

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 4 (109)

апрель

2010

Редакционный совет:

КУЗНЕЦОВ Н. А.
МАКАРОВ И. М.
МАТВЕЕНКО А. М.
ПЕШЕХОНОВ В. Г.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.
ФЕДОРОВ И. Б.

Главный редактор:

ТЕРЯЕВ Е. Д.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.
ПУТОВ В. В.
ЮЩЕНКО А. С.

Выпускающий редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б.

Ответственный секретарь:

ПЕТРИН К. В.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М.
БОГАЧЕВ Ю. П.
БУКОВ В. Н.
ВОСТРИКОВ А. С.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.
ИВЧЕНКО В. Д.
ИЛЬЯСОВ Б. Г.
КАЛЯЕВ И. А.
КОЛОСОВ О. С.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.
КУЗЬМИН Н. Н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.
ЛЕОНОВ Г. А.
ЛЁВИН Б. А.
ЛОХИН В. М.
НОРЕНКОВ И. П.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.
РАПОПОРТ Э. Я.
РАССАДКИН Ю. И.
РАЧКОВ М. Ю.
РЕЗЧИКОВ А. Ф.
СЕБРЯКОВ Г. Г.
СИГОВ А. С.
СИРОТКИН О. С.
СОЙФЕР В. А.
ТИМОФЕЕВ А. В.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.
ФУРСОВ В. А.
ХИМЕНКО В. И.
ЮРЕВИЧ Е. И.
ЮСУПОВ Р. М.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.
ЧУГУНОВА А. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Девятисильный А. С., Кислов Д. Е.** Спектральные портреты и устойчивость линейных систем 2
- Ким Д. П.** Синтез неминимально-фазовых систем управления с заданным временем регулирования 5
- Фуртат И. Б.** Непрерывно-дискретное робастное управление линейным объектом . . 10

ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

- Себряков Г. Г.** Моделирование деятельности человека-оператора в полуавтоматических системах управления динамическими объектами 17

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

- Кожевникова М. В.** Системные методы непрерывного усовершенствования продукции на уровне изобретений на примере планетарных передач винт—гайка с резьбовыми роликами 30
- Белгородский В. С., Гусаров А. В., Козлов А. С., Кадушкин С. В.** Современный подход к моделированию множества сборок механизмов малых перемещений . . . 35
- Башилов А. С., Геращенко А. Н., Гусинский И. И., Куликов Н. И., Куприянов А. Д., Рябин Д. А., Фадеев В. В.** Системное проектирование вентильных двигателей с микропроцессорным управлением для прецизионных систем электропривода 40
- Панкратов В. В., Котин Д. А.** Принципы векторного управления и алгоритмы ориентирования по полю в асинхронизированном синхронном электроприводе 46

ПРОГРАММНЫЙ ИНЖИНИРИНГ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

- Колоденкова А. Е.** Статистический подход к оценке реалистичности программных проектов для автоматизированных информационно-управляющих систем 52

Журнал в журнале

"УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Джашитов В. Э., Панкратов В. М., Голиков А. В.** Анализ и управление температурными полями волнового твердотельного датчика инерциальной информации 62
- Заведеев А. И.** Вероятностные модели захвата звезд астродатчиком в задаче определения ориентации космического аппарата 68
- Дорожкин В. М.** Идентификация начального этапа экстренного торможения морского судна 73
- Contents** 79

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 519.61

А. С. Девятисильный, д-р техн. наук, гл. науч. сотр.,
Д. Е. Кислов, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр.,
Институт автоматизации и процессов управления
ДВО РАН
devyatis@iacp.dvo.ru

Спектральные портреты и устойчивость линейных систем

Представлены новые результаты по проблеме ε -спектров матричных операторов и методология исследования задач наблюдения, управления и устойчивости в условиях конечной точности вычислений.

Ключевые слова: спектральный портрет, устойчивость, наблюдаемость, управляемость

Введение

Проблема устойчивости — важнейшая в современной теории управления, а ее решение в каждом отдельном случае является завершением процесса верификации представлений о корректности постановки конкретной задачи.

Практическое решение задачи управления обычно связывают с замкнутым решением двух обратных, по сути, задач — наблюдения и собственно управления по наблюдению, реализуемых с помощью алгоритмов точечного или динамического обращения [1]. Устойчивость же последних, как известно, непосредственно зависит от того, насколько в модели задачи представлены базовые системные свойства — наблюдаемость и управляемость, а также от того, в какой степени последние реализуемы в конкретной технологической среде, отождествляемой в данной статье с вычислительной (цифровой) средой. В силу конечной точности представления чисел в такой среде при погружении в нее линейных задач (только об этих задачах в статье и идет речь) неизбежны возмущения их матричных операторов и, как следствие, возмущения спектров последних. При оценке свойств решений конкретных задач важен характер возмущения. Достаточно наглядное представление о нем дает обращение к спектральному портрету, или ε -спектру, оператора [2].

В данной статье устанавливаются условия, гарантирующие множественное отношение ε -спектров возмущенного и исходного операторов и делаются выводы о критических уровнях относительных

возмущений, сохраняющих заданные свойства оператора в вычислительной среде.

Основные положения

Под спектральным портретом матрицы $\mathbf{F}$ понимается объединение всех множеств собственных значений матрицы $\mathbf{F} + \Delta\mathbf{F}$ при $\|\Delta\mathbf{F}\| \leq \varepsilon\|\mathbf{F}\|$, где $\|\cdot\|$ — некоторая матричная норма. В этом случае необходимым и достаточным условием того, что комплексное значение λ принадлежит ε -спектру ($\lambda \in \Lambda_\varepsilon(\mathbf{F})$), является выполнение условия [2, 3]

$$\|(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}\| \geq \frac{1}{\varepsilon\|\mathbf{F}\|}, \quad \varepsilon > 0.$$

Пусть $\mathbf{Q}$ — пространство квадратных матриц заданной размерности; $\mathbf{F}, \tilde{\mathbf{F}} \in \mathbf{Q}$, где $\mathbf{F}$ — исходная, а $\tilde{\mathbf{F}}$ — возмущенная матрицы. Введем следующую модель возмущений, описывающую соотношение операторов $\mathbf{F}$ и $\tilde{\mathbf{F}}$:

$$\|\mathbf{F} - \tilde{\mathbf{F}}\| \leq \gamma\|\mathbf{F}\|, \quad 0 \leq \gamma < 1, \quad (1)$$

которую преобразуем к виду

$$\frac{1}{1+\gamma}\|\tilde{\mathbf{F}}\| \leq \|\mathbf{F}\| \leq \frac{1}{1-\gamma}\|\tilde{\mathbf{F}}\|. \quad (2)$$

Рассмотрим ε -спектры операторов $\mathbf{F}$ и $\tilde{\mathbf{F}}$. Имеем

$$\begin{aligned} \Lambda_\varepsilon(\mathbf{F}) &= \left\{ \lambda : \|(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}\| \leq \frac{1}{\varepsilon\|\mathbf{F}\|} \right\}; \\ \Lambda_{\tilde{\varepsilon}}(\tilde{\mathbf{F}}) &= \left\{ \lambda : \|(\lambda\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{F}})^{-1}\| \leq \frac{1}{\tilde{\varepsilon}\|\tilde{\mathbf{F}}\|} \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Из определения ε -спектра следует, что для того, чтобы $\Lambda_\varepsilon(\mathbf{F}) \subseteq \Lambda_{\tilde{\varepsilon}}(\tilde{\mathbf{F}})$, должно выполняться неравенство $\tilde{\varepsilon} \geq \varepsilon$. Учитывая, что $\mathbf{F} + \Delta\mathbf{F} = \mathbf{F} + \Delta\mathbf{F} - \tilde{\mathbf{F}} + \tilde{\mathbf{F}} = \tilde{\mathbf{F}} + (\mathbf{F} - \tilde{\mathbf{F}}) + \Delta\mathbf{F}$, где $\Delta\mathbf{F}$ — возмущение, участвующее в определении ε -спектра матрицы $\mathbf{F}$ ($\|\Delta\mathbf{F}\| \leq \varepsilon\|\mathbf{F}\|$), в силу (1) и (2) имеем $\|(\mathbf{F} - \tilde{\mathbf{F}}) + \Delta\mathbf{F}\| \leq \gamma\|\mathbf{F}\| + \varepsilon\|\mathbf{F}\| \leq \gamma/(1-\gamma)\|\tilde{\mathbf{F}}\| + \varepsilon/(1-\gamma)\|\tilde{\mathbf{F}}\|$. Тогда, определяя $\tilde{\varepsilon}$ из условия $\frac{\gamma+\varepsilon}{1-\gamma}\|\tilde{\mathbf{F}}\| \leq \tilde{\varepsilon}\|\tilde{\mathbf{F}}\|$, приходим к следующему утверждению.

Утверждение 1. Пусть $\mathbf{F}$ и $\tilde{\mathbf{F}}$ — соответственно точный и возмущенный операторы, удовлетворяющие неравенству (2). Тогда, если

$$\tilde{\varepsilon} \geq \frac{\gamma + \varepsilon}{1 - \gamma}, \quad (4)$$

то $\Lambda_{\varepsilon}(\mathbf{F}) \subseteq \Lambda_{\tilde{\varepsilon}}(\tilde{\mathbf{F}})$.

Обозначим $\tilde{\varepsilon}_0$ максимально допустимое значение относительных возмущений оператора $\tilde{\mathbf{F}}$, при которых начинается выход его ε -спектра из некоторой области Ω комплексной плоскости $\mathbb{C}$. Если при текущих значениях γ и $\tilde{\varepsilon}_0$ существует положительное значение ε_0 , удовлетворяющее соотношению (4), то это означает вложенность ε_0 -спектра $\mathbf{F}$ в $\tilde{\varepsilon}_0$ -спектр возмущенного оператора $\tilde{\mathbf{F}}$, что, в свою очередь, влечет выполнение $\Lambda_{\varepsilon}(\mathbf{F}) \subseteq \Omega$. Таким образом, верно следующее следствие.

Следствие 1. Если

$$\tilde{\varepsilon}_0 > \frac{\gamma}{1 - \gamma}, \quad (5)$$

то $\Lambda_{\varepsilon}(\mathbf{F}) \subseteq \Omega$.

По сути, следствие 1 — это условие существования положительного решения ε , удовлетворяющего (4) при известных γ и $\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_0$, нарушение которого не гарантирует локализации спектра оператора $\mathbf{F}$ в заданной области Ω . Уровень относительных возмущений (ε_0), не выводящих ε_0 -спектр $\mathbf{F}$ из области Ω , определяется из (4) при выполнении (5), т. е. $\varepsilon_0 = (1 - \gamma)\tilde{\varepsilon}_0 - \gamma$.

При анализе устойчивости стационарной линейной системы (например, [4]), динамика которой определяется оператором $\mathbf{F}$, в качестве областей локализации выступают множества $\Omega_1 = \{\lambda: \operatorname{Re}(\lambda) \leq 0\}$ (левая комплексная полуплоскость $\mathbb{C}$) — в непрерывном случае и $\Omega_2 = \{\lambda: |\lambda| \leq 1\}$ (круг единичного радиуса в $\mathbb{C}$) — в дискретном.

При исследовании проблемы разрешимости систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), актуальной и при анализе наблюдаемости (управляемости) линейных динамических систем [5, 6], в качестве области Ω , в которой должен оставаться ε -спектр матрицы, выступает вся комплексная плоскость, за исключением нуля, т. е. множество $\Omega_0 = \{\mathbb{C} \setminus 0\}$. В этом случае выполняется следующее следствие.

Следствие 2. Для невырожденности исходной и возмущенной систем, заданных операторами $\mathbf{F}$ и $\tilde{\mathbf{F}}$ соответственно, достаточно выполнения неравенства

$$\tilde{\mu} < \frac{1 - \gamma}{\gamma}, \quad (6)$$

где $\tilde{\mu} = \mu(\tilde{\mathbf{F}})$ — число обусловленности оператора $\tilde{\mathbf{F}}$.

Доказательство следствия строится на интерпретации определения числа обусловленности. Действительно, имеем $\|\tilde{\mathbf{F}}^{-1}\|^{-1} = \frac{\|\tilde{\mathbf{F}}\|}{\mu(\tilde{\mathbf{F}})} = \|\Delta\tilde{\mathbf{F}}\|$, $\|\Delta\tilde{\mathbf{F}}\|$ —

норма минимального возмущения оператора $\tilde{\mathbf{F}}$, при котором возможно его вырождение. Но тогда $\|\Delta\tilde{\mathbf{F}}\| = \tilde{\varepsilon}_0 \|\tilde{\mathbf{F}}\|$ и, таким образом, $\tilde{\varepsilon}_0(\tilde{\mathbf{F}}) = \mu^{-1}(\tilde{\mathbf{F}})$. Далее, учитывая (5), приходим к (6). Существенно, что этим устанавливается новая область значений для параметра γ , а именно: $0 \leq \gamma < 0,5$, т. е. условие (6) является калибровочным для γ .

Изложенные выше теоретические положения требуют прикладной интерпретации в условиях конечной точности вычислений, характерной для реальных арифметических устройств.

Пусть e — относительная точность представления чисел в вычислительной среде. Не нарушая общности изложения, далее положим $\gamma = e \ll 1$. Обозначим $\tilde{\varepsilon}_0^c$ вычисленное (вообще говоря, любым способом) значение $\tilde{\varepsilon}_0$. По сути, $\tilde{\varepsilon}_0^c$ — это измерение, выполненное ЭВМ. Очевидно, $\tilde{\varepsilon}_0 < \tilde{\varepsilon}_0^c$. Отождествим накопленную в процессе вычисления $\tilde{\varepsilon}_0$ погрешность со значением $\chi(e)$, так что

$$\tilde{\varepsilon}_0 + \chi(e) = \tilde{\varepsilon}_0^c. \quad (7)$$

Пусть $\chi(e) = K_1 e + K_2 e^2$. Рассматривая далее $\tilde{\varepsilon}_0$, K_1 и K_2 в качестве неизвестных констант, приходим к выводу, что для их определения достаточно вычислить правую часть (7) для трех различных значений e (т. е. $e_1, e_2, e_3, e_1 > e_2 > e_3$) и разрешить полученную систему трех линейных уравнений вида (7). Полученные в результате такой процедуры оценки обозначим $\tilde{\varepsilon}_0^e, K_1^e$ и K_2^e . Тогда условие, гарантирующее вложенность спектра оператора $\mathbf{F}$ в заданную область Ω (например, $\Omega = \Omega_1, \Omega = \Omega_2$), имеет вид $K_1^e e + K_2^e e^2 = \chi^e(e) < \tilde{\varepsilon}_0^e$ и должно выполняться, по крайней мере, для случая наименьшего (e_3) из значений e . Заметим, что условия (5) для $\tilde{\varepsilon}_0^e$ (в отличие от $\tilde{\varepsilon}_0$), вообще говоря, не является гарантирующим.

В случае, когда исследуется проблема вырожденности оператора и $\Omega = \Omega_0$, обращаясь к доказательству следствия 2, можем переписать (7) в виде

$$\frac{1}{\tilde{\mu}} + \chi(e) = \frac{1}{\tilde{\mu}^c},$$

где $\tilde{\mu}$ и $\tilde{\mu}^e$ — соответственно истинное и вычисленное (вообще говоря, любым способом) значения числа обусловленности оператора $\tilde{\mathbf{F}}$. Прибегая далее к процедуре, аналогичной вышеизложенной, получаем условие, гарантирующее невырожденность оператора $\mathbf{F}$, а именно: $\tilde{\mu}^e < \mu^* = 1/\chi^e(e)$, где $\tilde{\mu}^e$ — оценка числа $\tilde{\mu}$. Отметим также, что условие (6) для $\tilde{\mu}^e$ (в отличие от $\tilde{\mu}$), вообще говоря, не является гарантирующим.

Вычислительные эксперименты

Пример 1. Исследуется устойчивость матрицы $\mathbf{F}$, описывающей динамику дискретной линейной системы:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5,9411 \cdot 10^{-5} & 0 & -0,7234 & 0 \\ -1,5376 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 & 5,9411 \cdot 10^{-5} & -0,0061 & -5,9411 \cdot 10^{-5} \\ -5,9411 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 1 & -0,2432 & 0 \\ 0 & -5,9411 \cdot 10^{-5} & -1,5376 \cdot 10^{-6} & 0 & -0,0018 & 0 \\ 5,9411 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & -0,5704 & 1 \\ 0 & 5,9411 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & -0,0046 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда $\Omega = \Omega_2$. В табл. 1 приведены результаты для четырех матричных норм, первые три из которых — подчиненные (индуцированные), последняя, евклидова (фробениусова), — векторная. Вычисления выполнены при $e_1 = 1,19 \cdot 10^{-7}$, $e_2 = 2,22 \cdot 10^{-16}$ и $e_3 = 1,08 \cdot 10^{-19}$ (так называемые одинарная, двойная и расширенная машинные точности).

Как видим, для всех матричных норм $\chi^e(e) < \tilde{\epsilon}_0^e$ и, следовательно, спектры матриц $\tilde{\mathbf{F}}$ и $\mathbf{F}$ принадлежат Ω_2 , т. е. $\Lambda(\tilde{\mathbf{F}}) \in \Omega_2$ и $\Lambda(\mathbf{F}) \in \Omega_2$.

Действительно,

$$\Lambda(\tilde{\mathbf{F}}) = \{-0,562143820645085; -0,008165871472793; -0,000040614091017 \pm 0,001296771322193i; -0,000039559588110 \pm 0,001180536479058i\}.$$

Пример 2. Исследуется матрица

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} -9 & 11 & -21 & 63 & -252 \\ 70 & -69 & 141 & -421 & 1684 \\ -575 & 575 & -1149 & 3451 & -13801 \\ 3891 & -3891 & 7782 & -23345 & 93365 \\ 1024 & -1024 & 2048 & -6144 & 24572 \end{pmatrix},$$

Таблица 1

Норма	$\tilde{\epsilon}_0^e$	$\chi^e(e)$
$\ \cdot\ _1$	0,116920219837503	$3,68 \cdot 10^{-17}$
$\ \cdot\ _2$	0,170845322693065	$4,28 \cdot 10^{-17}$
$\ \cdot\ _\infty$	0,109396611965521	$2,28 \cdot 10^{-17}$
$\ \cdot\ _F$	0,103989809826734	$1,99 \cdot 10^{-17}$

Таблица 2

Норма	$\tilde{\mu}^e$	$1/\chi^e(e)$
$\ \cdot\ _1$	$4,11 \cdot 10^{15}$	$2,91 \cdot 10^{15}$
$\ \cdot\ _2$	$1,0 \cdot 10^{15}$	$8,6 \cdot 10^{14}$
$\ \cdot\ _\infty$	$5,2 \cdot 10^{15}$	$3,4 \cdot 10^{15}$
$\ \cdot\ _F$	$7,3 \cdot 10^{15}$	$6,2 \cdot 10^{15}$

которая вырождена, причем кратность нулевого собственного значения равна 5. В этом случае $\Omega = \Omega_0$.

Результаты вычисления собственных чисел в среде с $e = e_2$ (одно действительное и четыре мнимых числа) приводят к ложному заключению о невырожденности $\mathbf{F}$.

Вместе с тем, результаты исследования, приведенные в табл. 2 (при $e = e_1$, $e = e_2$ и $e = e_3$), показывают, что гарантирующее условие невырожденности матрицы (т. е. $\tilde{\mu}^e < \mu^*$) не выполняется ни для одной из матричных норм. Таким образом, утверждать, что исследуемый оператор невырожден, вообще говоря, нельзя, так же, как нельзя утверждать и обратное.

Заключение

Таким образом, в работе сформулированы и доказаны новые теоретические положения, расширяющие представление об ε -спектрах матричных операторов, а также выполнена прикладная интерпретация этих положений, результаты которой позволяют делать объективные выводы о наблюдаемости, управляемости и устойчивости решений обратных задач в условиях конечной точности вычислений.

Список литературы

1. Осипов Ю. С., Кряжмский А. В. Задачи динамического обращения // Вестник РАН. 2006. Т. 76. № 7. С. 615—624.
2. Годунов С. К., Кирилюк О. П., Костин В. И. Спектральные портреты матриц. Препр. № 3. Новосибирск. Сиб. отд. Ин-т математики. 1990. 20 с.
3. Малышев А. Н. Введение в вычислительную линейную алгебру. Новосибирск: Наука, 1991. 229 с.

4. Девятисильный А. С., Крыжко И. Б. Исследование устойчивости задачи коррекции инерциальной навигационной системы на неподвижном основании // Изв. АН. Теория и системы управления. 2000. № 3. С. 125—130.
5. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971. 400 с.
6. Девятисильный А. С., Кислов Д. Е. Устойчивость динамических алгоритмов определения орбит квазистационарных ИСЗ // Космические исследования. 2007. Т. 45. № 2. С. 138—143.

УДК 681.51

Д. П. Ким, д-р техн. наук, проф.,
МИРЭА (технический университет), Москва
dpkim@yandex.ru

Синтез неминимально-фазовых систем управления с заданным временем регулирования

Рассматривается задача синтеза передаточной функции регулятора по заданному времени регулирования методом желаемой передаточной функции (МЖПФ), когда объект регулирования является неминимально-фазовым и его передаточная функция содержит правый нуль. МЖПФ, помимо заданного времени регулирования, позволяет обеспечить дополнительные требования к качеству в установившемся и переходном режимах.

Ключевые слова: минимально-фазовый, неминимально-фазовый, нормированная передаточная функция, желаемая передаточная функция, время регулирования

Введение

Важными показателями качества линейных систем управления являются прямые показатели качества — время регулирования и перерегулирование. В теории автоматического управления большое внимание уделяется проблеме синтеза систем по этим показателям качества [1—4]. Для ее решения разработаны различные частотные и корневые методы. Эти методы являются приближенными и трудоемкими, требуют значительной априорной информации. Кроме того, они, в основном, рассчитаны на синтез минимально-фазовых систем управления.

В данной статье рассматривается решение задачи синтеза по заданным прямым показателям качества методом желаемых передаточных функций. При этом одним из главных показателей принимается время регулирования. Основное внимание уделяется синтезу систем управления, когда объект является неминимально-фазовым.

Метод желаемых передаточных функций синтеза систем управления

Пусть задана передаточная функция объекта $W_o(s) = P(s)/R(s)$ и известна желаемая передаточная функция $W_{\text{ж}}(s)$. Требуется найти передаточную функцию регулятора $W_p(s)$ (рис. 1), при которой передаточная функция синтезируемой системы была бы равна желаемой передаточной функции $W_{\text{ж}}(s)$. Регулятор должен быть физически осуществим, и синтезированная система должна быть грубой.

Решение поставленной задачи методом желаемой передаточной функции состоит в следующем [5, 6].

Выполняется факторизация передаточной функции объекта, т. е. она представляется следующим образом:

$$W_o(s) = \frac{P(s)}{R(s)} = \frac{P^-(s)P^+(s)}{R^-(s)R^+(s)}. \quad (1)$$

Здесь $P^-(s)$, $R^-(s)$ — полиномы с левыми нулями, $P^+(s)$, $R^+(s)$ — полиномы с правыми и нейтральными нулями. Если полиномы $P(s)$ и $R(s)$ не содержат левых нулей, то $P^-(s)$ и $R^-(s)$ следует принять равными константе; если они не содержат правых и нейтральных нулей, то $P^+(s)$ и $R^+(s)$ следует положить равными единице.

Затем выписываются условия разрешимости, физической осуществимости и грубости. При записи этих условий помимо степеней полиномов, входящих в правую часть соотношения (1), исполь-

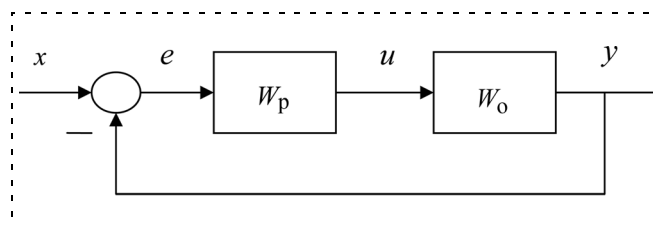


Рис. 1. Структурная схема

зуются степени характеристического полинома синтезируемой системы (знаменателя желаемой передаточной функции) $G(s)$ и неизвестных полиномов $M(s)$ и $N(s)$. Обозначая степень полинома буквой n с нижним индексом, указывающим на соответствующий полином (например, n_T обозначает степень полинома $T(s)$), эти условия можно записать следующим образом:

- условие разрешимости

$$n_G \leq n_M + n_N + 1; \quad (2)$$

- условие физической осуществимости

$$n_{R^-} + n_M \leq n_{P^-} + n_N + r; \quad (3)$$

- условие грубости

$$n_G = n_{R^+} + n_N + r. \quad (4)$$

Далее, для того чтобы искомая передаточная функция регулятора была более простой, определяются минимально возможные степени n_M и n_N неизвестных полиномов $M(s)$ и $N(s)$, удовлетворяющих системе (2)–(4), выписываются эти полиномы с неизвестными коэффициентами и составляется полиномиальное уравнение

$$P^+(s)M(s) + R^+(s)N(s)s^r = G(s). \quad (5)$$

Приравняв в (5) коэффициенты при одинаковых степенях слева и справа, получаем систему уравнений, откуда находятся неизвестные коэффициенты полиномов $M(s)$ и $N(s)$.

Искомая передаточная функция регулятора имеет вид

$$W_p(s) = \frac{R^-(s)}{P^-(s)} \frac{M(s)}{N(s)s^r}. \quad (6)$$

Здесь степень r в знаменателе определяется требуемым значением порядка астатизма синтезируемой системы.

Определение желаемой передаточной функции при минимально-фазовом объекте

Прежде всего установим, какому условию должен удовлетворять порядок синтезируемой системы, т. е. степень желаемого характеристического полинома $G(s)$. Чтобы система (2)–(4) была разрешима, разность между порядками синтезируемой системы n_G и объектом управления n_R должна удовлетворять неравенству [5]

$$n_G - n_R \geq n_{R^+} + r - n_{P^-} - 1. \quad (7)$$

Передаточная функция $W_{yx}(s)$ синтезируемой системы относительно задающего воздействия h и выхода y имеет вид (см. (1) и (6))

$$W_{yx}(s) = \frac{W_p(s)W_o(s)}{1 + W_p(s)W_o(s)} = \frac{P^+(s)M(s)}{G(s)}. \quad (8)$$

Эта передаточная функция, равная желаемой передаточной функции, не имеет нулей, если передаточная функция объекта не имеет правых нулей и степень полинома $M(s)$ равна нулю. Из (2) и (4) находим

$$n_M \geq n_{R^+} + r - 1. \quad (9)$$

Поэтому можно будет принять $n_M = 0$, если передаточная функция объекта не имеет правых полюсов, и порядок астатизма синтезированной системы не превышает единицы. Если передаточная функция обладает нулевым полюсом, то регулятор не должен содержать интегрирующее звено ($r = 0$).

Таким образом, если объект является минимально фазовым и синтезированная система не обладает порядком астатизма выше единицы, то желаемая передаточная функция не имеет нулей и ее поиск сводится к определению знаменателя $G(s)$.

Определение желаемой передаточной функции основывается на использовании нормированной передаточной функции (передаточной функции в форме Вышнеградского).

Произвольная передаточная функция

$$\Phi(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n}$$

может быть преобразована в нормированную заменой переменной s новой переменной $q = \alpha s$,

$$\alpha = \sqrt[n]{a_0/a_n} \quad [3, 5]:$$

$$\tilde{\Phi}(q) = \frac{\tilde{b}_0 q^m + \tilde{b}_1 q^{m-1} + \dots + \tilde{b}_m}{q^n + \tilde{a}_1 q^{n-1} + \dots + \tilde{a}_{n-1} q + 1},$$

где

$$\tilde{b}_i = \frac{b_i}{a_n \alpha^{m-i}}, \quad \tilde{a}_k = \frac{a_k}{a_n \alpha^{n-k}}, \quad i = 0, 1, \dots, m; \quad k = 1, 2, \dots, n-1. \quad (10)$$

Замена $s = q/\alpha$ переменной преобразования Лапласа равносильна замене $t = \alpha \tau$ для переменной оригинала. Поэтому время регулирования t_p исходной системы и время регулирования τ_p для системы

с нормированной передаточной функцией связаны соотношением

$$t_p = \alpha \tau_p \text{ или } \alpha = t_p / \tau_p. \quad (11)$$

Характер переходного процесса и величина перерегулирования для систем управления с исходной и нормированной передаточными функциями совпадают. Как отмечалось, в случае минимально-фазового объекта выбор желаемой передаточной функции сводится к определению ее знаменателя (характеристического полинома) $G(s)$, которое выполняется следующим образом.

По заданному требованию к характеру переходного процесса (без учета требования ко времени регулирования) выбирается нормированная передаточная функция

$$W_H(s) = \frac{1}{s^n + \tilde{a}_1 s^{n-1} + \dots + \tilde{a}_{n-1} s + 1}.$$

По времени регулирования τ_p выбранной нормированной передаточной функции и требуемому времени регулирования t_p определяется параметр $\alpha = t_p / \tau_p$. Учитывая равенство $\alpha = \sqrt[n]{a_0 / a_n}$ и формулы (10), положив $a_n = 1$, для коэффициентов искомого характеристического полинома

$$G(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + 1 \quad (12)$$

находим

$$a_0 = \alpha^n, a_k = \tilde{a}_k \alpha^{n-k}, k = 1, 2, \dots, n-1. \quad (13)$$

Таким образом, в случае минимально-фазового объекта выбор желаемой передаточной функции при синтезе систем с заданным временем регулирования не представляет труда.

Определение желаемой передаточной функции при неминимально-фазовом объекте

Рассмотрим случай, когда передаточная функция объекта содержит один правый нуль и имеет вид

$$W_o = \frac{P_1(s)(1 - T_0 s)}{R(s)}.$$

Здесь полиномы $P_1(s)$ и $R(s)$ имеют только левые нули. При факторизации получим

$$P^-(s) = P_1(s), P^+(s) = 1 - T_0 s; \\ R^-(s) = R(s), R^+(s) = 1.$$

Полином $R(s)$ может иметь один нуль в начале координат: $R(s) = s R_1(s)$. В этом случае при его факторизации имеем

$$R^-(s) = R_1(s), R^+(s) = s.$$

Как следует из (8), передаточная функция синтезированной системы и, следовательно, желаемая передаточная функция должны содержать в числителе множитель $1 - T_0 s$. Поэтому нормированная передаточная функция, которая будет использоваться при определении желаемой передаточной функции, должна содержать в числителе множитель вида $1 - Ts$.

Рассмотрим в качестве нормированной передаточной функции, которая будет использоваться при выборе желаемой, передаточную функцию

$$W_H(s) = \frac{1 - Ts}{(s + 1)^n}. \quad (14)$$

Как известно [3, 5], при $T = 0$ переходная характеристика системы с такой передаточной функцией является монотонной. Однако при $T \neq 0$ график переходной функции $h = h(t)$ на начальном участке отклоняется вниз, а затем монотонно возрастает (рис. 2). При этом с ростом T максимальное отклонение вниз H_m и время регулирования τ_p возрастают (см. табл. при $n = 3$). При фиксированном T с ростом степени n отклонение H_m убывает, а время регулирования τ_p возрастает.

В соответствии с формулой (10) параметры полиномов числителей нормированной и желаемой передаточных функций T и T_0 при $a_n = 1$ связаны соотношением

$$T_0 = \alpha T. \quad (15)$$

Здесь α — параметр, который определяется исходя из заданного требования ко времени регулирования и должен удовлетворять соотношению (11).

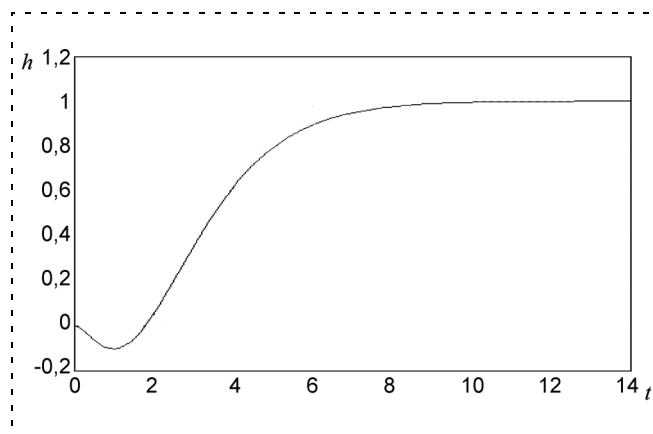


Рис. 2. Переходная характеристика ($T = 1, n = 3$)

T	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
τ_p	6,6300	6,9300	7,1600	7,3600	7,5200	7,6600	7,7800	7,8900	7,9900	8,0700
$-H_m$	0,0268	0,1036	0,2048	0,3180	0,4379	0,5619	0,6886	0,8171	0,9469	1,0776

Продолжение таблицы

T	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
τ_p	8,1500	8,2200	8,2900	8,3500	8,4000	8,4500	8,5000	8,5400	8,5900	8,6300
$-H_m$	1,2091	1,3412	1,4737	1,6066	1,7398	1,8732	2,0069	2,1407	2,2746	2,4087

Таким образом, нормированную передаточную функцию нужно выбрать так, чтобы ее время регулирования τ_p и постоянная времени T удовлетворяли соотношениям (11) и (15), в которых параметр α также является неизвестным. Естественно, τ_p зависит от T , и указанный выбор нормированной передаточной функции будет определен, если к соотношениям (11) и (15) добавить уравнение, связывающее τ_p и T .

