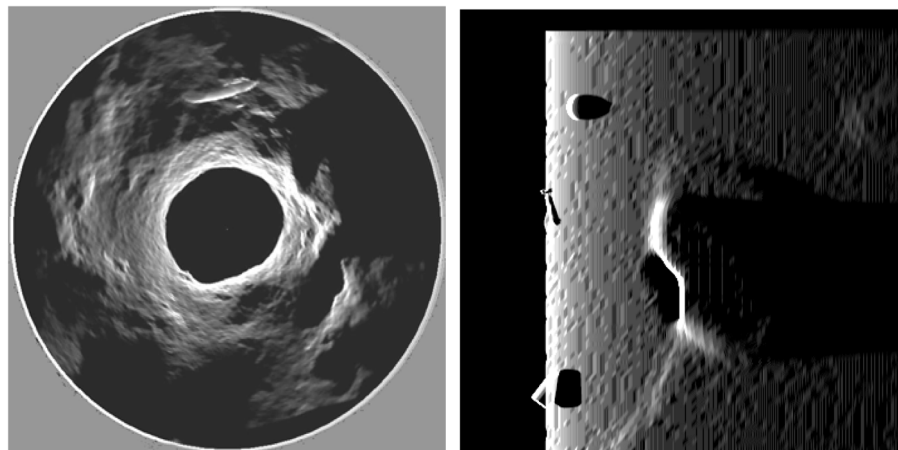


Рис. 5. Пример ГСО (слева) и ГБО-изображений, полученных путем моделирования

устанавливается из соображений качества принимаемого сигнала. При этом каждый пиксель определяет минимальную поверхность отражения звукового сигнала. Подобным образом устанавливаются акустические свойства моделируемого объекта (в частности, его рабочая частота). Далее происходит рендеринг всей подводной среды. В графических ускорителях реализована схема освещения по Фонгу, поэтому освещенность каждого пикселя говорит о наклоне площадки по отношению к лучу распространения звукового сигнала. Иными словами, в каждой точке может быть получен косинус падения звукового луча на поверхность. Далее с использованием массива значений из буфера глубины рассчитываются расстояния, пройденные звуковым сигналом. На основе уровней сигнала на заданных заранее интервалах расстояния рассчитывается значение мощности отраженного сигнала. Далее по набору откликов методами линейной интерполяции на интервале значений строится непрерывная функция мощности получаемого модельного сигнала.

Рис. 5 иллюстрирует гидролокационные изображения, полученные с помощью ИГЛ. Для формирования изображений использовался проход аппарата в рельефе, представленном на рис. 6 (см. третью сторону обложки) и на рис. 7. На ГБО-изображении хорошо видны характерная "гора" и ряд искусственных предметов, лежащих на донной поверхности.

Пример работы комплекса

При исследовании работы комплекса проводили тесты подключения и работы регуляторов с использованием нечеткой логики для управления аппаратом в сложном рельефе. В качестве примера приводится движение АНПА по пересеченной местности в режиме стабилизации дистанции до грунта.

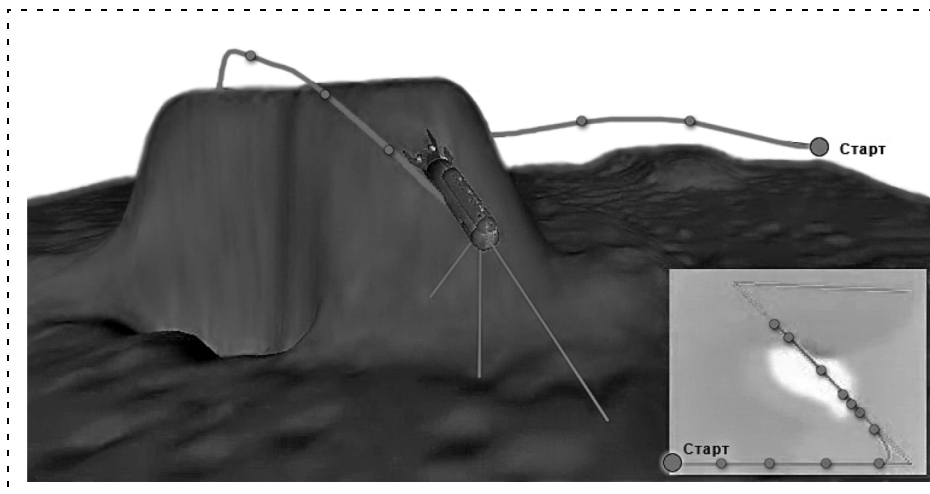


Рис. 7. Окно визуализации пространственной траектории

Сначала редактором среды была подготовлена модель местности на основе полутоновой карты высот. Затем с использованием графического редактора миссии по этой карте был проложен желаемый маршрут движения. Прямолинейные участки планируемой траектории (галсы) прокладывались таким образом, чтобы движение аппарата происходило над наиболее сложными участками рельефа (рис. 6, см. третью сторону обложки).

Далее заданная миссия была интерпретирована системой управления АНПА в среде подготовленного рельефа. Данные о высоте движения поступали от трех эхолотаторов, расположенных в вертикальной плоскости и ориентированных вниз, наклонно вперед и назад. Фрагмент полученной траектории движения приведен на рис. 7. Одновременно с движением аппарата в правом нижнем углу рисунка отображаются заданная и полученная траектории движения.

Заключение

В настоящее время моделирующий комплекс интенсивно развивается. Выбранный подход с использованием модульного принципа и СУБД в качестве центрального звена обмена данными позволяет легко наращивать функциональные возможности комплекса. В ближайшем будущем планируется отладка базирующихся на эхолотационных изображениях алгоритмов управления и навигации. Активно разрабатывается возможность задания различных физических полей (в том числе аномалий от искусственных объектов) для использования их

в качестве исходных данных для моделирования показаний датчиков.

Авторы выражают признательность молодым сотрудникам В. Ю. Матвиенко и А. В. Багницкому за предоставленную полезную информацию, использованную при подготовке данной статьи.

Работа выполнена при поддержке грантов конкурса ДВО РАН, проекты № 06-11-04-03-002, № 06-III-A-01-010.

Список литературы

1. **Автономные** подводные роботы: системы и технологии / М. Д. Агеев, Л. В. Киселев, Ю. В. Матвиенко и др.; под общ. ред. М. Д. Агеева. М.: Наука, 2005. 398 с.
2. **Киселев Л. В., Инзарцев А. В., Матвиенко Ю. В.** Создание интеллектуальных АНПА и проблемы интеграции научных исследований // Подводные исследования и робототехника. 2006. № 1. С. 6—17.
3. **Инзарцев А. В., Львов О. Ю., Сидоренко А. В., Хмельков Д. Б.** Архитектурные конфигурации систем управления АНПА // Подводные исследования и робототехника. 2006. № 1. С. 18—30.
4. **Бобков В. А., Борисов Ю. С.** Восстановление траектории подводного аппарата и структуры среды по изображениям // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 9. С. 25—31.
5. **Tuohy S. T.** Simulation Model for AUV Navigation. IEEE Oceanic Engineering Society Conference Autonomous Underwater Vehicles, Cambridge (USA). July 1994. P. 470—478.
6. **Brutzman D.** Virtual world visualization for an autonomous underwater vehicle. In Proceedings of the IEEE Oceanic Engineering Society Conference OCEANS 95, San Diego, CA, October 1995. P. 1592—1600.
7. **Borges de Sousa J. and Gill A.** A Simulation Environment For The Coordinated Operation Of Multiple Autonomous Underwater Vehicles. Winter Simulation Conference, Atlanta (USA). December 1997. P. 1169—1175.
8. **Bruzzzone Ga. et al.** A Simulation Environment for Unmanned Underwater Vehicles Development. MTS/IEEE Oceans 2001, Honolulu (USA). November 2001. P. 1066—1072.
9. **SubSim User's Manual.** The University of Western Australia. <http://robotics.ee.uwa.edu.au/auv/subsim/doc/About.html>
10. **Brutzman D., Weekley J.** NPS AUV Workbench: Rehearsal, Reality, Replay for Unmanned Vehicle Operations. Naval Postgraduate School (NPS), Monterey, California, 2007. 125 p. http://xmsf.cvs.sourceforge.net/*checkout*/xmsf/AuvWorkbench/documentation/presentations/NpsAuvWorkbench.UUST.2007August19.ppt?revision=1.5
11. **Вельтишев В. В., Барзионов В. В., Горошков И. С., Засорин А. В.** Тренажерный комплекс для подготовки операторов подводных аппаратов // Оборонная техника. 2001. № 8—9. С. 75—80.
12. **Дорри М. Х., Корчанов В. М., Острцов Г. Э., Рошин А. А.** Принципы разработки полномасштабных исследовательских стендов и пути их реализации на программном комплексе РДС // Сб. тр. XXXIII Всероссийской конф. по управлению движением. ИПУ РАН, 2006.

С. Э. Чернакова, мл. науч. сотр.,
СПИИ РАН, Санкт-Петербург
S-chernakova@yandex.ru

Моделирование процесса обучения интеллектуальных автономных мехатронных систем и роботов методом показа движения

Рассматривается обучение движениям интеллектуальных автономных мехатронных систем и роботов на основе семантико-топологической модели формы движений, представляющей собой иерархическую систему фреймов.

Представлены новые методы обучения показом естественных движений человека, обеспечивающие запоминание траекторий движения относительно объектов и распознавание формы движений интеллектуальным человеко-машинным интерфейсом.

Наиболее актуальным является использование новых методов обучения показом движений для интеллектуальных медицинских роботов, роботов-ассистентов, антропоморфных роботов и роботов-андроидов.

Ключевые слова: робот, телеуправление, обучение методом показа, человеко-машинный интерфейс.

Введение

Результаты проводимых в настоящее время исследований интеллектуальных автономных технических объектов, несмотря на кажущуюся разнородность, постепенно приближаются к пониманию основных принципов хранения информации, общих как для живой материи, так и для систем искусственного интеллекта.

Одним из ключевых вопросов создания интеллектуальных систем управления и обучения является механизм представления и хранения информации об окружающей внешней среде (ВС) и возможных действиях в ней.

Опыт эксплуатации различных систем телеуправления мехатронными системами (роботами), в частности космического и медицинского назначения, позволяет сделать вывод: чем естественней и удобнее для человека общение с роботом, тем эффективнее будет использоваться робот.

Разнообразие типов движений роботов, включая манипуляции с предметами, объектами и инструментом, а также сложность и изменчивость ВС являются особенно характерными для сборочных операций. Поэтому автоматизация сборки является наиболее сложной, интеллектуальной задачей в мехатронике и робототехнике. Сборочные операции, выполняемые роботом в автоматическом режиме, должны быть заранее описаны, желательно на естественном языке, понятном и роботу, и человеку.

Современная концепция телеуправления отличается более совершенным подходом к подготовке ав-

тономных действий интеллектуальных мехатронных систем (ИМС). Этот подход предполагает использование специального способа программирования, называемого обучением показом (teaching by show) или демонстрацией (learning by demonstration) [1].

Обучение показом принципиально отличается от распространенных методов программирования и поточечного задания траекторий движения промышленных роботов [2]. Естественные движения, которыми человек показывает процесс выполнения операции, максимально полно используют развитую координацию движений, интуитивный опыт и гибкость его мышления.

Эксперименты подтвердили, что при обучении показом достигается необходимая точность движений, так как человек в этом случае использует привычные навыки ("автоматизмы") и сознательно контролируемые (с визуальной обратной связью), натренированные профессиональные движения [3].

Следует отметить также возможность обеспечения высокой надежности управления естественными адекватными движениями человека, в том числе рефлекторными, в экстремальных, непредвиденных ситуациях, при остром дефиците времени или уникальности события.

Основные достоинства методов обучения показом

Обучение показом движений может рассматриваться как передача знаний о моторных, сенсорных и поведенческих навыках от человека-оператора к ИМС, которая в данном случае должна обладать как можно более развитым интеллектуальным человеко-машинным интерфейсом (ЧМИ) для адекватного и эффективного восприятия действий человека.

В данном случае решается задача разработки метода обучения и представления знаний в обобщенном виде, близком принципам функционирования биологических систем, естественном как для человека, так и для робота при восприятии ВС. Решение данной задачи является одной из ключевых для современной робототехники и информационных систем в целом.

Предложены следующие два метода обучения показом или демонстрацией движения человеком-оператором [4, 5].

- В первом случае при обучении используется сенсор (телекамера) на руке оператора, которая определяет положение руки относительно объектов ВС, макетов этих объектов или компьютерной модели ВС (МВС). Во время обучения человек показывает роботу множество позиций руки в процессе ее движения относительно объектов ВС (рис. 1, см. третью сторону обложки).

При воспроизведении обученного движения роботом сенсор (телекамера) устанавливается в схвате робота и используется для коррекции движения относительно фактического положения объектов ВС.

При обучении методом показа позиция или траектория движения формируются относительно объектов рабочей зоны робота (ВС) или, точнее, в системах координат объектов ВС, с которыми должен взаимодействовать робот. При этом эти позиции и траектории могут быть представлены в виде пространственных координат, измеряемых различными сенсорами, определяющими, например, дистанцию схвата до объектов ВС или координаты характерных точек объектов ВС по их изображениям, полученным с помощью телекамеры.

- Во втором случае при обучении используются сенсоры интеллектуального ЧМИ, которые "наблюдают" движение руки человека, оснащенной специальной перчаткой с реперами (рис. 2, см. третью сторону обложки). При этом интеллектуальный ЧМИ не только определяет пространственные координаты положения и ориентации руки оператора относительно объектов, но и выполняет распознавание формы траектории обучаемого движения.

Необходимо отметить, что во время распознавания движений руки человека ЧМИ формирует опыт движений с сохранением одновременно метрической и семантической информации, содержащейся в данных, получаемых от сенсоров.

Отличительной чертой предложенных методов обучения является естественность представления и передачи знаний о движении человека роботу, которая, в свою очередь, обеспечивает:

- свободу движений человека без ограничений, связанных с какими-либо техническими приспособлениями (рукоятками);
- максимальное использование интуитивного опыта и профессиональных навыков человека;
- доступность метода обучения, так как не требуется длительная тренировка человека-оператора и углубленное (детальное) изучение каких-либо технических средств;
- наглядность опыта движений и надежность проверки результатов обучения.

В ходе проведенных исследований были обобщены основные принципы регистрации пространственных координат руки человека на основе решения так называемых "навигационных задач" в процессе обучения и телеуправления автономными мехатронными системами [4, 5].

Разработаны принципы построения интеллектуального мультимодального ЧМИ, обеспечивающего распознавание формы траектории движения руки и головы человека [6]. Результаты экспериментальной апробации методов обучения и телеуправления были представлены на международных конференциях [7, 8].

Предложено использовать описания, основанные на системе фреймов М. Минского [9], для хранения формы движения в виде фреймов-структур, содержащих логические схемы связей (визуальные графы) и образные фреймы композиций отдельных фаз движений.

Описание модели формы движения

Основной подход к моделированию движений в процессе обучения показом изложен в работах [10, 11]. Методы формирования модели движения во время обучения показом и алгоритмы воспроизведения роботом движений, соответствующих сборочным операциям, рассмотрены в работе [12].

Основным отличием предложенной модели формы движения (МФД) является сочетание семантического моделирования объектов (движений как объектов) с моделированием топологических отношений между объектами и классами объектов ВС [13].

Разработанная концепция МФД обобщает понятие объекта для описания семантики и топологии движения.

Первая, **семантическая**, часть МФД описывает признаки, форму и другие характеристики, присущие движениям робота независимо от его пространственного положения во ВС. Движение рассматривается как нечто цельное, имеющее собственное название и семантику. На языке объектно-ориентированного программирования, например в среде Delphi, это описание модели соответствует понятию "Объект".

Вторая, **топологическая**, часть МФД отличается тем, что она описывает взаимное расположение в пространстве (топологию) элементов, составляющих движение. Отличие топологической части МФД состоит в точном задании конфигурации и метрических параметров элементов движения в пространстве безотносительно к свойствам самих элементов.

Язык описания, используемый в МФД, представляет собой многоуровневую, иерархическую систему фреймов, содержащих одновременно семантическое описание элементов формы и топологические (метрические) характеристики, а также методы и процедуры, характерные для выполнения различного типа движений.

МФД оперирует с множеством объектов (понятий) $\{B\}$, под которыми понимаются как отдельные движения, так и фрагменты траекторий сложного движения. Множества отношений $\{R\}$ между объектами подразделяются на логические (семантические) $\{R_S\}$ и топологические (метрические) $\{R_T\}$ (такие как: разделены, внутри, прикасаются, равны, покрывает, перекрывает).

Объекты МФД могут быть объединены в классы $\{K_B\}$; отношения на уровне классов можно также разделить на семантические $\{R_S^k\}$ (наследования, включения и др.) и топологические $\{R_T^k\}$ (локальные, связанные, многозвенные). Совокупность указанных отношений можно представить следующим образом:

$$\{R\} = \langle \{R_L\}, \{R_T\}, \{R_S^k\}, \{R_T^k\} \rangle.$$

В общем виде фрейм-структурированное описание МФД может быть представлено в виде

$$\text{МФД} = \langle \{B\}, \{K_B\}, \{R\}, \{T\}, \{M_B\} \rangle,$$

где $\{B\}$ — множество объектов-движений МФД; $\{K_B\}$ — множество классов объектов-движений; $\{R\}$ — множество отношений объектов-движений и их классов; $\{T\}$ — множество задач, решаемых с использованием движений; $\{M_B\}$ — множество методов применения объектов-движений.

