

# МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 9 (102)

сентябрь

2009

**Редакционный совет:**

КУЗНЕЦОВ Н. А.  
МАКАРОВ И. М.  
МАТВЕЕНКО А. М.  
ПЕШЕХОНОВ В. Г.  
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.  
ФЕДОРОВ И. Б.

**Главный редактор:**

ТЕРЯЕВ Е. Д.

**Заместители гл. редактора:**

ПОДУРАЕВ Ю. В.  
ПУТОВ В. В.  
ЮЩЕНКО А. С.

**Выпускающий редактор:**

ФИЛИМОНОВ Н. Б.

**Ответственный секретарь:**

ПЕТРИН К. В.

**Редакционная коллегия:**

АЛЕКСАНДРОВ В. В.  
АНТОНОВ Б. И.  
АРШАНСКИЙ М. М.  
БОГАЧЕВ Ю. П.  
БУКОВ В. Н.  
ВОСТРИКОВ А. С.  
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.  
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.  
ИВЧЕНКО В. Д.  
ИЛЬЯСОВ Б. Г.  
КАЛЯЕВ И. А.  
КОЛОСОВ О. С.  
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.  
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.  
КУЗЬМИН Н. Н.  
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.  
ЛЕОНОВ Г. А.  
ЛЁВИН Б. А.  
ЛОХИН В. М.  
НОРЕНКОВ И. П.  
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.  
РАПОПОРТ Э. Я.  
РАССАДКИН Ю. И.  
РАЧКОВ М. Ю.  
РЕЗЧИКОВ А. Ф.  
СЕБРЯКОВ Г. Г.  
СИГОВ А. С.  
СИРОТКИН О. С.  
СОЙФЕР В. А.  
ТИМОФЕЕВ А. В.  
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.  
ФУРСОВ В. А.  
ХИМЕНКО В. И.  
ЮРЕВИЧ Е. И.  
ЮСУПОВ Р. М.

**Редакция:**

БЕЗМЕНОВА М. Ю.  
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.  
ЛЫСЕНКО А. В.  
ЧГУНОВА А. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

### МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Слита О. В., Ушаков А. В., Цвентарный А. Ю.** Синтез модального управления, доставляющего непрерывной системе гарантированный запас устойчивости . . . . . 2  
**Сельвесюк Н. И.** Адаптация параметров оптимального управления на основе прямых и обратных задач оптимизации. . . . . 7

### АВТОМАТИЧЕСКОЕ И АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ОБОРУДОВАНИЕМ

- Лебедев В. А.** Современное дуговое автоматизированное и механизированное сварочное оборудование как мехатронная система . . . . . 13  
**Капустян С. Г., Кулиничев Р. Н.** Групповое управление оборудованием автоматизированных складских систем. . . . . 19

### УПРАВЛЕНИЕ СТАНОЧНЫМИ СИСТЕМАМИ

- Мартинев Г. М., Григорьев А. С.** Принцип построения и интеграции в системах ЧПУ класса PCNC подсистемы трехмерной визуализации управляющих программ. . . . . 26  
**Захаров О. В.** Управление точностью бесцентрового шлифования статистическими методами . . . . . 32

### РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Чикуров Н. Г., Гончаров А. В.** Построение математической модели манипуляционного робота методом электроаналогий . . . . . 36  
**Балашов В. С., Громов Б. А., Ермолов И. Л., Роскилли А. П.** Автономный робот для очистки корпусов судов HISMAR. . . . . 42

### МЕХАТРОНИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МЕДИЦИНЕ

- Головин В. Ф., Архипов М. В., Журавлев В. В.** Проблемы развития робототехники в восстановительной медицине . . . . . 49  
**Козлов С. В., Чумаков Д. М., Точинский Е. Г.** Многофункциональный контроллер видеокamеры рентгеновского преобразователя. . . . . 53

### Журнал в журнале

#### "УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Гребнев О. Н., Корсун О. Н.** Минимизация погрешностей идентификации, обусловленных неточной информацией о структуре математической модели летательного аппарата и системы измерений . . . . . 59  
**Прошин И. А., Тимаков В. М., Прошкин В. Н.** Тренажер вертолета с имитацией посадки на взволнованную водную поверхность . . . . . 65  
**Бобров М. С., Аверьянов А. М., Чекушкин В. В.** Имитация траекторий движения воздушных объектов для радиолокационных систем управления и контроля воздушного пространства . . . . . 70  
**Contents** . . . . . 79

*Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования*

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:  
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: [mec@novtex.ru](mailto:mec@novtex.ru)

УДК 62-50

**О. В. Слита**, канд. техн. наук, доц.,  
Балтийский государственный университет

"Военмех" им. Д. Ф. Устинова,

**А. В. Ушаков**, д-р техн. наук, проф.,

**А. Ю. Цвентарный**, аспирант,

Санкт-Петербургский государственный  
университет информационных технологий,  
механики и оптики

ushakov-AVG@yandex.ru

## Синтез модального управления, доставляющего непрерывной системе гарантированный запас устойчивости

*Рассматривается задача синтеза закона модального управления, доставляющего непрерывной системе требуемые показатели качества и гарантированный запас устойчивости по фазе.*

**Ключевые слова:** модальное управление, гарантированный запас устойчивости по фазе.

### Введение. Постановка задачи

Рассмотрим проблему синтеза закона модального управления (МУ), доставляющего непрерывной системе заданные показатели качества и гарантированный  $\Delta\varphi_R$  запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi$  [1]. При проектировании системы с помощью канонического алгоритма [2, 3] синтеза МУ, использующего концепцию подобия, ее разработчик остается в полном неведении относительно весьма важного показателя системы — запаса устойчивости этой системы по фазе  $\Delta\varphi$ . Это вызвано тем обстоятельством, что канонический алгоритм использует аппарат метода пространства состояний (МПС), основанный на векторно-матричном формализме линейной алгебры. Последний не содержит в неявной форме в своем инструментарии такой показатель, как запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi$ , являющийся компонентом инструментария классической теории управления, базирующейся на частотных представлениях [1, 2].

Если же возникает необходимость оценить запас устойчивости системы, то пользователь аппарата МПС чаще всего ограничивается оценкой ее

степени устойчивости  $\eta$ , что может привести к ошибочным результатам, а именно к недооценке запаса устойчивости по фазе.

### Каноническая процедура модального управления, использующая концепцию векторного и матричного подобия

Приведем каноническую процедуру синтеза МУ [2, 3], основанного на концепции векторно-матричного подобия. Данный алгоритм обеспечивает проектируемой системе желаемые показатели качества в переходном и установившемся режимах.

#### Алгоритм

#### синтеза МУ, использующего концепцию подобия

1. Построить векторно-матричное представление объекта управления (ОУ) с тройкой матриц  $(A, B, C)$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); x(0); y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

где  $A, B, C$  — соответственно матрицы состояния, управления и выхода ОУ, при этом пара матриц  $(A, B)$  должна быть полностью управляемой, а пара  $(A, C)$  — полностью наблюдаемой.

2. Сформировать набор требований к показателям  $\pi_j$  качества процессов проектируемой системы в переходном и установившемся режимах при воспроизведении задающего экзогенного воздействия  $g(t)$  в виде предельно допустимых их реализаций  $\pi_{jR}$  и установления отношения порядка  $\mathfrak{R}$  между  $\pi_j$  и  $\pi_{jR}$  в форме  $\pi_j \mathfrak{R} \pi_{jR}$ . Здесь  $\mathfrak{R}$  принимает смысл "больше" или "меньше" в зависимости от конкретного содержания показателя  $\pi_j$ .

3. Отобразить значения  $\pi_{jR}$  показателей качества на структуру (локализацию) собственных значений (мод) матрицы состояния проектируемой системы в классе наиболее употребительных распределений мод в форме  $\{\pi_{jR}; j = \overline{1, p}\} \Rightarrow \{\lambda_{iR}; i = \overline{1, n}\}$ , что позволяет сформировать желаемый характеристический полином

$$D_R(\lambda) = \prod_{i=1}^n (\lambda - \lambda_{iR}) \quad (2)$$

этой матрицы.

4. Сформировать "макет" закона управления (ЗУ) в виде аддитивной композиции

$$u(t) = u(\lambda_{iR}, t) + u(g(t), t) = u(x(t), t) + u(g(t), t), \quad (3)$$

где  $u(\lambda_{iR}, t) = u(x(t), t)$ ,  $u(g(t), t)$  — соответственно компонента вектора управления, доставляющая матрице состояния проектируемой системы желаемую структуру мод, и требуемое отношение вход—выход при воспроизведении задающего экзогенного воздействия  $g(t)$ , допускающее представление последней компоненты вектора управления в линейной мультипликативной форме

$$u(g(t), t) = K_g g(t), \quad u(\lambda_{iR}, t) = u(x(t), t) = -Kx(t) \quad (4)$$

так, что ЗУ (3) в случае справедливости гипотез полной измеримости экзогенного воздействия  $g(t)$  и полной измеримости вектора состояния  $x(t)$  ОУ может быть представлено в виде

$$u(t) = K_g g(t) - Kx(t). \quad (5)$$

5. Построить векторно-матричное описание проектируемой системы с тройкой матриц  $(F, G, C)$

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gg(t); \quad x(0); \quad y(t) = Cx(t); \quad \varepsilon(t) = g(t) - y(t), \quad (6)$$

получаемого в результате агрегирования модели ОУ (1) и ЗУ (5) так, что

$$F = A - BK, \quad G = BK_g. \quad (7)$$

6. Сформировать наблюдаемую пару матриц  $(\Gamma, H)$ , где  $\Gamma$  задается в одном из канонических базисов и является носителем желаемой структуры мод  $\{\lambda_{iR}; i = \overline{1, n}\}$  матрицы состояния  $F$  проектируемой системы, доставляемой последней в силу выполнения матричного отношения подобия

$$M\Gamma = FM, \quad (8)$$

а матрица  $H$  согласована по размерности с матрицей  $B$  ОУ в форме  $\dim(H) = \dim(B^T)$ . Динамическая система с матрицей состояния  $\Gamma$  и выхода  $H$  именуется модальной моделью.

7. Сформировать неоднородное уравнение Сильвестра относительно матрицы  $M$  преобразования подобия на основании матричного отношения подобия (8) и представления матрицы  $F$  в форме (7):

$$M\Gamma - AM = -BH, \quad (9)$$

где

$$H = KM. \quad (10)$$

8. Сформировать матрицу  $K$  обратной связи (ОС) по состоянию в силу соотношения (10) в форме

$K = HM^{-1}$ , где матрица  $M$  ищется путем решения уравнения Сильвестра (9).

9. Сформировать матрицу  $K_g$  прямой связи по вектору задающего экзогенного воздействия  $g(t)$  в силу соотношения

$$K_g = \arg\{\Phi(s) = C(sI - F)^{-1}BK_g|_{s=0} = -CF^{-1}BK_g = I\}, \quad (11)$$

которая в случае равенства размерностей  $\dim(C^T) = \dim(B)$  матриц  $C$  и  $B$  принимает вид

$$K_g = -(CF^{-1}B)^{-1}. \quad (12)$$

10. В случае несправедливости гипотезы о полной измеримости задающего экзогенного воздействия  $g(t)$  сформировать реализационную версию ЗУ в виде

$$u(t) = K_\varepsilon \varepsilon(t) - K_x x(t), \quad (13)$$

в которой  $\varepsilon(t) = g(t) - y(t)$ , а матрицы  $K_\varepsilon$  и  $K_x$  удовлетворяют соотношениям  $K_\varepsilon = K_g = K_y$ ,  $K_x = K - K_y C = K - K_g C = K + (CF^{-1}B)^{-1}C$ , причем подстановка приведенных соотношений в (13) приводит к (5).

11. В случае несправедливости гипотезы о полной измеримости вектора состояния  $x(t)$  дополнить закон (13) оценкой этого вектора, формируемого динамическим наблюдателем. Динамический наблюдатель (ДН) построить в форме

$$\dot{x}_H(t) = F_H x_H(t) + G_H u(t) - L_H y(t), \quad (14)$$

где вектор состояния ДН  $x_H$  связан с вектором состояния  $x$  ОУ векторно-матричным соотношением

$$x_H(t) = Px(t) - \Theta_H(t).$$

Здесь  $\Theta_H(t)$  — вектор невязки наблюдения, формируемый в силу соотношения

$$\dot{\Theta}_H(t) = F_H \Theta_H(t), \quad \Theta_H(0) = Px(0) - x_H(0), \quad (15)$$

который путем выбора алгебраического спектра  $\sigma\{F_H\}$  собственных значений матрицы  $F_H$  состояния ДН должен сходиться к нулю с требуемым темпом в соответствии с представлением  $\Theta_H(t) = e^{F_H t} \Theta_H(0)$ ,  $\Theta_H(0) = Px - x_H(0)$ . Матрицы  $G_H$  и  $L_H$  должны удовлетворять условию

$$(G_H, L_H) = \arg\{\text{control}(F_H, G_H) \& \text{control}(F_H, Z_H)\},$$

причем  $L_H$  назначается, а  $G_H$  вычисляется в процессе синтеза.

12. Сконструировать динамический модальный регулятор, реализующий ЗУ

$$u(t) = K_\varepsilon \varepsilon(t) - Dy(t) - Ex_H(t)$$

с использованием доступных измерению переменных  $\varepsilon(t)$ ,  $y(t)$  и состояния ДН  $x_H(t)$ , в котором матрицы связей  $D$  и  $E$  вычисляются в силу соотношения  $(D, E) = \arg\{[D E] \begin{bmatrix} C \\ \Pi \end{bmatrix} = K_x\}$ , при этом матрица

$\Pi$  находится как решение уравнения Сильвестра  $\Pi A - F_H \Pi = L_H C$ , позволяющее сконструировать матрицу  $G_H$  в форме  $G_H = \Pi B$ .

13. Провести комплексное компьютерное исследование динамической системы с динамическим МУ для оценки влияния назначенного спектра собственных значений матрицы состояния наблюдателя на качество процессов в проектируемой системе, сосредоточив особое внимание в силу (15) на процессах, порождаемых ненулевым начальным состоянием объекта, в целях коррекции  $\sigma\{F_H\}$ .

Может сложиться мнение, что задавая определенное соотношение степеней устойчивости, проектировщик системы получит такое же соотношение запасов устойчивости по фазе. Однако приведем контрпример, показывающий, что отношение порядка [4], построенное на степенях устойчивости  $\eta_k \Re \eta_l$ , не влечет за собой такое же отношение порядка, построенное на запасах устойчивости по фазе  $\Delta\varphi_k \Re \Delta\varphi_l$ . Рассмотрим две системы порядка  $n = 3$ , спроектированные в соответствии с алгоритмом синтеза МУ, приведенном выше, передаточные функции  $\Phi_k(s)$ , ( $k = 1, 2$ ) которых "вход-выход" имеют представления

$$\Phi_1(s) = \frac{190980}{s^3 + 77,5s^2 + 4468s + 190980} = \frac{K_1}{D_1(s)}; \quad (16)$$

$$\Phi_2(s) = \frac{0,001}{s^3 + 0,3015s^2 + 0,031s + 0,001} = \frac{K_2}{D_2(s)}. \quad (17)$$

Вычисление полюсов передаточных функций  $\Phi_1(s)$  и  $\Phi_2(s)$  как корней характеристических полиномов  $D_1(\lambda)$  и  $D_2(\lambda)$  позволяет охарактеризовать первую систему степенью устойчивости  $\eta_1 = 10 \text{ c}^{-1}$ , а вторую — степенью устойчивости  $\eta_2 = 0,1 \text{ c}^{-1}$ . Таким образом, налицо выполнение отношения порядка  $\eta_1 > \eta_2$  с большим запасом.

Если предположить, что передаточные функции (16) и (17) систем реализуются с помощью одноконтурной структуры с единичной отрицательной обратной связью по выходу и передаточными функциями прямых ветвей  $W_1(s)$  и  $W_2(s)$  соответственно, то оказываются справедливыми представления

$$W_1(s) = \frac{190980}{s^3 + 77,5s^2 + 4468s}; \quad (18)$$

$$W_2(s) = \frac{0,001}{s^3 + 0,3015s^2 + 0,031s}. \quad (19)$$

Применение к передаточным функциям (18), (19) критерия устойчивости Найквиста в любой его форме позволяет оценить сравниваемые системы запасом устойчивости по фазе в форме

$$\Delta\varphi_k = \pi + \varphi_k(\omega)|_{\omega = \omega_{ck}},$$

где

$$\omega_{ck} = \arg\{|W_k(j\omega)| = 1\} \quad (20)$$

так, что  $\Delta\varphi_1 = 35,22^\circ$ ,  $\Delta\varphi_2 = 72,29^\circ$ .

Нетрудно видеть, что отношение порядка на полученных запасах устойчивости по фазе принимает вид  $\Delta\varphi_1 < \Delta\varphi_2$  с заметным запасом.

Таким образом, контрпример показывает возможность преобразования отношения порядка  $\eta_k \Re \eta_l$  в отношение порядка  $\Delta\varphi_k \Re^{-1} \Delta\varphi_l$ .

Главный вывод, который можно сделать на основе приведенного контрпримера, состоит в том, что стандартный набор требований к показателям качества проектируемой системы в переходном и установившемся режимах следует дополнить требованием выполнения отношения порядка  $\Delta\varphi \geq \Delta\varphi_R$ , где  $\Delta\varphi_R$  — требуемое значение запаса устойчивости.

При этом, если оставаться в рамках возможностей аппарата МПС, реализованных в виде приведенного алгоритма синтеза МУ, то возникает технологическая задача разработки способов модального управления запасом устойчивости по фазе проектируемой системы. Поскольку запас устойчивости по фазе является показателем системы типа "одномерный вход — одномерный выход", то поставленная задача должна решаться для каждого сепаратного канала проектируемой системы.

#### Модальные способы управления запасом устойчивости проектируемой системы

Решим задачу управления запасом устойчивости следующим образом. Запишем передаточную функцию  $W(s)$  прямой ветви  $k$ -го сепаратного канала, входящего в состав проектируемой системы "многомерный вход — многомерный выход" (6):

$$W(s) = \frac{M(s)}{N(s)} = \frac{M(s)}{D(s) - M(s)} = \frac{v_n}{\left( s^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} v_i s^{n-1-i} \right)} \frac{1}{s}, \quad (21)$$

где  $M(s)$ ,  $N(s)$  — полиномы с вещественными коэффициентами соответственно степени  $m$  и  $n$  ( $m < n$ ), образующие характеристический полином (ХП)  $D(s)$  сепаратного канала в замкнутом виде в силу соотношения  $D(s) = M(s) + N(s)$ . В (21) и ниже индекс  $k$

опущен для того, чтобы индексацией системных компонентов не усложнять описание  $k$ -го сепаратного канала.

Передаточная функция (21), замкнутая единичной отрицательной обратной связью, формирует передаточную функцию "вход—выход"  $k$ -го сепаратного канала вида

$$\Phi(s) = \frac{y_k(s)}{g_k(s)} = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{M(s)}{D(s)} = \frac{v_n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i s^{n-i}}. \quad (22)$$

Осуществим оценку запаса устойчивости сепаратного канала (22) в соответствии со следующей процедурой.

1. Задать полиномиальную динамическую модель (ПДМ) с характеристическим полиномом  $D(s)$ , имеющим известные (Баттерворта, Ньютона) распределения мод (или их модификации).

2. Вычислить передаточную функцию разомкнутой системы вида (21) на основе выбранного в п. 1 представления ПДМ с ХП  $D(s) = M(s) + N(s)$ .

3. Оценить запас устойчивости по фазе с помощью критерия устойчивости Найквиста, примененного к передаточной функции (21), с использованием процедуры "BODE" в оболочке MatLab Simulink.

У модифицированного распределения мод Баттерворта (МРМБ) [3, 5, 6] модифицирующим параметром является величина  $\psi \in [\pi/2; 0]$  раскрыва  $2\psi$  сектора локализации корней ХП в левой полуплоскости на окружности радиусом  $\omega_0$ .

На рис. 1 приведены кривые зависимости запасов устойчивости  $\Delta\phi$  по фазе функции параметра  $\psi$

для МРМБ с первого по пятый порядок ( $n = \overline{1, 5}$ ). Для всех порядков ПДМ обнаруживается общая тенденция увеличения запаса устойчивости с уменьшением параметра  $\psi$  раскрыва сектора с максимальным его значением при  $\psi = 0$ , т. е. для случая преобразования распределения мод Баттерворта в стандартное биномиальное распределение мод Ньютона (БРН).

В качестве модифицированной версии БРН (МБРН) используется биномиальное распределение, параметризованное параметром  $v$ , которое записывается в форме [7]

$$D(\lambda) = D(\lambda, \omega_0, v) = \prod_{i=0}^{n-1} (\lambda + \omega_0(iv + 1)). \quad (23)$$

Нетрудно видеть, что при  $v = 0$  модифицированное биномиальное распределение принимает вид канонического биномиального распределения Ньютона, а для  $v \neq 0$  запас устойчивости  $\Delta\phi$  системы с ХП (23) не зависит от характеристической частоты  $\omega_0$ .

При построении МБРН в форме (23) использована системная логика, состоящая в доминировании одной моды над остальными, что обеспечивается выбором параметра  $v$ . Следует ожидать, что уже при  $v \geq 10$  система с характеристическим полиномом вида (23) поведенчески будет максимально приближена к апериодическому звену 1-го порядка.

На рис. 2 приведены кривые запасов устойчивости по фазе  $\Delta\phi$  систем с ХП вида (23), модифицированных с помощью параметра  $v$  из диапазона  $0 \leq v \leq 20$  биномиального распределения для ПДМ с первого по пятый порядок ( $n = \overline{1, 5}$ ). Для указанных порядков ПДМ обнаруживается общая тен-

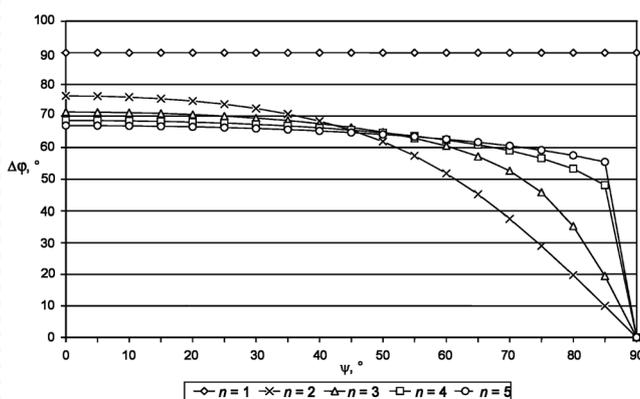


Рис. 1. Кривые зависимости запасов устойчивости  $\Delta\phi$  по фазе функции параметра  $\psi$  для МРМБ порядка  $n = \overline{1, 5}$

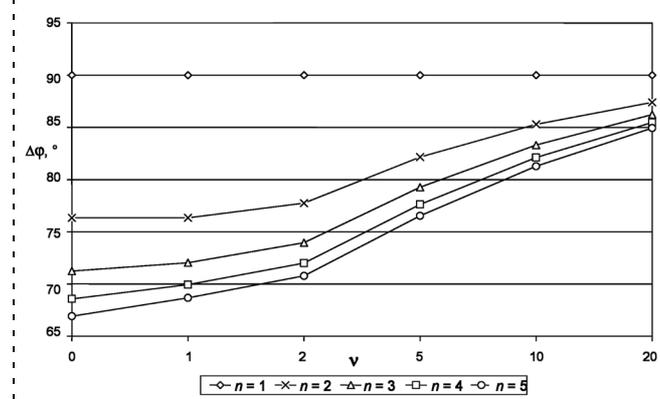


Рис. 2. Кривые запасов устойчивости  $\Delta\phi$  по фазе модифицированных параметром  $v$  МБРН

денция увеличения запаса устойчивости с ростом значения параметра  $\nu$ .

Сравнение значений запаса устойчивости по фазе (рис. 1 и 2) обнаруживает, что запас устойчивости по фазе с МБРН превышает запасы устойчивости с МРМБ для равных порядков ПДМ при параметре  $\nu \neq 0$ , а при  $\nu = 0$  их значения совпадают. Таким образом, основное направление дальнейших модификаций распределений мод ПДМ будем связывать с возможностями модифицируемости МБРН.

### Результаты компьютерного эксперимента

Проведем исследование системы, спроектированной в соответствии с алгоритмом синтеза МУ, приведенным выше, который дополнен требованием обеспечения желаемого запаса устойчивости по фазе в форме  $\Delta\varphi \geq \Delta\varphi_R$ . Используемая в примере ПДМ параметризована характеристической частотой  $\omega_0$  порядка  $n = 3$  с модифицируемым биномиальным распределением, для которого передаточная функция имеет вид

$$W(s) = \frac{\omega_0^3(2\nu^2 + 3\nu + 1)}{s^2 + \omega_0(3\nu + 3)s + \omega_0^2(2\nu^2 + 6\nu + 3)} \frac{1}{s}. \quad (24)$$

Требуется выбором параметров  $\nu$  и  $\omega_0$  обеспечить следующие показатели качества проектируемой системы:

- время переходного процесса  $t_{п.п} \leq 0,5$  с;
- перерегулирование  $\sigma = 0$  %;
- добротность по скорости  $D \geq 40$  с<sup>-1</sup>;
- запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi \geq \Delta\varphi_R = 80^\circ$ .

Процедура синтеза системы с указанными показателями качества распадается на две фазы. В первой фазе выбором значения параметра  $\nu$  обеспечивается требуемый ЗУС  $\Delta\varphi \geq \Delta\varphi_R = 80^\circ$ . Эта фаза выполняется в виде рекуррентной процедуры, реализация которой приводит к значению  $\nu = 5$ , обеспечивающему значение  $\Delta\varphi = 80,212^\circ$ .

Во второй фазе при фиксации значения параметра  $\nu$  ( $\nu = 5$ ) осуществляется выбор значения параметра  $\omega_0 = \omega_{0R}$  из условия

$$\omega_{0R} = \max \left\{ \omega_0 = \arg \left\{ \frac{(2\nu^2 + 3\nu + 1)\omega_0}{2\nu^2 + 6\nu + 3} = D \right\}; \right. \\ \left. \omega_0 = \arg \left\{ \frac{3,273}{t_{п.п}} \right\} \right\} = 50,303 \text{ с}^{-1}.$$

Кривая переходного процесса системы с ХП вида

$$D(\lambda, \nu, \omega_0) = s^3 + \omega_0(3\nu + 3)s^2 + \omega_0^2(2\nu^2 + 6\nu + 3)s +$$

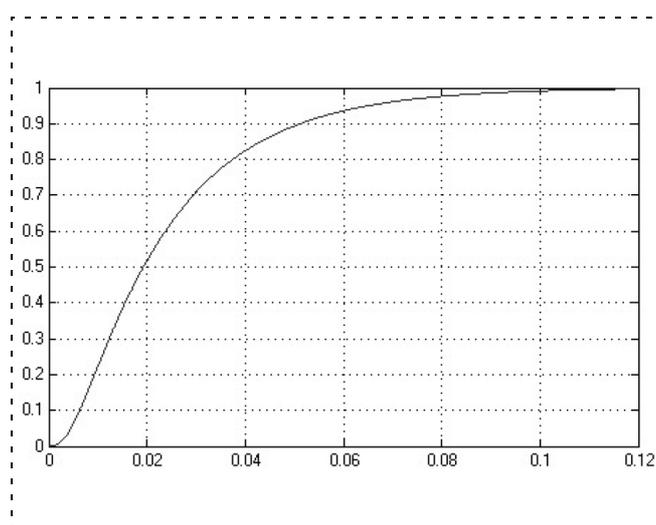


Рис. 3. Переходный процесс спроектированной системы порядка  $n = 3$

+  $\omega_0^3(2\nu^2 + 3\nu + 1)$  при  $\nu = 5$  и  $\omega_0 = 50,303 \text{ с}^{-1}$  приведена на рис. 3.

В итоге спроектированная система будет обладать следующими показателями качества:

- время переходного процесса  $t_{п.п} = 0,065$  с;
- перерегулирование  $\sigma = 0$  %;
- добротность по скорости  $D = 40$  с<sup>-1</sup>;
- запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi = 80,212^\circ$ .

### Заключение

Модальное управление, дополненное процедурой модификации биномиальной структуры распределения мод, обнаружило новые свойства, позволяющие синтезировать системы с заданными показателями качества процессов в переходном и установившемся режимах с одновременным обеспечением требуемого запаса устойчивости по фазе.

### Список литературы

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. СПб.: Профессия, 2003.
2. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления: Пер. с англ. Б. И. Копылова. М.: Лаборатория базовых знаний, 2004.
3. Дударенко Н. А., Слита О. В., Ушаков А. В. Математические основы современной теории управления: аппарат метода пространства состояний: Учеб. пособ. СПб.: СПбГУИТМО, 2008.
4. Математический энциклопедический словарь / Под ред. Ю. В. Прохорова. М.: Советская энциклопедия, 1988.
5. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления: Пер. с англ. М.: Мир, 1977.
6. Мирошник И. В. Теория автоматического управления. Линейные системы. СПб.: Питер, 2005.
7. Лихолетов Е. Д., Ушаков А. В., Цвентарный А. Ю. Проблема перекрестных связей в непрерывных динамических системах класса "двумерный вход-выход" с однотипными каналами // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52. № 5.

**Н. И. Сельвесюк**, д-р техн. наук, зам. нач. кафедры,  
Военно-воздушная академия  
им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина,  
г. Москва  
selvesyuk@yandex.ru

## Адаптация параметров оптимального управления на основе прямых и обратных задач оптимизации<sup>1</sup>

*Предложен подход, позволяющий осуществлять синтез линейно-квадратичных регуляторов, обеспечивающих заданное качество управления для множества объектов с различной динамикой, без решения прямой оптимизационной задачи. Параметры квадратичного функционала определяются решением обратной задачи оптимизации с использованием ограниченной специальной выборки из множества объектов. Пересчет оптимального управления для других объектов осуществляется с использованием результатов эволюции уравнения Лурье—Риккати. Приведен методический пример.*

**Ключевые слова:** линейно-квадратичная задача оптимизации, обратная задача оптимизации, уравнение Лурье—Риккати, канонизация матриц.

**Введение.** В классе линейных стационарных многомерных систем управления классической оптимизационный метод синтеза регуляторов с использованием интегральных квадратичных функционалов является одним из наиболее используемых [1]. Однако при практическом решении линейно-квадратичной задачи оптимизации возникает ряд известных проблем. Одна из них связана с выбором весовых матриц квадратичного функционала [2], который осуществляется неформализованно, путем их подбора на основании имеющихся сведений об объекте и последовательного уточнения на основе результатов моделирования или испытаний. Вторая проблема связана с созданием систем адаптивного оптимального управления в классе линейных стационарных систем [3]. При изменении параметров объекта классический подход предусматривает, как правило, выполнение полного цикла расчетов по решению оптимизационной задачи, т. е. выбор параметров функционала и расчет параметров регулятора. Это приводит к необходимости проведения больших объемов моделирования и невозможности использования имеющихся регуляторов, обеспечивающих требуемое качество управления.

В данной статье предложен подход, позволяющий в ряде случаев устранить указанные проблемы. Пусть для объекта с известными параметрами

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 08-08-00012-а.

путем моделирования определены коэффициенты линейного закона управления, обеспечивающего требуемое качество управления. Известно, что стабилизирующий линейный регулятор может быть представлен как результат решения линейно-квадратичной задачи с определенными параметрами функционала качества. Тогда путем решения обратной задачи оптимизации из уравнений синтеза можно определить весовые матрицы функционала. Данная задача может быть решена аналитически с использованием методов решения матричных алгебраических уравнений на основе канонизации матриц [4; 5, п. 1.6.3]. При этом получается множество решений (параметров весовых матриц), удовлетворяющих условиям существования линейно-квадратичной задачи. При наличии нескольких объектов с известными регуляторами решение обратной задачи позволяет аналитически определить общие для данного семейства объектов параметры функционала, который характеризует желаемое качество управления. Найденные параметры функционала могут быть использованы при синтезе оптимального управления некоторым расширенным множеством объектов, описание которого является задачей дальнейших исследований.

Для решения второй проблемы при известных параметрах объекта и функционала предлагается использовать результаты эволюции уравнения Лурье—Риккати [5, п. 5.5], что позволит осуществлять прямой пересчет вариаций параметров объекта в вариации оптимального управления.

**Постановка задачи.** Дана линейная стационарная детерминированная многомерная система

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}$  — вектор состояния системы;  $\mathbf{x}_0$  — начальное состояние системы;  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  — известные постоянные вещественные матрицы.

Требуемое качество управления системой обеспечивает линейный регулятор по состоянию в обратной связи с известной матрицей передачи

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_0\mathbf{x}. \quad (2)$$

Если регулятор (2) принадлежит классу линейно-квадратичных регуляторов, то матрица передачи определяется выражением

$$\mathbf{K}_0 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}, \quad (3)$$

стабилизирует систему (1) и обеспечивает минимум функционала

$$J = 0,5 \int_{t_0}^{\infty} [\mathbf{x}^T(\tau)\mathbf{Q}\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{u}^T(\tau)\mathbf{R}\mathbf{u}(\tau)]d\tau, \quad (4)$$

где  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  — весовые матрицы переменных состояния и сигналов управления соответственно, удовлетворяющие условиям  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T \geq 0$ ,  $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0$ ;  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$  — единственное решение матричного алгебраического уравнения Лурье—Риккати

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{G}\mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0, \mathbf{G} = \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T. \quad (5)$$

Для упрощения задачи положим, что весовая матрица сигналов управления  $\mathbf{R}$  известна. На практике она выбирается диагональной и, как правило, используется для нормирования управляющих воздействий.

Необходимо, зная параметры объекта управления ( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ) и матрицу передачи регулятора  $\mathbf{K}_0$ , при фиксированной матрице  $\mathbf{R}$  определить весовую матрицу  $\mathbf{Q}$  функционала (4), обеспечивающего в этом случае требуемое качество управления.

Затем при известных фиксированных параметрах функционала (4) необходимо решить задачу прямого пересчета вариаций параметров объекта управления (1), представленных в наиболее общей аддитивной форме  $\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}$ , в вариации параметров регулятора (3) вида  $\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K}_0$ .

Ниже  $\bar{\mathbf{M}}^L$ ,  $\bar{\mathbf{M}}^R$ ,  $\tilde{\mathbf{M}}$  означают левый и правый делители нуля и сводный канонизатор матрицы  $\mathbf{M}$  соответственно [4; 5, п. 1.6.1]. Данные матрицы удовлетворяют равенствам

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}^L \\ \bar{\mathbf{M}}^L \end{bmatrix} \mathbf{M} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}^R \\ \bar{\mathbf{M}}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{0}_{(m-r) \times r} & \mathbf{0}_{(m-r) \times (n-r)} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{M}}^R \tilde{\mathbf{M}}^L = \tilde{\mathbf{M}}; \mathbf{M} \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{M} = \mathbf{M}, \quad (6)$$

из которых следуют их основные свойства. Здесь и далее  $\mathbf{I}$  — единичная матрица.

**Решение обратной задачи оптимизации.** Перепишем выражение (3) как правостороннее матричное уравнение

$$\mathbf{B}^T\mathbf{P} = \mathbf{R}\mathbf{K}_0 \quad (7)$$

относительно неизвестной симметрической матрицы  $\mathbf{P}$ .

Метод решения левостороннего симметрического уравнения приведен в [5, п. 1.7.7]. Условия разрешимости уравнения (7) имеют вид

$$(\bar{\mathbf{B}}^R)^T \mathbf{R} \mathbf{K}_0 = 0; \quad (8)$$

$$\mathbf{R} \mathbf{K}_0 \mathbf{B} = \mathbf{B}^T \mathbf{K}_0^T \mathbf{R}. \quad (9)$$

Тождество (8) выполняется всегда, если матрица  $\mathbf{B}$  имеет полный столбцовый ранг, т. е.  $\text{rank} \mathbf{B} = m$ ,  $m < n$ , что обычно имеет место на практике. Тождество (9) требует проверки. Его выполнение является необходимым условием того, что регулятор (3)

принадлежит классу линейно-квадратичных регуляторов.

Все множество симметричных решений  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$  уравнения (7) при выполнении условий (8)—(9) определяется выражением

$$\{\mathbf{P}\}_\mu = (\mathbf{B}^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_0^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{B} - (\mathbf{B}^T \tilde{\mathbf{R}})^T \mathbf{K}_0^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{B} + (\bar{\mathbf{B}}^L)^T \mu \bar{\mathbf{B}}^L, \quad (10)$$

где  $\mu = \mu^T$  — произвольная симметричная матрица соответствующей размерности.

Тогда из уравнения (2) можно получить описание всего множества матриц весовых коэффициентов квадратичного функционала:

$$\{\mathbf{Q}\}_\mu = -\{\mathbf{P}\}_\mu \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \{\mathbf{P}\}_\mu + \{\mathbf{P}\}_\mu \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \{\mathbf{P}\}_\mu. \quad (11)$$

Для разрешимости линейно-квадратичной задачи необходимо определить множество симметричных матриц  $\mu_0$ , для которого одновременно выполняются условия

$$\{\mathbf{Q}\}_{\mu_0} \geq 0 \text{ и } \{\mathbf{P}\}_{\mu_0} > 0. \quad (12)$$

Данную задачу можно решить численными методами, например, с использованием математической системы Matlab.

Таким образом, для объекта (1) с заданными параметрами ( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ) регулятор (2) с фиксированной матрицей передачи может обеспечивать минимум некоторого множества квадратичных функционалов, порожденного множеством весовых матриц  $\{\mathbf{Q}\}_{\mu_0}$ . Возникновение данного множества обусловлено взаимосвязями между элементами вектора состояния объекта. Любой представитель данного множества удовлетворяет исходной оптимизационной задаче.

Предложенный выше подход к определению параметров функционала оптимизации для линейно-квадратичной задачи позволяет решить важную практическую задачу. Для некоторого множества разнотипных объектов одинакового порядка с заданными параметрами и известным линейным управлением, обеспечивающим заданное качество управления, можно определить общее множество весовых матриц  $\{\mathbf{Q}\}_{\mu_0}$  или отдельный его элемент.

Найденные параметры функционала качества затем можно использовать для синтеза оптимального управления объектами с другими параметрами, что позволит избежать процедуры неформализованного выбора параметров функционала качества путем многократного моделирования.

**Представление уравнения Лурье—Риккати в форме матричного частного.** Решение задачи прямого пересчета параметров оптимального управления осуществляется на основе эволюции уравнения Лурье—

Риккати. Эволюцией решения матричного уравнения (5) будем называть аддитивное изменение решения этого уравнения, непосредственно выраженное в терминах изменений матриц уравнения, т. е. определение приращения возмущенного решения  $\mathbf{P} + \Delta\mathbf{P}$ , выраженного посредством приращений измененных числовых матриц  $\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}$ .

Для решения поставленной задачи используются результаты технологии вложения систем [5], основные методы которой оперируют с матричными частными вида

$$\beta\Omega^{-1}\alpha = \omega, \quad (13)$$

где  $\Omega$  — обратимый матричный знаменатель;  $\alpha$ ,  $\beta$  — левый и правый матричные числители;  $\omega$  — значение частного.

Используя правила операций с матрицами [6], уравнение (5) можно представить в эквивалентной блочно-матричной форме

$$[\mathbf{P} \ \mathbf{I}_n] \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{G} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} = 0. \quad (14)$$

Известно [7], что в случае существования положительно определенного симметрического решения  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$  уравнения (5) гамильтонова матрица

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{G} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T \end{bmatrix}$$

обратима. Тогда уравнение (14) можно интерпретировать как равное нулю матричное частное (13) с составляющими

$$\alpha' = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \mathbf{P} \end{bmatrix}; \beta' = [\mathbf{P} \ \mathbf{I}_n]; \Omega = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{G} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T \end{bmatrix}^{-1}. \quad (15)$$

Правый числитель  $\alpha$  размерности  $2n \times n$  и левый числитель  $\beta$  размерности  $n \times 2n$  этого матричного частного из-за наличия единичных блоков максимально возможного размера имеют очевидный максимальный ранг. Их делители нуля максимального ранга [5, п. 1.3.2] определяются формулами

$$\bar{\alpha}^L = \overline{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \mathbf{P} \end{bmatrix}}^L = [\mathbf{P} \ -\mathbf{I}_n]; \bar{\beta}^R = \overline{[\mathbf{P} \ \mathbf{I}_n]}^R = \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_n \\ \mathbf{P} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Тогда на основе следствия 5.4.1 из [5] уравнению Лурье—Риккати в эквивалентных формах записи (5) и (14) можно сопоставить третью эквивалентную запись

$$[\mathbf{P} \ -\mathbf{I}_n] \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{G} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_n \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} = 0 \quad (17)$$

в форме равного нулю матричного частного с непрерывно обратимой гамильтоновой матрицей (матричным знаменателем).

Для решения задачи используется эквивалентное преобразование матричного частного (13) в виде трансформации. Под трансформацией понимается такое согласованное изменение числителей и знаменателя матричного частного, при котором значение частного остается неизменным:  $\{\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\Omega\} : \Delta\omega = 0$ . Один из вариантов трансформации дается следующей теоремой [5, п. 5.1.3].

**Теорема 1.** Для числовых матриц  $\Omega$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  и  $\sigma$  следующие тождества эквивалентны:

$$\beta(\Omega + \rho + \sigma)^{-1}\alpha = \omega, \quad (18)$$

$$(\beta - \pi\rho)\Omega^{-1}(\alpha - \sigma\delta) = \omega, \quad (19)$$

если выполняются условия

$$(\beta - [\omega\tilde{\omega}^R \ \eta]\mathbf{T}\Xi)\bar{\rho}^R = 0, \quad (20)$$

$$\bar{\sigma}^L \left( \alpha - \Sigma\mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{\omega}^L \\ \mu \end{bmatrix} \omega \right) = 0, \quad (21)$$

где  $\mathbf{T}$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$  — обратимые матрицы и  $\eta$ ,  $\mu$  — произвольные матрицы, такие что

$$\Omega = \Sigma\Xi, \quad (22)$$

$$\eta\mu = 0, \quad (23)$$

при этом все возможные эквивалентные пары матриц  $(\pi, \delta)$  принадлежат множествам, описываемым формулами

$$\begin{aligned} \{\pi\}_{\eta, \xi} &= (\beta - [\omega\tilde{\omega}^R \ \eta]\mathbf{T}\Xi)\bar{\rho} + \xi\bar{\rho}^L; \\ \{\delta\}_{\mu, \zeta} &= \bar{\sigma} \left( \alpha - \Sigma\mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{\omega}^L \\ \mu \end{bmatrix} \omega \right) + \bar{\sigma}^R\zeta. \end{aligned} \quad (24)$$

**Решение прямой задачи оптимизации на основе эволюции уравнения Лурье—Риккати.** Пусть знаменатель матричного частного (17) претерпевает изменение в виде

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \Delta\mathbf{A} & -\mathbf{G} - \Delta\mathbf{G} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T + \Delta\mathbf{A}^T \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{G} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ 0 & \rho_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ 0 & \sigma_{22} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (25)$$

Разделение приращений соответствующих матриц между слагаемыми  $\rho_{ij}$  и  $\sigma_{ij}$  в каждом матричном блоке осуществляется произвольно. Пусть при этом одновременно и согласованно изменяются оба числителя частного (17), т. е. происходит адди-

тивное приращение матрицы  $\mathbf{P}$ . Тогда в соответствии с теоремой 1 тождеству

$$[\mathbf{P} + \Delta\mathbf{P} - \mathbf{I}_n] \times \left( \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{G} \\ \mathbf{Q} \mathbf{A}^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ 0 & \rho_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ 0 & \sigma_{22} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_n \\ \mathbf{P} + \Delta\mathbf{P} \end{bmatrix} = 0 \quad (26)$$

эквивалентно тождество

$$\begin{aligned} & \left( [\mathbf{P} + \Delta\mathbf{P} - \mathbf{I}_n] - [\pi_1 \ \pi_2] \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ 0 & \rho_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{G} \\ \mathbf{Q} \mathbf{A}^T \end{bmatrix}^{-1} \times \\ & \times \left( \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_n \\ \mathbf{P} + \Delta\mathbf{P} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ 0 & \sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (27) \end{aligned}$$

при условии, что найдутся удовлетворяющие тождествам (22) в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{G} \\ \mathbf{Q} \mathbf{A}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} \\ \Xi_{21} & \Xi_{22} \end{bmatrix} \quad (28)$$

и (23) матрицы  $\Sigma$ ,  $\Xi$ ,  $\eta$  и  $\mu$ , при которых выполняются условия (20)—(21). При этом введенные в (27) матрицы  $\pi$  и  $\delta$  вычисляются по формулам (24) с соответствующими подстановками.

Из сопоставления тождеств (17) и (27) следует равенство числителей. На примере левого частного это записывается в виде

$$[\mathbf{P} - \mathbf{I}_n] = \left( [\mathbf{P} + \Delta\mathbf{P} - \mathbf{I}_n] - [\pi_1 \ \pi_2] \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ 0 & \rho_{22} \end{bmatrix} \right).$$

Отсюда следуют формулы для эволюции решения

$$\Delta\mathbf{P} = \pi_1 \rho_{11} \text{ или } \Delta\mathbf{P} = \sigma_{22} \delta_2,$$

справедливые при выполнении условий

$$\pi_1 \rho_{12} + \pi_2 \rho_{22} = 0, \quad \sigma_{11} \delta_1 + \sigma_{12} \delta_2 = 0.$$

Обобщая сказанное и выполняя соответствующие подстановки в (20), (21) и (24), на основе утверждения теоремы 1 сформулируем следующую теорему.

**Теорема 2.** Если уравнение Лурье—Риккати

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{G}\mathbf{P} = -\mathbf{Q}$$

имеет положительно определенное невырожденное решение  $\mathbf{P}$ , то при аддитивном приращении матриц уравнения по формулам

$$\Delta\mathbf{A} = \rho_{11} + \sigma_{11} = \rho_{22}^T + \sigma_{22}^T, \quad (29)$$

$$\Delta\mathbf{G} = -\rho_{12} - \sigma_{12} \quad (30)$$

эволюция решения вычисляется по одной из эквивалентных формул

$$\Delta\mathbf{P} = \pi_1 \rho_{11}, \quad \Delta\mathbf{P} = \sigma_{22} \delta_2 \quad (31)$$

при выполнении условий

$$\pi_1 \rho_{12} + \pi_2 \rho_{22} = 0, \quad \sigma_{11} \delta_1 + \sigma_{12} \delta_2 = 0. \quad (32)$$

Здесь матрицы  $\pi_i$  и  $\delta_i$  вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \{[\pi_1 \ \pi_2]\}_{\eta, \xi} &= \left( [\mathbf{P} - \mathbf{I}_n] - [\eta_1 \ \eta_2] \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} \\ \Xi_{21} & \Xi_{22} \end{bmatrix} \right) \times \\ & \times \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ 0 & \rho_{22} \end{bmatrix}^{\sim} + [\xi_1 \ \xi_2] \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ 0 & \rho_{22} \end{bmatrix}^L; \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \right\}_{\mu, \zeta} &= \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ 0 & \sigma_{22} \end{bmatrix}^{\sim} \left( \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_n \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} - \right. \\ & \left. - \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ 0 & \sigma_{22} \end{bmatrix}^R \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} \quad (34) \end{aligned}$$

при выполнении условий

$$\begin{aligned} & \left( [\mathbf{P} - \mathbf{I}_n] - [\eta_1 \ \eta_2] \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} \\ \Xi_{21} & \Xi_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ 0 & \rho_{22} \end{bmatrix}^R = 0; \\ & \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ 0 & \sigma_{22} \end{bmatrix}^L \left( \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_n \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} \right) = 0, \quad (35) \end{aligned}$$

матрицы  $\Sigma$  и  $\Xi$  — результат произвольной факторизации блочной матрицы

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{G} \\ \mathbf{Q} \mathbf{A}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} \\ \Xi_{21} & \Xi_{22} \end{bmatrix}, \quad (36)$$

выбор блоков матриц  $\eta$  и  $\mu$  ограничен условием

$$[\eta_1 \ \eta_2] \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = 0, \quad (37)$$

а матрицы  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  и  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  произвольны.

Таким образом, теорема 2 определяет необходимые и достаточные условия эволюции уравнения Лурье—Риккати (5) в виде прямого пересчета аддитивных приращений матриц объекта (1)  $\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}$  в аддитивное приращение решения  $\mathbf{P} + \Delta\mathbf{P}$ , позволяя тем самым осуществить прямой пересчет параметров управления в виде аддитивного приращения  $\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K}_0$ .

Несмотря на внешнюю громоздкость полученных выражений, они содержат элементарные опе-

рации с матрицами. Проблема определения решения преобразуется в задачу поиска решения систем алгебраических уравнений (33)—(35), которая достаточно хорошо формализуется и в большинстве случаев имеет аналитическое решение.

**Пример 1.** Пусть матрицы объекта (1) и регулятора (2), обеспечивающего заданные требования к качеству управления, имеют значения

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 0,47 & 1,25 & 0,69 \\ 0,88 & -0,66 & 4,43 \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Необходимо при заданной матрице  $\mathbf{R}_1 = \mathbf{I}_2$  определить весовую матрицу  $\mathbf{Q}_1$  функционала (4), соответствующего системе (38).

Непосредственная подстановка показывает, что условия разрешимости (8)—(9) выполняются, а симметричное решение уравнения (6) в соответствии с выражением (10) для системы (38) имеет вид

$$\{\mathbf{P}\}_{\mu_1} = \begin{bmatrix} \mu_1 - 5,31 & 5,78 - \mu_1 & \mu_1 - 4,43 \\ 5,78 - \mu_1 & \mu_1 - 4,53 & 5,12 - \mu_1 \\ \mu_1 - 4,43 & 5,12 - \mu_1 & \mu_1 \end{bmatrix}, \quad (39)$$

где  $\mu_1$  — вещественное число.