Для получения указанного уравнения вычислим τ_p при значениях T на интервале $[T_1, T_f]$ с шагом dT . Затем построим кривую зависимости $\tau_p = \tau_p(T)$ и аппроксимируем ее квадратным трехчленом.

Пусть число точек, в котором проводится вычисление, равно четному числу M . Используя обозначения $m = M/2$; $T_m = mdT$, $v(1) = \tau_p(T_1)$; $v(m) = \tau_p(T_m)$; $v(f) = \tau_p(T_f)$, на основе проведенных вычислений можно получить формулу

$$\tau_p = c_0 T^2 + c_1 T + c_2, \quad (16)$$

где

$$c_0 = \frac{\left[\frac{v(f) - v(1)}{T_f - T_1} - \frac{v(m) - v(1)}{T_m - T_1} \right]}{T_f - T_m}; \quad (17)$$

$$c_1 = \left[\frac{v(m) - v(1)}{T_m - T_1} - c_0(T_m + T_1) \right];$$

$$c_2 = v(1) - c_0 T_1^2 - c_1 T_1.$$

Строго говоря, как следует из соотношений (17), для получения формулы (16) достаточно знать время регулирования τ_p в трех точках: в начальной точке T_1 , конечной T_f и в средней точке T_m .

Для вычисления и построения графиков зависимостей от параметра T времени регулирования τ_p ($\tau_p = \tau_p(T)$) и максимального отклонения вниз H_m ($H_m = g(T)$) была написана программа, с помощью которой были посчитаны значения τ_p , H_m (см. табл.) и построены графики указанных выше функций (рис. 3).

Пример. Дана передаточная функция объекта

$$W_o(s) = \frac{P(s)}{R(s)} = \frac{1-s}{(0,5s+1)(2s+1)s} = \frac{1-s}{(s^2+2,5s+1)s}.$$

Требуется определить передаточную функцию регулятора, при котором синтезированная система обладает астатизмом 1-го порядка, временем регулирования $t_p = 5$ и перерегулированием $p_r = 0$.

Решение. Проведем факторизацию передаточной функции объекта.

$$P^-(s) = 1, P^+ = 1 - s, \\ R^-(s) = s^2 + 2,5s + 1, R^+(s) = s.$$

Для степеней этих полиномов имеем

$$n_{P^-} = 0, n_{P^+} = 1, n_{R^-} = 2, n_{R^+} = 1.$$

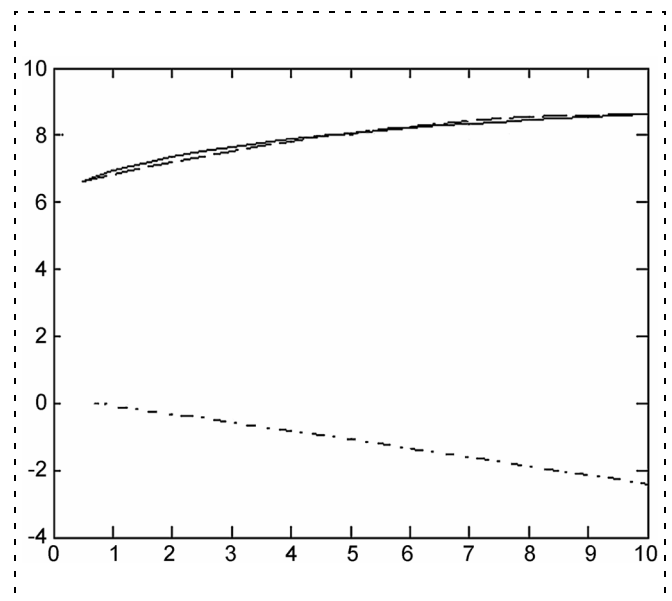


Рис. 3. Графики зависимостей $\tau_p = \tau_p(T)$ (сплошная линия), $H_m = g(T)$ (штрих-пунктирная) и аппроксимирующей функции (16) (штриховая)

Так как объект обладает интегрирующим звеном и синтезированная система должна обладать астатизмом 1-го порядка, в передаточной функции регулятора (6) примем $r = 0$. Условие (7), которому должен удовлетворять порядок желаемой передаточной функции n_G , принимает вид

$$n_G - n_R \geq 1 - 0 - 0 - 1 = 0.$$

Поэтому можно принять

$$n_G = n_R = 3.$$

Здесь n_R — степень знаменателя передаточной функции объекта.

При постановке числовых значений условия (2)–(4) принимают вид

$$3 \leq n_M + n_N + 1, 2 + n_M \leq 0 + n_N + 0, 3 = 1 + n_N + 0.$$

Решив эту систему, для степеней неизвестных полиномов $M(s)$ и $N(s)$ получим $n_M = 0, n_N = 2$. Так как $n_M = 0$, полином $M(s)$ будет константой, и в соответствии с формулой (8) передаточная функция синтезированной системы будет содержать в числителе отличный от константы только множитель $P^+ = 1 - s$. Поэтому при определении желаемой передаточной функции воспользуемся нормированной передаточной функцией вида

$$W_H(s) = \frac{1 - Ts}{(s + 1)^3} = \frac{1 - Ts}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}.$$

Знаменатель желаемой передаточной функции имеет вид (см. (12), (13))

$$G(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + 1, \quad (18)$$

где

$$a_0 = \alpha^3, a_1 = 3\alpha^2, a_2 = 3\alpha.$$

Найдем зависимость τ_p от T . Для этого воспользуемся таблицей. Из нее следует, что при $T = T_1 = 0,5, T = T_m = 0,5 \cdot 10 = 5$ и $T = T_f = 10$ время регулирования τ_p принимает следующие значения:

$$\begin{aligned} \nu(1) = \tau_p(T_1) &= 6,63, \nu(m) = \tau_p(T_m) = 8,07, \\ \nu(f) &= \tau_p(T_f) = 8,63. \end{aligned}$$

Используя (17), находим

$$c_0 = -0,0219, c_1 = 0,4426, c_2 = 6,4145.$$

Формула (16), соответственно, принимает вид

$$\tau_p = -0,0219 T^2 + 0,4426 T + 6,4145.$$

Учитывая, что $T_0 = 1$ и $t_p = 5$, из (15) и (11)

$$T = \frac{1}{\alpha}, \tau_p = \frac{5}{\alpha} = 5T.$$

Подставив последнее выражение в приведенное выше соотношение для τ_p , получим уравнение относительно неизвестного параметра T , решив которое, найдем

$$T = 1,398, \alpha = \frac{1}{T} = 0,7153.$$

Теперь, вычислив коэффициенты (19) и подставив их в (18), получим

$$G(s) = 0,3660s^3 + 1,5350s^2 + 2,1459s + 1.$$

Учитывая равенства $n_M = 0$ и $n_N = 2$, положим

$$M(s) = k, N(s) = b_0 s^2 + b_1 s + b_2.$$

Составим полиномиальное уравнение (см. (5))

$$\begin{aligned} (1 - s)k + s(b_0 s^2 + b_1 s + b_2) &= \\ &= 0,3660s^3 + 1,5350s^2 + 2,1459s + 1. \end{aligned}$$

Отсюда, приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях слева и справа, получим

$$k = 1, b_0 = 0,3660, b_1 = 1,5350, b_2 = 3,1459.$$

Следовательно,

$$M(s) = 1, N(s) = 0,3660s^2 + 1,5350s + 3,1459.$$

Искомая передаточная функция регулятора имеет вид (см. (6))

$$W_p(s) = \frac{s^2 + 2,5s + 1}{0,3660s^2 + 1,5350s + 3,1459}.$$

Как показывает моделирование на компьютере, у синтезированной системы максимальное отклонение вниз $H_m = -0,1829$, время регулирования несколько отличается от заданного $t_p = 5$ и равно $t_p = 5,2$. Как видно, время регулирования синтезированной системы получилось больше требуемого. Это объясняется тем, что кривая аппроксимирующей функции $\tau_p = f(T)$ проходит ниже исходной кривой в окрестности найденного значения (точки) $T = 1,398$ (рис. 3). Если бы эта точка находилась на интервале, где аппроксимирующая кривая располагается выше исходной ($T > T_m$), то время регулирования синтезированной системы получили бы меньше заданного.

Время регулирования, более близкое к заданному, можно получить, если выполнить более точную аппроксимацию зависимости $\tau_p = \tau_p(T)$. В частности, этого можно достигнуть, если аппроксимацию провести тем же методом (т. е. квадратным трехчленом), но на более малом интервале $[T_1, T_f]$, содержащем полученное значение T .

Время регулирования синтезируемой системы обратно пропорционально параметру α , который определяется и используется в процессе синтеза регулятора. Поэтому, если требуется получить меньшее время регулирования, нужно осуществить корректировку полученного значения α в сторону его уменьшения. Например, в рассмотренном примере получили $\alpha = 0,7153$ и, соответственно, время регулирования $t_p = 5,2$. Как показывают исследования, если принять последовательно $\alpha = 0,7$, $\alpha = 0,69$ и $\alpha = 0,68$, то получим $t_p = 5,1$, $t_p = 5,03$ и $t_p = 4,97$ соответственно.

Выше в качестве нормированной была выбрана передаточная функция вида (14). В методике синтеза ничего не изменится, если в соответствии с требованием к характеру переходного процесса придется принять нормированную передаточную функцию с другим знаменателем.

Заключение

В данной статье рассмотрен случай, когда передаточная функция синтезируемой системы имеет

один правый нуль и других нулей не содержит. Дополнительный нуль может появиться, если степень полинома $M(s)$ отлична от нуля. Как следует из (9), последнее может случиться, если сумма чисел правых полюсов объекта и нейтральных полюсов системы превысит единицу. Этот случай требует отдельного рассмотрения.

Список литературы

1. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления: Автоматическое регулирование непрерывных линейных систем. 2-е изд., перераб. М.: Энергия, 1980.
2. Солодовников В. В. Синтез корректирующих устройств систем автоматического регулирования // Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования / Под ред. В. В. Солодовникова. Кн. 2. Анализ и синтез линейных непрерывных и дискретных систем автоматического регулирования. М.: Машиностроение, 1967. Гл. 8.
3. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.-Л.: ГОСЭНЕРГОИЗДАТ, 1962.
4. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1966.
5. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. Изд. второе, исправленное и дополненное. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
6. Ким Д. П. Синтез оптимальных по быстродействию непрерывных линейных регуляторов // Автоматика и Телемеханика. 2009. № 3. С. 5—14.

УДК 519.7

И. Б. Фуртат, канд. техн. наук, доц.,
Астраханский государственный
технический университет
cainenash@mail.ru

Непрерывно-дискретное робастное управление линейным объектом

Предложена схема робастной компенсации неизвестных возмущений, действующих на непрерывный линейный объект, реализованная на цифровой вычислительной машине (ЦВМ). Предполагается, что измерению доступны только скалярные вход и выход объекта. Компенсация осуществляется с заданной точностью за конечное число тактов. Приведены численные примеры и результаты компьютерного моделирования, подтверждающие работоспособность предлагаемой системы управления.

Ключевые слова: робастное управление, априорно и функционально неопределенный объект, цифровая вычислительная машина, компенсация возмущения, дискретный наблюдатель, функция Ляпунова

Введение

Задача управления неопределенными объектами была и остается одной из актуальных проблем современной теории управления. Это связано с тем, что большинство объектов подвержены воздействию неконтролируемых внутренних и внешних возму-

щений. В настоящее время предложено достаточно большое число методов и алгоритмов, с помощью которых можно решить данную проблему. Так, в работах [1—3] представлены методы адаптивного и робастного управления неопределенными объектами: метод расширенной ошибки, алгоритм адаптации высокого порядка, итеративные процедуры синтеза, H^∞ -оптимизация и т. д. В монографии [4] рассмотрены принципы построения робастных инвариантных систем управления линейными объектами с различными типами возмущений. Одним из альтернативных способов управления неопределенными объектами является компенсация неизвестных возмущений. Цель данного подхода состоит в получении модели объекта, действие возмущений на которую исключено. Так, один из способов компенсации возмущений рассмотрен в [5, 6], где предлагалось использовать внутреннюю модель возмущений, представленную в виде системы дифференциальных уравнений. Дальнейшая разработка системы управления была основана на методах адаптивного и робастного управления. Другой подход предложен в статье [7], где для компенсации возмущений в схему управления был введен параллельный контур, позволяющий выделить в явном виде неизвестные возмущения. Затем выбор управляющего сигнала осуществлялся на базе принципов робастного управления и теории сингулярно-

возмущенных дифференциальных уравнений. Компенсация параметрических, функциональных и структурных неопределенностей, основанная на последнем подходе, была рассмотрена в [8]. Следует заметить, что все вышеописанные алгоритмы разработаны только в непрерывном варианте.

На сегодняшний день происходит переход от аналоговых управляющих устройств к цифровым. Это связано с тем, что цифровая реализация, по сравнению с аналоговой, обладает рядом преимуществ, такими как компактность, высокая точность реализации сложных алгоритмов, помехозащищенность и т. д. [1, 9]. В настоящее время предложено достаточное число алгоритмов и методов, обобщенных с непрерывного варианта на дискретный. Например, задача адаптивного управления параметрически и функционально неопределенными объектами была решена в [10], где рассматривали непрерывные алгоритмы, обобщенные затем на дискретные аналоги. В [11] рассмотрено адаптивное и робастное непрерывно-дискретное управление по выходу. Робастное управление с использованием дискретного наблюдателя предложено, например, в [12]. В [13] обосновано применение метода H^∞ -оптимизации для управления линейными дискретными системами, на которые действуют случайные неконтролируемые возмущения. В последней работе на основе уравнения Риккати выведены необходимые и достаточные условия, с помощью которых можно построить стабилизирующую систему управления.

Одной из важных проблем при дискретном управлении является качественная оценка вектора состояния неопределенного объекта. Следует отметить, что, как правило, в работах используются наблюдатели, разработанные для объектов с известными параметрами и в условиях отсутствия действия неизвестных возмущений. Поэтому описанные выше непрерывно-дискретные и дискретные алгоритмы работают удовлетворительно лишь при определенных условиях.

В статье предлагается робастная система компенсации неизвестных возмущений, действующих на линейный непрерывный объект управления. Алгоритм компенсации реализован на базе ЦВМ. Для получения сигнала, несущего в себе информацию о параметрических и внешних возмущениях, предлагается использовать контур, введенный параллельно объекту [7]. Вывод системы управления осуществляется в дискретном пространстве. Для оценки вектора состояния неопределенного объекта предложен дискретный наблюдатель. В результате полученная система управления компенсирует неизвестные возмущения с точностью δ за конечное число тактов N .

Постановка задачи

Рассмотрим линейный стационарный непрерывный объект, описываемый уравнением вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Df(t), y(t) = Lx(t), \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ — вектор состояния; $u(t)$, $f(t)$ и $y(t)$ — скалярные вход, внешнее неконтролируемое возмущение и выход соответственно; $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^n$ и $D \in R^n$ — постоянная матрица и векторы с неизвестными элементами; $L = [1, 0, \dots, 0] \in R^{1 \times n}$.

Задано дискретное уравнение эталонной модели

$$\bar{x}_{k+1} = A_0 \bar{x}_k + B_0 r_k, \bar{y}_k = L \bar{x}_k. \quad (2)$$

Здесь $\bar{x}_k \in R^n$, $r_k \in R$ и $\bar{y}_k$ — вектор состояния, задающее воздействие и выход эталонной модели соответственно; $A_0 \in R^{n \times n}$ и $B_0 \in R^n$ — известные матрица и вектор; $k \in Z$, $kT < t < (k+1)T$, Z — множество целых чисел, $T > 0$ — период квантования ЦВМ.

Требуется разработать дискретный регулятор, обеспечивающий выполнение целевого условия

$$|y_k - \bar{y}_k| < \delta, \quad (3)$$

начиная с некоторого такта $k = N$. В целевом условии (3) $y_k = y(kT)$, $\delta > 0$ — достаточно малое число.

Предположения

1. Неизвестные элементы матриц A , B и D объекта (1) зависят от некоторого вектора неизвестных параметров $\zeta \in \Xi$, где Ξ — известное ограниченное множество.

2. Пара (A, B) управляема и пара (A, L) наблюдаема.

3. Выполнены условия структурного согласования: $\Phi = A_0 + B_0 c^T$, $\Gamma_1 = B_0 + B_0 \tau$ и $\Gamma_{2k} = B_0 \theta_k$, где $\Phi = e^{AT}$,

$$\Gamma_1 = \int_0^T e^{As} B m(s) ds, \Gamma_{2k} = \int_0^T e^{A(T-s)} D f(s + kT) ds —$$

матрицы, полученные при дискретизации модели (1); $m(t)$ — заданная кусочно-гладкая функция, характеризующая форму управляющих импульсов; $c \in R^n$, $\tau \in R$, $\theta_k \in R$ — вектор, число и функция неизвестных параметров соответственно; последние элементы векторов B и B_0 положительные.

4. Период квантования T выбирается из следствия теоремы Котельникова [9], т. е. $w \geq 2w_r$, где $w = 2\pi/T$, w_r — правая граница полосы пропускания объекта (1).

5. Неконтролируемое возмущающее $f(t)$ и задающее r_k воздействия — ограниченные функции.

6. В системе управления недоступны измерению производные сигналов $u(t)$ и $y(t)$.

Метод решения

Предположим, что объект (1) управляется с помощью ЦВМ. Тогда в силу *предположения 3* непрерывное уравнение объекта (1) можно преобразовать к дискретному:

$$x_{k+1} = A_0 x_k + B_0 u_k + B_0 \varphi_k, y_k = L x_k. \quad (4)$$

Здесь $\varphi_k = c^T x_k + \tau u_k + \theta_k$ — функция, включающая в себя параметрические и внешние возмущения. Принимая во внимание уравнения (2) и (4), составим уравнения ошибки слежения $e_k = y_k - \bar{y}_k$:

$$\varepsilon_{k+1} = A_0 \varepsilon_k + B_0 (u_k + \varphi_k - r_k), e_k = L \varepsilon_k. \quad (5)$$

Далее рассмотрен алгоритм компенсации неопределенностей, содержащихся в объекте (1). Для этого сначала введем вспомогательный контур

$$\bar{\varepsilon}_{k+1} = A_0 \bar{\varepsilon}_k + \alpha B_0 u_k, \bar{e}_k = L \bar{\varepsilon}_k, \quad (6)$$

$\alpha > 0$, и составим функцию рассогласования $\zeta_k = e_k - \bar{e}_k$, представленную в форме пространства состояний:

$$\sigma_{k+1} = A_0 \sigma_k + B_0 \bar{\varphi}_k, \zeta_k = L \sigma_k, \quad (7)$$

где $\bar{\varphi}_k = (1 - \alpha)u_k + \varphi_k - r_k$. Очевидно, что сигнал $\bar{\varphi}_k$ содержит в себе параметрические и функциональные неопределенности объекта (1). Выделим в уравнении (7) произвольную i -ю строчку, содержащую функцию $\bar{\varphi}_k$:

$$\sigma_{i,k+1} = a_i \sigma_k + b_i \bar{\varphi}_k,$$

и выразим $\bar{\varphi}_k$:

$$\bar{\varphi}_k = b_i^{-1} (\sigma_{i,k+1} - a_i \sigma_k). \quad (8)$$

В последних двух уравнениях $\sigma_{i,k+1}$ — i -й элемент вектора σ_{k+1} , $a_i \in R^{1 \times n}$ и $b_i \in R$ — i -я строка матрицы A и i -й элемент вектора B соответственно. Если бы все переменные уравнения (7) были бы доступны измерению, то, задав сигнал управления $u_k = -\alpha^{-1} \bar{\varphi}_k = -\alpha^{-1} b_i^{-1} (\sigma_{i,k+1} - a_i \sigma_k)$, получили бы уравнение замкнутой системы $e_{k+1} = A_0 e_k$. Это легко показать, если из уравнений $u_k = -\alpha^{-1} \bar{\varphi}_k$ и $\bar{\varphi}_k = (1 - \alpha)u_k + \varphi_k - r_k$ выразить u_k в виде $u_k = -\bar{\varphi}_k + r_k$ и подставить в (5). Однако в силу *предположения 6* в (7) только переменная $\zeta_k = L \sigma_k = \sigma_{1,k}$ доступна измерению. Поэтому идеальное управление $u_k = -\alpha^{-1} b_i^{-1} (\sigma_{i,k+1} - a_i \sigma_k)$ заменим реальным в виде

$$u_k = -\frac{\beta}{\alpha b_i} (\xi_{i,k+1} - a_i \xi_k), \quad (9)$$

где $\beta > 0$, $\xi_{i,k+1}$ и ξ_k — оценки сигналов $\sigma_{i,k+1}$ и σ_k соответственно. Функции $\xi_{i,k+1}$ и ξ_k получены согласно следующему алгоритму:

$$\xi_{k+1} = G \xi_k + B_1 \sigma_{1,k} + B_2 \sigma_{1,k-1}, \varepsilon_k = L \xi_k, \quad (10)$$

$$\text{где } \xi_k = \begin{bmatrix} \xi_{1,k} \\ \xi_{2,k} \\ \vdots \\ \xi_{n,k} \end{bmatrix} \in R^n; G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2^2 & -2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -2^{n-2} & -2^{n-3} & \dots & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \in R^{n \times n};$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2^2 \\ \vdots \\ 2^n \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ \vdots \\ -2^{n-1} \end{bmatrix}.$$

Для оценки точности прогноза с помощью наблюдателя (9) введем вектор отклонений $\eta_k = \sigma_k - \alpha^{-1} \beta \xi_k$. Тогда с учетом (7) и (9) получим

$$\begin{aligned} \eta_{k+1} &= \sigma_{k+1} - \alpha^{-1} \beta \xi_{k+1} = A_0 \sigma_k + B_0 \bar{\varphi}_k - \\ &- \alpha^{-1} \beta G \xi_k - \alpha^{-1} \beta B_1 \sigma_{1,k} - \alpha^{-1} \beta B_2 \sigma_{1,k-1} = \\ &= \alpha^{-1} \beta G \eta_k + \bar{B}_1 \sigma_k + \bar{B}_2 \sigma_{k-1} + B_0 \bar{\varphi}_k. \end{aligned} \quad (11)$$

В последнем уравнении $\bar{B}_1 = A_0 - \alpha^{-1} \beta G - \alpha^{-1} \beta B_1 L$, $\bar{B}_2 = -\alpha^{-1} \beta B_2 L$. Перепишем (5), принимая во внимание (8) и (9):

$$\varepsilon_{k+1} = A_0 \varepsilon_k + b_i^{-1} B_0 \Delta_k, e_k = L \varepsilon_k, \quad (12)$$

где $\Delta_k = \eta_{i,k+1} - a_i \eta_k - r_k$.

Замечание. Поясним принцип действия алгоритма (10). Для этого запишем определение производной некоторой функции $\sigma(t)$ в точке t :

$$\dot{\sigma}(t) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\sigma(t+T) - \sigma(t)}{T}$$

$$\text{и } \dot{\sigma}(t) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\sigma(t) - \sigma(t-T)}{T}.$$

Пусть T есть не бесконечно малая величина, а конечное достаточно малое число. Тогда последние равенства можно заменить приближенными

$$\dot{\sigma}(t) \approx \frac{\sigma(t+T) - \sigma(t)}{T} \text{ и } \dot{\sigma}(t) \approx \frac{\sigma(t) - \sigma(t-T)}{T}.$$

Приравняв правые части и выразив $\sigma(t+T)$, получим, что $\sigma(t+T) \approx 2\sigma(t) + \sigma(t-T)$. Пусть $\xi(t+T)$ — оценка сигнала $\sigma(t+T)$ такая, что $\xi(t+T) = 2\sigma(t) + \sigma(t-T)$. Если положить $t = kT$, то $\xi_{k+1} = 2\sigma_k + \sigma_{k-1}$. Прodelывая данную процедуру до производной n -го порядка, получим форму-

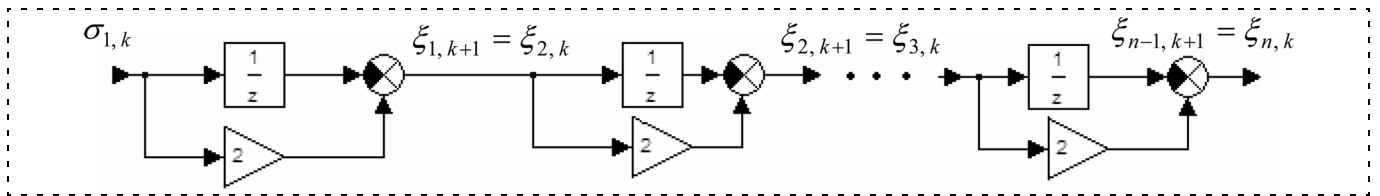


Рис. 1. Структурная схема наблюдателя

лу (8), которую можно представить в виде структурной схемы, изображенной на рис. 1.

Утверждение. Пусть выполнены условия предположений. Тогда существуют числа $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $T > 0$ и такт $k = N$ такие, что при $T \leq T_0$ система (6), (9)–(12) диссипативна и выполнено целевое условие (3).

Доказательство. Рассмотрим вначале лемму, являющуюся дискретным аналогом первой леммы в [14].

Лемма. Пусть задана дискретная система вида

$$x_{k+1} = f(x_k, \mu_1, \mu_2). \quad (13)$$

Предположим, что при $\mu_2 = \theta$ $|\theta| = 0$ и система (13) имеет ограниченную зону диссипативности

$$D = \{x_k, F(x_k) \leq C\}.$$

Здесь $F(x_k)$ — положительно-определенная функция. Допустим, что при некоторых $\varepsilon > 0$ и $\bar{\mu}_1 > 0$

$$\sup_{|\mu_1| \leq \bar{\mu}_1} \{F(x_{k+1}) - F(x_k), F(x_k) = C, \mu_2 = \theta\} \leq -\varepsilon. \quad (14)$$

Тогда для любого достаточно малого μ_2 , выбранного из условия $\mu_2 \in [-\bar{\mu}_2; \bar{\mu}_2]$, существует $\bar{\mu}_2$ такое, что множество D останется областью диссипативности системы (13).

Доказательство. Сформируем функцию

$$\Phi(\mu_2) = \sup_{|\mu_1| \leq \bar{\mu}_1} \{F(x_{k+1}) - F(x_k), F(x_k) = C\},$$

где $\mu_2 \neq \theta$. По условию леммы $F(x_k)$ — положительно-определенная и ограниченная функция, а в силу (14) $\Phi(\mu_2 = \theta) \leq -\varepsilon$. Это означает, что существует $\bar{\mu}_2$ такое, что $\Phi(\mu_2) < 0$ для любых μ_2 , выбранных из условия $\mu_2 \in [-\bar{\mu}_2; \bar{\mu}_2]$. Следовательно, система (13) диссипативна с областью притяжения D при $\mu_2 \in [-\bar{\mu}_2; \bar{\mu}_2]$.

Следует отметить, что эта лемма справедлива не только для двух малых параметров, но и, как частный случай, для одного.

Составим систему, включив в нее уравнения (7), (11) и (12):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k+1} &= A_0 \varepsilon_k + b_i^{-1} B_0 \Delta_k; \\ \eta_{k+1} &= \alpha^{-1} \beta G \eta_k + \bar{B}_1 \sigma_k + \bar{B}_2 \sigma_{k-1} + B_0 \bar{\varphi}_k; \\ \sigma_{k+1} &= A_0 \sigma_k + B_0 \bar{\varphi}_k. \end{aligned} \quad (15)$$

При переходе от (1) к (4) было показано (предположение 3), что значение элементов матриц Φ , Γ_1 , Γ_{2k} , а следовательно, и A_0 и B_0 зависят от значения времени дискретизации T , причем при $T \rightarrow 0$ элементы матриц Γ_1 , Γ_{2k} , а значит, и B_0 стремятся к нулю. Воспользуемся вышеприведенной леммой и рассмотрим систему (15) с малым параметром T . Пусть в (15) $T = 0$. Учитывая, что $e^{AT}|_{T=0} = I_n$, где I_n — единичная матрица размерности $n \times n$, перепишем уравнения (15) в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k+1} &= I_n \varepsilon_k; \\ \eta_{k+1} &= \alpha^{-1} \beta G \eta_k + \bar{B}_1 \sigma_k + \bar{B}_2 \sigma_{k-1}; \\ \sigma_{k+1} &= I_n \sigma_k. \end{aligned} \quad (16)$$

В качестве положительно-определенной функции F выберем функцию Ляпунова вида

$$F_k(\varepsilon_k, \eta_k, \sigma_k, \sigma_{k-1}) = \sum_{i=1}^4 V_{i,k}, \quad (17)$$

где $V_{1,k} = \varepsilon_k^T P_1 \varepsilon_k$, $V_{2,k} = \eta_k^T P_2 \eta_k$, $V_{3,k} = \sigma_k^T P_3 \sigma_k$, $V_{4,k} = \sigma_{k-1}^T P_4 \sigma_{k-1}$, $P_1 = P_1^T > 0$, $P_2 = P_2^T > 0$, $P_3 = P_3^T > 0$, $P_4 = P_4^T > 0$, $A_0^T P_1 A_0 - P_1 = -Q_1$, $\alpha^{-2} \beta^2 G^T P_2 G - P_2 = -Q_2$, $G^T P_3 G - P_3 = -Q_3$, $Q_1 = Q_1^T > 0$, $Q_2 = Q_2^T > 0$, $Q_3 = Q_3^T > 0$. Найдем полное приращение (17):

$$\Delta F = F_{k+1} - F_k = \sum_{i=1}^4 (V_{i,k+1} - V_{i,k}).$$

С учетом уравнений (16) определим приращение каждой из составляющей функции F_k :

$$\begin{aligned} 1) \quad V_{1,k+1} - V_{1,k} &= \varepsilon_{k+1}^T P_1 \varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k^T P_1 \varepsilon_k = 0; \\ 2) \quad V_{2,k+1} - V_{2,k} &= \eta_{k+1}^T P_2 \eta_{k+1} - \eta_k^T P_2 \eta_k = \\ &= -\eta_k^T Q_2 \eta_k + \sigma_k^T \bar{B}_1^T P_2 \bar{B}_1 \sigma_k + \sigma_{k-1}^T \bar{B}_2^T P_2 \bar{B}_2 \sigma_{k-1} + \\ &+ 2\alpha^{-1} \beta \eta_k^T G^T P_2 \bar{B}_1 \sigma_k + 2\alpha^{-1} \beta \eta_k^T G^T P_2 \bar{B}_2 \sigma_{k-1} + \\ &+ 2\sigma_k^T \bar{B}_1^T P_2 \bar{B}_2 \sigma_{k-1}; \end{aligned}$$

$$3) V_{3,k+1} - V_{3,k} = \sigma_{k+1}^T P_3 \xi_{k+1} - \sigma_k^T P_3 \sigma_k = -\sigma_k^T Q_3 \sigma_k;$$

$$4) V_{4,k+1} - V_{4,k} = \sigma_k^T P_4 \sigma_k - \sigma_{k-1}^T P_4 \sigma_{k-1}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta F = & -\eta_k^T Q_2 \eta_k + \sigma_k^T \bar{B}_1^T P_2 \bar{B}_1 \sigma_k + \\ & + \sigma_{k-1}^T \bar{B}_2^T P_2 \bar{B}_2 \sigma_{k-1} + 2\alpha^{-1} \beta \eta_k^T G^T P_2 \bar{B}_1 \sigma_k + \\ & + 2\alpha^{-1} \beta \eta_k^T G^T P_2 \bar{B}_2 \sigma_{k-1} + 2\sigma_k^T \bar{B}_1^T P_2 \bar{B}_2 \sigma_{k-1} - \\ & - \sigma_k^T Q_3 \sigma_k + \sigma_k^T P_4 \sigma_k - \sigma_{k-1}^T P_4 \sigma_{k-1} \leq \\ & \leq -\frac{1}{3} (\eta_k^T Q_2 \eta_k + \sigma_k^T Q_3 \sigma_k + \sigma_{k-1}^T P_4 \sigma_{k-1}) + \\ & + \sigma_k^T \bar{B}_1^T P_2 \bar{B}_1 \sigma_k + \sigma_{k-1}^T \bar{B}_2^T P_2 \bar{B}_2 \sigma_{k-1} - \\ & - \frac{1}{\sqrt{3}} [(\sqrt{\|Q_2\|} |\eta_k| - \sqrt{\|Q_3\|} |\sigma_k|)^2 + (\sqrt{\|Q_2\|} |\eta_k| - \\ & - \sqrt{\|P_4\|} |\sigma_{k-1}|)^2 + (\sqrt{\|Q_3\|} |\sigma_k| - \sqrt{\|P_4\|} |\sigma_{k-1}|)^2] + \\ & + \sigma_k^T P_4 \sigma_k \leq -3^{-1} \eta_k^T Q_2 \eta_k - \sigma_k^T \bar{Q}_3 \sigma_k - \\ & - \sigma_{k-1}^T P_4 \sigma_{k-1} \leq -\varepsilon. \end{aligned} \quad (18)$$

Предполагалось, что для выполнения (18) справедливо матричное неравенство $\bar{Q}_3 = Q_3 - \bar{B}_1^T P_2 \bar{B}_1 - P_4 > 0$, и при выделении полных квадратов верны соотношения $9\alpha^{-2}\beta^2 |G^T P_2 \bar{B}_1| \leq \|Q_2\| \|Q_3\|$, $9\alpha^{-2}\beta |G^T P_2 \bar{B}_2| \leq \|Q_2\| \|P_4\|$, $9\|\bar{B}_1^T P_2 \bar{B}_2\| \leq \|Q_3\| \|P_4\|$. Значит, согласно лемме, при $T \leq T_0$ система (15) будет диссипативной, т. е. $|\varepsilon_k| \leq \infty$, $|\eta_k| \leq \infty$, $|\sigma_k| \leq \infty$, $|\sigma_{k-1}| \leq \infty$ и множество диссипативности $D = \{\varepsilon_k, \eta_k, \sigma_k, \sigma_{k-1} : F_k(\varepsilon_k, \eta_k, \sigma_k, \sigma_{k-1}) \leq C\}$.