Семантика объекта МФД (фрейма движения) определяется как совокупность имени, полей, атрибутов и методов. Кроме описания полей, атрибутов и методов фрейм объекта МФД может содержать также геометрическое изображение (условное обозначение) движения. Имеется возможность перекрестного использования в качестве полей объекта МФД фреймов других объектов. Поддерживаются два варианта использования объектов МФД: ссылка на существующий объект (обычно более простой) и включение объекта в качестве составной части сложного объекта.

Будем считать, что класс K_B порождает название или имя фрейма движения, а поле семантических параметров F_S определяет основные отличительные признаки движения. Для связи фрейма объекта с типовым методом использования движения M_B вводится понятие "атрибут метода" A_M . Таких атрибутов метода A_M может быть несколько для различных задач из множества $\{T\}$, в которых используется данное движение B .

Для структуризации иерархической системы фреймов, т. е. организации перекрестных связей фреймов различных уровней между собой вводятся понятия: "атрибут предка" (A_F) и "атрибут потомка" (A_C). Для организации параллельных связей фреймов различных классов объектов МФД может быть организована горизонтальная связь в виде "атрибута соседей" (A_N).

Таким образом, семантическое описание объекта МФД (B_S), формируемого и запоминаемого при обучении в виде фрейма, может выглядеть следующим образом:

$$B_S = \langle N_B, F_S, A_S, \text{Sign}_B \rangle,$$

где B_S — семантическое описание объекта МФД; N_B — имя объекта; F_S — поле семантических параметров; A_S — атрибуты семантической связи ($A_S = \langle \{A_M\}, \{A_F\}, \{A_C\}, \{A_N\} \rangle$); Sign_B — условное обозначение объекта.

Для представления классов МФД может быть использовано, по аналогии, следующее описание:

$$K_B = \langle N_K, F_K, A_K, \text{Sign}_K \rangle,$$

где K_B — описание класса объектов МФД; N_K — название класса объектов; F_K —

поле признаков класса объектов; A_K — атрибуты связи классов ($A_K = \langle \{A_M^K\}, \{A_F^K\}, \{A_C^K\}, \{A_N^K\} \rangle$); Sign_K — символическое обозначение класса.

Топологическое описание (конфигурация) движения (B_T) также запоминается в МФД в виде системы фреймов при обучении показом и может быть представлено следующим образом:

$$B_T = \langle N_B, F_T, A_T, Ex_B \rangle,$$

где B_T — топологическое описание объекта МФД; N_B — имя объекта; F_T — поле геометрических (метрических) параметров; A_T — атрибуты конфигурации траектории движения; Ex_B — геометрическая модель, образное представление движения.

Геометрические параметры топологии F_T могут быть представлены, например, в следующем виде (рис. 3):

- X_B, Y_B, Z_B — координаты некоторой центральной точки траектории движения в заданной системе координат;
- DM_B — средний размер траектории движения, определяемый по некоторому базовому расстоянию: среднему, максимальному или заранее выбранному между определенными точками элементов траектории движения M_i и M_j ;
- αM_{ij} — угол между осями симметрии или базовыми (опорными) линиями отдельных фрагментов траектории (LM_i и LM_j);
- $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ — углы ориентации в пространстве центральной оси симметрии LM_{ij} конфигурации движения.

Примером записи таблицы топологических параметров фрейма движения на языке МФД для случая обхода препятствия является описание формы траектории, представленное в таблице.

Воспроизведение движения ИМС (роботом) после обучения показом выполняется на основе множества типовых движений, форма которых была сохранена в памяти интеллектуального ЧМИ в виде системы фреймов МФД. Особенность воспроизведения движения в реальной ВС заключается в том, что фрагменты обученных движений могут быть

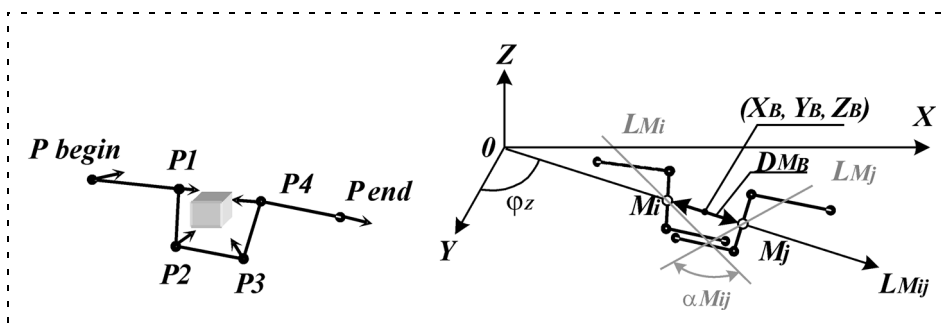


Рис. 3. Пример топологии движения обхода препятствия на плоскости XOZ :

а — движение обхода препятствия от начальной точки P_{begin} до конечной P_{end} ; б — топология движения обхода в заданной системе координат

Тип элемента	Имя N_B	Размер			Координаты			Ориентация		
		DM_{BX}	DM_{BY}	DM_{BZ}	X_B	Y_B	Z_B	φ_x	φ_y	φ_z
Обход		120	50	0	330	210	0	0	90	60
Зигзаг 1		80	50	0	270	185	0	0	90	45
Зигзаг 2		80	50	0	390	235	0	0	90	135
Зигзаг 1		80	50	0	270	185	0	0	90	45
Угол 90		50	50	0	230	160	0	0	90	135
Угол 90		50	50	0	310	210	0	0	90	-45
Зигзаг 2		80	50	0	390	235	0	0	90	135
Угол 90		50	50	0	430	260	0	0	90	45
Угол 90		50	50	0	350	210	0	0	90	-135

использованы в разных последовательностях в зависимости от внешних условий.

Процесс воспроизведения может включать в себя тактильное и силовомоментное взаимодействие с объектами ВС. При этом параметры взаимодействия должны быть заданы на этапе обучения с использованием так называемого "Haptic"-интерфейса [14].

Число элементарных движений, запоминаемых в МФД при обучении, возрастает при увеличении объема задач, решаемых ИМС (роботом), однако этот рост будет несоизмеримо меньше, чем возрастание числа операций, для выполнения которых используется ИМС. В этом одно из существенных преимуществ предложенной семантико-топологической модели формы движений [15].

Заключение

Эффективность предложенной модели формы движения, а также методов обучения показом движения человеком-оператором подтверждена результатами компьютерного моделирования и экспериментов на физических моделях, действующих образцах многозвенных роботов-манипуляторов и автономных транспортных роботов.

Исследования, проведенные на прототипах интеллектуальной системы ЧМИ, выполняющих распознавание формы движений, подтвердили возможность использования компактных МФД, инвариантных к аффинным преобразованиям.

Результаты проводимых исследований могут найти применение при создании перспективных технологий обучения и телеуправления в мехатронике, проектировании промышленных сборочных роботов, космических, микро- и нанороботов.

Предполагается, что алгоритмы и методы, опробованные на роботах, будут также полезны для понимания поведения живых организмов и применимы в современных информационных технологиях.

В настоящее время выполняются проекты по созданию обучаемых ИМС для медицины в помощь врачу и пациенту, а также антроидных роботов для домашнего и офисного применения.

Список литературы

1. Brunner B., Herzinger G. Multisensory Shared Autonomy and Tele-Sensor-Programming Key Issues in the Space Robot Technology Experiments ROTEX // IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), Yokohama, 23–30 Jule, 1993.
2. Hirzinger G., Brunner B., Knoch S., Koeppel R., Schedl M. Towards a new Robot Generation. Deutsches Zentrum für Luft und Raumfahrt e. V. (DLR) Oberpfaffenhofen, Wessling. The 8th International Symposium, Schohan, Japan, 4-7 Oct. 1997.
3. Шеридан Т. Б., Феррелл У. Р. Системы человек-машина: Модели обработки информации, управления и принятия решений человеком-оператором: Пер. с англ. / Под ред. К. В. Фролова. М.: Машиностроение, 1980.
4. Кулаков Ф. М., Чернакова С. Э. Информационная технология обучения роботов показом движений. Часть I. Концепция и принципы моделирования движений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 7. С. 23–28.
5. Кулаков Ф. М., Чернакова С. Э. Информационная технология обучения роботов показом движений. Часть II. Алгоритмы и реализация модели формы движения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 8. С. 24–29.
6. Chernakova S., Nechaev A., Karpov A., Ronzhin A. Multimodal system for handsfree PC control // 13th European signal Processing Conference EUSIPCO-2005. Turkey, 2005.
7. Kulakov F. M. Technology for the Creation of Virtual Objects in the Real World // Workshop Conference. Binghamton University. NY, 4–7 March 2002.
8. Азферов Г. В., Иванов В. О., Чернакова С. Э. Устройство интеллектуального обучения и управления антроидными роботами // Тр. XXXIX конф. "Процессы управления и устойчивость", СПб., 7–10 апреля 2008 г. С. 97–105.
9. Минский М. Фреймы для представления знаний: Пер. под ред. Ф. М. Кулаков. М.: Энергия, 1979. 152 с.
10. Чернакова С. Э., Кулаков Ф. М., Нечаев А. И. Обучение робота методом показа с использованием "очувствительной перчатки" // Тр. Первой междунар. конф. по мехатронике и робототехнике "МиР'2000", Т. 2. СПб., 2000. С. 155–164.
11. Чернакова С. Э., Кулаков Ф. М., Нечаев А. И. Моделирование внешней среды для процесса обучения показом // Сб. тр. СПИИРАН. Вып. № 1. СПб.: СПИИРАН, 2001.
12. Чернакова С. Э., Кулаков Ф. М., Нечаев А. И., Бурдыгин А. И. Многофазный метод и алгоритм измерения пространственных координат объектов для обучения сборочных роботов // Сб. тр. СПИИРАН. Вып. № 1. СПб.: СПИИРАН, 2001.
13. Nechaev A. I., Vorobjev J. S., Corobkov I. N., Olkov M. S., Javnov V. N. Structural Methods of recognition for real time systems // International Conference on Modeling Problems in Bionics "BIOMOD-92", St.-Petersburg, June 1992.
14. Чернакова С. Э., Ронжин А. Л., Карпов А. А., Нечаев А. И. Мультимодальный человек-машинный интерфейс в медицинских приложениях // Мехатроника, автоматизация, управление, 2008. № 11.
15. Advanced System for Learning and Optimal Control of Assembly Robots: Edited by F. M. Kulakov // INTAS-96-949, Fuzzy Based Integrated Programming, Optimal Planning and Robust Force Control for Assembly Robots. SPIIRAS, St. Petersburg. 1999. 76 p.

УДК 621.372.542

Ю. В. Визильтер, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.,
ФГУП Государственный научно-исследовательский
институт авиационных систем
viz@gosniias.ru

Модульные схемы построения монотонных морфологических операторов анализа цифровых изображений

Рассмотрены модульные схемы построения монотонных морфологий. Предложена схема построения монотонных морфологий на базе произвольных немонотонных операторов. Описана бинарная селективная морфология. Доказано необходимое и достаточное условие построения структурной монотонной морфологии на базе монотонных морфологических разложений. Сформулирован конструктивный способ описания альтернативных монотонных морфологических проекторов.

Ключевые слова: математическая морфология, анализ изображений.

Введение

Классическое описание операторов математической морфологии (ММ) дано в работе Серра [1]. В данной статье мы рассмотрим несколько иное описание монотонной морфологии (по содержанию полностью эквивалентной ММ Серра), наиболее удобное для анализа именно модульной схемы конструирования монотонных морфологических операторов. Для простоты будем рассматривать монотонные морфологии бинарных изображений, однако следует помнить, что все вводимые понятия имеют непосредственное обобщение на полутоновый случай [2, 3].

Будем использовать следующие буквенно-функциональные обозначения:

- **сжатие (Erosion):** $E(Im, B(r))$ (где Im — исходное изображение, $B(r)$ — структурирующий элемент размера r) или $E(Im, B)$, $E(Im, r)$, $E(Im)$;
- **расширение (Dilation):** $D(Im, B(r))$ или $D(Im, B)$, $D(Im, r)$, $D(Im)$;
- **открытие (Opening):** $O(Im, B(r))$ или $O(Im, B)$, $O(Im, r)$, $O(Im)$;
- **закрывание (Closing):** $C(Im, B(r))$ или $C(Im, B)$, $C(Im, r)$, $C(Im)$.

Во всех выражениях, в которых для операторов ММ не указывается в явном виде структурирующий элемент, подразумевается, что эти выражения справедливы для любого структурирующего элемента.

Перечислим основные свойства базовых операторов ММ, которые можно сформулировать безотносительно к структурирующим элементам:

- $(Im \supseteq Im1) \Rightarrow E(Im) \supseteq E(Im1)$, $D(Im) \supseteq D(Im1)$, $O(Im) \supseteq O(Im1)$, $C(Im) \supseteq C(Im1)$; (1a)
- $D(Im) \supseteq C(Im) \supseteq Im \supseteq O(Im) \supseteq E(Im)$; (1b)
- $E(Im) = [D(Im^C)]^C$, $D(Im) = [E(Im^C)]^C$, $O(Im) = [C(Im^C)]^C$, $C(Im) = [O(Im^C)]^C$; (1c)
- $O(O(Im)) = O(Im)$, $C(C(Im)) = C(Im)$; (1d)
- $E(Im) = \emptyset \Leftrightarrow O(Im) = \emptyset$; (1e)

где оператор $[]^C$ — есть суперпозиция двух операторов: теоретико-множественного дополнения (попиксельного отрицания) и центральной симметрии (поворота на 180°).

Дадим качественную интерпретацию этих выражений.

(1a) — *сохранение включения*. Это принципиальное условие, на котором основано математическое доказательство свойств операторов ММ.

(1b) — *монотонность относительно исходного изображения*. Расширение и закрытие — это монотонно увеличивающие, а сжатие и открытие — монотонно уменьшающие параметры.

(1c), (1d) — *симметрия относительно операции дополнения изображения*. Выражение (1c) означает, что оператор расширения является, по сути, оператором сжатия, применяемым к фону, и наоборот. Выражение (1d) утверждает то же самое относительно операторов открытия и закрытия. Таким образом, речь фактически идет не о четырех различных операторах, а о двух (сжатие и открытие), из которых получаются два других (расширение и закрытие).

Восстановительные свойства операторов открытия и закрытия. Как видно из (1b), исходное изображение и результаты морфологической обработки образуют монотонную последовательность вложенных изображений, причем результаты открытия и закрытия ближе к исходному изображению, чем результаты расширения и сжатия. В этом смысле можно говорить о том, что операторы открытия и закрытия осуществляют "монотонное восстановление" изображения после его "монотонного разрушения" операторами сжатия и расширения.

Проективные свойства операторов открытия и закрытия. Выражения (1d) означают, что изображение, обработанное оператором открытия или закрытия, при последующей обработке этими операторами уже не изменяется. Операторы, обладающие подобными свойствами, принято называть "алгебраическими проекторами". Другой смысл выраже-

ний (1d) заключается в том, что существуют такие объекты (их называют проективными инвариантами), которые не изменяются при обработке операторами открытия и закрытия. Другие же объекты — изменяются.

Селективные свойства морфологических операторов. Предположим, что для некоторой связной области конечного размера существует оператор сжатия, который полностью удаляет эту область. Тогда свойство (1e) устанавливает пределы восстановительной способности оператора открытия: области, удаленные полностью, не восстанавливаются. С помощью (1c), (1d) легко получить аналогичные выражения для расширения и закрытия, только уже не относительно "объектов", а относительно "дырок".

Кроме того, обычно предполагается *инвариантность морфологических операторов относительно сдвига в плоскости изображения*. Это свойство не является специфически морфологическим, но всегда подразумевается, когда говорят о морфологической обработке изображений:

- $E(Im^T) = [E(Im)]^T$, $D(Im^T) = [D(Im)]^T$; (2a)
 - $O(Im^T) = [O(Im)]^T$, $C(Im^T) = [C(Im)]^T$, (2b)
- где $[]^T$ — это операция сдвига (переноса) изображения на вектор $T = (x_r, y_r)$.

Монотонные морфологии на базе произвольных неморфологических операторов

Именно перечисленные выше свойства операторов ММ делают морфологическую обработку изображений столь привлекательной для практических специалистов в области компьютерного зрения. При этом помимо широко известных простейших морфологических операторов Серра типа "расширения" и "сжатия", как известно, существуют и другие системы операторов, удовлетворяющие описанным свойствам, в том числе и такие, которые могут быть построены на основе других, неморфологических операторов. Для формализации задачи построения таких модульных морфологических операторов дадим несколько определений.

Монотонной морфологией будем называть любую систему из четырех операторов обработки изображений, такую что для этих операторов выполняются условия выражения (1) и условия выражения (2). При этом операторы E , D будем называть соответственно операторами *монотонного сжатия* и *расширения*, а операторы O , C — операторами *монотонного открытия* и *закрытия*.

Пусть нам известен некоторый оператор X , свойства которого нас в определенном смысле устраивают. Тогда

- либо это монотонно уменьшающий оператор и $\forall Im, Im' = X(Im), \forall (x, y): Im'(x, y) \leq Im(x, y)$,
- либо $\exists Im, Im' = X(Im): \exists (x, y): Im'(x, y) > Im(x, y)$.

Последнее делает X непригодным для использования его в качестве оператора монотонного сжатия. Однако можно вместо X использовать оператор

$$E_X(Im) = X(Im) \cap Im,$$

который уже является безусловно монотонно уменьшающим (неувеличивающим).

Оператор пересечения результата обработки с исходным изображением будем называть "*оператором монотонизации по уменьшению*". Этот оператор может быть использован для формального построения монотонных операторов сжатия на основе любых произвольных операторов. Пусть задан некоторый оператор монотонного сжатия E и соответствующий ему оператор монотонного открытия O . Оператором *восстановления после сжатия* будем называть такой оператор ER , для которого выполняется $O(Im) = ER(E(Im))$.