Подстановка выражения (39) в формулу (11) дает множество весовых матриц функционала

$$\{\mathbf{Q}\}_{\mu_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 13,98 - 2\mu_1 \\ 0 & 2 & 2\mu_1 - 12,98 \\ 13,98 - 2\mu_1 & 2\mu_1 - 12,98 & 28,96 - 4\mu_1 \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Условия существования линейно-квадратичной задачи (12) выполняются при  $\mu_1 \in [5,91; 7,06]$ .

Наличие множества (40) дает возможность определить общую для ряда объектов матрицу  $\mathbf{Q}$  функционала (4). Рассмотрим объект с другими параметрами и управлением:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_1;$$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 0,01 & 2,97 & -0,16 \\ 0,99 & -1,18 & 6,46 \end{bmatrix}; \mathbf{R}_2 = \mathbf{I}_2. \quad (41)$$

Множество весовых матриц функционала для объекта (41) имеет вид

$$\{\mathbf{Q}\}_{\mu_2} = \begin{bmatrix} 1 & \mu_2 - 8,61 & 26,84 - 3\mu_2 \\ \mu_2 - 8,61 & 19,22 - 2\mu_2 & 4\mu_2 - 34,45 \\ 26,84 - 3\mu_2 & 4\mu_2 - 34,45 & 54,67 - 6\mu_2 \end{bmatrix}, \quad (42)$$

где  $\mu_2$  — вещественное число.

Условия существования линейно-квадратичной задачи (12) выполняются при  $\mu_2 \in [8,17; 8,92]$ .

Путем поэлементного сравнения выражений (40) и (42) можно определить значения  $\mu_1 = 6,49$  и  $\mu_2 = 8,61$ , при которых объектам (38) и (41) соответствует общая весовая матрица

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Задачей дальнейших исследований является описание множества объектов, для которых множества весовых матриц  $\mathbf{Q}$  пересекаются.

**Пример 2.** Для упрощения рассмотрим объект (38) с матрицами функционала  $\mathbf{R} = \mathbf{I}_2$ ,  $\mathbf{Q} = \mathbf{I}_3$ . Решим задачу прямого перечета вариаций параметров объекта в вариации параметров оптимального управления.

Система (38) является полностью управляемой. Решение уравнения Лурье—Риккати, полученное с помощью функции *care* системы Matlab:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Параметры оптимального регулятора в соответствии с формулой (3) имеют значения

$$\mathbf{K}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Используем результаты теоремы 2 для пересчета параметров регулятора при изменении матрицы динамики объекта в виде

$$\widehat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \Delta\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Матрица  $\mathbf{B}$  объекта и матрицы функционала остаются неизменными.

В формуле приращений (25) с учетом исходных данных примем ненулевые матрицы следующими:

$$\rho_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \rho_{22} = \rho_{11};$$

$$\sigma_{11} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \sigma_{22} = \sigma_{11}.$$

Факторизуем гамильтонову матрицу уравнения Лурье—Риккати следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{G} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} \\ \Xi_{21} & \Xi_{22} \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{P}) & -\mathbf{X} \\ -\mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{P}) & -(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{X}) \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} \\ \Xi_{21} & \Xi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \mathbf{X}\mathbf{P}) & \mathbf{X} \\ (\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\mathbf{G})\mathbf{P} & -(\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\mathbf{G}) \end{bmatrix}.$$

Здесь  $\mathbf{X}$  — решение алгебраического уравнения Ляпунова вида

$$(\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{P})\mathbf{X} + \mathbf{X}(\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{P})^T + \mathbf{G} = 0.$$

Так как матрицы  $\rho_{11}$  и  $\sigma_{11}$  невырожденные, условия (35) выполняются всегда за счет равенства нулю соответствующих делителей нуля.

Для упрощения выкладок примем произвольную обратимую матрицу  $\mathbf{T}$  единичной. Тогда матрицы  $\pi$  и  $\delta$  вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} & \{[\pi_1 \ \pi_2]\}_{\eta} = \\ & = \left( [\mathbf{P} - \mathbf{I}_n] - [\eta_1 \ \eta_2] \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} \\ \Xi_{21} & \Xi_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \rho_{11} & 0 \\ 0 & \rho_{11} \end{bmatrix}^{-1}; \quad (43) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}_{\mu} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 \\ 0 & \sigma_{11} \end{bmatrix}^{-1} \left( \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_n \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} \right). \quad (44)$$

Используем первый набор формул для вычисления эволюции решения:

$$\Delta\mathbf{P} = \pi_1\rho_{11} \text{ при выполнении условия } \pi_2\rho_{22} = 0.$$

Поэлементно формула (43) запишется следующим образом:

$$\{\pi_1\}_{\eta} = (\mathbf{P} - \eta_1\Xi_{11} - \eta_2\Xi_{21})\tilde{\rho}_{11}; \quad (45)$$

$$\{\pi_2\}_{\eta} = (-\mathbf{I}_3 - \eta_1\Xi_{12} - \eta_2\Xi_{22})\tilde{\rho}_{11}, \quad (46)$$

где сводный канонизатор  $\tilde{\rho}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ .

Для выполнения условия  $\pi_2\rho_{22} = 0$  произвольные матрицы  $\eta_1$  и  $\eta_2$  должны удовлетворять уравнению

$$\eta_1\Xi_{12} + \eta_2\Xi_{22} = -\mathbf{I}_3,$$

решение которого, удовлетворяющее условию (37),

имеет вид  $\eta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ ;  $\eta_2 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -0,5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . Подста-

новка данных матриц в выражение (45) дает мат-

рицу  $\pi_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ , откуда определяется приращение

решения уравнения Лурье—Риккати  $\Delta\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ .

Пересчет параметров оптимального регулятора осуществляется с использованием аддитивного приращения

$$\Delta\mathbf{K}_0 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\Delta\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix};$$

$$\widehat{\mathbf{K}}_0 = \mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

В правильности решения нетрудно убедиться путем вычисления решения уравнения  $\widehat{\mathbf{P}}$  с использованием функции *care* для матриц объекта  $\widehat{\mathbf{A}}$  и  $\mathbf{B}$ :

$$\widehat{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \widehat{\mathbf{K}}_0 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\widehat{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

#### Список литературы

1. **Методы** классической и современной теории автоматического управления: Учеб. в 5 т.; Т. 4: Теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.
2. **Квакернаак Х., Сиван Р.** Линейные оптимальные системы управления / Пер. с англ. М.: Мир, 1977.
3. **Справочник** по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987.
4. **Буков В. Н., Рябченко В. Н., Косьянчук В. В., Зыбин Е. Ю.** Решение линейных матричных уравнений методом канонизации // Вестник Киевского университета. Сер. "Физико-математические науки". Вып. 1. Киев: Изд. Киевского нац. ун-та, 2002. С. 19—28.
5. **Буков В. Н.** Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во научной литературы Н. Ф. Бочкаревой, 2006.
6. **Хорн Р., Джонсон Ч.** Матричный анализ: Пер. с англ. М.: Мир, 1989.
7. **Параев Ю. И.** Уравнения Ляпунова и Риккати. Томск: Изд-во Томского ун-та, 1989.

# АВТОМАТИЧЕСКОЕ И АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ОБОРУДОВАНИЕМ

УДК 681.5: 621.791.03

**В. А. Лебедев**, канд. техн. наук,  
ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины, Киев,  
e-mail: lebedevvladimir@ukr.net

## Современное дуговое автоматизированное и механизированное сварочное оборудование как мехатронная система

*Рассмотрено создание нового поколения механизированного и автоматизированного оборудования с использованием методологии на основе принципов мехатроники.*

*Представлен ряд конкретных объектов сварочного оборудования, в основе создания которых лежат мехатронные системы.*

**Ключевые слова:** *сварка, наплавка, мехатроника, эффективность, механика, управление, регулирование, полуавтомат, автомат, системы.*

Очевидно, что применяемая в дуговом механизированном оборудовании технология сварки и наплавки плавящимся электродом сталей и сплавов алюминия в нынешнем веке будет оставаться одной из ведущих технологий [1]. Поэтому задачи повышения эффективности этой технологии, разработки оборудования, соответствующего современным проблемам создания, восстановления и упрочнения металлоконструкций, деталей и узлов машин и механизмов, остаются актуальными.

Известно, что существует несколько путей совершенствования технологий и оборудования для дуговых механизированных и автоматизированных процессов. Это, прежде всего, следующие направления [2–4]:

- разработка новых и совершенствование известных структур электродных материалов (самозащитные порошковые, активированные и др.);
- разработка новых смесей защитных газов (например, T.I.M.E);
- использование новой элементной и конструктивной базы (силовой и микроэлектроники, процессорной техники, новых конструкционных материалов и покрытий, в частности, узлов, работающих непосредственно в зоне горения дуги);
- использование новых разработок систем дугового оборудования, например таких, в которых реализованы нестационарные управляемые ал-

горитмы работы (импульсные источники питания дуги, механизмы импульсной подачи электродной проволоки, системы импульсной подачи защитного газа, модулированные системы).

Наиболее перспективными, на наш взгляд, являются те направления и разработки, которые включают в себя несколько взаимодополняющих или усиливающих друг друга технических решений, как, например, одновременное применение систем с импульсными источниками питания дуги и систем импульсной подачи электродной проволоки, работающих по общим алгоритмам управления, в результате чего достигаются существенные технологические эффекты, решаются задачи экономии материальных и энергетических ресурсов [5].

Целью настоящей статьи является ознакомление специалистов-разработчиков и производителей дугового механизированного и автоматизированного сварочного оборудования с некоторыми новыми способами разработки современного технологического оборудования и представление этого оборудования в виде мехатронных систем с определенными для сварки особенностями.

В последнее время появились возможности существенного усовершенствования технологических процессов сварки и наплавки, а также автоматизированного и механизированного дугового оборудования для их реализации. Эти возможности частично связаны с вышеуказанным сочетанием нескольких технических решений, но могут быть рассмотрены несколько с других позиций, когда эти технические решения в виде определенных основных систем рассматриваются в комплексе во взаимодействии. К этим системам относятся локальные электромеханические системы, локальные системы управления указанными электромеханическими системами, общая (более высокая по иерархии) система управления и регулирования технологическим дуговым процессом сварки и наплавки. Отметим, что в дуговом сварочном механизированном и автоматизированном оборудовании современных разработок в той или иной степени совершенства все эти системы имеются. Так, в сварочном полуавтомате имеется электромеханическая система подачи электродной проволоки (в автомате таких систем может быть несколько); в сварочном автомате — электромеханические системы транспортного перемещения, следящие системы, система колебаний электродной проволоки. Большинство из вышеуказанных систем оснащаются системами регулирования частоты вращения вала приводных электродвига-

телей электромеханических систем, выполненных в виде регулируемых тиристорных или транзисторных электроприводов. Важно отметить, что ряд локальных электромеханических систем сварочных автоматов и полуавтоматов по своей конструкции могут решать некоторые важные задачи сварочного процесса, не используя или используя частично возможности регуляторов. В числе таких электромеханических систем, для примера, следует отметить новые управляемые механизмы импульсной подачи электродной проволоки [6]. Управление циклом сварки и регулирование дугового процесса сварки в течение этого цикла осуществляются общей системой, связанной с локальными регуляторами электромеханических систем. В современных автоматах и полуавтоматах в качестве общей системы все чаще используются микропроцессорная техника, программируемые контроллеры. Особо в этой связи рассматриваются источники сварочного тока, являющиеся одним из основных технологических инструментов в дуговом процессе. Не являясь по своей сути электромеханической системой, она, по аналогии с электромеханической системой, выполняет функцию преобразования энергии питающей сети в энергию с формой и параметрами, отвечающими задачам оптимального ведения процессов сварки и наплавки. Следует отметить, что современные конструкции источников питания дуги имеют достаточно совершенные локальные регуляторы выходных параметров, начиная от тиристорных с СИФУ (системами импульсно-фазового управления) и до инверторных с локальными системами управления и регулирования, обеспечивающих определенные алгоритмы ведения сварочных процессов, например, импульсные, синергетические, SST [7] и др. Можно утверждать, что эффективность использования источников питания дуги, в том числе инверторного типа или с регуляторами в силовой цепи, определяется их собственными системами управления, которые в большинстве случаев базируются на использовании микропроцессорных систем управления. Можно особо подчеркнуть, что источник сварочного тока (его построение, управление энергетическими потоками) в большинстве случаев определяет характер переноса электродного металла, т. е. задает параметры массопереноса, являющегося целенаправленным движением, как и остальные электромеханические системы, что в определенной степени также ставит источник сварочного тока в ряд мехатронных систем.

Учитывая все вышесказанное с некоторым допущением современное дуговое механизированное оборудование можно классифицировать как мехатронные системы, в число которых входят различные датчики (обратных связей, положения и др.), которые могут быть элементами конструкций как сварочных полуавтоматов, так и автоматов. При этом полное основание для такой классификации

может быть получено, если принять на вооружение и использовать принципы конструирования мехатронных систем. Заметим, что в настоящее время при разработке современного дугового оборудования, оснащенного новейшими системами управления и регулирования, эти принципы не всегда используются, хотя могут дать новый импульс движению по дальнейшему совершенствованию дугового механизированного и автоматизированного оборудования. Можно со всей определенностью сказать, что степень совершенства сварочного оборудования рассматриваемых типов в полной мере зависит от степени наличия в этом оборудовании признаков мехатронной системы.

Напомним читателям известный по технической литературе принцип мехатронного способа разработки и проектирования технологического оборудования.

*Суть мехатронного подхода к проектированию [8] состоит в интеграции в единый функциональный модуль двух или более элементов, возможно даже различной физической природы. Другими словами, на стадии проектирования из традиционной структуры машины исключается как отдельное устройство, по крайней мере, один интерфейс при сохранении физического преобразования, выполняемого данным модулем.*

Так как мехатроника как новая наука и методология еще не прошла полный путь становления даже в понятиях и определениях, то может быть актуальным рассмотрение в рамках одного из самых распространенных видов технологического оборудования — сварочного и наплавочного с механизацией и автоматизацией процесса.

В весьма специфичном оборудовании, предназначенном для механизированных и автоматизированных процессов сварки, наплавки и резки металлов, понятие "мехатронная система" также приобретает некоторые специфичные черты и может быть представлена графически (рис. 1).

По отношению к сварочным полуавтоматам и автоматам этот подход, по нашему мнению, может быть конкретизирован следующим образом. Разработчики сварочного оборудования — автоматов и полуавтоматов — должны больше внимания уделить таким важнейшим и определяющим для данного типа оборудования блокам и модулям, как системы подачи электродной проволоки, источники сварочного тока, системы слежения, системы корректировки и транспортного перемещения с тем, чтобы иметь готовые законченные строго целенаправленные технические и технологические решения без дополнительных преобразований энергии и движений. При этом эти блоки и модули также могут быть различной степени интеграции. Так, например, в дуговом механизированном сварочном оборудовании уже прочно вошли в конструкции механизмы подачи, основой которых служат мотор-редукторы. Известны комплексные специальные разра-



**Рис. 1.** Представление механизированного и автоматизированного дугового сварочного оборудования в виде мехатронной системы

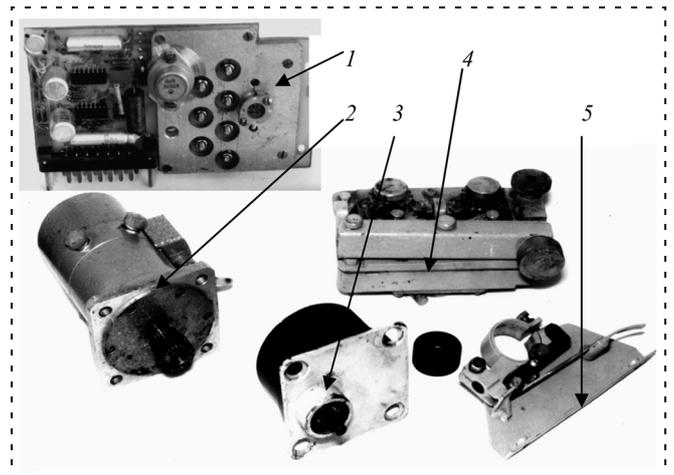
ботки электромеханических узлов с тиристорными и транзисторными регулируемыми электроприводами постоянного тока, предназначенными для решения конкретных задач сварочного оборудования. К их числу, например, относится транзисторный электропривод полуавтомата ПШ107В [9], в котором сосредоточен ряд технических решений, позволяющих без особых дополнений использовать его для решения практически любой задачи, возникающей перед дуговым механизированным оборудованием при сварке, наплавке и резке сталей и алюминия как с обычной подачей, так и с импульсной подачей электродной проволоки [9]. Именно такой электропривод, являющийся узлом определенной степени интеграции и работающий в комплекте с моментным электродвигателем типа ДПУ87-75 и с использованием ряда структур обратных связей, как по параметрам самого электродвигателя, так и по характеристикам дугового механизированного процесса является законченным, не требующим доработок, что соответствует мехатронному подходу к разработке сварочного оборудования. На рис. 2 представлена система подачи электронной проволоки полуавтоматов гаммы ПШ107В, разработанная по блочно-модульному способу конструирования с учетом мехатронного подхода к конструированию технологического оборудования. Заметим, что такая система подачи обладает большой степенью универсальности и может быть использована практически в любом по назначению механизированном оборудовании без допол-

нительных работ (за редкими исключениями) по ее адаптации в другие системы этого оборудования. В качестве примера встраивания полуавтомата типа ПШ107В в другой вид технологического оборудования можно привести систему наплавки в импульсном режиме матриц штампового инструмента, где указанный полуавтомат был достаточно легко адаптирован в станок с ЧПУ [10], что является еще одним доказательством преимуществ принципов блочно-модульного конструирования с использованием мехатронного подхода к созданию оборудования.

Рассмотрев некоторые системы сварочного оборудования различной степени интеграции, можно прийти к выводу, что разработка систем сварочного оборудования, как впрочем и другого технологического оборудования, должна основываться на системном подходе [10], так как именно такой подход обеспечивает выбор оптимальных технических решений.

Рассматривая принципы мехатронного подхода к решению задач по созданию современного высокопроизводительного и точного сварочного оборудования, мы обращаем внимание на то обстоятельство, что этот подход является неким существенным усовершенствованием блочно-модульного принципа конструирования, который в последнее время принят в ИЭС им. Е. О. Патона (Киев) [12] и НИКИМТе (Москва) [13] как основополагающий принцип разработки и конструирования механизированного и автоматизированного сварочного оборудования различного назначения.

Одним из первых шагов при создании рассматриваемого класса оборудования с использованием принципов мехатроники должна, по нашему мне-



**Рис. 2.** Комплектный механизм подачи блочно-модульного полуавтомата ПШ107В:

1 — транзисторный электропривод; 2 — электродвигатель с тахогенератором; 3 — первый (основной) редуктор; 4 — второй дополнительный редуктор с роликами и устройством прижима для подачи алюминиевых и порошковых электродных проволок; 5 — механизм прижима для подачи тонких сплошных электродных проволок

нию, быть реализация принципа блочно-модульного конструирования на основе нового подхода с привлечением методологических принципов мехатроники.

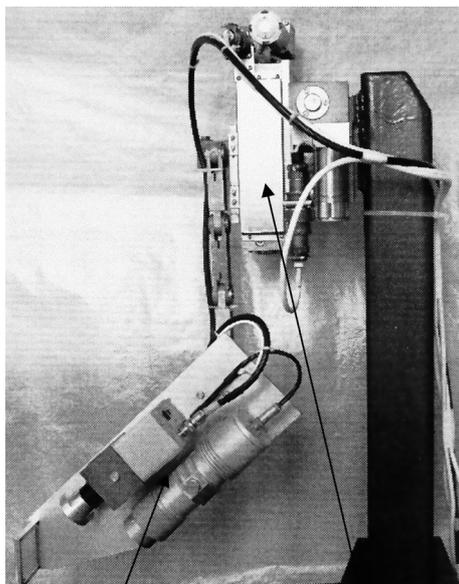
В этой же степени интеграции блоков и модулей для сварочных и наплавочных автоматов находятся новые разработки транспортных модулей, обеспечивающих сварочное перемещение, следящие системы, системы колебаний электродной проволоки. Следует заметить, что последнее время в указанных системах сварочных автоматов стремятся установить регулируемые электроприводы переменного тока с асинхронными электродвигателями, имеющие, в сравнении с электроприводами постоянного тока, более высокие показатели надежности, а в ряде случаев являющихся более динамичными. Современные комплектные электроприводы переменного тока позволяют осуществить практически любой алгоритм движения (разгон, торможение, программируемое циклическое изменение частоты вращения вала приводного электродвигателя и др.). Задача конструктора при создании мехатронной системы рассматриваемой ступени интеграции — сохранить в механических узлах все достоинства современных регуляторов как с точки зрения выполнения целенаправленного движения, массогабаритных характеристик, так и с точки зрения динамики. В настоящее время распространение таких систем на механизмы подачи электродной проволоки как в сварочных полуавтоматах, так и в автоматах сдерживается из-за отсутствия выпуска отечественной промышленностью электродвигателей переменного тока с безопасными уровнями напряжения питания. Сейчас в распоряжении разработчиков и конструкторов имеются лишь электродвигатели с напряжением питания 3...380 В.

Особенно актуальными для дуговой автоматической сварки и наплавки являются системы слежения. Так, например, в ИЭС им. Е. О. Патона этим системам всегда уделялось особое внимание, при этом все разработки в этом направлении любой степени совершенства и сложности (с дискретным контактным или пропорциональным управлением с использованием любых датчиков и систем наведения на стык) выполнялись практически по принципу мехатронной системы, т. е. законченная конструкция системы слежения включала в себя корректирующие электромеханические узлы, соответствующие датчики, электроприводы и логическую часть, которую в ряде случаев включали в состав электроприводов. Такой принцип конструирования остается основополагающим и при создании современных систем слежения с использованием параметров сварочной дуги и сканирующего движения токоподводящего наконечника с электродной проволокой при сварке в разделку, а также систем с лазерным инструментом "видения" при сварке в разделку и при сварке в стык. Такие систе-

мы также в полной мере относятся к мехатронным системам, так как являются законченным техническим средством обеспечения движения сварочного автомата практически любой конструкции с локальной системой обработки данных без использования дополнительных преобразований энергии и сигналов. На рис. 3 представлен вариант современной системы слежения, разработанной в ИЭС им. Е. О. Патона в соответствии с принципами построения мехатронных систем.

Необходимо особо отметить, что одной из основных задач мехатронного принципа конструирования оборудования является высокое качество реализации точных движений, что достижимо, если системы, обеспечивающие такое движение, разрабатываются и изготавливаются целенаправленно во всех элементах и узлах, составляющих такие системы. В сварочном оборудовании это системы подачи, слежения и, в некоторой степени, сварочного перемещения. Так, например, современные системы подачи электродной проволоки должны обеспечить точность поддержания скорости не хуже 2 % (для механизированной сварки алюминия и его сплавов). Такой эффект достижим лишь при мехатронном способе конструирования, когда каждый из элементов выбирается и конструируется в соответствии с главной задачей. Можно отметить еще одно направление в конструировании мехатронных систем — создание механизмов с особыми свойствами, способных самостоятельно решать определенные технические и технологические задачи. К числу таких механизмов в сварочном и наплавочном дуговом оборудовании мы относим современные разработки механизмов импульсной подачи электродной проволоки [14], способных даже без дополнительных управляющих и регулирующих воздействий существенно улучшить формирование сварного соединения, снизить потери электродного металла, расширить области применения дуговых процессов сварки и наплавки. Это же можно сказать и о современных системах слежения. Нами теоретически определено и экспериментально подтверждено, что, например, только за счет повышения точности слежения до уровня 2...5 % от ширины сварного шва при односторонней односторонней сварке можно практически обеспечить экономию до 50 % энергетических затрат и до 30 % расхода электродной проволоки. Показанная на рис. 3 система обеспечивает точность слежения поперек шва  $\pm 0,25$  мм, что для абсолютного большинства случаев сварки является достаточным для исключения перерасхода материальных и энергетических ресурсов при высоком качестве сварного соединения.

Остановимся далее на более высокой ступени интеграции мехатронных систем применительно к сварочному механизированному и автоматизированному оборудованию. В ИЭС им. Е. О. Патона постоянно ведутся работы по созданию указанного



Лазерно-телевизионный узел      Узел координатного перемещения

**Рис. 3. Система слежения с использованием лазерного датчика**

оборудования с применением компьютеризованного управления процессами сварки (для полуавтоматов) и комплексов сварки, поиска шва, слежения за разделкой (для автоматов).

Здесь важно заметить, что для дугового механизированного оборудования создание компьютеризованных систем с использованием мехатронных принципов конструирования может продвигаться по двум основным направлениям:

- создание источников сварочного тока, которые в основном решают задачи совершенствования дугового процесса (на основе импульсных алгоритмов управления; за счет реализации упомянутой выше SST-технологии, выбора оптимальных условий переноса электродного металла), при этом система подачи электродной проволоки и система подачи защитного газа играют важную, но не активную роль;
- создание некоторой обобщенной системы компьютеризованного управления с вовлечением в совершенствование процесса сварки всех систем механизированного оборудования: источника сварочного тока, систем подачи электродной проволоки и защитного газа.

По нашему мнению, второе направление более перспективно, так как дает возможность реализовать некоторые весьма привлекательные эффективные возможности использования в дуговом процессе одновременно нескольких систем, подчиненных единой задаче — усовершенствования технологии сварки и наплавки. Здесь можно отметить уже реализованные технологии сварки с модуляцией режимов процесса [15], с импульсной подачей защит-

ного газа [16], с переключением режимов во время непрерывного ведения дугового процесса, а также перспективные режимы с импульсной подачей электродной проволоки и модуляцией режимов, различные совместные импульсные алгоритмы работы источника питания дуги импульсного механизма подачи электродной проволоки. Отметим, что в обоих выделенных направлениях в функции компьютеризованных систем управления и регулирования обязательно входит одноручечное управление заданием режимов, находящихся в банке данных указанных систем.

Именно по второму принципу был создан один из первых полуавтоматов — ПШ107А — с реализацией большинства из рассмотренных технологий на базе блочно-модульных полуавтоматов типа ПШ107В с микропроцессорным управлением, транзисторным электроприводом, сопряженным по входам управления и задания с системой управления и универсальным механизмом подачи электродной проволоки.

Такой полуавтомат, представленный на рис. 4, изготавливался в комплекте с достаточно простым по конструкции тиристорным источником сварочного тока, входы управления которого также были адаптированы к выходам микропроцессорной системы управления и регулирования. Характерными особенностями при разработке и внедрении такого полуавтомата явилось использование в его конструкции тщательно отработанных, оптимизированных узлов и систем, входящих в блочно-модульную



**Рис. 4. Полуавтомат ПШ107А из гаммы полуавтоматов блочно-модульной конструкции с применением принципов мехатроники**

систему и также не требующих дополнительных работ по их установке в комплекс полуавтомата. Здесь подтвердилась еще одна из особенностей построения мехатронных систем — минимизация усилий разработчиков и производителей дугового механизированного оборудования при наличии базы узлов и систем соответствующего назначения.

В настоящее время работы по созданию компьютеризированного оборудования для сварки и наплавки нашли продолжение в конструкциях автоматов. При этом разработка современных конструкций автоматов различного назначения и разных компоновок также основывается на блочно-модульном принципе конструирования с максимальным приближением к тому типу оборудования, которое принято называть мехатронным. К числу таких автоматов следует отнести гамму аппаратов серии АД400. Здесь тщательно и целенаправленно отработаны основные функциональные узлы и вспомогательные элементы с определенным характером движений и управления этими движениями в локальных системах. Общий вид автоматов серии АД400 представлен на рис. 5. Всю конструкцию объединяет система управления и регулирования, в качестве которой выбран программируемый контроллер как высшее иерархическое звено с возможностью обработки как цифровых, так и аналоговых сигналов. Регуляторы (электроприводы) и датчики локальных систем сварочного оборудования серии АД400 сконструированы таким образом, что не требуют особых усилий и затрат на их включение в систему контроллера. Источник (могут быть два источника при двухдуговом автомате) сварочного

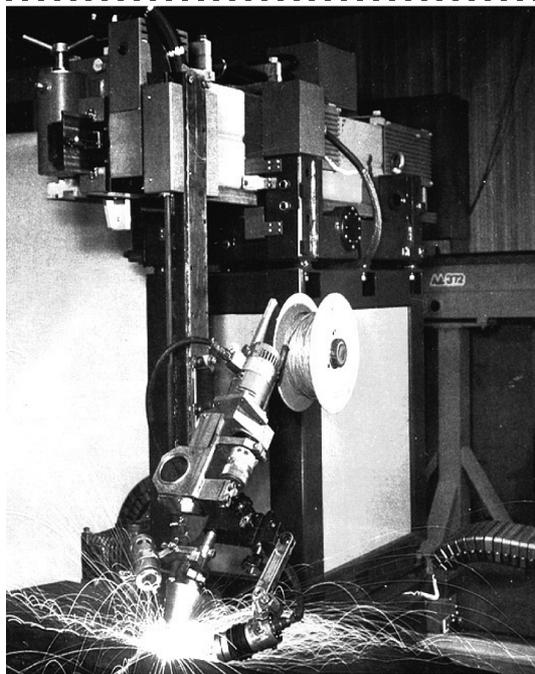


Рис. 5. Автоматы для сварки и наплавки серии АД400, созданные по блочно-модульному принципу конструирования с применением принципов мехатроники

тока для этих автоматов может и не иметь собственных программирующих средств, т. е. быть достаточно простым, а алгоритмы его работы реализуются указанным контроллером. То есть очевидно, в конструкции автоматов АД400 используется также второе направление построения мехатронных систем, рассмотренное выше.

Из изложенного очевидно, что принятый в ИЭС им. Е. О. Патона и НИКИМТе принцип блочно-модульного проектирования дугового сварочного оборудования (для автоматов и полуавтоматов) находит рациональное продолжение при переходе к использованию мехатронного подхода к разработке и компоновке систем и комплексов указанного оборудования.

### Выводы

1. Рассматривая мехатронный подход к разработке, конструированию и производству дугового механизированного и автоматизированного оборудования как совершенствование блочно-модульного принципа создания оборудования, в некоторых аспектах привносящего новые полезные тенденции, можно заключить, что в узлах любой степени интеграции этот подход дает новые преимущества как с точки зрения функционирования систем, так и с точки зрения получения новых технологических эффектов, решения задач энерго- и ресурсосбережения.

2. Сварочное и наплавочное дуговое механизированное и автоматизированное оборудование имеет свою специфику с точки зрения рассмотрения их как мехатронных систем. Это, в первую очередь, касается классифицирования источников сварочного тока, которые, по нашему мнению, могут быть рассмотрены в ряду электромеханических систем с выполнением задачи обеспечения целенаправленного движения.

3. Из выделенных нами двух направлений в разработке оборудования с использованием мехатронного подхода (на базе источника сварочного тока и с использованием других систем) предпочтение следует отдавать тому направлению, где суммарный эффект базируется на обобщенной системе управления и регулирования или синтезируется из нескольких систем, разработанных определенным образом, при этом возможно создание и некоторого объединяющего комплекса.

### Список литературы

1. Патон Б. Е. Проблемы сварки на рубеже веков // Сварка и родственные технологии — в 21 век: Сб. тр. международ. конф. 1998. С. 5—12.
2. Мартин Д. Хусман. Порошковые проволоки — альтернатива штучным электродам и сплошной проволоке // Сварочное производство. 1996. № 1. С. 34—38.
3. Аснис А. Е., Гутман Л. М., Покладий В. Р. Полуавтоматическая сварка с увеличенным вылетом электрода в смеси углекислого газа и кислорода // Автоматическая сварка. 1972. № 4. С. 75.

4. Лебедев В. А., Кавешников С. П., Светников Б. Г., Полосков С. И. Реальные возможности безредукторных механизмов импульсной подачи электродной проволоки // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Ядерная техника и технология. 1989. Вып. 4. С. 46–50.
5. Li Q., Wang Q., Yang S., Zin I. Real-time controlled short-circuiting metal transfer in CO<sub>2</sub> arc welding // Abstracts of papers. Presented at 78 th American welding society. Los-Angeles, 1997.
6. Патон Б. Е., Лебедев В. А., Пичак В. Г., Полосков С. И., Щавелев Л. Н. Анализ технических и технологических возможностей импульсной подачи электродной проволоки в процессах дуговой сварки и наплавки // Сварочное производство. 2002. № 2. С. 24–31.
7. Можайский В. А., Колопанов О. В., Квасов Ф. В. Сварочное оборудование фирмы Lincoln Electric // Сварочное производство. 1998. № 8. С. 37–41.
8. Подураев Ю. В., Кулезов В. С. Принципы построения и современные тенденции развития мехатронных систем // Технология машиностроения. 2000. № 3. С. 49–53.
9. Лебедев В. А., Пичак В. Г. Полуавтоматы для сварки и наплавки типа ПШ107 // Автоматическая сварка. 1998. № 7. С. 38–42.
10. Лебедев В. А., Тищенко В. А., Корогод В. И. О выборе оборудования для наплавки пульсирующей дугой матриц штампов // Автоматическая сварка. 1997. № 8. С. 51–52.

11. Лебедев В. А., Мошкин В. Ф. Выбор оборудования для механизированной дуговой сварки, наплавки и резки // Автоматическая сварка. 2000. № 2. С. 50–55.
12. Лебедев В. А., Пичак В. Г. Новое модульное оборудование для дуговой механизированной сварки, наплавки и резки плавящимся электродом // Сварочное производство. 1997. № 7. С. 32–36.
13. Просвирин А. П., Полосков С. И., Ефремов В. Д., Белосусов А. Н. Разработка комплекса сварочных полуавтоматов на базе агрегатирования и перспективной унификации // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Ядерная техника и технология. 1986. Вып. 2. С. 56–62.
14. Лебедев В. А., Пичак В. Г., Смоляро В. Б. Механизмы импульсной подачи электродной проволоки с регулированием параметров импульсов // Автоматическая сварка. 2001. № 5. С. 31–37.
15. Зацерковный С. А. Усовершенствование процессов ручной дуговой и механизированной сварки в углекислом газе на основе низкочастотной модуляции тока // Автореф. на соискание ученой степени канд. техн. наук. Киев, 1989. 20 с.
16. Денисов Л. С., Барсуков И. В., Аполоник С. А. Разработка и анализ оборудования для сварки с попеременной подачей газов // Прогрессивная техника и технология машиностроения, приборостроения и сварочного производства. Тр. научн. конф. Киев, 1998. Т. 4. С. 310–313.

УДК 007.52:004.896 + 004.75

**С. Г. Капустян**, д-р техн. наук, нач. отдела,  
**Р. Н. Кулиничев**, программист,  
 НИИ многопроцессорных вычислительных систем  
 им. А. В. Каляева ЮФУ, г. Таганрог  
 kap@mvs.tsure.ru, roman@mvs.tsure.ru

## Групповое управление оборудованием автоматизированных складских систем

*Рассматриваются вопросы использования стратегий децентрализованного управления оборудованием автоматизированных складов, реализуемых распределенными системами. Описываются способы организации взаимодействия автоматических передвижных складских секций при выполнении технологических складских операций с использованием распределенных систем управления с сетевой архитектурой.*

**Ключевые слова:** автоматизированный склад, передвижная стеллажная секция, автоматическая самодвижущаяся стеллажная секция, технологическая складская операция, групповое управление оборудованием, децентрализованное управление, методы организации группового взаимодействия.

### Введение

При решении проблемы автоматизации производства разработчики неизбежно сталкиваются с проблемой организации группового взаимодействия оборудования, участвующего в едином технологическом цикле. Данная проблема достаточно просто решается для хорошо организованных и структурированных сред промышленных предпри-

ятий при условии, что участие человека в технологическом процессе минимально или вообще исключено. Но если степень участия человека в технологическом процессе достаточно велика, то решение этой проблемы резко усложняется из-за влияния пресловутого "человеческого фактора", т. е. ошибок и неквалифицированных действий персонала. Как показал многолетний опыт, человек является самым недетерминированным звеном в автоматизированном технологическом процессе.

### Организация и функции автоматизированного склада

В качестве примера можно привести автоматизированный склад предприятия, в котором грузы хранятся в передвижных стеллажных секциях (ПСС). В настоящее время существует три типа ПСС:

- перемещаемые вручную с механическим приводом;
- перемещаемые вручную с электромеханическим приводом;
- автоматические, самодвижущиеся.

В связи с тенденцией повышения уровня автоматизации производственных процессов в последнее время возросла потребность использования самодвижущихся ПСС.

Самодвижущаяся ПСС представляет собой довольно сложное мехатронное устройство, способное двигаться автоматически по направляющим рельсам для образования межстеллажного прохода. Организация склада на основе ПСС обеспечивает максимальное использование площади и объема складского помещения за счет сплошного запл-

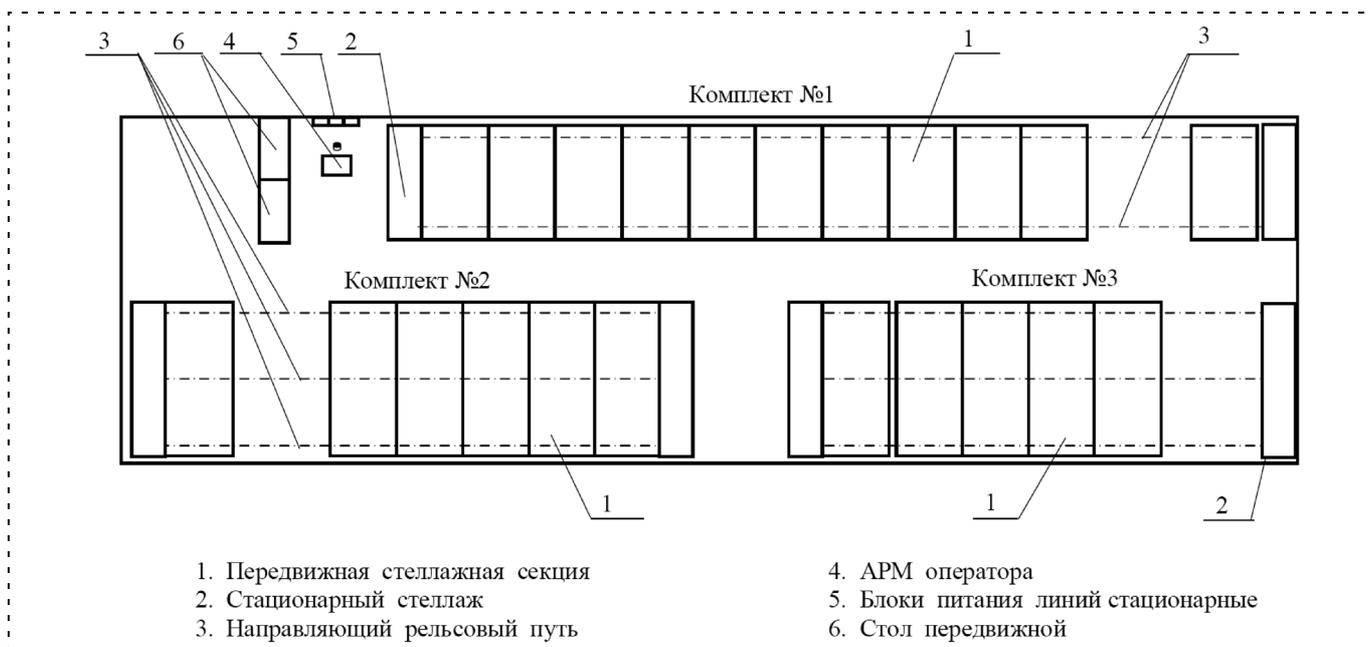


Рис. 1. Вариант организации автоматизированного склада

нения площади и объема, как показано на рис. 1. При этом секции располагаются вплотную друг к другу, но с учетом возможности образования межстеллажного прохода, ширина которого позволяет выполнять работу вилочного погрузчика. Из ПСС могут формироваться комплекты (рис. 1), межстеллажные проходы в которых могут образовываться одновременно.

Внешний вид ПСС представлен на рис. 2.

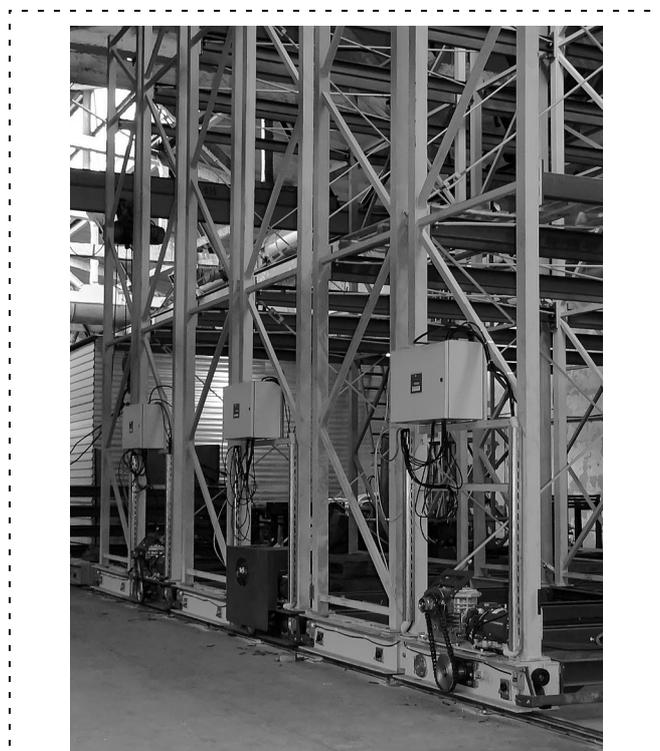


Рис. 2. Внешний вид ПСС

Помимо хранения грузов автоматизированной складской системой реализуются следующие функции:

- формирование и ведение информационной модели склада;
- автоматизированный учет товарно-материальных ценностей (ТМЦ) (ведение журнала прихода, расхода и перемещения ТМЦ);
- формирование и печать отчетов и справок о наличии и движении ТМЦ;
- формирование заданий на перемещение передвижных стеллажных секций для образования межстеллажных проходов у указанных стеллажных секций с указанной стороны;
- контроль функционирования оборудования складов в различных режимах;
- отображение текущего состояния ПСС;
- оповещение оператора и другого персонала склада об окончании перемещения передвижных стеллажных секций и возможности выполнения операции по загрузке-разгрузке ячеек стеллажных секций путем отображения соответствующих сообщений на мониторе, а также включением соответствующих световых оповещателей.

Режимы движения ПСС обеспечиваются бортовой системой управления (БСУ) в зависимости от задания и состояний датчиков. Задание или очередь заданий на образование межстеллажных проходов формируется программным обеспечением автоматизированного рабочего места (АРМ) оператора, обычно построенного на базе ПЭВМ, при выборе оператором необходимой складской технологической операции, например, приема груза на склад, выдачи груза со склада и т. п. Поскольку на складе может быть несколько комплектов или линий ПСС,

а в каждом комплекте может быть до нескольких десятков ПСС, то управление всем технологическим процессом только от АРМ оператора затруднительно, а нередко и не представляется возможным. Дело в том, что помимо формирования заданий и контроля их выполнения на АРМ возлагаются еще и перечисленные выше функции. Следовательно, в этом случае функционирование АРМ должно осуществляться по принципу "дал задание и забыл", естественно "забыл" до момента завершения образования прохода или до возникновения аварийной ситуации. Для реализации данного принципа управление перемещениями ПСС и образованием межстеллажных проходов возлагается на БСУ ПСС. При этом возникает проблема организации взаимодействия БСУ отдельных ПСС между собой, чтобы минимизировать временные затраты на образование прохода и, следовательно, обеспечить необходимую производительность склада.

Следует сказать, что под аварийной ситуацией здесь понимается факт срабатывания аварийных датчиков при наезде на препятствия, серьезные сбои в сети питания, а также попадание в зону ПСС людей или посторонних предметов при движении стеллажных секций. При этом осуществляется аварийный останов всех ПСС комплекта, в котором произошло данное событие.

#### **Методология организации группового взаимодействия оборотодования автоматизированного склада**

Анализируя различные подходы к проблеме взаимодействия в группах различной природы (технических, социальных и т. п.), можно сделать вывод, что для организации управления этими группами используются некоторые общие принципы и стратегии. Можно выделить стратегии *централизованного* и *децентрализованного* управления [1–3]. Стратегии централизованного управления группой можно разбить на два класса — стратегии, использующие принцип *единоначального* управления, и стратегии, использующие принцип *иерархического* управления.

Суть стратегии централизованного единоначального управления заключается в наличии в группе некоторого командира или центрального устройства управления (ЦУУ). При этом на ЦУУ возлагается задача планирования и управления действиями всех членов группы, с помощью которых они воздействуют на некоторую среду в целях ее преобразования в требуемое состояние.

К преимуществам централизованной единоначальной стратегии группового управления следует, в первую очередь, отнести простоту ее организации и, соответственно, алгоритмизации. Вместе с тем, данная стратегия имеет и ряд существенных недостатков. Во-первых, на центральный узел управления

(командира) возлагается сложная задача оптимизации действий всех объектов группы для достижения групповой цели, причем сложность этой задачи экспоненциально возрастает с увеличением числа объектов в группе. Следствием этого является длительное время принятия решений в подобных системах, как, например, в шахматах. Поэтому при использовании такой стратегии решение задачи группового управления стараются получить заранее, до начала действий, а затем спланированные действия реализуются по принципу программного управления без учета заранее непредвиденных изменений в среде (например, как это осуществляется в промышленных автоматизированных производствах).

Следует подчеркнуть, что все системы группового управления, использующие централизованную стратегию, имеют существенный недостаток — это их низкая живучесть. Действительно, выход из строя ЦУУ (или командира) приводит к выходу из строя всей системы в целом.

Этого недостатка лишены системы группового управления, использующие стратегии децентрализованного управления. Суть этих стратегий заключается в том, что в системе нет какого-либо ЦУУ или командира, а каждый член группы самостоятельно принимает решение о своих действиях, пытаясь при этом внести максимально возможный вклад в достижение общей групповой цели.

К преимуществам децентрализованных стратегий группового управления следует отнести следующие. Во-первых, задача, решаемая каждым членом группы, будет несложной, поскольку он решает задачу выбора и оптимизации только своих действий в составе группы, не пытаясь оптимизировать действия всей группы в целом. Поэтому решение может осуществляться быстро в реальном масштабе времени изменения ситуации в среде.

Второе преимущество стратегий децентрализованного управления — это высокая живучесть системы группового управления и высокая вероятность решения целевой задачи. Действительно, поскольку нет ЦУУ или командира, то все члены группы равны, и поэтому выход из строя или уничтожение любого из них не приводит к выходу из строя всей группы в целом. При этом такая высокая живучесть системы достигается без каких-либо дополнительных затрат, а только лишь за счет самой децентрализованной организации системы.

К недостаткам стратегии децентрализованного группового управления следует отнести сложность ее алгоритмизации, поскольку каждый член группы должен четко понимать групповую целевую задачу и уметь соответственно выбирать такие свои действия, которые приводят к наилучшему ее решению с точки зрения всей группы. Это, в свою очередь, подразумевает высокий "интеллектуальный уровень" всех членов группы.

Второй недостаток заключается в том, что в отличие от стратегии централизованного управления децентрализованные стратегии не гарантируют оптимального решения групповой задачи, поскольку решение принимается каждым членом группы самостоятельно. Однако следует отметить, что если группа работает в условиях заранее неизвестной ситуации в среде, то искать оптимальное решение не имеет никакого смысла, поскольку в результате непредвиденных заранее изменений в среде это решение может оказаться либо далеко не оптимальным, либо вообще не реализуемым.

К децентрализованным стратегиям можно отнести коллективный и стайный виды управления. Коллективное управление предполагает наличие у каждого члена коллектива достаточно полной информации не только о своем состоянии и своих возможностях, но и о состоянии и возможностях всех остальных членов коллектива, а также состоянии окружающей среды.

Для стайного же управления наличие полной информации о состоянии всех членов стаи является необязательным. Тем не менее, на основании косвенной информации об изменениях состояния среды, вызванных действиями других объектов, входящих в группу, каждый объект должен уметь "подстраивать" свои действия под действия всех остальных объектов группы с тем, чтобы совместными усилиями достичь общей групповой цели. Единственным источником информации о действиях других объектов группы является среда  $e$ , в которой они функционируют. Фиксируя с помощью своих сенсоров изменения состояния среды, объекты, в принципе, могут согласовывать свои действия в целях оптимизации процесса решения поставленной перед группой задачи.

Рассмотрим формальную постановку задачи стайного управления группой объектов. Состояние каждого объекта  $O_j$  группы описывается вектором  $o_j(t) = [o_{j,1}, o_{j,2}, \dots, o_{j,h}]^T, j = \overline{1, N}$ , а состояние среды — вектором  $e(t) = [e_1, e_2, \dots, e_w]^T$ . Каждый объект  $O_j, j = \overline{1, N}$ , может выполнять некоторые свои действия, описываемые вектором  $a_j(t) = [a_{j,1}, a_{j,2}, \dots, a_{j,\mu}]^T, j = \overline{1, N}$ , с помощью которых он может изменять как состояние среды, так и состояния других объектов группы.