Так как ограничена функция σ_k , то из третьего уравнения (16) ограничена и σ_{k+1} . Поскольку $\bar{\varphi}_k = b_i^{-1}(\sigma_{i,k+1} - a_i \sigma_k)$, то $|\bar{\varphi}_k| \leq \infty$. Значит, в силу второго уравнения (16) $|\eta_{k+1}| < \infty$. Принимая во внимание предположение 5, имеем $|\Delta_k| = |\eta_{i,k+1} - a_i \eta_k - r_k| < \infty$. Следовательно, все сигналы в замкнутой системе ограничены.

Найдем теперь область диссипативности в сингулярно-возмущенной системе (11) при $T = T_0 \neq 0$. Выберем снова функцию (13) и с учетом результата (14) найдем от каждой ее составляющей полное приращение вдоль траекторий (11):

$$1) V_{1,k+1} - V_{1,k} = \varepsilon_{k+1}^T P_1 \varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k^T P_1 \varepsilon_k = -\varepsilon_k^T Q_1 \varepsilon_k + 2b_i^{-1} \varepsilon_k^T A_0^T P_1 B_0 \Delta_k + b_i^{-2} B_0^T \Delta_k^T P_1 B_0 \Delta_k \leq -\varepsilon_k^T Q_1 \varepsilon_k + |B_0| K_1,$$

$$\text{где } K_1 = |B_0| \sup_k \{2b_i^{-1} |\varepsilon_k^T A_0^T P_1 \Delta_k| + b_i^{-2} |\Delta_k^T P_1 B_0 \Delta_k|\};$$

$$2) V_{2,k+1} - V_{2,k} = \eta_{k+1}^T P_2 \eta_{k+1} - \eta_k^T P_2 \eta_k \leq -\eta_k^T Q_2 \eta_k + B_0^T P_2 B_0 \bar{\varphi}_k^2 + 2\alpha^{-1} \beta \eta_k^T G^T P_2 B_0 \bar{\varphi}_k + 2\sigma_k^T \bar{B}_1^T P_2 B_0 \bar{\varphi}_k \leq -\eta_k^T Q_2 \eta_k + |B_0| K_2,$$

$$\text{где } K_2 = |B_0| \sup_k \{ |P_2 B_0| \bar{\varphi}_k^2 + 2\alpha^{-1} \beta |G^T P_2 \eta_k \bar{\varphi}_k| + 2|\bar{B}_1^T P_2 \sigma_k \bar{\varphi}_k| \};$$

$$3) V_{3,k+1} - V_{3,k} = \sigma_{k+1}^T P_3 \xi_{k+1} - \sigma_k^T P_3 \sigma_k = -\sigma_k^T Q_3 \sigma_k + 2\sigma_k^T A_0^T P_3 B_0 \bar{\varphi}_k + \bar{\varphi}_k^2 B_0^T P_3 B_0 \leq -\sigma_k^T Q_3 \sigma_k + K_3,$$

$$\text{где } K_3 = |B_0| \sup_k \{2|A_0^T P_3 \sigma_k \bar{\varphi}_k| + \bar{\varphi}_k^2 |P_3 B_0|\};$$

$$4) V_{4,k+1} - V_{4,k} = \sigma_k^T P_4 \sigma_k - \sigma_{k-1}^T P_4 \sigma_{k-1}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta F \leq & -\varepsilon_k^T Q_1 \varepsilon_k - \eta_k^T Q_2 \eta_k - \\ & - \sigma_k^T \bar{Q}_3 \sigma_k - \sigma_{k-1}^T P_4 \sigma_{k-1} + |B_0| K, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{где } K = \sum_{i=1}^4 K_i.$$

Принимая во внимание уравнения (17), перепишем (19) в виде

$$\Delta F = F_{k+1} - F_k \leq -\gamma F_k + |B_0| K,$$

$$\text{где } \gamma = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q_1)}{\lambda_{\max}(P_1)}, \frac{\lambda_{\min}(Q_2)}{\lambda_{\max}(P_2)}, \frac{\lambda_{\min}(\bar{Q}_3)}{\lambda_{\max}(P_3)}, \frac{\lambda_{\min}(P_4)}{\lambda_{\max}(P_4)} \right\},$$

$\lambda_{\min}(\cdot)$ и $\lambda_{\max}(\cdot)$ — соответственно минимальное и максимальное собственные числа матрицы. Разрешим последнее неравенство относительно F_{k+1} : $F_{k+1} \leq (1 - \gamma)F_k + |B_0|K$. Поскольку $1 - \gamma \leq 1$, то $\lim_{k \rightarrow \infty} F_{k+1} \leq |B_0|K$, причем, как было отмечено выше, при $T \rightarrow 0$ $|B_0| \rightarrow 0$. С учетом целевого условия (3), структуры функции F_k (17) оценим F_{k+1} , начиная с некоторого номера $k = N$: $F_{N+1} \leq (1 - \gamma)F_N + |B_0|K$.

Поскольку $F_{N+1} \geq \varepsilon_{N+1}^T P_1 \varepsilon_{N+1}$, то, приравняв F_{N+1} к δ_2 , получим $\delta \leq \sqrt{(1 - \gamma)F_N + |B_0|K}$.

Из результатов очевидно, что диаметр множества диссипативности существенно зависит от периода дискретизации T и параметров α и β . При уменьшении значений T , α и увеличения β уменьшается значение δ в целевом условии (3).

Результаты, полученные аналитически, проверим на численном примере.

Пример

Рассмотрим линейный непрерывный объект вида

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_1 \end{bmatrix} f(t),$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0]x(t).$$

Для него класс неопределенности Ξ задан неравенствами: $-10 \leq a_i \leq 10$, $i = 1, 2, 3$; $0 < b_1 \leq 5$, $-5 < d_1 \leq 5$, $|f(t)| \leq 5$.

Пусть объект управляется с помощью ЦВМ, в которой шаг дискретизации выберем $T = 0,001$. В качестве функции, формирующей управляющие импульсы $m(t)$, будем использовать экстраполятор нулевого порядка.

Эталонную модель определим уравнением

$$\bar{x}_{k+1} = 10^{-7} \begin{bmatrix} 10^7 & 10^4 & 5 \\ -5 & 10^7 & 10^4 \\ -10^4 & -3 \cdot 10^4 & 10^7 \end{bmatrix} \bar{x}_k +$$

$$+ 10^{-10} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \cdot 10^3 \\ 10^7 \end{bmatrix} r_k, \bar{y}_k = [1 \ 0 \ 0] \bar{x}_k.$$

Данная модель является дискретным аналогом при $T = 0,001$ непрерывного объекта, передаточная функция которого $\frac{1}{\lambda^3 + 3\lambda^2 + 3\lambda + 1}$, где λ — комплексная переменная в преобразовании Лапласа.

Примем $\alpha = 0,01$ и перепишем уравнение вспомогательного контура (6) для данного примера в виде

$$\bar{e}_{k+1} = 10^{-7} \begin{bmatrix} 10^7 & 10^4 & 5 \\ -5 & 10^7 & 10^4 \\ -10^4 & -3 \cdot 10^4 & 10^7 \end{bmatrix} \bar{e}_k +$$

$$+ 0,01 \cdot 10^{-10} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \cdot 10^3 \\ 10^7 \end{bmatrix} u_k, \bar{e}_k = [1 \ 0 \ 0] \bar{e}_k.$$

Сформируем уравнение рассогласования $\zeta_k = e_k - \bar{e}_k$:

$$\sigma_{k+1} = 10^{-7} \begin{bmatrix} 10^7 & 10^4 & 5 \\ -5 & 10^7 & 10^4 \\ -10^4 & -3 \cdot 10^4 & 10^7 \end{bmatrix} \sigma_k +$$

$$+ 10^{-10} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \cdot 10^3 \\ 10^7 \end{bmatrix} \bar{\varphi}_k, \zeta_k = [1 \ 0 \ 0] \sigma_k.$$

Так как вектор перед $\bar{\varphi}_k$ содержит все ненулевые элементы, то каждая строчка последнего уравнения содержит данный сигнал. Выпишем, например, в последнем уравнении третью строчку:

$$\sigma_{3,k+1} = 10^{-3}[-1 \ -3 \ 10^3] \sigma_k + 10^{-3} \bar{\varphi}_k.$$

Тогда

$$\bar{\varphi}_k = 10^3(\sigma_{3,k+1} - 10^{-3}[-1 \ -3 \ 10^3] \sigma_k).$$

Для оценки возмущения $\bar{\varphi}_k$ и возможности задания управляющего сигнала (9) воспользуемся наблюдателем (10), записанным в виде

$$\xi_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \xi_k + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix} \sigma_{1,k} + \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix} \sigma_{1,k-1},$$

$$\varepsilon_k = [1 \ 0 \ 0] \xi_k.$$

Выбрав в (9) $\beta = 6 \cdot 10^3$, получим закон управления (9) с учетом наблюдателя в виде

$$u_k = -6 \cdot 10^8(\xi_{3,k+1} - 10^{-3}[-1 \ -3 \ 10^3] \xi_k).$$

Все начальные условия в замкнутой системе, кроме объекта управления, примем нулевыми. На рис. 2 представлен переходный процесс по ошибке e_k при следующих параметрах в объекте: $a_1 = 0$, $a_2 = -2$, $a_3 = 3$, $b_1 = 2$, $d_1 = 5$, $f(t) = 1 + \sin 0,7t + 2\cos 1,3t$ и $x(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$.

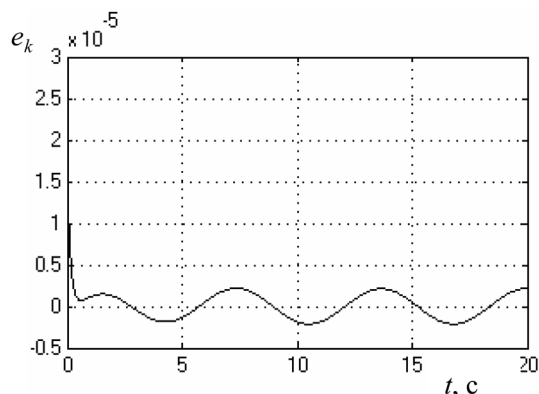


Рис. 2. Переходный процесс по ошибке слежения

Результаты численного моделирования показали, что качество переходных процессов в системе управления зависит от времени дискретизации T , коэффициента β и параметров во вспомогательном контуре (5). При уменьшении T , α и увеличении β уменьшается время переходного процесса по ошибке слежения и значение δ в целевом условии (3).

Заключение

В статье предложен алгоритм непрерывно-дискретного управления линейным объектом, который подвержен воздействию параметрических и внешних неконтролируемых возмущений. Для получения функции, содержащей в себе внутренние и внешние возмущения, предлагалось использовать контур, подключенный параллельно объекту управления. Для реализации компенсирующего сигнала управления использовали дискретный наблюдатель, позволяющий оценить вектор состояния некоторого неопределенного объекта. Полученная система управления обеспечивает выполнение целевого условия с δ -точностью за конечное число тактов N . Численное моделирование показало, что качество переходных процессов зависит от величин T , β и α . При уменьшении T , α и увеличении β уменьшается время переходного процесса по ошибке слежения и значение δ в целевом условии (3), что подтверждает результаты аналитических расчетов.

Список литературы

1. Методы классической и современной теории автоматического управления. Синтез регуляторов систем автоматического управления. Т. 3 / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2004. 616 с.
2. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
3. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
4. Буков В. Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во научной литературы Н. Ф. Бочкаревой, 2006. 720 с.
5. Никифоров В. О. Нелинейная система управления с компенсацией внешних детерминированных возмущений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1997. № 4. С. 69—73.
6. Никифоров В. О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб.: Наука, 2003. 282 с.
7. Цыкунов А. М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // А и Т. 2007. № 7. С. 103—115.
8. Фуртат И. Б., Цыкунов А. М. Робастное управление нестационарными нелинейными структурно неопределенными объектами // Проблемы управления. 2008. № 5. С. 2—7.
9. Методы классической и современной теории автоматического управления. Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления. Т. 1 / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2004. 656 с.
10. Цыкунов А. М. Адаптивное управление объектами с последствием. М.: Наука, 1984. 241 с.
11. Changyun W. A robust adaptive controller with minimal modifications for discrete time-varying systems // IEEE Trans. On Automatic Control. 1994. Vol. 39. N 5. P. 987—991.
12. Liu B.-Y., Gui W.-H. Robust output feedback control for uncertain discrete systems with time delays // ACTA Automatica SINICA. 2005. Vol. 31. N 5. P. 804—807.
13. Costa O. L. V., Kubrusly C. S. State feedback H^∞ -control for discrete time infinite-dimensional stochastic bilinear systems // Journal of mathematical systems, estimation, and control. 1996. Vol. 6. N 2. P. 1—32.
14. Брусин В. А. Об одном классе сингулярно возмущенных адаптивных систем. I // А и Т. 1995. № 4. С. 119—127.

ИНФОРМАЦИЯ

В октябре 2010 г. в Санкт-Петербурге на базе ЦНИИ "Электронприбор" в рамках
3-й Российской мультikonференции по проблемам управления
 состоится локальная научно-техническая конференция

"МЕХАТРОННЫЕ И ЭРГАТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ"

Организатор конференции — журнал "Мехатроника, автоматизация, управление"

Председатель организационного и программного комитетов конференции — член-корр. РАН Е. Д. Теряев

Основные научные направления конференции

1. Процессы управления в мехатронных системах
2. Проблемы информатизации мехатронных систем
4. Проблемы автоматизации эргатических систем управления
5. Человеческий фактор в эргатических системах управления
6. Проблемы интеллектуализации мехатронных и эргатических систем
7. Технические средства мехатронных и эргатических систем
8. Проблемно-ориентированные мехатронные и эргатические системы
9. Интеллектуальные эргатические робототехнические системы

Полная информация о мультikonференции и условиях участия в ней
 будет размещена в ближайшее время на сайте
<http://www.elektropribor.spb.ru/cnf/>

УДК 681.5

Г. Г. Себряков,

чл.-корр. РАН, проф., рук. подразделения,
Государственный НИИ авиационных систем,
Москва
sebr@gosniias.ru

Моделирование деятельности человека-оператора в полуавтоматических системах управления динамическими объектами*

Разрабатывается подход к построению структурно-функциональных моделей деятельности человека-оператора в динамической системе слежения.

Ключевые слова: динамический объект, слежение, человек-оператор, математическое моделирование, структурно-функциональная модель

Введение

Несмотря на значительные успехи, достигнутые в области автоматизации процессов управления техническими системами, в настоящее время находят и в ближайшей перспективе будут находить широкое применение системы управления, в которых человеку-оператору отводится весьма существенная роль. В особенности сказанное относится к системам слежения и наведения летательных аппаратов.

Это объясняется, в первую очередь, уникальными, не реализованными технически адаптивными возможностями человека, его способностью ориентироваться и принимать решения в сложных априорно малоизученных ситуациях, в условиях неполной и нечеткой информации.

Являясь составным элементом полуавтоматической системы, человек-оператор в силу присущих ему психофизиологических ограничений предъявляет к системе целый ряд требований, которые должны быть учтены при проектировании.

Это обуславливает необходимость иметь эффективные методы проектирования, обеспечивающие возможность учета характеристик деятельности человека-оператора и согласования с ними свойств машинной части системы.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 08-08-00858-а.

Традиционно используемые при проектировании человеко-машинных систем методы полунатурного и натурного экспериментов являются малоэффективными по временным и затратным критериям и обладают ограниченными возможностями в решении указанной задачи, особенно на ранних этапах проектирования, когда требуется иметь сравнительные оценки различных технических решений.

В связи с этим особое значение приобретает задача разработки и совершенствования аналитических и машинных методов проектирования человеко-машинных систем.

1. Вопросы формального описания человеко-машинных систем

Возможность применения аналитических и машинных методов при проектировании человеко-машинных систем (ЧМС) тесно переплетается с проблемой формализации поведения человека-оператора в терминах теории автоматического управления [1].

Отсутствие хороших моделей поведения человека-оператора как звена системы затрудняет, а порой и вовсе исключает возможность распространения на процесс проектирования ЧМС эффективных методов, используемых при разработке полностью автоматических систем.

Между тем, с применением этих методов при проектировании ЧМС связаны перспективы повышения эффективности их разработок, сокращения сроков и стоимости проектирования.

Существуют различные подходы к проблеме формального описания поведения человека-оператора. Это связано с особенностями кибернетического моделирования, при котором одному и тому же явлению (одному и тому же объекту исследования) может соответствовать бесконечное множество моделей, различающихся степенью сложности, детализацией описания тех или иных свойств явления в зависимости от конкретных целей моделирования и характера решаемых задач.

Моделирование, осуществляемое для целей проектирования ЧМС, призвано решать две основные задачи. Оно должно обеспечивать учет человеческого фактора в процессе проектирования и возможность использования эффективных методов теории автоматического управления для проектирования системы в целом.

В связи с этим важнейшими требованиями, которые следует предъявлять к моделям человека-оператора (как, впрочем, и к любым другим математическим моделям), являются:

- функциональная адекватность;
- конструктивность.

Требование функциональной адекватности означает, что модель должна отражать свойства поведения человека, существенные с точки зрения разработчика данной конкретной ЧМС: поведение человека как звена проектируемой системы и модель поведения должны быть в определенном смысле близкими.

Требование конструктивности связано со свойством реализуемости модели и с возможностью получения результатов в обозримой форме с использованием имеющихся в распоряжении разработчика средств и методов.

Перечисленные свойства отражают чисто потребительский подход к моделированию поведения человека-оператора со стороны проектировщика ЧМС, для которого хороша любая модель, которая может быть полезна.

Модели необходимы для решения практических задач проектирования (выбора структуры системы, оптимизации, обеспечения управляемости и т. д.), поэтому они, как правило, носят описательный характер с простой фиксацией информации о поведении человека. Но для того, чтобы свободно оперировать этими моделями, четко представлять себе диапазон адекватности тех или иных моделей, необходимо понимать закономерности поведения человека в ЧМС, понимать причины, механизмы и знать критерии изменчивости свойств человека как звена системы. А такие данные могут быть получены лишь на основе инженерно-психологического исследования. При этом возможно использование иных, специализированных моделей поведения, которые должны превосходить чисто описательные за счет учета тонкой структуры процессов и служить инструментом предсказания свойств поведения человека в ЧМС, т. е. обладать свойством познавательности.

Таким образом, проблема формализации поведения человека-оператора для целей проектирования выступает как подзадача общей прикладной инженерной задачи разработки ЧМС. Эта подзадача обладает определенной спецификой и стоит на особом месте среди прочих задач проектирования. Специфика связана с необходимостью всестороннего изучения человека как звена проектируемой системы, выявления и учета в модели его психофизиологических возможностей и особенностей, что является необходимым условием обеспечения функциональной эквивалентности поведения модели и реального человека-оператора.

Анализ основных видов деятельности оператора в полуавтоматических системах указывает на важное место, которое занимает непрерывная деятельность типа слежения. Слежение в большей или меньшей мере присутствует во многих операторских профессиях.

Являясь сложной высококоординированной сенсомоторной деятельностью человека, слежение относится к числу трудноалгоритмизируемых видов деятельности. Трудности алгоритмизации поведе-

ния человека при слежении вызваны, с одной стороны, ограниченностью психофизиологических возможностей человека, которая должна быть отражена в модели, с другой стороны, его гибкостью, способностью в широких границах изменять свои свойства звена системы при изменении условий функционирования. Динамика психических процессов, лежащих в основе регуляции человека при выполнении им задачи слежения, зависит от большого числа разнородных факторов. Все это существенно усложняет задачу формализации процесса слежения.

Нередко высказываются сомнения относительно возможности формального описания поведения человека в полуавтоматической системе, в особенности языком дифференциальных уравнений.

На наш взгляд, эти сомнения — прямой результат недопонимания целей такого описания и завышения требований, предъявляемых к модели.

Известно, что адаптационные возможности человека весьма значительны и обеспечивают ему способность изменять свое поведение в широких пределах. Тем не менее, в конкретных ситуациях управления человек-оператор как звено системы ведет себя целенаправленно, в среднем стабильно и предсказуемо в соответствии с получаемой информацией о ситуации и о результатах своих действий.

Такое поведение человека вполне поддается формализации с достаточной для целей проектирования точностью. Обоснование необходимой точности описания поведения человека-оператора не может осуществляться в отрыве от требований к точности функционирования системы в целом и вытекающей из них потребной точности работы отдельных подсистем, в том числе и человека.

Как отмечалось, математическое описание поведения человека, предназначенное для решения задач проектирования полуавтоматических систем, должно обладать свойствами функциональной адекватности и конструктивности.

Иллюзорной (к тому же и нерациональной) следовало бы признать любую попытку разрабатывать математическую модель слежения, обеспечивающую функциональную адекватность применительно к любой полуавтоматической системе и для всех условий эксплуатации. В моделях, отвечающих требованиям конструктивности, адекватность может быть достигнута лишь в рамках ограниченного класса объектов управления и конкретного диапазона условий эксплуатации. Поэтому очень важно четко представлять границы применимости используемых моделей. Бездумное распространение моделей за объективные границы их применимости приводит не только к ошибкам в проектировании, но, в конечном счете, к дискредитации всего подхода.

Требование конструктивности модели заставляет осуществлять описание процесса слежения на языке той научной дисциплины, в терминах которой формализуется задача в целом и методами которой предполагается воспользоваться при проектирова-

нии ЧМС. Так, если проектирование проводится методами теории автоматического управления и функционирование машинной части описывается дифференциальными уравнениями, то и модель поведения человека-оператора должна быть составлена на языке дифференциальных уравнений. Любые описания, использующие иную языковую основу, окажутся бесполезными для целей проектирования, поскольку не решат задач, которые породили необходимость самих описаний.

Имеются многочисленные доказательства возможности и полезности описания поведения человека-оператора в системах слежения на языке теории автоматического управления [2].

Следует подчеркнуть, что одно лишь использование математических моделей слежения, даже если они достаточно полно отражают особенности поведения человека, не решает проблемы учета человеческого фактора при проектировании ЧМС. Кроме этого необходимо разработать критерии проектирования, учитывающие помимо показателей эффективности также инженерно-психологические требования согласованности машинной части с психофизиологическими возможностями человека.

Функциональный характер математических моделей поведения, используемых при проектировании, часто позволяет абстрагироваться от самой структуры процесса слежения (структуры восприятия, переработки информации, принятия решений и т. д.).

Для обеспечения функциональной адекватности достаточно, чтобы модель и реальный человек-оператор в одинаковых условиях обладали в некотором смысле близкими реакциями. Поэтому при моделировании для целей проектирования ЧМС весьма перспективным является подход, использующий идею "черного ящика".

При таком подходе алгоритмизация осуществляется на основе информации о реальных процессах слежения и предстает как задача оптимизации модели в некотором классе операторов. При этом для обеспечения адекватности модели и воспроизведения способности человека в широком диапазоне изменять алгоритмы своего функционирования необходимо предусмотреть возможность расширения класса операторов.

Таким образом, разработчику ЧМС достаточно иметь некоторую аппроксимирующую модель, отвечающую требованиям функциональной адекватности и конструктивности. Эта модель, в наиболее простом виде являясь линейной, должна за счет постепенного усложнения допускать воспроизведение основных нелинейных свойств поведения с требуемой степенью точности. Желательно, чтобы модель охватывала как можно более широкий класс преобразований и была инвариантной к их структурному построению [3].

Для построения аппроксимирующих моделей необходимо располагать информацией о реальных процессах слежения в исследуемой системе.

Отсутствие такой информации на ранних стадиях проектирования систем приводит к необходимости разрабатывать модели, априорно отражающие представления о структуре деятельности человека при слежении, т. е. представления о структуре процессов восприятия и переработки информации, принятия решений и реализации управляющих действий.

Таковыми моделями являются структурно-функциональные модели. Благодаря тому, что структурно-функциональные модели частично воспроизводят внутренние причинно-следственные механизмы деятельности, они позволяют моделировать поведение человека в более широком диапазоне ситуаций управления. При их разработке в ряде случаев нет необходимости решать задачу идентификации на основе анализа пары процессов "вход—выход". Эти модели могут быть построены на базе накопленной информации о поведении человека в системах, которые по характеру деятельности человека-оператора близки с разрабатываемой.

Указанное свойство делает модели такого рода особенно привлекательными на начальных этапах проектирования, когда важно иметь возможность построения моделей оператора, располагая данными лишь о динамике объекта управления и свойствах отслеживаемых сигналов.

2. Обзор структурно-функциональных моделей поведения человека-оператора

В настоящее время известно большое число моделей человека-оператора, работающего в режиме слежения за непрерывным сигналом.

Многообразие моделей объясняется тем, что человек как звено системы управления обладает большими возможностями изменять свои динамические свойства, подстраиваясь под конкретные условия функционирования системы.

Закономерности и критерии адаптации человека-оператора в настоящее время изучены недостаточно и в силу этого не находят отражения в разработанных моделях. Поэтому, несмотря на обилие моделей, большая часть из них имеет весьма ограниченную область применения.

Первыми моделями человека-оператора были линейные непрерывные модели (рис. 1). В этих моделях характеристики человека-оператора, выполняющего роль звена в системе управления, описывались некоторой передаточной функцией $W(s)$.

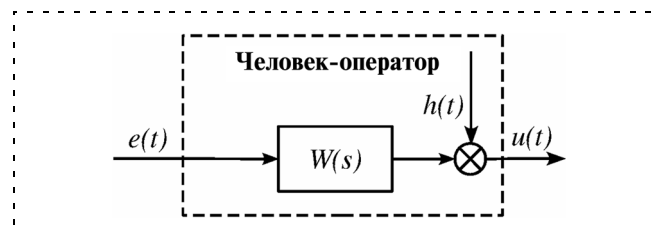


Рис. 1. Линейная непрерывная модель человека-оператора

Часть реакции оператора, которая некоррелирована с входным сигналом и не соответствует передаточной функции $W(s)$, в линейных моделях вводится в виде помехи (остатка) $h(t)$, добавляемой к выходному сигналу оператора.

В наиболее общем случае [2] передаточная функция человека-оператора представляется в виде

$$W(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} e^{-s\tau},$$

где $Q(s)$ и $P(s)$ — полиномы переменной s ; τ — время чистого запаздывания реакции оператора.

Считается, что коэффициенты полиномов $Q(s)$ и $P(s)$ и характеристики остаточного члена $h(t)$ зависят от конкретных условий работы человека-оператора: от характеристик объекта управления, от свойств отслеживаемых сигналов и т. д.

При выборе параметров описывающей передаточной функции, как правило, используются те или иные гипотезы о характере процесса адаптации, реализуемого человеком. В частности, во многих работах, посвященных использованию линейных моделей человека-оператора, вводится предположение, что оператор при изменении динамики объекта стремится сохранить постоянную частоту среза системы в целом [2].

Линейные непрерывные модели человека-оператора были использованы во множестве технических и исследовательских задач и позволили получить целый ряд полезных результатов.

При повышении требований к точности работы систем, которое сопровождается повышением требований к точности исследования, описание характеристик человека-оператора передаточными функциями оказывается неудовлетворительным.

Часть недостатков, присущих непрерывным линейным моделям человека-оператора, может быть устранена путем введения в структуру модели импульсного элемента в виде периодически действующего ключа. В этом случае модель человека-оператора становится дискретно-непрерывной [4].

Экспериментальное исследование моделей такого типа показало, что они дают результаты, в большей степени соответствующие поведению реального оператора, чем описание эквивалентными передаточными функциями. Это связано прежде всего с тем, что дискретно-непрерывная модель отражает присущую человеку некоторую дискретность восприятия и дискретность реакций при слежении. Преимущества импульсных моделей проявляются в уменьшении интенсивности остатка $h(t)$ за счет того, что импульсный элемент генерирует гармоники, образующие сплошной спектр в широком диапазоне частот.

Существуют ситуации управления, в которых поведение человека-оператора не может быть удовлетворительно описано линейными моделями. Установлено, что при отработке больших рассогласований, при скачкообразном изменении входного

сигнала и при ограничении на управления поведение человека-оператора является существенно нелинейным. В этих случаях использование линейных моделей (как непрерывных, так и дискретных) приводит к большим погрешностям.

В связи с этим был разработан целый ряд нелинейных моделей человека-оператора. В этих моделях нашло отражение стремление исследователей описать нелинейные характеристики, присущие человеку при выполнении им операции слежения [4].

К таким характеристикам следует отнести пороги восприятия, ограниченность усилий и скоростей перемещения управляющих органов, релейность действий в ряде ситуаций управления и т. д.

Нелинейные модели, позволяя в принципе достаточно адекватно описать поведение человека как звена системы управления, обладают одним недостатком, существенно ограничивающим их применимость. Недостаток выражается в неконструктивности нелинейных моделей. Эти модели трудно поддаются идентификации и анализу. "До настоящего времени ни одна нелинейная модель не доказала своей особенной полезности для инженерных целей" [2].

Теория и практика формализации поведения человека-оператора на базе линейных моделей получили значительный толчок к развитию в связи с внедрением математического аппарата теории оптимального управления. В теоретическом плане предпосылкой появления моделей оптимального управления стали фундаментальные работы Калмана [5], Калмана и Бьюси [6] и др.

В основе моделей человека-оператора, построенных на принципах оптимального управления, лежит предположение, что квалифицированный, хорошо подготовленный и мотивированный оператор при осуществлении слежения действует в некотором смысле оптимальным образом с учетом его внутренних ограничений. При этом в зависимости от вводимого критерия оптимальности получаются различные структуры моделей.

Наиболее часто в качестве критерия оптимальности контура управления, который замыкает человек-оператор, используется среднее квадратическое значение ошибки слежения. Типичным представителем моделей, построенных на основе среднеквадратического критерия, является модель оптимального управления Баррона—Клейнмана (рис. 2) [7].

В структуре модели Баррона—Клейнмана нашли отражение процессы восприятия и переработки информации человеком-оператором, а также процесс реализации управляющих воздействий. Психологические ограничения, свойственные человеку, моделируются введением шумов измерения $v_y(t)$ и двигательного шума $v_u(t)$, а также учетом чистого и инерционного запаздываний.

Таким образом, в моделях оптимального управления удастся полнее учитывать особенности деятельности человека-оператора. Тем не менее, и эти модели обладают целым рядом недостатков.