Оператор восстановления после сжатия является монотонно увеличивающим (неуменьшающим) оператором. В простейшей ММ в качестве оператора восстановления после сжатия используется оператор расширения, для которого это свойство очевидно. В случае произвольной монотонной морфологии это не так, и здесь доказательство такого утверждения следует выводить из (1b). Однако из того же (1b) следует, что не всякий неуменьшающий оператор может служить оператором восстановления для данного оператора сжатия. Поскольку $Im \supseteq O(Im) \supseteq E(Im)$, значит $ER(E)$ должен быть ограничен не только снизу, но и сверху. Это означает, что оператор восстановления после сжатия можно получить из любого увеличивающего (неуменьшающего) оператора, применяя к нему все ту же операцию монотонизации по уменьшению относительно исходного изображения.

Таким образом, предлагается следующая последовательность шагов построения частной монотонной морфологии:

1. На основе первого заданного оператора X построить монотонный оператор сжатия $E_X(Im) = X(Im) \cap Im$.
2. На основе второго заданного оператора Y построить монотонный оператор открытия $O_{XY}(Im) = Y(E_X(Im)) \cap Im$.
3. Используя отношения (1c), (1d), построить соответствующие операторы расширения D_X и закрытия $C_{XY} = E_Y(D_X)$.

Построенную таким образом монотонную морфологию будем называть *монотонной морфологией на базе операторов X и Y* . Пару операторов (X, Y) при этом будем называть *базой морфологии*, а каждый из этих операторов в отдельности — *базовым оператором*.

К сожалению, данная схема гарантирует лишь монотонность построенных операторов, но не гарантирует, что построенные таким образом операторы $E_X(Im)$ и $O_{XY}(Im)$ сохраняют включение, а $O_{XY}(Im)$, кроме того, является проектором (а значит, и мор-

фологическим фильтром в смысле Серра). Поэтому в каждом конкретном случае эти свойства построенных монотонных операторов необходимо дополнительно доказывать.

Очевидно, в частном случае, когда $X(Im) = E(Im, B)$, $Y(Im) = D(Im, B)$, где B — структурирующий элемент, а $E(Im, B)$, $D(Im, B)$ — операторы сжатия и расширения Серра, соответствующая монотонная морфология на базе этих операторов в точности совпадает с простейшей морфологией Серра. Однако в общем случае это не так, и даже изменение только одного из базовых операторов приводит к получению монотонной морфологии с принципиально иными свойствами.

Рассмотрим это на примере построения структурной селективной морфологии, повышающей селективные свойства ММ Серра за счет модификации оператора восстановления изображения.

Бинарная селективная морфология

Определим оператор открытия, обладающий следующим характеристическим *селективным свойством*:

$$SO(Object) = \begin{cases} \emptyset, & \text{если } E(Object) = \emptyset; \\ Object, & \text{если } E(Object) \neq \emptyset, \end{cases} \quad (3)$$

где $Object$ — любой связный объект на изображении, а $E(Object)$ — оператор монотонного морфологического сжатия. Смысл этого выражения заключается в том, что оператор SO либо целиком удаляет объект, либо сохраняет его неизменным.

Оператор $SO(Im)$, для которого выполняется условие (3), будем называть *оператором бинарного селективного открытия (С-открытия)*. Соответствующий ему оператор восстановления после сжатия будем называть оператором *предельного монотонного восстановления изображения (extreme monotonic image restoration, EMIR)*.

Оператор селективного открытия сохраняет включение и является алгебраическим проектором. Таким образом, селективное открытие является морфологическим фильтром в смысле Серра, а значит, и вся селективная морфология в целом является в полном смысле морфологической системой операторов.

Оператор предельного монотонного восстановления изображения после сжатия может быть представлен как итеративное применение двух базовых операторов: морфологической дилатации и монотонизации по убыванию относительно исходного изображения. Принципиальное отличие оператора $EMIR(Im', Im)$ от оператора $D(Im', B)$ в роли оператора восстановления после сжатия заключается в том, что оператор D "не знает" об исходном изображении, а оператор $EMIR$ "не знает" о структурирующем элементе. Именно это последнее свойство делает оператор предельного монотонного восстановления изображения универсальным оператором восстановления, не зависящим от вида оператора сжатия.

Монотонную морфологию, построенную на базе пары операторов, включающей некоторый произвольный оператор X и оператор предельного монотонного восстановления $EMIR$, будем называть *селективной морфологией на базе оператора X* . Если в качестве оператора X использовать оператор морфологического сжатия Серра $E(Im, B)$, то мы получим так называемую *структурную селективную морфологию (ССМ)*, селективные свойства которой будут полностью сходны с селективными свойствами ММ Серра. При этом ССМ в отличие от простейшей ММ (рис. 1) обеспечивает сохранение формы объектов (рис. 2).

Однако селективная морфология может быть построена и на базе принципиально иных операторов.

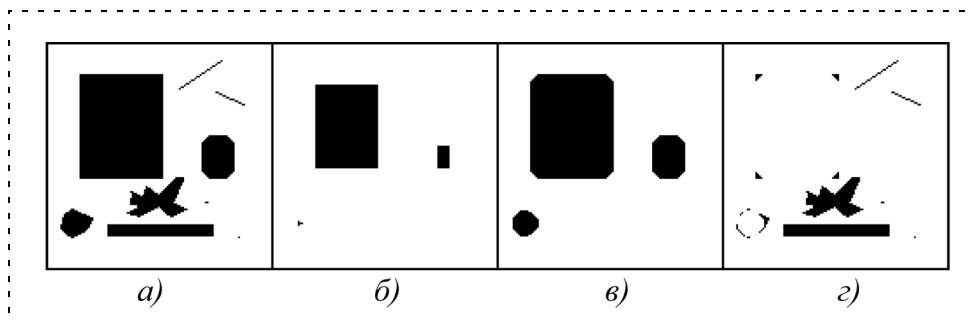


Рис. 1. Пример морфологического открытия бинарного изображения:

a — исходное изображение; b — результат сжатия; v — результат открытия; z — разность исходного изображения и его открытия

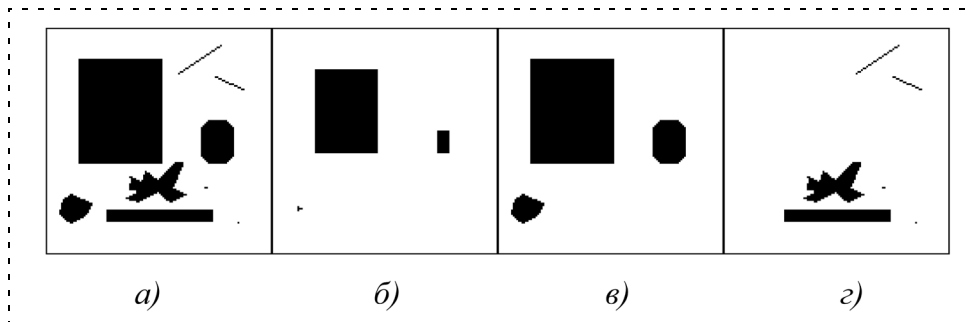


Рис. 2. Пример работы оператора селективного открытия:

a — исходное изображение; b — результат сжатия; v — результат селективного открытия (С-открытия); z — разность исходного изображения и его селективного открытия

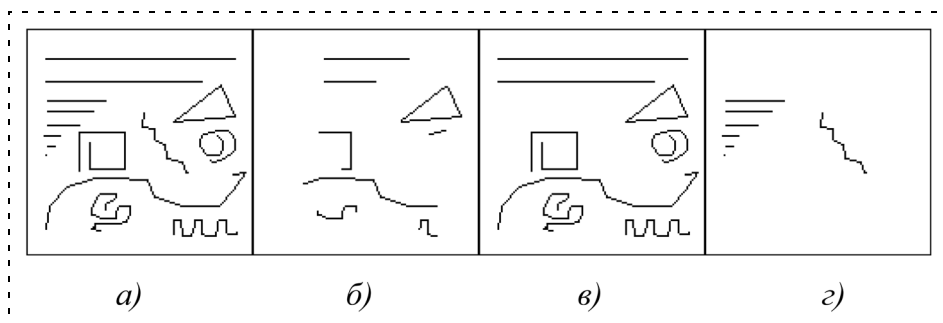


Рис. 3. Пример работы операторов КПСМ:

a — исходное изображение; *б* — результат оператора $DeleteEndSegments(N)$; *в* — результат N -КПСМ-открытия; *г* — разность исходного изображения и его N -КПСМ-открытия

В качестве примера такого рода рассмотрим параметрическую селективную морфологию, которую можно назвать "контурной".

Пусть дано контурное бинарное изображение, состоящее из связных объектов толщиной в 1 пиксель. Тогда *концевой точкой* будем называть пиксель объекта, имеющий не более одного соседа, а *оператором удаления концевых точек* называется оператор $DeleteEndPoints(Im)$, удаляющий все точки, являющиеся концевыми на изображении Im . *Оператором удаления концевых отрезков длины n* будем называть оператор $DeleteEndSegments(n)$, выполняющий n последовательных повторений оператора $DeleteEndPoints(Im)$.

Контурной параметрической селективной морфологией (КПСМ) будем называть селективную морфологию на базе оператора $DeleteEndSegments(n)$. Оператор КПСМ-открытия с параметром N удаляет на контурном изображении все связные линии, длина которых не превышает $2N$. Рис. 3 иллюстрирует свойства операторов КПСМ.

Таким образом, введенное в данном параграфе понятие "селективной морфологии" объединяет целый класс различных монотонных морфологий, использование которых в схеме нормализации фона задачи выделения на бинарном изображении объектов по их форморазмерным характеристикам.

Достаточное условие построения структурной монотонной морфологии

Если в качестве оператора X использовать оператор морфологического сжатия Серра $E(Im, B)$, то мы получим так называемую *структурную монотонную морфологию* или, что то же самое, *монотонную морфологию на базе морфологического разложения*. Поскольку таких морфологий на базе одного и того же морфологического разложения (одного и того же оператора сжатия) может быть построено несколько, их естественно назвать *альтернативными морфологиями* на базе данного разложения.

Утверждение 1. Пусть для некоторого оператора Y , сохраняющего включение, выполняется отношение

$$SO(Im) \supseteq Y(E(Im)) \supseteq O(Im),$$

где $E(Im)$ — морфологическое сжатие Серра; $O(Im) = D(E(Im))$ — морфологическое открытие Серра; $SO(Im) = EMIR(E(Im))$ — соответствующее селективное открытие. Тогда оператор $O_Y(Im) = Y(E(Im))$

(i) является морфологическим фильтром и

(ii) вместе с оператором морфологического сжатия Серра порождает (структурную) монотонную морфологию.

Доказательство (i). Здесь необходимо доказать только то, что оператор $O_Y(Im) = Y(E(Im))$ является алгебраическим проектором, т. е.

$$O_Y(Im) = O_Y(O_Y(Im)).$$

Начнем с того, что оператор эрозии сохраняет включение:

$$E(SO(Im)) \supseteq E(Y(E(Im))) \supseteq E(O(Im)),$$

а значит, исходя из свойств оператора открытия Серра и оператора селективного открытия

$$E(Im) \supseteq E(Y(E(Im))) \supseteq E(Im)$$

и окончательно имеем

$$E(Y(E(Im))) = E(Im).$$

Применим к обеим частям равенства оператор Y и получим

$$Y(E(Y(E(Im)))) = Y(E(Im)),$$

что и требовалось доказать. ■

Доказательство (ii). Второе утверждение требует всего лишь проверки выполнения условий $\{O_Y(Im) \supseteq E(Im)\}$ и $\{E(Im) = \emptyset \Leftrightarrow O_Y(Im) = \emptyset\}$, первое из которых следует непосредственно из $\{Y(E(Im)) \supseteq O(Im)\}$, а второе — из (1) и $\{SO(Im) \supseteq Y(E(Im))\}$. ■

Отсюда вытекает следующая *конструктивная схема построения структурной монотонной морфологии* на базе оператора сжатия Серра $E(Im)$.

1. Выбрать оператор Y , сохраняющий включение.
2. На основе Y построить монотонный оператор открытия

$$O_Y(Im) = (Y(E(Im)) \cup O(Im)) \cap SO(Im),$$

где $O(Im)$ — морфологическое открытие Серра.

3. Построить соответствующий оператор закрытия $C_Y = [O_Y([Im]^C)]^C$.

Пример. Пусть в качестве $E(Im)$ используется $E(Im, B)$ — морфологическая эрозия Серра со структурирующим элементом B . Тогда в качестве Y можно использовать дилатацию Серра с большим структурирующим элементом: $D(Im, B1)$, $B1 \supseteq B$.

Как видно, условие утверждения 1 является достаточным для построения монотонной морфологии на базе сжатия Серра. Но является ли оно необходимым? Иными словами, существуют ли другие операторы монотонного открытия для оператора эрозии Серра, для которых это условие не выполняется?

Необходимое условие построения структурной монотонной морфологии

Утверждение 2. Для любой монотонной морфологии на базе операторов $E(Im, B)$ и Y , где $E(Im, B)$ — оператор морфологического сжатия Серра со структурирующим элементом B , а Y — некоторый произвольный неуменьшающий оператор, сохраняющий включение, выполняется следующее соотношение:

$$SO(Im, B) \supseteq O_Y(Im, B) \supseteq O(Im, B),$$

где $O_Y(Im) = Y(E(Im, B)) \cap Im$ — монотонное открытие на базе операторов $E(Im, B)$ и Y ; $O(Im) = D(E(Im, B), B)$ — соответствующее морфологическое открытие Серра; $SO(Im, B) = EMIR(E(Im, B))$ — соответствующее селективное открытие.

Смысл этого утверждения заключается в том, что для множества всех возможных монотонных морфологических фильтров на базе морфологического сжатия Серра, рассматриваемых как множество операторов, частично упорядоченное отношением включения соответствующих изображений, морфологическое открытие Серра есть точная нижняя граница (infimum), а селективное морфологическое открытие есть точная верхняя граница (supremum). Доказательство этого утверждения состоит из двух частей.

(i) Докажем сначала более простое утверждение:

$$SO(Im, B) \supseteq O_Y(Im, B).$$

Очевидно, что для любой связной области $Object$ справедливо либо $E(Object) = \emptyset$, либо $E(Object) \supseteq Object$. В случае, когда $E(Object) = \emptyset$, по условиям (1) и (3) $O_Y(Object, B) = \emptyset$ и $SO(Object, B) = \emptyset$. В противном случае $O_Y(Object, B) \subseteq Object$ (1), а $SO(Object, B) = Object$ (3). Следовательно, в обоих случаях $SO(Im, B) \supseteq O_Y(Im, B)$ выполняется непосредственно по определениям этих операций.

(ii) Докажем теперь, что $O_Y(Im, B) \supseteq O(Im, B)$.

Поскольку $O_Y(Im, B)$ является проектором, то

$$O_Y(Im) = O_Y(O_Y(Im)),$$

откуда

$$E(O_Y(Im)) = E(O_Y(O_Y(Im))).$$

Обозначим Z — оператор восстановления после сжатия $O_Y(Im, B) = Z(E(Im, B))$ и, вводя дополнительное обозначение $I = E(O_Y(Im, B), B)$, получим $I = E(Z(I), B)$.

Предположим, что $D(I, B) \not\subseteq Z(I)$.

Тогда существует такая точка x , что $x \in D(I)$, $x \notin Z(I)$.

Согласно определениям расширения и сжатия

$$D(A, B) = \cup_{\tau \in B} A_{\tau}, \quad E(A, B) = \cap_{\tau \in B} A_{\tau},$$

где A_{τ} — это результат трансляции изображения A на вектор τ в плоскости изображения. Значит, исходя из определения дилатации

$$\forall x \in D(I, B) \exists \tau(x) \in B: x_{\tau} \in I.$$

Но в то же время по определению эрозии мы имеем для этого x и $\tau(x)$:

$$\{x \in D(I, B), x \notin Z(I)\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \{x_{\tau} \in I, x_{\tau} \notin E(Z(I), B)\} \Rightarrow \{E(Z(I), B) \neq I\}.$$

Таким образом, утверждение $\{D(I, B) \not\subseteq Z(I)\}$ противоречит утверждению $\{I = E(Z(I), B)\}$. Значит, оно ложно, и $\forall I: D(I, B) \subseteq Z(I)$.

Теперь подставим в это выражение $I = E(Im)$ и получим искомое

$$D(E(Im, B), B) \subseteq Z(E(Im, B)) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow O(Im, B) \subseteq O_Y(Im, B). \blacksquare$$

Таким образом, дилатация Серра $D(Im, B)$ является минимально возможным, а $EMIR$ — максимально возможным оператором восстановления после сжатия для эрозии Серра $E(Im, B)$.

С учетом утверждений 1 и 2 можно теперь окончательно сформулировать следующую теорему.

Теорема 1. Для любого оператора Y , сохраняющего включение, отношение

$$SO(Im, B) \supseteq Y(E(Im, B)) \supseteq O(Im, B),$$

где $E(Im, B)$ — морфологическое сжатие Серра; $O(Im) = D(E(Im, B), B)$ — морфологическое открытие Серра; $SO(Im, B) = EMIR(E(Im, B))$ — соответствующее селективное открытие, является необходимым и достаточным условием того, что четверка операторов $\{E(Im, B), D(Im, B), O_Y(Im) = Y(E(Im, B)), C_Y = [O_Y([Im]^C)]^C\}$ является (структурной) монотонной морфологией.