В общем случае эти изменения описываются системами вида

$$\frac{do_j}{dt} = F_j(o_1, a_1, \dots, o_N, a_N, e, t), j = \overline{1, N}; \quad (1)$$

$$\frac{de}{dt} = F(o_1, a_1, \dots, o_N, a_N, e, t). \quad (2)$$

На состояния объектов и среды, а также на действия объектов в конкретных ситуациях могут налагаться некоторые ограничения, в общем случае определяемые системами неравенств

$$\Phi(o_1, o_2, \dots, o_N, e) \leq 0; \quad (3)$$

$$\Gamma(o_1, a_1, \dots, o_N, a_N, e) \leq 0, \quad (4)$$

которым должны удовлетворять допустимые состояния объектов группы и их действия. Целью действий группы объектов является преобразование среды из исходного (текущего) состояния  $e^0$  в некоторое целевое состояние  $e^f$  оптимальным образом, например за минимальное время [2].

Здесь необходимо отметить, что если группа объектов функционирует в условиях заранее неизвестной ситуации в среде, то выполнять найденное в сложившейся ситуации оптимальное решение в течение всего последующего периода до достижения цели, очевидно, нет смысла. Дело в том, что в результате непредвиденных последующих изменений в среде это решение может оказаться либо далеко не оптимальным, либо вообще не реализуемым [4].

Задачей синтеза стайного управления является разработка алгоритма выбора каждым объектом своих действий для достижения поставленной перед группой цели в условиях неопределенности. Неопределенность, как отмечалось выше, заключается в отсутствии у каждого объекта прямой и полной информации о наличии и действиях других объектов группы. В то же время объект располагает информацией о своих индивидуальных возможностях по трансформации своего состояния  $o_i$  и среды  $e$  за счет своих индивидуальных действий.

Из изложенного выше следует, что каждый объект  $O_i$ , входящий в группу, не может использовать выражения (1)–(4), описывающие возможности всей группы в целом и его действительное влияние на среду в составе группы, а может (в начальный момент времени) только определять изменения своего состояния и состояния среды вокруг него с использованием "усеченных" выражений:

$$\frac{do_i}{dt} = f_i(o_i, a_i, e); \quad (5)$$

$$\frac{de}{dt} = f'_i(o_i, a_i, e); \quad (6)$$

$$\varphi_i(o_i, e) \leq 0, \gamma_i(o_i, a_i, e) \leq 0, \quad (7)$$

которые описывают его исходное "представление" о возможностях его индивидуального влияния на среду.

Правые части дифференциальных уравнений (1), (2) и (5), (6) — некоторые, в общем случае нелинейные, функции, при которых существует единственное решение этих уравнений с учетом ограничений (3), (4) и (7).

Перейдем к построению алгоритма выбора объектом  $O_i$  своего очередного действия  $\mathbf{a}_i^0$  таким образом, чтобы оптимальным образом достигалась цель, стоящая перед всей группой.

Поскольку объект  $O_i$  имеет возможность использовать лишь выражения (5)–(7), а не выражения (1)–(4), то он должен как-то "подстраивать" свои действия под действия всей группы. Очевидно, что в условиях неопределенности это можно осуществить только на основе информации о реакции среды на действия всех объектов, входящих в группу. Иными словами, объект  $O_i$  должен адаптировать свою индивидуальную модель (5)–(7) к стайному взаимодействию посредством анализа изменений состояния среды, получающихся в результате групповых действий всей объектов.

Поскольку объект  $O_i$  до начала действий не имеет никакой информации о других объектах, входящих в группу, то свое первое действие он может выбирать исходя из соображений оптимального преобразования ситуации  $\mathbf{s}^0$  в целевую ситуацию  $\mathbf{s}^f$  только за счет своих действий на основе своей "индивидуальной" модели (5)–(7). Под ситуацией в момент времени  $t$  понимается пара  $\mathbf{s}(t) = \langle \mathbf{o}(t), \mathbf{e}(t) \rangle$ .

Иными словами объект  $O_i$  должен решить следующую задачу: определить действие  $\mathbf{a}_i^0 = \mathbf{a}_i(t_0)$ , преобразующее текущую ситуацию  $\mathbf{s}^0$  в целевую  $\mathbf{s}^f$  оптимальным образом в смысле, например, максимума некоторого целевого функционала и удовлетворяющее ограничениям (7) и системам связи (5) и (6).

В результате выполнения полученного таким образом действия  $\mathbf{a}_i^0$  в течение достаточно малого интервала времени  $\Delta t$  объект  $O_i$  рассчитывает на основании выражений (5), (6), что ситуация преобразуется из  $\mathbf{s}_i^0$  в  $\mathbf{s}_i^1$ , где

$$\mathbf{s}_i^1 = \mathbf{s}_i^0 + \Delta \mathbf{s}_i \approx \mathbf{s}_i^0 + f_i'(\mathbf{o}_i^0, \mathbf{a}_i^0, \mathbf{e}_i^0) \Delta t, \quad (8)$$

при этом среда перейдет из состояния  $\mathbf{e}_i^0$  в состояние  $\mathbf{e}_i^1$ , где

$$\mathbf{e}_i^1 = \mathbf{e}_i^0 + \Delta \mathbf{e}_i \approx \mathbf{e}_i^0 + f_i^e(\mathbf{o}_i^0, \mathbf{a}_i^0, \mathbf{e}_i^0) \Delta t,$$

а сам объект  $O_i$  перейдет из состояния  $\mathbf{o}_i^0$  в состояние  $\mathbf{o}_i^1$ , где

$$\mathbf{o}_i^1 = \mathbf{o}_i^0 + \Delta \mathbf{o}_i \approx \mathbf{o}_i^0 + f_i(\mathbf{o}_i^0, \mathbf{a}_i^0, \mathbf{e}_i^0) \Delta t, \quad (9)$$

$\mathbf{o}_i^0$  — начальное состояние объекта  $O_i$ .

Однако в результате неизвестных объекту  $O_i$  действий других объектов группы среда в реальности (согласно (2)) переходит не в состояние  $\mathbf{e}^1$ , а в состояние

$$\mathbf{e}^{1*} \approx \mathbf{e}^0 + F(\mathbf{o}_1^0, \mathbf{a}_1^0, \dots, \mathbf{o}_N^0, \mathbf{a}_N^0, \mathbf{e}^0) \Delta t, \quad (10)$$

а сам объект  $O_i$  (согласно (1)) переходит не в состояние  $\mathbf{o}_i^1$ , а в состояние

$$\mathbf{o}_i^{1*} \approx \mathbf{o}_i^0 + F_i(\mathbf{o}_1^0, \mathbf{a}_1^0, \dots, \mathbf{o}_N^0, \mathbf{a}_N^0, \mathbf{e}^0) \Delta t. \quad (11)$$

Чтобы "подстроиться" под действия остальной стаи, объект  $O_i$  изменяет свою "индивидуальную" модель (5), (6), следующим образом.

Поскольку объект  $O_i$  располагает информацией о своем текущем состоянии и состоянии среды, то влияние остальных объектов группы он может оценить выражениями

$$\Delta \mathbf{e}_i = (\mathbf{e}_i^{1*} - \mathbf{e}_i^1) / \Delta t; \quad \Delta \mathbf{o}_i = (\mathbf{o}_i^{1*} - \mathbf{o}_i^1) / \Delta t. \quad (12)$$

Здесь  $\mathbf{e}_i^{1*}$ ,  $\mathbf{o}_i^{1*}$  — состояния среды и объекта  $O_i$ , сложившиеся после выполнения очередных действий всеми объектами группы с учетом взаимодействия и полученные сенсорной системой объекта  $O_i$ ;  $\mathbf{e}_i^1$ ,  $\mathbf{o}_i^1$  — расчетные состояния среды и объекта  $O_i$  после выполнения им своего очередного действия, полученные системой управления объекта  $O_i$  по выражениям (10), (11).

Полагая, что изменение влияния других объектов на следующем интервале управления изменится незначительно, приходим к следующей скорректированной модели влияния объекта  $O_i$  на среду и свое состояние:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{e}_i}{dt} &= F_i^1(\mathbf{o}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{e}_i) + \gamma_{ei} \Delta \mathbf{e}_i, \\ \frac{d\mathbf{o}_i}{dt} &= F_i(\mathbf{o}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{e}_i) + \gamma_{si} \Delta \mathbf{o}_i. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $\gamma_{si}$ ,  $\gamma_{ei}$  — векторы индивидуальных коэффициентов прогноза.

Далее, объект  $O_i$  на основании информации о новом текущем состоянии среды  $\mathbf{e}_i^0 = \mathbf{e}_i^{1*}$  и своем новом текущем состоянии  $\mathbf{o}_i^0 = \mathbf{o}_i^{1*}$ , используя новую модель своих возможностей (9) (учитывающую и возможности всей стаи), вновь решает указанную выше задачу определения своего нового текущего действия  $\mathbf{a}_i^0$ , направленного на достижение стайной цели. После отработки этого действия объект  $O_i$  снова уточняет по (8), (12) свою модель (13). В результате новая форма выражений (9) будет в боль-

шей мере учитывать возможности всей стаи, чем предыдущая.

Таким образом, основная идея описанного подхода к реализации стайного управления в группе объектов заключается в постоянной адаптации каждого объекта к согласованным действиям в составе группы на основе результатов измерений реакции среды на действия всей группы.

Рассмотрим, как описанный выше алгоритм может быть использован для организации взаимодействия ПСС в автоматизированном складе при образовании межстеллажных проходов для обеспечения доступа к грузам. Для простоты рассмотрения будем считать, что на складе используется  $N$  ПСС, объединенных в один комплект (или линию).

Целью функционирования оборудования автоматизированного склада, в частности ПСС, является образование межстеллажного прохода в указанном оператором месте за минимальное время. Цель задается в виде пары чисел  $T = \langle i_3, s_3 \rangle$ , где  $i_3$  ( $i_3 \in [1, M]$ ) — номер и  $s_3$  — сторона ( $s_3 = 0$  — левая и  $s_3 = 1$  — правая) ПСС к которой необходимо обеспечить доступ. Далее ПСС, выполняя определенные действия, изменяют свои состояния таким образом, чтобы образовался проход в заданном оператором месте. Поскольку каждая ПСС является объектом внешней среды для соседних (слева и справа) ПСС комплекта, то, изменяя свое состояние, она изменяет состояние среды для этих ПСС.

Каждая ПСС может выполнять следующие действия:

- $a_1$  — включение движения влево с большой скоростью;
- $a_2$  — включение движения влево с малой скоростью;
- $a_3$  — включение движения вправо с большой скоростью;
- $a_4$  — включение движения вправо с малой скоростью;
- $a_5$  — останов.

Состояние среды  $E$  определяется состояниями дискретных датчиков ПСС:

- конечного положения (ДКПЛ — левого, ДКПП — правого) —  $e_1$  и  $e_2$  соответственно;
- пониженной скорости (ДПСЛ — левого, ДПСР — правого) —  $e_3$  и  $e_4$  соответственно;
- аварийного останова (ДАОЛ — левого, ДАОП — правого) —  $e_5$  и  $e_6$  соответственно.

Срабатывание датчика ДКПЛ или ДКПП, т. е.  $e_1 = 0$  или  $e_2 = 0$ , означает, что ППС либо достигла границы склада, либо "догнала" и вплотную приблизилась к другой ППС; срабатывание датчика ДПСЛ или ДПСР, т. е.  $e_3 = 0$  или  $e_4 = 0$ , означает, что ППС приблизилась либо к границе склада, либо к другой ППС, и, наконец, срабатывание датчика ДАОЛ или ДАОП, т. е.  $e_5 = 0$  или  $e_6 = 0$ , означает, что ППС столкнулась с препятствием.

Допустимые действия ПСС

Состояние среды						Допустимые действия
$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	
X	X	X	X	0	0	$a_5$ (аварийный режим)
X	1	X	X	0	1	$a_4, a_5$ (аварийный режим)
X	0	X	0	0	1	$a_5$ (аварийный режим)
1	X	X	X	1	0	$a_2, a_5$ (аварийный режим)
0	X	0	X	1	0	$a_5$ (аварийный режим)
1	1	1	1	1	1	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$
1	1	1	0	1	1	$a_1, a_2, a_4, a_5$
1	0	1	0	1	1	$a_1, a_2, a_5$
1	1	0	1	1	1	$a_2, a_3, a_4, a_5$
0	1	0	1	1	1	$a_3, a_4, a_5$
0	0	0	0	1	1	$a_5$

Примечания. 1. Состояние среды определяются состояниями датчиков: — 0 — датчик сработал; — 1 — датчик не сработал; — X — состояние датчика безразлично.  
2. В аварийном режиме ПСС управляется вручную, автоматически выбирается только действие  $a_5$ .

На действия ПСС накладываются ограничения, определяемые состояниями среды. Допустимые действия в различных ситуациях приведены в таблице.

Состояние  $i$ -й ПСС в дискретный момент времени  $t$  ( $t = 0, 1, 2, \dots$ ) определяется выбранным текущим действием  $\mathbf{a}_i(t) \in [a_1, a_2, \dots, a_5]^T$ , которое, в свою очередь, зависит от текущего состояния среды  $\mathbf{e}(t) = [e_1, e_2, \dots, e_6]^T$  (см. таблицу) и описывается вектором скорости, т. е.

$$\mathbf{o}_i(t) = \mathbf{v}_i(t) = [v_i(t), d_i(t)]^T,$$

где  $v_i(t)$  — скорость движения  $i$ -й ПСС, причем  $v_i(t) = f(\mathbf{a}_i(t))$  и может принимать значения  $v_{\max}$  — максимальная скорость,  $v_s$  — малая скорость движения и 0 (состояние останова);  $d_i(t)$  — направление движения, которое принимает значение "0" при движении влево и "1" — при движении вправо.

Существуют еще состояния разгона и торможения, однако эти состояния не распознаются БСУ ПСС и не учитываются. Считается, что разгон и торможение осуществляются мгновенно.

После получения задания от АРМ оператора на образование межстеллажного прохода БСУ каждой ПСС определяет сначала направление движения по следующему правилу. Если  $i < i_3$ , то  $d_i(t) := 0$  (т. е. движение влево);  $i > i_3$ , то  $d_i(t) := 1$  (т. е. движение вправо); если  $i = i_3$ , то анализируется второе данное в задании  $s_3$  и, если  $s_3 = 0$ , то  $d_i(t) := 1$ , иначе  $d_i(t) := 0$ . Здесь пара символов " := " означает операцию присваивания. Далее в зависимости от текущего состояния среды определяется такое действие, которое бы обеспечивало минимальное время выполнения задания, т. е. включается максимально возможная в текущей ситуации скорость движения (см. таблицу).

Затем процедура выбора действия повторяется до тех пор, пока не будет достигнута конечная (це-

левая) ситуация для данной  $i$ -й ПСС. Конечной считается ситуация

$$s_i^f = s_i(t_f) = \langle e^f, o_i^f \rangle = \langle [0, X, 0, X, 1, 1]^T, [0, 0]^T \rangle \quad (14)$$

при движении влево и

$$s_i^f = \langle [X, 0, X, 0, 1, 1]^T, [0, 1]^T \rangle \quad (15)$$

при движении вправо. Здесь значение  $X$  параметров состояния среды означает, что это состояние безразлично.

Задание на образование межстеллажного прохода считается выполненным, если достигается конечная ситуация (14) для всех ПСС, двигавшихся влево, и ситуация (15) — для всех ПСС, двигавшихся вправо.

### Информационно-управляющая система автоматизированного склада

Предлагается распределенная информационно-управляющая система (РИУС), предназначенная для управления технологическими процессами на автоматизированном складе и реализующая описанный выше алгоритм управления для организации взаимодействия автоматических ПСС при образовании межстеллажных проходов в заданном месте. В таком складе ПСС объединены в комплекты произвольной численности. В составе склада может быть несколько таких комплектов. РИУС автоматизированного склада представляет собой сетевую структуру. В состав РИУС входят АРМ оператора, выполняющее функции человеко-машинного интерфейса, а также подсистемы поддержки принятия управленческих решений и множество БСУ ПСС, построенных на базе современных микроконтроллеров. АРМ и БСУ объединены коммуникационной системой. Контроллер БСУ реализует описанный выше алгоритм и управляет обработкой выбранных действий в соответствии с заданиями на образование межстеллажных проходов, сформированными АРМ оператора (в автоматическом режиме), или командами, подаваемыми оператором через панель индикации и управления (в ручном режиме), которая входит в состав БСУ и размещается на передней дверце шкафа БСУ. Обмен информацией между БСУ одного комплекта и АРМ оператора осуществляется по информационной шине CAN. Примерная структура предлагаемой РИУС представлена на рис. 3.

Каждая ПСС оснащена указанными выше датчиками, обеспечивающими нормальное функционирование секции и безопасность технологических операций. Информация от датчиков поступает в БСУ ПСС для обработки и передается на АРМ

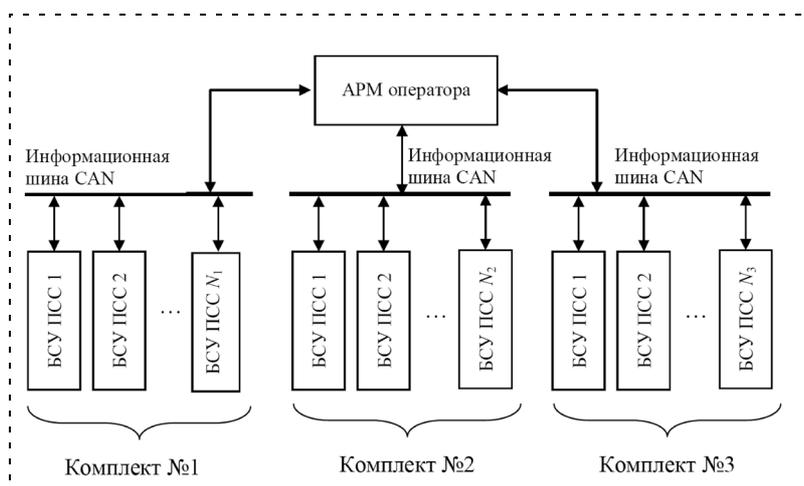


Рис. 3. Структура РИУС



Рис. 4. Внешний вид БСУ ПСС

оператора для отображения. Внешний вид БСУ ПСС приведен на рис. 4.

### Заключение

Предложенный выше подход к организации группового управления оборудованием позволяет обеспечить высокую эффективность автоматизированной складской системы на основе самодвижущихся стеллажных секций, которая достигается за счет возможности одновременного движения сразу нескольких ПСС по одной команде оператора.

### Список литературы

1. Каляев И. А. Стайные принципы управления в группе объектов // Искусственный интеллект. 2004. № 3. С. 700–714.
2. Каляев И. А., Гайдук А. Р. Стайные принципы управления в группе объектов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. № 12. С. 29–33.
3. Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Управление коллективом интеллектуальных объектов на основе стайных принципов // Вестник ЮНЦ РАН. 2005. Т. 1. Вып. 2. С. 20–27.
4. Каляев И. А., Гайдук А. Р. Однородные нейроподобные структуры в системах выбора действий интеллектуальных роботов. М.: Янус-К, 2000. 279 с.

УДК 621.9.06-529

**Г. М. Мартинов**, д-р техн. наук, проф.,  
**А. С. Григорьев**, науч. сотр.,  
 МГТУ "Станкин"  
 book@nesystems.ru

## Принцип построения и интеграции в системах ЧПУ класса PCNC подсистемы трехмерной визуализации управляющих программ

*Исследованы приложения трехмерной визуализации процесса отработки на станках с ЧПУ, построена архитектурная модель универсальной системы трехмерной визуализации и предложено решение с применением компонентного подхода. Рассмотрен полный цикл создания прикладного приложения системы ЧПУ на примере системы трехмерной визуализации управляющих программ, начиная с формирования требований и заканчивая его интеграцией в систему ЧПУ. Обоснован выбор стандартных инструментальных средств разработки и готовых программных решений, сформировано окружение разработки.*

**Ключевые слова:** ЧПУ, персональная система ЧПУ (PCNC), управляющая программа, CAD-CAM верификатор управляющей программы, трехмерная визуализация, интеллект-карта, компонентная модель, диаграмма прецедентов, диаграмма взаимодействия, CASE система Enterprise Architect, COM, ActiveX.

Решение задачи создания универсальной системы твердотельного графического моделирования процесса обработки деталей, встраиваемой в систему управления, выходит за рамки тривиальных. Здесь необходимо находить компромисс между сложностью решаемой задачи и ограниченностью ресурсов системы управления [1, 2]. Вместе с тем, ограничение накладывает входная информация, в качестве которой выступают управляющая программа и настройки машинных параметров системы ЧПУ.

*Работа была выполнена в рамках ОКР "Разработка подсистемы трехмерной визуализации управляющих программ (УП) для трех моделей УЧПУ с ИКП".*

### Классификация современных решений

Анализ современных систем трехмерной визуализации процесса отработки управляющих программ позволяет выделить два типа систем: CAD-CAM верификаторы управляющих программ и встраиваемые в систему ЧПУ визуализаторы (рис. 1). В системах первого типа используется вычислительная мощность настольных рабочих станций, и они реализуют сложные функции верификации процесса обработки. Системы второго типа ограничены ресурсами системы ЧПУ и выполняют узко специ-

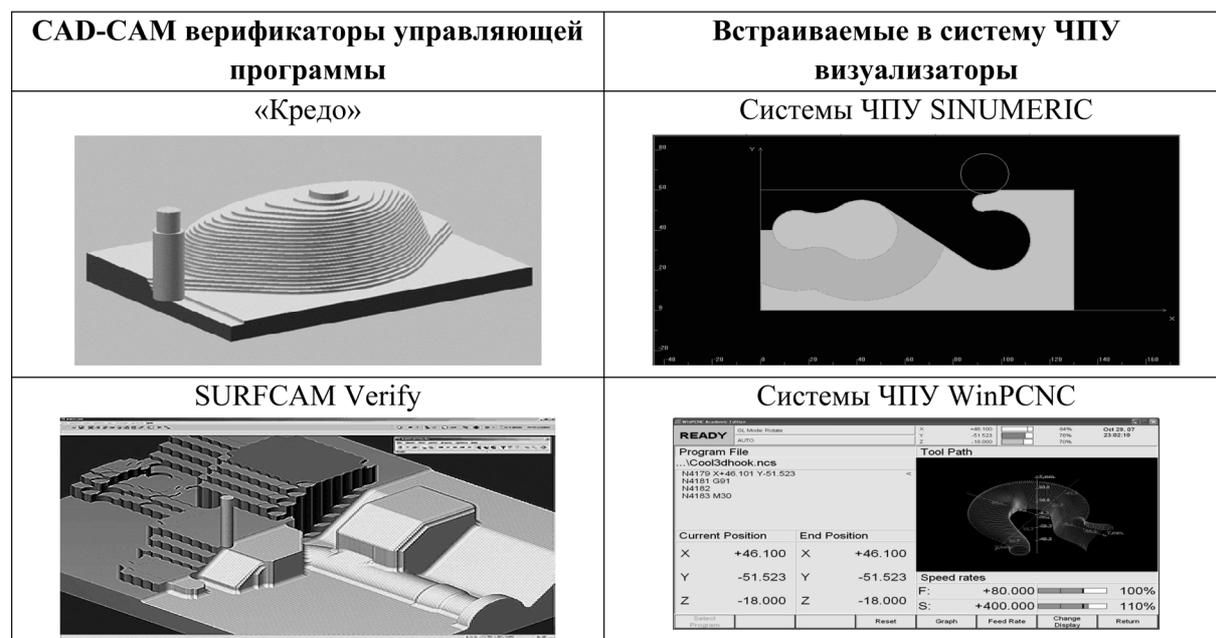


Рис. 1. Типы систем трехмерной визуализации

фические функции по отображению управляющей программы [3, 4], которые в системе ЧПУ визуализатора состоят в:

- трехмерном отображении процесса выполнения управляющей программы;
- получении наглядного представления о процессе обработки;
- визуальном отыскании ошибки при внесении изменений в коды управляющей программы непосредственно у станка;
- предварительном просмотре результатов при выполнении параметрических программ для групповых технологий и т. д.

### Спецификация требований

Обобщенное представление системы трехмерной визуализации изображено в виде интеллект-карты [5] (рис. 2). Она должна:

- визуализировать токарную, сверлильную, фрезерную обработку, а также выполнение технологических операций на обрабатывающем центре;
- осуществлять управление процессом путем выбора управляющей программы, ее запуска и останова;
- управлять инструментом и заготовкой, выбирая соответствующий их тип из библиотеки, настраи-

вая размеры или загружая нестандартные формы из файла;

- симулировать процесс обработки управляющих программ, подпрограмм, стандартных циклов, в том числе и параметрических программ, используемых при реализации групповых технологий;
- реализовывать функции формообразования, смены инструмента, технологического разворота и сечения плоскости для исследования внутренних поверхностей.

Переход от интеллект-карты к диаграмме прецедентов (рис. 3), систематизирующей предъявляемые к системе требования, является формальной процедурой.

Оператор системы (пользователь) выбирает управляющую программу, задает форму и габаритные размеры заготовки и загружает необходимый набор инструментов. Далее управление осуществляется в результате процесса симуляции, результаты которого нужно просматривать. Визуализация результата предполагает реализацию функции масштабирования изображения, его поворота и перемещения, выбора угла обзора, использование сечущих плоскостей для просмотров сечения и т. д.

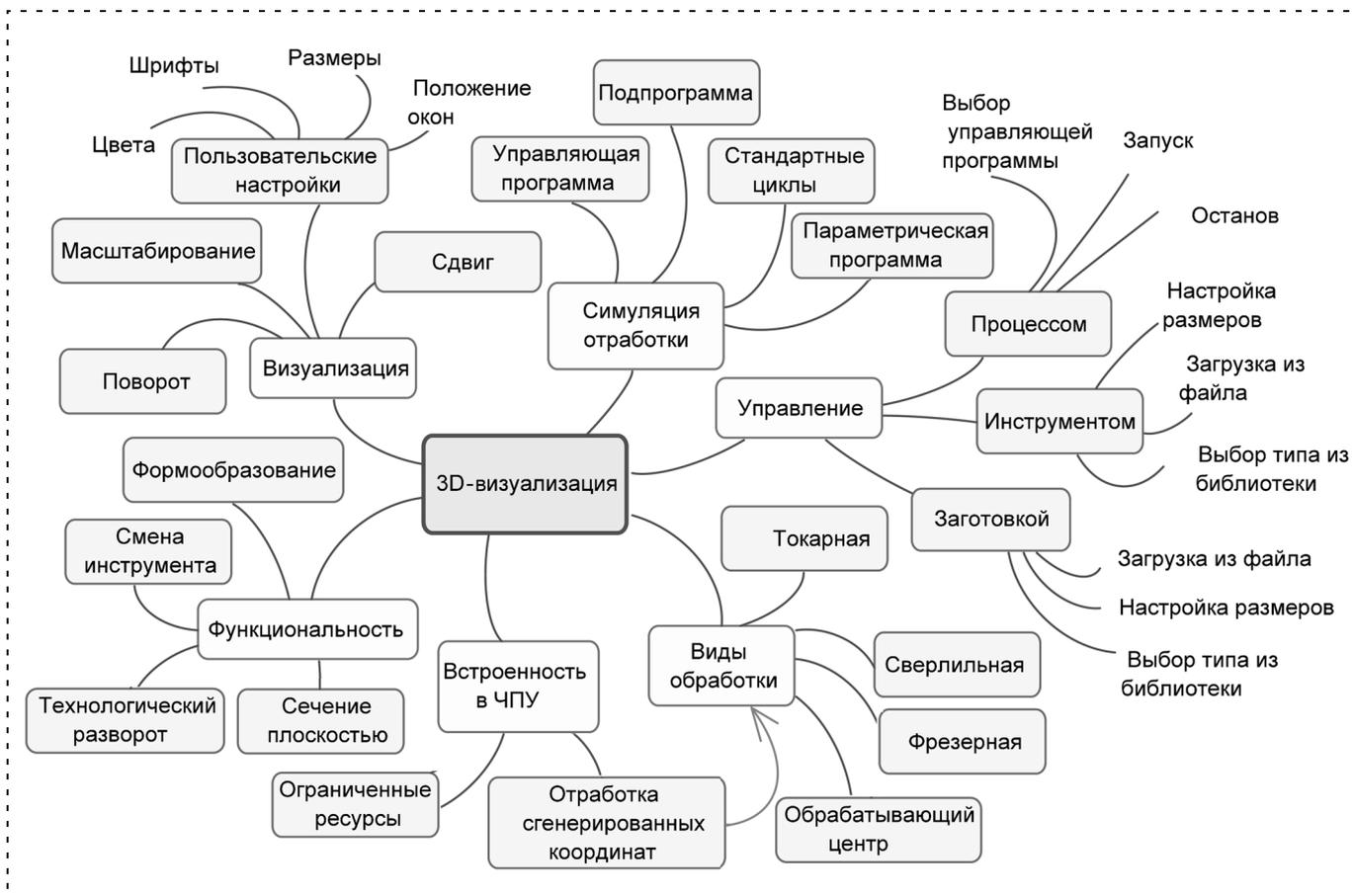


Рис. 2. Интеллект-карта системы трехмерной визуализации процесса отработки управляющих программ

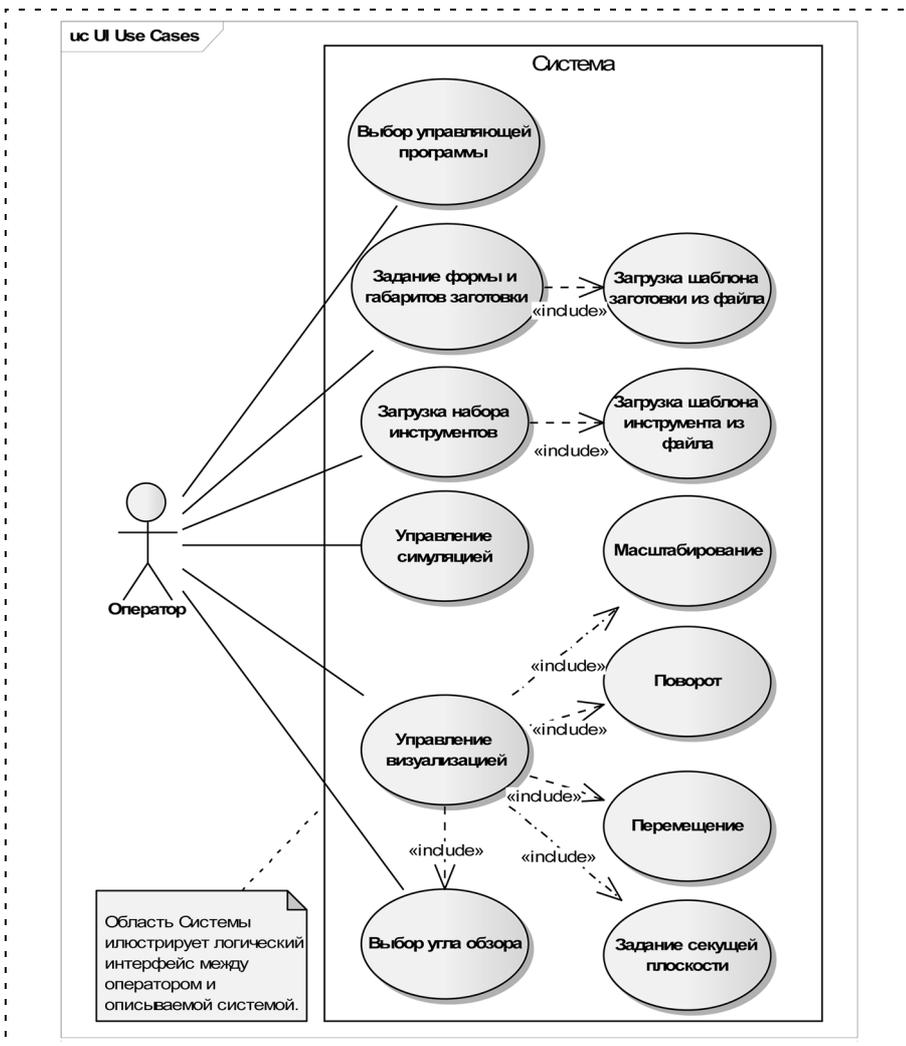


Рис. 3. Фрагмент диаграммы прецедентов для пользовательского интерфейса

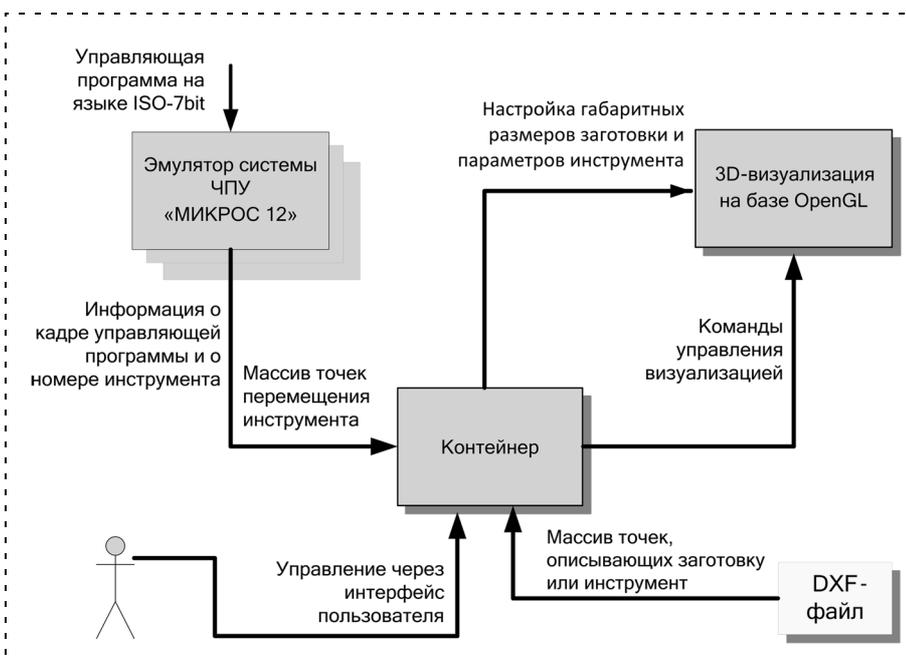


Рис. 4. Модульная архитектура подсистемы трехмерной визуализации управляющих программ

На следующем шаге исходя из прецедентов формируются основные элементы архитектуры разрабатываемой системы — механизмы, классы, функциональности.

### Архитектурная модель с применением компонентного подхода

Разработана модульная архитектура с учетом предъявляемых требований в системе 3D-визуализации (рис. 4).

Эмулятор системы ЧПУ запускает управляющую программу и передает информацию о номере выполняемого кадра управляющей программы, о номере инструмента, а также массив точек, описывающих перемещение инструмента. Визуализация проводится с помощью графической библиотеки OpenGL. Контейнер является связующим звеном между эмулятором ЧПУ и модулем 3D-визуализации. Пользовательский интерфейс реализуется контейнером. Помимо стандартных функций управления процессом симуляции он позволяет изменить угол обзора просматриваемого изображения, настраивает габаритные размеры заготовки и параметры инструмента. Использование сложной трехмерной модели заготовки или нестандартного инструмента возможно посредством загрузки DXF-файла. Файл формата AutoCAD — DXF может быть подготовлен любым стандартным графическим редактором, поддерживающим этот формат. Для реализации предложенной архитектуры разработана компонентная модель, имеющая два уровня абстракции (рис. 5). Абстракция на уровне устройства ЧПУ обеспечивает универсальность решения и позволяет встраивать систему в различные устройства ЧПУ. На сегодняшний день реализованы эмуляторы для систем

ЧПУ "Микрос" и WinPCNC [6].  
 Расширение архитектуры для поддержки других систем ЧПУ является сугубо инженерной задачей и заключается в разработке соответствующего эмулятора. Второй уровень абстрагирует визуализацию от конкретного графического решения, что позволяет использовать графические библиотеки независимых разработчиков.

Эмулятор системы ЧПУ построен по типу COM-компонента и реализует интерфейс команд **INC\_ExecuteCommand**, интерфейс данных текущего кадра **INC\_BlockData** и интерфейс событий **INC\_Event**. Компонент визуализации построен в виде ActiveX-элемента, который интегрируется в контейнер.

### Элементы практической реализации

Обработка каждого кадра управляющей программы предполагает выдачу последовательности события (рис. 6). В начале кадра эмулятор системы ЧПУ выдает событие **INC\_Event::NextBlock()**, передавая в качестве параметров порядковый номер кадра, текст строки для последующей визуализации и текущие координаты инструмента. Далее обрабатываемый кадр разбивается на интервалы, по достижении конца каждого из них эмулятор выдает событие **INC\_Event::RefreshNCBlock()**, в котором передаются координаты инструмента. Число интервалов, на которое разбивается кадр, зависит от его длины, текущих параметров обработки и конкретной реализации эмулятора. Достижение конца кадра обозначается событием **INC\_Event::EndBlock()**. Диаграмма последовательности (Sequence Diagram) (рис. 7) иллюстрирует механизм взаимодействия между ключевыми компонентами системы при обработке кадра управляющей программы.

Процесс трехмерной визуализации управляющей программы (рис. 8) отображает на экране обрабатываемое изделие, инструмент и его траекторию.

Выбор текущего инструмента и задание его параметров осуществляется с помощью всплывающего диалогового окна (рис. 9).

Готовое изделие представлено на рис. 10.

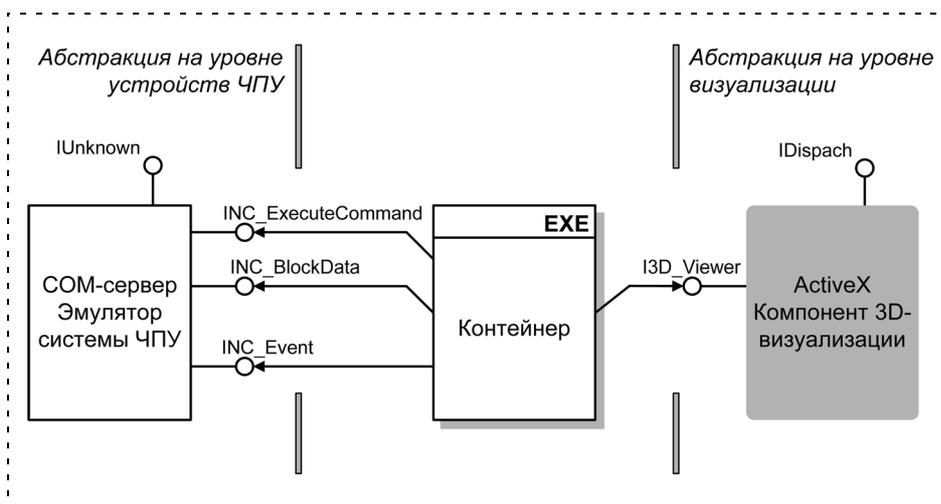


Рис. 5. Компонентная модель

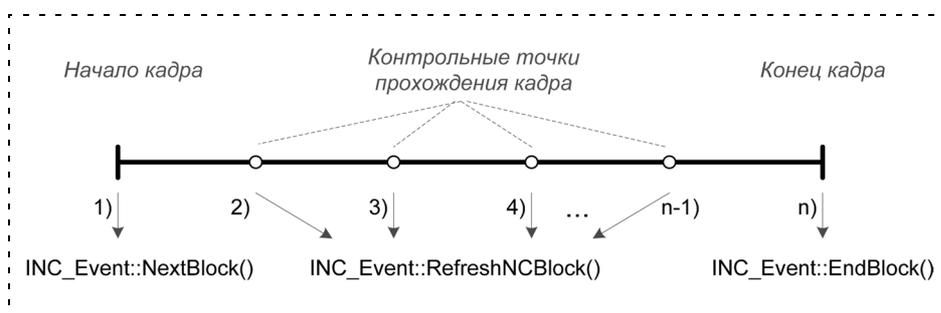


Рис. 6. Последовательность генерации событий эмулятором при отработке блока

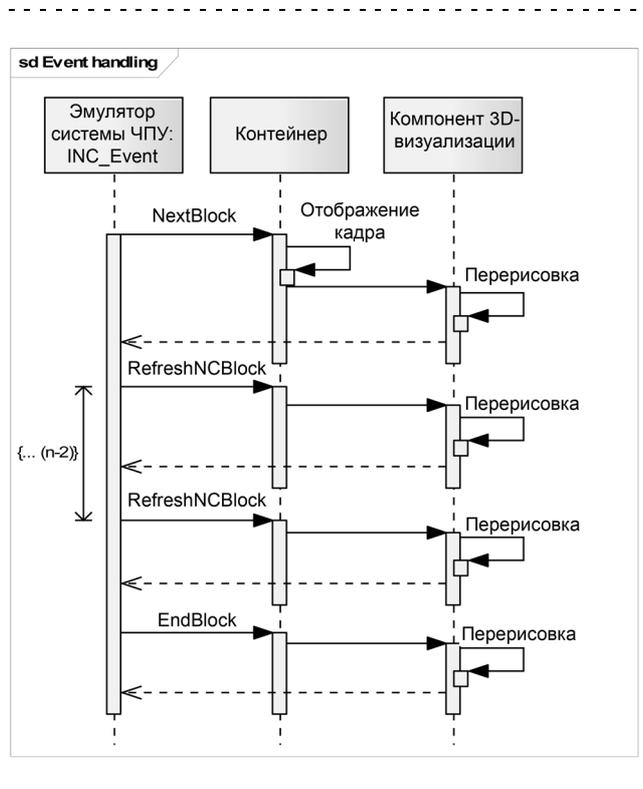


Рис. 7. Диаграмма взаимодействия механизма отработки блока управляющей программы

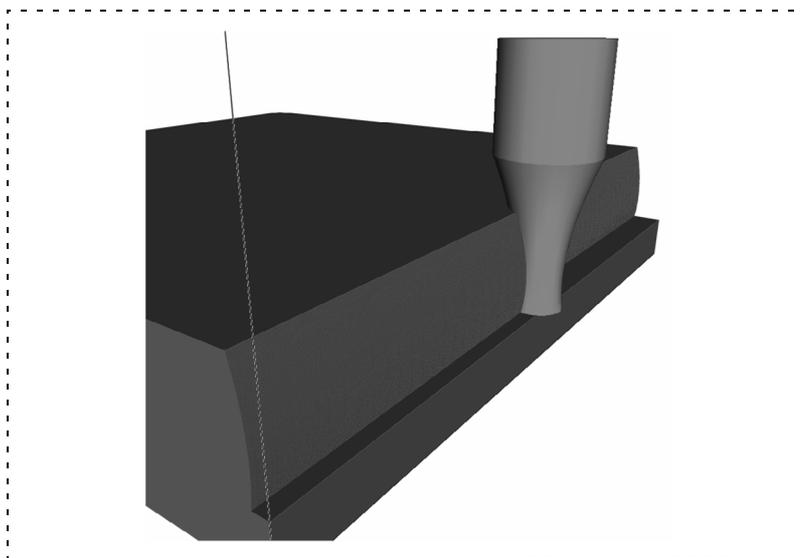


Рис. 8. Симуляция процесса обработки

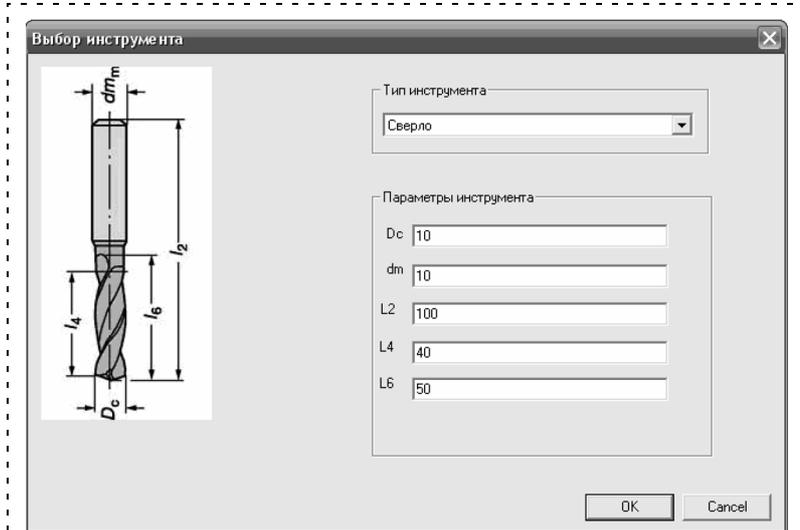


Рис. 9. Задание параметров инструмента

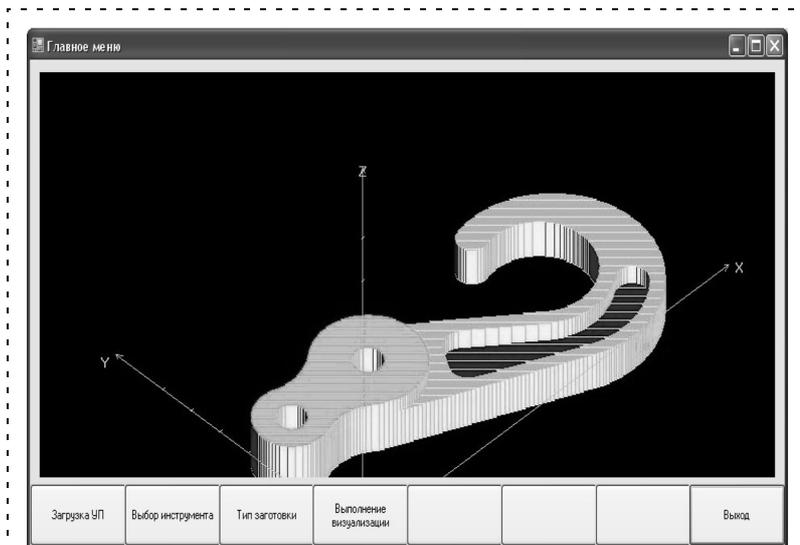


Рис. 10. Готовое изделие

Следует учитывать, что в интерфейсе оператора системы ЧПУ мышка является опцией, и поэтому все действия должны быть доступны через функциональные клавиши.

### Выбор окружения разработки

Невозможно приступить к реализации сложного проекта, рассчитанного на несколько человеко-лет, без проектной документации и системы ведения проекта (рис. 11). Сегодня де-факто стандартом стал язык UML, который используют для создания программной модели [7]. В такую модель легко вносить функциональные изменения, связанные с эволюцией системы управления. При выборе CASE-системы разработки предпочтение было отдано продукту Enterprise Architect (перед использованной ранее системой Rational Rose). Enterprise Architect более компактен, мобилен, требует меньших вычислительных ресурсов и позволяет хранить в одном проекте требования к схеме и к ее модели.

Повторное использование программного кода, независимого от конкретной аппаратной реализации, обеспечивается применением компонентного COM-подхода. Среда разработки MS Visual Studio предлагает готовые шаблоны проекта для создания COM-сервера и ActiveX-управляющих элементов, а также дополнительные утилиты для их тестирования и регистрации в операционной системе.

Управление постоянно вносимыми изменениями в коды, поддержка релизов и развитие версий программного обеспечения реализуются системой поддержки проекта MS Visual Source Safe. Source Safe как компонент MSDN наилучшим образом интегрируется с Visual Studio C++. Система реализует простую концепцию работы с исходными кодами: только один разработчик может взять файл из Source Safe с помощью функции CheckOut и вернуть файл обратно по окончании работы, используя функцию CheckIn. Во время работы с файлом другие разработчики, как правило, пользуются только его копией. Использование Source Safe предполагает выделение администратора, который распределял бы права пользовате-



Рис. 11. Окружение разработки

лей, маркировал релизы и архивировал версии, отслеживал корректность базы данных.

Сокращение времени и стоимости процесса разработки достигается за счет применения готовых программных решений. Использование библиотеки регулярных выражений LRX при фильтрации пользовательского ввода обеспечивает единый механизм проверки корректности вводимых значений в полях ввода диалоговых окон (см. рис. 9). Каждому типу вводимых данных (целое или реальное число, строка и т. д.) сопоставляется свой шаблон на языке регулярных выражений [8], с помощью которого проверяется корректность вводимого значения.

### Заключение

Предложенная архитектурная и компонентная модели позволили создать универсальную систему трехмерной визуализации управляющих программ для отечественных систем ЧПУ. Снижение времени и себестоимости разработки достигается за счет обоснованного выбора окружения разработки и

применения готовых графических библиотек, что позволило свести задачу реализации программного обеспечения до уровня инженерного решения.

### Список литературы

1. Сосонкин В. Л., Мартинов Г. М. Программирование систем числового программного управления: Учеб. пособ. М.: Логос, 2008. 344 с.
2. Сосонкин В. Л., Мартинов Г. М. Системы числового программного управления: Учеб. пособ. М.: Логос, 2005. 296 с.
3. Siemens SINUMERIK 840D/810D/FM-NC Operator's Guide, 2004 www.siemens.com
4. HEIDENHAIN. User's Manual Conversational Programming iTNC 530, 2006. www.heidenhain.com
5. Бьюзен Т. и Б. Супермышление / Пер. с англ. Е. А. Самсонов. Мн.: ООО "Попурри", 2003. 304 с.
6. Мартинов Г. М. Академическая версия системы ЧПУ WinPCNC // Инструмент, технология, оборудование. № 8. 2007. С. 62–64.
7. Мартинова Л. И., Мартинов Г. М. Практические аспекты реализации модулей открытой системы ЧПУ // Автотракторное электрооборудование, 2002. № 3. С. 31–37.
8. Мартинов Г. М., Сосонкин В. Л. Перспективные технологии разработки математического обеспечения систем управления: использование регулярных выражений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 2. С. 40–46.