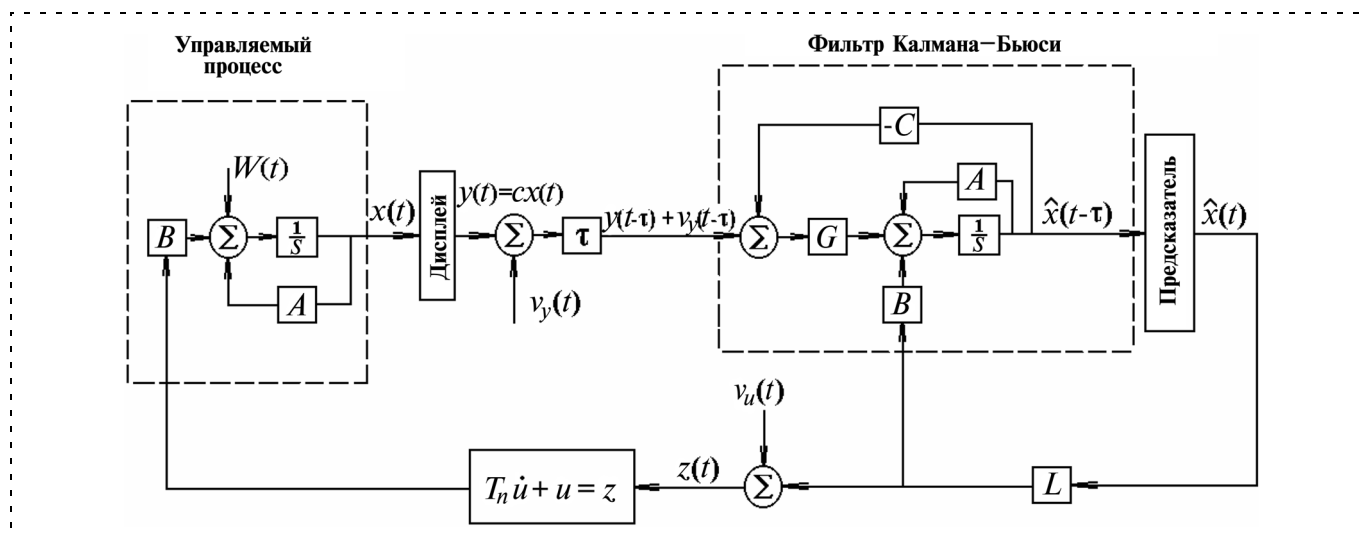


Рис. 2. Модель Баррона—Клейнмана

Общим недостатком известных моделей оптимального управления является плохое воспроизведение ими зависимости ошибок слежения от характеристик отслеживаемых сигналов. Этот недостаток ограничивает область использования моделей, снижает их практическую ценность. В частности, он ставит под сомнение применимость моделей для решения такой важной задачи проектирования, как согласование динамических свойств управляемой системы с возможностями человека.

3. Двухконтурная структурно-функциональная модель поведения человека-оператора при слежении

При разработке моделей как компенсаторного, так и преследующего слежения большинство исследователей исходят из предположения, что человек-оператор реализует принцип регулирования по отклонению. Иными словами, считается, что контур слежения замыкается по ошибке, которая является входным сигналом для человека-оператора, рассматриваемого как звено системы управления [2, 4, 7].

Недостаток моделей, построенных по этому принципу, проявляется в дополнительной инерционности, которую они неизбежно вносят в контур управления. Это свойство систем, построенных по принципу регулирования по ошибке, не согласуется с большим количеством экспериментальных данных, которые свидетельствуют о том, что при слежении за простыми, хорошо предсказуемыми сигналами человек-оператор обеспечивает отсутствие такого проявления инерционности, как фазовый сдвиг, в достаточно широком диапазоне частот отслеживаемых сигналов.

Об этом, в частности, говорят результаты опытов по отслеживанию гармонических, полигармонических и полиномиально зависящих от времени сигналов [8].

Стремясь исключить нежелательную инерционность модели человека-оператора, ряд авторов вво-

дят предположение, что человек в процессе слежения таким образом подстраивает свои динамические характеристики, чтобы сделать безынерционной прямую цепь контура управления. Однако получающиеся модели вступают в противоречие с другими экспериментальными фактами. Они позволяют избавиться от фазовых искажений, но вносят искажения амплитудные.

Очевидно, что никакая модель, использующая принцип регулирования по ошибке, не в состоянии обеспечить одновременно отсутствие как амплитудных, так и фазовых искажений.

Кроме того, в рамках этого подхода существенно затруднена формализация отличий, свойственных основным видам слежения: компенсаторному и преследующему.

Если предполагать, что деятельность человека-оператора в контуре слежения строится по принципу регулирования по отклонению, это означало бы, что он вырабатывает свои управляющие воздействия, руководствуясь только текущими ошибками слежения, т. е. ликвидирует рассогласование лишь после того, как оно возникло.

Между тем, тщательное изучение процессов слежения приводит к выводу, что даже при компенсаторном (не говоря уже о преследующем) слежении за регулярными предсказуемыми сигналами управляющие действия оператора строятся в основном на базе сформировавшихся в его сознании представлений непосредственно о структуре самого отслеживаемого сигнала, который в этой ситуации обладает свойством превращаться в условно-рефлекторный раздражитель сенсорно-двигательных реакций оператора. Происходит процесс формирования у оператора некоторого динамического стереотипа, характеризующийся значительной стабилизацией координации движений [8].

Это вовсе не означает, что на действия оператора при этом не влияют ошибки слежения. Они

используются оператором для уточнения и сохранения динамического образа движения, для координации компенсирующих действий по отработке рассогласований, обусловленных наличием непредсказуемого компонента в отслеживаемом сигнале, а также воздействием неконтролируемых возмущений, поступающих на входы объекта управления.

Характерным примером является компенсаторное слежение за гармоническим сигналом, когда оператор быстро познает его структуру и начинает действовать как бы в соответствии с некоторой программой, вырабатывая управления с требуемой частотой, амплитудой и фазой и обеспечивая слежение без заметных амплитудных и фазовых искажений.

При этом ошибка слежения может и не содержать в себе явно выраженных гармонических составляющих, изменяющихся с частотой отслеживаемого сигнала и сигнала управления, что противоречит концепции замыкания контура слежения по отклонению.

Если иметь в виду регулярную составляющую сигнала на выходе человеко-машинной системы, то можно утверждать, что при установившемся слежении за простыми непрерывными сигналами человек для достаточно широкого класса объектов обеспечивает системе в целом инвариантность по отношению к входному воздействию [9, 10].

В соответствии с одним из основных принципов, сформулированных Б. Н. Петровым, инвариантность по отношению к входному сигналу, т. е. точное воспроизведение входного сигнала на выходе системы, может быть достигнута лишь построением двухконтурной комбинированной системы управления, содержащей разомкнутую цепь регулирования и замкнутую цепь с обратной связью. Структурная схема комбинированной системы управления показана на рис. 3.

Разомкнутый контур системы реализует принцип управления по воздействию $g(t)$, замкнутый контур — принцип управления по ошибке $e(t)$. Динамика объекта управления описывается преобразованием L_0 . Инвариантность по входному сигналу в комбинированной системе в установившемся режиме работы достигается при выполнении следующего условия:

$$L_1 = L_0^{-1}, \quad (1)$$

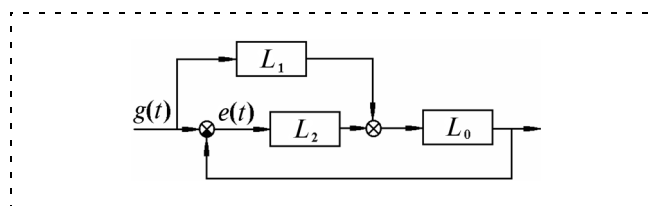


Рис. 3. Схема комбинированной системы управления

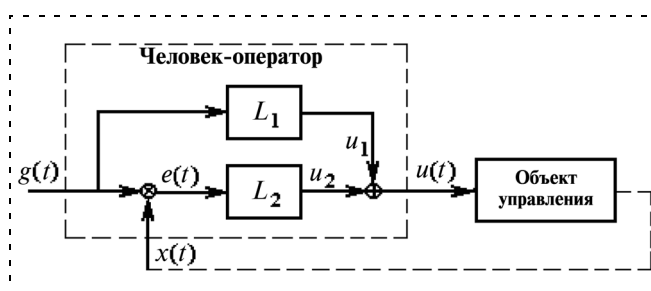


Рис. 4. Комбинированная модель человека-оператора

т. е. преобразование L_1 должно быть обратно преобразованию L_0 объекта управления. При этом независимо от вида преобразования L_2 оператор связи ошибки $e(t)$ с воздействием $g(t)$ тождественно равен нулю. Установившийся режим такой системы характеризуется полным отсутствием амплитудных и фазовых искажений сигналов.

Следует, однако, отметить, что в технических системах абсолютная инвариантность недостижима вследствие противоречий между условиями инвариантности (1) и условиями физической реализуемости.

При частичном выполнении условий инвариантности основная роль в установившемся процессе регулирования принадлежит контуру регулирования по воздействию. Замкнутый контур регулирования по ошибке играет вспомогательную, корректирующую роль.

Ниже приводится описание модели человека-оператора, в основу построения которой положена гипотеза о том, что человек при слежении за непрерывным сигналом использует комбинированный принцип регулирования [11].

Обобщенная структурная схема модели показана на рис. 4.

Гипотеза о комбинированной структуре управления, реализуемого человеком-оператором, хорошо согласуется с экспериментальными данными, свидетельствующими о том, что в установившемся слежении с преследованием регуляция движений хорошо тренированного оператора осуществляется на основе зрительного восприятия изменений входного сигнала. Информация об ошибке слежения служит для контроля и выработки корректировочных команд.

Описанные в работе [9] эксперименты с гашением метки показывают, что человек-оператор, руководствуясь лишь изменениями отслеживаемого сигнала, сохраняет способность управлять системой длительное время после того, как прекращается поступление информации о состоянии управляемого объекта, т. е. после размыкания зрительной обратной связи. При этом реализуется принцип регулирования по разомкнутому циклу.

Такое слежение становится возможным благодаря тому, что в процессе тренировки в сознании человека складывается некий динамический образ

системы, отражающий обобщенные свойства объекта управления и определяющий связь между управляющими командами оператора и текущим состоянием объекта.

Однако длительное время следить в разомкнутом контуре не удастся, поскольку без подкрепления зрительной обратной связью динамический образ системы начинает размываться, утрачивая адекватность реальному объекту управления. Это приводит к нарастанию ошибок слежения.

Зрительная обратная связь в комбинированной модели человека-оператора формализуется введением замкнутого контура слежения по ошибке. Таким образом, в предлагаемой модели человека-оператора традиционный контур регулирования по ошибке играет вспомогательную, корректирующую роль.

При построении комбинированной модели человека-оператора важным является вопрос о выборе структуры элементов, входящих в цепи слежения по воздействию $g(t)$ и по ошибке $e(t)$ (рис. 4).

Выбор структуры цепи слежения по воздействию целесообразно проводить исходя из того, что хорошо мотивированный человек-оператор стремится осуществлять слежение с наименьшей погрешностью, т. е. старается обеспечить системе в целом инвариантность к отслеживаемому сигналу.

Тогда в соответствии с условием инвариантности структура и параметры звена L_1 определяются в результате выбора из некоторого класса оператора, близкого к обратному оператору управляемого объекта. Этот оператор должен обладать форсирующими свойствами и вырабатывать упреждающие команды.

Вытекающее из условия инвариантности требование, чтобы оператор L_1 имел форсирующие свойства, хорошо согласуется с существующими представлениями о той ведущей роли в регуляции движений при слежении, которую играет функция прогнозирования. Функция прогнозирования проявляется в способности человека компенсировать собственное чистое и инерционное запаздывание, а также динамическое запаздывание объекта управления за счет экстраполяции изменений отслеживаемого сигнала и состояний объекта управления.

Для осуществления экстраполяции сигнал управления, вырабатываемый человеком-оператором, должен содержать в себе составляющие, зависящие от производных отслеживаемого сигнала. Но, вместе с тем, и реализация оператора L_1 , обратного оператору инерционного динамического объекта L_0 , также неизбежно предполагает осуществление операций дифференцирования входного сигнала.

Таким образом, оператор L_1 разомкнутой цепи комбинированной модели слежения можно рассматривать как формальное описание (математическую модель) функции прогнозирования. Это позволяет вопрос о способности человека обеспечивать системе в целом свойство инвариантности связать со структурой функции прогнозирования, анализ ко-

торой требует ответа на вопрос, сколько производных задающего сигнала может использовать и использует человек-оператор при слежении.

Многочисленные эксперименты, нацеленные на исследование возможностей человека-оператора по различению и оцениванию производных визуально воспринимаемых сигналов, свидетельствуют о том, что человек не в состоянии дифференцированно оценивать производные выше первого порядка [9, 10].

Исходя из этого следует принять, что оператор L_1 разомкнутой цепи комбинированной модели принадлежит к классу дифференциальных операторов, осуществляющих не более чем однократное дифференцирование сигнала.

На рис. 5 изображена одна из возможных структур функции прогнозирования. На рис. 5 звено с оператором L_1 представляет собой инерционный линейный фильтр, моделирующий свойство человека отфильтровывать высокочастотные составляющие отслеживаемых сигналов.

Выходной сигнал управления $u_1(t)$ содержит в себе две составляющие, зависящие от сигнала на входе (стимула) и скорости его изменения.

Малое число используемых для слежения производных стимула моделирует ограниченность возможностей оператора по оценке сигналов и отработке управлений. Другим проявлением ограниченности возможностей человека при слежении является наличие случайных составляющих в командах управления. В модели, изображенной на рис. 5, стохастичность управления моделируется с помощью мультипликативных случайных шумов α_0 , α_1 , которые описываются следующими стохастическими дифференциальными уравнениями:

$$d\alpha_i = -\lambda_i \alpha_i(t)dt + d\eta_i(t), \quad i = 0, 1. \quad (2)$$

Здесь η_i — винеровские процессы; $\lambda_i = \text{const}$ — параметры функции прогнозирования.

Введение мультипликативных воздействий позволяет отразить факт зависимости статистических характеристик шумов от динамических свойств отслеживаемых сигналов и объекта управления. Эту зависимость нельзя учесть аддитивным введением

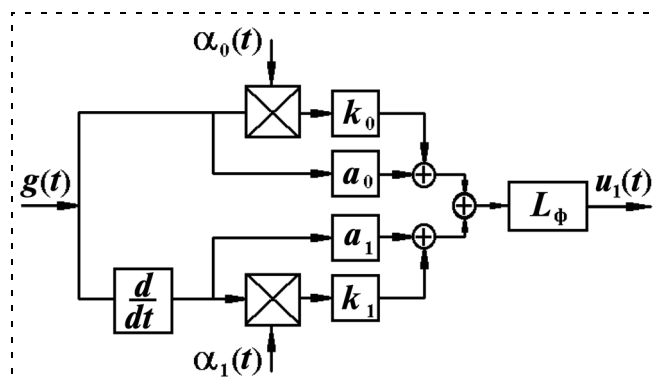


Рис. 5. Структурная схема функции прогнозирования

остаточного процесса, как принято в большинстве известных моделей.

Кроме того, модуляция сигнала и его производной шумами, являясь нелинейной операцией, предоставляет богатые возможности для формирования спектра сигнала управления, который вырабатывает оператор. В частности, варьируя спектры и уровни шумов, удастся смоделировать составляющую сигнала управления, не коррелированную с входным сигналом.

Тот факт, что скорость оценивается оператором заметно хуже, чем амплитуда сигнала, может быть учтен в соотношении между коэффициентами k_i :

$$k_0 < k_1. \quad (3)$$

Эти соотношения можно выбрать по результатам экспериментов, решая задачу идентификации.

Параметры a_i функции прогнозирования настраиваются таким образом, чтобы оператор разомкнутой цепи L_1 наилучшим образом (в некотором смысле) приближал оператор, обратный оператору объекта управления L_0 (см. (1)).

Таким образом, соответствующий выбор структуры и параметров мультипликативных блоков позволяет смоделировать ограничения, свойственные человеку-оператору при оценке и обработке сигналов управления, а также добиться статистической эквивалентности моделируемых и реальных процессов слежения.

Очевидно, что никакая настройка параметров a_i функции прогнозирования не в состоянии обеспечить абсолютное выполнение условия инвариантности (1), если динамика объекта управления описывается дифференциальным уравнением выше второго порядка. При частичной инвариантности адекватность комбинированной модели в значительной степени будет зависеть от структуры цепи регулирования по ошибке.

Необходимость введения в модель цепи слежения по ошибке диктуется также тем обстоятельством, что при работе лишь по разомкнутому принципу точность слежения постепенно ухудшается вследствие того, что без визуального контроля реакции на управляющие команды человек постепенно утрачивает чувственную меру движения, а также вследствие воздействия на объект управления неконтролируемых оператором внешних возмущений.

Для коррекции возникающих ошибок, поддержания и уточнения образа совершаемого движения необходима зрительная обратная связь, которая в комбинированной модели слежения формализуется введением замкнутого контура регулирования.

В качестве исходного положения при формировании структуры замкнутого контура принимается, что определяющим в регуляции действий человека-оператора при коррекции ошибок является стремление как можно быстрее ликвидировать возникшее рассогласование. Это предположение хорошо согласуется с результатами экспериментов, показы-

вающих, что корректирующие команды оператора имеют прерывистый релейный характер. Причем, обрабатывая большие рассогласования, опытный оператор способен осуществлять управления, близкие к оптимальным по быстродействию [9, 10].

Из теории оптимальных по быстродействию систем, в частности из "теоремы об n интервалах", вытекает, что для сложных управляемых объектов оптимальное управление является релейным с большим числом переключений. Однако в опытах редко наблюдается больше двух-трех интервалов максимального управляющего воздействия.

Эти факты легко объясняются, если принять, что человек-оператор при слежении действует не в соответствии с точной динамикой объекта управления, а в соответствии с упрощенным представлением о ней, т. е. что он отождествляет управляемый объект с его концептуальной моделью (динамическим образом), которая формируется в его сознании в процессе работы с данным объектом.

Концептуальная модель отражает представление человека о динамических свойствах управляемой системы и служит основой для регуляции его действий. Полнота представлений человека о ходе процесса управления тесно связана со сложностью объекта и со способностью оператора оценивать его состояние. Состояние сложного динамического объекта определяется столь большим числом параметров (компонент вектора состояния), что возможности человека полностью отразить в сознании процесс управления представляются проблематичными.

Исходя из того, что человек способен оценивать лишь первые производные сигналов, характеризующих текущее положение объекта управления (которые можно рассматривать как компоненты вектора состояния), естественно предположить, что концептуальной моделью любого объекта управления является звено не выше второго порядка. При этом человек настраивает параметры концептуальной модели таким образом, чтобы обеспечить ее близость с реальным объектом управления.

Для построения комбинированной модели прежде всего следует формализовать процедуру получения концептуальной модели произвольного объекта управления. Это даст возможность смоделировать неточность (приближенность) представлений человека-оператора о динамических свойствах сложного объекта управления и отразить зависимость качества слежения от динамики объекта.

Задача построения концептуальной модели может быть поставлена как задача редукции многомерной динамической системы, т. е. как задача построения системы низкого порядка, достаточно хорошо, в смысле некоторого критерия, описывающей поведение вектора выхода исходной системы высокого порядка.

Естественно предположить, что в сознании человека-оператора при слежении складывается целостное представление о свойствах системы в различных режимах ее функционирования. Это прежде

всего относится к поведению системы в переходных процессах (реакция на ступенчатые воздействия, отработка больших начальных рассогласований) и в режимах установившегося слежения.

Поскольку невозможно подобрать объект пониженного порядка, одинаково хорошо аппроксимирующий свойства исходной системы высокого порядка и в переходном, и в установившемся режимах, иногда целесообразно вводить в рассмотрение две концептуальные модели управляемого объекта: одну — для формализации динамического образа в переходном режиме, другую — в установившемся.

Разработку замкнутой цепи комбинированной модели следует осуществлять на базе концептуальной модели переходных режимов. Поведение объекта в переходных режимах определяется характеристиками собственных движений. Поэтому задача формализации концептуальной модели формулируется следующим образом.

Пусть собственные движения объекта управления описываются системой однородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (4)$$

где $\mathbf{x}(t)$ — n -мерный вектор состояний объекта; $\mathbf{A}$ — постоянная квадратная матрица размерности n .

Предположим, что наблюдается m -мерный вектор выходных переменных $\mathbf{y}$ ($m < n$), связанный с вектором состояния следующим соотношением:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (5)$$

где $\mathbf{C}$ — заданная матрица размерности $m \times n$.

Рассмотрим m -мерную линейную модель вида

$$\dot{\tilde{\mathbf{y}}}(t) = \mathbf{B}\tilde{\mathbf{y}}(t), \tilde{\mathbf{y}}(t_0) = \tilde{\mathbf{y}}_0, \quad (6)$$

где $\mathbf{B}$ — постоянная квадратная матрица размерности m .

Обозначим: $\mathbf{y}^0(t)$ — вектор выходных переменных, соответствующий собственным движениям объекта (4) при начальном условии $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$; $\tilde{\mathbf{y}}^0(t)$ — вектор собственных движений модели (6) при начальном условии $\tilde{\mathbf{y}}_0 = \mathbf{C}\mathbf{x}_0$.

Введем в рассмотрение вектор ошибки аппроксимации

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{y}^0(t) - \tilde{\mathbf{y}}^0(t). \quad (7)$$

Тогда выражение

$$J = \int_0^T \mathbf{E}^T(t)\mathbf{E}(t)dt \quad (8)$$

определяет интегральное квадратическое значение ошибки аппроксимации на интервале наблюдения $[0, T]$, который следует выбирать в зависимости от длительности переходного процесса в объекте управления.

Пусть вектор начальных условий $\mathbf{x}_0$ является случайной векторной величиной с нулевыми мате-

матическим ожиданием и заданной матрицей дисперсий $\mathbf{M}[\mathbf{x}_0\mathbf{x}_0^T] = \boldsymbol{\theta}$.

Функционал

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{M}[\mathbf{E}^T(t)\mathbf{E}(t)]dt \quad (9)$$

определяет среднее значение дисперсии ошибки аппроксимации на интервале $[0, T]$.

Поставим задачу найти матрицу $\mathbf{B}$ модели, обеспечивающую минимум функционалу (9).

Собственные движения системы (4) при начальном условии $\mathbf{x}_0$ описываются равенством

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\Phi}(t)\mathbf{x}_0, \quad (10)$$

где $\boldsymbol{\Phi}(t)$ — переходная матрица состояний системы (4).

Аналогично для собственных движений модели (6) при начальном условии $\tilde{\mathbf{y}}_0 = \mathbf{C}\mathbf{x}_0$ имеем

$$\tilde{\mathbf{y}}^0 = \boldsymbol{\Psi}(t)\mathbf{C}\mathbf{x}_0, \quad (11)$$

где $\boldsymbol{\Psi}(t)$ — переходная матрица состояний системы (6).

Учитывая формулы (5), (7), (10) и (11), получаем следующее выражение для оптимизируемого функционала:

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Sp}[\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\Psi}\mathbf{C}]\boldsymbol{\theta}[\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\Psi}\mathbf{C}]^T dt, \quad (12)$$

где $\boldsymbol{\theta}$ — квадратная весовая матрица размерности $n \times n$.

Минимизируем функционал (12) по матрице $\boldsymbol{\Psi}(t)$. Необходимое и достаточное условие экстремума имеет вид

$$\frac{\partial I}{\partial \boldsymbol{\Psi}^T} = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Sp}[\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\Psi}\mathbf{C}]\boldsymbol{\theta}\mathbf{C}^T dt = 0. \quad (13)$$

Разрешая условие (13) относительно матрицы $\boldsymbol{\Psi}$ при невырожденной матрице $\mathbf{C}\boldsymbol{\theta}\mathbf{C}^T$, получим

$$\int_0^T \boldsymbol{\Psi}(t)dt = \int_0^T \boldsymbol{\Phi}(t)\boldsymbol{\theta}\mathbf{C}^T(\mathbf{C}\boldsymbol{\theta}\mathbf{C}^T)^{-1}dt. \quad (14)$$

Рассмотрим способ решения матричного уравнения (14).

Воспользуемся тем, что переходные матрицы состояний стационарных линейных систем имеют вид матричных экспонент, т. е.

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \exp(-\mathbf{A}t), \boldsymbol{\Psi}(t) = \exp(-\mathbf{B}t).$$

Следствие из теоремы Кэли—Гамильтона определяет представление произвольной аналитической функции от квадратной матрицы $\mathbf{A}$ порядка n в виде линейной комбинации n положительных целочисленных степеней матрицы $\mathbf{A}$:

$$f(\mathbf{A}) = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n \Delta_{n-k} \mathbf{A}^{n-k}, \quad (15)$$

$$\text{где } \Delta = \Delta(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_n \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \dots & \lambda_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_1^{n-1} & \lambda_2^{n-1} & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{vmatrix} -$$

определитель Вандермонда; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ — собственные значения матрицы $\mathbf{A}$; Δ_j — определитель, получаемый из Δ подстановкой вместо $(j+1)$ -й строки $(f(\lambda_1), f(\lambda_2), \dots, f(\lambda_n))$.

Используя разложение (15), матричную экспоненту, определяющую переходную матрицу состояний объекта управления, можно представить в следующем виде:

$$\Phi(t) = \exp(-\mathbf{A}t) = \sum_{k=1}^n \alpha_{n-k}(t) \mathbf{A}^{n-k}, \quad (16)$$

где α_j — функции времени, зависящие от собственных чисел матрицы $\mathbf{A}$, а именно $\alpha_j(t) = \frac{\Delta_j}{\Delta}(-t)^j$.

Ранее отмечалось, что исходя из возможностей человека-оператора оценивать состояния управляемого объекта концептуальную модель следует искать в классе линейных систем не выше второго порядка. Поэтому разложение переходной матрицы состояний модели (6) определится формулой

$$\Psi(t) = \exp(-\mathbf{B}t) = \beta_1(t)\mathbf{B} + \beta_0(t)\mathbf{I}, \quad (17)$$

где $\beta_1(t) = \frac{\Delta_1^B}{\Delta^B}(-t)$; $\beta_0(t) = \frac{\Delta_0^B}{\Delta^B}$;

$$\Delta^B = \begin{vmatrix} 1 & -\lambda_1^B \\ 1 & -\lambda_2^B \end{vmatrix}; \Delta_0^B = \begin{vmatrix} e^{-\lambda_1^B t} & -\lambda_1^B t \\ e^{-\lambda_2^B t} & -\lambda_2^B t \end{vmatrix}; \Delta_1^B = \begin{vmatrix} 1 & e^{-\lambda_1^B t} \\ 1 & e^{-\lambda_2^B t} \end{vmatrix};$$

λ_1^B, λ_2^B — собственные числа матрицы $\mathbf{B} = \|b_{ij}\|_{2 \times 2}$, определяемые из характеристического уравнения

$$|\mathbf{B} - \lambda^B \mathbf{I}| = (\lambda^B)^2 - (b_{11} + b_{22})\lambda^B + b_{11}b_{22} - b_{21}b_{12} = 0.$$

Интегрирование выражений (16) и (17) и подстановка результата в (14) позволяет получить систему из четырех трансцендентных уравнений с четырьмя неизвестными элементами матрицы $\mathbf{B}$.

Решение этой системы численными методами не представляет принципиальных трудностей.

Приведенную процедуру аппроксимации можно рассматривать как алгоритм построения концептуальной модели произвольного линейного объекта управления. Очевидно, что для динамических объектов не выше второго порядка концептуальная модель будет совпадать с их собственными уравнениями, т. е. с уравнениями, описывающими протекание процессов в объекте.

В случае если динамика объекта управления описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, можно, во-первых, отыскивать аппроксимацию линеаризованной системы; во-вторых, можно, получив численным интегрированием переходные процессы объекта и используя аналитические выражения, определяющие зависимость характеристик переходного процесса в линейном объекте второго порядка от его параметров, решать задачу определения значений этих параметров, обеспечивающих наилучшую аппроксимацию переходных процессов объекта управления.

Полученное формальное описание концептуальной модели в виде линейного динамического звена не выше второго порядка вовсе не следует рассматривать как адекватное отражение фактических представлений конкретного человека о динамических особенностях объекта в конкретной ситуации управления.

Возможно, фактический динамический образ объекта, складывающийся в сознании оператора при слежении, имеет иное содержание и структуру и, безусловно, является более расплывчатым (нечетким).

Тем не менее, при построении структурно-функциональных моделей слежения такая формализация является вполне допустимой и весьма конструктивной. Она позволяет отразить в модели очень важные ограничения, свойственные человеку при слежении. Эти ограничения проявляются в том, что чем сложнее динамика объекта управления, чем хуже она аппроксимируется введенной концептуальной моделью, тем труднее задача слежения, тем менее рациональны действия оператора и, следовательно, ниже качество слежения.

Таким образом, формализация концептуальной модели позволяет конкретизировать понятие сложности объекта управления и формализовать постановку задачи согласования динамических свойств объекта управления с операторскими возможностями человека.

С учетом сказанного структура замкнутой ветви комбинированной модели человека-оператора (преобразование L_2 на рис. 4) может быть представлена в виде регулятора, оптимального по быстродействию по отношению к концептуальной модели. Важно подчеркнуть, что по отношению к реальному объекту управления этот регулятор будет квази-оптимальным.

Функция переключения в фазовой плоскости, определяющая алгоритм работы регулятора, может быть найдена путем применения развитых методов расчета оптимальных по быстродействию систем.

Таким образом, введение согласующихся с экспериментальными данными предположений об алгоритмах, реализуемых человеком-оператором при отработке больших отклонений и ступенчатых сигналов, позволяет по известным характеристикам объекта управления определить в комбинирован-

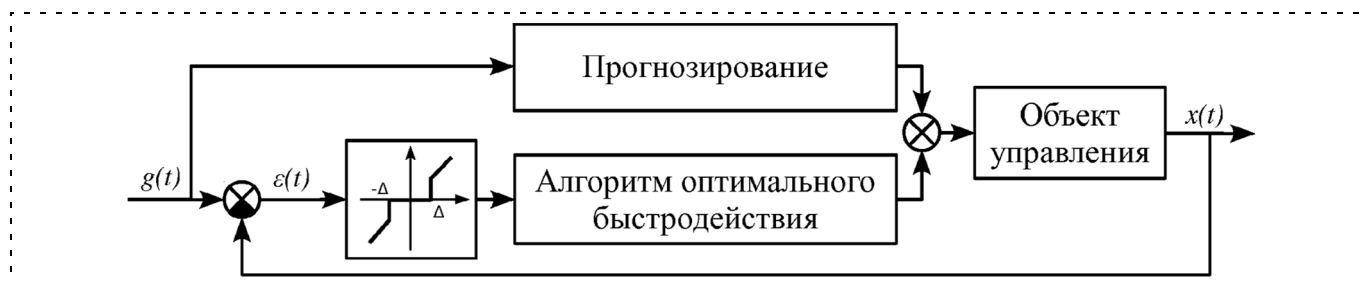


Рис. 6. Структурная схема модели человека-оператора при преследующем слежении

ной модели человека-оператора структуру и параметры замкнутого контура слежения по ошибке.

На рис. 6 представлена структурная схема контура слежения с комбинированной моделью человека-оператора. Нелинейность типа зоны нечувствительности в цепи слежения по ошибке отражает тот факт, что оператор реагирует на ошибку лишь тогда, когда она по абсолютной величине превышает некоторую величину Δ , зависящую от квалификации конкретного оператора, степени его мотивации и от требований к точности слежения.

Комбинированная модель, разработанная для формализации действий человека-оператора при слежении преследующего типа, может быть использована также и для описания компенсаторного слежения.

Обобщенная структурная схема комбинированной модели компенсаторного слежения представлена на рис. 7. Свойства модели, изображенной на рис. 7, хорошо согласуются с основополагающей гипотезой о развитии сенсомоторных навыков Крендала и Мак-Руэра [12].

В соответствии с этой гипотезой формирование сенсомоторных координаций связано с последовательной организацией восприятия отслеживаемых сигналов и представляется как последовательный переход от компенсации к преследованию и затем — к прогнозированию.

Работая в контуре компенсаторного слежения, на основе анализа визуальной информации об ошибке слежения и сигналов кинестетической обратной связи, человек-оператор способен познать структуру отслеживаемого сигнала и, сформировав в своем сознании представление о характере его изменения во времени, осуществлять слежение, подобное слежению с преследованием.

Однако в отличие от чисто преследующего слежения оператор в данном случае вырабатывает управляющие команды, руководствуясь не истинным входным сигналом $g(t)$, а лишь его динамическим образом $\tilde{g}(t)$ (рис. 7).

Способность человека формировать четкое, адекватное представление об отслеживаемом сигнале зависит от свойств этого сигнала. В случае простых, хорошо предсказуемых сигналов человек быстро познает их структуру и легко осуществляет необходимое прогнозирование. Анализ возможностей оператора по выявлению вероятностной структуры случайных входных сигналов указывает на то, что они существенно ограничены. Тем не менее, в некоторых случаях человек способен осуществлять вероятностное прогнозирование [8].

Чем сложнее отслеживаемый сигнал, тем, естественно, сложнее для человека задача выявления его структуры и тем менее точно формирующееся в его сознании представление о сигнале.

Неадекватность представления приводит к ошибкам прогнозирования и, следовательно, к возрастанию роли зрительной обратной связи, а значит, и роли замкнутой цепи слежения по ошибке в комбинированной модели человека-оператора.