Конструктивный способ описания альтернативных морфологических операторов

Часто используются следующие определения для расширения, сжатия и открытия Серра:

$$D(A, B) = \cup_{\tau \in B} A_{\tau}, \quad E(A, B) = \cap_{\tau \in B} A_{\tau}, \\ O(A, B) = D(E(A, B), B).$$

С точки зрения конструирования практических попиксельных алгоритмов обработки изображений более удобными являются следующие эквивалентные формулы:

$$D(A, B) = \cup_{\tau \in A} B_{\tau}; \quad E(A, B) = \cup_{B_{\tau} \in A} \tau; \\ O(A, B) = \cup_{B_{\tau} \in A} B_{\tau}.$$

По аналогии с этими выражениями можно записывать и операторы других структурных монотонных морфологий в такой же математической форме:

$$E_X(A) = \cup_{B(\tau) \in A} \tau; \quad D_Y(A) = \cup_{\tau \in A} B(\tau); \\ O_{XY}(A) = D_Y(E_X(A)); \quad O_{XY}(A) = \cup_{B(\tau) \in A} B(\tau), \quad (4)$$

где (X, Y) — соответствующие базовые операторы монотонной морфологии, а обозначение $B(\tau)$ подразумевает использование в различных точках изображения различных структурирующих элементов, о которых далее лучше говорить уже как о *структурирующих функциях* (в простейшем случае $B(\tau) \equiv B_{\tau}$).

Для того чтобы это определение стало конструктивным, необходимо так же, как и в операторе $EMIR(Im_E, Im_0)$, предполагать наличие, помимо обрабатываемого изображения, некоторого дополнительного, известного оператору, справочного изображения Im_0 (как правило, исходного изображения). Иными словами, $B(\tau)$ в формуле (4) нужно понимать как функцию двух параметров $B(\tau, Im_0)$.

Согласно определению Серра, морфологические фильтры должны, во-первых, быть проекторами, а во-вторых, сохранять отношение принадлежности (включения). Проективные свойства оператора обобщенного открытия следуют непосредственно из формулы (4). А вот для того, чтобы обеспечить выполнение второго условия, необходимо сделать следующее дополнительное предположение о том, что $B(\tau, Im_0)$ монотонно относительно включения как функция второго параметра Im_0 :

$$B(\tau, A) = \cup_{D \subseteq A} B(\tau, D). \quad (5)$$

С учетом этого условия сохранение включения доказывается следующим образом. Пусть $A \subseteq AA$. Тогда из (4) и (5) имеем:

$$O_{XY}(A) = \cup_{B(\tau) \in A} B(\tau, A), \\ O_{XY}(AA) = \cup_{B(\tau, AA) \in AA} B(\tau, AA) = \\ = (\cup_{B(\tau, AA) \in A} B(\tau, A)) \cup \\ \cup (\cup_{B(\tau, AA) \in AA, B(\tau, AA) \neq B(\tau, A)} B(\tau, AA)) = \\ = O_{XY}(A) \cup (\cup_{B(\tau, AA) \in AA, B(\tau, AA) \neq B(\tau, A)} B(\tau, AA)),$$

откуда следует искомое $O_{XY}(A) \subseteq O_{XY}(AA)$. ■

Таким образом, операторы, построенные по формуле (4) при условии (5), действительно являются морфологическими фильтрами в смысле Серра.

Предположим теперь, что при сжатии используются одни структурирующие функции, а при рас-

ширении — другие. Тогда формулы (4) примут следующий вид:

$$E_X(A) = \cup_{B_X(\tau) \in A} \tau, \quad D_Y(A) = \cup_{\tau \in A} B_Y(\tau), \\ O_{XY}(A) = D_Y(E_X(A)), \\ O_{XY}(A) = \cup_{B_X(\tau) \in A} B_Y(\tau), \quad (6)$$

причем

$$\tau \in B_X(\tau), \quad B_X(\tau, A) = \cup_{D \subseteq A} B_X(\tau, D), \quad \tau \in B_Y(\tau), \\ B_Y(\tau, A) = \cup_{D \subseteq A} B_Y(\tau, D). \quad (7)$$

Пример. Селективная морфология на базе эрозии Серра. Здесь $B_X(\tau) \equiv B_{\tau}$ — постоянный структурирующий элемент, а $B_Y(\tau, Im_0) = Object(\tau, Im_0)$ представляет собой всю связную область исходного изображения Im_0 , которой принадлежит точка τ .

Назовем *структурными* любые операторы монотонной морфологии, которые удовлетворяют свойствам (1) и могут быть представлены в форме (6), (7). Тогда, по аналогии с *теоремой 1* имеет место следующая теорема.

Теорема 2. Для любого структурного оператора дилатации D_Y отношение

$$O_{XEMIR}(Im) \supseteq O_{XY}(Im) \supseteq O_{XX}(Im),$$

где $O_{XY}(Im) = D_Y(E_X(Im))$, $O_{XX}(Im) = D_X(E_X(Im))$, $O_{XEMIR}(Im) = EMIR(E_X(Im))$, является *необходимым и достаточным условием* того, что четверка операторов $\{E_X(Im), D_X(Im), O_{XY}(Im) = D_Y(E_X(Im)), C_{XY} = [O_{XY}([Im]^C)]^C\}$ является структурной монотонной морфологией.

Доказательство. Прежде всего заметим, что для операторов (6) выше уже доказаны все условия выражения (1), кроме того, что открытие O_{XY} является алгебраическим проектором. Докажем сначала достаточность, а затем — необходимость этого условия.

Достаточность. Здесь доказательство полностью аналогично приведенному ранее доказательству *утверждения 1*. Начнем с того, что оператор эрозии сохраняет включение, откуда

$$E_X(O_{XEMIR}(Im)) \supseteq E_X(O_{XY}(Im)) \supseteq E_X(O_{XX}(Im)),$$

а значит, исходя из свойств $E_X(O_{XEMIR}(Im)) = E_X(Im)$ и $E_X(O_{XX}(Im)) = E_X(Im)$

$$E_X(Im) \supseteq E_X(O_{XY}(Im)) \supseteq E_X(Im)$$

и окончательно имеем

$$E_X(O_{XY}(Im)) = E_X(Im).$$

Применим к обеим частям равенства оператор D_Y и получим:

$$D_Y(E_X(O_{XY}(Im))) = D_Y(E_X(Im)),$$

т. е. $O_{XY}(O_{XY}(Im)) = O_{XY}(Im)$. Что и требовалось доказать. ■

Необходимость. Здесь идея доказательства также аналогична идее доказательства утверждения 2, но способ реализации этой идеи несколько иной. Начнем с того, что поскольку $O_{XY}(Im)$ является проектором, то

$$O_{XY}(Im) = O_{XY}(O_{XY}(Im)),$$

откуда

$$E_X(O_{XY}(Im)) = E_X(O_{XY}(O_{XY}(Im))).$$

Вводя дополнительное обозначение $I = E_X(O_{XY}(Im))$, это можно записать как

$$I = E_X(D_Y(I)).$$

Пусть теперь $D_X(I) \not\subseteq D_Y(I)$. Тогда

$$\exists \tau \in I: B_X(\tau) \not\subseteq D_Y(I) \Rightarrow \tau \notin E_X(D_Y(I)) \Rightarrow E_X(D_Y(I)) \neq I.$$

Получили противоречие. Значит,

$$\forall \tau \in I: B_X(\tau) \subseteq D_Y(I).$$

С учетом (6) отсюда следует

$$D_X(I) = \bigcup_{\tau \in I} B_X(\tau) \subseteq D_Y(I),$$

и, подставляя в это выражение $I = E_X(Im)$, окончательно получаем

$$D_X(E_X(Im)) \subseteq D_Y(E_X(Im)),$$

т. е. $O_{XX}(Im) \subseteq O_{XY}(Im)$, что и требовалось доказать. ■

Отсюда вытекает следующая *общая конструктивная схема построения структурной монотонной морфологии*.

1. Задать структурирующую функцию $B_X(\tau)$, удовлетворяющую условиям выражения (7) и построить с ее помощью операторы $E_X(Im)$ и $O_{XX}(Im)$ в соответствии с выражением (6).

2. На основе произвольного оператора Y построить монотонный оператор открытия

$$O_{XY}(Im) = (Y(E_X(Im)) \cup O_{XX}(Im)) \cap O_{XEMIR}(Im).$$

3. Построить соответствующий оператор закрытия

$$C_{XY} = [O_{XY}([Im]^C)]^C.$$

Представляет интерес также частный случай этой схемы, определяемый следующим утверждением.

Утверждение 3. Для операторов (6), (7) условие

$$B_X(\tau) \subseteq B_Y(\tau) \subseteq Object(\tau), \quad (8)$$

где $Object(\tau)$ — связная область изображения, содержащая точку τ , является достаточным для того, чтобы оператор D_Y удовлетворял условию *теоремы 2*.

Доказательство.

1. Истинность утверждения

$$\begin{aligned} \forall E_X(Im): \{B_Y(\tau) \subseteq Object(\tau)\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \{O_{XY}(Im) \subseteq O_{XEMIR}(Im)\} \end{aligned}$$

следует непосредственно из того, что

$$O_{XY}(A) = \bigcup_{B_X(\tau) \in A} B_Y(\tau),$$

$$O_{XEMIR}(A) = \bigcup_{B_X(\tau) \in A} Object(\tau).$$

2. Докажем теперь, что

$$\forall E_X(Im): \{B_X(\tau) \subseteq B_Y(\tau)\} \Rightarrow \{O_{XX}(Im) \subseteq O_{XY}(Im)\}.$$

Доказательство будем вести от противного.

Пусть $O_{XX}(Im) \not\subseteq O_{XY}(Im)$. Иными словами,

$$\exists p: p \in O_{XX}(Im), p \notin O_{XY}(Im),$$

и, следовательно,

$$\exists \tau \in Im: p \in B_X(\tau), p \notin B_Y(\tau).$$

Таким образом, условие $B_X(\tau) \subseteq B_Y(\tau)$ в этом случае не выполняется, что и требовалось доказать. ■

Отсюда вытекает следующая *частная конструктивная схема построения монотонной морфологии*:

1. Задать структурирующую функцию $B_X(\tau)$, удовлетворяющую условиям выражения (7), и построить с ее помощью оператор $E_X(Im)$ в соответствии с выражением (6).

2. Задать структурирующую функцию $B_Y(\tau)$, удовлетворяющую условиям выражений (7), (8), и построить с ее помощью операторы $D_Y(Im)$ и $O_{XY}(Im)$ в соответствии с выражением (6).

3. Построить соответствующий оператор закрытия $C_{XY} = [O_{XY}([Im]^C)]^C$.

Поскольку для одного набора структурирующих функций $B_X(\tau)$, применяемых при сжатии (деконструкции) изображения, при реконструкции могут использоваться структурирующие функции $B_Y(\tau)$ различного вида, морфологические проекторы, определяемые выражениями (6),(7) будут являться *альтернативными*.

Заключение

В статье описана и исследована модульная схема конструирования альтернативных монотонных морфологических операторов на базе последовательного применения пары сопряженных операторов.

Предложена схема построения монотонных морфологий на базе произвольных немонотонных операторов. Описана бинарная селективная морфология. Доказано необходимое и достаточное условие построения структурной монотонной морфологии на базе монотонных морфологических разложений. Сформулирован конструктивный способ описания альтернативных монотонных морфологических проекторов.

Список литературы

1. Serra J. Image Analysis and Mathematical Morphology. Academic Press, London, 1982.
2. Vizilter Yu. Image Analysis Using Select-Only Morphological Operators // SPIE Proceedings. Boston, 2000. Vol. 4197. P. 107—118.
3. Vizilter Yu. Design of Morphological Operators Based on Selective Morphology // SPIE Proceedings. Sun Jose. 2002. Vol. 4667. P. 215—226.

УДК 518.5:66.011(075.8)

В. И. Ряхских, д-р техн. наук, проф.,
О. Ю. Никифорова, ст. преподаватель,
Воронежская государственная
технологическая академия
niki22@mail.ru

Математическое моделирование процесса непрерывной газоподготовки замкнутых объемов

На основе идеальных представлений о гидродинамической структуре потоков в аппарате с застойными зонами предложена математическая модель массообмена в процессе непрерывной газоподготовки.

Ключевые слова: криогенные жидкости, массообмен, непрерывная газоподготовка.

Постановка задачи

Смена газовых сред в замкнутых системах является неотъемлемой составляющей многих технологических процессов в пищевой и химической отраслях промышленности. В частности, газоподготовка необходима в криогенной технике, которая проводится в обязательном порядке перед заполнением элементов криогенных систем сжиженными газами — эта операция во многом определяет чистоту криогенных жидкостей и безопасность эксплуатации [1].

Как правило, процесс газоподготовки осуществляется непрерывной "продувкой" системы, но из-за наличия застойных зон концентрация удаляемого газа может быть существенно неоднородной по объему. Результат газоподготовки динамически контролируется по величине концентрации удаляемого газа на выходе из объема, что приводит к искажению информации о содержании остаточных концентраций.

Для объемов простой геометрии (шар, цилиндр и др.), подлежащих газоподготовке, наличие штатных хроматографов позволяет достаточно точно контролировать динамику изменения концентрации газовых смесей ввиду однородного их распределения. Однако данный подход не применим для объ-

емов с застойными зонами и тупиковыми отводами в связи с невозможностью осуществления в них контроля за изменением концентрации с помощью измерительных приборов. Поэтому разработка математических моделей, описывающих реальное функционирование криогенных объектов в ходе осуществления газоподготовки, актуальна.

Имеется два классических подхода к анализу результатов газоподготовки: первый основывается на балансовых соотношениях [2], второй — на уравнениях Навье—Стокса [3]. Однако им присущи недостатки, которые заключаются в первом случае в необходимости проведения дополнительных экспериментальных исследований, а во втором — в недостаточно корректной реализации численных схем, аппроксимирующих уравнения переноса и соответствующие граничные условия. Альтернативным способом прогнозирования процесса является использование идеальных представлений о гидродинамической структуре потоков в системе.

Для этого рассматривается объем системы как совокупность гидродинамически связанных объемов двух типов: основная зона (характеризуется гидродинамической структурой идеального перемешивания и непосредственно связана конструктивно с входящим и выходящим потоками продувочного газа) и застойные зоны с той же гидродинамической структурой, что и основная зона, но топологически связанные только с ней.

Будем считать процесс изотермическим, а объемный поток газа подготовки постоянным, тогда динамика изменения концентрации удаляемого газа из системы может быть определена методом "средних" [4]:

$$c_0(t) = \frac{1}{\tau_0(r_2 - r_1)} \left[\left(r_2 + \frac{1}{\tau} \right) \exp(r_2 t) \int_0^t c_{\text{вх}}(\xi) \exp(-r_2 \xi) d\xi - \left(r_1 + \frac{1}{\tau} \right) \exp(r_1 t) \int_0^t c_{\text{вх}}(\xi) \exp(-r_1 \xi) d\xi \right]; \quad (1)$$

$$c_i(t) = \frac{1}{\tau_i} \exp\left(\frac{-t}{\tau_i}\right) \int_0^t c_0(\xi) \exp\left(\frac{\xi}{\tau_i}\right) d\xi, \quad (2)$$

где

$$r_1 = \frac{1}{2} \left\{ -\left[\frac{1}{\bar{\tau}} + \frac{1}{\tau_0} (1 + n\bar{\beta}) \right] + \sqrt{\left[\frac{1}{\bar{\tau}} + \frac{1}{\tau_0} (1 + n\bar{\beta}) \right]^2 - \frac{4}{\tau_0 \bar{\tau}}} \right\};$$

$$r_2 = \frac{1}{2} \left\{ -\left[\frac{1}{\bar{\tau}} + \frac{1}{\tau_0} (1 + n\bar{\beta}) \right] - \sqrt{\left[\frac{1}{\bar{\tau}} + \frac{1}{\tau_0} (1 + n\bar{\beta}) \right]^2 - \frac{4}{\tau_0 \bar{\tau}}} \right\};$$

$$\bar{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i; \quad \bar{\tau} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i;$$

при этом U — объемный расход продувочного газа; β_i — доля потока U , входящего и выходящего из i -й застойной зоны; V_0 — объем зоны идеального смешения; V_i — объем i -й застойной зоны ($i = 1, n$); n — число застойных зон; $c_{\text{вх}}(t)$, $c_0(t)$, $c_i(t)$ — концентрации вещества на входе, выходе и в i -й застойной зоне; t — текущее время; $\tau_0 = V_0/U$, $\tau_i = V_i/(\beta_i U)$ — времена пребывания в зоне смешения и i -й застойной зоне соответственно; $\bar{\tau}$ — время пребывания в "осредненной" застойной зоне.

Будем полагать, что основным механизмом изменения концентрации в застойной зоне является конвективная диффузия.

Идентификация кинетического коэффициента обмена

Рассмотрим одномерную задачу распространения среды из участка перемешивания в глубь застойной зоны. Пусть начало отсчета располагается в плоскости сопряжения застойной зоны с участком перемешивания, и изменение концентрации в основной зоне известно — $\varphi(t)$, тогда система уравнений в безразмерном виде такова:

$$\frac{\partial C(X, \theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 C(X, \theta)}{\partial X^2}; \quad (3)$$

$$C(X, 0) = 0; \quad C(0, \theta) = \Phi(\theta); \quad \frac{\partial C(1, \theta)}{\partial X} = 0, \quad (4)$$

где $X = x/h$; $\theta = tD/h^2$; $G = \gamma h^2/D$; $C(X, \theta) = c(x, t)/c_E$; $\Phi(\theta) = \varphi(t)/c_E$; h — глубина застойной зоны; D — коэффициент конвективной диффузии; $c(x, t)$ — текущая концентрация среды; c_E — нормирующая концентрация; x, t — текущие координата и время;

γ — обратная величина времени пребывания среды на участке перемешивания.