**О. В. Захаров**, канд. техн наук, доц.,  
Саратовский государственный  
технический университет  
zov17@mail.ru

## Управление точностью бесцентрового шлифования статистическими методами

*Предложено управление точностью обработки при бесцентровом шлифовании на основе статистического моделирования Монте-Карло. Приведены результаты практического применения разработанной методики на операции шлифования желобов колец прецизионного подшипника.*

**Ключевые слова:** бесцентровое шлифование, наладка шлифовальных станков, статистическое моделирование.

При бесцентровом шлифовании наибольшие трудности вызывает управление точностью формы заготовок [1–3]. В частности, изготовление деталей с отклонением от круглости менее 0,002 мм на данной операции представляет собой серьезную технологическую проблему. В ряде работ [1, 2, 4] установлено, что отклонение от круглости на заготовке возникает в результате нарушения траектории относительного движения заготовки и инструмента и переменных значений погрешности базирования. Для прецизионных деталей кроме традиционных составляющих погрешности (упругих перемещений, тепловых деформаций, вибраций и др.) значительный вклад вносит наследственная погрешность геометрии заготовок.

В работе [4] разработаны детерминированная модель бесцентрового базирования на неподвижных опорах и критерий  $K$  оптимизации процесса в виде вектора микроперемещений центра заготовки при ее вращении относительно базирующей системы координат. Опыт практического применения этой модели показал, что детерминированный подход значительно обедняет представление процесса формообразования. Бесцентровые шлифовальные станки нецелесообразно настраивать на обработку конкретной заготовки, а в партии отклонения формы заготовок имеют стохастический характер. Выявить доминирующую гармонику не всегда возможно, так как имеются несколько гармоник со сравнительно большими амплитудами. Кроме того, наличие случайных начальных фаз и корреляционных связей между амплитудами гармоник существенным образом усложняет задачу.

В данной статье для решения подобной задачи предложено использовать метод статистического моделирования, называемый также методом Монте-Карло [5]. Основная идея метода Монте-Карло при наладке станка по критерию минимума погрешности базирования заключается в моделировании стохастических входных данных (отклонений фор-

мы заготовок), многократной реализации аналитической модели базирования и получения вероятностных характеристик, числовые значения которых совпадают с результатом решения детерминированной задачи. В результате получают серию частных значений искомой погрешности базирования, статистическая обработка которых позволяет определить влияние параметров наладки станка на точность обработки партии заготовок и предложить эффективный способ управления.

Рассмотрим методику определения погрешности бесцентрового базирования. По определению, погрешность базирования — отклонение фактически достигнутого положения заготовки от требуемого. При бесцентровом шлифовании требуемое положение — это такое положение номинально цилиндрической заготовки некоторого диаметра, которое задано наладочными углами опор и относительно которого устанавливают шлифовальный круг. В поперечном сечении заготовки требуемое положение ее центра (точка  $O$ ) определено радиусом  $r_0$ , углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (рис. 1).

Поперечное сечение заготовки с периодическими отклонениями формы в полярной системе координат можно описать тригонометрическим полиномом

$$r = r_0 + \sum_{n=2}^p a_n \cos(n\varphi - \varphi_n), \quad (1)$$

где  $r_0$  — радиус средней окружности профиля заготовки;  $n$  — круговая частота (текущий номер гармоники);  $a_n$  — амплитуда  $n$ -й гармоники;  $\varphi$  — полярный угол;  $\varphi_n$  — начальная фаза  $n$ -й гармоники;  $p$  — максимальное число гармоник.

Уравнение прямолинейной опоры в полярной системе координат:

$$r_1 = \frac{r_0}{\cos(\lambda - \varphi)}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — угол, задающий перпендикуляр к опоре.

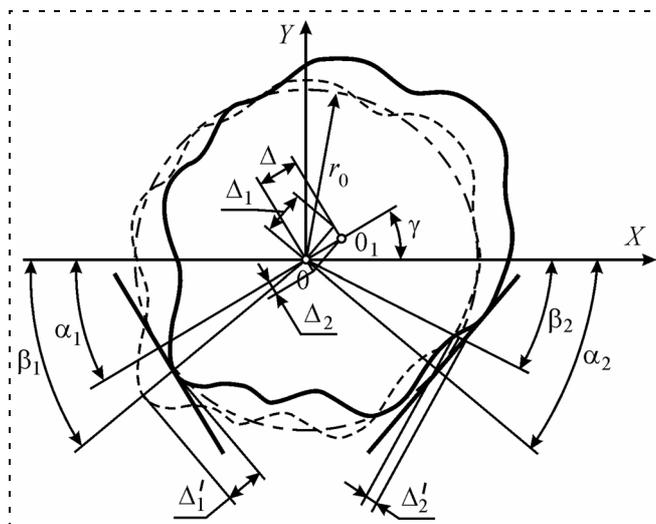


Рис. 1. Схема базирования при бесцентровом шлифовании

Основная задача расчета погрешности базирования сводится к определению координат центра смещенной заготовки. Для этого вначале найдем точки контакта заготовки с опорами, установив ее в требуемое положение. Очевидно, что это будет те точки на профиле заготовки, которые наиболее близко расположены к опоре. Выразим зазор между заготовкой  $r$  и опорой  $r_1$  в исходном положении через модуль  $\Delta'$  и полярный угол  $\beta$ :

$$|\Delta'(\beta)| = |r - r_1| \rightarrow \max. \quad (3)$$

В выражении (3) индексы, относящиеся к правой и левой опоре, для упрощения опущены. Величина  $\Delta'$  может принимать как отрицательное (зазор), так и положительное (условное внедрение) значения.

Считаем, что заготовка одновременно и постоянно находится в точечном контакте с обеими опорами. Поэтому при базировании она должна последовательно переместиться по опорам на величины  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ , которые представляют собой проекции  $\Delta'_1$  и  $\Delta'_2$  на направления, заданные углами  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$  противоположащих опор. Выражения для проекций определим из следующих соотношений:

$$\begin{cases} \Delta_1 = \Delta'_1 [\sin(\beta_1 + \alpha_2) + \cos(\beta_1 + \alpha_2) \operatorname{ctg}(\alpha_1 + \alpha_2)]; \\ \Delta_2 = \Delta'_2 [\sin(\beta_2 + \alpha_1) + \cos(\beta_2 + \alpha_1) \operatorname{ctg}(\alpha_1 + \alpha_2)]. \end{cases} \quad (4)$$

Окончательно положение центра  $O_1$  заготовки после смещения по опорам найдем векторным сложением величин  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  по направлениям углов  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$ . Радиус-вектор центра  $O_1$  заготовки определим по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 - 2\Delta_1\Delta_2\cos(\alpha_1 + \alpha_2)}; \\ \gamma &= \operatorname{arctg} \frac{\Delta_1\sin\alpha_2 + \Delta_2\sin\alpha_1}{\Delta_1\cos\alpha_2 - \Delta_2\cos\alpha_1}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

При бесцентровой обработке заготовка непрерывно вращается, а центр  $O_1$  ее сечения все время смещается. Поэтому погрешность базирования представляет собой переменную величину. После одного оборота точка  $O_1$  опишет некоторый замкнутый контур, который интегрально характеризует погрешность базирования. В работе [4] предложен следующий критерий точности бесцентрового базирования в виде среднего арифметического радиусов центра заготовки при одном обороте:

$$K = \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w \Delta(\varphi_i), \quad (6)$$

где  $\varphi_i$  — угол поворота заготовки при вращении;  $w$  — число расчетных точек траектории.

Рассмотрим методику управления точностью обработки партии заготовок с использованием формул (1)–(6) на основе метода Монте-Карло. Моделирующий алгоритм приведен на рис. 2. Исходные данные: параметры заготовки  $Z$  (радиус  $r_0$ , число  $p$  гармоник, параметры распределения и границы интервала амплитуд  $a_n$  и начальных фаз  $\varphi_n$  гармоник), параметры наладки станка  $H$  (угол  $\alpha$  между неподвижными опорами) и число  $m$  заготовок в партии. Диапазон варьирования угла  $\alpha$  определен силовыми и конструктивными ограничениями станка.

На первом этапе алгоритма моделируют геометрические отклонения формы в партии заготовок. Для этого генерируют последовательности случайных равномерно распределенных чисел  $z_i$  для каждой заготовки в зависимости от числа гармоник профиля. Полученные числа  $z_i$  преобразуют в требуемый закон распределения для амплитуды  $a_{ni}$  и начальной фазы  $\varphi_{ni}$  каждой гармоники. В результате их суммирования формируют профиль заготовки  $r_j$ .

Для генерирования случайных чисел с заданным законом распределения использован метод инверсии [5], заключающийся в формировании последовательности случайных чисел  $z_i$ , равномерно распределенных в интервале  $[0, 1]$ , и последующем преобразовании:

$$x_i = F^{-1}(z_i), \quad (7)$$

где  $F^{-1}(z_i)$  — функция, обратная функции распределения случайной величины  $x_i$ .

Для получения псевдослучайных чисел без повторений использован стандартный датчик случайных чисел, имеющийся в языке C++. В целях улучшения качества последовательностей после генерирования некоторой партии заготовок применен метод возмущений.

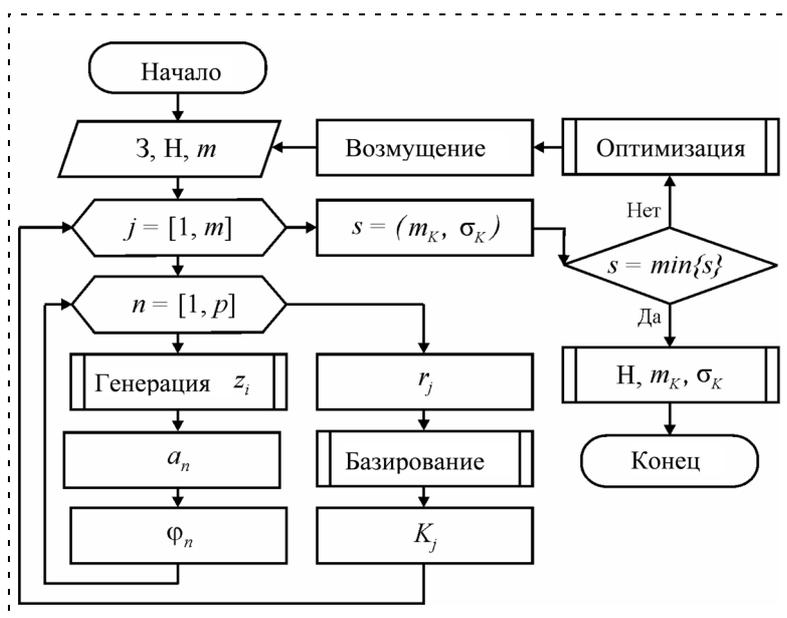


Рис. 2. Моделирующий алгоритм оптимальной наладки станка

Проведенные экспериментальные исследования показали, что амплитуды  $a_n$  гармоник наилучшим образом описываются  $\beta$ -распределением, а начальные фазы  $\varphi_n$  — законом равной вероятности.

Функция плотности вероятности  $\beta$ -распределения имеет вид

$$f(x_i) = \frac{\Gamma(\eta + \mu)}{\Gamma(\eta)\Gamma(\mu)} x_i^{\eta-1} (1 - x_i)^{\mu-1}, \quad (8)$$

где  $\Gamma$  — известная гамма-функция;  $\eta, \mu$  — параметры  $\beta$ -распределения.

Функция распределения начальных фаз гармоник имеет вид

$$F(x_i) = (x_i - a)/(b - a), \quad (9)$$

где  $a, b$  — границы интервала изменения  $\varphi_n$ .

Анализ экспериментальных данных при шлифовании деталей подшипников показал, что между амплитудами некоторых гармоник имеются достаточно сильные корреляционные связи, которые необходимо учитывать при моделировании. Поэтому для случайных погрешностей  $x_1$  и  $x_2$  с разными функциями распределения  $F_1(x_1), F_2(x_2)$ , математическими ожиданиями  $m_{x_1}, m_{x_2}$  и среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}$  целесообразно перейти к равномерно распределенным в интервале  $[0, 1]$  случайным величинам, воспользовавшись следующими преобразованиями:

$$z_1 = F_1\left(\frac{x_1 - m_{x_1}}{\sigma_{x_1}}\right); z_2 = F_2\left(\frac{x_2 - m_{x_2}}{\sigma_{x_2}}\right). \quad (10)$$

Коэффициент линейной корреляции при этом находят по формуле

$$r = \frac{12}{n-1} \sum_{j=1}^m \left(z_{1j} - \frac{1}{2}\right) \left(z_{2j} - \frac{1}{2}\right). \quad (11)$$

При определении коэффициента корреляции по формуле (11) упрощается решение задачи генерирования коррелированных случайных величин с разными законами распределения и исключается зависимость значения  $r$  от вида этих законов.

Для получения пары коррелированных случайных чисел с разными законами распределения использована следующая последовательность [6]. Вначале генерируют три некоррелированных случайных числа  $A, B, C$  с равномерным распределением в интервале  $[0, 1]$ . Далее из них формируют пару коррелированных между собой чисел по формулам

$$\begin{cases} y_1 = A\sqrt{|r^*|} + B\sqrt{1-|r^*|}; \\ y_2 = A\sqrt{|r^*|} + C\sqrt{1-|r^*|}, \end{cases} \quad (12)$$

где  $r^*$  — коэффициент корреляции между случайными величинами  $y_1$  и  $y_2$ .

Коэффициенты корреляции  $r$  и  $r^*$  связаны между собой зависимостью

$$|r^*| = |r| + 0,005086 + 0,01739\sin(6,3986|r| + 5,9575). \quad (13)$$

Числа  $y_1$  и  $y_2$  в общем случае распределены по симметричному трапецеидальному закону с большим

$s_1 = \sqrt{|r^*|} + \sqrt{1-|r^*|}$  и малым  $s_2 = s_1 \left|1 - \frac{2}{s_1} \sqrt{|r^*|}\right|$  основаниями. Далее выполняют преобразование трапецеидального распределения в равномерное на интервале  $[0, 1]$ :

- если  $y_i > s_1/2$ , то при  $k = s_2 - y_i$

$$z_i = \begin{cases} 1 - \frac{2k^2}{s_1^2 - s_2^2}, & \left|k - \frac{s_1}{2}\right| > \frac{s_2}{2}; \\ 1 - \frac{s_2 - s_1 + 4k}{2(s_1 + s_2)}, & \left|k - \frac{s_1}{2}\right| \leq \frac{s_2}{2}; \end{cases} \quad (14)$$

- если  $y_i \leq s_1/2$ , то при  $k = y_i$

$$z_i = \begin{cases} \frac{2k^2}{s_1^2 - s_2^2}, & \left|k - \frac{s_1}{2}\right| > \frac{s_2}{2}; \\ \frac{s_2 - s_1 + 4k}{2(s_1 + s_2)}, & \left|k - \frac{s_1}{2}\right| \leq \frac{s_2}{2}. \end{cases} \quad (15)$$

Таким образом, чтобы найти требуемое значение коэффициента корреляции  $r$  между случайными величинами  $z_1$  и  $z_2$ , необходимо при формировании случайных чисел  $y_1, y_2$  задать величину  $|r^*|$  по выражению (13). При перестановках в формулах (12) двух пар параметров  $A$  и  $B$  или  $A$  и  $C$  случайные величины  $z_1$  и  $z_2$  будут иметь коэффициент корреляции  $1 - |r|$ , что позволяет получать выборки двух случайных величин с коэффициентом корреляции  $\pm(1 - |r|)$  и произвольными законами распределения.

Для равномерного распределения преобразование случайной величины  $z_i$  в случайную величину  $x_i$  выполняют по формуле

$$x_i = 360z_i. \quad (16)$$

Параметры  $\beta$ -распределения  $\eta$  и  $\mu$ , полученные в результате статистической обработки экспериментальных данных, имеют нецелые значения. Поэтому применен метод генерации, предложенный в работе [7]. Вначале вычисляют

$$S_1 = z_1^{1/\eta}, S_2 = z_2^{1/\mu}. \quad (17)$$

Если  $S_1 + S_2 \geq 1$ , то берут еще одну пару случайных чисел  $z_1, z_2$  и выполняют те же операции. Если  $S_1 + S_2 < 1$ , то принимают

$$x_i = \frac{S_1}{S_1 + S_2}. \quad (18)$$

На втором этапе моделирования рассчитывают погрешность базирования для каждой заготовки по аналитической модели по (1)–(5) и находят критерий  $K_j$  базирования по (6).

Третий этап работы алгоритма включает статистическую обработку серии испытаний для критерия  $K$ . В результате получают математическое ожидание  $m_K$  и среднеквадратическое отклонение  $\sigma_K$ . Далее оптимизируют наладочные параметры  $H$  станка для минимизации статистических параметров  $m_K$ ,  $\sigma_K$ .

Анализ результатов моделирования по предложенному алгоритму (рис. 2), формулам (7)–(18) и экспериментальным данным показал, что критерий  $K$  можно описать нормальным или логнормальным законами (последний характерен при наличии корреляции между группами амплитуд гармоник). Функция плотности вероятности однозначно определена двумя параметрами: математическим ожиданием  $m_K$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma_K$ , которые и выбраны в качестве оптимизируемых параметров. Численный эксперимент установил, что статистические параметры  $m_K$ ,  $\sigma_K$  достигают минимума в одной точке, соответствующей определенному углу  $\alpha$  между неподвижными опорами станка. В качестве метода однопараметрической оптимизации при унимодальной целевой функции хорошо зарекомендовал себя метод полиномиальной аппроксимации.

Разработанная методика применена на ОАО "Саратовский подшипниковый завод" при бесцентровом шлифовании желоба кольца подшипника 5-830900AE1 на станках модели SWaAGL-50 (*VEB Berliner Werkzeugmaschinenfabrik*, Германия). По техническим требованиям допуск на отклонение от круглости желоба составляет 0,0012 мм, шероховатость поверхности  $Ra = 0,32$  мкм. При обработке использовались скорость шлифовального круга 35 м/с, скорость заготовки 35 м/мин (шлифование попутное).

Наладка станка заключалась в установке оптимального угла  $\alpha = 105^\circ$  между опорами по сравнению со стандартным  $\alpha = 118^\circ$ . Оптимальная наладка позволила снизить в партии заготовок отклонение от круглости по среднеарифметическому значению с 0,89 до 0,79 мкм и среднеквадратическому отклонению с 0,195 до 0,165 мкм. Окончательным результатом стало уменьшение вероятности брака с 5,1 до 0,6 %. Волнистость и шероховатость поверхности деталей при этом соответствовала техническим требованиям.

На рис. 3 приведены усредненные данные мониторинга отклонения от круглости желоба кольца подшипника в течение 2006 г., представлены коэффициенты исправления (отношение отклонения от круглости до шлифования и после шлифования)

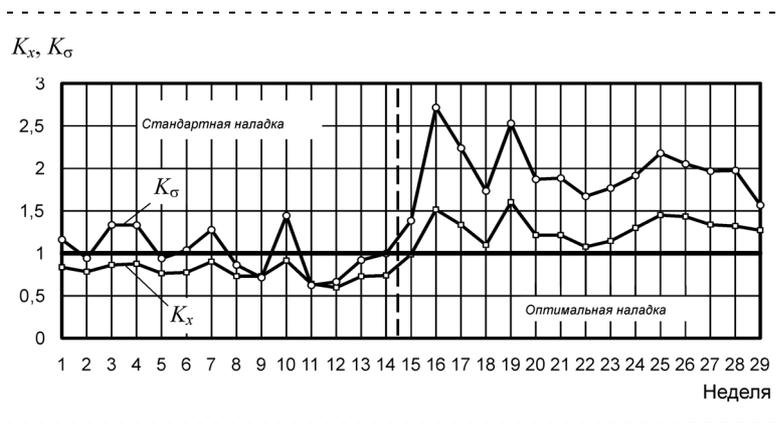


Рис. 3. Коэффициенты исправления отклонения от круглости колец подшипника

по среднеарифметическому значению  $K_x$  и среднеквадратическому отклонению  $K_\sigma$ . Штриховой линией показана граница времени обработки по стандартной и оптимальной методикам наладки станка.

Из рис. 3 видно, что оптимальная наладка шлифовального станка стабилизировала среднее значение и разброс отклонения от круглости в партии независимо от исходной погрешности формы заготовок. Безразмерные коэффициенты исправления  $K_x$  и  $K_\sigma$  увеличились соответственно с 0,6...1,4 до 1,1...2,75. При этом отмечено стабильное снижение среднеквадратического отклонения по абсолютной величине.

Таким образом, применение статистического моделирования для наладки бесцентровых шлифовальных станков предоставляет новые возможности по управлению точностью обработки. Дальнейшее развитие шлифовальных станков связано с созданием на их основе мехатронных систем для обеспечения оптимальной обработки прецизионных деталей.

#### Список литературы

1. Базров Б. М. Расчет точности машин на ЭВМ. М.: Машиностроение, 1984. 256 с.
2. Технологические основы обеспечения качества машин / Под общ. ред. К. С. Колесникова. М.: Машиностроение, 1990. 256 с.
3. Технологическая наследственность в машиностроительном производстве / Под ред. А. М. Дальского. М.: Изд-во МАИ, 2000. 364 с.
4. Захаров О. В., Погораздов В. В. Минимизация периодических погрешностей формообразования при бесцентровом шлифовании на неподвижных опорах // СТИН. 2006. № 1. С. 25–28.
5. Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем. М.: Высш. шк., 1998. 319 с.
6. Лабутин С. А., Пугин М. В. Суммирование случайных погрешностей измерений и анализ погрешностей косвенных измерений методом Монте-Карло // Измерительная техника. 2000. № 11. С. 6–9.
7. Хастингс Н., Пикок Д. Справочник по статистическим распределениям. М.: Статистика, 1980. 95 с.

УДК 004.3.07

**Н. Г. Чикуров**, канд. техн. наук, доц.,  
**А. В. Гончаров**, аспирант,  
 Уфимский государственный авиационный  
 технический университет  
 tchikurov@yandex.ru

## Построение математической модели манипуляционного робота методом электроанalogий

*На примере робота с тремя вращательными парами показана методика математического моделирования механических систем методом электроанalogий. Получено решение обратной позиционной задачи робототехники в виде дифференциально-алгебраических уравнений.*

**Ключевые слова:** математическое моделирование систем, метод электромеханических аналогий, манипулятор.

### Введение

Задачу построения математической модели робота будем рассматривать как задачу построения системы дифференциальных уравнений манипулятора при движении его конечного звена по заданной траектории с заданной скоростью.

При заданном положении и ориентации  $S$  конечного звена манипулятора требуется найти обобщенные координаты манипулятора  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ . Если обозначить  $S = f(q)$ , то искомые координаты можно выразить соотношением  $q = f^{-1}(S)$ . При такой постановке эта задача называется обратной позиционной задачей для манипуляционных роботов, и ее решение сводится в общем случае к решению системы нелинейных тригонометрических уравнений [2].

Решение обратной позиционной задачи необходимо для управления манипулятором. Действительно, если программное движение манипулятора задано в виде траектории его схвата  $S(t)$ , то для управления сочленениями необходимо обеспечить такие значения  $q(t)$ , чтобы в каждый момент времени выполнялось соотношение  $S = f(q)$ .

Общего метода решения этой задачи в явном виде не существует. Применение же численных методов сопряжено с рядом трудностей, связанных с возможной расходимостью соответствующих итерационных схем [2, 3]. До настоящего времени обратная позиционная задача робототехники остается проблемной [2].

### Синтез кинематической модели робота методом электроанalogий

Изучим возможность решения обратной позиционной задачи с использованием метода электроанalogий. Концепция метода электроанalogий основана на том, что этот метод добавляет к законам теоретической механики законы электротехники. Это позволяет расширить представления о происходящих явлениях и формализовать синтез имитационных математических моделей сложных динамических систем [4].

В качестве примера рассмотрим сравнительно простой робот с тремя вращательными парами (рис. 1). Первое звено совершает вращательное движение относительно оси  $z$ , второе и третье звенья могут совершать вращательные движения только в вертикальной плоскости. Таким образом, векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  и  $\overline{CD}$  лежат в одной плоскости, т. е. они компланарны. Примем допущение, что все сочленения звеньев манипулятора сферические, включая сочленение  $A$ . Каждое из них имеет три степени свободы. Через такие сочленения могут передаваться от звена к звену лишь силы и не могут передаваться моменты сил. Принятое условие упрощает математическую модель манипулятора, но противоречит реальной конструкции кинематических пар. Чтобы разрешить указанное противоречие,

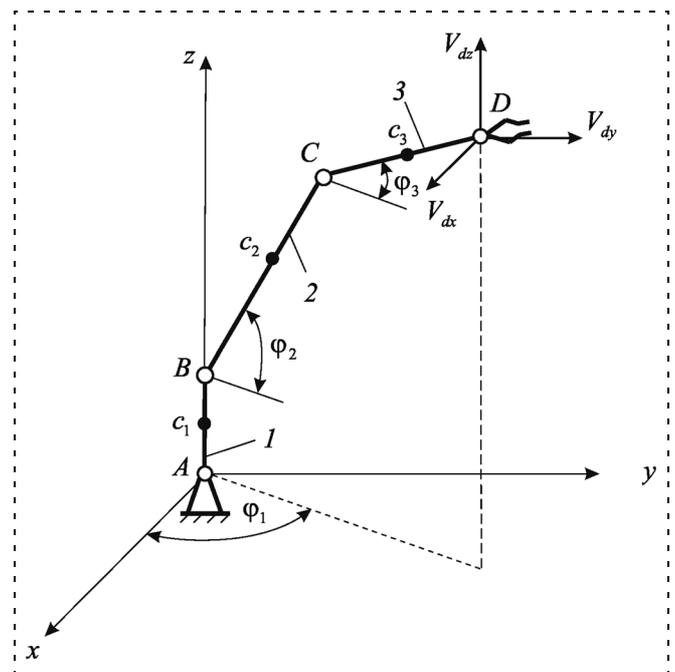


Рис. 1

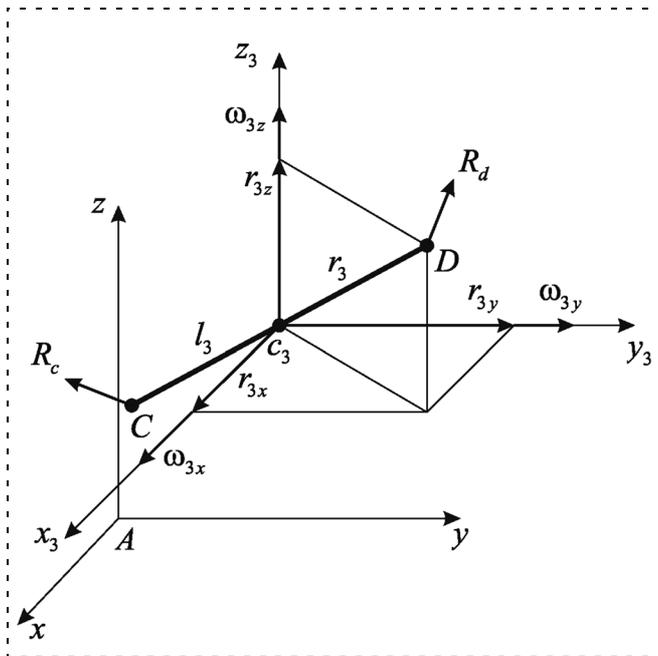


Рис. 2

в математическую модель манипулятора следует ввести дополнительные уравнения связи, которые учитывают реальную конструкцию кинематических пар и уменьшают число степеней свободы этих пар до реального числа.

Входящие в кинематическую цепь манипулятора звенья совершают в пространстве сложные движения. Начнем решение задачи с третьего звена (рис. 2). Рассмотрим его положение в неподвижной системе координат  $Axyz$ . Третье звено имеет два сочленения, на одном из которых расположен схват. Звено под действием реакций  $R_c$  и  $R_d$  в сочленениях совершает как поступательное движение, так и вращательное движение вокруг центра масс  $c_3$ .

Введем помимо неподвижной системы координат  $Axyz$  еще и подвижную систему координат  $c_3x_3y_3z_3$ , перемещающуюся поступательно относительно осей  $Axyz$  и связанную со звеном в одной точке  $c_3$ . Таким образом, звено совершает в подвижной системе координат только вращательное движение. Выведем уравнение движения звена в подвижной системе координат [1]. Для этого запишем вектор линейной скорости точки  $D$ .

$$V_3 = \omega_3 \times r_3 = \{\omega_{3y}r_{3z} - r_{3y}\omega_{3z}, \omega_{3z}r_{3x} - r_{3z}\omega_{3x}, \omega_{3x}r_{3y} - r_{3x}\omega_{3y}\},$$

где  $r_{3x}$ ,  $r_{3y}$ ,  $r_{3z}$  — проекции вектора главной оси симметрии звена  $r_3$ , а  $\omega_{3x}$ ,  $\omega_{3y}$ ,  $\omega_{3z}$  — проекции вектора угловой скорости  $\omega_3$ .

Полагая  $V_3 = \frac{dr_3}{dt}$ , приходим к системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dr_{3x}}{dt} &= \omega_{3y}r_{3z} - r_{3y}\omega_{3z}; \\ \frac{dr_{3y}}{dt} &= \omega_{3z}r_{3x} - r_{3z}\omega_{3x}; \\ \frac{dr_{3z}}{dt} &= \omega_{3x}r_{3y} - r_{3x}\omega_{3y}. \end{aligned} \quad (1)$$

В правых частях уравнений (1) неизвестны проекции вектора угловой скорости  $\omega_3$ . Чтобы их определить, рассмотрим последовательно движение звена в проекциях на каждую из трех координатных плоскостей неподвижной системы координат  $Axyz$ . Используя метод кинестатики [1], запишем для каждой плоскости уравнения сил и уравнения моментов сил. На основе этих уравнений строится эквивалентная электрическая схема замещения, записываются уравнения по первому закону Кирхгофа и записываются уравнения трансформаторов. Рассмотрим координатную плоскость  $Axy$  (рис. 3).

Запишем уравнения равновесия сил и уравнения равновесия моментов. Уравнения равновесия сил для оси, соединяющей две смежные координатные плоскости, будут одинаковы для этих плоскостей. Чтобы исключить дублирование уравнений, каждое из уравнений сил и моментов отметим соответствующей литерой, номер которой свяжем с индексом координатной оси. Пусть ось  $x$  соответствует номер 1 литеры, оси  $y$  — номер 2 литеры, а оси  $z$  — номер 3 литеры. Буквенно-цифровые символы литеров будем записывать с левой стороны уравнений.

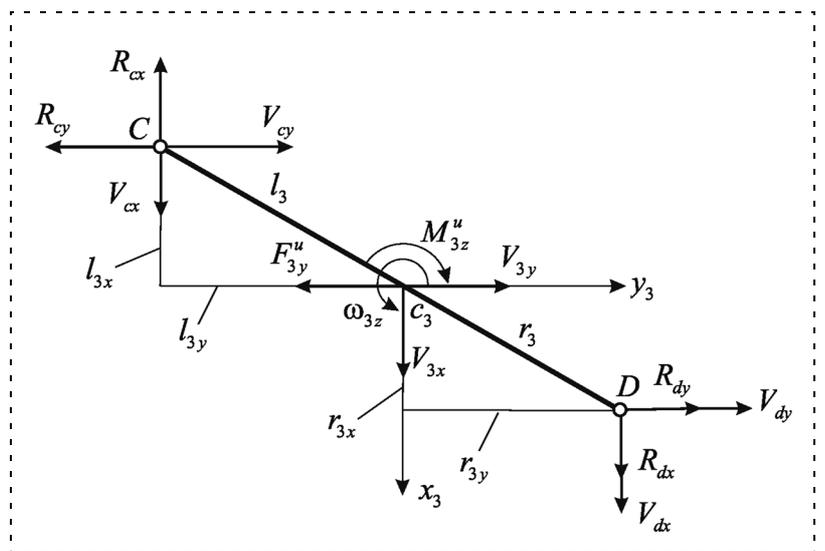


Рис. 3

В результате уравнения сил и моментов для плоскости  $Axy$  примут следующий вид:

$$\begin{aligned} C1) & -R_{cx} + R_{dx} - F_{3x}^u = 0; \\ C2) & -R_{cy} + R_{dy} - F_{3y}^u = 0; \\ M3) & M_{3z}^{R_{cx}} + M_{3z}^{R_{cy}} - M_{3z}^{R_{dx}} + M_{3z}^{R_{dy}} - M_{3z}^u = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $M_{3z}^{R_{cx}} = R_{cx}l_{3y}$ ;  $M_{3z}^{R_{cy}} = R_{cy}l_{3x}$ ;  $M_{3z}^{R_{dx}} = R_{dx}r_{3y}$ ;  $M_{3z}^{R_{dy}} = R_{dy}r_{3x}$ , где, в свою очередь,  $l_{3x}$ ,  $l_{3y}$ ,  $r_{3x}$ ,  $r_{3y}$  — проекции векторов  $l_3$  и  $r_3$  на координатные оси  $x$  и  $y$ .

Далее записываем компонентные уравнения со своими литерными обозначениями. В компонентных уравнениях для инерционных моментов связанный с индексом оси номер литеры надо увеличить на 3:

$$\begin{aligned} K1) & F_{3y}^u = m_3 V_{3y}; \\ K2) & F_{3x}^u = m_3 V_{3x}; \\ K6) & M_{3z}^u = -J_{3zx} \dot{\omega}_{3x} - J_{3zy} \dot{\omega}_{3y} + \\ & + J_{3z} \dot{\omega}_{3z} - j_{3zx} \omega_{3x} - j_{3zy} \omega_{3y} + j_{3z} \omega_{3z}. \end{aligned} \quad (3)$$

### Построение эквивалентной электрической схемы замещения

На основе уравнений (2) и (3) построим эквивалентную электрическую схему замещения (рис. 4). Электрические величины на схеме будем обозначать с помощью соответствующих символов, при-

нятых в механике. Эта схема строится в два этапа. Вначале следует вычертить нижние два контура, в которых напряжения и ЭДС должны соответствовать уравнениям равновесия сил  $C1$  и  $C2$ . В соответствии со вторым законом Кирхгофа сумма напряжений и ЭДС в каждом контуре должна быть равна нулю. Полярности напряжений и ЭДС должны соответствовать знакам компонентов в уравнениях равновесия сил. В результате уравнения по второму закону Кирхгофа совпадут с уравнениями сил  $C1$  и  $C2$ .

На втором этапе чертим верхний контур, отвечающий уравнению равновесия моментов  $M3$ . Заметим, что в уравнении  $M3$  моменты сил определяются в виде произведений сил на соответствующие плечи. Чтобы выполнить операции умножения, в электрическую схему введены четыре трансформатора с коэффициентами трансформации, соответствующими плечам действий сил.

Запишем уравнения трансформаторов, которые включают соотношения напряжений и соотношения токов:

$$\begin{aligned} T1.1) & R_{cx}l_{3y} = M_{3z}^{R_{cx}}; & T3.1) & R_{cy}l_{3x} = M_{3z}^{R_{cy}}; \\ T1.2) & \omega_{3z}l_{3y} = V_{cx}^{\omega_z}; & T3.2) & \omega_{3z}l_{3x} = V_{cy}^{\omega_z}; \\ T2.1) & R_{dx}l_{3y} = M_{3z}^{R_{dx}}; & T4.1) & R_{dy}l_{3x} = M_{3z}^{R_{dy}}; \\ T2.2) & \omega_{3z}l_{3y} = V_{dx}^{\omega_z}; & T4.2) & \omega_{3z}l_{3x} = V_{dy}^{\omega_z}. \end{aligned} \quad (4)$$

По аналогии записываем уравнения равновесия сил и уравнения равновесия моментов, а также строим схемы замещения для координатных плоскостей  $Ayz$  и  $Axz$ . Объединяя три электрические

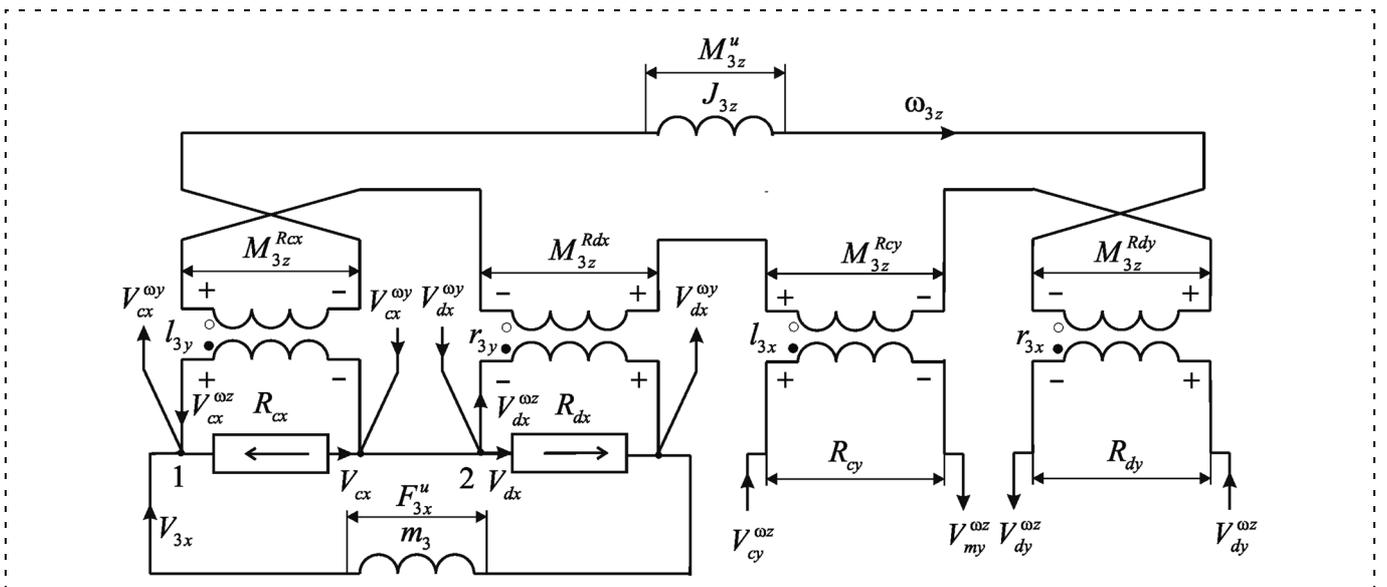


Рис. 4

схемы замещения в одну общую схему, записываем по первому закону Кирхгофа уравнения баланса токов в каждом из шести узлов:

$$\begin{aligned}
 \text{Кр1.1)} \quad & V_{3x} - V_{cx} + V_{cx}^{\omega z} - V_{cx}^{\omega y} = 0; \\
 \text{Кр2.1)} \quad & V_{3x} - V_{dx} - V_{dx}^{\omega z} + V_{dx}^{\omega y} = 0; \\
 \text{Кр3.1)} \quad & V_{3y} - V_{cy} + V_{cy}^{\omega x} - V_{cy}^{\omega z} = 0; \\
 \text{Кр4.1)} \quad & V_{3y} - V_{dy} - V_{dy}^{\omega x} + V_{dy}^{\omega z} = 0; \\
 \text{Кр5.1)} \quad & V_{3z} - V_{cz} + V_{cz}^{\omega y} - V_{cz}^{\omega x} = 0; \\
 \text{Кр6.1)} \quad & V_{3z} - V_{dz} - V_{dz}^{\omega y} + V_{dz}^{\omega x} = 0.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Далее, в соответствии с процедурой метода электроаналогий построим сеть связей (рис. 5). Каждая

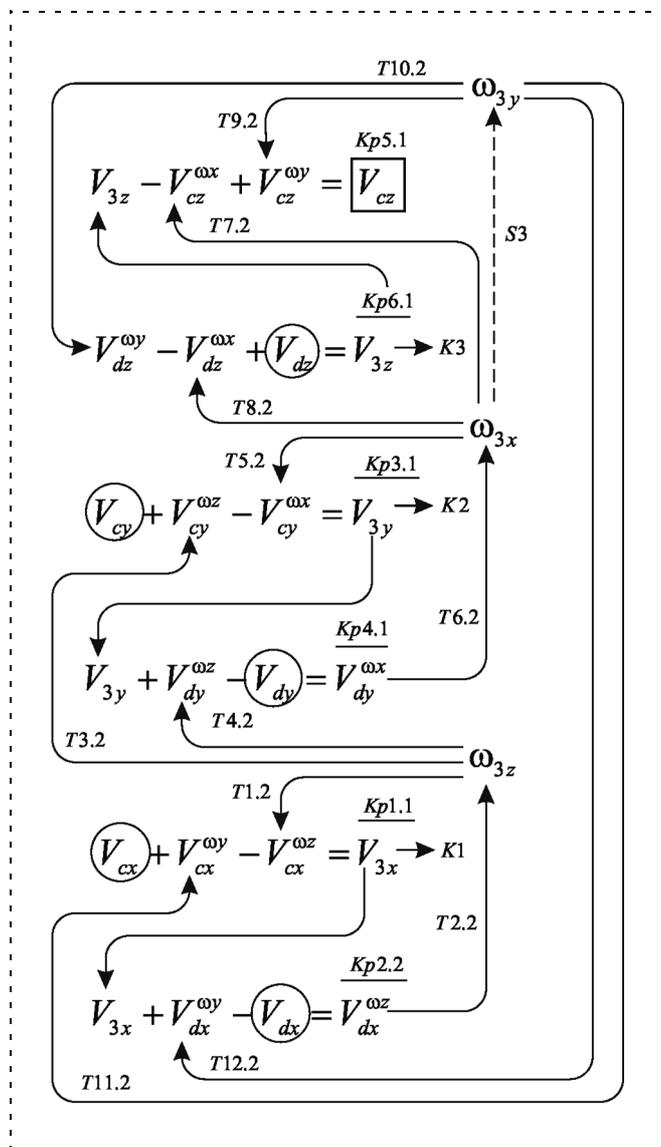


Рис. 5

стрелка в сети связей отмечена литерой соответствующего уравнения, с помощью которого будет определяться переменная, на которую указывает стрелка. Кружком выделены переменные, значения которых будут поступать из смежных подсистем, а квадратиком — выходные переменные, значения которых передаются в другие подсистемы. Таким образом, в нашем случае значения переменных  $V_{3dx}$ ,  $V_{3dy}$ ,  $V_{3dz}$  будут получены из задающей подсистемы, значения переменных  $V_{3cx}$ ,  $V_{3cy}$  — из подсистемы второго звена, а значение переменной  $V_{3dz}$  будет передано в подсистему второго звена.

Сеть связей представляет собой прототип структурной схемы динамической системы. Заменяя в сети связей ветви на передаточные функции элементарных звеньев, получим классическую структурную схему, которая является подробной имитационной моделью динамической системы. Важным прикладным значением рассматриваемой методики является возможность ее исследования методами теории управления, применения для моделирования известных математических систем, выполнения эквивалентных преобразований и т. д.

Выходными переменными построенной сети связи являются угловые скорости  $\omega_{3x}$ ,  $\omega_{3y}$ ,  $\omega_{3z}$ . Чтобы их найти, достаточно решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (4) и (5). Решение этой системы определяет правые части системы дифференциальных уравнений (1).

Рассматриваемая сеть связей является кинематической моделью 1-го порядка. Поэтому в нее не вошли уравнения сил и уравнения моментов сил (2) и (3), а также соотношения напряжений из трансформаторных уравнений (4). Указанные соотношения используются при синтезе динамических моделей. В этом случае строится кинематическая модель 2-го порядка, которая служит ядром модели, и к ядру присоединяется динамическая оболочка. В настоящее время разработана методика синтеза динамических моделей многосвязных механизмов на основе электроаналогий [5], но изложение этой методики выходит за установленный размер одной журнальной статьи.

Вернемся к кинематической модели. Если подробная модель объекта не требуется, то можно упростить задачу, исключив из СЛАУ внутренние переменные. Полагая  $l_3 + r_3 = R_3$  и исключая из соотношений (4) и (5) внутренние переменные, получим основные кинематические уравнения звена 3 в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 V_{dx} - V_{cx} + \omega_{3z}R_{3y} - \omega_{3y}R_{3z} &= 0; \\
 V_{dy} - V_{cy} + \omega_{3x}R_{3z} - \omega_{3z}R_{3x} &= 0; \\
 V_{dz} - V_{cz} + \omega_{3y}R_{3x} - \omega_{3x}R_{3y} &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Используя метод электроаналогий, выведем подобные уравнения для второго звена. Лишь в основных кинематических уравнениях будут различия, связанные с тем, что точка  $B$  звена неподвижна. В результате для звена 2 получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dr_{2x}}{dt} &= \omega_{2y}r_{2z} - r_{2y}\omega_{2z}; \\ \frac{dr_{2y}}{dt} &= \omega_{2z}r_{2x} - r_{2z}\omega_{2x}; \\ \frac{dr_{2z}}{dt} &= \omega_{2x}r_{2y} - r_{2x}\omega_{2y} \end{aligned} \quad (7)$$

и систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} V_{cx} + \omega_{2z}R_{2y} - \omega_{2y}R_{2z} &= 0; \\ V_{cy} + \omega_{2x}R_{2z} - \omega_{2z}R_{2x} &= 0; \\ V_{cz} + \omega_{2y}R_{2x} - \omega_{2x}R_{2y} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Объединяя системы уравнений (6) и (8) для первого и второго звеньев и исключая внутренние переменные  $V_{cx}$ ,  $V_{cy}$ ,  $V_{cz}$ , получим следующую общую систему уравнений:

$$\begin{aligned} V_{dx} + \omega_{2z}R_{2y} - \omega_{2y}R_{2z} + \omega_{3z}R_{3y} - \omega_{3y}R_{3z} &= 0; \\ V_{dy} + \omega_{2x}R_{2z} - \omega_{2z}R_{2x} + \omega_{3x}R_{3z} - \omega_{3z}R_{3x} &= 0; \\ V_{dz} + \omega_{2y}R_{2x} - \omega_{2x}R_{2y} + \omega_{3y}R_{3x} - \omega_{3x}R_{3y} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

### Решение обратной позиционной задачи

Для определения углов  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  выполним следующие построения [3]. Введем подвижные системы координат, связанные со звеньями 1, 2 и 3 (рис. 6). Со звеном 1 свяжем систему координат  $Ax_1^* y_1^* z_1^*$ , направив ось  $z_1^*$  по оси вращательной пары  $A$ , а ось  $x_1^*$  — по оси пары  $B$ . Со звеном 2 свяжем систему координат  $Bx_2^* y_2^* z_2^*$ , направив ось  $x_2^*$  по оси пары  $B$  и ось  $y_2^*$  — по оси звена 2. Со звеном 3 свяжем систему координат  $Cx_3^* y_3^* z_3^*$ , направив ось  $x_3^*$  по оси шарнира  $C$ , а ось  $y_3^*$  — по оси звена 3.

Теперь, если спроектировать вектор абсолютной угловой скорости  $\omega_1$  первого звена на координатные оси подвижной системы  $Ax_1^* y_1^* z_1^*$ , вектор абсолютной угловой скорости  $\omega_2$  второго звена — на координатные оси подвижной системы  $Bx_2^* y_2^* z_2^*$  и вектор абсолютной угловой скорости  $\omega_3$  третьего звена — на координатные оси системы  $Cx_3^* y_3^* z_3^*$ , то в результате для нахождения углов  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  по-

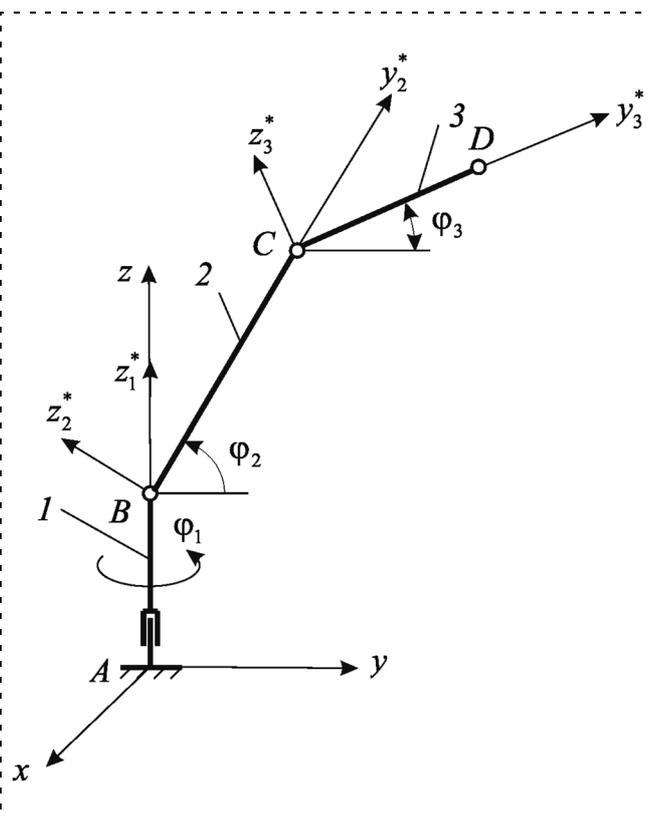


Рис. 6

лучим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_1}{dt} &= \omega_{1z}^*; \\ \frac{d\varphi_2}{dt} &= \omega_{2x}^*; \\ \frac{d\varphi_3}{dt} &= \omega_{3x}^*. \end{aligned} \quad (10)$$

После преобразования векторов угловых скоростей из подвижных систем координат в неподвижную систему  $Axyz$  получим

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_1}{dt} &= \omega_{1z}; \\ \frac{d\varphi_2}{dt} &= \omega_{2x}\sin\varphi_1 - \omega_{2y}\cos\varphi_1; \\ \frac{d\varphi_3}{dt} &= \omega_{3x}\sin\varphi_1 - \omega_{3y}\cos\varphi_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Добавим к этим уравнениям дополнительные уравнения связи. Напомним, что изначально мы приняли кинематические пары в сочленениях  $A$ ,  $B$ ,  $C$  в виде сферических соединений. Дополнительные уравнения связи можно рассматривать как ма-

тематические ограничения типа равенств, которые учитывают реальное число степеней свободы кинематических пар и тем самым ограничивают число степеней свободы звеньев в их относительном движении.