Таким образом, чем сложнее отслеживаемый сигнал, тем ближе слежение, реализуемое человеком-оператором, к чисто компенсаторному, которое формализуется в виде замкнутого по ошибке контура слежения с постоянно действующей зрительной обратной связью. И, наоборот, чем точнее представление о сигнале, тем больше в действиях оператора элементов преследующего слежения. При этом активная роль зрительной обратной связи изменяется, превращаясь в контролирующую,

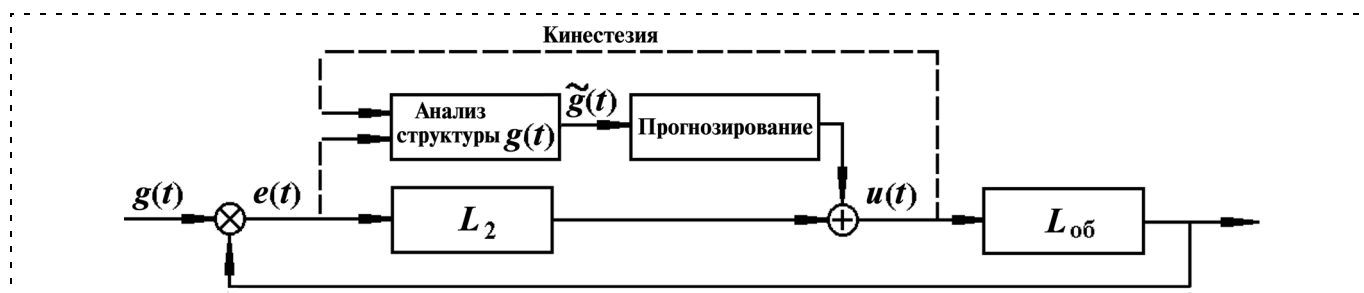


Рис. 7. Структурная схема модели человека-оператора при компенсаторном слежении

корректирующую, возрастает значение цепи слежения по воздействию.

Анализ свойств комбинированной модели человека-оператора и математическое моделирование на ее основе процессов слежения показывают, что в начале слежения при отработке больших рассогласований управление осуществляется в основном замкнутым контуром слежения и является релейным. При этом, поскольку реализация алгоритмов быстрогодействия требует максимальных управлений, влияние на процесс слежения работы разомкнутой цепи модели является пренебрежимо малым.

Быстрые программные движения на начальном участке переходного процесса хорошо моделируются нелинейной (релейной) схемой с квазиоптимальным быстрымдействием. При такой формализации влияние сигналов обратных связей проявляется лишь в дискретные моменты времени, соответствующие моментам переключения управления (хотя эти связи непрерывно существуют, и, используя именно их информацию, человек выбирает моменты переключения).

Процесс на выходе определяется функционированием замкнутого контура комбинированной модели до тех пор, пока не отработается основная часть рассогласования, величина которой зависит от зоны нечувствительности нелинейного элемента в цепи ошибки. Затем замкнутый контур отключается, начинается участок коррекции.

После отработки основной части начального рассогласования и отключения замкнутой цепи управления по ошибке в системе устанавливается пропорциональное слежение. На этом этапе главная роль переходит к разомкнутому контуру слежения по воздействию. Замкнутый контур подключается эпизодически для коррекции ошибок, величина которых выходит за пределы зоны нечувствительности.

Процесс слежения $x(t)$ имеет два структурных состояния $x^{(1)}(t)$ и $x^{(2)}(t)$, причем переход из одно-

го структурного состояния в другое совершается в случайные моменты времени, связанные с текущими значениями ошибки слежения $e(t)$.

Рис. 8 иллюстрирует картину переключений структурных состояний комбинированной модели и процесса слежения.

Смена состояний происходит при достижении ошибкой $e(t)$ границы, определяемой шириной зоны нечувствительности Δ в нелинейном элементе замкнутого контура модели. Нахождение значений ошибки внутри интервала $[-\Delta, \Delta]$ соответствует работе лишь разомкнутой цепи. При выходе за границы этого интервала происходит подключение замкнутого контура.

Введение в рассмотрение процессов случайной структуры позволяет задачу анализа слежения привести к исследованию свойств и характеристик случайных процессов с поглощением и восстановлением реализаций [13].

Известно, что человек-оператор обладает высокой адаптивностью, возможностью широко варьировать свои динамические характеристики, что дает средство поддерживать эффективную работоспособность в значительном диапазоне изменений динамики управляемого объекта.

В рамках подхода к формализации поведения человека на основе комбинированной модели адаптация оператора к изменениям динамики объекта управления может быть интерпретирована как настройка параметров функции прогнозирования, т. е. параметров разомкнутой цепи слежения по воздействию.

Как уже отмечалось, в комбинированной модели удастся формализовать некоторые ограничения, свойственные человеку, и отразить зависимость ошибок слежения от динамических характеристик управляемого объекта. Так, нарушение условий инвариантности в модели приводит к нарастанию ошибки слежения и, следовательно, к повышению

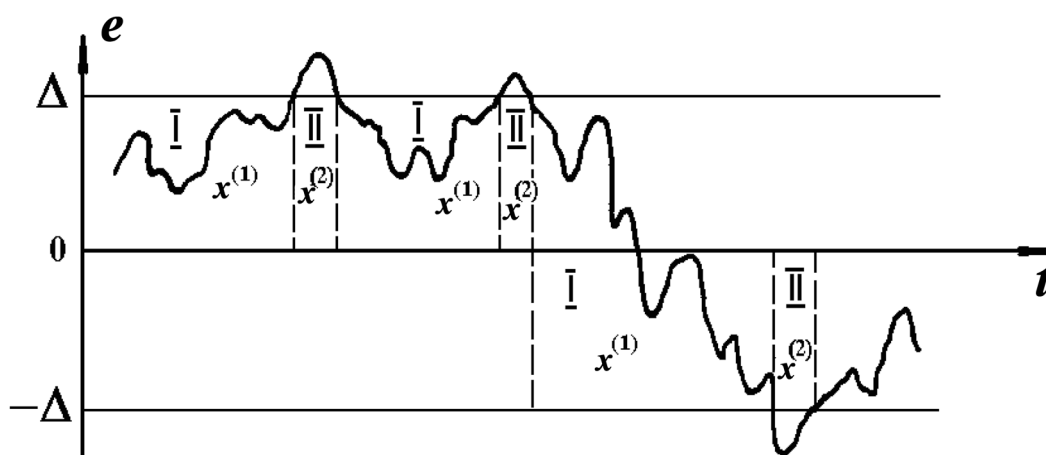


Рис. 8. Процесс переключений структурных состояний комбинированной модели

частоты и продолжительности подключений замкнутого контура слежения по ошибке.

Это свойство модели может быть использовано для описания процесса адаптации человека-оператора к изменяющейся динамике объекта управления.

А именно, при изменении динамики объекта в системе слежения происходит нарушение условий инвариантности и возрастает интенсивность подключений замкнутого контура. Объясняя потребность в адаптации с точки зрения общих приспособительных тенденций, свойственных человеку, можно принять, что у него появляется ощущение дискомфорта, который выражается в необходимости часто корректировать ошибку слежения.

Стремление снизить уровень дискомфорта приводит к попыткам перенастройки характеристик разомкнутой ветви модели в целях уменьшения средней частоты подключений цепи слежения по ошибке. Подстройка проводится на основании информации, получаемой посредством сопоставления зрительных сигналов о движении управляемого объекта с сигналами кинестетических обратных связей о реализуемых управлениях.

Таким образом, процесс адаптации можно интерпретировать как последовательность приспособительных действий, направленных на минимизацию среднего числа коррекций ошибки и приводящих к перенастройке функции прогнозирования и к коррекции концептуальной модели объекта.

Заключение

Таким образом, в двухконтурных структурно-функциональных моделях удастся отразить основные особенности деятельности человека-оператора типа слежения, его способности и присущие ему психофизиологические ограничения.

Наличие разомкнутой ветви в модели позволяет формализовать способность человека на основе внутренних представлений о динамическом образе движения без заметных фазовых и амплитудных искажений осуществлять слежение за предсказуемыми сигналами. Эта способность не может быть реализована в традиционных одноконтурных моделях, замыкающихся по ошибке слежения.

Нечеткость и "размывание" со временем внутреннего образа движения, моделирующиеся структурой функции прогнозирования в разомкнутой цепи, приводят к нарастанию ошибок при слежении по разомкнутому циклу. Для коррекции этих ошибок при реальном слежении используется зрительная обратная связь, которая моделируется замкнутой цепью двухконтурной модели.

Такое построение модели позволяет отразить зависимость характеристик деятельности типа "слежение" от параметров отслеживаемых сигналов.

Очень важную роль при построении двухконтурных моделей играет понятие "концептуальная

модель объекта управления". Концептуальная модель описывает внутренний динамический образ объекта управления, который формируется в сознании человека, поэтому в ее структуре отражается ограниченность возможностей человека-оператора оценивать состояние сложной динамической системы. Управления, реализуемые человеком-оператором, оптимизируются не по отношению к реальному объекту управления, а по отношению к этому внутреннему образу, что позволяет отразить зависимость характеристик деятельности от динамических свойств объекта управления.

Кроме того, связь структуры и параметров концептуальной модели с объектом управления требует их корректировки при изменении динамических свойств объекта управления и, следовательно, подстройки алгоритмов, реализуемых человеком-оператором. Таким образом моделируется способность человека адаптироваться к изменяющейся динамике цепи слежения.

Это свойство двухконтурных моделей имеет решающее значение при постановке важнейших задач проектирования человеко-машинных систем — задач согласования характеристик объекта управления с операторскими возможностями человека.

Список литературы

1. Себряков Г. Г. Проблемы проектирования полуавтоматических систем наведения летательных аппаратов // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2007. № 10.
2. Шеридан Т., Феррел У. Системы человек-машина. М.: Машгиз, 1980.
3. Себряков Г. Г. Аппроксимирующие модели деятельности человека-оператора в полуавтоматических системах управления динамическими объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 1. С. 5—69.
4. Меньшов А. И., Рыльский Г. И. Человек в системе управления летательным аппаратом. М.: Машгиз, 1976.
5. Kalman R. A new approach to linear filtering and prediction problems // Transactions of ASME J. Basic Engrg. 1960. N 1.
6. Kalman R., Bucy R. New results in linear filtering and prediction theory // Trans. ASME. 1961. N 1.
7. Baron S., Kleinman D. The Human as an Optimal Controller and Information Processor // IEEE Trans. Man-Machine Systems. MSS-10. 1969. N 1.
8. Конопкин О. А. Психологические механизмы регуляции деятельности. М.: Наука, 1980.
9. Себряков Г. Г. Экспериментальное исследование характеристик деятельности человека-оператора в динамических системах слежения // Характеристики деятельности оператора / Под ред. Б. Ф. Ломова. М., 1983. С. 42—80.
10. Себряков Г. Г. Характеристики деятельности человека-оператора в динамических системах слежения и наведения летательных аппаратов // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2007. № 11.
11. Себряков Г. Г., Желтов С. Ю., Колобов М. Г. К проблеме формализации поведения человека-оператора в замкнутом контуре слежения // Вопросы кибернетики "Эффективность деятельности оператора", АН СССР, 1982.
12. Крендал Е., Мак-Руэр Д. Изучение навыков с точки зрения теории механизмов. Сб. "Инженерная психология". М.: Прогресс, 1964.
13. Тихонов В. И. Выбросы случайных процессов. М.: Наука, 1970.

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

УДК 65.011.12

М. В. Кожевникова, ассистент,
Владимирский государственный университет
kmary72@mail.ru

Системные методы непрерывного усовершенствования продукции на уровне изобретений на примере планетарных передач винт—гайка с резьбовыми роликами

Рассматриваются два дополняющих друг друга метода усовершенствования продукции на уровне изобретений: использование теоретических основ наукоемкой продукции и использование системного опыта изобретений. Проведен анализ процедур изобретения новой продукции с использованием этих методов на примере планетарной передачи винт—гайка с резьбовыми роликами типа РВПЗК.

Ключевые слова: инновации, конкурентоспособность, изобретение, системный опыт, теоретические основы, роликовинтовые передачи

Непрерывное усовершенствование продукции на уровне изобретений как условие обеспечения ее конкурентоспособности

Основой успешной экономической деятельности предприятий является их конкурентоспособность, постоянное улучшение качества продукции и удовлетворение требований потребителей. Чтобы обеспечить стабильную конкурентоспособность и удержать лидирующие позиции в своей отрасли, необходимо постоянное научно-техническое развитие, обновление наукоемкой продукции и технологии ее производства на уровне изобретений.

В общем случае изобретение как творческий процесс не поддается формализации, поскольку использует такие неформализуемые приемы, как, например, ассоциации и интуитивность. Однако существуют методы, позволяющие упорядочить, облегчить и ускорить процедуру изобретения. В данной статье рассматриваются два метода усовершенствования продукции на уровне изобретений: использование теоретических основ наукоемкой продукции и использование системного опыта изобретений. В общем случае оба метода дополняют друг друга.

Главная идея усовершенствования продукции на уровне изобретений заключается в том, что изобретение всегда состоит в преодолении (полном или частичном) технического противоречия. При обычном конструировании повышение одного из показателей качества изделия, как правило, сопровождается снижением других показателей. Изобретательский уровень характеризуется нахождением нового технического решения с требуемым повышением качества заданного показателя без снижения других показателей качества. В качестве инструмента для поиска новых технических решений предлагается использование теоретических зависимостей показателей качества от параметров, а также использование данных по известным приемам решения изобретательских задач (рис. 1).

Фирмами SKF (Швеция), INA (Германия), а также на ПТО ОАО АвтоВАЗ выпускаются планетарные передачи винт—гайка с резьбовыми роликами типа SR(PBPSR) [1—3].

В 1975 г. во Владимирском государственном университете изобретены передачи нового типа — планетарные передачи винт—гайка с резьбовыми роликами типа ЗК (РВПЗК) [1—3] — как наукоемкие компоненты многоотраслевого применения. В последующие годы шло непрерывное усовершенствование этих передач. В течение 1975—2000 гг. была разработана теория и методика расчета основных характеристик РВПЗК и методика согласования характеристик передачи и характеристик электродвигателя в составе привода. На основании методики проектирования был разработан и отлажен пакет САПР РВПЗК, включающий машинное изготовление чертежей. Именно процесс изобретения РВПЗК принят в качестве примера применения системных методов для непрерывного усовершенствования продукции.

Использование теоретических основ наукоемкой продукции для ее непрерывного усовершенствования на уровне изобретений на примере планетарных передач винт—гайка с резьбовыми роликами типа ЗК

Основные принципы проектирования сложных систем изложены в работах И. П. Норенкова и его научной школы [4].

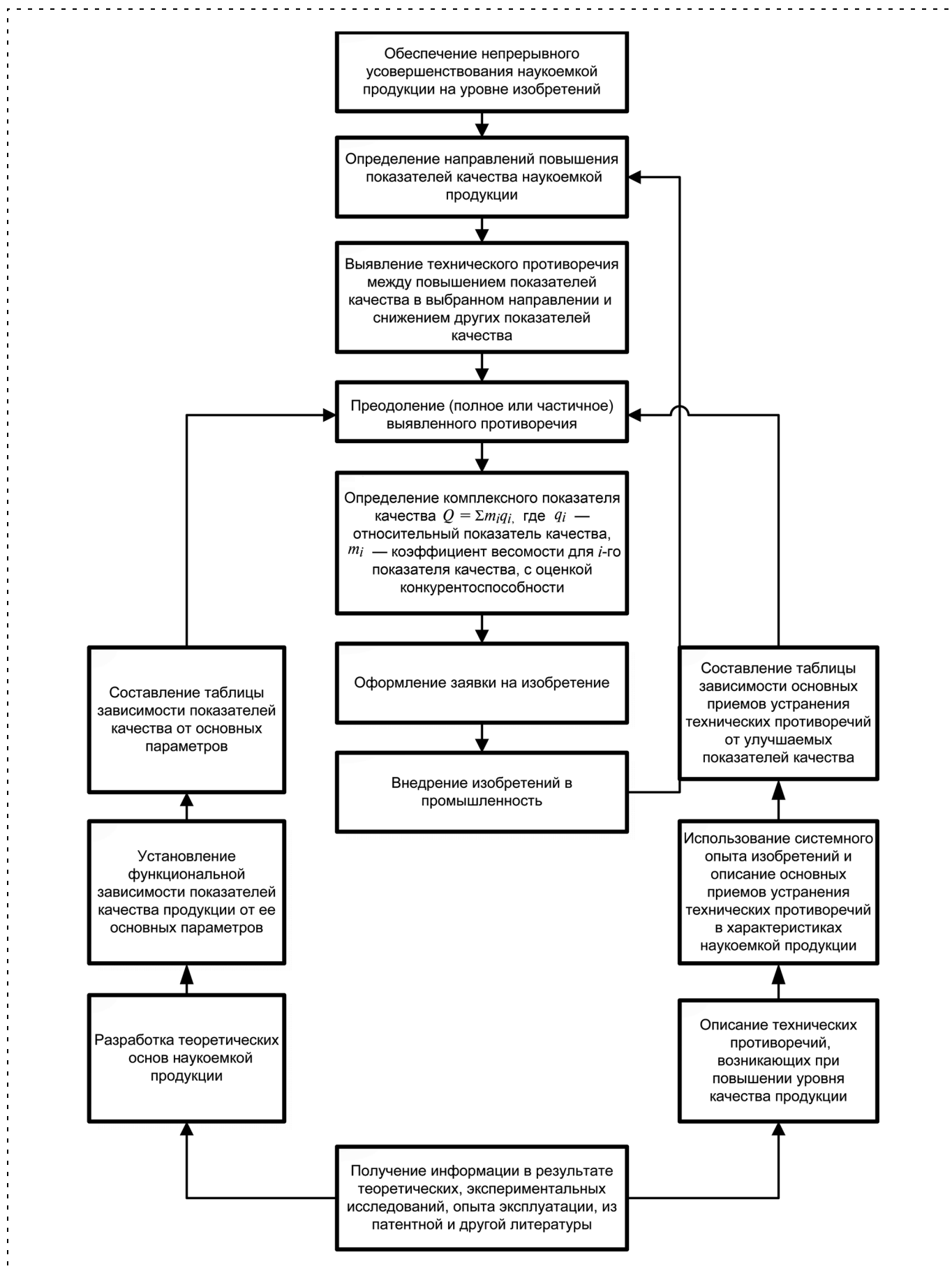


Рис. 1. Система обеспечения непрерывного совершенствования наукоемкой продукции на уровне изобретений

Различают проектные задачи анализа и синтеза. Синтез заключается в создании описания объекта, в частности, механической передачи или мехатронного модуля, а анализ — в определении свойств и исследовании работоспособности объекта по его описанию. При синтезе создаются, а при анализе оцениваются проекты объектов.

Задачи анализа делятся на задачи одно- или многовариантного анализа.

При одновариантном анализе заданы значения внутренних и внешних параметров. Требуется определить значения выходных параметров. Подобная задача сводится к однократному решению уравнений, описывающих математические модели объектов проектирования.

Многовариантный анализ заключается в исследовании свойств объекта в некоторой области исходных внутренних параметров. Такой анализ требует многократного решения систем уравнений, т. е. многократного выполнения одновариантного анализа.

Задачи синтеза делятся на задачи структурного и параметрического синтеза.

Целью структурного синтеза является определение структуры объекта — перечня типов элементов, составляющих объект, и способов связи элементов между собой в составе объекта.

Параметрический синтез заключается в определении числовых значений параметров элементов при заданных структуре и условиях работоспособности, наложенных на выходные параметры объекта.

Основными характеристиками, определяющими качество РВПЗК, являются редукция, статическая грузоподъемность, долговечность, жесткость, КПД, момент инерции, максимальная длина перемещения, линейная скорость, кинематическая точность, плавность работы, габаритные размеры, масса, стоимость [2].

К основным параметрам РВПЗК относятся геометрические параметры и параметры материалов.

На основании многовариантного анализа алгебраических зависимостей основных характеристик планетарных передач винт—гайка с резьбовыми роликами (РВП) от их параметров [1, 3] установлено:

а) для получения РВП с высокой редукцией, не требующей дополнительного редуктора, целесообразно применять конструктивную схему с осевым перемещением гайки относительно ролика, т. е. схему, отличную от традиционной схемы РВПСР (с осевым перемещением блока гайки с роликами относительно винта);

б) для увеличения статической грузоподъемности или для уменьшения массы, материалоемкости передачи целесообразно применять конструктив-

ную схему РВП с нетрадиционно повышенной длиной резьбового сопряжения ролика с винтом и с большим числом роликов, а также с нетрадиционно увеличенным отношением средних диаметров резьбы ролика и винта;

в) для повышения КПД, особенно при высокой редукции, и уменьшения приведенного момента инерции целесообразно применять конструктивную схему с нетрадиционно увеличенным отношением средних диаметров резьбы ролика и винта, а также с уменьшенным шагом резьбы.

Эти результаты многовариантного анализа явились основой для структурного и параметрического синтеза передач на уровне изобретений.

Использование системного опыта изобретений для непрерывного усовершенствования наукоемкой продукции на уровне изобретений

Применением системного опыта изобретений и разработкой алгоритма изобретений занимались Г. С. Альтшуллер и его последователи [5—7].

При использовании системного опыта изобретений учитывается, что повышение одних показателей качества продукции может сопровождаться ухудшением других показателей качества. В связи с этим составляются таблицы взаимосвязи этих противоречивых показателей. На следующем этапе применения системного опыта составляется описание основных приемов устранения технических противоречий в характеристиках продукции с использованием информационной базы созданных в этом классе изобретений. Информация, полученная после анализа известных изобретений, сводится в таблицу, в которой строки соответствуют улучшаемым показателям качества, а столбцы — ухудшающимся при этом показателям качества. В ячейках на пересечении строк и столбцов заносятся номера известных приемов, обеспечивающих преодоление противоречий показателей качества. Таким образом, таблица обеспечивает системный подход для устранения противоречий между различными показателями качества.

Применение системных методов в процессе изобретения планетарной передачи винт—гайка с резьбовыми роликами типа РВПЗК

Применение двух описанных выше системных методов позволило, отталкиваясь от традиционной, широко применяемой конструктивной схемы РВПСР (рис. 2), создать новую конструктивную схему на уровне изобретений (рис. 3).

В новой конструкции в соответствии с требованиями п. а) (см. выше) и с использованием системного опыта изобретений сопряжение ходовой гай-

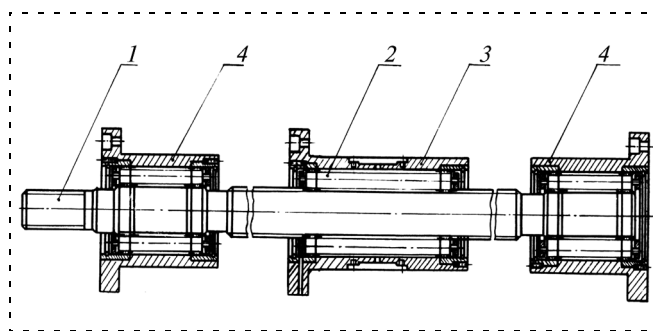


Рис. 2. Планетарная передача с резьбовыми роликами типа SR с опорными гайками:

1 — винт; 2 — резьбовые ролики; 3 — ходовая гайка; 4 — опорная гайка

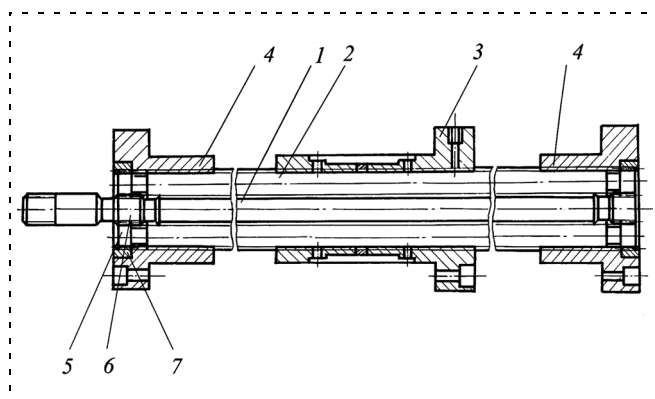


Рис. 3. Планетарная передача с резьбовыми роликами и опорными гайками типа ЗК:

1 — винт; 2 — резьбовые ролики; 3 — ходовая гайка; 4 — опорная гайка; 5 — зубчатые венцы роликов; 6 — зубчатые венцы винта; 7 — зубчатые венцы опорных гаек

ки с роликами было выполнено внеполюсным для обеспечения осевого смещения ходовой гайки относительно ролика при качении ролика по ходовой гайке. При этом впервые ролики были выполнены с нетрадиционной длиной резьбы, превышающей длину резьбы ходовой гайки на величину ее максимального осевого перемещения. В соответствии с требованиями п. б) (см. выше) и с использованием системного опыта изобретений для увеличения длины резьбового сопряжения ролика с винтом длина резьбы ролика выполнена равной длине резьбы винта. Поэтому статическая грузоподъемность и долговечность резьбового сопряжения винта и ролика новой конструкции РВП по сравнению с известной конструкцией типа РВПСР не ограничивают статическую грузоподъемность и долговечность передачи в целом. В отличие от известных технических решений осевая нагрузка с ходовой гайки передается через блок винта с длинными резьбовыми роликами на опорную гайку.

Несмотря на то, что при высокой редукции средних диаметр резьбы винта равен или в несколько

раз меньше среднего диаметра резьбы роликов, в отличие от известных технических решений грузоподъемность новой конструкции не ограничивается ни грузоподъемностью тела винта, ни грузоподъемностью опоры.

После всестороннего анализа этой изобретенной передачи (рис. 3) были выявлены ее дополнительные преимущества: во-первых, повышенный КПД передачи согласно п. в) (см. выше); во-вторых, малый приведенный момент инерции передачи согласно п. в) (см. выше); в-третьих, повышенная кинематическая точность, что связано с ее короткой кинематической цепью, поскольку в изобретенной передаче имеем два последовательно расположенных подвижных сопряжения: опорная гайка — длинный ролик, длинный ролик — ходовая гайка. Третье сопряжение длинный ролик — винт вследствие большего числа параллельно действующих точек контактов оказывает меньшее влияние на точность кинематической цепи.

Именно структурные отличия, а не частные улучшения конструкции, определили резкий скачок

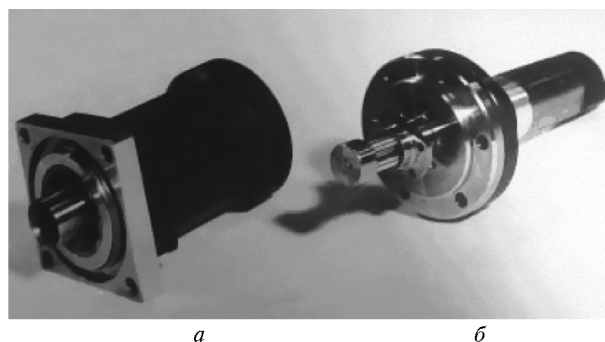


Рис. 4. Однокоординатная подвижка для туннельного микроскопа на базе РВПЗК 12,6 × 0,1:

а — корпус с рабочим органом; б — передача с электродвигателем

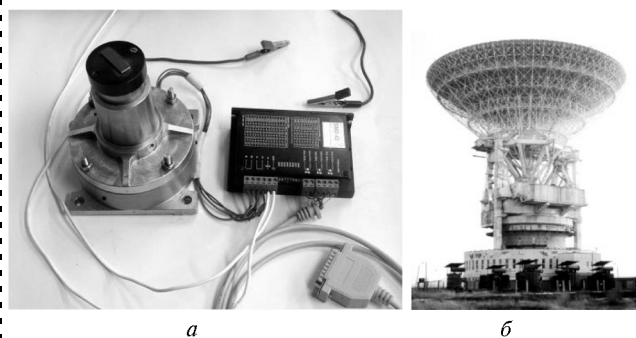


Рис. 5. Актуатор с высокой разрешающей способностью (а) для радиотелескопа РТ-70 (б)

технического уровня новых передач по сравнению с зарубежными аналогами в области малых и средних длин перемещений.

На основании разработанной РВПЗК созданы мехатронные модули как изделия многоотраслевого применения [1–3], в частности, показанные на рис. 4–8.

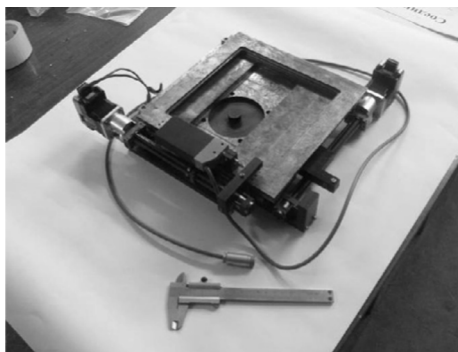


Рис. 6. Двухкоординатный сканирующий столик СКС 155 × 155 оптического микроскопа для медицинских и биологических исследований

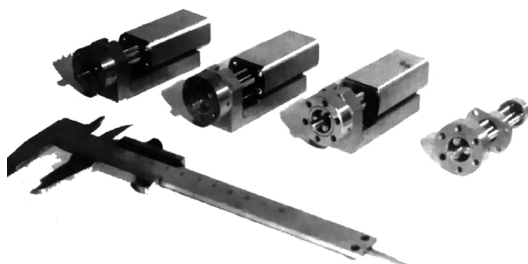


Рис. 7. Исполнительные механизмы подачи сверхвакуумного модуля для контроля полупроводников на базе РВПЗК 12,6 × 0,1

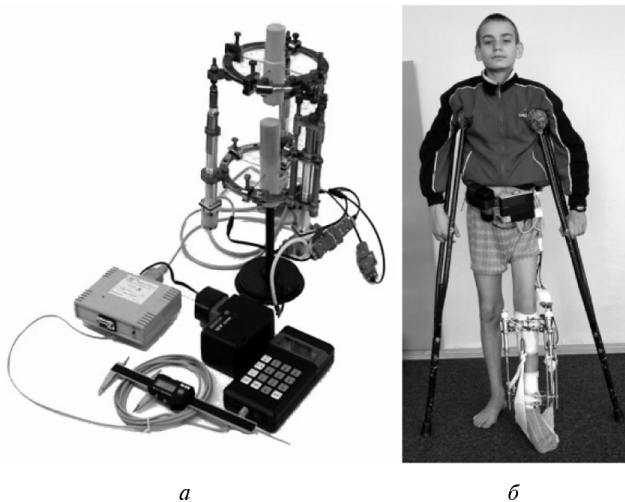


Рис. 8. Автономный ортопедический аппарат автоматизированного остеосинтеза (а) и фотография пациента с аппаратом (б)

Выводы

Пример создания новых РВП (РВПЗК) показал эффективность комплексного применения двух методов непрерывного совершенствования продукции.

Анализ применения двух описанных выше системных методов при создании наукоемких технических изобретений и, в частности, изобретении передач типа РВПЗК позволяет отметить следующие особенности этого процесса:

- разработанная ранее и постоянно углубляемая теория наукоемкой продукции позволяет вывести и использовать функциональные зависимости основных показателей наукоемкой продукции от ее параметров;
- повышение конкретных показателей качества может осуществляться двумя путями:
 - а) путем изменения количественных значений параметров при заданной структуре и конструкции продукции, т. е. путем оптимизации параметров при критерии оптимизации в виде улучшаемого показателя качества;
 - б) путем изменения структуры продукции или ее конструкции (конструкции деталей, их формы или взаимного расположения, материалов деталей);
- для изменения структуры или конструкции продукции в направлении повышения уровня ее качества могут применяться как теоретические основы наукоемкой продукции, в частности, функциональные зависимости показателей качества продукции от ее параметров, так и предшествующий опыт изобретателей, в частности, в виде таблиц известных приемов разрешения противоречий, при создании выполненных ранее изобретений, а также известные способы интенсификации творческой деятельности.

Список литературы

1. Козырев В. В. Конструкции роликвинтовых передач и методика их проектирования: учеб. пособ. Владимир: РИК ВлГУ, 2004. 102 с.
2. Козырев В. В. О механизмах реализации программы инновационного развития РФ (с позиции опыта работы малого научно-технического коллектива) // Инновации. 2007. № 3 (101). С. 17–26.
3. Козырев В. В. Мехатронные модули для наноиндустрии: разработка, создание и внедрение (научные основы создания мехатронных модулей с высокой разрешающей способностью на базе роликвинтовых передач) // Мехатроника, автоматизация, управление". 2008. № 1. С. 23–27.
4. Норенков И. П. Введение в автоматизированное проектирование технических систем и устройств. М.: Высшая школа, 1986. 304 с.
5. Альтшуллер Г. С. Алгоритм изобретения. М.: Московский рабочий, 1969. 272 с.
6. Альтшуллер Г. С. Творчество как точная наука. М.: Сов. радио, 1979. Кибернетика, 175 с.
7. Селюцкий А. Б., Слугин Г. И. Вдохновение по заказу. Петрозаводск: Карелия, 1977.