Решение (3)–(4) будем искать методом осреднения функциональных поправок [5], в итоге получим:

- при $0 \leq \theta \leq \theta_{\text{и}}$ и $0 \leq X \leq \delta(\theta)$

$$C(X, \theta) = 0,5 F_1(\theta) [\delta(\theta) - X]^2, \quad (5)$$

где

$$F_1(\theta) = 2\Phi(\theta)/\delta^2(\theta); \quad (6)$$

$$\delta(\theta) = \frac{[\theta - 2G^{-1}[1 - \exp(-G\theta)] + 0,5G^{-1}[1 - \exp(-2G\theta)]]^{0,5}}{[1 - \exp(-G\theta)]}; \quad (7)$$

$$\theta_{\text{и}} \approx \begin{cases} 1, & G \ll 1; \\ (4 + G)^{-1}, & G \gg 1; \end{cases} \quad (8)$$

- при $\theta \geq \theta_{\text{и}}$ и $0 \leq X \leq 1$

$$C(X, \theta) = \Phi(\theta) + (1/2X - 1)F_2(\theta), \quad (9)$$

где

$$F_2(\theta) = \exp[-3(\theta - \theta_{\text{и}})] \left[2 \frac{1 - \exp(-G\theta_{\text{и}})}{c_E} + 3G \frac{\exp(-3\theta_{\text{и}})}{3 - G} \{ \exp[(3 - G)\theta] - \exp[(3 - G)\theta_{\text{и}}] \} \right]. \quad (10)$$

Массовый поток среды $j(x, t)$ в плоскости сопряжения застойной зоны с участком перемешивания в безразмерном виде есть

$$J(\theta) = -\frac{\partial C(0, \theta)}{\partial X}, \quad (11)$$

где $J(\theta) = j(0, t)h/(c_E DS)$; S — площадь сопряжения.

Будем интерпретировать зависимость $\Omega(\theta) = J(\theta)/\bar{J}$ при

$$\bar{J} = \int_0^\infty J(\theta) d\theta \quad (12)$$

как плотность распределения безразмерного массового потока. Тогда масштаб длительности изменения процесса

$$\bar{\theta} = \int_0^\infty \theta \Omega(\theta) d\theta, \quad (13)$$

а коэффициент обмена по определению

$$\bar{\beta} = J(\bar{\theta})DS/(\rho hU). \quad (14)$$

В результате вычислений по формулам (11)–(13) с учетом (5) и (9) получаем:

$$\bar{J} = 0,25\theta_{и}\Phi(\theta_{и}) + 2/3\Phi(\theta_{и}) + (3 - G)^{-1}\exp(-3G\theta_{и}) - G(3 - G)^{-1}\exp(-3G\theta_{и}); \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta} = & \{0,25\theta_{и}^2\Phi(\theta_{и}) + 2/9\Phi(\theta_{и}) + \\ & + 3[G(3 - G)^{-1}\exp(-G\theta_{и})(G\theta_{и} + 1) \times \\ & \times 1/3G(3 - G)^{-1}\exp(-G\theta_{и})(3\theta_{и} + 1)\}/\bar{J}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} J(\bar{\theta}) = & \exp[-3(\bar{\theta} - \theta_{и})][2\Phi(\theta_{и}) + \\ & + \frac{3G}{3 - G}\exp(-3\theta_{и})\{\exp[(3 - G)\bar{\theta}] - \exp[(3 - G)\theta_{и}]\}]. \end{aligned} \quad (17)$$

Для определения D в застойной зоне воспользуемся результатами работы [6], приняв

$$D \approx \bar{\psi}ud, \quad (18)$$

где u — скорость среды в плоскости сопряжения; d — линейный размер застойной зоны в плоскости сопряжения:

$$\bar{\psi} = \Pi^{-1}\text{abs}\left(\int_{\Pi}\psi d\Pi\right),$$

где ψ — безразмерная функция тока; Π — площадь сечения застойной зоны по оси x . Зависимость для осредненной функции тока найдена из обработки вычислительного эксперимента:

$$\bar{\psi} = 5,067 \cdot 10^{-3}(d/h)^{1,193} \cdot \text{Re}^{0,341}, \quad (19)$$

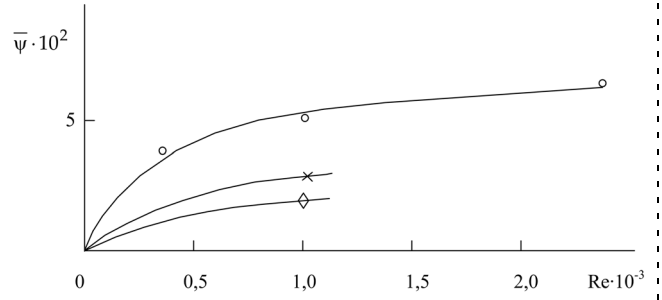
где $\text{Re} = ud/\nu$, ν — коэффициент кинематической вязкости.

Для того чтобы вычислить D и $\bar{\psi}$, необходимо знать скорость u , которую определим следующим образом [7]:

$$u = U_{ц}/S_{\Pi}, \quad (20)$$

где $U_{ц} = U\left[\frac{\text{stg}\alpha}{R_0\sqrt{\varepsilon}} - 1\right]$ — объемный расход цирку-

лирующей среды на участке перемешивания; S — длина струи на участке перемешивания; α — боковой угол расширения основного участка струи; R_0 — радиус входного патрубка в аппарат; ε — коэффи-



К аппроксимации результатов численного эксперимента [6]:

— расчет по формуле (19);
○ — $d/h = 1,0$; × — $d/h = 0,7$; ◇ — $d/h = 0,5$

ент Буссинеска; $S_{\Pi} = V_0/S - 1/3\pi R^2$ — площадь поперечного сечения участка перемешивания без учета объема, занимаемого струей; V_0 — объем участка перемешивания; $R = \text{stg}\alpha$ — радиус струи на расстоянии s от входного патрубка.

Результаты расчетов по формуле (19) приведены на рисунке.

Пример расчета

В качестве примера практического использования предложенной методики проведем расчет процесса непрерывной газоподготовки криогенной системы объемом 100 м^3 , содержащей атмосферный воздух, газообразным азотом до концентрации $0,8535$ масс. долей по азоту. Будем считать, что объем застойной зоны 10 м^3 , $S = 20 \text{ м}^2$, $d = 4,472 \text{ м}$, $h = 0,5 \text{ м}$. Объемный расход азота через систему $U = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$. Плотности азота и воздуха равны соответственно $\rho_a = 1,173 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_b = 1,213 \text{ кг/м}^3$, коэффициент кинематической вязкости газообразного азота $1,391 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ [8]. Согласно [7] $\varepsilon = 2,02$, $\alpha = 12^\circ 25'$. Из формулы (20) следует, что $u = 1,104 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$. Сравним полученное значение скорости с точным решением для затопленной осесимметричной незакрученной струи [9]:

$$u = \frac{3}{8\pi\sigma} \sqrt{\frac{I_0}{\rho_a}} \frac{1}{z} \frac{1}{\left[1 + \frac{3}{64\pi\sigma^2} \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^2}, \quad (21)$$

где $I_0 = \rho\pi R_0^2 u_0$ — импульс; u_0 — скорость среды на срезе входного патрубка; $\sigma = 0,21$; z, r — координаты вдоль и поперек оси струи. Расчет по (21) показы-

ваает, что $u = 7,793 \cdot 10^{-3}$ м/с ($z = 1/2S$, $r = \sqrt{S_n} = 4,86$ м). Отсюда следует, что предложенный способ определения скорости u по формуле (20) вполне приемлем.

Расчет по формулам (18) и (19) дает $D = 5,55 \cdot 10^{-2}$ м²/с. Выполним оценку значения D на участке перемешивания, полагая $D \sim \nu_t$, где ν_t — кинематический коэффициент турбулентной вязкости. В итоге получим

$$D = \sigma \sqrt{\frac{I_0}{\rho}} = 5,92 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с},$$

что подтверждает адекватность принятых допущений при расчете D по (18) и (19).

Согласно [10]

$$\gamma = (1 - A) \frac{U}{V_0} \frac{\rho_a}{\rho_b},$$

где A можно аппроксимировать зависимостью $A = 0,6R_0/(aS)$, $a = 0,07...0,08$; ρ_a , ρ_b — плотности газообразного азота и воздуха, откуда получим $\gamma = 2,396 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹.

Продолжив вычисления по формулам (15)—(17), найдем: $\bar{J} = 0,333$; $\bar{Q} = 2784,1$; $J(\bar{Q}) = 5,352 \cdot 10^{-5}$ и окончательно из (14) следует $\bar{\beta} = 4,025 \cdot 10^{-3}$.

Если U увеличить ($U = 5 \cdot 10^{-2}$ м³/с), т. е. изменить гидродинамическую обстановку в системе, то это не приведет к существенному увеличению $\bar{\beta}$ (в этом случае $\bar{\beta} = 4,064 \cdot 10^{-3}$). Таким образом, величина $\bar{\beta}$ определяется значениями геометриче-

ских характеристик системы и теплофизических параметров, участвующих в процессе сред.

Изменение концентрации азота на участке перемешивания и в застойной зоне рассчитано по формулам (1)—(2). В итоге имеем, что время достижения требуемой концентрации составляет 116 и 3300 мин для участка перемешивания и застойной зоны соответственно. Рекомендуемое время составляет 245 мин. Таким образом, учет застойных зон при прогнозировании результатов непрерывной газоподготовки может существенно повысить качество газоподготовки и, следовательно, уровень безопасной эксплуатации таких систем.

Список литературы

1. Филин Н. В., Буланов А. Б. Жидкостные криогенные системы. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд. 1095. 247 с.
2. Бондарь А. Г. Математическое моделирование в химической технологии. Киев: Вища школа, 1973. 279 с.
3. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидродинамика и теплообмен. М.: Мир, 1990. В 2-х томах. Т. 1. 384 с.
4. Рязских В. И., Никифорова О. Ю. Расчет проточного аппарата идеального смешения с застойными зонами // Изв. вузов. Химия и химическая технология. 1993. Т. 36. № 10. С. 108—111.
5. Беляев Н. М., Рядно А. А. Методы теории теплопроводности. М.: Высш. шк., 1982. В 2-х частях. Ч. 1. 327 с.
6. Белов И. А., Исаев С. А. Циркуляционное движение жидкости в прямоугольной каверне при средних и больших числах Рейнольдса. // Прикл. химия в тех. физике, 1982. № 1. С. 41—45.
7. Талиев В. Н. Аэродинамика и вентиляция. М.: Стройиздат, 1979. 295 с.
8. Малков М. П. и др. Справочник по физико-техническим основам глубокого охлаждения. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. 416 с.
9. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
10. Идельчик Н. Е. Аэродинамика технологических аппаратов (Подвод, отвод и распределение потока по сечению аппаратов). М.: Машиностроение, 1983. 351 с.

ИНФОРМАЦИЯ

С 25 по 27 мая 2009 состоится

XVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам.

Тематика конференции:

- Системы навигации, управления и наведения и их элементы
- Интегрированные навигационные системы для морских, наземных и аэрокосмических объектов
- Инерциальные системы и датчики
- Спутниковые системы GLONASS, GPS, Galileo и их дополнения
- Микромеханические системы
- Алгоритмы и программное обеспечение
- Испытания и метрология

Подробную информацию о данных конференциях см. на сайтах:

<http://www.elektropribor.spb.ru/cnf/kmu11/rindex.html>

<http://www.elektropribor.spb.ru/cnf/icins09/rufrset.html>

В. И. Бусурин, д-р техн. наук, проф.,

К. В. Шток, инженер,

Московский авиационный институт

(государственный технический университет)

bani-18@mail.ru

Интегрированный преобразователь давления и температуры на основе оптического туннельного эффекта

Рассмотрен интегрированный преобразователь на основе оптического туннельного эффекта, способный измерять давление и температуру в высокотемпературных, агрессивных и взрывоопасных средах (например, в камерах газотурбинных двигателей, топливных баках и др.).

Ключевые слова: преобразователь, оптический туннельный эффект, давление, температура, кварц, призма, мембрана, функция преобразования.

Введение

При разработке систем управления газотурбинными двигателями необходимо использовать данные о давлении и температуре в различных зонах, в которых температура газов достигает более 500 °С, а давление — нескольких мегапаскалей.

Известны оптические преобразователи давления с отражательной мембраной и принимающими и передающими волоконными световодами, в которых мембрана (диафрагма) прогибается под действием давления и перераспределяет отраженное оптическое излучение на торце принимающего волоконного световода [1–3]. Однако чувствительность таких оптических преобразователей давления невелика. Для повышения чувствительности можно использовать схемы преобразователей на основе управляемого оптического туннельного эффекта при переменном зазоре между световодом и мембраной. В известных схемах преобразователей указанный зазор изменяется под действием электрических, акустических и гидроакустических полей, мембраны имеют металлическое покрытие или взаимодействуют с волоконным световодом без оболочки, а сами преобразователи рассчитаны на температурный диапазон ±100 °С [4–8].

Для измерения высоких температур и давлений в широком диапазоне температур предлагается использовать преобразователи внешних воздействий на основе оптического туннельного эффекта в системе "призма полного внутреннего отражения—мембрана", выполненной полностью из кварцевого

стекла, что обеспечивает эксплуатацию в условиях высоких температур (рабочая температура кварца до 950 °С), давлений, динамических и вибрационных нагрузок.

Принцип работы преобразователя на основе оптического туннельного эффекта

Преобразователь на основе оптического туннельного эффекта (рис. 1) состоит из источника излучения (ИИ), первичного преобразователя (ПП), фотоприемника (ФП) и электронного блока (ЭБ).

Первичный преобразователь представляет собой призму полного внутреннего отражения (с показателем преломления n_1) с закрепленной на ней пластиной (с показателем преломления n_3) из оптического материала. Зазор между основанием призмы и пластиной устанавливается меньшим длины волны излучения (порядка сотен нанометров). Известно, что для электромагнитной волны, распространяющейся в некоторой среде, присутствие инородной среды будет ощущаться не только при механическом контакте, но уже при приближении друг к другу на расстояние порядка длины волны [9]. Материал мембраны с показателем преломления n_3 выбирается таким образом, чтобы относительно него в призме (n_1) условие полного внутреннего отражения (ПВО) нарушалось раньше, чем относительно среды (n_2) между призмой и мембраной, т. е. $n_3 > n_2$. Угол падения излучения θ на модулируемую поверхность выбирается таким, что при оптическом контакте призмы лишь с мембраной в нем нарушалось условие ПВО. Это значит, что угол θ должен удовлетворять условию

$$\arcsin(n_2/n_1) < \theta < \arcsin(n_3/n_1).$$

Внешние воздействия (например, давление) могут приводить к изменению зазора d между мембраной и основанием призмы и, следовательно,

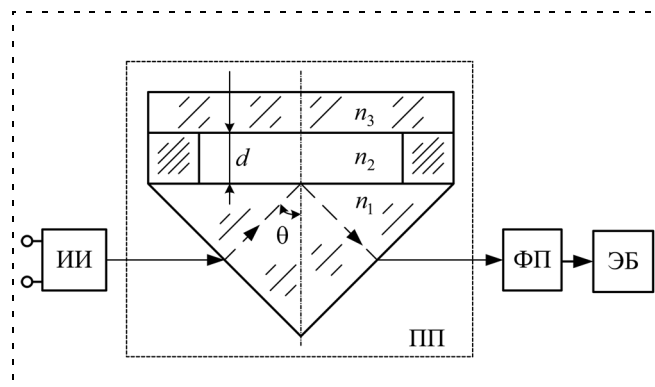


Рис. 1. Преобразователь на основе оптического туннельного эффекта

к модуляции отраженной части оптического излучения, которая является информационной. При уменьшении зазора d все большая часть оптической энергии проникает в мембрану и поглощается, что приводит к уменьшению выходного сигнала фотоприемника.

Поскольку внешние воздействия могут вызвать изменение зазора между центром мембраны и основанием призмы, функция преобразования первичного преобразователя определяется зависимостью $P = f(d)$ мощности оптического излучения P , достигающей выходного световода, от зазора d .

Изменение мощности выходного излучения можно оценить по отражательной способности модулируемой границы сред, т. е. по отношению мощности отраженного излучения к мощности падающего.

Для неполяризованной оптической волны (рис. 2) отражательная способность в структуре с одним отражением от модулируемой границы может быть представлена как [9]

$$R = 0,5[R_{d\perp} + R_{d\parallel}],$$

где $R_{d\perp}$, $R_{d\parallel}$ — отражательные способности границы сред для перпендикулярно и параллельно поляризованной волны соответственно.