Первые два дополнительных уравнения связи получим исходя из того, что звенья 1, 2 и 3 лежат в одной вертикальной плоскости (см. рис. 1). Из компланарности векторов  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  и  $\overline{CD}$  следует равенство проекций угловых скоростей звеньев на ось  $z$ :

$$\omega_{1z} = \omega_{2z}, \omega_{2z} = \omega_{3z}. \quad (12)$$

Рассмотрим звено 2. Это звено имеет две степени свободы, определяемые углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ . В соответствии с уравнениями (10)  $\dot{\varphi}_2 = \omega_{2x}^*$ . Спроектируем компоненту вектора угловой скорости  $\omega_{2x}^*$  на оси  $x$  и  $y$  неподвижной системы координат (рис. 6). Получим

$$\omega_{2x} = \omega_{2x}^* \sin \varphi_1;$$

$$\omega_{2y} = -\omega_{2x}^* \cos \varphi_1.$$

Умножим левые и правые части первого уравнения на  $\cos \varphi_1$ , а второго уравнения — на  $\sin \varphi_1$  и сложим эти уравнения. Получим дополнительное уравнение связи для звена 2:

$$\begin{aligned} \omega_{2x} \cos \varphi_1 + \omega_{2y} \sin \varphi_1 &= \\ = \omega_{2x}^* \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 - \omega_{2x}^* \cos \varphi_1 \sin \varphi_1 &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Аналогично получаем дополнительное уравнение связи для звена 3:

$$\begin{aligned} \omega_{3x} \sin \varphi_1 - \omega_{3y} \cos \varphi_1 &= \\ = \omega_{3x}^* \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 - \omega_{3x}^* \cos \varphi_1 \sin \varphi_1 &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Чтобы проверить работу модели, зададим движение схвата по пространственной траектории, представляющей собой произвольно ориентированную в пространстве окружность. С этой целью создадим задающую подсистему, которая включает в себя дифференциальные уравнения

$$\begin{aligned} \frac{dx_d}{dt} &= V_{dx}; \\ \frac{dy_d}{dt} &= V_{dy}; \\ \frac{dz_d}{dt} &= V_{dz}, \end{aligned} \quad (15)$$

правые части которых удовлетворяют следующим равенствам:

$$\begin{aligned} V_{dx} - \frac{kB}{R} z_d + \frac{kC}{R} y_d &= -\frac{k}{R} (Bz_c - Cy_c); \\ V_{dy} - \frac{kC}{R} x_d + \frac{kA}{R} z_d &= -\frac{k}{R} (Cx_c - Az_c); \\ V_{dz} - \frac{kA}{R} y_d + \frac{kB}{R} x_d &= -\frac{k}{R} (Ay_c - Bx_c), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $R$  — радиус описываемой окружности;  $A, B, C$  — направляющие косинусы вектора нормали к плоскости, в которой лежит окружность;  $x_c, y_c, z_c$  — координаты центра окружности;  $k$  — коэффициент, который определяет скорость движения текущей точки по дуге окружности.

Решая уравнения (15) и (16), получим в каждый момент времени  $t$  координаты  $x_d, y_d, z_d$  конечной точки  $D$  руки робота и скорости изменения этих координат  $V_{dx}, V_{dy}, V_{dz}$ .

В целом, мы получили совместную систему из 22 уравнений, которая включает в себя 10 линейных уравнений (9), (12), (13), (14) (16) и 12 дифференциальных уравнений (9), (11), (15). Решать такую

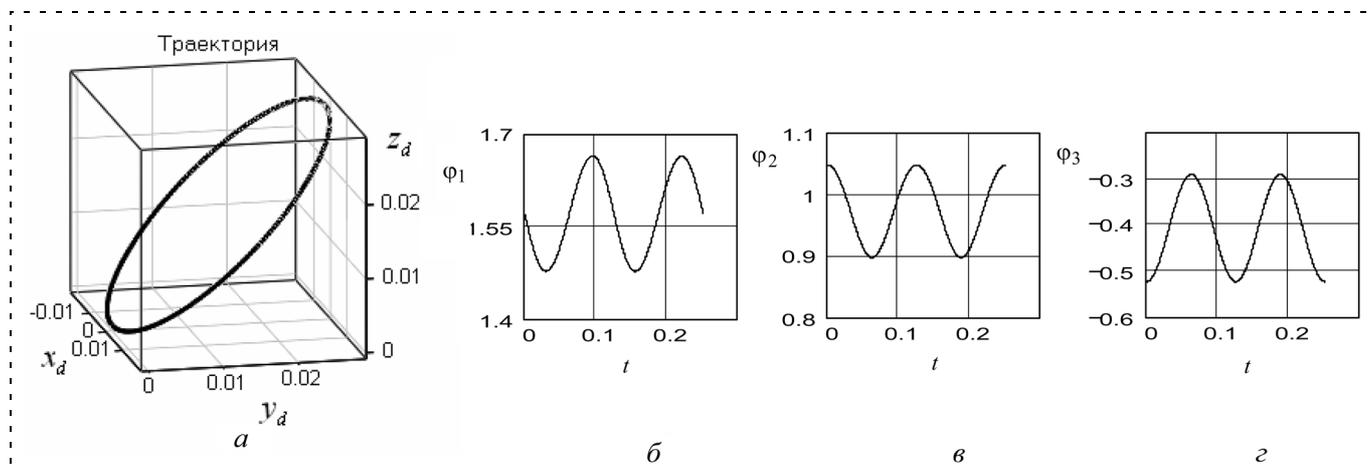


Рис. 7

систему будем следующим образом: на каждом шаге интегрирования дифференциальных уравнений будем сначала решать СЛАУ. Далее полученные в результате решения значения переменных подставляем в правые части дифференциальных уравнений и выполняем один шаг интегрирования системы дифференциальных уравнений. Потом результат решения системы дифференциальных уравнений возвращаем обратно в СЛАУ и т. д. Итерации повторяем, пока не будет достигнуто решение на всем заданном интервале времени.

Траектории движения робота (рис. 7), рассчитанные с помощью метода электроаналогий, получены при следующих значениях параметров:

$$R = 0,02; A = 0; B = -\cos\frac{\pi}{4}; C = \cos\frac{\pi}{4};$$

$$x_c = 0; y_c = R\cos\frac{\pi}{4}; z_c = R\cos\frac{\pi}{4};$$

$$R_2 = 0,1; R_3 = \sqrt{0,03}; \varphi_1 = \frac{\pi}{2}; \varphi_2 = \frac{\pi}{3}; \varphi_3 = -\frac{\pi}{6}.$$

### Заключение

На примере трехзвенного робота показано, что метод электроаналогий позволяет строить имитаци-

онные модели многозвенных механизмов универсальным способом, который в дальнейшем можно автоматизировать. В процессе моделирования применяется численный метод, основанный на решении системы дифференциально-алгебраических уравнений. Приведен алгоритм устойчивого и точного решения обратной позиционной задачи робототехники. Синтез имитационной модели сопровождается построением сети связей физических величин, что позволяет исследовать динамическую систему с привлечением методов теории управления.

### Список литературы

1. Бутенин Н. В., Луиц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики: Учеб. для вузов. 9-е изд. СПб.: Лань, 2007. 736 с.
2. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами: Учеб. для вузов. 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана 2004. 480 с.
3. Воробьев Е. И., Попов С. А., Швелева Г. И. Механика промышленных роботов: Учеб. пособ. для вузов. В 3 кн. / Под ред. К. В. Фролова, Е. И. Воробьева. Кн. 1: Кинематика и динамика. М.: Высшая школа. 1988. 304 с.
4. Чикуров Н. Г. Синтез математических моделей механических систем методом электроаналогий // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 4. С. 37–43.
5. Чикуров Н. Г. Моделирование технических систем: Учеб. пособ. Уфа: Изд. УГАТУ, 2009. 358 с.

УДК 004.896

**В. С. Балашов**, науч. сотр.,

**Б. А. Громов**, науч. сотр.,

**И. Л. Ермолов**, канд. техн. наук, доц.,

Московский государственный

технологический университет "СТАНКИН",

**А. П. Роскилли**, проф.,

Институт исследований в области энергетики

им. сэра Джозефа Суона

Университет г. Ньюкасл (Великобритания)

ermolov@stankin.ru

## Автономный робот для очистки корпусов судов HISMAR

*Представлена разработка автономного робота для очистки корпусов судов, успешно осуществленная в рамках международного проекта HISMAR (Hull Identification System for Marine Autonomously Robotics). Проект финансировался Европейским союзом в рамках 6-й Рамочной программы (FP6).*

**Ключевые слова:** мобильная робототехника, автономность роботов, интеллектуальные системы, судостроение, биологическое обрастание.

### Актуальность проблемы роботизированной очистки судов от обрастаний

Морские и речные пути сообщения играют важную роль в жизни современного общества. Большое число международных и внутренних грузовых и пассажирских перевозок во многих странах мира осуществляется именно водными путями. При этом интенсивная конкуренция на международном рынке сегодня оказывает огромное давление на судоходные компании и вынуждает их сокращать расходы, связанные с водными перевозками. Одной из самых существенных статей расходов являются расходы на техническое обслуживание судов, а одной из главных проблем современного судоходства — проблема биологического обрастания.

Проблема биологического обрастания судов и морских сооружений существует с момента начала освоения человеком водных просторов. В воде присутствует множество микроорганизмов, которые самостоятельно прикрепляются к медленно движущимся или неподвижным объектам, образуя биологическую пленку, которая в дальнейшем раз-

растается в колонии более крупных организмов [7], например, таких как баянусы (рис. 1, см. вторую сторону обложки).

На сегодняшний день можно выделить следующие основные последствия, связанные с биологическим обрастанием судов:

- существенное повышение сопротивления движению корпуса судна или корабля в воде, как следствие — уменьшение скорости хода судна и возрастание издержек на транспортировку. (Обрастание корпусов кораблей русской эскадры привело к падению скорости хода [9] на 2...3 узла, что явилось, по мнению экспертов, одной из причин поражения российского флота в Цусимском сражении);
- повышенный расход топлива и горюче-смазочных материалов, вследствие этого — увеличение стоимости перевозок водным путем, снижение длительности автономного плавания судов, что в некоторых случаях может быть недопустимо (например, для судов, проходящих Северным морским путем), а также приводит к возрастанию выбросов парниковых газов в атмосферу;
- наличие обрастаний по борту кораблей является важным демаскирующим признаком, недопустимым для некоторых классов кораблей, прежде всего, подводных;
- разрушение покрасочного слоя и ускорение коррозии корпусов кораблей и судов;
- миграция особей микро- и макроорганизмов в несвойственные им места обитания — так называемое биологическое загрязнение.

По исследованиям известно, что затраты, связанные с биологическим обрастанием морских судов, ежегодно составляют более 3 млрд долларов [5].

На настоящий момент для борьбы с описанным явлением применяются следующие технологии:

- **очистка судна от обрастаний в сухом доке** (рис. 2, см. вторую сторону обложки) — один из наиболее распространенных методов. Недостатком является высокая затратность метода, длительность работ по очистке, проблема синхронизации очистки нескольких судов, необходимость наличия сухого дока;
- **очистка корпуса судна водолазами** (рис. 3, см. вторую сторону обложки) — также достаточно распространенная технология, однако требует высококвалифицированного персонала. Такую очистку сложно осуществлять в зимнее время года, кроме того, во время такой очистки может быть повреждена часть покрасочного слоя, что недопустимо;
- **применение специальных покрытий и красок.** Наиболее эффективными покрытиями на сегодняшний день являются вещества на основе ТВТ (трибутилтитана), но вместе с тем они наиболее

токсичны, в связи с чем на такие покрытия наложен полный запрет Международной Морской Организацией (ИМО), вступивший в силу в 2008 году [1, 4];

- **применение мобильных роботов.** Данный метод, безусловно, является одним из перспективных направлений развития средств очистки корпусов судов.

За последние 10 лет было разработано несколько таких систем, к примеру, Ultrastrip (США), Octopus (Европейский союз), OPTIMISE (Европейский союз). В отечественной практике такие роботы разрабатывались под руководством проф. В. Г. Градецкого [6]. Преимуществом роботов является возможность автоматизации процесса очистки и мониторинга корпусов судов, что ведет к повышению эффективности и качества выполнения соответствующих операций. Постоянство качества очистки при этом достигается путем автоматического контроля технических параметров системы, например, скорости перемещения робота, а также силы взаимодействия рабочего инструмента (чистящей системы) с поверхностью корпуса судна. Тем не менее, существующие на сегодня автоматизированные решения в данной области обладают существенным недостатком — неспособностью автономной работы. Под автономностью здесь подразумевается невозможность навигации робота на корпусе судна без участия человека-оператора.

В рамках 6-й Рамочной программы Европейского союза был реализован проект HISMAR [8], направленный на повышение автономности мобильных роботов для очистки корпусов судов от биологического обрастания.

### Структура робота HISMAR

Робот имеет модульную структуру, и в ее состав входят следующие основные модули (рис. 4):

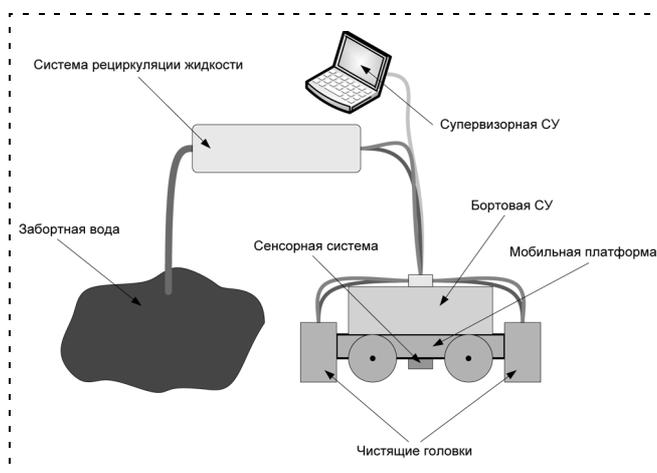


Рис. 4. Структура системы HISMAR

- мобильная платформа (транспортный модуль с системой крепления к корпусу судна);
- система очистки (чистящие головки и система рециркуляции жидкости);
- сенсорная система;
- система управления (СУ).

Рассмотрим приведенные модули более подробно.

### Транспортный модуль и система крепления к корпусу судна

Транспортный модуль HISMAR представляет собой мобильную четырехколесную платформу, имеющую четыре независимых привода. Колесный тип движителей был выбран в качестве основы для построения транспортного модуля, так как обладает рядом преимуществ по сравнению с гусеничными и шагающими движителями, а именно:

- более простой кинематической схемой;
- относительной дешевизной изготовления;
- простотой герметизации подвижных частей;
- меньшим повреждением окрашенной поверхности корпуса судна, чем при использовании гусеничного типа движителя, за счет проскальзывания колес.

На рис. 5 представлена принципиальная модель транспортной платформы в составе всей системы.

В качестве системы крепления к корпусу судна было решено использовать специальную магнитную систему, способную развивать усилие до 3500 Н.

### Система очистки

Для осуществления очистки на платформе установлены две чистящие системы, использующие воду под высоким давлением. Система рециркуляции

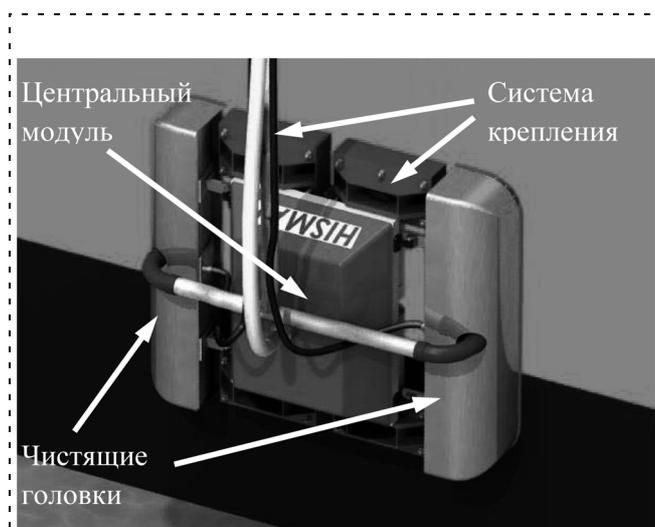


Рис. 5. Принципиальная модель системы HISMAR

жидкости (см. рис. 4), установленная на поверхности, фильтрует отработавшую жидкость, тем самым препятствуя попаданию спор обрастателей и частиц токсичных веществ в портовые воды.

Ширина очищаемой полосы составляет 1,2 м, при этом максимальная расчетная скорость движения робота достигает 0,48 м/с.

Преимуществом систем очистки водой высокого давления является то, что рабочее усилие может плавно регулироваться в широком диапазоне. Эта возможность позволяет удалять с очищаемой поверхности только биологическое обрастание, не затрагивая при этом защитное покрытие корпуса судна. При использовании же щеток в качестве инструмента такого эффекта добиться сложно.

Обе очистные системы (фронтальная и задняя), установленные на робот, дублируют функции друг друга. Необходимость установки именно двух систем вызвана возвратно-поступательным характером движения в режиме чистки судна, позволяющим исключить потребность разворота робота на 180°, который приводит к повреждению покрытия корпуса судна. Кроме того, отпадает необходимость в проектировании специальной системы крепления кабелей к роботу.

### Система управления

Система управления (СУ) робота HISMAR состоит из двух основных блоков — бортовой и супервизорной систем управления.

*Бортовая СУ* отвечает за транспортные функции мобильной платформы, за сбор и базовую обработку сенсорной информации, *супервизорная СУ* — за автономную навигацию, картографирование корпуса судна или корабля, а также взаимодействие с человеком-оператором.

На рис. 6 представлена укрупненная структура системы управления.

Центральным по значению модулем системы является система навигации. Именно система навигации обеспечивает возможность функционирования робота в автономном режиме. Данная система содержит специализированную систему чувствления, разработанную в ходе проекта, и содержит следующие подсистемы:

- *ODRS* (Optical Dead Reckoning System) — оптическая система измерения пути;
- *MLRS* (Magnetic Landmark Recognition System) — система распознавания магнитных меток.

Оптическая система измерения пути представляет собой специализированную систему технического зрения, измеряющую перемещения по двум осям на плоскости, построенную на основе оптических датчиков, применяемых в компьютерных манипуляторах типа "мышь" [3]. Использование

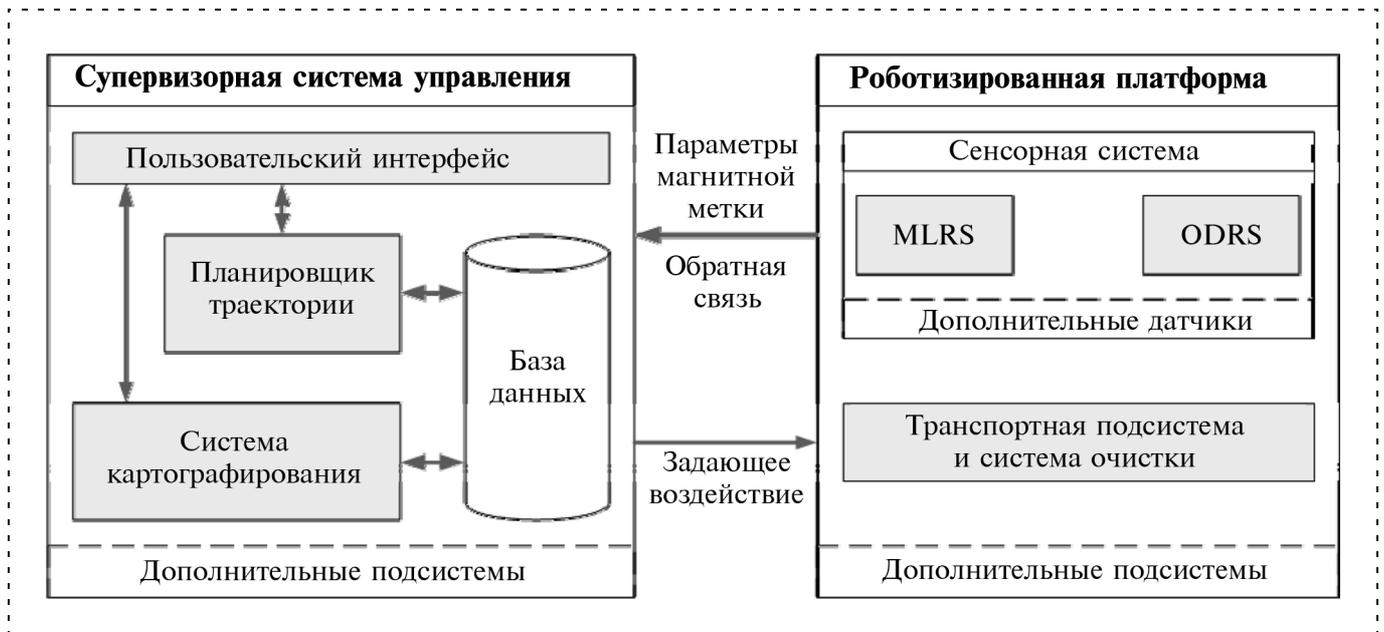


Рис. 6. Укрупненная структура системы управления

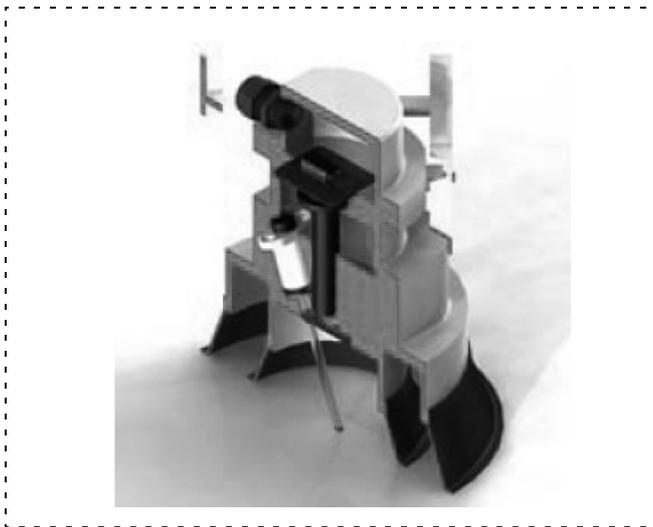


Рис. 7. Оптическая система измерения пути в разрезе

подобной системы позволяет уменьшить негативное влияние проскальзывания колес на поверхности корпуса судна (рис. 7).

Система распознавания магнитных меток служит для детектирования внутренней структуры корпуса судна (рис. 8). Эти данные в дальнейшем используются для создания карты и последующей навигации робота с их помощью.

На рис. 8 также показана последовательность очистки — она заключается в движении робота вдоль корпуса судна вперед и назад, сверху вниз. Как было сказано выше, система имеет две очистные головки, таким образом, по достижении горизонтальной границы траектории робот начинает двигаться в противоположную сторону без осуществления разворота.

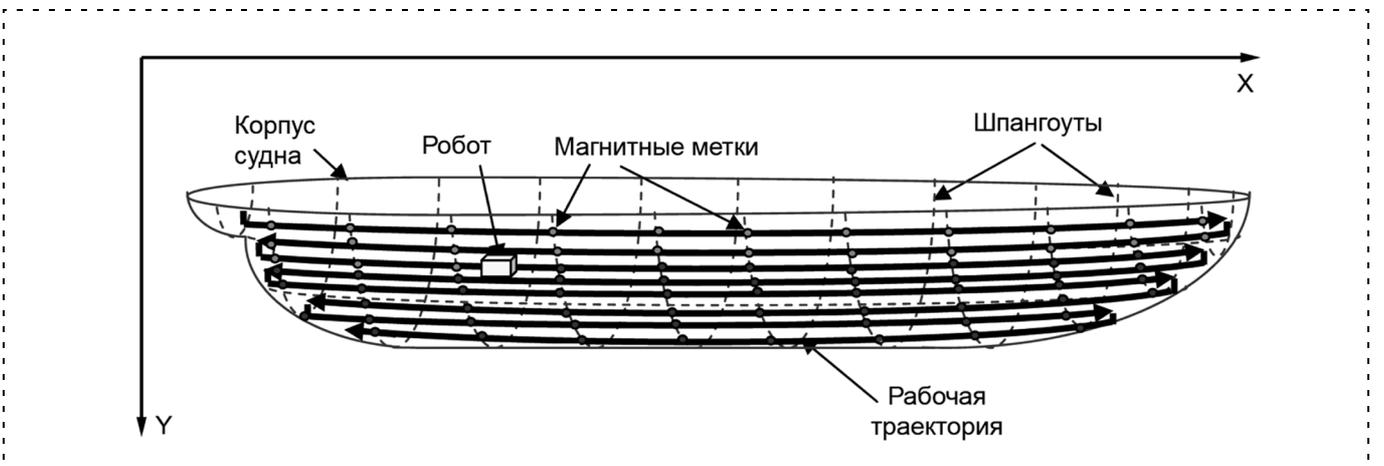


Рис. 8. Схема очистки корпуса судна

В качестве дополнительных датчиков ориентации в систему включены два инклинометра, отображающих углы тангажа и крена. Кроме того, возможно использование дополнительной системы технического зрения и датчика глубины.

Другая важная составляющая системы навигации — это специализированное программное обеспечение (ПО), которое, во-первых, используя данные, поступающие с ODRS и MLRS, составляет карту корпуса судна, а во-вторых, осуществляет навигацию по ранее созданной карте.

Программное обеспечение супервизорной СУ состоит из следующих частей:

- системы картографирования и навигации;
- редактора карты.

Данные модули взаимодействуют друг с другом через набор XML-файлов, располагающихся в файловой системе супервизорной СУ.

Система картографирования предназначена для сбора базовой сенсорной информации, а также для формирования карты магнитных меток. На такой карте каждой магнитной метке ставятся в соответствие уникальные координаты  $X$  и  $Y$ . Далее полученное "облако точек" обрабатывается оператором в *редакторе карт*, где он формирует базовый контур карты, наносит препятствия и определяет регионы, которые должны быть очищены роботом. Отметим, что объекты карты представляют собой набор замкнутых контуров, аппроксимированных прямыми линиями, и хранятся в векторном виде.

Когда карта сформирована, система автоматически генерирует рабочую траекторию робота для очистки заданных регионов, при этом, если регионы расположены по отношению к друг к другу не вплотную, то выполняется поиск кратчайшего пути между ними. Для поиска кратчайшего пути используется широко известный алгоритм  $A^*$  [2]. Преимуществом данного алгоритма является возможность направленного поиска цели. Это достигается путем применения специальной эвристической функции, которая и формирует направление дальнейшего поиска.

Алгоритм  $A^*$  ( $A$ -звездочка) представляет собой алгоритм поиска на графе и применяется для поиска оптимального пути между двумя указанными вершинами. Данный алгоритм использует преимущества таких алгоритмов, как "первый — лучший" (Best-First-Search) и алгоритм Дейкстры. Таким образом, применяя эвристическую функцию, алгоритм находит наилучший путь, проходящий через заданную вершину. Эвристическая функция служит для ограничения области поиска и позволяет сократить вычислительные затраты.

Отметим, что под термином "наилучший путь" подразумевается путь, оптимизированный опреде-

ленной эвристической функцией. Такая оптимизация, к примеру, позволяет найти самый быстрый, самый короткий или самый безопасный путь.

Несмотря на то, что  $A^*$  является алгоритмом, работающим на графе, он также может быть применен и для поиска пути на карте любого вида, например, представляющей собой сетку с квадратными ячейками.

Для определения вершин графа (или ячеек на карте), которые будут использоваться для поиска кратчайшего пути, в алгоритме используется следующее выражение:

$$f(n) = g(n) + h(n),$$

где  $g(n)$  — "стоимость" перемещения из стартовой вершины в смежную к текущей вершине  $n$ ;  $h(n)$  — эвристическая функция, позволяющая вычислить оценочную стоимость перемещения из вершины  $n$  в целевую вершину.

В простейшем случае в качестве эвристической функции при поиске кратчайшего пути на карте может использоваться евклидово расстояние между текущей и целевой точками.

Для поиска оптимального пути в алгоритме используются два приоритетных (отсортированных) списка — открытый и закрытый списки. Открытый список содержит вершины, которые необходимо исследовать, а закрытый — вершины, которые уже были исследованы.

Каждую итерацию алгоритм выбирает из открытого списка вершину с минимальным значением  $f(n)$  и помещает ее в закрытый список. Затем алгоритм проверяет все смежные вершины, игнорируя те, которые уже находятся в закрытом списке. Остальные вершины помещаются в открытый список, и текущая вершина для них устанавливается как родительская. Если рассматриваемая смежная вершина уже находится в открытом списке, то алгоритм проверяет, "дешевле" ли путь до нее через текущую вершину. Если да, то для нее текущая вершина также устанавливается родительской и вычисляются новые значения функций  $f(n)$  и  $g(n)$ . В противном случае параметры вершины не изменяются.

Данный процесс продолжается до тех пор, пока целевая вершина не будет помещена в открытый список. Таким образом, для того, чтобы получить путь от стартовой вершины к целевой, необходимо проследить последовательность родительских вершин в обратном направлении, т. е. от целевой вершины к стартовой.

Поскольку  $A^*$  является алгоритмом поиска на графе, редактор карт перед генерацией траектории также формирует "граф видимости" на базе информации о препятствиях.

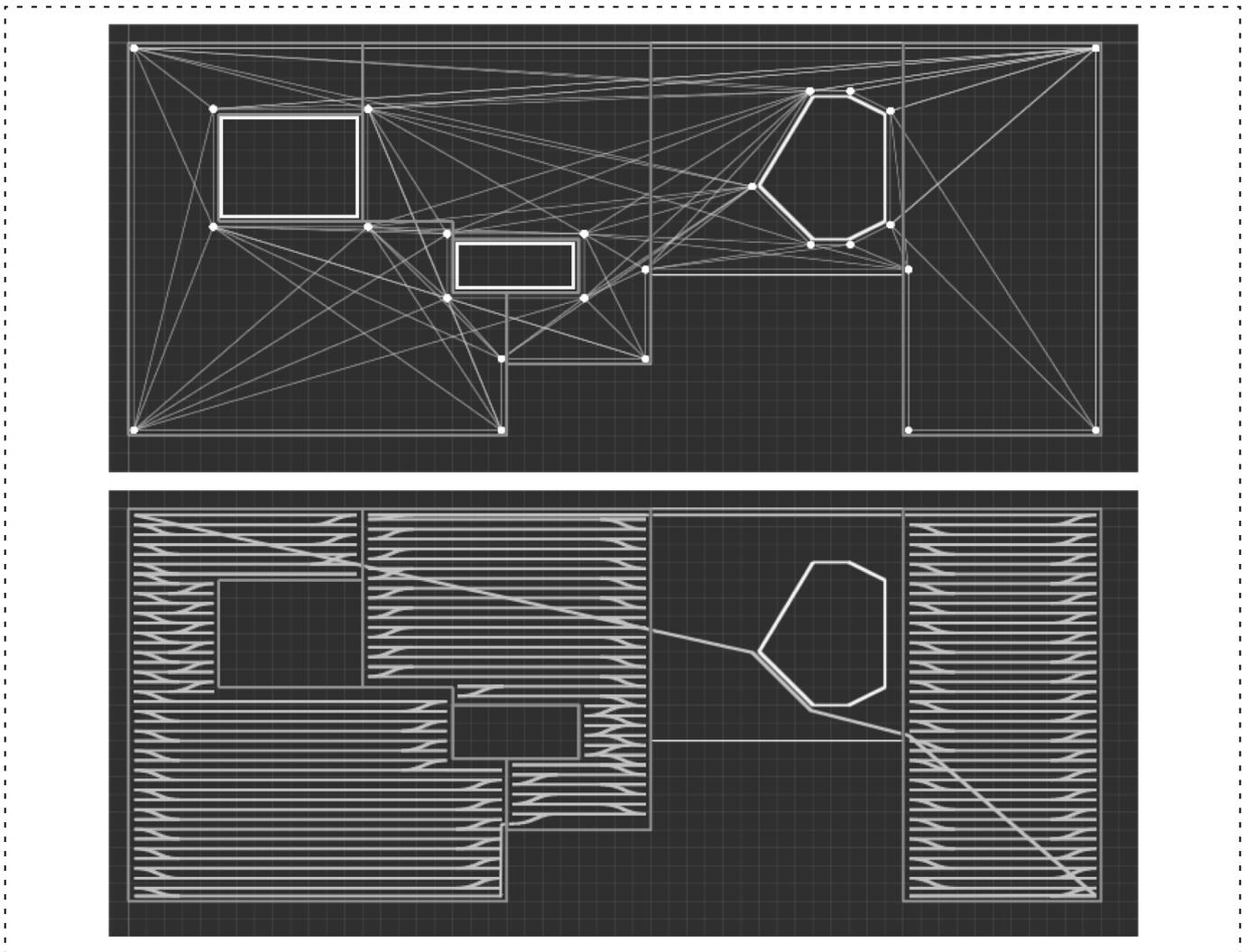


Рис. 9. Пример карты в редакторе: сверху — "граф видимости", внизу — рабочая траектория

Примеры графа видимости, а также сгенерированной рабочей траектории показаны на рис. 9.

Для формирования такой траектории был сформирован конечный автомат, показанный на рис. 10.

После подготовки карты она передается в навигационное программное обеспечение, которое, используя данные о траектории и магнитных метках, осуществляет автономную навигацию робота.

Интерфейс супервизорной системы управления представлен на рис. 11.

Данное программное обеспечение позволяет:

- локализовывать систему (задавать начальные координаты);
- получать и сохранять магнитные метки, переданные бортовой СУ;
- визуально наблюдать гистограммы магнитных меток;
- контролировать данные, поступающие с датчиков положения робота;
- визуально наблюдать перемещение робота;

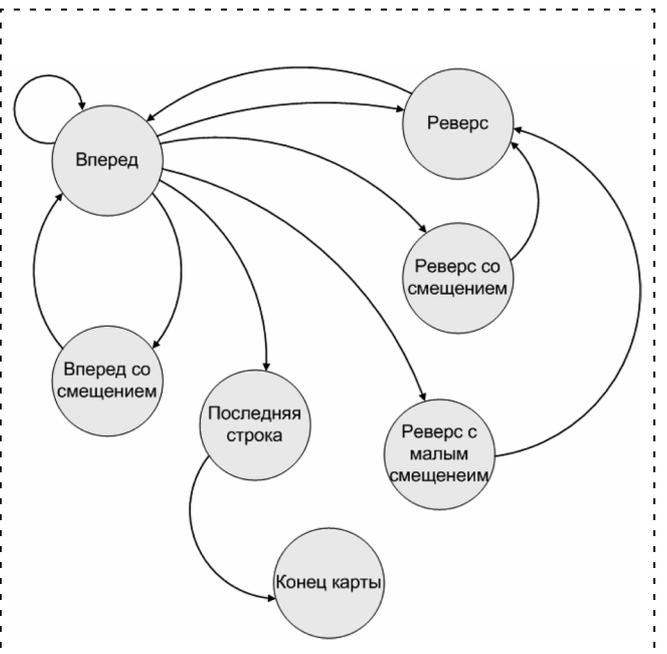


Рис. 10. Конечный автомат для формирования рабочей траектории

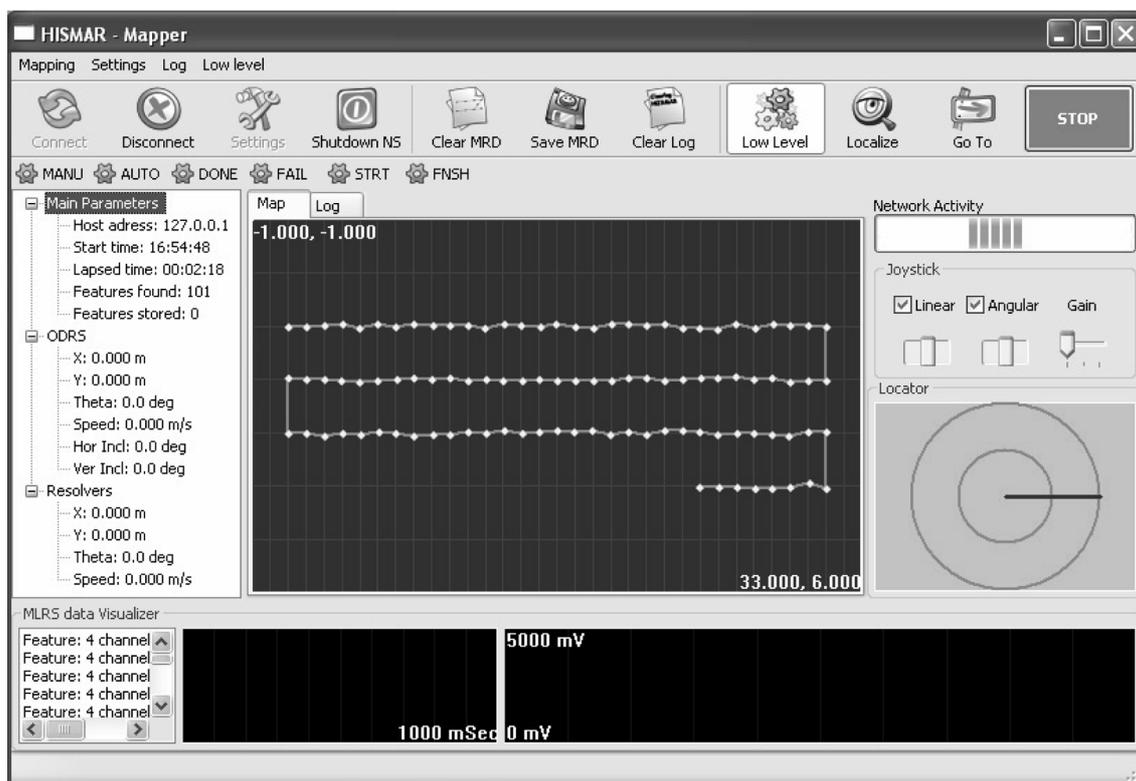


Рис. 11. Интерфейс супервизорной системы управления

- управлять роботом в ручном режиме с помощью джойстика;
- передавать бортовой системе управления траектории для автономного движения;
- корректировать накопленную ошибку перемещения по магнитным меткам.

### Заключение

Применение роботов для очистки корпусов кораблей и судов от обрастаний является важной областью применения мобильных роботов. Однако перед исследователями стоит важная задача по повышению автономности таких роботов. В первую очередь, это касается вопроса создания систем автономной навигации роботов на корпусах судов.

Данная задача была успешно реализована в рамках проекта HISMAR. Внешний вид прототипа представлен на рис. 12 (см. вторую сторону обложки).

На момент заключительной встречи участников проекта (апрель 2009 года) успешно завершены лабораторные испытания созданного прототипа. В ближайшем будущем планируется проведение заключительных испытаний на корпусе реального судна.

*Пояснение.* Автономный робот для очистки корпусов судов HISMAR создан в рамках выполнения одноименного международного проекта, финансируемого Европейским союзом. Координатором проекта выступал Университет Ньюкасла (Великобритания). МГТУ "СТАНКИН" выступал вторым академическим

партнером. Помимо этого в консорциум входили 8 промышленных предприятий и компаний Европейского союза, а также Военно-морское училище Тайланда. Более подробно о проекте можно прочитать в [8].

Часть приведенных материалов является также результатом выполнения научно-исследовательского проекта "Исследование принципов построения многосенсорных мобильных робототехнических интеллектуальных систем", финансируемого в рамках АВЦП "Развитие научного потенциала Высшей школы" Федерального агентства по образованию Минобрнауки РФ.

### Список литературы

1. **Anti-fouling** convention enters into force // IMO News. The Magazine of the International Maritime Organization. 2008. Issue 4. P. 10.
2. **Hart P. E.** et al. A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths // IEEE Transactions of Systems and Cybernetics. July 1968. Vol. SSC-4. N 2.
3. **Tunwattana N., Roskilly A. P., Norman R.** Investigations into the effects of illumination and acceleration on optical mouse sensors as contact-free 2D measurement devices // Sensors and Actuators A: Physical. V. 149. Iss 1. P. 87–92.
4. **TBT ban** convention adopted. IMO News // The Magazine of the International Maritime Organization. 2001. P. 6. Issue 4.
5. **Townsin R. L.** The Ship Hull Fouling Penalty // Biofouling. 2003. Vol. 19.
6. **Градецкий В. Г., Рачков М. Ю.** Роботы вертикального перемещения. М.: Изд. РАН, Отделение проблем машиностроения, механики и процессов управления, 1997.
7. **Морские** обрастания и древоточцы // Тр. Института океанологии АН СССР. Т. 49. М., 1961.
8. **Официальный** веб-сайт проекта HISMAR <http://www.hismar.eu/>
9. **Сорокин А. И., Краснов В. Н.** Корабли проходят испытания. Л.: Судостроение, 1985.

УДК 534.6

**В. Ф. Головин**, канд. техн. наук, доц.,  
**М. В. Архипов**, ассистент,  
**В. В. Журавлев**, ассистент,  
Московский государственный  
индустриальный университет,  
medicalrobot@mail.ru

## Проблемы развития робототехники в восстановительной медицине

*Рассматривается состояние робототехники в восстановительной медицине и возможные перспективы ее развития. Обсуждаются проблемы расширения сферы применения робототехники в восстановительной медицине в направлении профилактики оздоровления, сохранения и повышения работоспособности населения. Показано, что для обеспечения высокого терапевтического эффекта, безопасности и сервиса необходимо использование адаптивной интеллектуальной робототехники.*

**Ключевые слова:** медицинская робототехника, восстановительная медицина, позиционно-силовое управление, биотехническое управление, адаптивное интеллектуальное управление.

### Обзор состояния робототехники для восстановительной медицины

Помимо таких известных областей внедрения робототехники в медицину, как хирургия, протезирование, сервис [2], робототехника также применяется в восстановительной медицине, причем в основном для непосредственных манипуляций на мягких тканях (массаж) и манипуляций на суставах. Последние распространены в ортопедии [3], в спортивной практике [4], для лечения инвалидов в постинсультный период и больных, имеющих последствия ДЦП [5].

В 1997 г. на втором форуме IARP по медицинской робототехнике была представлена только одна разработка с использованием робототехники для восстановительной медицины — робот для массажа [6]. В 2002 г. на сайте голландской фирмы [7] появилось описание робота для массажа Tickle — "щекочущей букашки". В 2003 г. был создан российский робот для шлейф-массажа [8]. В 2005 г. на сайте Силиконовой долины [9] появилось сообщение об использовании робота Puma для массажа. За основу этого робота была взята идея, изложенная в [6]. К сожалению, о развитии этой работы не-

известно. Перечисленные выше работы представляют все известные роботы для массажа, если не иметь в виду многочисленные аппаратные средства для массажа, например массажные кресла [10].

Роботы, выполняющие манипуляции на суставах, известны, во-первых, по российской работе [6] и сообщению университета в Болонье [11], где описывалось применение робота Puma.

В 1998 г. на рынке появилась система для терапии и релаксации американской фирмы "Biodex" [12]. Это привод, управляемый по положению, скорости и усилию. Ось привода совмещается с осью одного из суставов пациента: коленного, тазобедренного, голеностопного, плечевого, локтевого, кистевого. Привод может обеспечивать активные и пассивные режимы для мышц пациента: изометрический режим (мышцы сокращаются без изменения суставного угла), изокинетический (движение с постоянной скоростью), изотонический (движение с постоянным усилием). Если крутящий момент привода больше, чем момент мышечного напряжения, мышцы уступают (эксцентрический режим для мышц). Если момент у мышечного напряжения больше, чем крутящий момент привода, мышцы укорачиваются (концентрический режим для мышц).

В 2003 г. швейцарская фирма "Lokomat" [13] выпустила систему для реабилитации поврежденных нижних конечностей. На коленный и тазобедренный суставы каждой ноги пациента закрепляют по два привода. Оси каждого привода выставляются по осям соответствующих суставов. Система управления генерирует такие сигналы для приводов, которые "навязывают" ногам пациента правильные согласованные движения, восстанавливая необходимый динамический стереотип опорно-двигательного аппарата.

В 2004 г. швейцарская фирма CMV AG начала выпуск биомеханической системы "Con-trex" для измерения мышечных усилий и тренировок в режиме тренажера [14]. По назначению система "Con-trex" может считаться аналогом системы "Biodex". Существенным недостатком "Biodex" и "Con-trex" как одноприводных роботов является ограниченность траекторий только дугами окружностей. Робот "Lokomat" имеет по два привода на каждую ногу пациента и несколько большие возможности. Для манипулирования частью тела в пространстве необходим робот с шестью приводами. Это роботы Puma, Kuka, PM-01, к сожалению, немедицинского назначения.

## Медицинские роботы для профилактики и оздоровления

Внедрение роботов в восстановительную медицину, как правило, связано с терапией и реабилитацией. Системы "Biodex", "Lokomat" и "Cont-rex" выпускаются очень малыми сериями. Стоимость системы "Lokomat" составляет около \$1,5 млн. Однако некоторые разработки роботов могут найти массовый спрос. Речь идет об одной из центральных концепций восстановительной медицины "Здоровье здоровых" [15]. "В основу концепции развития здравоохранения и медицинской науки в Российской Федерации на 2001—2005 гг. и на период до 2010 г. положена здоровьесцентрическая модель системы здравоохранения, суть которой состоит в акценте на сохранение здоровья здорового человека" (А. Н. Разумов, академик РАМН, директор РНЦ ВМиК) (рис. 1, см. третью сторону обложки). О необходимости развития профилактической медицины сто лет назад говорил Нобелевский лауреат 1904 г. И. П. Павлов (рис. 2, см. третью сторону обложки): "Профилактическая медицина достигает своих социальных целей только в случае перехода от медицины патологии к медицине здоровья здоровых".

Роботы могут найти массовый спрос в качестве развитых аппаратных средств массажа в повседневной жизни населения. О необходимости оздоровительного массажа писал в своей диссертации "Материалы к вопросу о действии массажа на здоровых людей" русский ученый Н. В. Заблудовский (рис. 3) более ста лет назад [16]. Тогда это было фантастикой и ученый лишь мечтал о возможности дозирования воздействий на аппаратных средствах будущего. В настоящее время мечты великого предсказателя могут быть реализованы при обращении к развитой адаптивной и интеллектуальной робототехнике.

Задача, в первую очередь, состоит в развитии предложенной Н. В. Заблудовским концепции нового подхода к физической культуре человека с участием не только волевых движений, но и массажа. Массаж может иметь как функцию релаксации, так и мобилизации. В оптимальном сочетании

этих функций физическая культура сможет в большей степени способствовать сохранению и повышению запасов здоровья и повышению работоспособности при физическом и умственном труде.

Во вторую очередь, задача заключается в разработке методологии физической культуры с участием робототехники. Сложность проблемы состоит в пока очень небольшой практике применения роботов для предлагаемой физической культуры. Потенциально роботы обладают определенными достоинствами в сравнении с руками врача, например, в части дозирования усилий, точности повторения движений и, конечно, в части неустойчивости. Вместе с тем, пока руки врача обладают значительно большими манипуляционными и контрольными возможностями.

При дефиците роботов для восстановительной медицины в настоящее время развитию концепции новой физической культуры значительную помощь могут оказать специалисты по биомеханике и физиологии при построении моделей механического и биомеханического взаимодействия рук и врача, и робота с мягкими тканями и суставами пациента. Эти исследования должны также включать измерение статических, динамических и импедансных характеристик мягких тканей и суставов [17].

В настоящее время некоторый опыт в работе со здоровыми людьми приобретен при исследованиях с использованием робота РМ-01. Это шестистепенный робот, одна из версий базовой модели робота Puma американской фирмы Unimation. Некоторые работы начаты с роботом KR-16 немецкой фирмы Kuka. Робот KR-16 имеет такую же кинематическую модель, примерно такие же размеры и развиваемые усилия, как робот РМ-01, но, в сравнении с российским роботом, является более "свежим" (выпуск 2006 г.), со значительно большими программными возможностями. Опыт работы с роботом РМ-01 [18] и добровольцами (рис. 4, 5, 6, см. третью сторону обложки) говорит о всегда положительных эмоциях в восприятии пациентом инструментов робота и их движений. Проведена специальная работа по сравнению восприятия пациентом рук робота и врача. Если врач адаптирует свои движения

под движения робота, чаще всего, пациент не отличает руки робота и врача. Это дает определенный оптимизм в дальнейшей адаптации теперь уже руки робота к руке врача. Многие из движений врача при массаже робот повторяет, выдерживая заданные усилия. Это является положительной оценкой механической работы робота, однако терапевтический эффект от руки робота пока не исследовался. Прежде чем исследовать терапевтический эффект от руки робота,

"Нельзя ли воспользоваться усовершенствованиями механики для устройства таких машин, которые заменили бы действия рук? Стоило бы изобрести машину, силу которой можно было бы в каждый момент определять в цифрах и вместо работы массажера иметь дело с работой, выраженной в цифрах. Другими словами – вместо того, чтобы количество целебного средства взять на глазок, взвешивать его на точных весах."



Рис. 3. Н. В. Заблудовский, диссертация "Материалы к вопросу о действии массажа на здоровых людей", 1882 г.

нужно знать терапевтический эффект от рук врача, особенно при исследовании прогресса в реабилитации пациентов со значительными патологиями и повреждениями, а затем проводить исследования в оздоровительном массаже.