Ключевыми моментами представляемой технологии моделирования являются:

- исследование точности изготовления деталей;
- стохастические характеристики механизмов.

Представим технологию моделирования в виде алгоритма

$$H_1 L_2 \uparrow^4 L_3 \uparrow^6 \downarrow_5 {}^2 I_4 {}^3 A_5 {}^{11} L_6 \uparrow^8 A_7 {}^9 {}^6 A_8 {}^{11} F_9 A_{10} {}^{6,8} L_{11} \uparrow^{13} C_{12} {}^{14} {}^{11} F_{13} {}^{12} C_{14} B_{15} P_{16} Z_{17}.$$

Здесь правый нижний индекс обозначает порядковый номер оператора. Левый верхний индекс является обозначением оператора, от которого передается управление. Индексы около стрелки и правые верхние индексы показывают порядковый номер оператора, которому будет передано управление в случае соблюдения или несоблюдения условия, обозначаемого логическим оператором L . Стрелка вниз означает, что условие соблюдено. Вверх — не соблюдено.

Данный алгоритм начинает свою работу с оператора H_1 . На первой стадии работы алгоритма логический оператор L_2 обеспечивает проверку условия наличия информации у пользователя о случайных значениях основных параметров объектов исследования. Обычно это условие выполняется на большинстве предприятий и фирм в высокоразвитых странах. Если пользователь располагает необходимой исходной информацией, то встает вопрос об измерении деталей (см. оператор I_4). Когда предпочтение отдается прямому моделированию объектов исследования, оператор L_3 передает управление оператору A_5 для подготовки информации к решению задачи методом полного перебора. В случае если известны эмпирические законы распределения параметров, оператор A_8 обеспечивает подготовку информации для решения задачи методом бесконтурных графов. Зачастую непосредственно за оператором L_6 посредством оператора A_7 осуществляется формирование гистограмм. Теперь можно определять теоретические законы распределения параметров (оператор F_9). На оператора A_{10} возлагается задача по выбору соответствующих датчиков псевдослучайных чисел, предпочтительнее из стандартного математического и программного обеспечения.

Если объектом исследования является многозвенная шарнирно-рычажная система, то логический оператор L_{11} обращается к оператору C_{12} . При простой структуре объекта непосредственно за L_{11} начинает функционировать оператор F_{13} , который предназначен для формирования математических моделей простых объектов. Списковая структура (головная программа) составляется и отлаживается посредством оператора C_{14} . Затем осуществляется реализация программы (B_{15}) и выдача результатов пользователю (P_{16}). Заключительным является оператор Z_{17} .

В настоящее время машиностроительная промышленность имеет достаточно широкие возможности для выбора автоматизированных, универсальных и достаточно гибких координатно-измерительных комплексов, обеспечивающих полный контроль изготавливаемых деталей машин. Среди фирм-изготовителей автоматизированного метрологического оборудования известны следующие: Ferranti, Rank Taylor Hodson (Великобритания); DEA, Olivetti (Италия); Renault (Франция); SIP (Швейцария); Mitutoyo (Япония); Leitz, Mauser, Opton (ФРГ); Johanson (Швеция) и др. Комплексы различаются точностью измерения, метрологическими возможностями, типом управляющей и обрабатывающей ЭВМ, программным обеспечением, принципом измерения, типом измерительной системы, конструктивным исполнением опор, материалом основания и иными особенностями. Развитое прикладное программное обеспечение систем управления комплексов обычно позволяет проводить измерения произвольных криволинейных поверхностей, заданных множеством точек; корпусных деталей; прямозубых и косозубых зубчатых колес и других деталей. Кроме того, системы управления комплексов дают возможность: автоматически распознавать внутренние и внешние контуры объекта измерения; проводить статистическую обработку результатов измерения; автоматически измерять однотипные детали с помощью обучающей программы и т. д.

При подготовке материалов данной статьи проводилось комплексное исследование точности изготовления типовых деталей машин легкой промышленности посредством автоматизированных измерительных комплексов фирм Opton, Johanson, TESA, Werth Messtechnik GmbH и др.

В ходе обработки результатов измерений, как правило, вычисляется ширина классификации

$$C_W = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{1 - 3,321 g_P},$$

где $P_{\max}$, $P_{\min}$ — соответственно максимальное и минимальные значения случайной величины; P — объем выборочной совокупности.

Полученные данные используются для вычисления арифметического среднего P^* , первого момента m и моментов более высокого порядка m_j , коэффициента скошенности W_p и коэффициента эксцесса E_p .

По рекомендации ОАО "Singer" был исследован ряд деталей типа "шатун".

Результаты подобных исследований позволяют выдавать конкретные рекомендации по совершенствованию реальных технологических процессов изготовления деталей машин и проверять гипотезы о законах распределения случайных параметров деталей [3].

Однако для прогнозирования качества функционирования партии реальных механизмов или машин необходимо иметь полную информацию о конкретных значениях значимых размеров деталей. Часть результатов измерений основных деталей типовых механизмов малых перемещений приведена на рис. 2. На данном рисунке используются следующие обозначения:

Date — число, месяц, год;
 Name — название детали, ее номер, класс машины;
 Worker — фамилия и инициалы проводившего исследования;
 N — порядковый номер измерения;
 Point — число точек на измеряемой поверхности;
 BE — обозначение;
 KL — координаты и параметры;
 Abweichung — отклонение от номинала;
 UEB — выход за пределы поля допуска;
 X, Y, Z — оси декартовой системы координат;
 + (или -) — использована 1/8 ширины поля допуска.

Данные, выводимые в протоколах измерений, могут варьироваться по столбцам: имеется возможность добавлять/удалять и изменять число и назначение столбцов.

Некоторая часть размеров деталей может выходить за нижнюю P_a или верхнюю P_b границу поля допуска.

Теоретическая плотность вероятности измеряемых параметров определяется функцией $Y(P)$. Вероятность изготовления годных деталей

$$Y(P) = \int_{P_a}^{P_b} Y(P) dP$$

и функция распределения забракованных деталей

$$Y_{aus}(P) = \int_{-\infty}^{P_a} Y(P) dP + \int_{P_b}^{+\infty} Y(P) dP.$$

Техническая документация в точном машиностроении устанавливает достаточно жесткие ограничения на разброс параметров и результаты измерений деталей, изготовленных передовыми фирмами, хорошо описываются Гауссовым распределением

$$Y(P) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^P \exp\left[-\frac{(P-M\{P\})^2}{2\sigma^2}\right] dP,$$

где $\sigma = \sqrt{D\{P\}}$ — среднее квадратическое отклонение случайного параметра P ; $D\{P\}$ — дисперсия; $M\{P\}$ — математическое ожидание.

Date: 27/01/09 Name: Krivoschip Worker: Kaduschkin S. Time: 12:31								
N	Point	Aufgabe	BE	KL	RM	NM	Abweichung	UEB
1		Kreis	d1	X	421,856			
	6P	L/min/max		Y	-1068,911			
2				D	12,004	12,000	0,004	+
	6P	Polar		R	0,001	(4)		
5		Kreis	d1	X	432,669			
	6P	L/min/max		Y	-1057,779			
6				D	7,675	7,650	0,025	+
	6P	Polar		R	0,005	(1)		
					15,519			
				W	45,834			

Рис. 2. Фрагмент протокола измерения типовой детали (кривошип)

Если предприятие работает по правилу 3σ , т. е. подавляющее большинство отклонений в параметрах деталей вписывается в интервал

$$M\{P\} - 3\sigma < P_i < M\{P\} + 3\sigma,$$

то свыше 99 % деталей признаются годными.

Очень часто математическое ожидание $M\{P\}$ совпадает с центром поля допуска. При этом половина брака может быть исправлена за счет соответствующей обработки.

Опыт обработки результатов измерений деталей свидетельствует о том, что наряду с законом нормального распределения широкое распространение имеет распределение по закону Релея [3].

Не всегда эмпирическое распределение удается поставить в соответствие простому теоретическому. В случае необходимости сглаживание гистограмм обеспечивается посредством композиций простых законов распределения.

При анализе отечественной и зарубежной документации на швейное оборудование и протоколов измерения деталей было установлено:

- при производстве деталей машин зарубежными производителями в 99 % случаев соблюдается закон нормального распределения;
- в российском производстве преобладает не только закон нормального распределения, но и другие законы, например распределение по закону Релея;
- во многих случаях поверхность распределения имеет сложную конфигурацию.

При работе с координатно-измерительным оборудованием было установлено, что зарубежные производители деталей для машин легкой промышленности выдвигают более жесткие требования к точности изготовления деталей, чем отечественные (рис. 3).

На рис. 3 мы видим, что максимальный допуск на линейный параметр — 0,1 мм, что говорит о довольно высокой точности изготовления деталей машин. В России же нередко встречаются поля до-

Стохастические характеристики механизмов

При фиксированном положении входных и регулировочных звеньев рычажных механизмов, для любой i -й точки произвольного звена имеется возможность вычислить N (N — объем партии исследуемых объектов) выходных характеристик (функции положения; аналоги скоростей, ускорений, рывков и т. п.). При $N \rightarrow \infty$ последние представляют собой двух- или трехмерные непрерывные случайные величины. Тогда у плоских механизмов можно говорить о функциях распределения типа

$$F_i(\alpha, \beta) = P_i\{A < \alpha, B < \beta\},$$

где α, β — прямоугольные или полярные координаты выходных характеристик; A, B — координаты некоторой точки в плоскости $\alpha\theta\beta$.

Если интервалы изменений координат случайной величины имеют вид $[a, b]$ и $[c, d]$, то

$$P_i\{a \leq A < b; c \leq B < d\} = \\ = F_i(b, d) - F_i(a, d) - F_i(b, c) + F_i(a, c).$$

Удобной характеристикой может быть и плотность вероятности

$$f_i(\alpha, \beta) = \lim_{\substack{\Delta\alpha \rightarrow 0 \\ \Delta\beta \rightarrow 0}} \frac{P_i \left\{ \begin{array}{l} \alpha_j < A < \alpha_j + \Delta\alpha \\ \beta_j < A < \beta_j + \Delta\beta \end{array} \right\}}{\Delta\alpha\Delta\beta}.$$

В частности, положение любой точки партии механизмов описывается поверхностью распределения $f(x, y)$, которая совместно с координатной плоскостью xOy ограничивает объем

$$\overline{V}_i = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(x, y) dx, dy = 1.$$

Поскольку мы имеем дело с конечным числом механизмов, то поверхность распределения может быть представлена в виде призмаграмм. Посредством технических средств САПР она изображается как двумерная матрица, элементами которой являются частоты (рис. 4).

Обычно в программах автоматического построения на плоскости призмаграммы распределения предусматриваются соответствующие массивы (например, A и B), предназначенные для хранения значений $X(I)$ и $Y(I)$ координат случайных величин. Размеры массивов зависят от объемов партии моделируемых механизмов. Матрица формируется в двумерном массиве. На первой стадии реализации программы определяются границы рассеивания $A_{\min}, B_{\min}, A_{\max}, B_{\max}$ случайной величины. Затем вычисляются

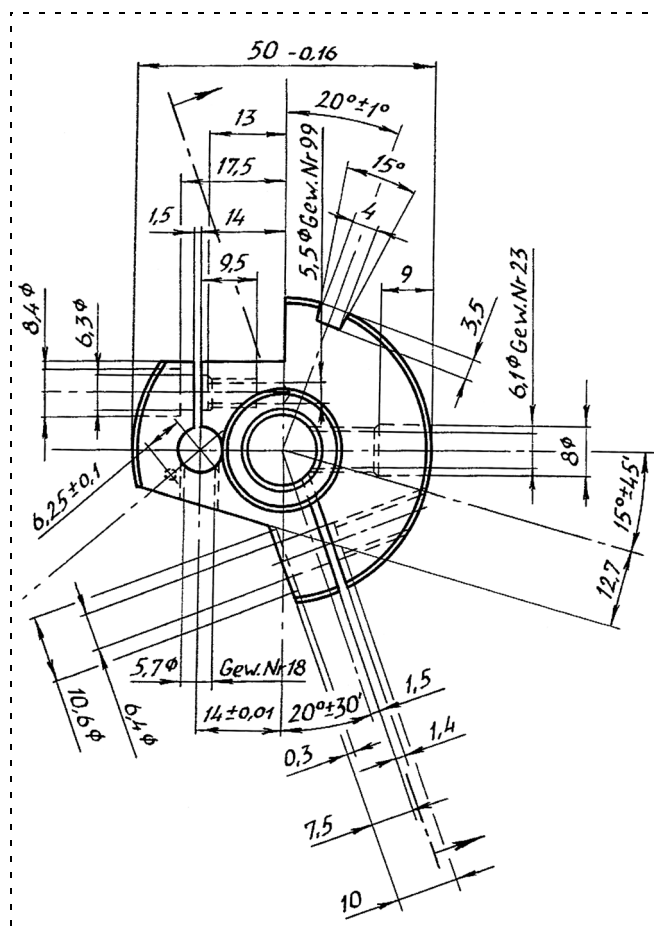


Рис. 3. Фрагмент типового рабочего чертежа промышленной швейной машины (кривошип с противовесом, Германия)

пусков вплоть до 1 мм (для механизмов малых перемещений).

Результаты измерений параметров позволяют перейти непосредственно к моделированию партий механизмов малых перемещений, объединенных единым конструкторским и технологическим проектом [4].

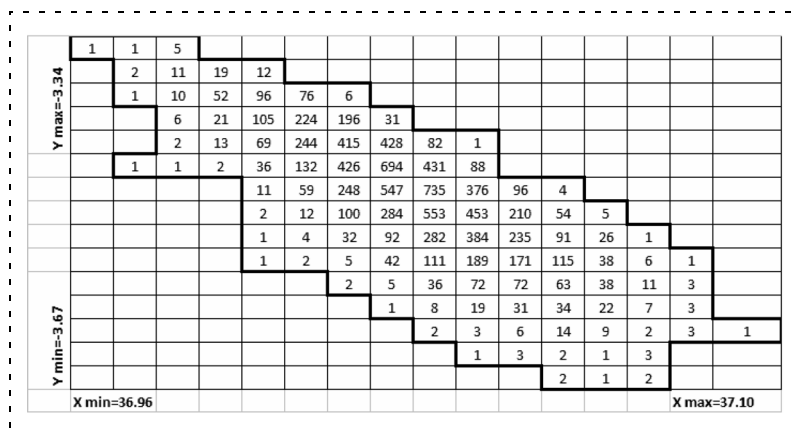


Рис. 4. Копия компьютерного изображения призограммы распределения положения выходного звена для типового механизма малого перемещения

значения ширины D_X и D_Y интервалов классификации. Число интервалов N_X , N_Y предпочтительнее выбирать исходя из соотношений:

$$8 \leq N_X \leq 12;$$

$$8 \leq N_Y \leq 12.$$

Получаемые в результате реализации такой программы данные достаточно информативны [3].

На рис. 4 представлена часть результатов моделирования 10 тысяч механизмов малых перемещений при фиксированном положении ведущего звена. Здесь $X_{\min}$, $Y_{\min}$, $X_{\max}$, $Y_{\max}$ — минимальные и максимальные значения координат положения выходного звена. Элементами данной матрицы являются частоты, т. е. вероятность попадания координат в один из интервалов $(X_{\max} - X_{\min})/16$ и $(Y_{\max} - Y_{\min})/15$. В качестве исходных использовались данные, полученные с помощью координато-измерительного комплекса фирмы TESA.

Подобная информация дает возможность вычислить условные средние $M_i\{A/\beta_k\}$, $M_i\{B/\alpha_j\}$, условные дисперсии $D_i\{A/\beta_k\}$, $D_i\{B/\alpha_j\}$ и условные средние квадратические отклонения $\sigma_i\{A/\beta_k\}$, $\sigma_i\{B/\alpha_j\}$ для произвольной точки любого механизма.

Более полное представление о характере теоретической поверхности распределения позволяло получить технические средства САПР. Современные персональные компьютеры с соответствующим периферийным оборудованием (PC Intel Centrino 2—2,6 ГГц и др.) также дают возможность создавать в интерактивном режиме качественные каркасные ("проволочные") модели и решать профессиональные задачи анимации.

Что касается графических процессоров, то здесь огромное число систем: Compas 3D, AutoCAD, 3DStudio MAX, MathCAD (рис. 5, см. третью сторону обложки) и др. [5] Задача сводится к гладкому восполнению и интерполяции функции нескольких переменных. Естественно, пользователь или разработчик может воспользоваться программами, обеспечивающими вычерчивание поверхности распределения с удалением невидимых линий.

В ходе вычисления характеристик объектов исследования рабочим инструментом должны служить следующие зависимости [3]:

$M_i\{A^c, B^d\}$ — теоретический смещенный нецентральный момент $(c + d)$ -го порядка случайных величин A и B ;

$m_{icd}\{A, B\}$ — теоретический смещенный центральный момент $(c + d)$ -го порядка случайных величин A и B ;

$\text{cov}_i\{A, B\}$ — ковариация величин A и B или корреляционный момент;

$r_i\{A, B\}$ — коэффициент корреляции между случайными величинами A и B .

Помимо создания проволочной модели, имеется возможность создавать графическую модель псевдо-

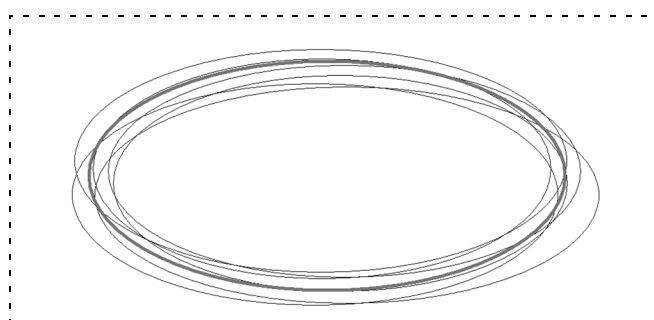


Рис. 6. Псевдослучайные траектории положения выходного звена для 6—9 сборок

случайных траекторий положения выходного звена для N сборок механизма, получаемую посредством использования генератора псевдослучайных чисел (рис. 6). Жирным выделена линия математического ожидания.

В начале 2009 г. в Гамбургско-Харбургском техническом университете (Германия) с помощью суперкомпьютера SGI Altix 4700 были получены псевдослучайные характеристики около 1 млн механизмов малых перемещений.

Таким образом, пользователь получает возможность определения кинематических, силовых, энергетических и других функций партии механизмов в виде стохастических характеристик.

Заключение

В статье предложена технология моделирования множества сборок механизмов малых перемещений. Данный подход был реализован с помощью компьютерных языков программирования и разработки.

Как показала практика, предлагаемый аппарат позволяет эффективно решать практически все задачи точностного анализа и синтеза технических систем. Например, допуски на отдельные параметры деталей могут быть расширены более чем в 10 раз без ущерба для нормального функционирования машин.

Список литературы

1. Сергеев В. И. Инструментальная точность кинематических и динамических систем. М.: Наука, 1971. 99 с.
2. Гаврилов А. Н. Точность производства в машиностроении и приборостроении. М.: Машиностроение, 1973. 567 с.
3. Gusarow A. W. Allgemeine Methode zur Modellierung und Optimisierung technischer Systeme. Deutsch-russischer Hochschultext. Aachen/Moskau, 1995.
4. Белгородский В. С., Гусаров А. В., Шлаттманн Й. Инвариантное конструирование и элементы инженерной педагогики, Русско-немецкий учебно-методический комплекс (учебник для вузов). М.: Архитектура-С, 2008. 536 с.
5. Ивановский Р. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде Mathcad. М.: БХВ-Петербург, 2008. 528 с.

А. С. Башилов¹, канд. техн. наук, ген. директор,
А. Н. Геращенко², д-р техн. наук, проф.,
И. И. Гусинский³, зам. директора,
Н. И. Куликов², д-р биол. наук, канд. техн. наук, проф.,
А. Д. Куприянов², канд. техн. наук, доц.,
Д. А. Рябин², аспирант,
В. В. Фадеев³, д-р техн. наук, проф., ген. директор,
¹ Тушинский машиностроительный завод, Москва
² Московский авиационный институт
(технический университет)
³ Международный центр
конверсионных технологий
kupr_05@mail.ru

Системное проектирование вентильных двигателей с микропроцессорным управлением для прецизионных систем электропривода

Рассмотрены особенности проектирования вентильных двигателей нетрадиционного конструктивного исполнения, обеспечивающего высокую равномерность электромагнитного момента. Проведены экспериментальные исследования, подтверждающие возможность создания глубоко регулируемого безредукторного привода на базе вентильных двигателей с зубцовой активной зоной, эффективность применения при проектировании подхода и высокую точность разработанных моделей.

Ключевые слова: безредукторный электропривод, вентильный двигатель, равномерность вращения, математическое моделирование, экспериментальные исследования

Введение

Высокоточный электропривод находит широкое применение в станках с ЧПУ, в оборудовании для производства полупроводников, в приводах механизмов вращения антенн и оптико-механических комплексов, в медицинском оборудовании, в быстродействующем оборудовании для монтажа микросхем и других областях техники. Современные технологические процессы предъявляют новые требования к прецизионным приводам. В настоящее время большое внимание ученых уделено разработке прямых (безредукторных) приводов [1–5]. Это связано, прежде всего, с такими преимуществами прямых приводов по сравнению с редукторными, как лучшие точностные и динамические параметры, а также более высокая надежность.

Вентильные двигатели (ВД) благодаря своим уникальным характеристикам часто являются наиболее предпочтительными в высокоточном электроприводе. Перспективы их использования обусловлены рядом преимуществ перед другими типами

электрических машин постоянного и переменного тока:

- наилучшие среди всех типов электродвигателей массогабаритные и энергетические показатели;
- жесткость механической характеристики и простота регулирования;
- высокое быстродействие в переходных процессах;
- большой срок службы, в том числе за счет повышения срока службы подшипников из-за резкого снижения их нагрева;
- высокая перегрузочная способность по моменту (кратность максимального момента более 3...5);
- широкий диапазон регулирования частоты вращения, возможность регулирования частоты вращения по различным законам.

Вместе с тем, сложность реализации высокоточного электропривода на базе классического вентильного двигателя со 120-градусной коммутацией заключается в наличии пульсаций электромагнитного момента, значение которых может достигать 20...30 % от номинального момента двигателя. При относительно больших частотах вращения указанное колебание момента в пределах одного оборота не приводит к заметным колебаниям мгновенной скорости, особенно при наличии инерционной нагрузки. Однако для устойчивой работы электропривода на "ползучих" скоростях вращения требования к обеспечению постоянства момента на валу электродвигателя резко возрастают.

Проектирование вентильного двигателя нетрадиционного конструктивного исполнения

Из классической теории синхронных машин известно, что постоянный момент на роторе можно обеспечить неизменным по величине результирующим полем якоря, сохраняющим постоянное угловое положение по отношению к индуктору [1, 2, 4]. Иными словами, для обеспечения постоянства электромагнитного момента необходимо выполнить следующие условия:

- 1) эквивалентная МДС якоря должна поддерживаться на постоянном уровне;
- 2) электродвигатель должен быть максимально приближен к идеальной синхронной машине, питаемой от источника синусоидального тока, с токосцеплением фаз, изменяющимся по гармоническому закону;
- 3) угол нагрузки Θ должен оставаться неизменным. Рационально поддерживать угол нагрузки $\Theta = 90^\circ$, для которого при фиксированном токе якоря обеспечивается максимальный момент.

Дополнительным требованием является минимизация знакопеременных зубцовых моментов, значение которых у большинства электродвигателей с постоянными магнитами достигает десятков про-

центов от номинального момента, что существенно влияет на плавность хода при ползучих скоростях вращения.

Таким образом, основные требования к электродвигателю для электропривода с высокоточным регулированием параметров можно сформулировать следующим образом:

- ЭДС электродвигателя не должна содержать в своем составе высших гармоник;
- амплитуда пульсаций момента, обусловленных зубчатой структурой якоря, должна быть минимальна.

Проблемы с синусоидальным полем в зазоре и зубцовыми пульсациями момента решает весьма технологичная и простая в изготовлении беспазовая конструкция статора (гладкий якорь). Отсутствие зубцов на статоре исключает зубцовые пульсации, а естественным образом распределенная обмотка в совокупности с относительно большим воздушным зазором при использовании многополюсного кольцевого магнита обеспечат требуемый гармонический состав кривой ЭДС. Однако именно большой рабочий зазор приводит к существенному ухудшению массогабаритных показателей двигателя.

При зубцовом статоре традиционными способами борьбы за гармонический состав кривой ЭДС являются распределение и укорочение обмотки, профилирование постоянных магнитов. Для снижения зубцовых моментов применяют магнитные клинья, скос пазов или магнитов. Подобные решения приводят к существенному снижению технологичности изготовления изделия и увеличению его стоимости.

Для реализации предъявляемых к прецизионным приводам требований наиболее перспективны новые конструктивные исполнения, рассмотренные в ряде работ и патентов [6—9]. Суть их заключается в том, что число зубцов статора, число полюсов ротора и ширина щели паза выбираются таким образом, что при вращении ротора изменение магнитной проводимости воздушного зазора от конца одного паза компенсируется началом от другого, расположенного под другим полюсом. При этом каждая катушка m -фазной обмотки намотана на отдельный зубец статора, а направление намотки соседних катушек внутри катушечной группы противоположное. Число зубцов на полюс и фазу для рассматриваемого конструктивного исполнения близко к $1/3$.

Сложность проектирования электрических машин нестандартного конструктивного исполнения всегда связана с отсутствием методик и программного обеспечения для их расчета. В связи с этим, безусловно, важной задачей является разработка уточненных методик и программ, предназначенных

для оптимального проектирования и исследования таких машин. Решение данной задачи позволит формировать оптимальную геометрию активной зоны с учетом особенностей новой конструкции, но требует значительных временных затрат на доработку и верификацию расчетной методики, разработку и тестирование программного обеспечения, а необходимость учета при проектировании ряда факторов, связанных с особенностями функционирования системы управления и силового инвертора, существенно усложняет задачу, делает расчетную программу узко специализированной и отодвигает сроки получения реальных результатов на годы.

В связи с этим при проектировании электроприводов нетрадиционных конструкций в условиях жестких требований по срокам выполнения работ рационально применять подход, заключающийся в следующем:

- предварительные расчеты, направленные на определение главных размеров двигателя, выбора числа пар полюсов осуществляются с помощью имеющегося специального программного обеспечения, предназначенного для расчета традиционных конструкций;
- на следующем этапе, основываясь на результатах предварительных расчетов и опыте разработчика, формируется геометрия активной зоны нетрадиционной конструкции, определяются предварительные обмоточные данные;
- затем проводится конечноэлементный анализ полученной активной зоны, позволяющий с высокой точностью определить значения потокоцепления и индуктивностей, оценить гармонический состав кривой ЭДС и амплитуду пульсаций зубцовых моментов;
- на заключительном этапе в MatLab создается математическая модель привода, позволяющая учесть особенности функционирования электронного преобразователя и закона управления.

Предложенный подход позволяет осуществлять проектирование электродвигателей и систем приводов в сжатые сроки, при этом разработанные модели могут легко адаптироваться под меняющиеся условия задачи, а также выступать в качестве элементов при моделировании работы более сложных систем.

Данный подход был предложен и апробирован при проведении исследований и разработке прецизионного электропривода на базе ВД.

При проведении предварительных расчетов использовано специализированное программное обеспечение, разработанное в МАИ, предназначенное для проведения поверочных расчетов как зубцовых, так и беззубцовых вентильных двигателей

с возбуждением от радиально намагниченных призматических, секторных или кольцевых постоянных магнитов и основанное на уточненной расчетной методике. Суть уточненной методики поверочных расчетов заключается в использовании при расчете магнитного поля аналитических решений полевых задач [10] и последующем решении системы дифференциальных уравнений, описывающих процессы в обмотке якоря на коммутационном интервале. Это позволяет более точно вычислять значения потока возбуждения и среднее и действующее значения тока, которые входят в выражения для определения момента, частоты вращения и потерь в обмотке. Результатом расчета являются основные параметры и характеристики ВД.

Следует отметить, что в расчетный алгоритм программы заложена "классическая" 120-градусная коммутация вентильного двигателя. В связи с этим проведенные расчеты подлежат корректировке по результатам моделирования работы электродвигателя при его питании от инвертора, обеспечивающего синусоидальные токи фаз обмотки якоря.

Проведенная серия расчетов для электродвигателей с числом пазов на полюс и фазу $q = 1$ и $q = 0,5$ позволила выбрать рациональное число пар полюсов, определить габаритные размеры, диаметр рашотки, геометрию активной зоны и ориентировочные обмоточные данные проектируемой машины.

На основе результатов предварительных расчетов в MaxwellSV построена конечноэлементная модель. По результатам расчета магнитных полей активной зоны электродвигателя были определены уточненные значения максимального потокосцепления фазы обмотки якоря и индуктивностей обмотки, скорректированных с помощью традиционных формул [11] на величину лобового рассеяния. Полученные значения параметров использованы для уточнения обмоточных данных и при последующем моделировании электродвигателя.

Для определения гармонического состава кривой ЭДС методом конечных элементов проведен параметрический расчет потокосцеплений фаз при различных положениях ротора с шагом в один электрический градус. В целях получения зависимости ЭДС кривая потокосцепления была интерполирована кубическим сплайном с последующим численным дифференцированием. Гармонический анализ показал, фактически, отсутствие высших гармоник в составе кривой линейной ЭДС, амплитуда которых не превышает 1 % от амплитуды первой гармоники.

Также, с использованием параметрического расчета, получена зависимость пульсаций зубцового момента от угла поворота ротора. Амплитуда зубцовых пульсаций составила 0,02 Н·м, что без малого

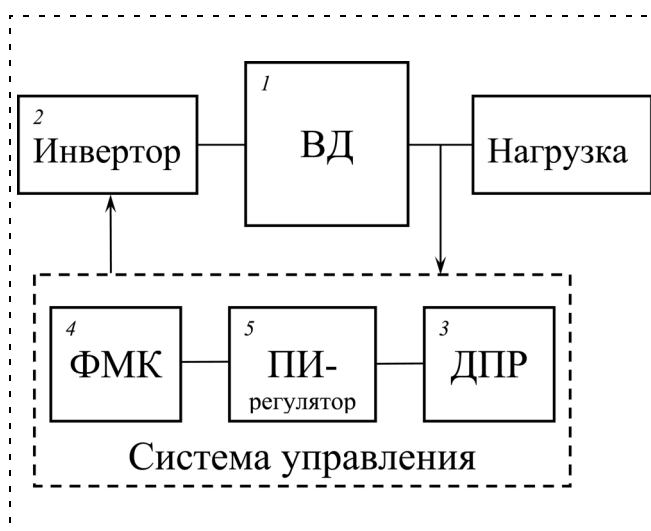


Рис. 1. Структура MatLab модели привода

в 70 раз меньше амплитуды пульсаций базовой машины с $q = 1$ и менее одного процента от номинального момента электродвигателя (4,8 Н·м).

На заключительном этапе расчетных исследований в MatLab создана модель электропривода, представленная на рис. 1 и включающая: модель электродвигателя (1), модель силового инвертора (2), модель системы управления, содержащую модель датчика положения ротора (ДПР) (3), функциональную модель контроллера (ФМК), реализующую алгоритм ШИМ-модуляции базовых векторов (4), и модель дискретного ПИ-регулятора (5).

В качестве модели электродвигателя использован стандартный блок библиотеки расширения Power System Blockset, в основе которого лежит система уравнений:

$$\frac{d}{dt} i_d = \frac{1}{L_d} u_d - \frac{R}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p \omega_1 i_q;$$

$$\frac{d}{dt} i_q = \frac{1}{L_q} u_q - \frac{R}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p \omega_1 i_d - \frac{\Psi_1 p \omega_1}{L_q};$$

$$M_3 = \frac{3}{2} p [\Psi_1 i_q + (L_d - L_q) i_d i_q];$$

$$\frac{d}{dt} \omega_1 = \frac{1}{J} (M_3 - F \omega_1 - M_H);$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_1,$$

где L_d, L_q — индуктивности обмотки якоря по осям d и q ; R — сопротивление фазы обмотки якоря; ω_1 — угловая скорость ротора; Ψ_1 — амплитуда основной гармоники потокосцепления фазы; p — число пар полюсов; M_3 — электромагнитный момент; J — совокупный момент инерции ротора и нагрузки;

F — суммарное вязкое трение ротора и нагрузки;
 θ — угловое положение ротора; M_H — момент нагрузки.

Модель инвертора реализована на ключах и диодах, также являющихся библиотечными элементами Power System Blockset. Для моделирования работы ДПР используются расчетные данные о частоте вращения ротора. На выходе модели ДПР формируется пилообразный сигнал, соответствующий углу поворота ротора.