Для параллельно поляризованной волны отражательная способность $R_{d\parallel}$ в структуре с одним отражением от модулируемой границы может быть приведена к виду

$$R_{d\parallel} = \frac{\exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda}d\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}\right) + \exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda}d\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}\right) + 2\cos(\phi_{12\parallel} - \phi_{23\parallel})}{\exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda}d\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}\right) + \exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda}d\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}\right) + 2\cos(\phi_{12\parallel} + \phi_{23\parallel})},$$

где

$$\phi_{12\parallel} = \arctg\left(\frac{2n_1\cos\theta\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}}{n_2^2\cos^2\theta - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2(n_1^2\sin^2\theta - n_2^2)}\right);$$

$$\phi_{23\parallel} = 180^\circ + \arctg\left(\frac{2n_1\cos\theta\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}}{n_1^2\cos^2\theta - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2(n_1^2\sin^2\theta - n_2^2)}\right).$$

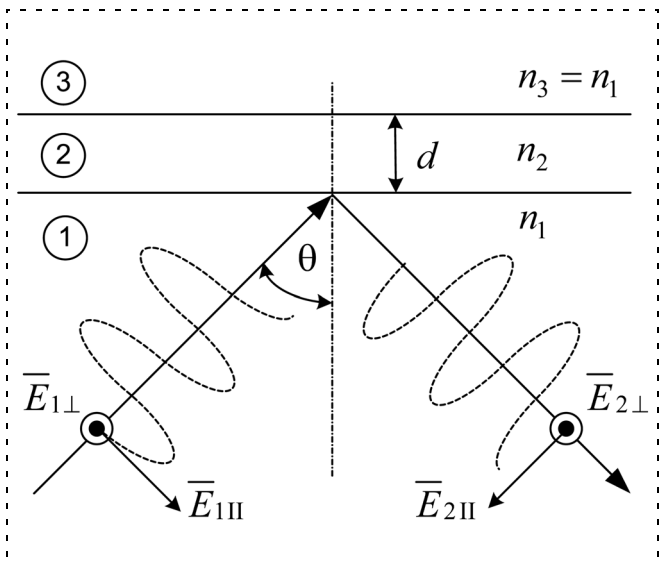


Рис. 2. Взаимодействие плоской волны с границей раздела

Для перпендикулярно поляризованной волны отражательную способность $R_{d\perp}$ представим в виде

$$R_{d\perp} = \frac{\exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda}d\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}\right) + \exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda}d\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}\right) + 2\cos(\phi_{12\perp} - \phi_{23\perp})}{\exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda}d\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}\right) + \exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda}d\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}\right) + 2\cos(\phi_{12\perp} + \phi_{23\perp})},$$

где

$$\phi_{12\perp} = \arctg\left(\frac{2n_1\cos\theta\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}}{n_1^2\cos^2\theta - n_1^2\sin^2\theta + n_2^2}\right);$$

$$\phi_{23\perp} = 180^\circ + \arctg\left(\frac{2n_1\cos\theta\sqrt{n_1^2\sin^2\theta - n_2^2}}{n_1^2\cos^2\theta - n_1^2\sin^2\theta + n_2^2}\right).$$

Из графика $R = f(\lambda, d)|_{\theta = \text{const}}$ (рис. 3) видно, что чувствительность первичного преобразователя к перемещению пластины увеличивается при уменьшении длины волны оптического излучения, что следует учитывать при выборе длины волны. С увеличением угла падения оптического излучения чувствительность первичного преобразователя к перемещению пластины увеличивается (рис. 4).

Для обеспечения максимального диапазона перемещений пластины (около одного микрометра)

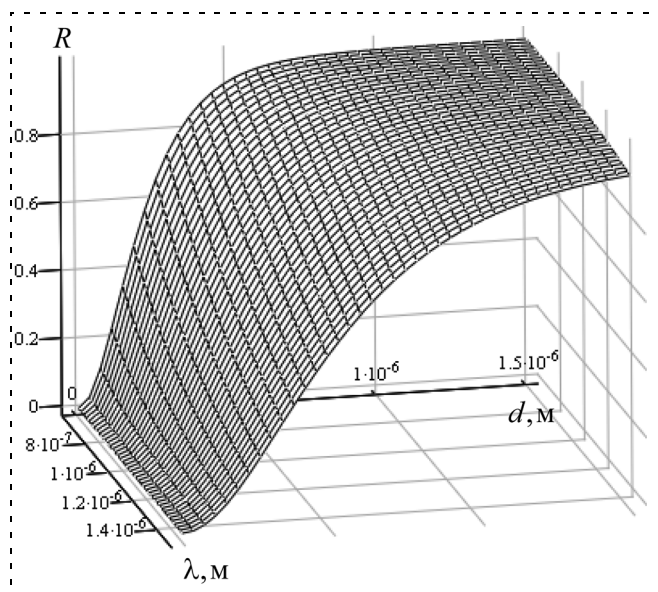


Рис. 3. Зависимость отражательной способности сред от длины волны излучения λ и расстояния между призмой и пластиной d

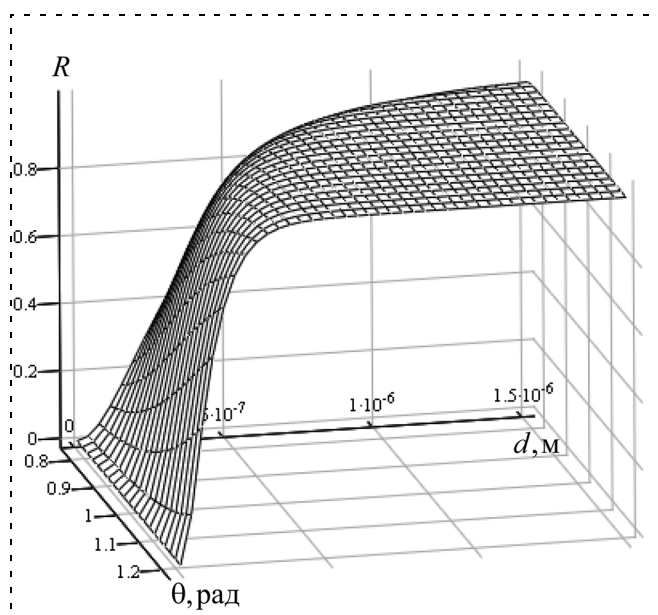


Рис. 4. Зависимость отражательной способности сред от угла падения излучения θ и расстояния между призмой и пластиной d

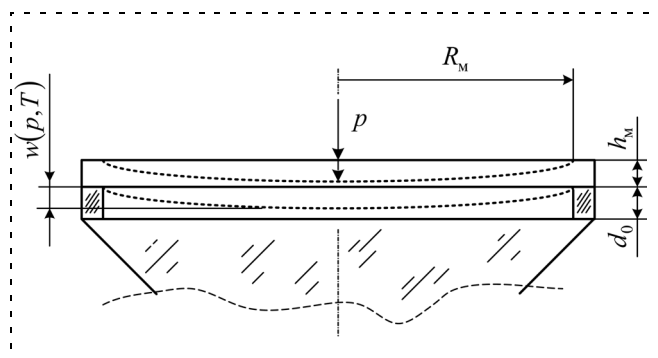


Рис. 5. Первичный преобразователь давления на основе оптического туннельного эффекта

необходимо, чтобы угол падения излучения был на $3...5^\circ$ больше минимального значения $\theta_{\min}$, определяемого как $\theta_{\min} = \arcsin(n_2/n_1)$. Например, если материал пластины — кварц, а прослойкой между призмой и пластиной является воздух, то осевой угол падения может быть равен $\theta = 47...49^\circ$.

Преобразователь давления на основе оптического туннельного эффекта

В преобразователе давления воспринимающим элементом является мембрана, которая прогибается под действием внешнего давления.

Расстояние между призмой и мембраной в первичном преобразователе (рис. 5) зависит от прогиба мембраны под действием давления p и от температурного расширения материала пленки, которая располагается между мембраной и призмой, обеспечивая требуемый начальный зазор d_0 . Прогиб мембраны также зависит от выбранных конструктивных параметров (радиуса мембраны R_M и толщины мембраны h_M). Расстояние между призмой и мембраной равно

$$d = d_0 + \Delta d_1(T) - w(p, T),$$

где $\Delta d_1(T) = TKE(T - T_0)d_0$ — температурное изменение расстояния между призмой и мембраной; TKE — температурный коэффициент линейного расширения опоры; $w(p, T)$ — прогиб мембраны; T — температура окружающей среды.

Для заземленной по контуру круглой мембраны прогиб w определяется как [10, 11]

$$w(p, T) = \frac{3}{4} \frac{p(1 - \nu(T)^2)}{E(T)h_M^3} R_M,$$

где $E(T)$ — модуль Юнга; $\nu(T)$ — коэффициент Пуассона.

На рис. 6 изображена зависимость $w = f(p, T)$. Зависимость прогиба w от температуры T обусловлена учетом температурных изменений модуля Юнга $E(T)$ и коэффициента Пуассона $\nu(T)$.

Для обеспечения заданного прогиба мембраны w необходимо выбирать соответствующие значения толщины h_M и радиуса R_M мембраны. Например, для максимального прогиба мембраны, равного 0,9 мкм при давлении $p = 10$ МПа, толщина и радиус мембраны могут быть выбраны следующими: $h_M = 0,5$ мм, $R_M = 1$ мм.

Отражательная способность R_p границы сред в преобразователе давления зависит как от конструктивных параметров преобразователя, так и от внешних воздействий: $R_p = f(\lambda, d_0, \theta, n_1, n_2, n_3, R_M, h_M, p, T)$.

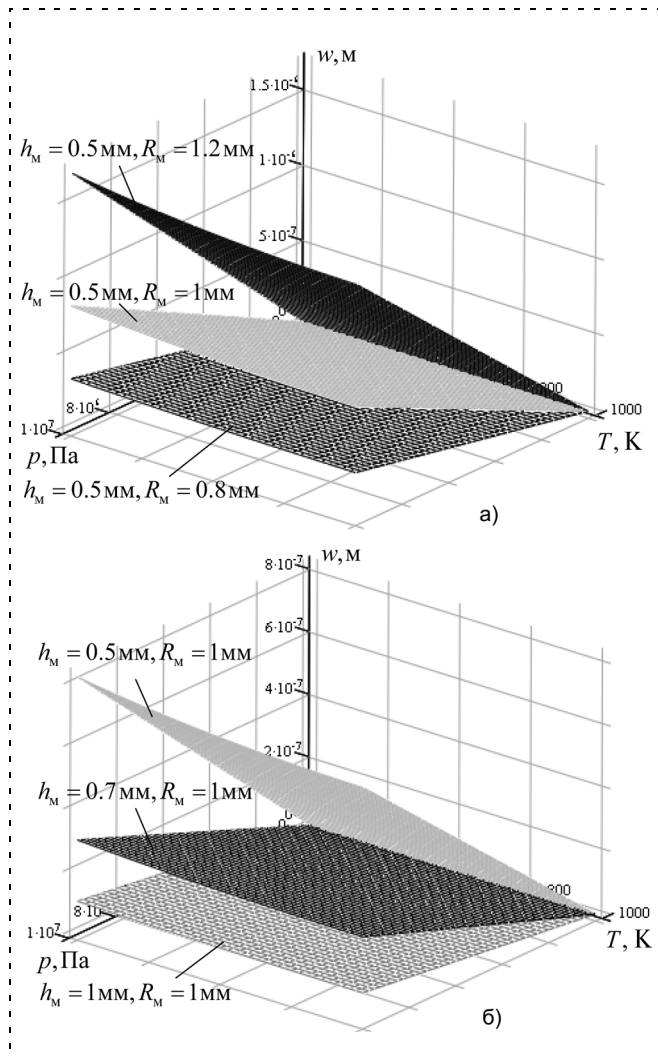


Рис. 6. Зависимости прогиба мембраны от давления и температуры при различных значениях радиуса мембраны R_M (а) и толщины мембраны h_M (б)

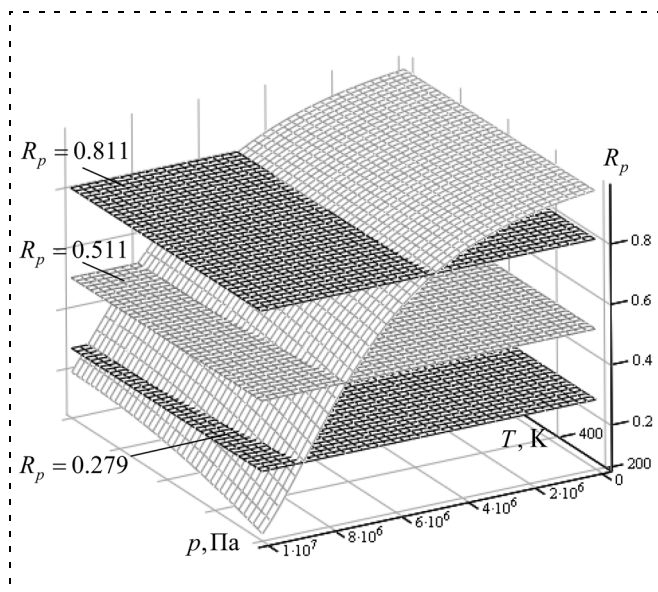


Рис. 7. Зависимость отражательной способности сред от давления и температуры

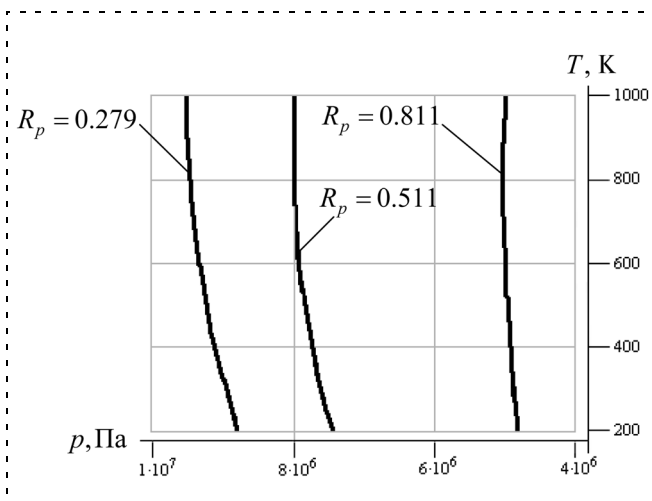


Рис. 8. Взаимосвязь давления и температуры при фиксированных отражательных способностях

На рис. 7 изображена зависимость $R_p = f(p, T)$ при выбранных конструктивных параметрах первичного преобразователя давления. Увеличение давления p приводит к уменьшению отражательной способности R_p , а увеличение температуры T ведет к некоторому увеличению отражательной способности R_p .

При одной отражательной способности R_p может получиться разный набор давлений p и температур T (рис. 8). Поэтому для определения давления p в заданной точке необходимо знать температуру T , при которой было измерено давление p .

Преобразователь температуры на основе оптического туннельного эффекта

Необходимый для определения давления преобразователь температуры может быть основан также на принципе оптического туннелирования.

В таком преобразователе температуры зазор d между призмой и пластиной в первичном преобразователе должен существенно изменяться при изменениях температуры.

Это можно обеспечить, например, за счет использования дополнительной прокладки из материала с большим температурным коэффициентом линейного расширения (рис. 9), например алюминия, который имеет рабочую температуру до 700 °С. В преобразователе температуры расстояние между призмой и пластиной должно зависеть только от температуры T . Влияние внешнего давления p можно снизить до минимума либо за счет значительного увеличения толщины пластины h_p , либо за счет соединения внутренней области с внешней средой с помощью дополнительных отверстий в пластине.

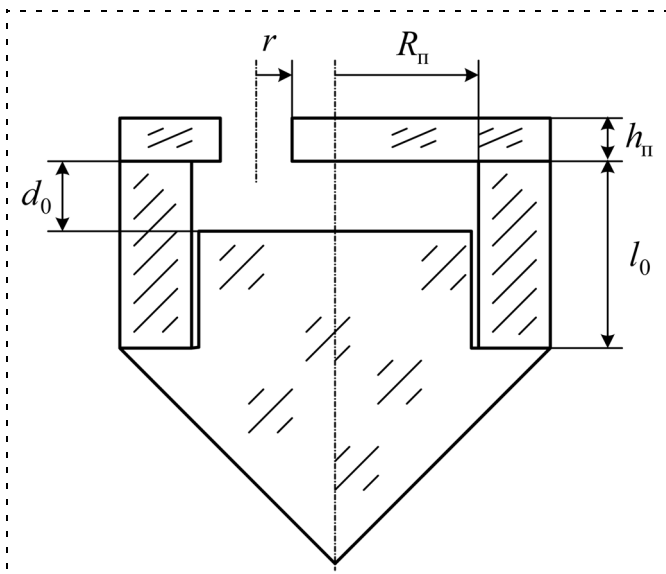


Рис. 9. Первичный преобразователь температуры на основе оптического туннельного эффекта

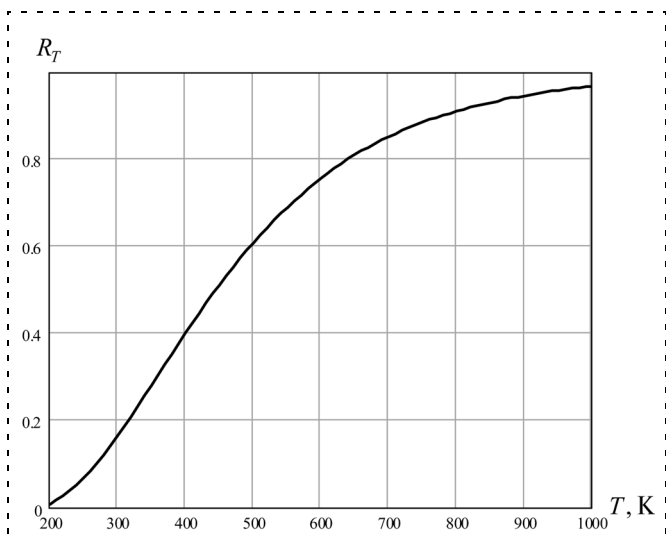


Рис. 10. Зависимость $R_T = f(T)$ в преобразователе температуры

Расстояние между призмой и мембраной определяется как

$$d = d_0 + \Delta d_2(T),$$

где $\Delta d_2(T) = TKE(T - T_0)l_0$ — температурное изменение расстояния между призмой и пластиной.