### Необходимость адаптивного и интеллектуального управления роботами для восстановительной медицины

Для решения проблемы биотехнического управления необходима информация о том, какие параметры мышц пациента, его состояния являются информативными, т. е. с помощью каких параметров можно оценивать прогресс в процедуре, стабильность или ухудшение состояния. Примером могут быть параметры гемодинамики: частота сердечных сокращений, артериальное давление, время распространения пульсовой волны. Другой вопрос состоит в том, какие параметры воздействия оказывают влияние на состояние пациента? Примерами таких параметров могут быть усилия, скорости, вид движений, число повторений отдельных приемов, общее время процедуры и др. Если установить корреляцию между параметрами воздействий и параметрами состояния, то задача биотехнического управления может считаться поставленной [19].

Поскольку связи между параметрами воздействий и параметрами состояния пациента интерпретируются врачами с допускаемыми нечеткостями, то возможными методами анализа и синтеза системы биотехнического управления могут быть мягкие вычисления на основе нечетких логик, нейросетей и гибридных сетей [2]. Нечеткость является лишь одной из граней недетерминированности [20]. Она возникает в процессе объединения нескольких объектов, имеющих одно и то же свойство. Это объединение имеет размытые границы. В случае указанных выше параметров нечеткими являются представления о связях между параметрами. Другой гранью недетерминированности является неопределенность, возникающая из-за недостатка знаний, относящихся к появлению события. Формой неопределенности является случайность, вводимая вероятностными характеристиками. В системе биотехнического управления описание силового взаимодействия робота с пациентом в большей степени определяется случайными процессами, в частности, связанными с индивидуальным рельефом тела каждого пациента, индивидуальными упругими свойствами мягких тканей.

Предлагаемая биологическая обратная связь по измеряемым параметрам состояния пациента предполагает пассивное, бессознательное участие пациента в процедуре. Однако биологическая обратная связь эффективно может использоваться

как активная, учитывающая сознательное определение состояния самим пациентом. Это могут быть сигналы, подаваемые пациентом вербально, джойстиком, пневмогрушей [21].

С учетом реализации биологических обратных связей система управления роботом становится более развитой, чем эргатическая человеко-машинная система, где предполагается взаимодействие двух агентов: человека-оператора и машины. Действительно, взаимные двухсторонние связи объединяют трех агентов: пациента, робота, врача (рис. 7). Появляются проблемы ответственности за принятие решений, необходимости разработки дружественного интерфейса, языка, средств безопасности.

Биологическая обратная связь образует внешний контур системы управления роботом. Внутренним подчиненным является контур позиционно-силового управления, который необходим для адаптации робота к индивидуальным физическим особенностям пациента. Из возможных способов адаптации позиционно-силовое управление является, пожалуй, самым естественным. Действительно, существует ассоциация незрячих массажистов, у которых недостаток зрительной информации восполняется более тонкой осязательной чувствительностью. Силовым управлением обладают роботы "Biodex", "Lokomat" и "Cont-rex" [12, 13, 14] для движений конечностей в суставах. Усилия в суставах определяются с использованием токов двигателей, что ограничивает множество динамических задач. Для многосуставных роботов предпочтительно размещение многокомпонентного датчика между конечным звеном манипулятора — инструментом или схватом, — что дает возможность непосредственно измерять вектор усилия взаимодействия робота с пациентом.

Известные алгоритмы позиционно-силового управления, направленные на механообработку

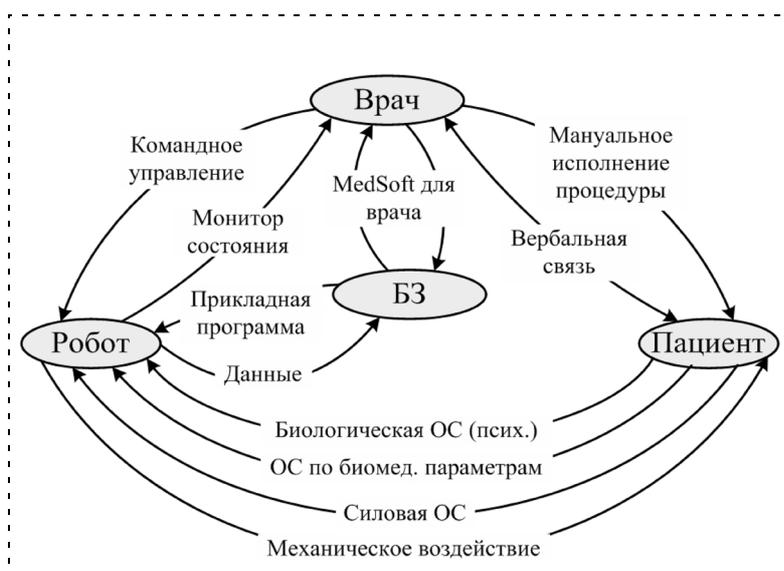


Рис. 7. Трехагентная система управления "Врач-Робот-Пациент"

конструкционных материалов, должны быть адаптированы к мягким тканям [18, 22]. Специфика состоит в пространственном деформировании мягких тканей в отличие от резания конструкционных материалов, когда инструмент прижимается к обрабатываемой поверхности. В случае мягких тканей происходит деформация и сжатия, и растяжения, и кручения, и сдвига, и изгиба.

В исследованиях, проведенных с участием робота РМ-01, применялся лишь однокомпонентный датчик усилия. Усилие измерялось вдоль инструментальной оси робота. Конструктивно простой однокомпонентный датчик усилия позволяет выполнять силовое сканирование рабочей поверхности, когда запоминается массив точек, образованных деформированием мягких тканей с заданным усилием. Несмотря на положительные результаты в реализации множества приемов массажа, схема с указанным датчиком имеет существенные ограничения. Во-первых, массажные манипуляции требуют в общем случае силового управления по шести координатам: трем усилиям вдоль ортогональных осей и трем моментам вокруг этих осей. Полезной биомеханической задачей было бы определение наиболее существенных силовых координат для реальных массажных движений, повторяющих руки профессионала, или тех координат, которые приводят к наибольшему биомеханическому или физиологическому эффекту. Во-вторых, ограничение однокомпонентного датчика связано с измерением и движением вдоль инструментальной оси, которые не совпадают с нормалью к поверхности тела. Задача — вычислять нормаль при обучении сканированиям поверхности или по измеренным силовым составляющим многокомпонентного датчика.

Одной из возможностей повышения качества отслеживания заданного усилия является использование повторяемости движений в приемах при постепенном наращивании усилия до заданного. Этот способ может быть использован также для уточнения положения нормали.

Дружественный интерфейс для врача предполагает ряд задач адаптации к пациенту, которые сегодня реализуются с помощью технического зрения. Это три задачи: привязка системы координат пациента к системе координат робота, определение координат биологических активных точек, обеспечение безопасности пациента. Возникающие при этом проблемы связаны с трехмерностью тела пациента, его подвижностью, вызванной давлением инструмента, дыханием, произвольными смещениями, а также с наличием фона от врача, робота, кушетки, диагностических средств. Системы технического зрения могут быть реализованы в виде одной или нескольких неподвижных камер или в виде камеры, закрепленной на руке робота. Более простые решения возможны с применением репе-

ров — красок, светодиодов. Их может фиксировать на пациенте врач, например, в биологически активных точках или на седьмом шейном позвонке, копчике. Реперные точки могут быть не только прямыми указателями координат для отработки их роботом, но по ним с участием базы знаний на основе медицинских атласов и баз данных о пациентах, сформированных на предыдущих сеансах, могут планироваться траектории движений робота, например, при массаже. Особый интерес представляет определение координат биологических активных точек по изображению тела пациента с использованием знаний традиционной восточной медицины, где каждая биологическая активная точка описывается в привязке к характерным участкам тела пациента, его костей с использованием меры пропорциональности — цуня.

Поскольку речь идет о внедрении робототехники в медицину, очевидно, необходимо соблюдение первой заповеди медиков — "не навреди!". Поэтому на робототехнику переносятся все проблемы обеспечения безопасности, свойственные медицинской технике [23, 24]. Так как медицинский робот является активным и "разумным", то система безопасности организуется в нескольких уровнях: программных и аппаратных. Самый верхний уровень отключения робота или отведения его руки от пациента, в первую очередь, предоставляет приоритет врачу, а затем пациенту. Это отключение или отведение руки можно осуществлять рядом аварийных кнопок, в том числе в руке пациента. Позиционно-силовое управление робота позволяет отводить руку при непредвиденном превышении задаваемого усилия по сигналу силового датчика. Алгоритм аварийного биотехнического управления отключает робот или отводит руку в случае превышения каким-либо параметром состояния пациента задаваемого значения для данного пациента. Чтобы избежать установки ошибочных режимов или программ перед манипуляциями на пациенте робот выполняет ряд тестов, в том числе, проводя инструмент по контрольным точкам.

### Заключение

В предположении положительного решения отмеченных выше проблем открытым остается вопрос — оптимистична ли реализация роботов для восстановительной медицины? Почему от начала исследований (получения патента в 1997 г.) существенный прогресс не заметен? Возможно, что недостаточные исследования не позволяют пока разомкнуть круг из двух вопросов: вопрос медиков к инженерам — не слишком ли сложны и дороги такие роботы, вопрос инженеров к медикам — какую серию выпускать, будет ли спрос?

*Статья написана при поддержке гранта РФФИ № 09-08-00261-а.*

## Список литературы

1. Головин В. Ф., Саморуков А. Е. Патент № 214833 на изобретение "Способ массажа и устройство для его осуществления". М., 1998.
2. Golovin V., Zhuravlev V., Arkhipov M. The medical robotics control in conditions of uncertainties // Тр. 4-й межд. конф. "Участие молодых ученых в реализации инновационных технологий". М.: МГИУ, 2006.
3. Головин В. Ф. Позиционно-силовое управление медицинским роботом для ортопедии // Тр. конф. "Искусственный интеллект". Дивноморск, 2007.
4. Головин В. Ф., Саморуков А. Е. Манипуляционные роботы как тренажеры для медицины, физкультуры и спорта // Тр. конф. "Тренажерные технологии и симуляторы". СПб, 2002.
5. Головин В. Ф., Еремушкин М. А., Рачков М. Ю., Снегирев А. Ю. Возможности адаптивной и интеллектуальной манипуляционной робототехники для восстановительной медицины и обеспечения жизнедеятельности инвалидов // Матер. Всеросс. науч. форума "Реаспомед—2008". М.: Изд. МГИУ, 2006.
6. Golovin V. Robot for massage // Proc. of JARP 2nd Workshop on Medical Robotics. Heidelberg (Germany), 1997.
7. <http://www.xs4all.nl/~notnot/tickle/TICKLEcat.html>
8. Мансуров О. И. Патент № 36225 "Робот для шлейф-массажа" от 10.03.2004.
9. Jones K. C., Winncy Du. Development of a massage robot for medical Therapy // Department of Mechanical & Aerospace Engineering, P. O. Box 0087, 1 Washington Square, San Jose, CA 95192. San Jose State University (USA), 2004.
10. <http://www.fujichair.ru/>
11. Micera S., Chiara Carrozza M., Guglielmelli E., Barboni L., Zaccone F., Freschi C., Dario P. "On the Use of Robotic Devices for Neurorehabilitation after Stroke" // The 11th International Conference on Advanced Robotics. 2003.
12. [http://sportnd.ru/shop\\_model2.phtml?m=1825](http://sportnd.ru/shop_model2.phtml?m=1825)
13. <http://www.membrana.ru/articles/health/2004/10/26/185400.html>
14. <http://www.con-trex.ch/index.php>
15. Здоровье здоровых, научные основы восстановительной медицины / Под ред. А. Н. Разумова, В. И. Покровского. М.: РАМН, РНЦ ВМиК, 2007.
16. Заблудовский Н. В. Материалы к вопросу о действии массажа на здоровых людей. М.: 1882.
17. Головин В. Ф., Рачков М. Ю. Измерение параметров мягких тканей при управлении медицинским роботом // Тр. конф. "Экстремальная робототехника". СПб., 2006.
18. Головин В. Ф. Мехатронная система для манипуляций на мягких тканях // Мехатроника, автоматизация, управление. 2002. № 7.
19. Головин В. Ф., Архипов М. В. Алгоритмы биотехнического управления роботами для восстановительной медицины // Тр. конф. "Экстремальная робототехника". СПб., 2008.
20. Новак В., Перфильева И., Мочкорж И. Математические принципы нечеткой логики. М.: Физматлит, 2006. 352 с.
21. Оглоблин С. И., Молчанов А. Ю. Инструментальная дестекция лжи. М.: Ньюанс, 2004. 464 с.
22. Головин В. Ф., Разумов А. Н., Рачков М. Ю., Журавлев В. В. Модуль силовой адаптации медицинского робота // Информационно-измерительные и управляющие системы, спец. выпуск. М.: Радиотехника. 2006. Т. 4. № 1—3.
23. Golovin V., Gladkih E., Nikiforova V. The problems of safety and technical aesthetics in robotics // Тр. 4-й Межд. конф. "Участие молодых ученых в реализации инновационных технологий". М.: МГИУ, 2006.
24. Головин В. Ф., Никифорова В. А. Безопасность медицинской техники // Тр. конф. "Экстремальная робототехника". СПб., 2006.

УДК 681.518

**С. В. Козлов**, инженер, **Д. М. Чумаков**, инженер,  
**Е. Г. Точинский**, канд. техн. наук, проф.,  
Московский государственный институт  
радиотехники, электроники и автоматики  
(технический университет)  
[tochinski@mirea.ru](mailto:tochinski@mirea.ru)

## Многофункциональный контроллер видеокamеры рентгеновского преобразователя

*Рассматривается один из возможных вариантов реализации на программируемой логической интегральной схеме (ПЛИС) контроллера управления ПЗС-матрицей видеокamеры рентгеновского преобразователя. Обсуждается разработка контроллера, реализующего функции управления, накопления и обработки оптических данных на аппаратном уровне. Проведены исследования по оптимизации контроллера для повышения производительности системы сбора и обработки информации. Описаны перспективы развития данного решения.*

**Ключевые слова:** рентгеновский преобразователь, микроконтроллер, прибор с зарядовой связью (ПЗС), программируемая логическая интегральная схема (ПЛИС), аналого-цифровой преобразователь (АЦП), буфер FIFO, адаптер VGA, динамическая память DDR2, биннинг, гистограмма.

## Введение

В настоящее время одним из перспективных направлений неразрушающего контроля качества изделий является создание рентгенотелевизионных систем с возможностью получения и обработки изображений на персональном компьютере. В рамках этой задачи возникает необходимость разработки специализированной цифровой видеокamеры на основе высокочувствительной ПЗС-матрицы, имеющей относительно невысокую стоимость. Помимо стоимости конкурентоспособность такой камеры напрямую зависит от ее разрешающей способности, с увеличением которой резко возрастает нагрузка на систему сбора и обработки информации. Поиск рациональных путей построения таких систем является в настоящее время одной из важнейших задач при создании видеокamер на основе новейших ПЗС [1].

В данной статье описывается разработка специализированного контроллера, реализующего на аппаратном уровне функции управления ПЗС-матрицей и АЦП, накопления и первичной обработки оптических данных. Применение недорогого контроллера, способного решить большой спектр задач, снизит функциональную нагрузку на микропроцессор и, следовательно, повысит производительность системы.

## Система захвата изображения

Контроллер должен обеспечивать управление ПЗС-матрицей (далее — матрица) высокого разрешения FTF3020M фирмы Dalsa, оптимально используя представленные в ней новые механизмы скоростного считывания данных, тактирование и сбор информации с 12-битного АЦП VSP1221 фирмы Texas Instruments, а также накопление полученной информации во внутренней памяти с последующей передачей ее микропроцессору для дальнейшей обработки. В качестве элементной базы для построения контроллера изначально была выбрана программируемая логическая интегральная схема (ПЛИС) Spartan-3 фирмы Xilinx (модификации S400). Эта дешевая и быстрая ИС с объемом внутренней памяти 288 Кбит идеально подходит для решения поставленной задачи [2].

Выполним анализ возможностей ПЛИС. Основной функцией контроллера является функция управления ПЗС. Сигналы интегрирования и очистки пикселей, а также вертикального и горизонтального сдвигов данных в матрице ПЛИС формирует, анализируя лишь состояние группы определенных внутренних регистров. Перед обработкой в системе данные из матрицы оцифровываются в АЦП, поэтому тактирование АЦП — неотъемлемая часть алгоритма управления. Весь алгоритм поставлен в зависимость от внешнего сигнала разрешения работы, что решило проблему перехода от режима "один снимок" к "серийной съемке" и обратно.

В 6-мегапиксельной ПЗС-матрице FTF3020M для увеличения скорости сбора данных реализован метод скоростного (двух- или четырехстороннего) считывания, при котором матрица условно делится на половины или четверти. Чтение секторов происходит параллельно, как из отдельного устройства, поэтому увеличение сторон считывания не усложняет алгоритм управления матрицей, однако по той же причине ведет к увеличению числа АЦП.

Для удобства взаимодействия с системой извне в микропроцессорах устанавливаются операционную систему. При этом процессор утрачивает возможность работы в реальном масштабе времени. Это означает, что в момент прихода данных он, возможно, будет занят некоторой прикладной программой, и на переключение уйдет время. Данные будут потеряны. В связи с этим возникла необходимость создания промежуточного хранилища хотя бы одной строки данных.

Существуют различные варианты организации памяти. Для наших задач был выбран двухпортовый синхронный буфер FIFO (First In First Out), так как именно этот тип отвечает последовательному характеру доступа к данным и учитывает вероятность одновременного чтения и записи информации.

При параллельном скоростном считывании данных из матрицы каждому АЦП предоставлен отдельный буфер FIFO. Левая половина строки сдви-

гается слева направо, а правая — справа налево. К тому же при считывании с четырех сторон одновременно обрабатываются две равноудаленные от центра поля строки. Развернуть кадр на данном этапе наиболее оптимально программными средствами.

Для увеличения чувствительности камеры используется метод объединения соседних пикселей (биннинг). При этом чувствительность возрастает, а разрешение падает пропорционально числу объединенных пикселей. Во столько же раз уменьшается поток, передаваемый в персональный компьютер.

Существуют три метода реализации биннинга: программный, аппаратный и физический.

Программный биннинг — достаточно ресурсоемкая задача, реализуемая в процессорных системах.

В аппаратном биннинге определяющим фактором является емкость ПЛИС. Пусть максимальное число пикселей в каждом стеке FIFO  $D = 2000$ ; ширина слова АЦП  $W = 12$  бит; тип памяти (FIFO) — двухпортовая; использовано очередей FIFO соответственно формуле:  $F = BS$ , где  $B = 4$  — степень биннинга;  $S = 4$  — число сторон считывания матрицы. Требуется использовать объем памяти ПЛИС:  $V = W \cdot D \cdot 2 \cdot F = 768\,000$  бит. Расчет показал, что в исходной интегральной схеме полноценный аппаратный биннинг невозможен, так как объем ее внутренней памяти (288000 бит) значительно меньше требуемой. Необходимо вводить ограничения, менять ПЛИС или использовать иной метод.

Самым простым и скоростным является физический биннинг, реализуемый внутренними средствами ПЗС-матрицы. Сложение строк и пикселей и, соответственно, накопление заряда осуществляет сама матрица под влиянием управляющих сигналов контроллера. В отличие от других матриц (например, Sony ICX285AL) FTF3020M от Dalsa поддерживает физическое объединение пикселей. Для организации биннинга были внесены изменения в алгоритм формирования управляющих сигналов.

Изменения, прежде всего, коснулись процессов формирования сигналов горизонтального (линейного) и вертикального (пиксельного) сдвигов данных в ПЗС. Так, для формирования одного пикселя оптических данных при биннинге "2 × 2" ( $B = 2$ ) необходимо сложить заряды четырех смежных пикселей: два по горизонтали и два по вертикали. Физически в матрице это осуществляется следующим образом. В выходной регистр посредством вертикального сдвига перемешивают две строки пикселей, причем заряды, принадлежавшие смежным по вертикали пикселям, складываются в ячейках регистра. Только после этого происходит горизонтальный сдвиг. Горизонтальный сдвиг отличается от обычного тем, что сигнал суммирования выходного усилителя выдается лишь каждому второму пикселю, что обеспечивает сложение зарядов двух соседних ячеек выходного регистра на выходе ПЗС-матрицы.

Очевидно, что при биннинге ПЗС-матрица считывается быстрее: время, затрачиваемое на пиксельную синхронизацию, сокращается в  $B$  раз. К тому же в  $B^2$  раз уменьшается поток данных, подлежащий накоплению и передаче микропроцессору. Поэтому биннинг может также использоваться для увеличения скорости получения кадра.

В связи с тем, что при пиксельном сдвиге полезным можно считать только каждый  $B$ -й пиксель, запись во внутреннюю память должна осуществляться только для каждого  $B$ -го активного пикселя.

Параметр биннинга устанавливает микропроцессор посредством записи соответствующих битов в контрольный регистр контроллера, однако принять к исполнению новый параметр можно только во время простоя ПЗС-матрицы.

В контроллере также разработан модуль, реализующий функцию автоматической адаптации, которая применяется при съемке объектов с разной плотностью или если сложно предсказать оптимальную экспозицию. При включении режима автоматической адаптации выполняется пробный снимок. Затем диаграмма распределения яркостей изображения (гистограмма) подвергается контроллером анализу. По результатам анализа выбирается основная экспозиция [3].

#### Автоматическая адаптация

Работа видеокамеры в составе рентгенотелевизионной системы имеет некоторые особенности [4]:

- непрерывное время работы рентгеновского аппарата может быть ограничено;
- в большинстве случаев требуется однократный режим получения снимка;
- необходимо добиваться не только высокой чувствительности видеокамеры, но и наибольшего соотношения сигнал/шум;
- изображение, получаемое на экране люминофора, характеризуется значительной зашумленностью.

С учетом данных особенностей был разработан алгоритм автоматической адаптации. Процесс выбора оптимальной экспозиции состоит из нескольких этапов:

- делается короткая оценочная экспозиция (пробный снимок), на основании которой строится таблица распределения яркостей (гистограмма);
- в гистограмме выполняется поиск максимума (под максимумом гистограммы понимается значение наиболее яркого пикселя, при котором данный пиксель и еще более яркие пиксели встречаются в кадре не менее некоторого порогового значения раз);
- зная время экспозиции и используя тот факт, что яркость накопленного изображения пропорциональна времени накопления, осуществляется предсказание итогового времени накопления;
- в случае превышения предсказанным временем некоторого порогового значения принимается решение о группировке соседних пикселей (биннинг).

Рассмотрим каждый из этих этапов с точки зрения аппаратной реализации.

Для того чтобы построить гистограмму, в RTL-модель контроллера (модель на уровне регистровых передач) нужно добавить описание модуля памяти и интерфейс работы с ним. Адрес ячейки памяти сопоставляется со значением яркости пикселя, а информация, хранящаяся по этому адресу, — с числом пикселей в кадре соответствующей яркости. Здесь нужно отметить целесообразность выделения памяти из расчета 6 млн пикселей на каждую ячейку. Необходимо знать, достигнут ли порог числа пикселей при конкретном значении яркости, т. е. ячейки. Это делается для того, чтобы исключить из дальнейшего анализа значения, которые можно классифицировать как шум. Порог должен составлять примерно 3...5 % от общего числа пикселей.

Рассчитаем значение порога и необходимую ширину слова в памяти. Однако прежде надо понять, сможем ли мы обеспечить анализ каждого пикселя при построении гистограммы.

Основным преимуществом аппаратной реализации автоматической адаптации является снятие части функциональной нагрузки с микропроцессора. Вместе с тем известно, что подобные задачи обработки и анализа данных быстрее решаются программным путем. В связи с этим ставится подзадача — приступить к выполнению алгоритма адаптации как можно быстрее. В самом деле, для решения задачи программным методом необходимо сначала накопить и передать весь поток данных в процессор. Если же алгоритм адаптации выполняется в контроллере, накапливать данные в стеках FIFO, а потом, считывая из них данные пиксель за пикселем, строить гистограмму не нужно. Процесс заполнения памяти для гистограммы замещает процесс накопления.

В 6-мегапиксельной ПЗС-матрице FTF3020M для увеличения скорости сбора данных реализован метод скоростного четырехстороннего считывания, поддерживаемый контроллером. Чтение секторов происходит параллельно, что ведет к увеличению числа АЦП и сопоставленных с ними очередей FIFO. Пиксель считывается за шесть тактовых сигналов ПЛИС. При параллельном чтении ПЗС-матрицы за это время в ПЛИС передаются данные о четырех пикселях. Для каждого пикселя при построении гистограммы необходимо:

- выставить адрес ячейки;
- считать текущее значение;
- записать инкрементированное значение в ту же ячейку.

Очевидно, что обновить четыре ячейки памяти за шесть тактовых сигналов невозможно. Поэтому в данном контроллере диаграмма распределения яркости строится на основании каждого второго пикселя, что вполне допустимо. При этом интерфейс обращения к памяти позволяет выбирать пиксели из разных четвертей ПЗС-матрицы, что можно отнести к его безусловным преимуществам.

Искомое пороговое значение, соответственно, равно  $L \approx 0,05 \cdot 6 \cdot 10^6 / 2 = 150\,000$  пикселей. Данный параметр корректируется на этапе экспериментальной проверки видеокамеры, однако уже сейчас можно сказать, что для построения гистограммы необходима ширина слова в памяти 24 бит. Глубина блока памяти зависит от разрядности АЦП, с которого считываются оптические данные, что составляет для VSP1221 фирмы Texas Instruments 12 бит. Отсюда объем занимаемой памяти:  $V_h = 2^{12} \cdot 24 = 98\,304$  бит.

Построив гистограмму, следует перейти к поиску ее максимума. Поиск осуществляется от ячейки памяти со старшим адресом в сторону младших адресов. Значение каждой ячейки считывается и подвергается анализу. Максимум есть первая найденная ячейка, значение которой в сумме с предыдущими значениями равно  $L$  (порогу). Выполнение данного механизма может занять от 2 до 8 192 тактов.

На следующем этапе алгоритма автоматической адаптации необходимо предсказать оптимальное время экспозиции, увеличив значение времени накопления пробного снимка во столько же раз, во сколько найденный максимум  $M$  гистограммы меньше требуемого ( $MAX = 4\,096$ ). Исходя из того, что оценочная экспозиция была достаточно короткой, можно говорить о том, что коэффициент увеличения не меньше 1, а искомая экспозиция не может быть меньше оценочной. Сложность дальнейших вычислений для аппаратного уровня довольно высока, так как коэффициент не всегда является целым числом. Далее рассматривается метод, представляющий решение данной подзадачи без участия микропроцессора.

Вычисление коэффициента усиления происходит в два этапа, представленных в виде двух состояний цифрового автомата. Автомат работает следующим образом. В первом состоянии вычисляется целая часть коэффициента. Если значение  $M$  принадлежит отрезку  $[0, MAX/2]$ , то целая часть коэффициента больше 1. Пусть  $F_1$  — целое, тогда в общем случае: если  $M \leq MAX(1/F_1)$ , максимум гистограммы  $M$  и время экспозиции  $T$  нужно увеличивать в  $F_1$  раз до тех пор, пока не станет  $M \notin [0, MAX/2]$ . Так как сравнение происходит за один такт, принимаем  $F_1 \in [2, 6]$ , дабы не усложнять вычисления. По этой же причине  $M$  и  $T$  могут увеличиваться несколько раз, прежде чем автомат перейдет в следующее состояние. Сравнение начинается с наибольшего  $F_1$ . Во втором состоянии происходит вычисление дробной части коэффициента. Для данного состояния автомата стратегия остается практически неизменной. Пусть  $F_2$  — целое, тогда в общем случае: если  $M \leq MAX(1 - (1/2)^{F_2})$ , то новые значения  $M$  и  $T$  вычисляются по формуле:  $N' = N + N/2^{F_2}$ , где  $N'$  — новое значение  $M$  или  $T$ , а  $N$  — текущее. При  $F_2 \in [2, 6]$  в итоге можно добиться погрешно-

сти, не превышающей  $\frac{1}{64} MAX$ . Сравнение начинается с наименьшего  $F_2$ . Заметим, что деление числа на  $2^F$ , где  $F$  — целое, не является сложной для аппаратного уровня операцией, так как соответствует сдвигу регистра на  $F$  разрядов вправо. По выходу из цифрового автомата получаем новые значения максимума гистограммы  $M$  и искомой экспозиции  $T$ .

Завершающим этапом алгоритма автоматической адаптации является принятие решения о биннинге. Метод объединения соседних пикселей (биннинг) используется для увеличения чувствительности камеры. При этом чувствительность возрастает, а разрешение падает пропорционально числу объединенных пикселей. Во столько же раз уменьшается поток, передаваемый в персональный компьютер. Этим методом придется воспользоваться, если непрерывное время работы рентгеновского аппарата ограничено и предсказанная экспозиция больше данного предела. При этом искомое время накопления следует сократить в четыре раза для биннинга "2 × 2", в 16 раз — для биннинга "4 × 4" и т. д.

#### Хранение, передача и использование данных

При тестировании системы сбора и обработки информации было установлено, что в случае скростного считывания ПЗС-матрицы микропроцессор не успевает считывать из внутренней памяти контроллера все предоставляемые данные. В связи с этим было принято решение об использовании в системе динамической памяти DDR2, управляемой контроллером.

Для решения задачи была выбрана модель MT47H32M16 DDR2 SDRAM фирмы Micron, обладающая следующими характеристиками:

- слово 16 бит (позволяет хранить 12-битное слово оптических данных в одной ячейке);
- четыре блока (соответствует четырем сторонам чтения ПЗС);
- каждый блок состоит из 1 024 столбцов и 8 192 строк (таким образом, DDR2 может одновременно хранить 4, 16, 64 или 256 кадров в зависимости от биннинга).

Память DDR2 используется как посредник в обмене данными между контроллером и микропроцессором. Так как чтение в данном случае происходит после того, как кадр полностью записан в память DDR2, внедрение внешней динамической памяти сделало возможным и целесообразным разворот кадра средствами контроллера.

Для эффективности работы памяти DDR2 очень критична возможность работы модуля управления памятью на больших тактовых частотах. Поэтому данный модуль тактируется сигналом отдельного ДСМ-блока, а сопряжение по данным с другими модулями происходит посредством буферов FIFO с раздельными тактовыми сигналами для чтения и записи.

Использование памяти DDR2, а также переход на более вместительную элементную базу (FPGA Xilinx Spartan-3AN S700AN) позволили реализовать в микроконтроллере VGA-адаптер, передающий изображение на экран дисплея без участия микропроцессора. Алгоритм считывания данных при этом следующий:

- считывать из DDR2, если в памяти хотя бы один кадр;
- считывать следующий кадр, если он имеется в памяти, иначе — текущий.

Кроме всего прочего, для реализации интерфейса обмена информацией с микропроцессором, включающего 16-битную шину данных, 4-битную шину адреса и три сигнала управления, в ПЛИС был спроектирован дешифратор адреса.

### Перспективы развития

При увеличении объемов производства данной аппаратуры возможна замена элементной базы с перепрограммируемой FPGA на заказную ASIC. При этом для увеличения контролепригодности аппаратуры в целом и данного микроконтроллера в частности в последний можно внедрить систему встроенного самотестирования (BIST), позволяющую отслеживать работоспособность системы на всех этапах ее жизненного цикла. Идея BIST не нова, но используется в основном в разработках зарубежных компаний. Сегодня средства автоматизации технологии BIST разрабатываются и отечественными программистами. В течение нескольких лет стоит ожидать роста популярности у нас данной технологии.

### Заключение

Была поставлена задача проектирования многофункционального контроллера ПЗС-матрицы видеокамеры рентгеновского преобразователя. Проведенный анализ возможностей элементной базы (ПЛИС) показал, какие функции целесообразно реализовать аппаратно, а какие — возложить на процессор. По результатам анализа разработаны поведенческая и структурная модели контроллера. RTL-модель написана на языке Verilog HDL. Устройство реализовано на программируемой логической интегральной схеме FPGA Xilinx XC3S700AN и используется.

### Список литературы

1. Козлов С. В. Контроллер управления ПЗС матрицей видеокамеры рентгеновского преобразователя // Научно-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых специалистов МИЭМ. Тез. докл. Сер. ИД № 0617. 2008. С. 291—292.
2. Чумаков Д. М., Козлов С. В. Применение ПЛИС в специализированных цифровых видеокамерах // Известия ТПУ. Т. 312. Сер. Математика и механика. Физика. Т.: 2008. № 2. (Приложение. Труды международной научно-технической конференции "Неразрушающий контроль и диагностика"). С. 334—336.
3. Чумаков Д. М., Козлов С. В., Усачев В. Е. Аппаратная реализация метода автоматической адаптации для специализированных цифровых видеокамер // Известия ТПУ. Т. 312. Сер. Математика и механика. Физика. 2008. № 2 (Приложение. Труды международной научно-технической конференции "Неразрушающий контроль и диагностика"). С. 331—334.
4. Чумаков Д. М., Щетинкин С. М., Чахлово С. В. Алгоритм автоматической адаптации цифровой видеокамеры в составе рентгено-телевизионной системы // Тр. 54 науч.-техн. конф. Московского государственного института радиотехники, электроники и автоматики (технический университет). М.: МИРЭА, 2005. С. 32.

## Поздравляем Юбиляра!

*Заведующему кафедрой "Робототехнические системы" Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана, председателю Учебно-методического совета по направлению "Мехатроника и робототехника", доктору технических наук, профессору, известному ученому, крупному специалисту в области теории и практики автоматического и автоматизированного управления, одному из разработчиков научных основ робототехники, заместителю главного редактора журнала "Мехатроника, автоматизация, управление"*

## Аркадию Семеновичу ЮЩЕНКО

исполнилось 70 лет.

Талантливый ученый и преподаватель, А. С. Ющенко является одним из ярких представителей ведущей отечественной научной школы по робототехнике академика Е. П. Попова, автором более 200 научных трудов, включая широко известные монографии и учебные пособия по актуальным проблемам автоматизации, мехатроники и робототехники.

Высокий профессионализм, широкая эрудиция, большая трудоспособность, чуткость и отзывчивость снискали ему большое уважение учеников и коллег.

*Уважаемый Аркадий Семенович!*

*Редакционный совет и редакционная коллегия журнала поздравляют Вас и желают Вам крепкого здоровья, большого счастья, новых творческих успехов в Вашей многогранной деятельности!*



## Управление и информатика в авиакосмических и морских системах



### Главный редактор:

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

### Редакционная коллегия:

АЛЕКСЕЕВ В. В.  
БЕЛОКОНОВ И. В.  
БУКОВ В. Н.  
ВАСИЛЬЕВ В. И.  
ГОДУНОВ В. А.  
ГУРЕВИЧ О. С.  
ГУРСКИЙ Б. Г.  
ЕФИМОВ В. В.  
ЗАЙЦЕВ А. В.  
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.  
НЕСТЕРОВ В. А.  
ОХТИЛЕВ М. Ю.  
ПАНКРАТОВ В. М.  
РАСПОПОВ В. Я.  
САБО Ю. И.  
СТЕПАНОВ О. А.  
СОЛДАТКИН В. М.  
ТЕРЯЕВ Е. Д.  
ФИЛИМОНОВ Н. Б.  
ШИРЯЕВ В. И.  
ШКОЛИН В. П.

### Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.  
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.  
ЛЫСЕНКО А. В.  
ЧУГУНОВА А. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

### Гребнев О. Н., Корсун О. Н.

Минимизация погрешностей идентификации, обусловленных неточной информацией о структуре математической модели летательного аппарата и системы измерений. . . . . 59

### Прошин И. А., Тимаков В. М., Прошкин В. Н.

Тренажер вертолета с имитацией посадки на взволнованную водную поверхность . . . . . 65

### Бобров М. С., Аверьянов А. М., Чекушкин В. В.

Имитация траекторий движения воздушных объектов для радиолокационных систем управления и контроля воздушного пространства . . . . . 70

**О. Н. Гребнев**, адъюнкт,  
**О. Н. Корсун**, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., нач. каф.,  
 ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского  
 marmotto@rambler.ru

## Минимизация погрешностей идентификации, обусловленных неточной информацией о структуре математической модели летательного аппарата и системы измерений

*Предложен подход, обеспечивающий минимизацию погрешностей идентификации аэродинамических коэффициентов летательного аппарата по данным летного эксперимента, обусловленных неточным определением перекрестного момента инерции и неточной установкой датчиков угловых скоростей относительно связанных осей. Задача решается путем подбора управляющего сигнала. Приведены результаты исследований на математической модели бокового движения летательного аппарата. Полученные результаты подтверждают работоспособность предложенного подхода.*

**Ключевые слова:** идентификация, летные испытания, оценки погрешности, минимизация погрешности, моделирование.

### Введение

В испытаниях авиационной техники значительную роль играют методы моделирования. При этом полнота и качество испытаний существенно зависят от точности применяемых математических моделей (ММ) самолета и системы управления. Для получения проверенных и, при необходимости, уточненных по данным летного эксперимента ММ самолетов используются методы идентификации. В результате анализа погрешностей идентификации было установлено [1], что они в значительной мере зависят от структурных и параметрических отличий модели, принятой при идентификации, от реального объекта.

Для получения количественных оценок были выбраны часто встречающиеся на практике источники погрешностей:

- неточное определение перекрестного момента инерции  $J_{xy}$ ;
- неточная установка датчиков угловых скоростей относительно связанных осей.

### Уравнения пространственного движения летательного аппарата

Для оценки погрешностей метода идентификации, обусловленных неточным определением цен-

тробежного момента инерции  $J_{xy}$  и неточной установкой датчиков угловых скоростей относительно связанных осей, проводились численные исследования на примере идентификации аэродинамических коэффициентов, определяющих боковое движение самолета. Пространственное движение летательного аппарата (ЛА) описывалось дифференциальными уравнениями следующего вида [2]:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[ \left( \frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha + \left( \frac{a_y}{V} - \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right];$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left[ \left( \frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha + \left( \frac{a_y}{V} \cos\beta - \omega_x \right) \sin\alpha \right];$$

$$\frac{dV}{dt} = a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta;$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_x \omega_y + q \frac{Sb_A}{J_z} m_z - \frac{k_{дв} \omega_y}{J_z} - \frac{(P_{пр} + P_{лев}) y_{дв}}{J_z} + \frac{J_{xy} (\omega_x^2 - \omega_y^2)}{J_z};$$

$$\frac{d\omega_y}{dt} = \frac{J_x (J_z - J_x) - J_{xy}^2}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_x \omega_z + \frac{k_{дв} \omega_z J_x}{J_x J_y - J_{xy}^2} + \frac{(P_{пр} + P_{лев}) z_{дв} J_x}{J_x J_y - J_{xy}^2} - \frac{J_{xy} (J_z - J_x - J_y)}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_y \omega_z + \frac{J_x q S l m_y + J_{xy} q S l m_x}{J_x J_y - J_{xy}^2};$$

$$\frac{d\omega_x}{dt} = \frac{J_y (J_y - J_z) + J_{xy}^2}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_y \omega_z - \frac{J_{xy} (J_y + J_x - J_z)}{J_x J_y - J_{xy}^2} \omega_x \omega_z + \frac{J_y q S l m_x + J_{xy} q S l m_y}{J_x J_y - J_{xy}^2};$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma;$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma);$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos\vartheta} (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma);$$

$$\frac{dH}{dt} = V [\cos\alpha \cos\beta \sin\vartheta - \sin\alpha \cos\beta \cos\vartheta \cos\gamma - \sin\beta \cos\vartheta \cos\gamma];$$

где ускорения вдоль осей связанной системы координат [5] задаются соотношениями:

$$a_x = \frac{qS(-C_x + C_p)}{m - g \sin \vartheta} = g(n_x - \sin \vartheta);$$

$$a_y = \frac{qSC_y}{m - g \sin \vartheta \cos \gamma} = g(n_y - \cos \vartheta \cos \gamma);$$

$$a_z = \frac{qSC_z}{m + g \cos \vartheta \sin \gamma} = g(n_z + \cos \vartheta \sin \gamma).$$

В представленных уравнениях используются следующие обозначения:  $\alpha, \beta$  — углы атаки и скольжения;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  — угловые скорости относительно связанных осей;  $\vartheta, \gamma, \psi$  — углы тангажа, крена, рыскания;  $V$  — истинная воздушная скорость;  $H$  — высота полета;  $m_x, m_y, m_z$  — коэффициенты аэродинамических моментов;  $C_x, C_y, C_z$  — коэффициенты аэродинамических сил в связанной системе координат;  $J_x, J_y, J_z$  — моменты инерции относительно связанных осей;  $J_{xy}$  — центробежный момент инерции;  $m$  — масса самолета;  $l, b_A$  — размах крыла и длина средней аэродинамической хорды;  $S$  — эквивалентная площадь крыла;  $q = 0,5\rho_H V^2$  — скоростной напор;  $\rho_H$  — плотность воздуха на высоте полета;  $C_p = P/qS$  — коэффициент тяги двигателей;  $P_{пр}, P_{лев}$  — сила тяги правого и левого двигателей;  $k_{дв}$  — кинетический момент роторов двигателей;  $y_{дв}, z_{дв}$  — координаты двигателя относительно осей связанной системы координат;  $\varphi_{дв}$  — угол установки двигателей;  $a_x, a_y, a_z$  — проекции ускорения ЛА на оси связанной системы координат;  $g$  — ускорение силы тяжести.

С учетом введенных обозначений перегрузки относительно осей связанной системы координат вычисляются по формулам:

$$n_x = \frac{qS(-C_x + C_p)}{gm} = \frac{a_x}{g + \sin \vartheta};$$

$$n_y = \frac{qSC_y}{gm} = \frac{a_y}{g + \cos \vartheta \cos \gamma};$$

$$n_z = \frac{qSC_z}{gm} = \frac{a_z}{g - \cos \vartheta \sin \gamma}.$$

Для проведения исследований была принята следующая модель аэродинамических коэффициентов бокового движения:

$$c_z = c_z^\beta \beta + c_z^{\delta_H} \delta_H;$$

$$m_x = m_x^\beta (\alpha)\beta + m_x^{\bar{\omega}_x} \frac{l}{2V} \omega_x + m_x^{\bar{\omega}_y} \frac{l}{2V} \omega_y +$$

$$+ m_x^{\delta_H} \delta_H + m_x^{\delta_\vartheta} \delta_\vartheta;$$

$$m_y = m_y^\beta (\alpha)\beta + m_y^{\bar{\omega}_x} \frac{l}{2V} \omega_x + m_y^{\bar{\omega}_y} \frac{l}{2V} \omega_y +$$

$$+ m_y^{\delta_H} \delta_H + m_y^{\delta_\vartheta} \delta_\vartheta,$$

где  $c_z^\beta \beta$  — коэффициент производной боковой силы по углу скольжения;  $c_z^{\delta_H} \delta_H$  — коэффициент производной боковой силы по отклонению руля направления;  $m_x^\beta \beta$  — коэффициент производной бокового момента крена по углу скольжения;  $m_x^{\bar{\omega}_x} \omega_x$  — коэффициент производной бокового момента крена по углу скорости крена;  $m_x^{\bar{\omega}_y} \omega_y$  — коэффициент производной бокового момента крена по углу скорости рыскания;  $m_x^{\delta_H} \delta_H$  — коэффициент производной бокового момента крена по отклонению руля направления;  $m_x^{\delta_\vartheta} \delta_\vartheta$  — коэффициент производной бокового момента крена по отклонению элеронов;  $m_y^\beta \beta$  — коэффициент производной бокового момента рыскания по углу скольжения;  $m_y^{\bar{\omega}_x} \omega_x$  — коэффициент производной бокового момента рыскания по углу скорости крена;  $m_y^{\bar{\omega}_y} \omega_y$  — коэффициент производной бокового момента рыскания по углу скорости рыскания;  $m_y^{\delta_H} \delta_H$  — коэффициент производной бокового момента рыскания по отклонению руля направления;  $m_y^{\delta_\vartheta} \delta_\vartheta$  — коэффициент производной бокового момента рыскания по отклонению элеронов.

В целях получения тестовых данных для идентификации выполняли моделирование системы в течение временного интервала  $t = 30$  с и при ступенчатых входных сигналах  $\delta_\vartheta$  (ручка управления самолетом) и  $\delta_H$  (руль направления). Для получения оценок аэродинамических коэффициентов использовали указанные входные сигналы. В качестве наблюдаемых выходных сигналов были выбраны угловые скорости  $\omega_x, \omega_y$  и перегрузка  $n_z$ .

В качестве метода идентификации применялся один из вариантов метода максимума правдоподобия [3]. В этом методе принято допущение, что выходные сигналы измеряются со случайными погрешностями, представляющими собой последовательность нормальных независимых векторов с нулевым математическим ожиданием и известной дисперсионной матрицей  $R$ . При проведении иден-

тификации предполагалось, что  $R$  является диагональной матрицей:

$$R = \text{diag} \left[ \frac{1}{\sigma_{\omega_x}}, \frac{1}{\sigma_{\omega_y}}, \frac{1}{\sigma_{n_z}} \right],$$

где  $\sigma_{\omega_x}$ ,  $\sigma_{\omega_y}$ ,  $\sigma_{n_z}$  — СКО шумов измерений угловой скорости крена, угловой скорости рыскания и боковой перегрузки.

### Оценка погрешности идентификации аэродинамических коэффициентов, обусловленной неточным определением центробежного момента инерции

Для оценки влияния погрешности, обусловленной неточным определением центробежного момента инерции, на погрешность идентификации аэродинамических коэффициентов использовали следующую методику. При генерации исходных данных путем моделирования задавали некоторое истинное значение  $J_{xy}$ . В режиме идентификации ММ принимали значения этого параметра, отличные от истинного. В качестве управления применяли тестовый сигнал, представляющий собой последовательность симметричных дач\* в каналах курса и крена.

В качестве критерия точности идентификации принимали относительную погрешность рассогласования значений аэродинамических коэффициентов ММ и оценок аэродинамических коэффициентов, полученных в результате идентификации:

$$\delta_A = \frac{A_{\text{ид}} - A_{\text{ММ}}}{A_{\text{ММ}}} \cdot 100 \%, \quad (1)$$

где  $\delta_A$  — относительная погрешность;  $A_{\text{ид}}$  — значения оценок аэродинамических коэффициентов, полученных при идентификации ММ;  $A_{\text{ММ}}$  — значения аэродинамических коэффициентов ММ, используемых при генерации тестовых данных.

Также в качестве критериев точности рассматривали число обусловленности матрицы вторых производных минимизируемого функционала по идентифицируемым параметрам, а также дисперсии оценок параметров, полученные на основе неравенства Крамера—Рао [4]. Проведенный сравнительный анализ показал наличие значений корреляционной связи между всеми тремя критериями. Так, увеличению значений идентификации соответствовало увеличение числа обусловленности матрицы. При этом было также установлено, что число обусловленности и дисперсия оценок параметров содержат случайные отклонения от указанной за-

\* Дача — это ступенчатое отклонение органа управления летательного аппарата.

Таблица 1

Характеристики точности соответствия аэродинамических коэффициентов модели и оценок, полученных в результате идентификации ММ при неточном задании центробежного момента инерции

$J_{xy}$ , кг·м <sup>2</sup>	$\delta_{m_x^{\delta_a}}$ , %	$\delta_{m_x^{\beta}}$ , %	$\delta_{m_x^{\bar{\omega}_x}}$ , %	$\delta_{m_x^{\bar{\omega}_y}}$ , %	$\delta_{m_y^{\delta_n}}$ , %	$\delta_{m_y^{\bar{\omega}_y}}$ , %	$\delta_{m_y^{\bar{\omega}_x}}$ , %
1041	0,19	1,06	0,17	0,46	0,34	1,44	0,018
520,5	2,05	6,45	1,54	6,45	8,47	10,54	12,16
0	4,01	17,29	2,73	10,54	20,28	27,48	31,66

кономерности. Поэтому в дальнейшем для характеристики точности идентификации был принят простой критерий (3).

В табл. 1 для каждого оцениваемого аэродинамического коэффициента представлена относительная погрешность идентификации, полученная при  $J_{xy} = 1041$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_{xy} = 520,5$  кг·м<sup>2</sup> и  $J_{xy} = 0$  кг·м<sup>2</sup>.

Из результатов исследований видно, что при истинном значении центробежного момента  $J_{xy}$  относительная погрешность идентификации аэродинамических коэффициентов варьируется в пределах от 0,018 % до 1,5 %. Дальнейшее изменение центробежного момента инерции ведет к увеличению относительной погрешности до 30 %. В ходе эксперимента было установлено, что можно подобрать такое управление, которое минимизирует погрешность идентификации аэродинамических коэффициентов. В качестве примера подберем управление, которое минимизирует погрешность идентификации при  $J_{xy} = 0$  кг·м<sup>2</sup>, т. е. для случая, когда при идентификации центробежный момент инерции не учитывался. Методика подбора управления представлена в последнем разделе настоящей статьи. Результаты идентификации представлены в табл. 2.