Функциональная модель контроллера представляет собой программу, разработанную на внутреннем языке MatLab, позволяющую выбирать по сигналу с ДПР на каждом такте ШИМ пару активных базовых векторов и коммутировать ключи инвертора согласно методу векторной ШИМ-модуляции [5].

По результатам моделирования были скорректированы обмоточные данные и разработан комплект конструкторской документации на изготовление макетных образцов электродвигателя, предназначенного для проведения верификации математических моделей и экспериментального подтверждения возможности создания глубоко регулируемого прецизионного безредукторного привода на базе ВД с зубцовой активной зоной.

Экспериментальные исследования электродвигателя

Для экспериментальных исследований привода разработан испытательный стенд, структурная схема которого приведена на рис. 2. Испытательный стенд включает: основание (раму), нагрузочное устройство, измерительную аппаратуру, источники питания и объект испытаний.

Для испытания электродвигателя во всем реализуемом диапазоне частот вращения, вплоть до "ползучих" скоростей, применено комбинированное нагрузочное устройство: на низких и ползучих

скоростях вращения (менее 10 мин^{-1}) момент нагрузки создает специально изготовленный шкив с набором грузов, на частотах вращения свыше 10 мин^{-1} — порошок электромеханический тормоз Р35НВ-220. Посадочное место узла опор шкива было унифицировано с посадочным местом порошкового тормоза, что позволило устанавливать на стенд любое нагрузочное устройство без переборки остальных его составляющих.

Для измерения момента на валу двигателя и частоты его вращения выбран тензорезисторный датчик момента Т20WN фирмы НВМ (Германия), который стыкуется с электродвигателем и нагрузочными устройствами с помощью сильфонных муфт. Показания датчика фиксируются USB PC осциллографом АСК-3117 (4 канала) для последующей обработки и анализа на персональном компьютере.

Объект испытаний включает электродвигатель, блок управления и ДПР.

В качестве ДПР был применен цифровой однооборотный абсолютный энкодер АРС 60 с разрешением 32768 шагов за оборот.

Структурная схема блока управления прецизионным электроприводом представлена на рис. 3. Схема питается от трехфазной сети переменного напряжения 380 В, 50 Гц и содержит трехфазный инвертор, формирующий методом ШИМ-модуляции базовых векторов переменное трехфазное напряжение на обмотках двигателя; двухступенчатый импульсный регулятор напряжения питания инвертора: широтно-импульсный регулятор высокого напряжения (ШИМ ВН) и широтно-импульсный регулятор низкого напряжения (ШИМ НН), включенные последовательно; датчик тока (ДТ); выпрямитель напряжения сети (В1) для питания ШИМ ВН; понижающий трансформатор (Т) для питания через выпрямитель (В2) ШИМ НН; блок управления и вторичный источник питания (ВИП), обеспечиваю-

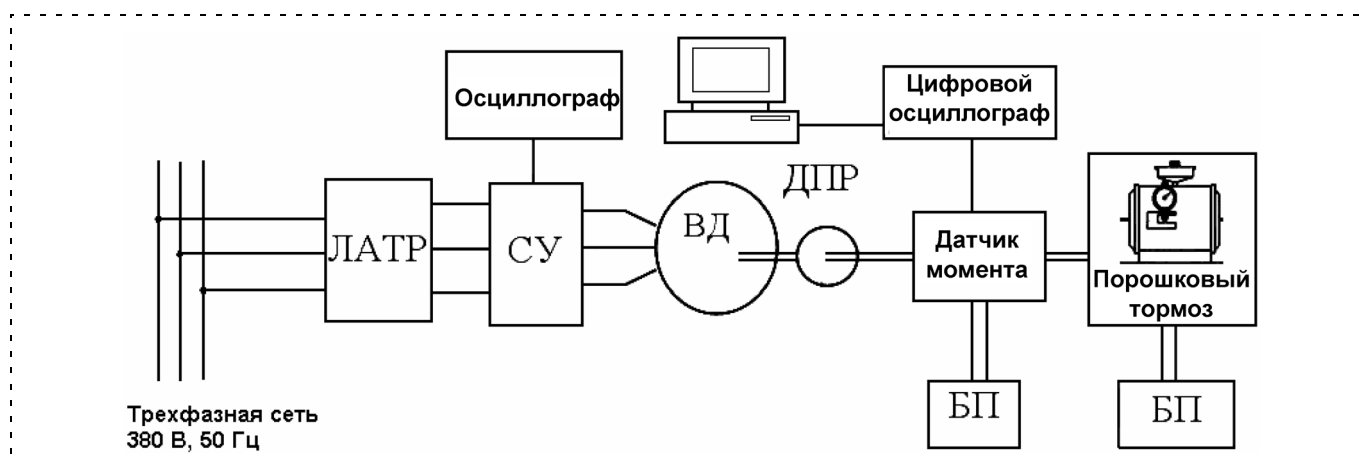


Рис. 2. Структурная схема испытательного стенда (ЛАТР — лабораторный автотрансформатор, ДПР — датчик положения ротора, СУ — система управления электродвигателем, БП — блок питания)

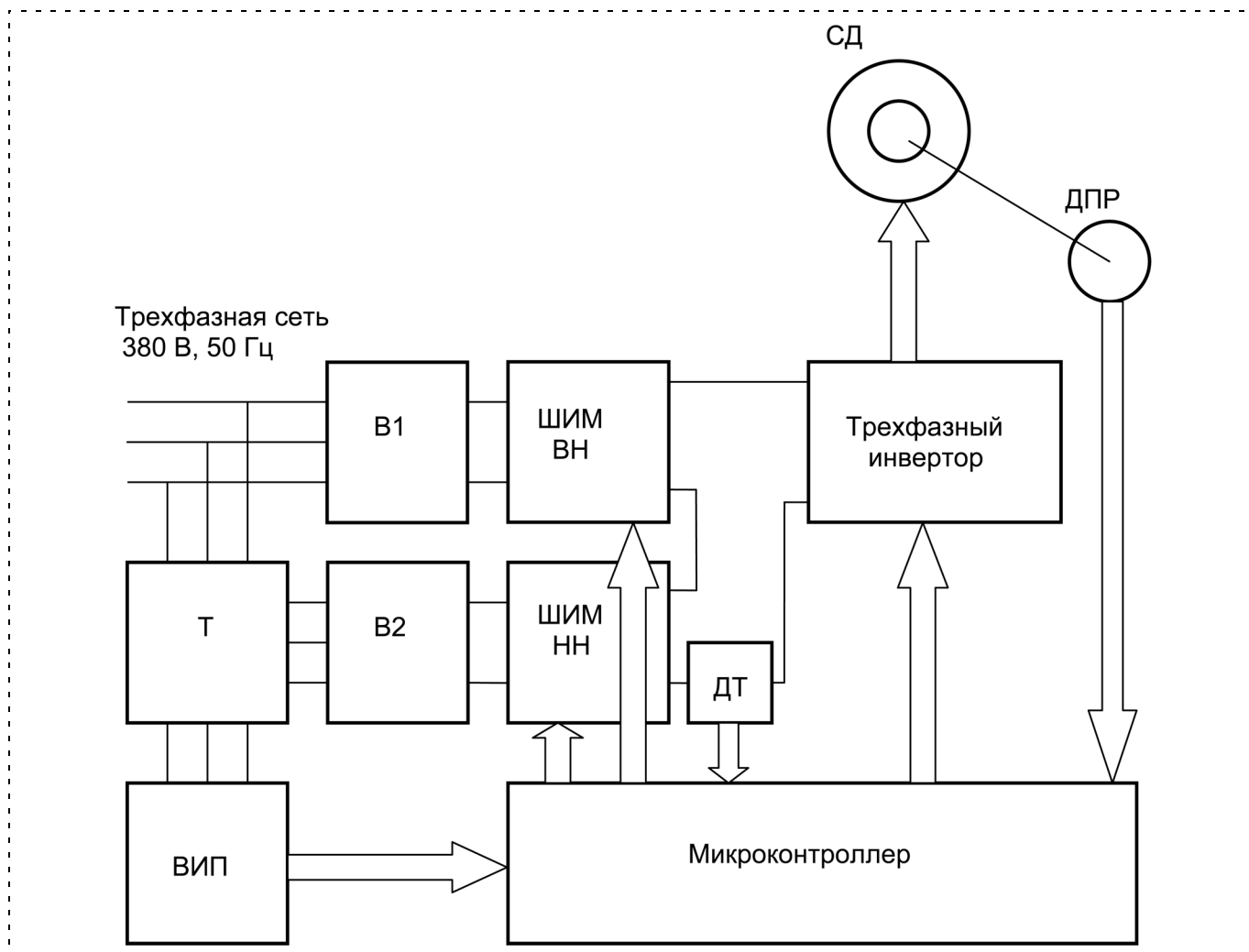


Рис. 3. Блок-схема блока управления ВД

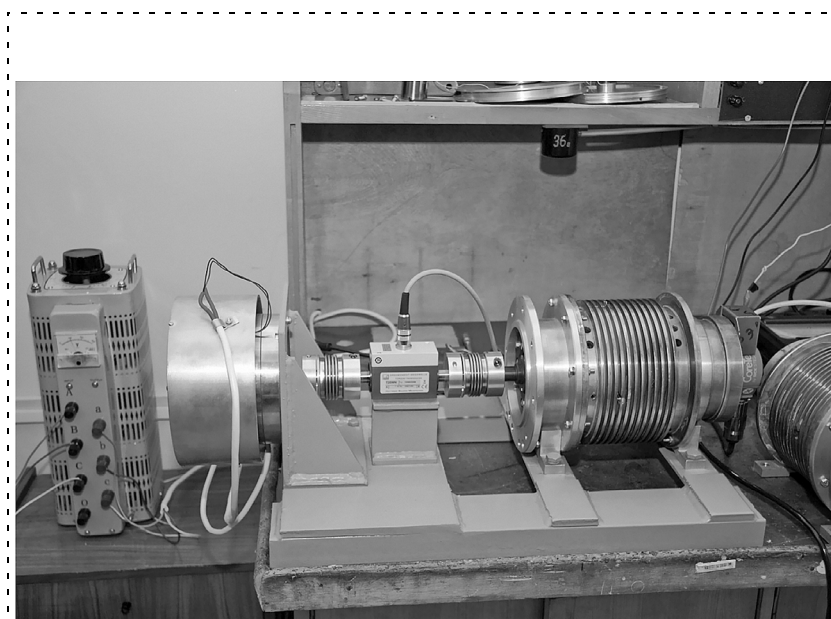


Рис. 4. ВД на испытательном стенде

щий необходимые напряжения для работы микроконтроллера.

Электродвигатель на испытательном стенде представлен на рис. 4.

В результате проведенных экспериментальных исследований получены механическая и рабочие характеристики разработанного электропривода, определен диапазон регулирования частоты вращения ротора.

На рис. 5 приведены расчетная и экспериментальная механические характеристики электродвигателя. Из рис. 5 видно, что в области номинального момента нагрузки ($4,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$) механические характеристики практически совпадают (отличие в пределах 3...5 %). Вместе с тем, на режимах двукратной перегрузки экспериментальные значения отличаются от теоретических на 25 %.

Выводы

Использованный подход к проектированию, заключающийся в применении программного обеспечения, предназначенного для расчета вентильных двигателей традиционного конструктивного исполнения, с последующим анализом конструктивных элементов и математическим моделированием системы электропривода позволяет существенно сократить время на проектирование приводов нетрадиционных конструкций, обеспечивая при этом высокую точность, определяемую возможностью учета при проектировании электродвигателя влияния особенностей функционирования системы управления, трехфазного инвертора, сглаживающего фильтра.

Разработанные методики и математические модели позволяют получить адекватный результат с допустимой погрешностью в пределах 10 % при условии учета факторов нагрева.

Применение цифровых систем управления, высокоточных датчиков положения ротора и вентильных двигателей новой конструкции позволяет реализовать высокоточный электропривод с параметрами и характеристиками, недостижимыми для классических вентильных двигателей.

Список литературы

1. Овчинников И. Е. Вентильные электрические двигатели и привод на их основе. СПб.: Корона-Век, 2007.
2. Беленький Ю. М., Зеленков Г. С., Микеров А. Г. Опыт разработки и применения бесконтактных моментных приводов. Л.: ЛДНТП, 1987.
3. Елифанов О. К. Современные электромеханические устройства безредукторных вентильных электроприводов. Докл. науч.-практ. семинара "Электропривод с вентильными двигателями". М.: Издательский дом МЭИ, 2007. 120 с.
4. Балковой А. П., Цаценкин В. К. Прецизионные электроприводы с вентильными двигателями. Докл. науч.-практ. семинара "Электропривод с вентильными двигателями". М.: Издательский дом МЭИ, 2007. 120 с.
5. Козаченко В.Ф. Основные тенденции развития встроенных систем управления двигателями и требования к микроконтроллерам // CHIP NEWS. 1999. № 1. С. 2—9.
6. Захаренко А. Б. Создание высокомоментных электрических машин с постоянными магнитами. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. М.: Изд. ФГУП "НПП ВНИИЭМ", 2008.
7. Патент RU 2 280 936. Бесконтактная электрическая машина. Дубских Н. И., Дубских А. Н. 23.03.04.
8. Cros J., Viarouge P. Synthesis of high performance PM motors with concentrated windings // IEEE Trans. Energy Convers. 2002. Vol. 17. N 2. P. 248—253.
9. Ishak D., Zhu Z. Q., Howe D. High torque density permanent magnet brushless machines with similar slot and pole numbers // Proc. Int. Conf. Magnetism, Rome, Italy, 2003. P. 536.
10. Зечихин Б. С., Куприянов А. Д., Сыроежкин Е. В. Автоматизированное проектирование бесконтактных синхронных машин // Электричество 2002. № 5.
11. Сергеев П. С., Виноградов Н. В., Горяинов Ф. А. Проектирование электрических машин. Изд. 3-е. М.: Энергия, 1969. 632 с.

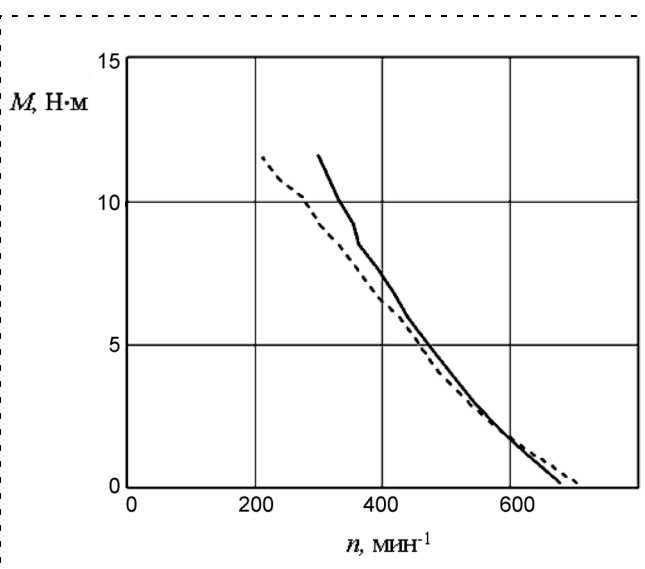


Рис. 5. Механическая характеристика электродвигателя (— — расчет, — эксперимент)

Такое расхождение обусловлено, прежде всего, нагревом обмотки якоря электродвигателя и постоянных магнитов в процессе эксперимента (расчетные исследования проводили при "холодном" сопротивлении фаз). Так, измеренное по окончании эксперимента сопротивление обмотки составило 52 Ом в отличие от 41,4 Ом в холодном состоянии. Помимо тепловых нагрузок, на характеристики машины оказывает влияние синус-фильтр на выходе преобразователя, не учтенный в исходной модели.

По результатам экспериментальных исследований модель привода была скорректирована, что позволило сократить расхождение между расчетными и экспериментальными данными при перегрузке с 25 до 10 %. Общепринятой цифрой, характеризующей точность методики в инженерной практике проектирования электрических машин, является погрешность в 15 %. При проектировании мехатронных систем, включающих помимо электродвигателя электронный блок управления и фильтр, принимая во внимание технологический разброс геометрии активной зоны, параметров магнитов и электротехнических стале, сложность определения температуры магнитов в процессе эксперимента, сложность точной установки датчика положения ротора и др., полученная погрешность в пределах 10 % является хорошим результатом.

Экспериментальные исследования подтвердили широкий диапазон регулирования скорости разработанного электропривода 1/10000. При этом важным результатом является возможность плавного изменения скорости вращения вплоть до "ползучих" скоростей порядка $0,075 \text{ мин}^{-1}$ ($4,5 \text{ час}^{-1}$).

В. В. Панкратов, д-р техн. наук, проф.,
Д. А. Котин, ассистент,
 Новосибирский государственный
 технический университет
 ni_kotin@mail.ru

Принципы векторного управления и алгоритмы ориентирования по полю в асинхронизированном синхронном электроприводе

Сформулированы принципы векторного управления электроприводами на базе асинхронизированной синхронной машины и рассмотрен комплекс технически рациональных алгоритмов автоматической ориентации вращающейся системы координат, в которой должны формироваться управляющие воздействия, по направлению результирующего вектора потокоцеплений статора двигателя.

Ключевые слова: асинхронизированная синхронная машина, бездатчиковое векторное управление

Введение

Согласно ГОСТ 27471—87 асинхронизированной синхронной машиной (АСМ) называется неявнополюсная синхронная машина с продольно-поперечным возбуждением, у которой обмотки индуктора присоединяются к регулируемому преобразователю частоты, т. е. АСМ является частным случаем неявнополюсной электрической машины двойного питания. Большинство известных отечественных и зарубежных работ по автоматическому управлению АСМ ориентированы на их использование в системах генерирования электрической энергии. Этими вопросами занимались и основоположники теории и практики АСМ [1, 2, 3]. Исключение составляют лишь те немногочисленные публикации, в которых обсуждаются отдельные аспекты применения АСМ в системах регулируемого электропривода, например [4, 5].

Вместе с тем, АСМ могут иметь и уже находят применение в составе систем регулируемого электропривода (ЭП), косвенным подтверждением чему являются защиты кандидатских диссертаций М. В. Глазыриным (Новосибирск, 1997 г.) и Г. М. Тутаевым (Саранск, 2002 г.). В первую очередь, применение ЭП на базе АСМ целесообразно при модернизации приводов, оснащенных асинхронным двигателем с фазным ротором (АДФР) и роторными релейно-контактными станциями управления, когда невозможна замена имеющейся электрической

машины на другую. Кроме того, это позволяет и при модернизации существующих, и во вновь разрабатываемых системах ЭП средней и большой мощности отказаться от применения дорогостоящих преобразователей частоты (ПЧ) среднего напряжения (6...10 кВ) [6].

Математическая модель АСМ как объекта векторного управления

Уравнения электрического равновесия и магнитных связей АДФР во вращающейся с произвольной угловой скоростью $\omega_k(t)$ декартовой системе координат (1, 2) при общепринятых допущениях [7] имеют следующий вид [6]:

$$U_s = R_s I_s + \frac{d\Psi_s}{dt} + \omega_k D\Psi_s; \quad (1)$$

$$U_r = R_r I_r + \frac{d\Psi_r}{dt} + (\omega_k - \omega_e) D\Psi_r; \quad (2)$$

$$\Psi_s = L_s I_s + L_m I_r; \quad (3)$$

$$\Psi_r = L_m I_s + L_r I_r. \quad (4)$$

Здесь Ψ_s , Ψ_r , U_s , U_r , I_s , I_r — двумерные алгебраические векторы-столбцы потокоцеплений, напряжений, токов статора и ротора вида $X_{s(r)} = [x_{s(r)1} \ x_{s(r)2}]^T$; $D = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ — матрица поворота вектора на плоскости на угол $\pi/2$; R_s , R_r , L_s , L_r , L_m — параметры двигателя; ω_e — "электрическая" частота вращения ротора двигателя. Все параметры и переменные приведены к цепи ротора АДФР.

Для получения математической модели АСМ как объекта векторного управления необходимо выбрать пространство состояний, в котором будет осуществляться процесс автоматического управления. Проводя аналогии с наиболее распространенной на сегодня математической моделью системы векторного управления (СВУ) асинхронным двигателем с короткозамкнутым ротором (АД) [7], выбираем в качестве первой (векторной) координаты состояния вектор токов ротора I_r — переменную, находящуюся "на стороне" силовой части ПЧ и легко доступную для непосредственного измерения; в качестве второй координаты выбираем вектор потокоцеплений статора Ψ_s — наиболее "независимую" от управляющих воздействий переменную, находящуюся "далеко" от силовой части ПЧ и, согласно современным тенденциям, "нежелательную" для прямого измерения.

С помощью выражений (3), (4) исключим из моделей статорной и роторной цепей "лишние" переменные I_s и Ψ_r :

$$I_s = \frac{1}{L_s} (\Psi_s - L_m I_r); \quad (5)$$

$$\Psi_r = k_s \Psi_s + L_{\sigma e} I_r, \quad (6)$$

где $L_{\sigma e} = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s}$ — эквивалентная индуктивность рассеяния машины, приведенная к цепи ротора; $k_s = \frac{L_m}{L_s}$.

Подставляя выражения (5), (6) в уравнения электрического равновесия статорной (1) и роторной (2) цепей, запишем полученную систему уравнений в следующей форме:

$$\begin{cases} L_{\sigma e} \frac{dI_r}{dt} = U_r - k_s \frac{d\Psi_s}{dt} - R_r I_r - \omega_s \mathbf{D}(k_s \Psi_s + L_{\sigma e} I_r); \\ \frac{d\Psi_s}{dt} = U_s + \frac{L_m}{T_s} I_r - \frac{1}{T_s} \Psi_s - \omega_k \mathbf{D}\Psi_s. \end{cases} \quad (7)$$

Система (7) должна рассматриваться совместно с формулой момента

$$M_e = ck_s \Psi_s^T \mathbf{D} I_r \quad (8)$$

и уравнением движения привода

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_e - M_c.$$

Здесь $T_s = \frac{L_s}{R_s}$ — постоянная времени статорной цепи; $\omega_s = \omega_k - \omega_e$ — частота скольжения произвольной вращающейся системы координат; M_e — электромагнитный момент; c — постоянный коэффициент, зависящий от способа преобразования многофазных переменных реальной машины к изображающим векторам; J — суммарный момент инерции ротора двигателя и жестко связанных с ним маховых масс; M_c — момент сопротивления нагрузки.

Основная задача при построении системы векторного управления АСМ заключается в выборе ориентирующего (опорного) вектора. Решая эту задачу, авторы проводили аналогии с известными структурами СВУ АД и сделали вывод, что самым рациональным способом является ориентация вращающейся системы координат (1, 2) по направлению вектора потокосцеплений статора. Именно такой вариант ориентирования системы координат

должен обеспечить автономную линейную зависимость модуля вектора Ψ_s и величины M_e от соответствующих компонент вектора I_r , чего нельзя сказать о других, имеющих право быть использованными, обобщенных системах координат. Указанное выше преимущество позволит в дальнейшем строить СВУ АСМ как двухканальную систему подчиненного регулирования с автономными каналами управления.

Уравнения АСМ (7), (8) в ориентированной по вектору Ψ_s системе координат (d, q) и скалярной форме записи принимают вид (9), (10), где $\omega_s = \omega_{\Psi(s)} - \omega_e$:

$$\begin{cases} L_{\sigma e} \frac{di_{rd}}{dt} = u_{rd} - k_s \frac{d\psi_s}{dt} - R_r i_{rd} + \omega_s L_{\sigma e} i_{rq}; \\ L_{\sigma e} \frac{di_{rq}}{dt} = u_{rq} - R_r i_{rq} - \omega_s (k_s \psi_s + L_{\sigma e} i_{rd}); \\ \frac{d\psi_s}{dt} = u_{sd} + \frac{L_m}{T_s} i_{rd} - \frac{1}{T_s} \psi_s; \\ 0 = u_{sq} + \frac{L_m}{T_s} i_{rq} - \omega_{\Psi(s)} \psi_s; \end{cases} \quad (9)$$

$$M_e = -ck_s \psi_s i_{rq}. \quad (10)$$

Заметим, что, полагая все производные в (9) равными нулю и пренебрегая влиянием активного сопротивления статора, можно получить приближенную модель статики АСМ, в которой модуль вектора потокосцеплений статора напрямую определяется модулем вектора напряжений и частотой питания статора и не зависит от токов ротора:

$$\psi_s = \frac{U_s}{\omega_{\Psi(s)}}. \quad (11)$$

Пренебрежение влиянием активного сопротивления статора здесь может быть обосновано тем, что у машин средней и большой мощности величина активного сопротивления пренебрежимо мала по сравнению с индуктивным при питании статора от сети промышленной частоты.

Следует также подчеркнуть, что в отличие от подобных приведенным выше математических моделей АД при управлении АСМ главную взаимную индуктивность машины можно с достаточной для практики степенью точности считать величиной постоянной, так как магнитное состояние АСМ в основном определяется параметрами питающей обмотки статора электрической сети и не изменяется в столь значительных диапазонах, как магнитный поток АД в двухзонных или энергосберегающих ЭП.

Формулировка принципов векторного управления АСМ

Анализируя выражения (9)—(11), можно сформулировать следующие принципы двухканального (векторного) управления АСМ с ориентацией управляющих воздействий по направлению результирующего вектора потокосцеплений статора.

1. С позиций теории автоматического управления АСМ является двухканальным объектом управления, характеризующимся наличием перекрестных связей между каналами через ЭДС скольжения.

2. Управляющие воздействия на регулируемый источник напряжений ротора необходимо формировать во вращающейся системе координат, ориентированной по вектору потокосцеплений статора, а затем преобразовывать их в неподвижные относительно ротора (фазные) координаты.

3. При этом канал воздействия на поперечную составляющую вектора токов ротора i_{rq} следует использовать для управления электромагнитным моментом АСМ.

4. Магнитное состояние машины, определяемое в основном напряжением статора, может корректироваться в соответствии с требуемым режимом работы ЭП путем воздействия на продольную составляющую вектора токов ротора i_{rd} . Последняя должна использоваться для формирования оптимальных режимов электромеханического преобразования энергии в АСМ, критерии оптимизации обсуждаются в работах [5, 6].

Алгоритмы автоматической ориентации вращающейся системы координат и вычисления оценки частоты вращения ротора

Ориентация вращающейся системы координат при прямом измерении углового положения ротора АСМ. При непосредственном измерении абсолютного углового положения АСМ для автоматической ориентации опорной системы координат можно применить токовую модель потокосцеплений статора, которая строится в соответствии с уравнением магнитной цепи (3). При этом фазный ток статора необходимо приводить к ротору (или наоборот), что потребует наличия информации об угле поворота вала машины, т. е. наличия датчика положения. Тогда преобразование статорного тока к новой системе координат должно осуществляться следующим образом:

$$\mathbf{I}_s^{(\alpha_r, \beta_r)} = \mathbf{A}(\gamma_{\psi(s)}) \mathbf{I}_s^{(\alpha, \beta)} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_{\psi(s)} & \sin \gamma_{\psi(s)} \\ -\sin \gamma_{\psi(s)} & \cos \gamma_{\psi(s)} \end{bmatrix} \mathbf{I}_s^{(\alpha, \beta)}.$$

Здесь приняты следующие обозначения: верхний индекс (α, β) означает, что вектор рассматривается в неподвижной относительно статора декартовой

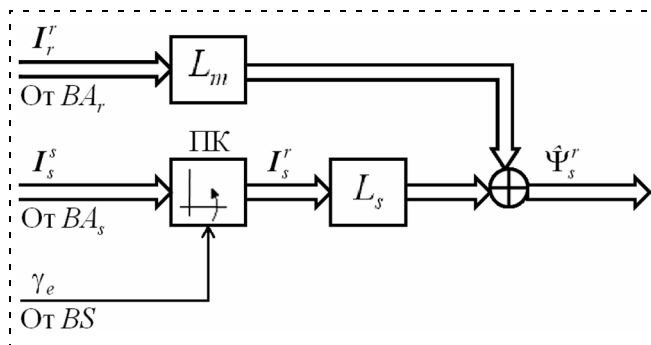


Рис. 1. Идентификация вектора потокосцеплений статора при прямом измерении углового положения ротора

системе координат; верхний индекс (α_r, β_r) означает, что вектор рассматривается в неподвижной относительно ротора декартовой системе координат. Структурная схема идентификатора вектора потокосцеплений статора приведена на рис. 1.

На первый взгляд, такой подход довольно прост и удобен в реализации — обрабатываются сигналы датчиков фазных токов в цепи статора и ротора, что не может вызывать никаких затруднений. Однако прямое измерение углового положения вала машины часто неприемлемо в ЭП общепромышленных механизмов, требующих от разработчиков системы управления полного отказа от датчиков механического движения (частоты вращения и углового положения) ротора двигателя.

Идентификация углового положения вектора потокосцеплений статора и частоты вращения ротора методом АСЗМ. При возможности непосредственного измерения токов и напряжений статора АСМ для вычисления углового положения ориентирующего вектора потокосцеплений статора в системе координат, неподвижной относительно ротора, и для текущей идентификации частоты вращения ротора можно воспользоваться принципом адаптивной системы с задающей (эталонной) моделью (АСЗМ). Структурная схема такого идентификатора приведена на рис. 2.

Математическая модель предложенного идентификатора строится по уравнениям статорной и роторной цепей АДФР в неподвижных относительно статора и ротора системах координат:

$$\begin{cases} \hat{\Psi}_s^{rr} = k_s^{-1} (\int (U_r - R_r I_r) dt - L_{\sigma e} I_r); \\ \hat{\Psi}_s^s = \int (U_s - R_s I_s) dt. \end{cases} \quad (12)$$

Как видно из (12), первое (модель цепи ротора — МЦР) и второе (модель цепи статора — МЦС) уравнения в системе записаны каждое в своей системе координат. Поэтому блок ПК на рис. 2 обеспечивает приведение оценки вектора потокосцеплений статора, вычисленной МЦС, в систему ко-

динат вектор ЭДС — это производная от вектора потокоцеплений статора. Поэтому математическая модель такого идентификатора строится в следующем виде:

$$\begin{cases} \hat{E}_s^r = k_s^{-1} \left(U_r - R_r I_r - L_{\sigma e} \frac{dI_r}{dt} \right); \\ \hat{E}_s^{ss} = (U_s - R_s I_s). \end{cases} \quad (14)$$

Структурная схема идентификатора частоты вращения ротора с вычислением ЭДС статора согласно (14) представлена на рис. 4.

Принципиальная особенность данного идентификатора состоит в том, что преобразователь координат находится в МЦР, что в данном случае делает ее настраиваемой моделью, тогда как МЦС является задающей. Такое алгоритмическое решение продиктовано желанием работать с большими сигналами ЭДС.

Для исключения операций идеального дифференцирования в настраиваемую модель введен апериодический фильтр с малой постоянной времени τ . Преобразователь координат ПК на рис. 4 показан условно, так как подразумевается, что

$$\hat{E}_s^{sr} = A^{-1}(\gamma_e) \hat{E}_s^r + \hat{\omega}_e D(L_s I_s^s + L_m A^{-1}(\gamma_e) I_r^r).$$

Недостатками данного алгоритма являются сложность механизма адаптации, переменный коэффициент передачи контура адаптации, его "размыкание" на синхронной скорости.

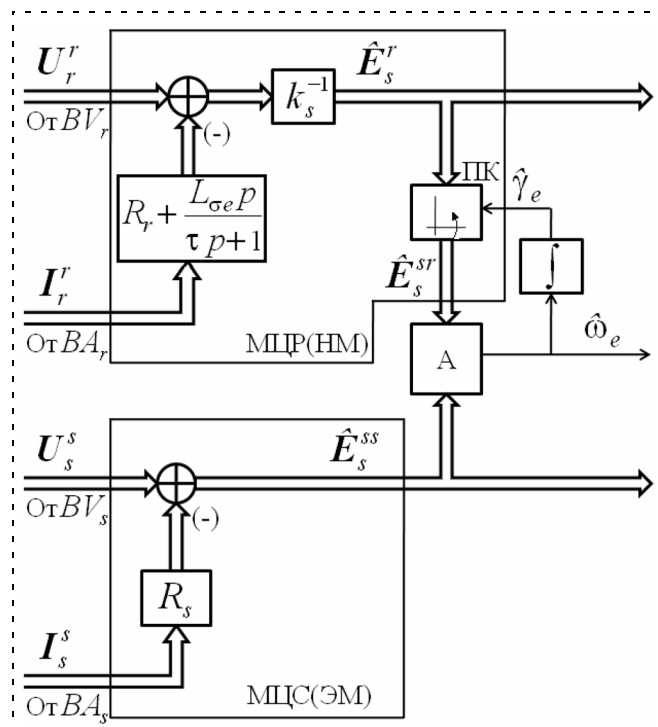


Рис. 4. Структурная схема идентификатора типа АСЗМ с вычислением вектора ЭДС статора

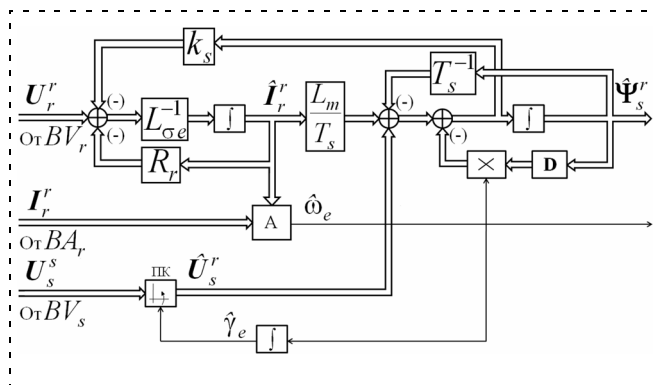


Рис. 5. Структурная схема идентификатора типа АНПП

Идентификация углового положения вектора потокоцеплений статора и частоты вращения ротора методом АНПП. Довольно эффективной структурой для построения алгоритма вычисления углового положения ориентирующего вектора потокоцеплений статора и текущей идентификации частоты вращения ротора является адаптивный наблюдатель полного порядка [10]. Структурная схема идентификатора такого типа представлена на рис. 5.