Следовательно, отражательная способность R_T в преобразователе температуры является функцией конструктивных параметров и температуры:

$$R_T = f(\lambda, d_0, l_0, \theta, n_1, n_2, n_3, T).$$

На рис. 10 изображена зависимость $R_T = f(T)$ при выбранных конструктивных параметрах первичного преобразователя температуры. Увеличение температуры T приводит к увеличению отражательной способности сред R_T в преобразователе температуры. На линейном участке графика преобразования чувствительность к температуре составляет около $0,002 \text{ K}^{-1}$.

Интегрированный блок преобразователей давления и температуры

Интегрированный блок преобразователей давления и температуры состоит из двух каналов (рис. 11): канала измерения температуры и канала первичного измерения давления.

Каждый канал состоит из источника излучения (ИИ), первичного преобразователя (ПП), фотоприемника (ФП), электронного блока (ЭБ), который включает в себя преобразователь "ток—напряжение" ("I—U") и аналого-цифровой преобразователь (АЦП). Данные о давлении и температуре формируются в запоминающих устройствах (ЗУ): о давлении — в ЗУ1, а о температуре — в ЗУ2. В зависимости от воздействий окружающей среды в первичных

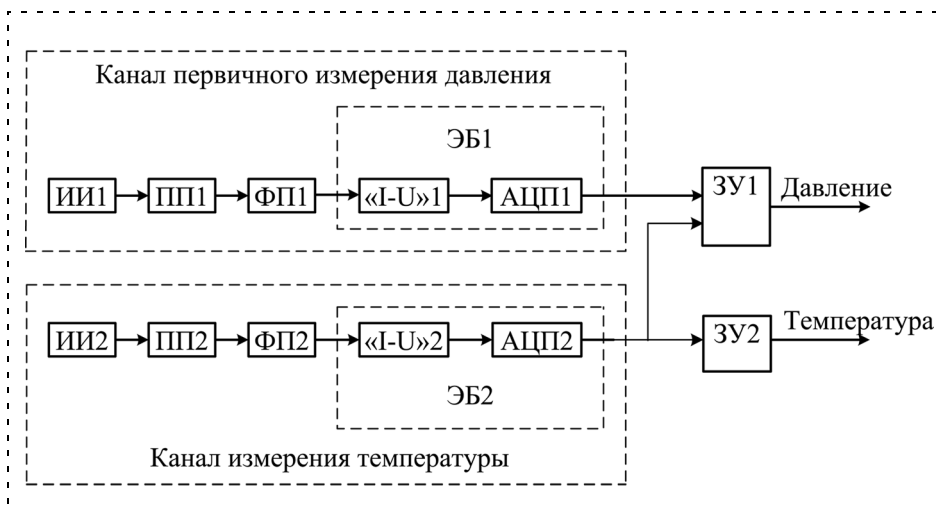


Рис. 11. Структурная схема интегрированного блока преобразователей давления и температуры

преобразователях давления и температуры происходит модуляция отраженной части оптического излучения и последующее преобразование в цифровой код, который формирует адрес ячейки ЗУ. Адрес данных о температуре определяется выходным кодом преобразователя температуры. Выходной код преобразователя давления определяет набор ячеек (рис. 12), а адрес конкретной ячейки выбирается по результатам измерения температуры. В целом, адрес



Рис. 12. Формирование данных о давлении и температуре

данных о давлении определяется выходными кодами преобразователя давления и преобразователя температуры.

Для обеспечения высокотемпературного измерения давления с погрешностью 0,1 % для хранения данных о температуре можно использовать ЗУ объемом памяти (256×10) , а для хранения данных о давлении — $(256K \times 10)$.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 08-08-00781-а.

Список литературы

1. Окуси Т., Окомото К., Оцу М., Нисихара Х., Кюма К., Хататэ К. / Под ред. Т. Окуси. Волоконно-оптические датчики: Пер. с япон. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-е, 1990. 256 с.
2. Баринев И. Н., Мокров Е. А. Микрооптомеханический преобразователь давления // 7-я Междунар. конф. "Авиация и космонавтика-2008". 2008. 236 с.

3. Jones B. E. Simple optical sensors for the process industries using incoherent light // Optical Sensor and Optical Techniques in Instrumentation / London: 1981. P. 1—15.
4. Бусурий В. И., Носов Ю. Р. Волоконно-оптические датчики. М.: Энергоатомиздат, 1990. 256 с.
5. Кравцов Ю. А., Минченко А. И., Петников В. Г. Акустооптические преобразователи на основе волоконных световодов // Радиотехника. 1982. Т. 37. № 10. С. 3—15.
6. Spillman W. B., Jr. McMahon D. H. Frustrated total internal reflection multimode fiber-optic hydrophone // Applied Optics. 1980. Vol. 19. N 1. P. 113—117.
7. Патент 4286468 США. Frustrated total internal reflection fiber-optic small-motion sensor for hydrophone use / D. E. Altman / НКИ 73-655. 1979.
8. Бадеева Е. А., Гориш А. В., Крупкина Т. Ю. и др. Волоконно-оптический датчик давления на туннельном эффекте // Датчики и системы. 2005. № 8.
9. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1983. 721 с.
10. Федосеев В. И. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1972. 544 с.
11. Андреева Л. Е. Упругие элементы приборов. М.: Машиностроение, 1981. 392 с.

А. И. Суздальцев, д-р техн. наук, проф.,
С. П. Петров, канд. техн. наук, доц.,
 Орловский государственный
 технический университет
 lavanda1984@ya.ru

Параметрический синтез системы управления локальным контуром теплоснабжения по критерию минимума энергетических затрат

Предложен параметрический синтез системы управления локальным контуром теплоснабжения по критерию минимума энергетических затрат с использованием графопараметрического метода анализа, основанного на вариации временных характеристик моделей системы и выборе оптимальной из них.

Ключевые слова: параметрический синтез, когенерация, эффективность, графопараметрический метод.

Введение

Анализ автоматизированной системы управления когенерационной системой централизованного теплоснабжения (АСУ КСЦТ) предполагает качественную оценку поведения системы в целом и количественную оценку степени удовлетворения требований к процессам управления.

Основными требованиями, предъявляемыми к АСУ КСЦТ, являются: устойчивость системы управления, инвариантность управляемой переменной к возмущающим воздействиям, ковариантность с задающим воздействием и робастность (ограниченная чувствительность) системы к вариациям характеристик элементов настройки [1, 2].

Однако выполнить указанные требования к системе управления мешают случайные возмущения в виде стохастических изменений температуры наружного воздуха (внешней среды) и наличие большого транспортного запаздывания теплоносителя в тепловых сетях, составляющего несколько часов, что, в конечном счете, сказывается на обеспечении теплового комфорта у потребителя.

Предложенная авторами структура АСУ КСЦТ [2] направлена на выполнение указанных требований, включает в себя несколько локальных контуров управления, требующих параметрического синтеза и оценки эффективности их использования.

Известные аналитические и экспериментальные методы математического моделирования, применяемые для оценки эффективности АСУ КСЦТ, требуют много дополнительной информации о динамике объекта управления, которую в большинстве слу-

чаев можно определить только экспериментально [3, 4].

Для анализа сложных технических систем в теории автоматического управления широко используется операторный метод, основанный на известном интегральном преобразовании Лапласа [1]. Операторная форма записи и запись передаточной функции по Лапласу при нулевых начальных условиях совпадают, но так как последняя требует учета начальных условий, они должны быть в общем случае обязательно оговорены.

В данной статье рассматривается синтез системы управления локальным контуром теплоснабжения (СУ ЛКТ) с использованием принципа максимума Понтрягина [3] и оценкой полученных результатов и использованием графопараметрического метода анализа, адаптированного под вычислительные системы "MathCAD", "MathLAB", "LabVIEW" [2].

Постановка задачи синтеза СУ ЛКТ

Задача синтеза математически формируется как поиск функции времени, доставляющей минимум некоторому функционалу J с учетом динамических свойств объекта, ограничений на его переменные состояния и возмущающих факторов, о которых имеется полная априорная информация [1]:

$$J(y(t), u(t), f(t)) \rightarrow \min, \quad (1)$$

где $y(t)$ — управляемая переменная (перепад температур теплоносителя в подающем и обратном трубопроводах локального контура теплоснабжения); $u(t)$ — управляющее воздействие (количество тепловой энергии); $f(t)$ — возмущающее воздействие (изменение температуры наружного воздуха).

На рис. 1 представлена временная характеристика изменения перепада температур теплоносителя в подающем и обратном трубопроводах локального контура теплоснабжения.

Решение сводится к поиску экстремалей, удовлетворяющих принципу максимума Понтрягина [3]. Результатом параметрического синтеза являются значения параметров обобщенной передаточной функции, обеспечивающие оптимальную траекторию управления. При этом согласно принципу максимума Понтрягина высота $\Delta\theta^*$ (рис. 1), ограниченная траекторией переходного процесса, должна иметь минимальное значение [1].

Синтез СУ КСЦТ осуществляется по интегральному критерию минимума энергетических затрат:

$$F_i = k_0 \int_0^{t_{н.пр}} \Delta\theta_{ЛКТ}(t) dt \rightarrow \min; \varepsilon \leq k_0 |\varepsilon_{P_{max}}|, \quad (2)$$

где $k_0 = \Delta\theta_{T.гр}$ — коэффициент перевода температуры из относительных единиц в абсолютные;

$\Delta\theta_{\text{Т.гр}}$ — максимальное (расчетное) значение перепада температур теплоносителя для температурного графика, в соответствии с которым работает источник тепловой энергии ($^{\circ}\text{C}$); ε — заданный показатель качества (погрешность управления); $\varepsilon_{p_{\text{max}}}$ — максимальное отклонение перепада температур теплоносителя от расчетного значения для заданного температурного графика. Остальные обозначения приведены на рис. 1.

Задачей синтеза является определение оптимальной траектории временной характеристики переходного процесса (минимальной площади положительной полуволны), характеризующей энергетические затраты, необходимые для компенсации управляющим воздействием влияния возмущающих факторов при заданной погрешности управления [1, 2].

Методика проведения параметрического синтеза СУ КСЦТ с использованием графопараметрического метода анализа результатов

Параметрический синтез осуществляется в несколько этапов.

- По модели объекта управления, представленной в операторной форме, определяются передаточные функции составляющих ее звеньев и значения коэффициентов, входящих в обобщенную передаточную функцию системы.
- Выполняется предварительный расчет коэффициентов передачи в передаточных функциях по каналам управления и возмущения (независимо друг от друга) с учетом следующего ограничения: произведение коэффициентов передачи по каналу управления и сумма коэффициентов передачи по каналу возмущения равны единице. Ограничение позволяет обеспечить нулевые начальные условия при построении временной характеристики переходного процесса.

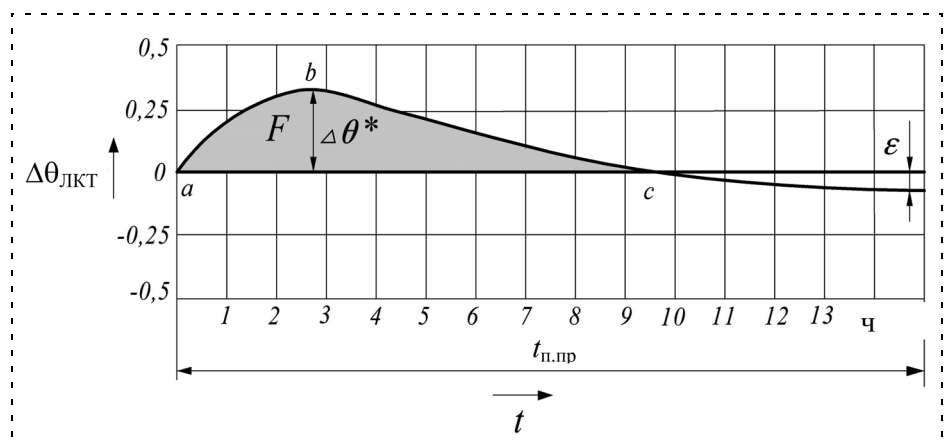
- Для различных значений коэффициента передачи K и времени запаздывания τ , при различном соотношении быстрых и медленных тепловых потерь, выраженных соответственно через коэффициенты передачи K_b и K_m , с помощью любой из вычислительных систем "MathCAD", "MathLAB" или "LabVIEW" строятся графики переходного процесса.
- Путем обратного преобразования Лапласа полученные графики представляются в виде временных характеристик переходного процесса, связывающих изменение температур теплоносителя в подающем и обратном трубопроводах в диапазоне температурного графика под воздействием параметров управления (по аналогии с рис. 1).
- Из множества полученных графиков выбираются те, у которых погрешность отклонения перепада температур от расчетного значения равна или меньше заданной. По графикам определяются время переходного процесса $t_{\text{п.пр}}$ и площадь положительной полуволны F , ограниченной кривой переходного процесса $a-b-c$ и временем переходного процесса (рис. 1).
- Из выбранных графиков определяется оптимальный вариант — с минимальной площадью положительной полуволны $F_{\text{опт}}$.
- По полученным значениям $F_{\text{опт}}$ определяются энергетические затраты на управление по формуле [2]

$$Q_{\text{опт}} = cm \frac{F_{\text{опт}}}{t_{\text{п.пр}}}, \quad (3)$$

где $c = 4,187 \cdot 10^3$ — удельная теплоемкость теплоносителя; $m = m_1 t_{\text{п.пр}}$ — массовый расход теплоносителя в локальном контуре теплоснабжения за время переходного процесса; m_1 — массовый часовой расход теплоносителя.

Рис. 1. Временная характеристика изменения перепада температур теплоносителя в подающем и обратном трубопроводах локального контура теплоснабжения:

$\Delta\theta_{\text{ЛКТ}}$ — перепад (разность) температур теплоносителя в подающем и обратном трубопроводах локального контура теплоснабжения, выраженная в относительных единицах; $\Delta\theta^*$ — максимальный перепад температур теплоносителя; ε — погрешность управления (отклонение фактического перепада температур от расчетного, соответствующего температурному графику); $t_{\text{п.пр}}$ — время переходного процесса; F — площадь положительной полуволны $a-b-c$, ограниченная кривой переходного процесса



Пример синтеза

В качестве примера синтеза системы управления локальным контуром теплоснабжения с использованием графопараметрического метода анализа рассмотрим в соответствии с предлагаемой методикой операторную модель СУ ЛКТ с пиковой нагрузкой (ПН), представленную на рис. 2.

Обобщенная передаточная функция операторной модели СУ ЛКТ с пиковой нагрузкой (рис. 2), обеспечивающая условие инвариантности управляющего воздействия к внешним возмущениям, выражается зависимостью

$$W_1(s) = \frac{K_{р.ПН} K_{ПН} K_{к.тр}}{(T_{ПН}s + 1)(T_{к.тр}s + 1)} e^{-S(\tau_{р.ПН} + \tau_{к.тр})} - \left[\frac{K_6}{T_6s + 1} + \frac{K_M}{(T_Ms + 1)^2} e^{-S\tau_M} \right], \quad (4)$$

где s — оператор Лапласа; K_M , K_6 , $K_{к.тр}$, $K_{ПН}$, $K_{р.ПН}$ — коэффициенты передачи: по каналам медленных (наружные теплоемкие ограждения) и быстрых (наружные нетеплоемкие ограждения, окна) тепловых потерь, квартальных трубопроводов, пиковой нагрузки, регулятора пиковой нагрузки; T_M , T_6 , $T_{к.тр}$, $T_{ПН}$ — постоянные времени наружных (теплоемких) ограждений, быстрых (нетеплоемких) ограждений, квартальных трубопроводов, пиковой нагрузки; τ_M , $\tau_{к.тр}$, $\tau_{ПН}$ — времена запаздывания: наружных теплоемких ограждений, квартальных трубопроводов, регулятора пиковой нагрузки; $\Delta\theta_H(t)$, $\Delta\theta_{воз}(t)$, $\Delta\theta_{упр}(t)$ — изменения температур: наружного воздуха, возмущающего и управляющего воздействий; $\Delta_B(t)$ изменение температуры воздуха в здании.

Значение параметров пиковой нагрузки

Параметры	$K_{р.ПН}$	$K_{ПН}$	$K_{к.тр}$	K_6	K_M
Коэффициенты передачи	1,6	0,9	0,7	0,7	0,3
Постоянные времени, с	—	$T_{ПН}$ 0,01	$T_{к.тр}$ 0,05	T_6 0,1	τ_M 1
Время запаздывания, с	$\tau_{р.ПН}$ 0,01	—	$\tau_{к.тр}$ 0,025	—	τ_M 0,17

Числовые значения коэффициентов передачи, постоянных времени и времени запаздывания, входящих в формулу (4), представлены в таблице [2, 4, 5].

Для расчетов в таблице принято условное время 20 ч = 1 с, например, $T_M = 1$ с соответствует фактическому времени 20 ч.

Уравнение (4) и данные таблицы были введены в вычислительную систему MathCAD. С помощью прямого и обратного преобразований Лапласа получены решения уравнения (4) в виде временных характеристик переходного процесса.