Сравнения показывают, что если для исходного входного сигнала погрешности составляли 20...30 %, то специальный подбор управления позволил уменьшить их до величины менее 10 %, т. е. до приемлемого уровня. Характеристики точности соответствия выходных сигналов ММ и сигналов, полученных при идентификации, для исходного входного

Таблица 2

Характеристики точности соответствия аэродинамических коэффициентов модели и оценок, полученных в результате идентификации ММ при  $J_{xy} = 0$  кг·м<sup>2</sup> и специально подобранном управляющем сигнале

$J_{xy}$ , кг·м <sup>2</sup>	$\delta_{m_x^{\delta_a}}$ , %	$\delta_{m_x^{\beta}}$ , %	$\delta_{m_x^{\bar{\omega}_x}}$ , %	$\delta_{m_x^{\bar{\omega}_y}}$ , %	$\delta_{m_y^{\delta_n}}$ , %	$\delta_{m_y^{\bar{\omega}_y}}$ , %	$\delta_{m_y^{\bar{\omega}_x}}$ , %
0	7,16	0,014	6,54	9,17	2,56	8,98	3,11

Таблица 3

Характеристики точности соответствия выходных сигналов для исходного входного сигнала при  $J_{xy} = 0 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

СКО $\omega_x, \text{ }^\circ/\text{с}$	СКО $\omega_x, \%$	СКО $\omega_y, \text{ }^\circ/\text{с}$	СКО $\omega_y, \%$	СКО $n_z, \text{ ед. перегр.}$	СКО $n_z, \%$
0,075	0,61	0,20	5,34	0,0038	25,14

Таблица 4

Характеристики точности соответствия выходных сигналов для специально подобранного входного сигнала при  $J_{xy} = 0 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

СКО $\omega_x, \text{ }^\circ/\text{с}$	СКО $\omega_x, \%$	СКО $\omega_y, \text{ }^\circ/\text{с}$	СКО $\omega_y, \%$	СКО $n_z, \text{ ед. перегр.}$	СКО $n_z, \%$
0,084	0,62	0,24	6,25	0,0023	18,29

сигнала приведены в табл. 3, а для специально подобранного входного сигнала — в табл. 4. В качестве характеристики точности взяты СКО невязок между сигналами угловой скорости крена, угловой скорости рыскания и боковой перегрузки, полученных в ММ и при идентификации, а также относительные значения этих СКО, выраженные в процентах от СКО соответствующего сигнала. СКО невязок вычисляются для рассогласований выходных сигналов по следующим стандартным формулам:

$$\sigma(\varepsilon_x) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\varepsilon_{x_i} - M[\varepsilon_x])^2};$$

$$\varepsilon_{x_i} = x_{i\text{изм}} - x_{i\text{оц}};$$

$$M[\varepsilon_x] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{x_i},$$

где  $N$  — число измерений на участке идентификации;  $x_{i\text{изм}}$ ,  $x_{i\text{оц}}$  — измеренные и оцененные значения выходных сигналов.

Относительные СКО невязок вычисляются по формуле

$$\tilde{\varepsilon}_x = \frac{\sigma(\varepsilon_x)}{\sigma(x_{\text{оц}})} \cdot 100 \text{ } \%$$

Анализ табл. 3, 4 показывает, что степень соответствия выходных сигналов, полученных при моделировании и идентификации, примерно одинаково-

ва. В то же время погрешности оценок параметров в обоих случаях существенно различаются. Это указывает на то, что одного анализа рассогласования по выходным сигналам недостаточно для обнаружения факта наличия погрешностей.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что выбор управляющего сигнала позволяет уменьшить погрешность идентификации, обусловленную неточным определением центробежного момента инерции. При этом необходимо использовать априорную информацию об источнике погрешности.

#### Оценка погрешностей идентификации аэродинамических коэффициентов, обусловленных смещением датчиков угловых скоростей относительно связанных осей

В рамках приведенной выше методики также можно решить задачу уменьшения погрешности идентификации аэродинамических коэффициентов, обусловленной неточной установкой датчиков угловых скоростей (ДУС) относительно связанных осей. Для моделирования отклонения углов установки датчиков угловых скоростей относительно осей связанной системы координат предположим, что датчики угловых скоростей выполняют измерения в прямоугольной правой системе координат, которая повернута относительно связанной системы координат на малые углы, которые по модулю не превышают  $2^\circ$ . Преобразования между этими системами координат аналогичны преобразованиям между общепринятыми системами, используемыми в динамике полета. Предполагая, что система координат, образованная осями датчиков, условно соответствует земной нормальной системе координат, рассчитаем выходные сигналы датчиков угловых скоростей через матрицу перехода от связанной к земной нормальной системе координат [5], в которой вместо углов тангажа  $\vartheta$ , крена  $\gamma$  и рыскания  $\psi$  подставим углы смещения осей датчиков  $d\vartheta$ ,  $d\gamma$ ,  $d\psi$ . Далее рассчитанные с учетом смещения осей выходные сигналы датчиков использовали при идентификации. В качестве входного сигнала применяли исходный управляющий сигнал.

Из данных, приведенных в табл. 5, видно, что смещения углов датчиков угловых скоростей относительно связанных осей вносят достаточно боль-

Таблица 5

Характеристики точности соответствия аэродинамических коэффициентов модели и оценок, полученных в результате идентификации ММ при изменении углов установки датчиков угловых скоростей относительно связанных осей при исходном управляющем сигнале

Отклонения относительно связанных осей, $^\circ$	$\delta_{m_x^{\beta}}, \%$	$\delta_{m_x^{\alpha}}, \%$	$\delta_{m_x^{\bar{\omega}_x}}, \%$	$\delta_{m_x^{\bar{\omega}_y}}, \%$	$\delta_{m_x^{\delta_H}}, \%$	$\delta_{m_y^{\bar{\omega}_y}}, \%$	$\delta_{m_y^{\bar{\omega}_x}}, \%$
$d\psi = 0; d\gamma = 0; d\vartheta = 0$	0,19	1,06	0,17	0,46	0,34	1,44	0,018
$d\psi = 2,0; d\gamma = 1,8; d\vartheta = -1,5$	1,68	2,37	1,29	81,17	2,55	59,80	12,64

**Характеристики точности соответствия аэродинамических коэффициентов модели и оценок, полученных в результате идентификации ММ при изменении углов установки датчиков угловых скоростей относительно связанных осей при специально подобранном управляющем сигнале**

Отклонения относительно связанных осей, °	$\delta_{m_x^\delta}, \%$	$\delta_{m_x^\beta}, \%$	$\delta_{m_x^{\bar{\omega}_x}}, \%$	$\delta_{m_x^{\bar{\omega}_y}}, \%$	$\delta_{m_x^{\delta_n}}, \%$	$\delta_{m_y^{\bar{\omega}_y}}, \%$	$\delta_{m_y^{\bar{\omega}_x}}, \%$
$d\psi = 2,0; d\gamma = 1,8; d\vartheta = -1,5$	1,48	1,00	1,22	1,82	2,30	3,19	14,26

Таблица 7

**Характеристики точности соответствия выходных сигналов, полученных в результате моделирования и идентификации модели для исходного управляющего сигнала при  $d\psi = 2,0; d\gamma = 1,8; d\vartheta = -1,5$**

СКО $\omega_x, \text{°/с}$	СКО $\omega_x, \%$	СКО $\omega_y, \text{°/с}$	СКО $\omega_y, \%$	СКО $n_z, \text{ед. перегр.}$	СКО $n_z, \%$
0,11	0,94	0,22	5,97	0,0074	39,56

Таблица 8

**Характеристики точности соответствия выходных сигналов, полученных в результате моделирования и идентификации модели для специально подобранного управляющего сигнала при  $d\psi = 2,0; d\gamma = 1,8; d\vartheta = -1,5$**

СКО $\omega_x, \text{°/с}$	СКО $\omega_x, \%$	СКО $\omega_y, \text{°/с}$	СКО $\omega_y, \%$	СКО $n_z, \text{ед. перегр.}$	СКО $n_z, \%$
0,097	1,60	0,16	5,08	0,00059	4,71

шую погрешность идентификации аэродинамических коэффициентов. Эту проблему также можно решить, подобрав управляющий сигнал.

Результаты, представленные в табл. 6, показывают, что в случае погрешности, обусловленной смещением датчиков угловых скоростей, подбор входного сигнала позволяет существенно уменьшить погрешность идентификации аэродинамических коэффициентов, которая для большинства параметров не превышает 3,2 % по сравнению с 60...80 % в случае исходного управляющего сигнала.

Характеристики точности соответствия выходных сигналов ММ и полученных при идентификации для исходного управляющего сигнала приведены в табл. 7, а для специально подобранного управляющего сигнала — в табл. 8.

Из табл. 7 и 8 видно, что рассогласования по каналам угловых скоростей  $\omega_x$  и  $\omega_y$  примерно одинаковы в обоих случаях, в то время как погрешности оценивания параметров существенно различаются. Этим подтверждается вывод, сделанный в предыдущем разделе: рассогласования по выходным сигналам не являются достаточным основанием для обнаружения погрешностей оценок параметров, вызванных несоответствием модели и объекта. Полученные результаты также показывают, что и для погрешностей, вызванных неточной установкой датчиков угловых скоростей относительно осей связанной системы координат, возможно подобрать входной сигнал, уменьшающий погрешность, однако для этого требуется информация об источнике погрешности.

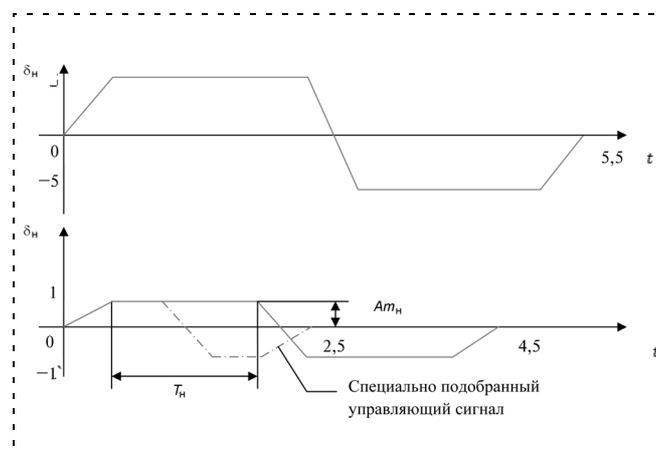
**Методика нахождения области управляющего сигнала**

Управляющий сигнал ЛА, который бы минимизировал погрешность оценок идентификации аэро-

динамических коэффициентов, обусловленных различными факторами, находили следующим образом. В качестве исходного выбирался входной сигнал, представляющий собой последовательность симметричных отклонений органов управления различной длительности. Такие сигналы широко применяются при идентификации и детально описаны, например, в [6]. Исходный сигнал, используемый в данной работе, представлен на рис. 1.

При синтезе управляющего сигнала, минимизирующего погрешность идентификации, отклонения элеронов выбирались теми же, что и в исходном сигнале, а подбор осуществлялся изменением формы отклонений руля направления.

В целях упрощения процедуры синтеза выполнялась параметризация сигнала, т. е. сигнал однозначно выражался через последовательность следующих параметров:  $T_n$  — длительность отклонения руля направления, или дачи;  $Am_n$  — амплитуда дачи руля направления.



**Рис. 1. Исходный управляющий сигнал, используемый при идентификации ( $\delta_z$  — отклонения РУС;  $\delta_n$  — отклонения руля направления)**

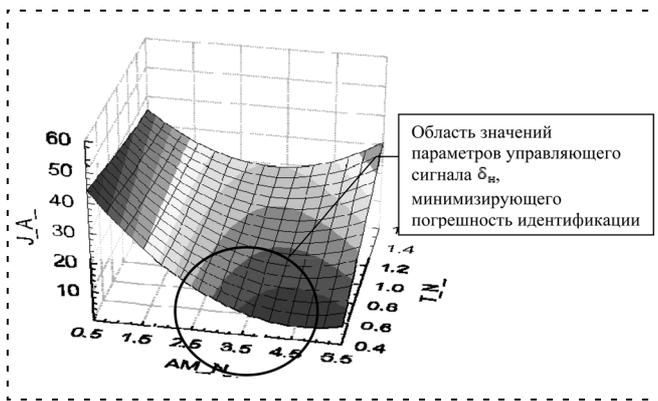


Рис. 2. Область параметров управляющего сигнала, который минимизирует погрешность идентификации аэродинамических коэффициентов, обусловленную неточным определением перекрестного момента инерции

Оптимизационная задача в пространстве двух параметров решается путем перебора, для чего в интервале возможных значений каждого параметра выбираются 4...5 точек с равномерным шагом. В качестве минимизируемого критерия принимается относительная погрешность оценивания аэродинамических коэффициентов (7), определенная по числу идентифицируемых коэффициентов. В данном случае метод перебора, помимо простоты, имеет то преимущество, что позволяет выделить область значений параметров, минимизирующих среднюю погрешность, поскольку решение не единственно. После вычисления функционала в узловых точках осуществляется построение трехмерного графика (рис. 2). На рис. 2 обозначено:

$J_A$  — функционал, рассчитанный по формуле

$$J_A = \frac{|A_{ид}| - |A_{ММ}|}{|A_{ММ}|} \cdot 100 \%;$$

$$|A_{ид}| = \sqrt{A_{ид1}^2 + A_{ид2}^2 + \dots + A_{идk}^2};$$

$$|A_{ММ}| = \sqrt{A_{ММ1}^2 + A_{ММ2}^2 + \dots + A_{ММk}^2};$$

$A_{ид}$  — значение оценки аэродинамических коэффициентов, полученных при идентификации ММ;  $A_{ММ}$  — значение аэродинамического коэффициента ММ, используемого при генерации тестовых данных;  $k$  — число параметров;  $AM_N$  — амплитуда дачи руля направления;  $T_N$  — время дачи рулем направления.

С помощью какой-либо из современных программ графического анализа данных легко определить искомую область. В данном случае она определена интервалами  $T_N \in [0,5; 1,1]$  (с),  $AM_N \in [3,0; 5,0]$  (°). Из этих интервалов выбираются параметры управления. В нашем случае это сигнал, представленный на рис. 1 штрихпунктирной линией.

При выполнении исследований было также установлено, что подобранный входной сигнал сохраняет свои свойства по снижению погрешностей идентификации в случае отклонения параметров модели объекта на 30...40 % номинальных значений, для которых осуществлялся подбор управляющего сигнала.

## Заключение

Представленные в статье результаты показывают, что погрешности идентификации параметров ММ самолетов, обусловленные рассогласованиями в структуре моделей объекта и систем измерений, могут быть существенно уменьшены путем подбора управляющего сигнала. Подбор управляющего сигнала осуществляется численно, при использовании информации об источнике погрешности.

Отметим, что проблема тестовых сигналов для параметрической идентификации традиционно рассматривалась для случайных погрешностей, порождаемых шумами измерений, о которых принимались общераспространенные допущения нормальности, независимости, равенства нулю математического ожидания. Примером такого исследования является [7]. Перечни публикаций по данному направлению представлены в [6, 7]. Новизна настоящей работы заключается в том, что в ней исследуются систематические погрешности, порождаемые структурным несоответствием объекта и модели, принятой при идентификации. Практическая значимость этого направления исследований подтверждается как опытом применения идентификации в летных испытаниях современных самолетов, так и анализом погрешностей идентификации, представленным в [1].

*Работа проводилась при поддержке РФФИ, проект 06-08-00306.*

## Список литературы

1. Корсун О. Н. Принципы параметрической идентификации математических моделей самолетов по данным летных испытаний // Мехатроника, автоматизация, управление. Приложение. 2008. № 06. С. 2—7.
2. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под ред. Г. С. Бюшгенса. М.: Наука, 1998. 811 с.
3. Maine R. E., Iliff K. W. Identification of dynamic systems. Theory and formulation. NASA RP 1138, 1985. 56 с.
4. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / Под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Наука, 1991. 185 с.
5. ГОСТ 20058—80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. М.: Издательство стандартов, 1980. 50 с.
6. Klein V. Estimation of aircraft aerodynamic parameters from flight data. Prog. Aerospace Sci. Vol. 26. P. 1—77, 1989.
7. Овчаренко В. Н. Тестовые входные сигналы в задаче идентификации линейных динамических систем // Тр. II Международного Конгресса "Идентификация систем и задачи управления" (FICPRO'03). М.: Изд. ИПУ РАН. 2003.

**И. А. Прошин**, д-р техн. наук, зав. кафедрой,

**В. М. Тимаков**, доц.,

**В. Н. Прошкин**, канд. техн. наук, доц.,

Пензенская государственная  
технологическая академия, г. Пенза

## **Тренажер вертолета с имитацией посадки на взволнованную водную поверхность**

*Рассматриваются динамические стенды авиационных тренажеров для подготовки летного состава к пилотированию в экстремальных ситуациях. Обсуждается совершенствование динамических стендов и управляемого гидропривода тренажеров вертолета с имитацией посадки на воду.*

**Ключевые слова:** авиационный тренажер, тренажер вертолета, динамический стенд, имитатор акселерационного воздействия, экстремальные ситуации.

### **Введение**

Отработка навыков пилотирования в экстремальных и аварийных ситуациях, отработка задач боевого применения авиации, спасение экипажей подводных лодок, катапультирующихся пилотов, рыбаков и других людей, терпящих бедствие, требует от летных экипажей летательных аппаратов специальной подготовки, которая может быть обеспечена только с использованием тренажеров.

Комплексные тренажеры самолетов и вертолетов являются средствами подготовки летного состава, поскольку позволяют осуществлять обучение в экстремальных ситуациях, при которых возникают значительные перегрузки и сложные пространственные перемещения летательных аппаратов (ЛА). Силовое (акселерационное) воздействие на пилота становится определяющим при выработке навыков пилотирования. Степень достоверности динамической имитации (имитации силового воздействия) полета во многом определяет совершенство современного авиационного тренажера (АТ).

Только с помощью имитатора акселерационных воздействий (ИАВ), которые воспроизводят полетные перегрузки и угловые положения ЛА, возможно моделировать полет в условиях опасных внешних воздействий: в возмущенной атмосфере, при обледенении ЛА и др., а также при отказе систем ЛА и частичном его разрушении. В чрезвычайных ситуациях полета возникают сложные пространственные перемещения и высокие перегрузки летательного аппарата, которые, воздействуя на пилота, становятся определяющими при выработке навыков пилотирования. Этим объясняется постоянное стремление разработчиков АТ решить проблему создания

имитатора акселерационных воздействий, способного с достаточной достоверностью осуществлять динамическую имитацию полета.

Современные АТ достаточно полно имитируют процессы взлета, посадки и всевозможные полетные ситуации в воздухе. Однако развитие авиации, расширение ее возможностей, необходимость подготовки экипажей к полетам в чрезвычайных ситуациях выдвигают новые проблемы и обуславливают все более жесткие требования к АТ. Одной из таких проблем является создание и совершенствование систем имитации колебаний вертолета с посадкой на взволнованную водную поверхность для обнаружения подводных лодок и определения координат целеуказаний по наведению противолодочных кораблей и других средств поражения. При этом пилотов необходимо также научить поддерживать навыки управления вертолетом в чрезвычайных ситуациях при нахождении вертолета на взволнованной водной поверхности.

В известных тренажерах либо вообще не учитываются физические воздействия на оператора, либо они воспроизводятся без учета их балльности, направления и последовательности воздействия волн. Отсутствие такой имитации существенно снижает полноту имитационной модели, так как акселерационные и тактильные составляющие ее, при отработке задач управления объектом, играют важную роль в восприятии реальной обстановки. Так, например, в материалах заявки Японии [1] описано устройство для имитации колебаний, обладающее ограниченными возможностями при моделировании акселерационной информации, состоящими лишь в имитации килевой качки корабля вверх и вниз.

В данной статье основное внимание уделено рассмотрению динамических стендов АТ для подготовки летного состава к пилотированию в экстремальных ситуациях и, прежде всего, совершенствованию динамических стендов и управляемого гидропривода тренажеров вертолета с посадкой на воду [2, 3].

### **Оценка требований к тренажеру вертолета**

При нахождении на взволнованной водной поверхности для исключения перевертывания плавающий объект должен быть направлен строго под определенным углом по отношению к фронту волны. Например, если продольная ось вертолета или поперечная ось самолета амфибии (направленная вдоль крыльев), будут ориентированы навстречу (перпендикулярно) фронту волны, то появляется возможность касания поверхности воды хвостовым винтом вертолета или крылом самолета амфибии при изменении угла наклона от воздействия волн. Поэтому как пилотов, так и операторов других плавающих объектов необходимо научить и затем поддерживать их навыки по управлению этими объ-

ектами, находящимися на взволнованной водной поверхности под определенными углами к фронту волны.

Управление плавающими объектами, особенно вертолетом, — весьма сложная и опасная операция, требующая принятия быстрых решений по удержанию курса и мгновенных реакций по изменению подъемной силы воздействием на органы управления, поэтому при имитации процесса управления приводные устройства, осуществляющие движение кабины тренажера, должны удовлетворять высоким точности обработки входного сигнала, быстродействию и плавности движения.

Как известно, угловые положения плоскости задаются тремя точками, не лежащими на одной прямой. Такую плоскость зададим для вертолета линией обвода днища в воде в спокойном состоянии. Отметим, что линия обвода для днища вертолета близка к форме круга, для днища самолета-амфибии — к удлинённому эллипсу и т. д.

Для задания различных угловых положений плоскости обвода днища вертолета определим три точки на этой плоскости, образованные вписанным в нее равносторонним треугольником, вершины которого лежат на линии обвода плоскости фюзеляжа. Воздействуя на эти точки приложенной силой, можно управлять отклонениями этой плоскости в любом направлении, а следовательно, и отклонениями кабины тренажера.

На рис. 1 схематически изображен вертолет, находящийся на гладкой водной поверхности, где линия обвода днища вертолета показана штриховой линией. Вершины равностороннего треугольника ( $a, b, c$ ), лежащие на линии обвода, определяют три

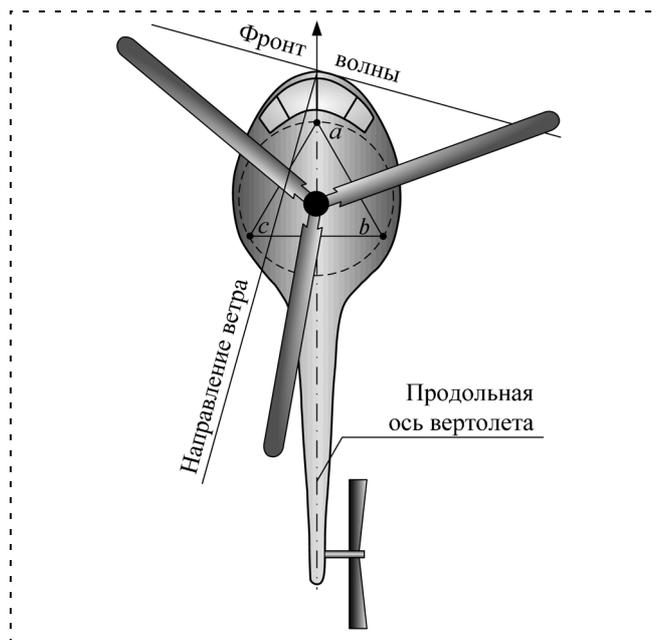


Рис. 1. Схема расположения вертолета на водной поверхности

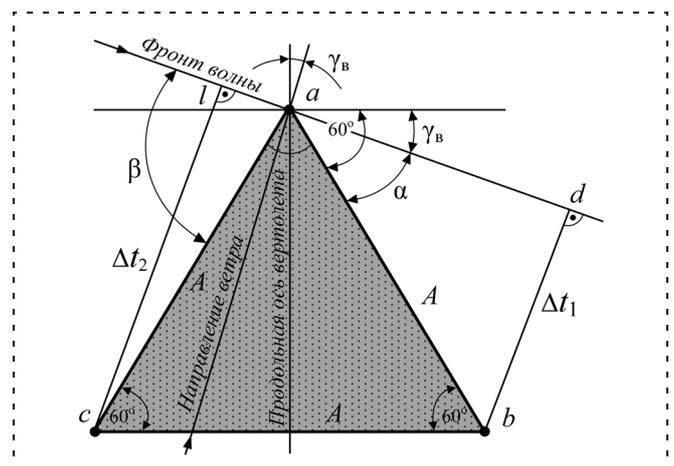


Рис. 2. Механизм движения вертолета на водной поверхности

точки силового воздействия следящих приводов динамического стенда на кабину тренажера при имитации угловых отклонений вертолета от воздействия волн, зависящих от скорости ветра (определяющей бальность волнения) и направления фронта волны относительно фюзеляжа.

При имитации движения кабины тренажера, вызванного воздействием волн на днище вертолета, точки  $a, b, c$  будут совершать возвратно-поступательные перемещения по вертикали, близкие к гармоническим колебаниям, но сдвинутые по времени относительно друг друга в зависимости от направления фронта волны по отношению к фюзеляжу вертолета и скорости перемещения гребня волны\*.

На рис. 2 отражен механизм движения каждой точки  $a, b, c$  под воздействием следящих приводов, которые управляются сигналами, вычисленными в соответствии с полученными уравнениями движения для каждой из этих точек.

Точки  $a, b, c$  являются шарнирными точками крепления исполнительных следящих приводов к кабине тренажера,  $\gamma_B$  — угол направления ветра относительно продольной оси вертолета.

Из анализа треугольников  $\triangle adb$  и  $\triangle alc$  следует:

$$\begin{aligned} \alpha &= 60^\circ - \gamma_B; \\ \beta &= 60^\circ + \gamma_B; \\ db &= A \sin \alpha = A \sin(60^\circ - \gamma_B); \\ cl &= A \sin \beta = A \sin(60^\circ + \gamma_B), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $A$  — длина стороны равностороннего треугольника  $abc$ .

\* Замечание. Принципиальным для определения амплитуды и периода колебаний вертолета, находящегося на взволнованной водной поверхности, является направление движения фронта волны. Направление ветра при этом может и не совпадать с направлением движения волны. Однако при ламинарном движении воды, при котором возможны полет и посадка на воду вертолета, направление ветра и волны практически совпадают, т. е. фронт волны перпендикулярен направлению ветра.

Следовательно, время  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  прохождения гребня волны на отрезках соответственно  $db$  и  $lc$  определяется выражениями

$$\Delta t_1 = \frac{db}{v_B}; \Delta t_2 = \frac{lc}{v_B}, \quad (2)$$

где  $v_B$  — скорость перемещения гребня волны.

Соотношения (2) с учетом (1) принимают вид

$$\Delta t_1 = \frac{A \sin(60^\circ - \gamma_B)}{v_B}; \Delta t_2 = \frac{A \sin(60^\circ + \gamma_B)}{v_B}. \quad (3)$$

Возвратно-поступательные перемещения шарнирных точек  $a, b, c$  с амплитудой  $L$  и заданной частотой  $\omega$  с учетом (3) будут описываться следующими уравнениями:

$$L_a = L \sin \omega t;$$

$$L_b = L \sin \omega \left[ t + \frac{A \sin(60^\circ - \gamma_B)}{v_B} \right];$$

$$L_c = L \sin \omega \left[ t + \frac{A \sin(60^\circ + \gamma_B)}{v_B} \right]$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} L_a \\ L_b \\ L_c \end{bmatrix} = L \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ \sin \omega \left[ t + \frac{A \sin(60^\circ - \gamma_B)}{v_B} \right] \\ \sin \omega \left[ t + \frac{A \sin(60^\circ + \gamma_B)}{v_B} \right] \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Таким образом, задача по имитации движений кабины вертолета от воздействия волн сводится к перемещениям точек  $a, b, c$  по вертикалям в соответствии с уравнениями (4) для каждой из них.

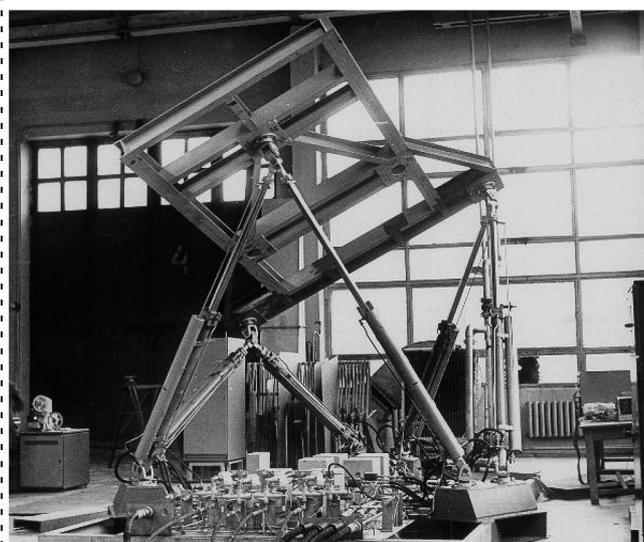


Рис. 3. Динамический стенд с шестью степенями свободы

Для выполнения такой задачи необходим динамический стенд, обеспечивающий угловые движения по крену, тангажу и вертикали.

### Анализ динамических стендов авиационных тренажеров

На рис. 3 представлен отечественный динамический стенд авиационного тренажера с шестью степенями свободы, которые, как правило, используют в своем составе электрогидравлические приводы с диапазоном перемещения 1 м (ДС6-1) или 1,5 м (ДС-1,5).

Движение подвижной платформы шестистепенного динамического стенда задается в трех точках воздействием на каждую шарнирно соединенную пару исполнительных гидроцилиндров привода.

Шестистепенный стенд представляет собой пространственно-кинематическую схему из шести взаимосвязанных попарно исполнительных гидроцилиндров следящих приводов, работающих в телесном угле до  $70^\circ$  относительно вертикальной оси.

Такая конструкция устойчива от сваливания, скручивания относительно вертикальной оси и других несанкционированных перемещений подвижной платформы. Недостатком такой конструкции является взаимовлияние приводов на перераспределение массы подвижной платформы и размещенного на ней груза на каждом из приводов, что значительно ухудшает работу и отрицательно влияет на динамические характеристики приводов. Для устранения этого недостатка требуется значительно увеличивать запас по усилиям приводов, а следовательно, и потребляемую мощность.

На рис. 4 представлен трехстепенный динамический стенд (с одной линейной по вертикали и дву-

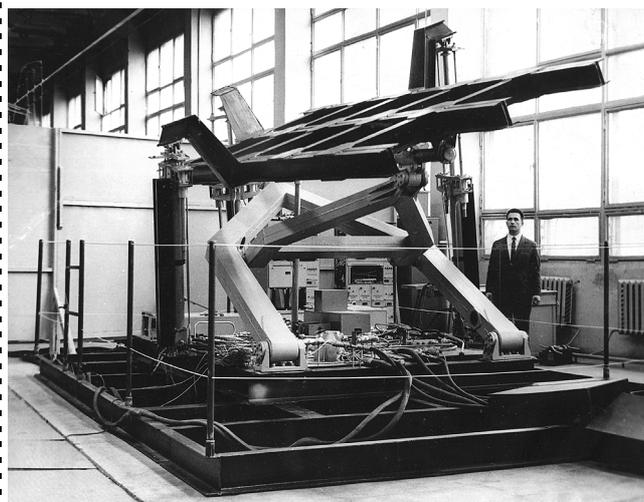


Рис. 4. Динамический стенд ДС-3 с максимальным отклонением по крену

мя угловыми степенями свободы) типа ДС-3 с предельным угловым отклонением по крену.

Подвижные кинематические звенья этого стенда (сваренные из силовых пустотельных коробов) удерживают подвижную платформу от сваливания, скручивания и линейных перемещений в продольном и поперечном направлениях, воспринимая на себя возникающие при этом нагрузки.

На рис. 5 изображена кинематическая схема трехстепенного стенда ДС-3. Подвижная платформа стенда перемещается тремя исполнительными гидроцилиндрами, каждый из которых шарнирно соединен с основанием и подвижной платформой. При такой конструкции каждый привод работает автономно, не оказывая заметного влияния на другие приводы, поскольку отклонение оси каждого исполнительного гидроцилиндра от вертикали в телесном угле при максимальных угловых перемещениях подвижной платформы не превышают  $6^\circ$ .

Такая кинематика стенда практически исключает взаимное влияние на изменение (перераспределение) усилий от веса подвижных частей на каждый гидропривод при их совместной работе.

Одним из важных вопросов при создании динамических стендов является выбор приводных следящих устройств, задающих перемещения подвижной платформе. Из существующих различных видов приводных устройств наибольшее распространение получили электрические и электрогидравлические системы, причем электрогидравлические следящие приводы находят большее применение. К основным преимуществам гидравлических следящих приводов относятся малые габаритные размеры и масса, а также высокое быстродействие (быстрота реакции системы на командный импульс), обусловленное, главным образом, малой инерцией подвижных частей и высокой силовой напряженностью.

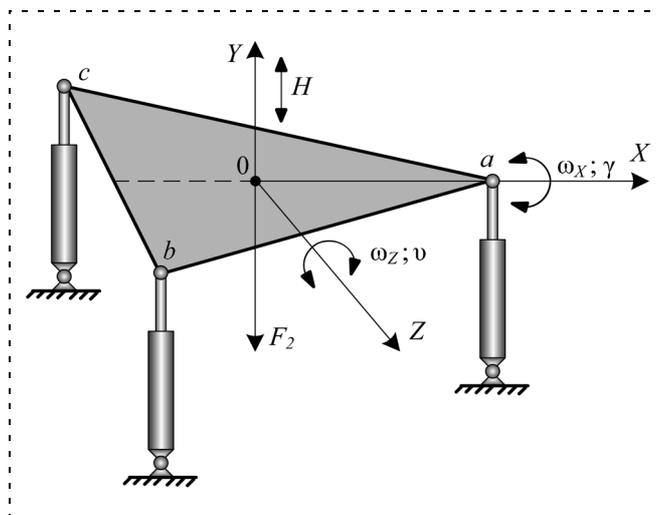


Рис. 5. Кинематическая схема динамического стенда ДС-3

#### Динамические стенды авиационных тренажеров

Параметр	Тип динамического стенда		
	ДС3	ДС6-1	ДС6-1,5
Максимальные линейные перемещения:			
продольное, м	—	+0,93; -0,73	+1,38; -1,07
вертикальное, м	±0,55	+0,6; -0,78	0,088; -1,01
поперечное, м	—	±0,75	±1,12
Мааксимальные угловые перемещения:			
тангаж, °	±24	±25	±25
крен, °	±23	±29	±28
рыскание, °	—	±27	±28
Максимальная линейная скорость, м/с	0,8	0,8	0,8
Максимальное линейное ускорение, м/с <sup>2</sup>	8	8	8
Максимальная угловая скорость, °/с	30	30	30
Грузоподъемность, кН (т)	40 (4)	50 (5)	90 (9)
Энергопотребление, кВА	70	120	180
Давление в магистрали нагнетания, МПа (кг/см <sup>2</sup> )	20 (200)	20 (200)	20 (200)
Число степеней свободы стенда	3	6	6

Так, например, масса и объем гидравлических агрегатов составляет 15...20 % соответствующих параметров электрических агрегатов равновеликой мощности.

К преимуществам гидравлических систем можно отнести плавность и устойчивость движения, простоту предохранения оси от перегрузок и обеспечения надежного демпфирования.

В таблице приведены основные технические характеристики отечественных динамических стендов авиационных тренажеров с электрогидравлическими приводами.

Из вышеизложенного следует, что для имитации колебаний вертолета, находящегося на взволнованной водной поверхности, и обучения пилотированию вертолета в экстремальных ситуациях достаточно использовать динамический стенд с тремя степенями свободы: двумя угловыми по крену и тангажу и одной линейной по вертикали.

#### Выбор динамических стендов тренажеров

Необходимо отметить, что посадка вертолета на водную поверхность допустима с волнением менее трех баллов, при котором амплитуда колебаний (высота волны) составляет менее одного метра, что в основном определяет конструктивные требования к динамическому стенду. Из анализа таблицы следует, что наиболее приемлемым является динамический стенд ДС-3, изображенный на рис. 4.

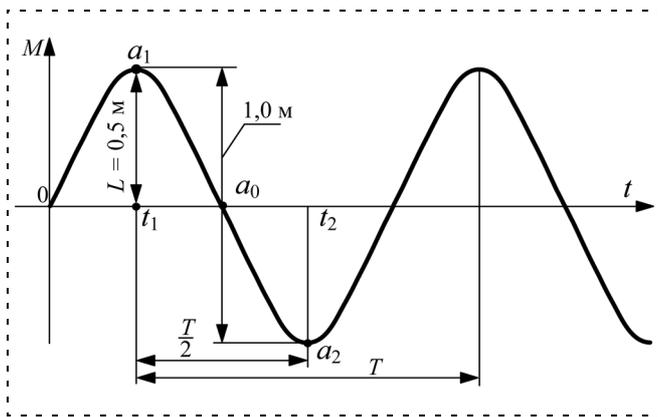


Рис. 6. Модель волнения водной поверхности

Для определения при воспроизведении ускорений соответствия параметров движения стенда ДС-3 параметрам движения от воздействия гармонических колебаний на реальный объект при волнении водной поверхности представим график синусоидального движения, например, точки  $a$  (см. рис. 1, 2) с учетом предельных значений стенда по перемещению и скорости движения штока гидроцилиндра (рис. 6).

Скорость перемещения  $v_a$  точки  $a$  определяется первой производной от перемещения (4):

$$v_a = \dot{L}_a = L\omega \cos \omega t. \quad (5)$$

Вторая производная от перемещения — ускорение точки  $a$ :

$$\varepsilon_a = \ddot{L}_a = -L\omega^2 \sin \omega t. \quad (6)$$

Значение угловой частоты  $\omega$  в уравнениях (5), (6) определим, решая систему двух уравнений с двумя неизвестными  $\omega$  и  $T$ :

$$\begin{cases} \dot{L}_a = L\omega \cos \omega t; \\ \omega = \frac{2\pi}{T}. \end{cases}$$

Откуда

$$v_a = \dot{L}_{a \max} = L \left( \frac{2\pi}{T} \right) \cos \omega t.$$

Следовательно,

$$T = \frac{L \cdot 2\pi \cos \omega t}{\dot{L}_{a \max}}. \quad (7)$$

Максимальная скорость  $v_{a \max} = \dot{L}_{a \max}$  шарнирного узла  $a$  соответствует точке траектории движения  $a_0$  (рис. 6) и определяется максимальной скоростью движения штока гидроцилиндра, равной  $v_a = \dot{L}_{a \max} = 0,8$  м/с.

Учитывая, что при волнении до трех баллов высота волны от гребня до впадины составляет менее 1 м, а располагаемый ход штока гидроцилиндра равен 1 м, можно принять значение  $L = \pm 0,5$  м, тогда в соответствии с (7)

$$T = \frac{0,5 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 1}{0,8} = 3,925 \text{ (с);}$$

$$\omega = \frac{2 \cdot 3,14}{3,925} = 1,6 \text{ (с}^{-1}\text{)}.$$

Подставляя в уравнение (6) значение  $\omega = 1,6 \text{ с}^{-1}$ , определим максимальное ускорение, воспринимаемое реальным объектом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{a \max} &= \ddot{L}_{a \max} = -L\omega^2 \sin \omega t = \\ &= -0,5(1,6)^2 \cdot 1 = 1,28 \text{ (м/с}^2\text{)}. \end{aligned}$$

Проведенные расчеты подтверждают возможность использования стенда ДС-3 для подготовки пилотов вертолетов, так как согласно таблице стенд ДС-3 способен воспроизводить ускорения до  $8 \text{ м/с}^2$ , превышающие требуемые ускорения  $1,28 \text{ м/с}^2$ .

### Заключение

Отработка навыков пилотирования в экстремальных и аварийных ситуациях может быть обеспечена только с использованием тренажеров. Исходя из требований по имитации колебаний плавающих объектов, находящихся на взволнованной водной поверхности (гидросамолетов, самолетов-амфибий, катеров на воздушных подушках, противолодочных вертолетов для обнаружения подводных лодок с определением их скоростей, направления движения и глубины погружения), для подготовки летного состава могут быть использованы динамические стенды ДС-3. Практическое использование разработанной системы при создании динамических стендов авиационных тренажеров для подготовки летного состава противолодочного вертолета В-14 с посадкой на воду показало ее высокую эффективность, выразившуюся в более точном воспроизведении акселерационных воздействий, повышении управляемости и надежности тренажеров.

### Список литературы

1. Заявка № 54-21132 Япония. МКИ: G09 B9/08. НКИ: 119 М0. Устройство для имитации колебаний / Хитати дэнси К. К. 1979. № 7. С. 529.
2. Прошин И. А., Прошкин В. Н., Тимаков В. М. Математическое моделирование гидропривода динамического стенда авиационного тренажера // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов. № 11. 2008. С. 113–119.
3. Прошин И. А., Прошкин В. Н., Тимаков В. М. Системный анализ магнитострикционных преобразователей параметров движений на крутильных магнито-упругих волнах для тренажеров транспортных средств // Надежность и качество. I т. Тр. международ. симп. Пенза, 2008. С. 458–462.

**М. С. Бобров**, вед. инженер,  
ОАО "Муромский завод  
радиоизмерительных приборов"

**А. М. Аверьянов**, аспирант,  
**В. В. Чекушкин**, д-р техн. наук, проф.,  
Муромский институт  
Владимирского государственного университета,  
ave-skz@mail.ru

## Имитация траекторий движения воздушных объектов для радиолокационных систем управления и контроля воздушного пространства

*Предложены методы имитации кинематики движения воздушных объектов на участках маневрирования с плавным сопряжением прямолинейных отрезков траектории кубическими параболами и дугами окружностей.*

**Ключевые слова:** имитация кинематики движения, участок маневрирования, воздушный объект, траектория полета, сглаживание траектории, тренажер оператора РЛС, сопряжение курсов полета, движение по кубической параболе и дуге окружности.

### Введение

Для обучения и тренировки операторов систем управления воздушным движением и контроля воздушного пространства необходимо использовать учебно-тренировочные средства (тренажно-модели-

рующие системы), которые обеспечивают моделирование сложной воздушной обстановки в зоне ответственности радиолокационных станций (РЛС). Применение тренажеров позволяет повысить уровень подготовки специалистов за счет реализации наиболее оптимальной практической учебной нагрузки без применения дополнительных технических средств. Это существенно снижает стоимость обучения, экономит ресурс сложных технических систем. В этом случае вместо реальной воздушной обстановки, получаемой, например, с выхода приемно-передающего канала РЛС, с тренажера через коммутатор вводятся сигналы, имитирующие отражения от воздушных объектов, и (или) осуществляется их наложение на реальный первичный эхосигнал (рис. 1) [1, 2].

Таким образом, основная задача тренажера состоит в имитации движения воздушных объектов в синхронизированном, едином с работой систем РЛС временном и координатном пространстве. Аппаратуру и программное обеспечение, которые используются для решения этой задачи, целесообразно также использовать для генерации тестовых воздействий при всестороннем функционально-диагностическом контроле систем обработки и отображения информации РЛС [3].

Информация о воздушной обстановке вводится вручную с рабочего места инструктора, которое представляет собой, например, РС-подобный компьютер: через наглядный пользовательский интерфейс инструктор задает траектории движения воздушных объектов в зоне действия РЛС.

Траектория движения воздушного объекта рассматривается как участок плавной (без изломов) пространственной кривой, протяженный во времен-

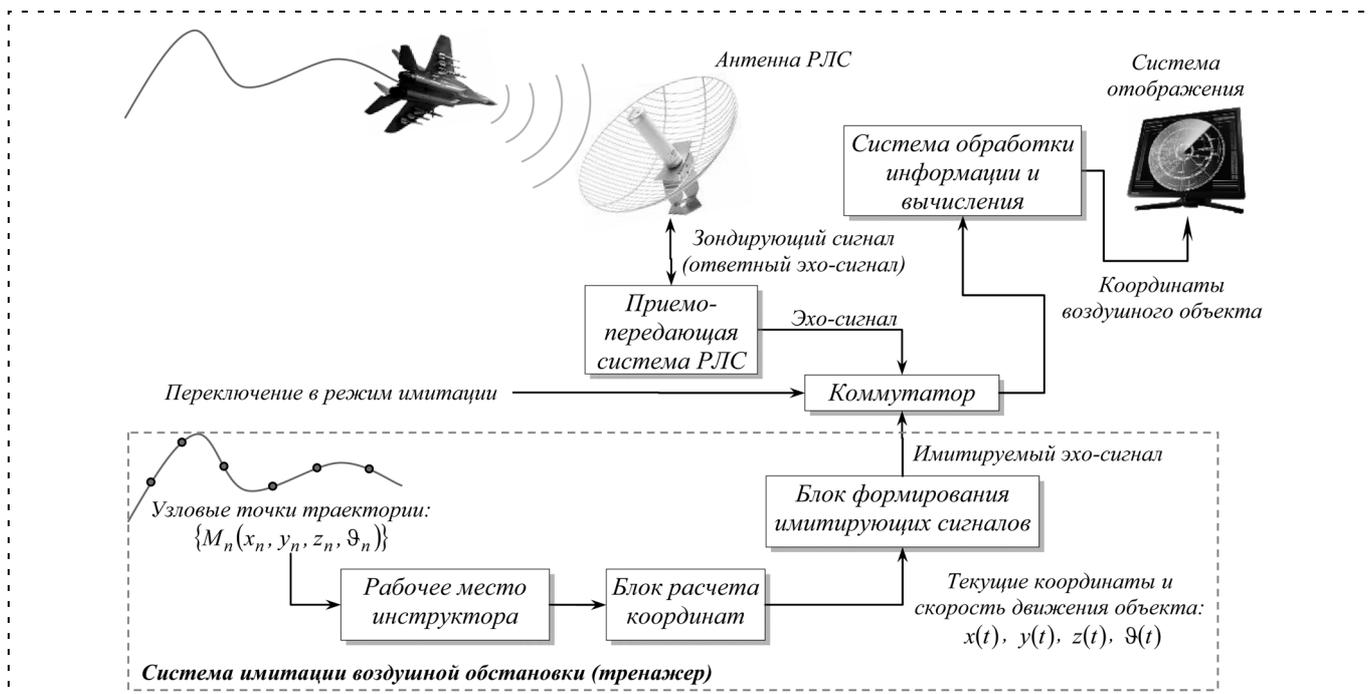


Рис. 1. Упрощенная структурная схема взаимодействия системы имитации воздушной обстановки с РЛС

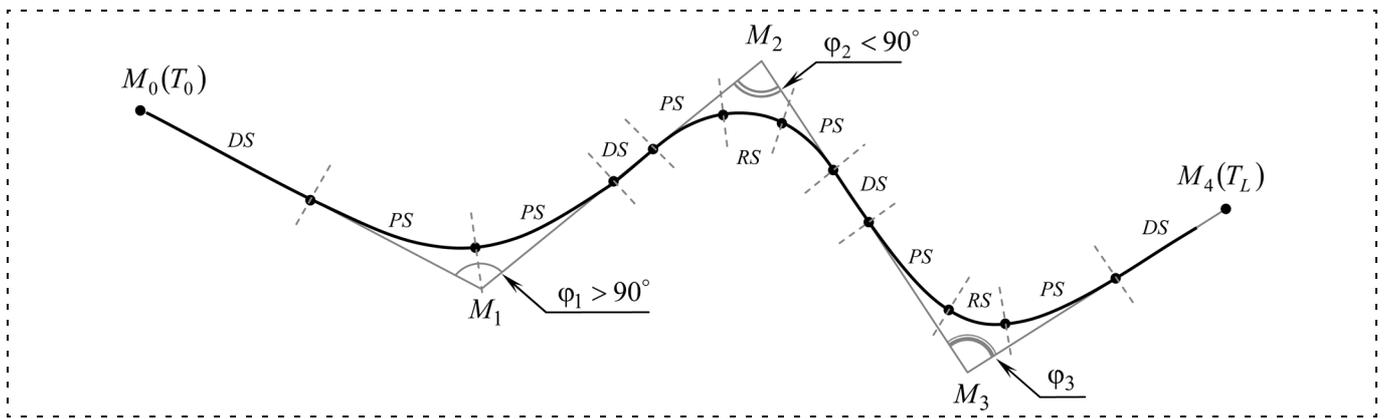


Рис. 2. Сегментация траектории движения воздушного объекта

ном интервале  $t \in [T_0, T_L]$  с момента начала движения  $T_0$  до момента его завершения  $T_L$ , образующийся при фиксации текущих координат объекта при отсутствии в его движении скачков скорости и ускорения. Такая кривая задается набором опорных вершин  $\{M_n(x_n, y_n, z_n)\}$  ломаной линии, очерчивающей траекторию движения объекта (рис. 2).

Расчет кинематики движения воздушного объекта на участке маневрирования при переходе с некоторого курса  $\overrightarrow{M_0M_1}$  на новый курс  $\overrightarrow{M_1M_2}$  необходимо осуществлять с учетом того, что испытываемая объектом перегрузка не может меняться скачкообразно и не должна превышать некоторого заданного значения.

Переходная кривая лежит в одной плоскости  $M_0M_1M_2$ , и естественную систему координат, в которой переходная кривая имеет простейший вид, составляют ось  $\vec{ox}$ , совпадающая с вектором  $\overrightarrow{M_0M_1}$ , и перпендикулярная ей ось  $\vec{oy}$ , направленная так, что угол  $\angle M_0M_1M_2$  оказывается в первом квадранте системы  $xoy$  (рис. 3). Началом координат служит

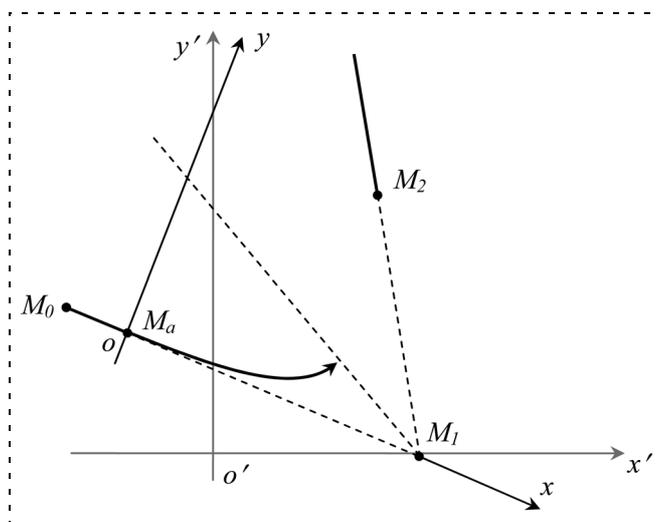


Рис. 3. Выбор локальной системы координат

точка  $M_a$ , в которой начинается переход на криволинейный участок.

При сопряжении курсов движения  $\overrightarrow{M_0M_1}$  и  $\overrightarrow{M_1M_2}$ , например дугой окружности [2], переход объекта с прямолинейной на криволинейную траекторию и обратно сопровождается скачком центростремительной силы:

$$F_{ц} = mv^2/R = ma = mgn_{ц},$$

где  $R$  — радиус кривизны;  $v$  — линейная скорость по дуге;  $gn_{ц}$  — перегрузка ( $n_{ц}$  — числовой коэффициент).

Такое сопряжение не соответствует реальным траекториям движения воздушных объектов.

Если известны допустимая перегрузка и линейная скорость объекта при его движении по дуге, можно рассчитать минимальный радиус кривизны дуги:  $R_{k \min} = v^2/(gn_{ц \max})$ . Так, при скорости самолета  $v = 1250$  м/с и максимальной переносимой пилотом перегрузке  $gn_{ц \max} = 8g$  минимальный радиус кривизны дуги составит  $R_{k \min} \approx 20$  км, т. е. на предельных для самолета скоростях радиус кривизны на переходной кривой не может быть меньше 20 км.

Целью работы, представленной в данной статье, является разработка численных методов и алгоритмов формирования плавных (без изломов и скачков скорости и ускорения) траекторий движения воздушных объектов на участках маневрирования в трехмерном воздушном пространстве при заданных допустимых перегрузках для тренировки операторов и функционально-диагностического контроля систем РЛС. Практически такую же задачу выбора переходных кривых необходимо решать при расчете железнодорожных закруглений [4].

### Выбор переходной кривой

Если в качестве переходной кривой выбрать окружность радиуса  $R_k$ , то в точке перехода с линейного участка на криволинейный скачкообразно меняется радиус кривизны от  $R = \infty$  до  $R = R_k$  и, соответственно, скачком меняется перегрузка.

Для устранения скачка перегрузки в качестве переходной кривой можно выбрать кубическую параболу:

$$y(x) = x^3/6q, \quad (1)$$

где  $q$  — параметр параболы.

В этом случае первая и вторая производные равны соответственно  $y'(x) = x^2/2q$ ,  $y''(x) = x/q$ , а радиус кривизны параболы определяется по формуле [4]

$$R_k(x) = \frac{q}{x} \left( 1 + \frac{x^4}{4q^2} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (2)$$

Таким образом, в точке  $x = 0$  получим радиус кривизны дуги  $R_k(x) \rightarrow \infty$ , что соответствует плавному вхождению объекта на переходную кривую. При возрастании  $x$  значение  $R_k$  плавно уменьшается до  $R_{\min}$ , после чего начинает снова возрастать. Для вычисления координат  $(x_{\min}; y_{\min})$  точки экстремума (минимума радиуса —  $R_{\min}$ ) запишем выражение для первой производной:

$$\frac{dR_k}{dx} = \sqrt{1 + \frac{x^4}{4q^2}} \left( -\frac{q}{x^2} + \frac{5x^2}{4q} \right).$$

Величина  $R_k$  достигает минимума, когда  $\frac{dR_k}{dx} = 0$ ,

т. е.  $-\frac{q}{x^2} + \frac{5x^2}{4q} = 0$ , откуда

$$\begin{aligned} x_{\min} &= 4\sqrt{\frac{4}{5}} \sqrt{q} = 0,94574 \sqrt{q}; \\ y_{\min} &= \frac{x_{\min}^3}{6q} = \frac{\sqrt{2q}}{3 \cdot 5^{\frac{3}{4}}} = 0,140983 \sqrt{q}. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя полученное выражение для  $x_{\min}$  в (2), получим

$$R_{\min} = 1,38995 \sqrt{q}. \quad (4)$$

Следовательно, значение  $R_{\min}$  однозначно определяет параметр  $q$  параболы:

$$q = R_{\min}^2 \cdot 0,51761. \quad (5)$$

### Исследование характера переходной кривой

Представим переходную кривую двумя симметрично расположенными участками кубических парабол (рис. 4).

В этом случае в точке  $M_c$  их соединения направление движения должно сохраняться. Для этого касательная в точке стыка должна быть перпендику-

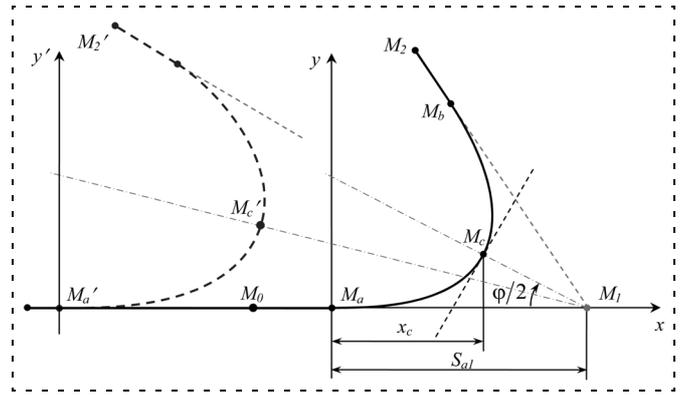


Рис. 4. Общий вид переходной кривой

лярна биссектрисе угла  $\angle M_0M_1M_2$  ( $\varphi$ ), т. е. угловой коэффициент касательной должен иметь значение

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right) = \operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2} = \frac{1}{\operatorname{tg}(\varphi/2)}. \quad (6)$$

Вместе с тем, значение первой производной в точке стыка равно

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_c} = \frac{x_c^2}{2q}. \quad (7)$$

Приравняв выражения (6) и (7), получим значение для  $x_c$ , а затем — для  $y_c$ :

$$\begin{aligned} x_c &= \sqrt{\frac{2q}{\operatorname{tg}(\varphi/2)}} = R_{\min} \frac{5^{\frac{4}{3}} \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot 3^{\frac{3}{2}} \sqrt{\operatorname{tg}(\varphi/2)}}; \\ y_c &= \frac{x_c^3}{6q} = \frac{x_c}{3 \operatorname{tg}(\varphi/2)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Координата  $x_c$  точки стыка зависит от угла  $\varphi$  между направлениями прямолинейного движения. На крутых виражах, при малых значениях  $\varphi$ , точка стыка удаляется от вершины угла  $\varphi$  на недопустимое расстояние, чтобы обеспечить поворот по дуге минимального радиуса  $R_{\min}$ . Вместе с ней удаляется и начало координат локальной системы (рис. 4). Для расстояния  $S_{a1}$  от точки  $M_a$  до точки  $M_1$  можно записать<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} S_{a1}^{(2)} &= x_c + \frac{y_c}{\operatorname{tg}(\varphi/2)} = x_c \left( 1 + \frac{1}{3 \operatorname{tg}^2(\varphi/2)} \right) = \\ &= R_{\min} \frac{5^{\frac{4}{3}} \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot 3^{\frac{3}{2}} \sqrt{\operatorname{tg}(\varphi/2)}} \left( 1 + \frac{1}{3 \operatorname{tg}^2(\varphi/2)} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

В этом случае переходную кривую целесообразно разбить на три участка: два параболических (в начале и в конце), и посередине — круговой с радиусом  $R_{\min}$ .

<sup>1</sup> Здесь и далее индекс <2> над величиной говорит о ее употреблении в контексте двухсегментного сопряжения отрезков прямых (двумя дугами окружностей), индекс <3> используется, когда речь идет о трехсегментном сопряжении (см. ниже).

Для начального параболического участка  $x \in [0; x_{\min}]$ , при этом  $S_{a1}^{(3)}$  должно быть подобрано так, чтобы центр круга кривизны для точки  $(x_{\min}; y_{\min})$  находился на биссектрисе угла  $\varphi$ . Для любой точки кривой центр круга кривизны находится на нормали к касательной в этой точке. Угловым коэффициентом касательной в точке  $(x_{\min}; y_{\min})$  равен

$$y'_{\min} = \frac{x_{\min}^2}{2q} = \frac{R_{\min}^2 \frac{5^2}{2 \cdot 3^3}}{2 R_{\min}^2 \frac{25\sqrt{5}}{4 \cdot 3^3}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Тогда угловым коэффициентом нормали будет равен  $-\sqrt{5}$ , и уравнение нормали можно записать в виде

$$\frac{y - y_{\min}}{x - x_{\min}} = -\sqrt{5}.$$

Координаты центра кривизны должны удовлетворять этому уравнению. Вместе с тем, точка  $(x_{\text{ц}}; y_{\text{ц}})$  отстоит от точки  $(x_{\min}; y_{\min})$  на расстояние  $R_{\min}$ :

$$\begin{cases} y_{\text{ц}} - y_{\min} = -\sqrt{5}(x_{\text{ц}} - x_{\min}); \\ (x_{\text{ц}} - x_{\min})^2 + (y_{\text{ц}} - y_{\min})^2 = R_{\min}^2. \end{cases}$$

В результате решения находим координаты центра кривизны параболы в точке  $(x_{\min}; y_{\min})$ :

$$x_{\text{ц}} = x_{\min} - \frac{R_{\min}}{\sqrt{6}} = \frac{R_{\min}}{\sqrt{6}} \left( \frac{5}{3} - 1 \right) = \frac{2}{3\sqrt{6}} R_{\min};$$

$$y_{\text{ц}} = -\sqrt{5}(x_{\text{ц}} - x_{\min}) + y_{\min} = \frac{10\sqrt{5}}{9\sqrt{6}} R_{\min}.$$

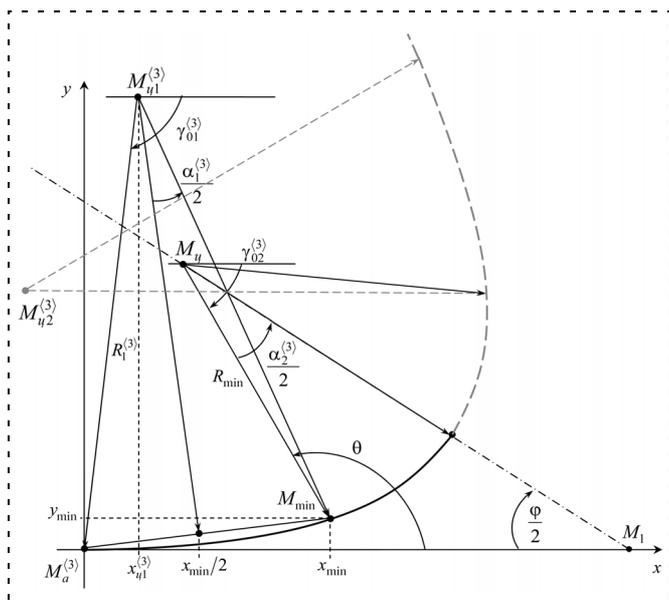


Рис. 5. Движение объекта по трехсегментной траектории из начала координат до биссектрисы угла  $\varphi$

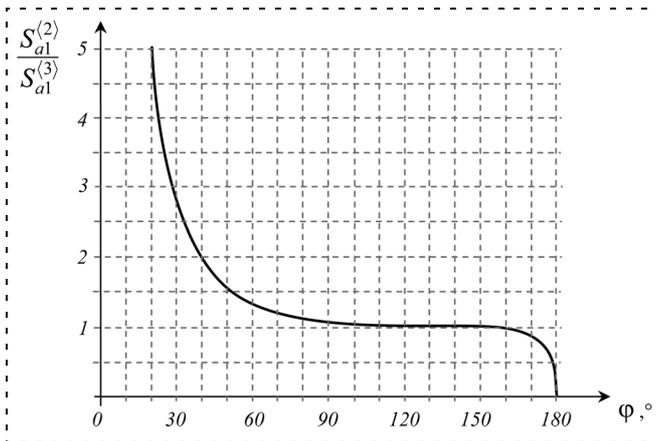


Рис. 6. Изменение соотношения  $S_{a1}^{(2)}/S_{a1}^{(3)}$  для значений угла  $\varphi$  от  $0^\circ$  до  $180^\circ$

После точки  $M_{\min}$  (рис. 5) объект переходит на круговую траекторию радиуса  $R_{\min}$  с центром на биссектрисе угла  $\varphi$ . Для исключения скачка производных в точке перехода центр кривизны параболы должен совпадать с центром окружности. Это позволяет составить выражение для вычисления смещения  $S_{a1}^{(3)}$  начала координат относительно вершины угла  $\varphi$ :

$$S_{a1}^{(3)} = \frac{y_{\text{ц}}}{\text{tg}(\varphi/2)} + x_{\text{ц}} = R_{\min} \frac{2}{3\sqrt{6}} \left( 1 + \frac{5\sqrt{5}}{3\text{tg}(\varphi/2)} \right). \quad (10)$$

Таким образом, получены два выражения для смещения начала координат локальной системы относительно точки  $M_1$  (вершины угла  $\varphi$ ):  $S_{a1}^{(2)}$  — для двухсегментной переходной кривой и  $S_{a1}^{(3)}$  — для трехсегментной. На рис. 6 показано соотношение этих величин в зависимости от значения угла  $\varphi$ .

Как видно из рис. 6, для углов  $\varphi > 90^\circ$  добавление третьего участка практически не меняет форму траектории. Для меньших углов имеет смысл переходную кривую представлять тремя сегментами.

### **Движение по кубической параболе и дуге окружности: общие положения**

При параметрическом выражении закона движения по кубической параболе через время  $t$  необходимо аналитически определить перемещение объекта за определенный интервал времени. В общем случае длина пройденного пути выражается интегралом:

$$S = \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2} dx.$$

На участке кубической параболы  $y = \frac{x^3}{6q}$  имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2q}, \text{ и тогда } S = \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + \frac{x^4}{4q^2}} dx.$$

Этот интеграл не вычисляется аналитически, поэтому для расчета длины дуги кубическую параболу будем заменять дугой окружности, которая совмещается с параболой в крайних точках и посередине. В таком случае переход к параметрическому заданию траектории движения объекта по участку параболы в зависимости от времени осуществляется следующим образом: для заданного значения времени  $t$  вычисляется координата  $x(t)$  в соответствии с уравнением движения по окружности. Полученное значение затем используется для расчета координаты  $y(t)$  по выражению (1) для кубической параболы. При этом одинаковым отрезкам пути на круговой траектории соответствуют отличающиеся по величине отрезки кубической параболы. В результате принятое для круговой траектории значение линейного ускорения на параболическом участке не будет строго постоянным. Это приведет к незначительному колебанию линейной составляющей перегрузки, которое вполне допустимо.

Если три точки  $(x_1; y_1)$ ,  $(x_2; y_2)$ ,  $(x_3; y_3)$  не лежат на одной прямой, то можно построить единственную окружность, проходящую через них. Ее радиус  $R$  и координаты центра  $(x_{ц}; y_{ц})$  определяются из системы уравнений:

$$\begin{cases} (x_1 - x_{ц})^2 + (y_1 - y_{ц})^2 = R^2; \\ (x_2 - x_{ц})^2 + (y_2 - y_{ц})^2 = R^2; \\ (x_3 - x_{ц})^2 + (y_3 - y_{ц})^2 = R^2, \end{cases}$$

откуда получаем:

$$x_{ц} = \frac{(x_1^2 + y_1^2)(y_3 - y_2) - (x_2^2 + y_2^2)(y_3 - y_1) + (x_3^2 + y_3^2)(y_2 - y_1)}{2[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)]}; \quad (11a)$$

$$y_{ц} = \frac{(x_1^2 + y_1^2)(x_3 - x_2) - (x_2^2 + y_2^2)(x_3 - x_1) + (x_3^2 + y_3^2)(x_2 - x_1)}{2[(y_3 - y_1)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1)]}. \quad (11б)$$

Зная координаты центра окружности  $(x_{ц}; y_{ц})$ , ее радиус  $R$ , линейную скорость  $v_0$  в момент захода объекта на дугу и ускорение  $a$  (при равноускоренном движении), можно сформулировать закон движения объекта по дуге окружности:

$$x(t) = R \cos\left(\frac{v_0(t - t_0) + 0,5a(t - t_0)^2}{R} - \gamma_0\right) + x_{ц}; \quad (12a)$$

$$y(t) = R \sin\left(\frac{v_0(t - t_0) + 0,5a(t - t_0)^2}{R} - \gamma_0\right) + y_{ц}, \quad (12б)$$

где  $\gamma_0$  — начальная фаза движения (угол радиус-вектора точки с положительным направлением оси абсцисс в момент захода на дугу).

При движении по кубической параболе координата  $y$  будет вычисляться согласно (1):

$$y(t) = \frac{(x(t))^3}{6q} = \frac{2(x(t))^3}{\sqrt{5}} \left(\frac{3}{5R_{\min}}\right)^2. \quad (12в)$$

Время  $T$ , затраченное на движение по дуге окружности при угловом перемещении  $\alpha$ , выражается из уравнения для равноускоренного движения:

$$\alpha R = v_0 T + \frac{a}{2} T^2.$$

$T$  определяется как положительный корень квадратного уравнения:

$$T = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2a\alpha R}}{a}. \quad (13)$$

Конечная скорость объекта (спустя время  $T$  движения по окружности) составит

$$v = v_0 + aT. \quad (14)$$

Таким образом, для того чтобы полностью охарактеризовать движение объекта по дуге окружности (по ветке параболы), достаточно установить и подставить в формулы (12)—(14) следующие величины: координаты центра окружности  $(x_{ц}; y_{ц})$ , ее радиус  $R$ , начальную фазу движения  $\gamma_0$ , угловое перемещение  $\alpha$ , линейную скорость  $v_0$  в момент захода объекта на дугу.

Ускорение  $a$  одинаково для любого участка движения:  $a = \frac{v_1 - v_0}{T_{ab}}$ .

### ***Движение по трехсегментной переходной кривой***

Для нахождения закона движения объекта по переходной кривой, представленной двумя фрагментами кубических парабол и дугой окружности, должны быть определены:

- 1) точка захода на переходную кривую  $M_a^{(3)}$  (в момент времени  $t_a^{(3)}$ , который может быть принят равным 0);
- 2) точка  $M_{\min}(x_{\min}; y_{\min})$  перехода с начального отрезка параболической траектории на дугу окружности и момент времени  $t_{\min}$ , когда объект достигает точки  $M_{\min}$ ;
- 3) точка  $M_{\min 2}(x_{\min 2}; y_{\min 2})$  перехода с дуги окружности на конечный параболический участок и момент времени  $t_{\min 2}$ , когда объект достигает точки  $M_{\min 2}$ ;
- 4) точка  $M_b^{(3)}$  выхода с переходной кривой на прямую  $M_1 M_2$  и соответствующий момент времени  $t_b^{(3)}$ ;
- 5) закон движения при  $t \in [t_a^{(3)}; t_{\min}]$ ,  $t \in [t_{\min}; t_{\min 2}]$ ,  $t \in [t_{\min}; t_b^{(3)})$ .

♦ *Движение по начальному участку переходной кривой*

Координаты точки  $M_a^{(3)}$  рассчитываются из отношения  $\frac{S_{01}}{S_{a1}^{(3)}} = \frac{x_1 - x_0}{x_1 - x_a^{(3)}} = \frac{y_1 - y_0}{y_1 - y_a^{(3)}}$ :

$$x_a^{(3)} = x_1 - (x_1 - x_0) \frac{S_{a1}^{(3)}}{S_{01}},$$

$$y_a^{(3)} = y_1 - (y_1 - y_0) \frac{S_{a1}^{(3)}}{S_{01}}.$$

Здесь  $S_{01}$  — расстояние между опорными вершинами  $M_0$  и  $M_1$ .

Из (3) и (4) определим координаты точки  $M_{\min}$  через минимальный радиус:

$$x_{\min} = 4\sqrt{\frac{4}{5}} \sqrt{q} = \frac{5}{3\sqrt{6}} R_{\min} = 0,68041 R_{\min};$$

$$y_{\min} = \sqrt{q} \frac{\sqrt{2}}{3 \cdot 5^{\frac{4}{3}}} = \frac{\sqrt{5}}{9\sqrt{6}} R_{\min} = 0,10143 R_{\min}.$$

Теперь рассчитаем геометрические параметры движения от  $M_a^{(3)}$  до  $M_{\min}$  — центр и радиус окружности, а также угловое перемещение — исходя из того, что дуга окружности, замещающая параболическую траекторию, соприкасается с ней в трех точках. Третья точка — это середина отрезка  $x \in [x_a^{(3)}; x_{\min}]$ , имеющая координаты  $(0,5x_{\min}; y_{\min}/8)$  (точка  $M_a^{(3)}$  принята за начало координат). Используя (11а) и (11б), можно найти центр замещающей окружности первого сегмента и выразить его через  $R_{\min}$ :

$$x_{\text{ц1}}^{(3)} = \frac{1}{6x_{\min}} \left( x_{\min}^2 - \frac{7}{8} y_{\min}^2 \right) = \frac{353}{6^4 \sqrt{6}} R_{\min};$$

$$y_{\text{ц1}}^{(3)} = \frac{1}{3y_{\min}} \left( x_{\min}^2 + \frac{31}{16} y_{\min}^2 \right) = \frac{751\sqrt{5}}{2 \cdot 6^3 \sqrt{6}} R_{\min}.$$

Из прямоугольного треугольника (см. рис. 5) вычисляется радиус замещающей окружности первого сегмента:

$$R_1^{(3)} = \sqrt{x_{\text{ц1}}^{(3)2} + y_{\text{ц1}}^{(3)2}} = 1,59085 R_{\min}.$$

Угловое перемещение:

$$\alpha_1^{(3)} = 2 \arcsin \frac{\sqrt{x_{\min}^2 + y_{\min}^2}}{2R_1^{(3)}} = 2 \arcsin \left( 72 \sqrt{\frac{5}{554449}} \right) = 0,43587308 \text{ (рад)}.$$

Для формулирования закона движения согласно (12а) и (12б) вычислим также начальную фазу  $\gamma_{01}^{(3)}$  движения объекта по дуге первого сегмента (рис. 6):

$$\begin{aligned} \gamma_{01}^{(3)} &= \arctg \left( \frac{x_{\text{ц1}}^{(3)}}{y_{\text{ц1}}^{(3)}} \right) + \frac{\pi}{2} = \arctg \left( \frac{R_{\min} \frac{353}{6^4 \sqrt{6}}}{R_{\min} \sqrt{\frac{5}{6} \frac{751}{2 \cdot 6^3}}} \right) + \frac{\pi}{2} = \\ &= \arctg \left( \frac{353}{3 \cdot 751 \cdot \sqrt{5}} \right) + \frac{\pi}{2} \approx 1,64 \text{ (рад)}. \end{aligned}$$

Начальная скорость  $v_{01}^{(3)}$  и начальное время  $t_{01}^{(3)}$  движения объекта по данному участку переходной кривой заданы.

Согласно (13) время, затраченное на преодоление начального участка переходной кривой:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{-v_{01}^{(3)} + \sqrt{v_{01}^{(3)2} + 2a\alpha_1^{(3)} R_1^{(3)}}}{a} = \\ &= \frac{-v_{01}^{(3)} + \sqrt{v_{01}^{(3)2} + 1,38682 a R_{\min}}}{a}. \end{aligned}$$

♦ *Движение по круговому участку переходной кривой*

После точки  $M_{\min}$  начинается второй участок — дуга окружности радиуса  $R_{\min}$ . Центр ее располагается в точке  $M_{\text{ц2}}^{(3)}$  на биссектрисе угла  $\varphi$  и совпадает с центром кривизны параболы  $(x_{\text{ц}}; y_{\text{ц}})$  в точке  $M_{\min}$ . Как было показано,

$$x_{\text{ц}} = \frac{2}{3\sqrt{6}} R_{\min} = 0,272166 R_{\min};$$

$$y_{\text{ц}} = \frac{10}{9} \sqrt{\frac{5}{6}} R_{\min} = 1,014301 R_{\min}.$$

Угол  $\alpha_2^{(3)}/2$  входит в треугольник, другими углами которого являются  $\varphi/2$  и угол  $\theta$ , образованный прямой  $M_{\text{ц2}}^{(3)} M_{\min}$  с осью  $M_a^{(3)} M_1$ . Как было показано выше, угловой коэффициент этой прямой составляет  $-\sqrt{5}$ . Соответственно угловое перемещение объекта на центральном участке переходной кривой:  $\alpha_2^{(3)} = 2 \arctg(\sqrt{5}) - \varphi$ .

Начальная скорость объекта на данном участке переходной кривой:

$$v_{02}^{(3)} = v_{01}^{(3)} + a T_1^{(3)} = \sqrt{v_{01}^{(3)2} + 1,38682 a R_{\min}}.$$

$$\text{Начальное время: } t_{02}^{(3)} = t_{01}^{(3)} + T_1^{(3)}.$$

Начальная фаза движения объекта, согласно рис. 6, составит

$$\begin{aligned} \gamma_{02}^{(3)} &= \arctg\left(\frac{y_{ц} - y_{\min}}{x_{\min} - x_{ц}}\right) = \\ &= \arctg\left(\frac{\frac{10\sqrt{5}R_{\min}}{9\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{5}R_{\min}}{9\sqrt{6}}}{\frac{5R_{\min}}{3\sqrt{6}} - \frac{2R_{\min}}{3\sqrt{6}}}\right) = \\ &= \arctg(\sqrt{5}) = 1,15026 \text{ (рад)}. \end{aligned}$$

Время на прохождение кругового участка переходной кривой:

$$\begin{aligned} T_2^{(3)} &= \frac{-v_{02}^{(3)} + \sqrt{v_{02}^{(3)2} + 2a\alpha_2^{(3)}R_{\min}}}{a} = \\ &= \frac{-v_{02}^{(3)} + \sqrt{v_{02}^{(3)2} + 2aR_{\min}(2,30052 - \varphi)}}{a}. \end{aligned}$$

♦ *Движение по конечному участку переходной кривой*  
Конечный участок переходной кривой от точки  $M_{\min 2}$  до точки  $M_b^{(3)}$  выхода с переходной кривой на курс  $\overline{M_1 M_2}$  полностью симметричен начальному участку относительно биссектрисы угла  $\varphi$ . Поэтому траекторию движения по нему можно получить, воспользовавшись следующей последовательностью преобразований координат (рис. 7):

1) зеркальное отображение относительно оси  $y$ . Аппроксимирующая окружность при этом перемещается на расстояние  $2x_{ц1}^{(3)}$  влево, а ее центр попадет в точку  $M'_{ц1}(-x_{ц1}^{(3)}; y_{ц1}^{(3)})$ . Важно, чтобы общее

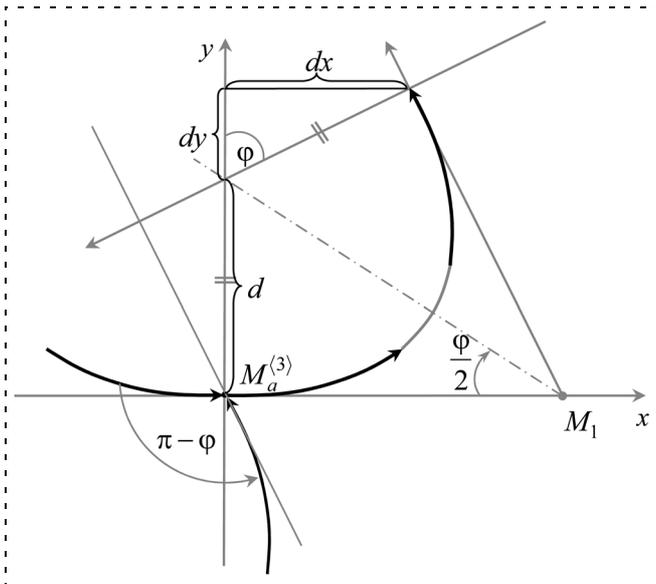


Рис. 7. Преобразование начального участка траектории в конечный

направление движения сохранилось. Для этого следует пересчитать начальную фазу в уравнении (12а):

$$\begin{aligned} \gamma_{03}^{(3)} &= \alpha_1^{(3)} - \left(\gamma_{01}^{(3)} - \frac{\pi}{2}\right) = 2\arcsin\left(72\sqrt{\frac{5}{554449}}\right) - \\ &- \arctg\left(\frac{353}{3 \cdot 751 \cdot \sqrt{5}}\right) = 0,365918 \text{ (рад)}; \end{aligned}$$

2) поворот вокруг начала координат на угол  $\pi - \varphi$  по часовой стрелке;

3) параллельный сдвиг на расстояния  $dx$  и  $d + dy$  по осям  $OX$  и  $OY$  соответственно.

В результате матрица аффинного преобразования примет следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & dx \\ \sin\varphi & \cos\varphi & dy + d \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} d &= \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right) S_{a1}^{(3)}; \quad dx = d \sin\varphi = 2S_{a1}^{(3)} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right); \\ d + dy &= d(1 + \cos\varphi) = \\ &= \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right) S_{a1}^{(3)} 2\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = S_{a1}^{(3)} \sin\varphi. \end{aligned}$$

Таким образом, положение объекта на конечном участке переходной кривой в заданный момент времени  $t$  можно определить, рассчитав сначала величины  $\bar{x}(t)$  и  $\bar{y}(t)$  по формулам, аналогичным (12а) и (12в):

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \\ &= R_1^{(3)} \cos\left(\frac{v_{03}^{(3)}(t - t_0) + 0,5a(t - t_0)^2}{R_1^{(3)}} - \gamma_{03}^{(3)}\right) - x_{ц1}^{(3)}; \end{aligned} \quad (15a)$$

$$\bar{y}(t) = \frac{-\bar{x}(t)^3}{6q} = \frac{-\bar{x}(t)^3}{\sqrt{5}} \left(\frac{3}{5R_{\min}}\right)^2. \quad (15b)$$

Затем требуется выполнить преобразование координат по схеме:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & dx \\ \sin\varphi & \cos\varphi & dy + d \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ \bar{y}(t) \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Начальная скорость объекта в момент вхождения на конечный участок переходной кривой

$$\begin{aligned} v_{03}^{(3)} &= v_{02}^{(3)} + aT_2^{(3)} = \\ &= \sqrt{v_{02}^{(3)2} + 2aR_{\min}(2,30052 - \varphi)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Начальное время } t_{03}^{(3)} &= t_{01}^{(3)} + T_1^{(3)} + T_2^{(3)} = \\ &= t_{02}^{(3)} + T_2^{(3)}. \end{aligned}$$

Время на прохождение конечного участка переходной кривой

$$T_3^{(3)} = \frac{-v_{03}^{(3)} + \sqrt{v_{03}^{(3)2} + 2a\alpha_1^{(3)}R_1^{(3)}}}{a} =$$

$$= \frac{-v_{03}^{(3)} + \sqrt{v_{02}^{(3)2} + 1,38682aR_{\min}}}{a}.$$

Общее время движения по переходной кривой (из точки  $M_a^{(3)}$  в точку  $M_b^{(3)}$ )

$$T_{ab}^{(3)} = T_1^{(3)} + T_2^{(3)} + T_3^{(3)}.$$

### Движение по двухсегментной переходной кривой

Закон движения объекта по переходной кривой, представленной двумя фрагментами кубических парабол, будет определен, если установлены следующие параметры и характеристики движения:

- 1) точка захода на переходную кривую  $M_a^{(2)}$  (в момент времени  $t_a^{(2)}$ , который может быть принят равным 0);
- 2) точка  $M_c(x_c; y_c)$  стыка двух симметричных фрагментов переходной траектории и момент времени  $t_c$ , когда объект достигает точки  $M_c$ ;
- 3) точка  $M_b^{(2)}(x_b^{(2)}; y_b^{(2)})$  выхода с переходной кривой на прямую  $M_1M_2$  и соответствующий момент времени  $t_b^{(2)}$ ;
- 4) уравнение движения объекта при  $t \in [t_a^{(2)}; t_c]$  и  $t \in [t_c; t_b^{(2)}]$ .

♦ *Движение до середины переходной кривой*  
Начальный участок переходной кривой представляет собой ветку параболы от точки  $M_a^{(2)}$  до точки  $M_c(x_c; y_c)$  пересечения переходной кривой с биссектрисой угла.

Координаты точки  $M_a^{(2)}$  рассчитываются согласно формулам для трехсегментной переходной кривой с заменой  $S_{a1}^{(3)}$  на  $S_{a1}^{(2)}$ :

$$x_a^{(2)} = x_1 - (x_1 - x_0) \frac{S_{a1}^{(2)}}{S_{01}};$$

$$y_a^{(2)} = y_1 - (y_1 - y_0) \frac{S_{a1}^{(2)}}{S_{01}}.$$

После расчета точки  $M_a^{(2)}$  в нее переносится центр локальной системы координат.

Точка стыка  $M_c(x_c; y_c)$  определена уравнениями (8).

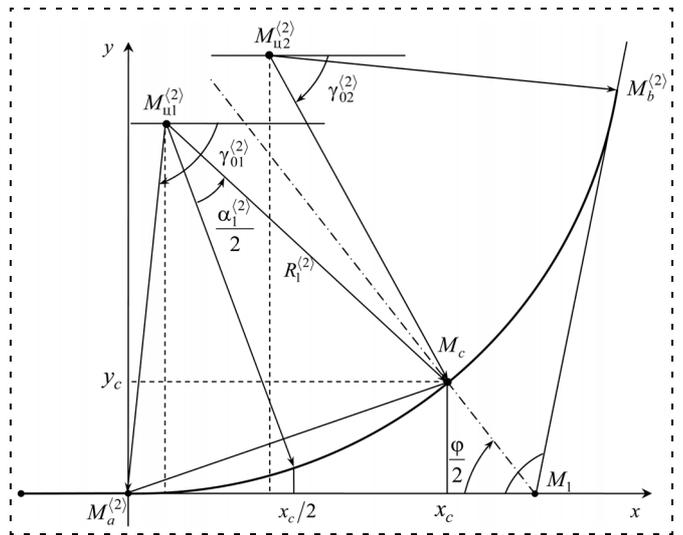


Рис. 8. Движение объекта по двухсегментной траектории

Заменяя ветку параболы дугой окружности, совмещаем две кривые по краям и по центру (точки  $M_a^{(2)}$ ,  $M_c$  и  $M(x_c/2; y(x_c/2) = y_c/8)$  соответственно). Рассчитывая центр окружности по формулам (10а) и (10б) получим

$$x_{u1}^{(2)} = \frac{5^4 \sqrt{5} \sqrt{6} R_{\min}}{7776} \frac{72 \operatorname{tg}^2(\varphi/2) - 7}{\operatorname{tg}^2(\varphi/2) \sqrt{\operatorname{tg}(\varphi/2)}};$$

$$y_{u1}^{(2)} = \frac{5^4 \sqrt{5} \sqrt{6} R_{\min}}{2592} \frac{144 \operatorname{tg}^2(\varphi/2) + 31}{\operatorname{tg}(\varphi/2) \sqrt{\operatorname{tg}(\varphi/2)}}.$$

Соответственно, начальная фаза движения по дуге (рис. 8) определяется согласно выражению

$$\gamma_{01}^{(2)} = \operatorname{arctg}\left(\frac{x_{u1}^{(2)}}{y_{u1}^{(2)}}\right) + \frac{\pi}{2} =$$

$$= \operatorname{arctg}\left(\frac{72 \operatorname{tg}^2(\varphi/2) - 7}{3 \operatorname{tg}(\varphi/2) (144 \operatorname{tg}^2(\varphi/2) + 31)}\right) + \frac{\pi}{2}.$$

Радиус окружности:

$$R_1^{(2)} = \sqrt{x_{u1}^{(2)2} + y_{u1}^{(2)2}} = \frac{5^4 \sqrt{5} \sqrt{6} R_{\min}}{7776} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{6^5 \cdot 11}{\operatorname{tg}(\varphi/2)} + \frac{3^3 \cdot 283}{\operatorname{tg}(\varphi/2)} + 6^6 \cdot 4 \operatorname{tg}(\varphi/2) + \frac{49}{\operatorname{tg}^5(\varphi/2)}}.$$

Угловое перемещение вычисляем из  $\Delta M_a^{(2)} M_{u1}^{(2)} M_c$ :

$$x_c^2 + y_c^2 = R_1^{(2)2} + R_1^{(2)2} - 2 R_1^{(2)2} \cos \alpha_1^{(2)} =$$

$$= 2 R_1^{(2)2} (1 - \cos \alpha_1^{(2)});$$

$$\alpha_1^{(2)} = \arccos \left( 1 - \frac{x_c^2 + y_c^2}{2R_1^{(2)^2}} \right) = \arccos \left( 1 - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{9\text{tg}^2(\varphi/2) + 1}{6^5 \cdot 11\text{tg}^2(\varphi/2) + 3^3 \cdot 283 + \frac{49}{\text{tg}^2(\varphi/2)} + 6^6 \cdot 4\text{tg}^4(\varphi/2)}} \right).$$

Время, за которое объект, следуя из точки  $M_a^{(2)}$ , достигнет точки  $M_c$ :

$$T_1^{(2)} = \frac{-v_{01}^{(2)} + \sqrt{v_{01}^{(2)^2} + 2a\alpha_1^{(2)}R_1^{(2)}}}{a}.$$

Его скорость к этому моменту:  $v_{02}^{(2)} = v_{01}^{(2)} +$

$$+ aT_1^{(2)} = \sqrt{v_{01}^{(2)^2} + 2a\alpha_1^{(2)}R_1^{(2)}}.$$

♦ *Движение от середины переходной кривой*

Траектория движения от точки  $M_c$  до точки  $M_b^{(2)}$  симметрична начальному участку траектории относительно биссектрисы угла  $\varphi$ , и порядок действий для получения закона движения аналогичен приведенному выше алгоритму. Приведем расчет основных параметров движения.

Начальная фаза:  $\gamma_{02}^{(2)} = \alpha_1^{(2)} - \left(\gamma_{01}^{(2)} - \frac{\pi}{2}\right)$ . На-

чальное время:  $t_{02}^{(2)} = t_{01}^{(2)} + T_1^{(2)}$ .

Координаты  $\bar{x}(t)$  и  $\bar{y}(t)$  вычисляются согласно формулам (15а) и (15б):

$$\bar{x}(t) = R_1^{(2)} \cos \left( \frac{v_{02}^{(2)}(t - t_{02}^{(2)}) + 0,5a(t - t_{02}^{(2)})^2}{R_1^{(2)}} - \gamma_{02}^{(2)} \right) - x_{ц1}^{(2)};$$

$$\bar{y}(t) = \frac{-\bar{x}(t)^3}{6q} = \frac{-\bar{x}(t)^3}{\sqrt{5}} \left( \frac{3}{5R_{\min}} \right)^2.$$

Коэффициенты в схеме преобразования координат (16) претерпевают незначительные изменения:

$$d = \text{tg} \left( \frac{\varphi}{2} \right) S_{a1}^{(2)}; dx = d \sin \varphi = 2 S_{a1}^{(2)} \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right);$$

$$d + dy = d(1 + \cos \varphi) = \text{tg} \left( \frac{\varphi}{2} \right) S_{a1}^{(2)} 2 \cos^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) = S_{a1}^{(2)} \sin \varphi.$$

### Заключение

Программная реализация предложенного метода воспроизведения переходной траектории показала, что использование отрезков кубической параболы и дуги окружности позволяет получить кривую сопряжения прямолинейных отрезков движения

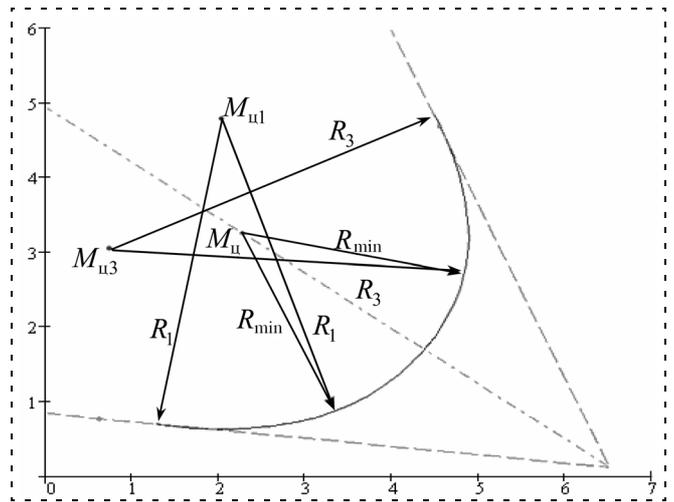


Рис. 9. Моделирование трехсегментной переходной кривой в среде MathCad

с плавным изменением перегрузки. На рис. 9 показан результат реализации описанного метода средствами MathCad: радиус-векторы  $R_1$ ,  $R_{\min}$ ,  $R_3$  фиксируют фрагменты плавной переходной кривой траектории движения объекта.

Погрешность (колебания ускорения в окрестностях выбранного значения) возникает при расчете положения объекта на траектории в заданный момент времени вследствие вычисления координаты  $x(t)$  по формуле (12а), предназначенной для кругового участка движения. Эта мера обусловлена значительными трудностями аналитического представления кинематики движения по кубической параболе. В результате движение объекта не будет строго равноускоренным, однако колебаниями ускорения в данном случае можно пренебречь.

Метод применим также к ряду других технических задач, предполагающих расчет переходной кривой при заданном минимальном радиусе кривизны, таких, например, как формирование участков поворота железнодорожных путей и автомобильных дорог.

Построенная на плоскости переходная кривая может быть переориентирована в пространстве в соответствии с базовой системой координат методом стандартного аффинного преобразования.

*Работа выполнена совместно сотрудниками ФГУП "Муромский завод радиоизмерительных приборов" и Муромского института Владимирского государственного университета (МИВлГУ).*

### Список литературы

1. Безяев В. С., Воробьев А. Н. Тренажерный комплекс подсистемы управления средствами ПВО // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. 2008. С. 17–24.
2. А. С. № 991479 СССР. Тренажер оператора локационных станций / А. В. Гусев. Оpubл. 1983. Бюл. № 3.
3. Чекушкин В. В., Юрин О. В., Булкин В. В. Реализация вычислительных процессов в информационно-измерительных системах. Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2005. 158 с.
4. Фихтенгольд Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (в 3-х т.). Т. 1. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 680 с.

# CONTENTS

- Slita O. V., Ushakov A. V., Tsvetarnyi A. Yu.** Design of Modal Control Providing Guaranteed Stability Factor of a Continuous-Time System . . . . . 2  
*In this paper the problem of modal control design providing required quality coefficients and guaranteed stability factor is considered.*  
**Keywords:** modal control, guaranteed phase stability factor.
- Selvesyuk N. I.** Parameter Adaptation of Optimal Control on Basis of Direct and Inverse Optimization Problems . . . . 7  
*In article the approach is introduced which allow synthesis the linear-quadratic regulators with given performance for variety of control objects with various dynamics. The synthesis realized without solving direct optimization problem. Parameters of linear-quadratic regulator determined from solving the inverse optimization problem with used limited special variety sample of control objects. Recalculation of optimal control for other objects realized on basis of results the evolution of Lourie-Riccati equation. The methodical example is presented.*  
**Keywords:** linear-quadratic optimization task, inverse optimization task, Lourie-Riccati equation, matrix canonization.
- Lebedev V. A.** Recent Arc Automated and Mechanized Welding Equipment as Mechatronical System . . . . . 13  
*The creation of mechanized and automated equipment of the new generation with use of methodology on the basis of mechatronics principles is considered. It's regarded the series of concrete objects of the welding equipment where the mechatronical systems are on the base of their creation.*  
**Keywords:** welding, smelt, mechatronic, effectiveness, mechanics, control, regulation, semi-automation, automation, system.
- Kapustjan S. G., Kulinichev R. N.** Group Control of the Automated Warehouse Systems Equipment . . . . . 19  
*Questions of usage of decentralized controls strategies by equipment of the automated warehouses sold by distributed systems are considered. In the paper ways of organization of interaction automatic mobile warehouse sections at execution of technological warehouse operations are described. Organization of interaction is assigned to the distributed control systems with the network architecture.*  
**Keywords:** automated warehouse, mobile rack section, automatic self-moving rack section, technological warehouse operation, group control by the equipment, decentralized control, methods of organization of group interaction.
- Martinov G. M., Grigorjev A. S.** Principle of Construction and Integration in PCNC Systems a Subsystem of 3D-Visualization of Part Programs . . . . . 26  
*Applications of 3D-visualization of process of working off on machine tools from a PNC are investigated, the architectural model of universal system of 3D-visualization is constructed and solution with application of the COM approach is offered. The complete live-cycle of creating the CNC application is considered on an example of 3D-visualization of part programs, since creation of requirements and ending its integration into CNC system. The choice of standard development tools and ready program solutions is proved, the development environment is generated.*  
**Keywords:** CNC, personal system of a CNC (PCNC), the part program, CAD-CAM verifier of the part program, 3D-visualization, mind map, COM model, diagram of precedents, interaction diagram, Enterprise Architect CASE system, COM, ActiveX.
- Zakharov O. V.** Management of Accuracy of Centerless Grinding by the Statistical Methods . . . . . 32  
*Offered management accuracy processing centerless grinding on base of statistical modeling Monte-Carlo. The results of practical application of the designed method on operations grinding of the chute rings of high precision bearing are given.*  
**Keywords:** centerless grinding, adjustment of the machine, statistical modeling.
- Tchikurov N. G., Gontcharov A. V.** Construction of Mathematical Model of Robot by a Method of Electroanalogies . . . . . 36  
*On an example of the robot with three turning pairs the technique of mathematical simulation of mechanical systems by a method of electroanalogies is shown. The solution of the return item task of robotics as differentially – algebraic equations is obtained.*  
**Keywords:** mathematical simulation, method of electromechanical analogies, the manipulator.
- Balashov V. S., Gromov B. A., Ermolov I. L., Roskilly A. P.** Autonomous Robot HISMAR for Hull Cleaning . . 42  
*Using robots for ships' hull cleaning from biological fouling has substantial advantages in front of other approaches. This paper presents the development of autonomous robot for hull cleaning HISMAR. The prototype has been successfully built in terms of international R & D project HISMAR (Hull Identification System for Marine Autonomous Robotics). The project was financed by European Union in terms of 6th Framework Programme.*  
**Keywords:** mobile robotics, autonomy of robots, intelligent systems, shipbuilding, biological fouling.

- Golovin V. F., Arkhipov M. V., Zhuravlev V. V.** The Development Problems of Robotics for Restorative Medicine ..... 49  
*In article the robotics for restorative medicine condition review and possible prospects of development are considered. The expansion problems of robotic application in direction of prophylaxis, health protection, preserving and increasing capacity for work of people are discussed. To provide high therapeutic effect, safety and service the necessity in adaptive intelligent robotics is argued.*  
**Keywords:** medical robotics, restorative medicine, position/force control, biotechnic control, adaptive intelligent control.
- Kozlov S. V., Tchoumakov D. M., Tochinski E. G.** Specialized Controller of the Frame Grabber and Analyzer System of the X-Ray Converter Video Camera ..... 53  
*The article takes a look at one of the possible designs of the FPGA-based controller of the X-ray converter camera CCD. The goal is the development of the specialized controller with the optical data controlling, accumulating and analyzing functions released in hardware. The chip analysis was held. Also investigations in controller optimizing were made to increase the performance of the frame grabber and analyzer system. Future work is overviewed.*  
**Keywords:** converter, microcontroller, charge-coupled device (CCD), field programmable gate array (FPGA), analog-to-digital converter (ADC), FIFO buffer, VGA, DDR2 dynamic store, binning, histogram.
- Grebnev O. N., Korsun O. N.** Reduction of Errors of Identification at the Inexact Information on Structure of Mathematical Model of Object and Measurement System ..... 59  
*The new approach of minimisation of errors of identification of the aerodynamic factors caused by inexact definition of the cross moment of inertia and inexact installation of sensors of angular speeds concerning connected axes is offered. The problem dares by selection of an operating signal. Results of researches on mathematical model of lateral movement of an aircraft are resulted. The results confirm working capacity of the offered approach.*  
**Keywords:** identification, feight tests, error estimation, error minimisation, modelling.
- Proshin I. A., Timakov V. M., Proshkin V. N.** Helicopter Trainer for Wave-Covered Water Ditching ..... 65  
*The dynamic test systems are considered which are intended for flight simulators used in emergency flight training. Primary consideration is given to improvement of the dynamic test systems and the controlled hydraulic servo of the ditching helicopter trainer.*  
**Keywords:** flight trainer-simulator, helicopter trainer, dynamic test system, acceleration simulator, case of emergency.
- Bobrov M. S., Averjanov A. M., Chekushkin V. V.** Imitation of Flying Objects Trajectories for Radiolocation Systems of Management and Control for Air Space ..... 70  
*There are some approaches for flying objects trajectories imitation on maneuver sections with smooth joining of trajectory rectilinear lengths by cubic parabolas and circles arcs suggested in the article.*  
**Keywords:** imitation of motion kinematics, maneuver area, flying object, flight trajectory, trajectory smoothing, simulator for RLS operator, interfacing of flight trends, moving along cubic parabola and arc of circumference.

---



---

**Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»**

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова.*

Технический редактор *Е. В. Конова.* Корректор *Т. В. Пчелкина.*

---

Сдано в набор 03.07.2009. Подписано в печать 13.08.2009. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
 Усл. печ. л. 9,8. Уч.-изд. л. 10,46. Заказ 747. Цена договорная.

---

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,  
 телерадиовещания и средств массовых коммуникаций  
 Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика". 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15