Из множества полученных графиков на рис. 3 представлены крайние варианты:

а) с оптимальными параметрами настройки: $\tau_{р.ПН} = 0,01$; $K_6 = 0,7$; $K_M = 0,3$; $\Delta\theta(t) = \frac{1,6 \cdot 0,9 \cdot 0,7}{(0,01t + 1)(0,05t + 1)} e^{-t(0,01 + 0,025)} - \left[\frac{0,7}{0,1t + 1} + \frac{0,3}{(1t + 1)^2} e^{-0,17t} \right]$; $\int_0^{17} \Delta\theta(t) dt = 1,865$; $\varepsilon = 1,9^\circ\text{C} < 3^\circ\text{C}$;

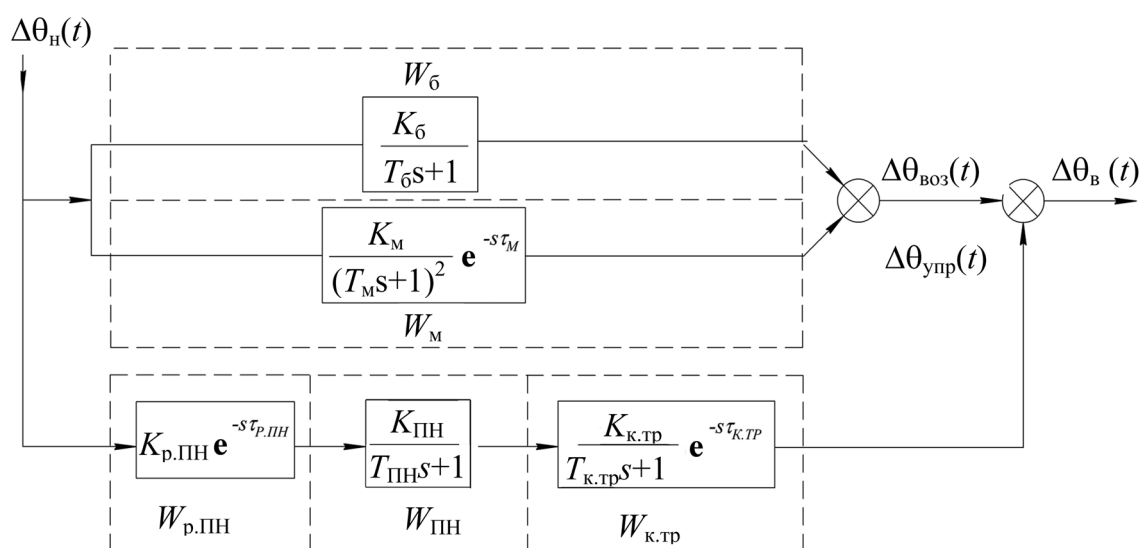
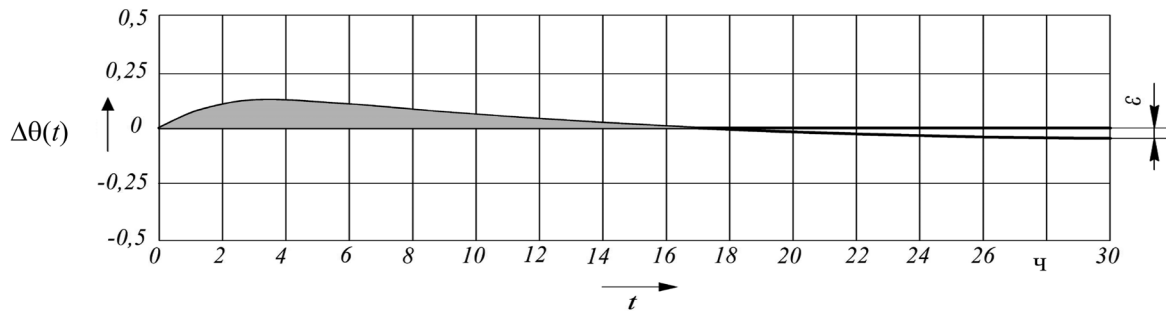


Рис. 2. Операторная модель СУ ЛКТ с пиковой нагрузкой

а)



б)

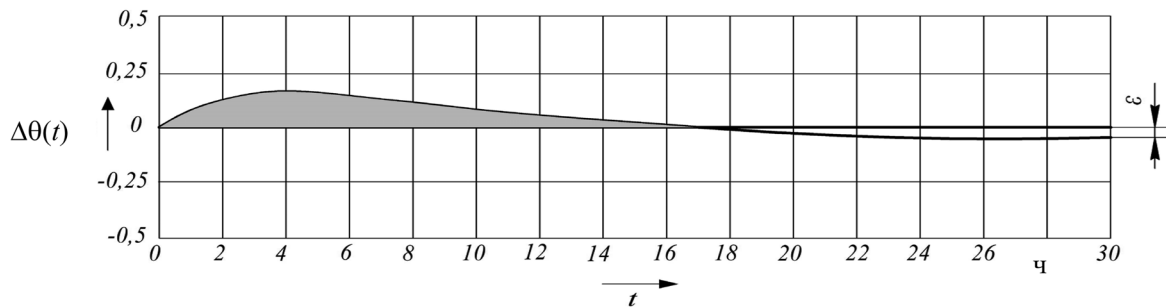


Рис. 3. Динамика переходного процесса в АСУ ЛКТ с пиковой нагрузкой:

а — оптимальные параметры настройки регулятора пиковой нагрузки; б — неоптимальные параметры настройки регулятора пиковой нагрузки

б) с неоптимальными параметрами настройки:
 $\tau_{р.пн} = 0,02$; $K_6 = 0,6$; $K_M = 0,4$; $\Delta\theta(t) =$
 $= \frac{1,6 \cdot 0,9 \cdot 0,7}{(0,01t+1)(0,05t+1)} e^{-t(0,02+0,025)} - \left[\frac{0,6}{0,1t+1} + \right.$
 $\left. + \frac{0,4}{(1t+1)^2} e^{-0,17t} \right]$; $\int_0^{17} \Delta\theta(t) dt = 2,217$; $\varepsilon = 2,1^\circ\text{C} < 3^\circ\text{C}$.

В обоих случаях коэффициенты передачи равны: $K_{р.пн} = 1,6$; $K_{пн} = 0,9$; $K_{к.тр} = 0,7$. Для температурного графика 110...70 °С со срезкой 100 °С максимальная расчетная разность температур между подающим и обратным трубопроводами составляет $\Delta\theta_{т.гр} = 30^\circ\text{C}$.

Для случаев с оптимальными (а) и неоптимальными (б) параметрами настройки регулятора пиковой нагрузки, представленных на рис. 3, проведен расчет энергетических затрат, необходимых для перехода системы из одного состояния в другое в целях поддержания температурного графика с заданной погрешностью ($\varepsilon \leq 3^\circ\text{C}$). Так, например, при среднем расходе в локальном контуре теплоснабжения Орловского областного противотуберкулезного диспансера, равном $m_1 = 118 \cdot 10^3$ кг/ч, рассчитанные по формуле (3) энергетические затраты на управление, будут равны

$$\text{а) } Q_{\text{опт}} = cm \frac{F_{\text{опт}}}{t_{\text{п.пр}}} = \left(4,187 \cdot 10^3 \cdot 118 \cdot 10^3 \cdot 17 \cdot 30 \times \right. \\ \left. \times \frac{1,865}{17} \right) = 27\,642\,992\,700 \text{ Дж} = 27,64 \text{ ГДж};$$

$$\text{б) } Q_i = cm \frac{F_{\text{опт}}}{t_{\text{п.пр}}} = \left(4,187 \cdot 10^3 \cdot 118 \cdot 10^3 \cdot 17 \cdot 30 \times \right. \\ \left. \times \frac{2,217}{17} \right) = 32\,860\,329\,660 \text{ Дж} = 32,86 \text{ ГДж}.$$

Превышение энергетических затрат, обусловленных неоптимальными параметрами настройки регулятора пиковой нагрузки за 17 ч (т. е. меньше, чем за сутки), составило 5,22 ГДж.

По известным значениям $Q_{\text{опт}}$ и Q_i определена величина снижения энергетических затрат при оптимальных параметрах настройки регулятора пиковой нагрузки:

$$E_W = \left(1 - \frac{Q_{\text{опт}}}{Q_i} \right) \cdot 100 \% = \\ = \left(1 - \frac{27,64}{32,86} \right) \cdot 100 \% = 16 \%. \quad (5)$$

Таким образом, параметрический синтез СУ ЛКТ по критерию минимума энергетических затрат

позволяет достаточно быстро определять оптимальные параметры настройки регулятора пиковой нагрузки (коэффициент передачи и время запаздывания), необходимые для обеспечения заданной погрешности управления с минимальными энергетическими затратами при заданных теплотехнических характеристиках объекта управления.

Выводы:

- предложен параметрический синтез системы управления локальным контуром теплоснабжения по критерию минимума энергетических затрат;
- предложен интегральный критерий оценки качества системы управления, представляющий собой площадь положительной полуволны оптимальной графической зависимости изменения перепада температур теплоносителя в подающем и обратном трубопроводах локального контура теплоснабжения, приведенной к энергетическим затратам;
- разработан механизм исследования динамики переходного процесса в АСУ КСЦТ на примере

СУ ЛКТ с пиковой нагрузкой, основанный на операторном методе и принципе максимума Понтрягина с анализом результатов графопараметрическим методом, который может использоваться для синтеза параметров СУ зданий с различными теплотехническими характеристиками.

Список литературы

1. **Теория** автоматического управления: Учеб. для вузов [Текст] / С. Е. Душин, С. Н. Зотов, Д. Х. Имаев и др. Под ред. В. Б. Яковлева. 2-е изд., перераб. М.: Высш. шк., 2005. 567 с.
2. **Петров С. П.** Автоматизация когенерационных систем теплоснабжения с распределенными пиковыми нагрузками [Текст]: монография / С. П. Петров, под общ. ред. д. т. н., проф. А. И. Суздальцева. М.: Машиностроение-1, 2007. 304 с.
3. **Соколов В. А.** Автоматизация технологических процессов пищевой промышленности [Текст]: учебник для вузов / В. А. Соколов. М.: Агропромиздат, 1991. 445 с.
4. **Мухин О. А.** Автоматизация систем теплогазоснабжения и вентиляции [Текст]: учеб. пособие для вузов / О. А. Мухин. М.: Высш. шк., 1986. 304 с.
5. **Чистович С. А.** Автоматическое регулирование расхода тепла в системах теплоснабжения и отопления [Текст] / С. А. Чистович. Л.: Стройиздат, 1975. 160 с.

ИНФОРМАЦИЯ



С 6 по 10 апреля 2009 г. в пос. Домбай состоится

Четвертая Всероссийская научно-практическая конференция «Перспективные системы и задачи управления»

Председатель Оргкомитета — Генерал-майор Н. И. Ваганов,
зам. начальника вооружения ВС РФ.

Сопредседатели Оргкомитета: Академик РАН И. М. Макаров,
Ректор ЮФУ В. Г. Захаревич.

ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА КОНФЕРЕНЦИИ

Обсуждение состояния и перспектив развития научных исследований и экспериментальных разработок в области управления и обработки информации в интересах развития вооружения, военной и специальной техники, продукции двойного назначения, решения задач обеспечения правопорядка и общественной безопасности, борьбы с терроризмом, предупреждения чрезвычайных ситуаций и ликвидации последствий стихийных бедствий.

НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ

- ♦ Базовые и критические военные технологии управления и обработки информации
- ♦ Вычислительная техника и цифровая обработка информации
- ♦ Системы управления
- ♦ Робототехника
- ♦ Информационно-измерительные системы, системы навигации и наведения
- ♦ Микросистемотехника
- ♦ Системы информационного обеспечения принятия решений
- ♦ Тренажерные системы и комплексы
- ♦ Молодежная секция

Подробную информацию о конференции см. на сайте:
www.psct.tsure.ru

CONTENTS

Filimonov A. B., Filimonov N. B. *Method of Major Amplification Factors and the Effect of Localization of Movements in the Problems of Design of Automatic Control Systems.* 2

The theoretical aspects of the design of automatic control systems with major amplification factor are discussed. The questions of stability and robustness property of the given class systems are investigated. The effect of the localization of movements is analyzed.

Keywords: major amplification factor, analysis of spectrum, unstable problem, standard movement, parametric indeterminateness, robustness, effect of localization.

Myshlyev Yu. I. *Linear Objects Control Algorithm under Parametric Uncertainty Based on Adjusted Sliding Mode* . . . 11

The technique of synthesis and algorithms of control by cascade systems based on of an adjusted sliding mode with explicit reference model for the final cascade subject to parametric uncertainty is considered

Keywords: parametric uncertainty, linear systems, the adaptive control, sliding mode, cascade systems

Suponya A. A. *Determination of Reliability Requirements on Complex Product Elements at the Designing Stage* . . . 17

A method to determine the reliability requirements on complex product elements at the early stage of design starting from the general requirements for created system is stated. In addition to the well-known methods the given one allows to solve problem with consideration for possible progressive changes of element parameters of the designed product.

Keywords: determination of requirements, reliability, element, system, design.

Vedernikov Yu. V. *The Method of Construction of Interval Attitudes of Preference on Set of Alternative Variants of Technical System.* 20

Is considered a problem of construction of interval attitudes of preference on set of alternative variants of the technical system, described by vector diverse criterion of quality. Method of solution based on the complex application of axiomatic methods of theory of decision-making, fuzzy sets analysis, and interval analysis is proposed. Numerical example is instanced.

Keywords: vector optimization, technical system, interval analysis, prioritizing ratio.

Kozyrev V. V., Kozhevnikova M. V. *System of the Analysis and Synthesis of Power Part Mechatronic Modules.* . . . 28

On the basis of rough design calculations the analysis of power parts mechatronic modules on the basis of known ball screws transfers and roller screws transfers and developed in the Vladimir state university the roller screws transfers RVP3K is made. Advantage of the decision on the basis of RVP3K on dimensions, weight is shown, to dynamic load-carrying capacity (durability). The sample of an electromechanical drive of the machine tool on the basis of RVP3K is presented.

As the mathematical maintenance CAD of a power part mechatronic module the module the algorithm of its calculation with use parametrical numbers of the unified transfers the screw-nut to roll is presented, to a power part providing designing mechatronic module of the minimum weight.

Keywords: analysis and syntheses, ball screws transfers, roller screws transfers, mechatronic modules, parametrical numbers.

Savin L. A., Solomin O. V., Dorofeev L. V. *Active Magnetic Bearings: Foundations of Operation and Simulation* . . . 33

We considered one of many cases of adaptive rotor support is founded mechatronic concept of motion control. Dissected of features operating and application of active magnetic bearings. Given model of magnetic field in bearing and chemic circuit of control system.

Keywords: the active magnetic bearing, rotor, electromagnetic force, control system

Filaretov V. F., Katsurin A. A., Pugachev Yu. A. *Method of Semiautomatic Combined Control by Manipulator with Help of Movable Television Camera* 38

In the paper it is described the method of semiautomatic combined telecontrol by multi-link manipulator with help of special setting device. For the survey of working space is used the television camera, whose optical axis can change its spatial orientation during performance of operations. The algorithm of work of computing system which forms setting signals for drives of all degrees of freedom of manipulator is represented and researched.

Keywords: manipulator, movable telecamera, semiautomatic control

Insartsev A. V., Kiselev L. V., Medvedev A. V., Pavin A. M., Sevrjuk A. N., Senin R. A., Bobkov V. A., Borisov Yu. S., Melman S. V. *Simulating Complex for "Intelligent" Autonomous Underwater Vehicles* 46

The program simulating complex intended for debugging of developed control systems and algorithms of autonomous underwater vehicles (AUV) is considered. The program complex allows simulation of the wide data spectrum, debugging of developed algorithms directly in the environment of AUV control system, and also functioning as simulator for AUV operator. The structure of complex includes: model of movement, the copy of AUV control system environment, the characteristics editors of basic complex elements, processes and events.

Keywords: autonomous underwater vehicle, 3D environment model, motion modeling and visualization, echo-sounding imaging, trajectories planning, reconfiguration of robot's features.

Chernakova S. E. Teaching by Showing Process Modeling for Intelligence Autonomous Mechatronics Systems and Robots 53

The teaching of the intelligent autonomous mechatronics and robotic systems realizing with the semantic-topological frame-based model of a movement's shape is considered.

The novel methods of teaching-by-showing a natural human's motions providing a creation of knowledge-base of robot's movement between an objects and recognizing shape of trajectory by an intelligence man-machine interface are presented.

The advanced teaching-by-showing methods are a very actual today for medical, assistant, anthropomorphous and android robots.

Keywords: robot, telecontrol, teaching-by-showing, man-machine interface.

Vizilter Yu. V. Modular Design Schemes of Monotonous Morphological Operators for Digital Image Analysis . . 57

Modular design schemes of monotonous morphologies are considered. The scheme of construction of monotonous morphologies based on arbitrary non-monotonic operators is offered. The binary selective morphology is described. A necessary and sufficient condition for construction of structural monotonous morphology is proved. The constructive way of the description of alternative monotonous morphological projectors is formulated.

Keywords: mathematical morphology, image analysis.

Ryazhskih V. I., Nikiforova O. Yu. Mathematical Modeling of the Unceasing Process Gas-preparation of Close Volumes 64

On the base of ideal representation of hydrodynamical structure of flows in vessel with stagnart zone the mathematical model of mass exchange during the unceasing process gas-preparation is given.

Keywords: cryogen liquids, massexchange, unceasing gas-preparation.

Busurin V. I., Shtok K. V. Integrated Transducer of Pressure and Temperature, Based on Optical Tunnel Effect 68

This article presents integrated transducer, based on optical tunneling effect, which enables to measure a pressure and a temperature in high-temperature, aggressive and explosive environments (e. g. in cameras of gas-turbine engines, fuel tanks, etc.).

Keywords: transducer, optical tunneling effect, pressure, temperature, quartz, prism, membrane, transfer function

Suzdaltsev A. I., Petrov S. P. Parametric Synthesis of Local Heat Supply System through Criterion of Power Inputs Minimum 74

The parametric synthesis of local heat supply system through a criterion of power inputs minimum with the application of a graph-parametric method for analysis based on time data variations of system models and choice optimal ones among them.

Keywords: parametric synthesis, co-generation efficiency, energy, graph-parametric method

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Дизайнер Т. Н. Погорелова.

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Т. В. Арбузова.

Сдано в набор 26.11.2008. Подписано в печать 15.01.2009. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Уч.-изд. л. 10,92. Заказ 42. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика". 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15