Математическая модель объекта наблюдения — электромагнитных процессов АДФР — в неподвижной относительно ротора декартовой системе координат имеет вид (7). Преобразователь координат выполняет функцию приведения вектора напряжений статора к системе координат ротора. В блоке адаптации реализован алгоритм текущей идентификации частоты вращения ротора АСМ. Частота вращения оценивается посредством интегрального (или пропорционально-интегрального) регулятора на основании информации об отклонениях электромагнитных переменных АСМ (вектора токов ротора, вектора потокоцеплений статора). Структурный синтез адаптивного наблюдателя полного порядка может быть выполнен по методике, описанной в работе [11].

Идентификация углового положения вектора потокоцеплений статора и частоты вращения ротора АСМ при измерениях только переменных на выходе ПЧ. При модернизации ЭП на базе АДФР среднего напряжения (6 или 10 кВ) заказчиком часто ставится задача избежать установки каких-либо датчиков не только на валу, но и на высоковольтной стороне машины. В этих случаях приходится ограничиваться лишь так называемыми клеммными измерениями переменных, доступных в структуре питающей обмотки ротора преобразователя частоты, и использовать для целей ориентирования по полю только МЦР двигателя (см. МЦР на рис. 2). В силу отсутствия МЦС модель такого идентификатора потокоцеплений статора совпадает с первым уравнением системы (13) при

$\hat{\Psi}_s^{rs} = 0$, а для вычисления оценки частоты вращения ротора используется следящий тригонометрический анализатор, аналогичный описанному в приложении к [7].

Заключение

В статье рассмотрены общие подходы к построению систем автоматизированного ЭП на базе АСМ с векторным управлением по цепи ротора. Предложена математическая модель АДФР в ориентированной по полю статора системе координат, сформулированы принципы векторного управления АСМ. Предложено несколько возможных структурных схем алгоритмов автоматической ориентации вектора управляющих воздействий по направлению магнитного поля двигателя, а также алгоритмов текущей идентификации частоты вращения ротора АСМ. Поскольку каждая из рассмотренных структур обладает своими преимуществами и недостатками, выбор какого-либо алгоритма для практической реализации зависит от общей структуры автоматизированного ЭП. Результаты проведенных авторами исследований внедрены в ПЧ "ЭРАТОН-ФР" производства ЗАО "ЭРАСИБ", г. Новосибирск (<http://erasib.ru>).

Список литературы

1. **Ботвинник М. М.** Асинхронизированная синхронная машина. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1960.
2. **Ботвинник М. М., Шакарян Ю. Г.** Управляемая машина переменного тока. М.: Наука, 1969.
3. **Шакарян Ю. Г.** Асинхронизированные синхронные машины. М.: Энергоатомиздат, 1984.
4. **Никитин Н. Э.** и др. Асинхронизированный синхронный электропривод цементной мельницы // Электричество. 1978. № 3.
5. **Глазырин М. В., Панкратов В. В.** Принцип векторного управления машиной двойного питания // Тр. Третьей междунар. науч.-техн. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения" АПЭП-96 (Новосибирск, ноябрь 1996 г.). Т. 8. Новосибирск: НГТУ, 1996. С. 9—11.
6. **Котин Д. А., Панкратов В. В.** Разработка и исследование системы векторного управления машиной двойного питания // Матер. IX междунар. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения" АПЭП-2008 (Новосибирск, 24—26 сентября 2008 г.). Т. 7. Новосибирск: НГТУ, 2008. С. 95—100.
7. **Панкратов В. В.** Векторное управление асинхронными электроприводами: Учеб. пособ. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1999.
8. **Schauder C.** Adaptive Speed Identification for Vector Control of Induction Motors without Rotational Transducers // IEEE Trans. Indus. Appl., September/October 1992. Vol. 28. N 5. P. 1054—1061.
9. **Peng F.-Z., Fukao T.** Robust Speed Identification for Speed-Sensorless Vector Control of Induction Motors // IEEE Trans. Indus. Appl., September/October. 1994. Vol. 30. N 5. P. 1234—1240.
10. **Kubota H., Matsuse K., Nakano T.** DSP-Based Speed Adaptive Flux Observer of Induction Motor // IEEE Trans. Indus. Appl., March/April. 1993. Vol. 29. N 2. P. 344—348.
11. **Панкратов В. В., Котин Д. А.** Синтез адаптивных алгоритмов вычисления скорости асинхронного электропривода на основе второго метода Ляпунова // Электричество. 2007. № 8. С. 48—53.

ИНФОРМАЦИЯ

IX МЕЖДУНАРОДНЫЙ ПРОМЫШЛЕННЫЙ ФОРУМ – 2010

МЕЖДУНАРОДНЫЕ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЕ ВЫСТАВКИ И КОНФЕРЕНЦИИ

23 - 26

НОЯБРЯ 2010 г.

Генеральные информационные партнеры:

Технический партнер:

Ufi
Approved Event

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ВЫСТАВОЧНЫЙ ЦЕНТР

Украина, Киев, Броварской пр-т, 15

(М) "Левобережная"

ОРГАНИЗАТОРЫ:
Министерство промышленной политики Украины

ООО "Международный выставочный центр"
Украинская Национальная Компания "Укрстанкоинструмент"

ООО "Международный выставочный центр"
Украина, 02660, Киев, Броварский пр-т, 15

☎ (044) 201-11-65, 201-11-56, 201-11-58
e-mail: lilia@iec-expo.com.ua

www.iec-expo.com.ua, www.tech-expo.com.ua

ПРОГРАММНЫЙ ИНЖИНИРИНГ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

УДК 004.413.4; 519.252

А. Е. Колоденкова,
канд. техн. наук, доц., зам. зав. кафедрой,
Уфимский государственный
авиационный технический университет
e-mail: anna82_42@mail.ru

Статистический подход к оценке реалистичности программных проектов для автоматизированных информационно-управляющих систем*

Предлагается формальный подход к оценке реалистичности программных проектов для автоматизированных информационно-управляющих систем. Подход основан на сравнении различных вариантов реализации проекта. Критерием реалистичности является вероятность выполнения совокупности работ за выделенное на проект время. Предлагаемый подход позволяет повысить обоснованность принятия решений о возможности реализации проекта и за счет этого снизить риск его неудачного завершения.

Ключевые слова: реалистичность программного проекта, риск, автоматизированная информационно-управляющая система, оценивание закона распределения случайной величины

Введение

Рост числа производственных и информационных связей между отдельными предприятиями, повышение эффективности производства сопровождаются ростом сложности процессов управления и систем управления. Увеличение объема информации, охватывающей все стороны производства, приводит к значительному усложнению задач управления [1].

Эффективное решение задач управления в настоящее время немыслимо без привлечения средств вычислительной техники и всевозможных автоматизированных информационно-управляющих систем (АИУС). Автоматизированные информационно-управляющие системы создаются для совершенствования управления отраслями и отдельными предприятиями на основе применения математи-

ческих методов, современных средств вычислительной техники для увеличения выпуска продукции, повышения производительности труда, роста прибыли и т. д.

АИУС обладают всеми наиболее характерными чертами сложных технических систем:

- большим масштабом систем по числу составляющих элементов и выполняемых функций;
- наличием функциональной целостности, общего назначения и цели;
- сложными многоуровневыми иерархическими структурами [1].

Развитие современных АИУС характеризуется повышением сложности входящего в их состав программного обеспечения. Программное обеспечение является одним из главных компонентов автоматизированных систем и включает в себя совокупность программ регулярного применения, необходимых для решения функциональных задач, и программ, позволяющих наиболее эффективно эксплуатировать вычислительную технику [1, 2].

В настоящее время в России и за рубежом наблюдается малая эффективность реализации инновационных, научно-исследовательских, организационных, программных и других проектов. Судя по литературным источникам [3–6], причиной нарушения планового хода работ (а порой и просто их провала) часто является недостаточный анализ реалистичности соответствующих проектов, который сопряжен с серьезными трудностями.

Дело в том, что исполнители не всегда владеют полной информацией о проекте и поэтому не в состоянии дать точную оценку его реалистичности и, прежде всего, сроков его выполнения. При этом недостаточная осведомленность исполнителей часто сопровождается постоянным изменением требований, сроков и объема ресурсов, выделяемых на проект. Данные обстоятельства, а также связанные с ними риски и последствия, естественно, приводят к неизбежным ошибкам при планировании проекта, из-за которых предварительные оценки его реалистичности теряют свою актуальность.

В силу вышеизложенного оценка реалистичности проекта является весьма актуальной задачей. Исследованию вопросов анализа реалистичности проектов посвящены работы многих отечественных и зарубежных авторов (см., например, [7–10]). Однако, несмотря на значительное число работ, данная проблема до сих пор остается открытой,

* Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ: 08-00630-а, 10-08-00359-а.

а известные многофакторные модели экспертной оценки реалистичности проектов затрудняют учет мнения независимых экспертов и не обеспечивают необходимый уровень объективности оценок.

Особенности разработки и анализа реализуемости программных проектов

Программные проекты относятся к классу сложных систем. Объективная потребность контролировать процесс разработки программных проектов, прогнозировать и гарантировать стоимость разработки, сроки и качество результатов привела к появлению программной инженерии [11].

Несмотря на определенные успехи в разработке программных проектов, продолжается кризис программной инженерии. Это выражается в том, что программные проекты стали выполняться с отставанием от графика или с превышением сметы расходов, разработанный продукт не обладает требуемыми функциональными возможностями, производительность его низка, качество получаемого программного продукта не устраивает потребителей.

В данной статье под *программным проектом* понимается разновидность инвестиционного проекта, которая рассматривается как комплекс действий, предусматривающих вложение определенного количества ресурсов, в том числе интеллектуальных, материальных, человеческих, для получения запланированного результата и достижения определенных целей в обусловленные сроки.

В отличие от проектов сложных технических объектов, программные проекты обладают следующими особенностями: они по природе своей являются концептуальным, искусственным продуктом, разработка которого рассматривается как коллективный труд исполнителей, направленный на удовлетворение потребности пользователей в автоматизации их деятельности [13].

Важнейшей особенностью программных проектов является их выполнение в условиях риска и неопределенности. При этом возможность риска наиболее велика на стадиях выработки концепции, планирования и начала работ над проектом. Именно на ранних стадиях выполнения проекта имеется возможность либо минимизировать влияние риска, либо вообще избежать его. Для снижения рисков при разработке программного проекта необходимо, в первую очередь, провести тщательную оценку его реалистичности. Сложность оценки реалистичности программных проектов обусловлена следующими факторами:

- во-первых, неполнотой информации, обусловленной игнорированием имеющегося большого опыта проектных организаций: реальные технико-экономические показатели удачно реализованных программных проектов не обобщаются и не используются в качестве исходной базы для

управления новыми программными проектами. Так, например, в [6] особо подчеркивается, что сложность управления программными проектами обусловлена отсутствием достоверной информации о производительности исполнителей, а также уникальностью программных проектов, что приводит к необходимости обеспечения сопоставимости данных, соответствующих разным проектам;

- во-вторых, отсутствием полного представления о требованиях по проекту, что, в свою очередь, увеличивает вероятность того, что проект будет выполнен с невысоким качеством, а цели не будут достигнуты;
- в-третьих, слабой структурированностью теоретических и фактических знаний о программных проектах. Дело в том, что дать удовлетворительный прогноз поведения проекта на достаточно большом промежутке времени, опираясь только на собственный опыт и интуицию с применением неформализованных методов, практически невозможно.

Для оценки реалистичности проекта разрабатываются различные варианты реализации проекта. Однако это имеет смысл только в том случае, когда существует уверенность, что предложенные варианты могут быть в той или иной мере осуществлены, и проекты носят реалистичный, выполнимый характер. Варианты реализации проекта являются ключевым компонентом эффективного решения вопроса об оценке его реалистичности. При этом важную роль играет число рассмотренных вариантов реализации проекта, и чем их больше, тем выше будет обоснованность принимаемых проектных решений на ранних стадиях реализации проекта.

Разработка вариантов реализации проекта осуществляется ответственными исполнителями под наблюдением руководителя. Деятельность руководителя является определяющей при уточнении критериев отбора лучшего варианта. Отсутствие вариантов реализации проекта свидетельствует либо о недостаточной информированности лица, принимающего решение, либо о дефиците времени, отводимого на тщательную проверку для этого решения. Это повышает степень вероятности ошибочности в принятии решения, затрудняет выбор оптимального варианта.

Выбор из различных вариантов реализации программного проекта самого жизнеспособного представляет собой один из наиболее ответственных этапов разработки проекта. Ключевым здесь является критерий такого выбора, который может отражать экономичность, производительность, надежность, качество и прочие показатели проекта. В данной статье под критерием реалистичности программного проекта понимается вероятность реализации различных его вариантов.

В литературе [3, 6] подчеркивается, что одним из условий повышения эффективности оценки реалистичности программного проекта является использование формально математических методов. В настоящей статье для оценки реалистичности программных проектов для информационно-управляющих систем предлагается использовать статистический подход, основанный на широко распространенной в современной науке функциональной парадигме. Данная парадигма применительно к моделированию эффективности программных проектов выражается в том, что все необходимые компоненты разрабатываемых программных систем представляют собой "черные ящики", выполняющие сформулированные в требованиях задачи функции при отсутствии описания их внутренней реализации, т. е. они определены в терминах того, что они должны выполнять без подробного описания того, как они это делают.

Ключевые понятия, исходные данные и допущения при оценке реалистичности программного проекта

В основе предлагаемого подхода лежит использование системной модели оценки реалистичности программного проекта, представленной на рис. 1.

Как видно, реалистичность реализации проекта определяется, с одной стороны, требованиями, которым ставится в соответствие объем работ по проекту; с другой стороны, существующими ограничениями на ресурсы (время выполнения проекта); с третьей стороны, производительностью исполнителей.

При постановке задач ресурсного планирования предполагается, что проект описывается в виде сетевого графика выполнения работ, в котором работы изображаются в виде вершин, а связи между работами — в виде дуг.

В силу неоднозначности выделения работ одному и тому же проекту можно поставить в соответствие различные варианты сетевых графиков работ. Очевидно, что полностью формализовать процедуру построения сетевых графиков работ по проекту

невозможно, так как окончательный выбор зависит от множества обстоятельств: целей и задач исследования; доступных трудовых, финансовых ресурсов; масштаба разработки; ограничения бюджета проекта и времени его реализации и т. п.

Предполагается, что любой такой сетевой график можно представить в виде последовательно-параллельных схем выполнения работ. Правила преобразования сетевых графиков последовательно-параллельных схем описаны в работе [14]. Работы, выделенные на сетевых графиках, равнозначны, и вероятность удачного завершения проекта определяется минимальной вероятностью выполнения всех работ.

Для полного описания различных вариантов реализации проекта необходимо задать описание каждой работы.

Важной характеристикой работы является ее объем, который определяется на основе нормативов, экспертных оценок или имеющегося опыта [6, 15]. Объем работ может измеряться в единицах трудоемкости, стоимости и т. д.

Следующей характеристикой работы является производительность исполнителей. Здесь важным моментом являются архивные данные об аналогичных проектах, по которым определяется производительность каждого исполнителя, причем предполагается, что архивные данные известны, так как собираются, накапливаются и обрабатываются в организациях.

Производительность исполнителей строится на основе непараметрического метода [16] и представляется в виде функциональной зависимости вида

$t_n = \varphi_{j,n}(V_j^{(i)})$, где t_n — время выполнения работ n -м исполнителем; $V_j^{(i)}$ — объем работы j -го вида i -го варианта реализации программного проекта.

Предлагаемый подход к оценке реалистичности программного проекта основан на формировании соответствующих специальных скалярных характеристик, значение которых определяется особенностями программного проекта.

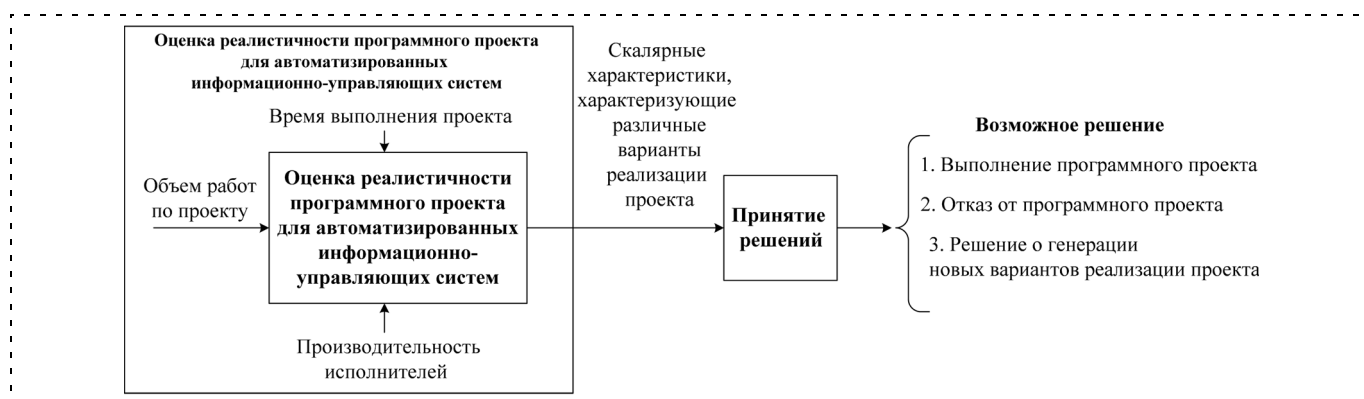


Рис. 1. Системная модель оценки реалистичности программного проекта

В качестве такой скалярной характеристики предлагается использовать величину $\alpha^{(i)} = \min_i \{p_j^{(i)}\}$, где $i = \overline{1;m}$, $j = \overline{1;k_i}$; m — число вариантов реализации проекта; k_i — число видов работ в i -м варианте реализации проекта; $p_j^{(i)}$ — вероятность выполнения j -й работы в i -м варианте реализации проекта, представленных на i -м сетевом графике при заданных ограничениях на время $T_j^{(i)}$ выполнения каждой работы.

Полагается, что вероятность $p_j^{(i)}$ зависит от времени $T_j^{(i)}$, выделяемого на выполнение j -й работы при i -м варианте реализации проекта, а также от производительности исполнителей.

При формировании скалярной характеристики центральное место занимает метод расчета вероятностей для каждой работы. В связи с этим данный метод выделяется в качестве самостоятельной задачи.

Таким образом, на ранней стадии реализации программного проекта возникает задача, связанная с проведением сравнительного анализа различных вариантов сетевых графиков выполнения работ, позволяющего принять решение о выполнении программного проекта или об отказе от программного проекта либо решение о генерации новых вариантов реализации проекта.

Прежде чем приступить к описанию формальной схемы оценки реалистичности программного проекта, опишем вводимые предположения и допущения:

- ♦ на зафиксированном отрезке времени каждый исполнитель выполняет только одну работу, и пока он не завершит работу одного вида, ему не поручается выполнение работы другого вида;
- ♦ исполнители являются универсальными, т. е. любого исполнителя можно использовать для любой работы в составе проекта, однако его производительность будет зависеть от вида работ;
- ♦ сетевые графики работ по проекту уже построены;
- ♦ число представляемых для анализа сетевых графиков работ конечно;
- ♦ проект реализует единственную задачу;
- ♦ если хотя бы одна из работ сетевого графика не будет выполнена, то проект не будет завершен.

Постановка и алгоритм решения задачи оценки реалистичности программного проекта

Пусть задана производительность исполнителей $t_n = \phi_{j,n}(V_j^{(i)})$, а также варианты сетевых графиков выполнения работ с указанием объема для каждой работы $V_j^{(i)}$ ($i = \overline{1;m}$, $j = \overline{1;k_i}$), где m — число вари-

антов реализации проекта, k_i — число видов работ. Ставится задача формирования скалярной характеристики $\alpha^{(i)}$, которая характеризует реалистичность программного проекта.

Предлагается алгоритм решения данной задачи, который для i -го варианта реализации программного проекта состоит из следующих четырех этапов.

На *первом этапе* рассчитываются допустимые времена выполнения работ $T_j^{(i)}$ для различных вариантов сетевых графиков выполнения работ с указанными объемами работ $V_j^{(i)}$ и производительностями исполнителей.

На *втором этапе* рассчитываются вероятности выполнения работ $p_j^{(i)}$ для различных вариантов сетевых графиков с допустимыми временами выполнения работ $T_j^{(i)}$.

На *третьем этапе* формируется скалярная характеристика реалистичности программного проекта $\alpha^{(i)}$ для каждого варианта реализации программного проекта, которая определяется минимальной вероятностью выполнения работ $\alpha^{(i)} = \min_i \{p_j^{(i)}\}$.

На *четвертом этапе* осуществляется принятие решений (одно из решений, выделенных на рис. 1) на основе анализа множества характеристик $\alpha^{(i)}$.

Здесь первые два этапа алгоритма реализуют предлагаемый ниже статистический метод "Сдвига" закона распределения случайной величины, который в дальнейшем будет именоваться просто методом "Сдвига". Касаясь третьего этапа алгоритма, следует заметить, что единых правил выбора критерия реалистичности проекта не существует. Данный выбор зависит от специфики ситуаций и индивидуальных предпочтений исследователя, причем правильность и эффективность принятого решения относительно реализуемости проекта во многом определяются качеством экономической, организационной, социальной и других видов информации [17].

Метод "Сдвига" закона распределения случайной величины для формирования характеристики реалистичности программного проекта

Поскольку статистический метод "Сдвига" наряду с формированием скалярной характеристики реалистичности программного проекта может быть использован и в ряде других практических приложений, изложим его в общем виде.

В контексте рассматриваемой задачи роль времени выполнения работ ($T_j^{(i)}$) играет случайная величина X ; объемов работ ($V_j^{(i)}$) — случайная ве-

личина Y ; производительности исполнителей $t_n = \varphi_{j,n}(V_j^{(i)})$ — непрерывная, строго монотонная возрастающая функциональная зависимость $y = \varphi(x)$.

Метод "Сдвига" заключается в постановке и решении обратной задачи по отношению к известной прямой задаче оценивания закона распределения функции случайного аргумента [18].

Прямая задача оценивания закона распределения функции случайного аргумента заключается в следующем.

Имеется закон распределения $F_1(x)$ случайной величины X , возможные значения которой принадлежат интервалу (a^x, b^x) , и непрерывная, строго монотонная, возрастающая функциональная зависимость $y = \varphi(x)$. Требуется найти закон распределения $F_2(y)$ случайной величины Y , возможные значения которой принадлежат интервалу (a^y, b^y) .

По определению закон распределения $F_2(y) = p(Y < y)$. Поскольку функциональная зависимость $y = \varphi(x)$ возрастающая, то, если $Y = \varphi(X)$, $y = \varphi(x)$, неравенство $Y < y$ выполняется при $X < x$, поэтому

$$F_2(y) = p(Y < y) = p(X < x) = F_1(\psi(y)), \quad (1)$$

где $\psi(y)$ — обратная функция $\varphi(x)$.

Различным значениям X соответствуют различные значения Y . Предположим, что $F_2(y)$ дифференцируема всюду, поэтому случайная величина Y будет абсолютно непрерывной.

Графическая иллюстрация оценивания закона распределения функции случайного аргумента представлена на рис. 2.

На рис. 2 закон распределения $F_1(x)$ случайной величины X соответствует случаю $a^x = 0, b^x = \infty$;

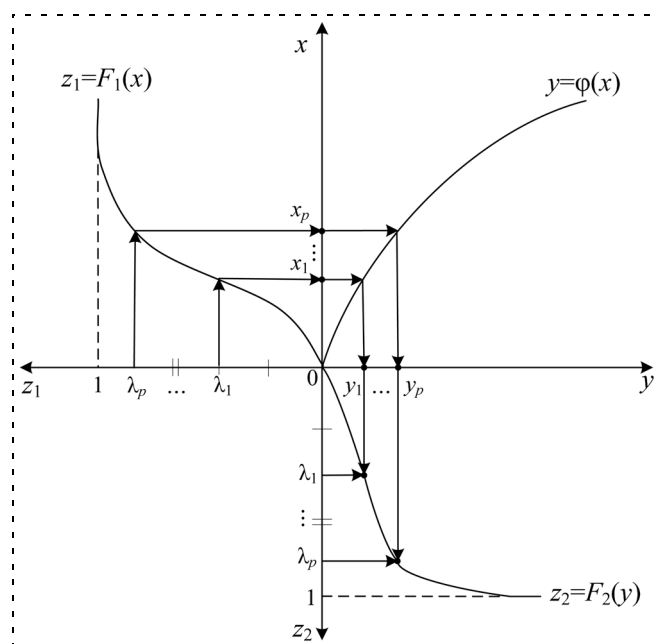


Рис. 2. Графическая иллюстрация оценивания закона распределения функции случайного аргумента

$z_1 = F_1(x)$ и $z_2 = F_2(y)$ — законы распределения случайных величин X и Y .

Если шаг изменения параметра λ от минимального до максимального значения выбрать достаточно малым $\lambda_p \in [0; 1], p = 1, 2, \dots$, то сначала можно получить выборку большого объема $\{x_p\}$, а затем посредством функциональной зависимости $y = \varphi(x)$ получить выборку $\{y_p\}$, так что визуально график $F_2(y)$ окажется практически непрерывным.

Далее рассматривается решение обратной задачи — метод "Сдвига". Следует подчеркнуть, что в известных источниках решение обратной задачи (в такой постановке) не рассматривалось.

Пусть имеются выборочные значения случайной величины Y , а также непрерывная, строго монотонная, возрастающая функциональная зависимость $y = \varphi(x)$. В работе [19] показано, что данная задача имеет единственное решение, если первая производная функциональной зависимости больше нуля. Ставится задача найти закон распределения $F_1(x)$ случайной величины X .

Из соотношения (1) следует, что если зависимость $y = \varphi(x)$ является непрерывной, строго монотонной, возрастающей и известен закон распределения $F_2(y)$ случайной величины Y , то для значения x можно подобрать $F_1(x)$.

Графическая иллюстрация метода "Сдвига" для случая $a^y \neq 0, b^y = \infty$ представлена на рис. 3.

На рис. 3 закон распределения $F_2(y)$ случайной величины Y соответствует случаю $a^y \neq 0, b^y = \infty$; $z_1^* = F_1(x^*)$ и $z_2^* = F_2(y^*)$ — законы распределения, построенные по преобразованному данным $\{x^*\}$ и $\{y^*\}$; d — параметр сдвига.

Для построения закона распределения $F_1(x)$ случайной величины X предлагается алгоритм метода "Сдвига", состоящий из следующих семи шагов.

На *первом шаге* рассчитывается математическое ожидание $M[y]$ и среднеквадратическое отклонение $\sigma[y]$ по выборочным значениям величины Y .

На *втором шаге* рассматривается условие $M[y]/\sigma[y] \geq 3,5$. Если условие выполняется, то осуществляется сдвиг закона распределения $F_2(y)$ случайной величины Y на величину $d = M[y] - 3,5\sigma[y]$, иначе переходим к четвертому шагу.

На *третьем шаге* осуществляется построение закона распределения $F_2(y^*)$ по преобразованным данным $y_i^* = y_i - d$ ($i = \overline{1; N}$, N — объем выборки).

На *четвертом шаге* осуществляется построение закона распределения $F_2(y)$ случайной величины Y .

На *пятом шаге* формируется выборка $\{y_p\}$ на основе закона распределения $F_2(y)$ либо выборка $\{y_p^*\}$ на основе закона распределения $F_2(y^*)$.

На *шестом шаге* формируется выборка $\{x_p\}$ либо $\{x_p^*\}$ посредством обратной функции $x = \psi(y)$.

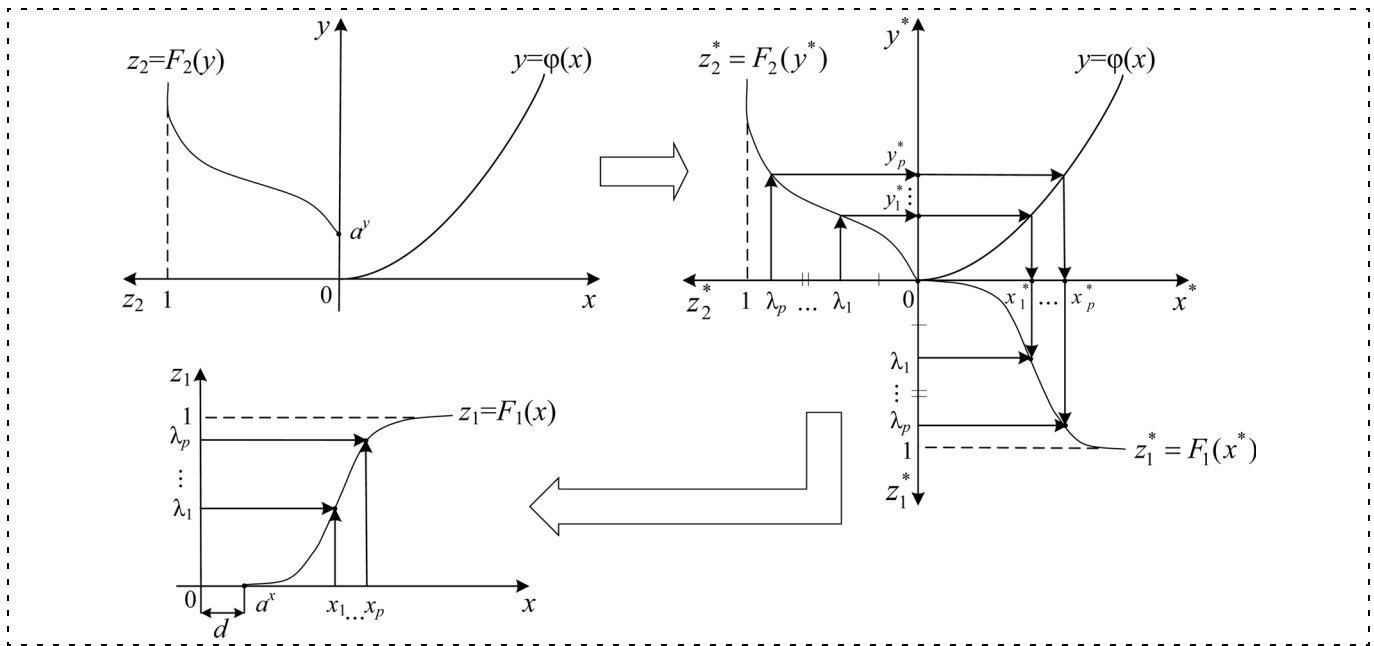


Рис. 3. Графическая иллюстрация метода "Сдвига"

На *седьмом шаге* осуществляется построение закона распределения $F_1(x)$ по выборке $\{x_p\}$ либо закона распределения $F_1(x^*)$ по выборке $\{x_p^*\}$. Для осуществления сдвига закона распределения $F_1(x^*)$ значения x_i^* преобразуются по правилу $x_i = x_i^* + d$ ($i = \overline{1; N}$).

Блок-схема алгоритмической реализации метода "Сдвига" представлена на рис. 4.

Здесь $\{y\}$ — выборка случайных величин Y ; $M[y]$ — математическое ожидание случайной величины Y ; $\sigma[y]$ — среднеквадратическое отклонение случайной величины Y .

Необходимость преобразования исходных данных $\{y\}$ на величину сдвига d вызвана тем, что в случае законов распределения $F_2(y)$ случайной величины Y могут возникнуть вычислительные погрешности, связанные с обработкой "хвостов" интегральных функций распределения. Для предотвращения этого предлагается сдвигать законы распределения $F_2(y)$ случайной величины Y по оси абсцисс на величину $d = M[y] - 3,5\sigma[y]$. Формальным признаком того, что сдвиг целесообразен, является выполнение условия $M[y]/\sigma[y] \geq 3,5$.

В работе [20] показано, что при учете границ интервала физически возможных значений случайной величины практически вся информация о законе

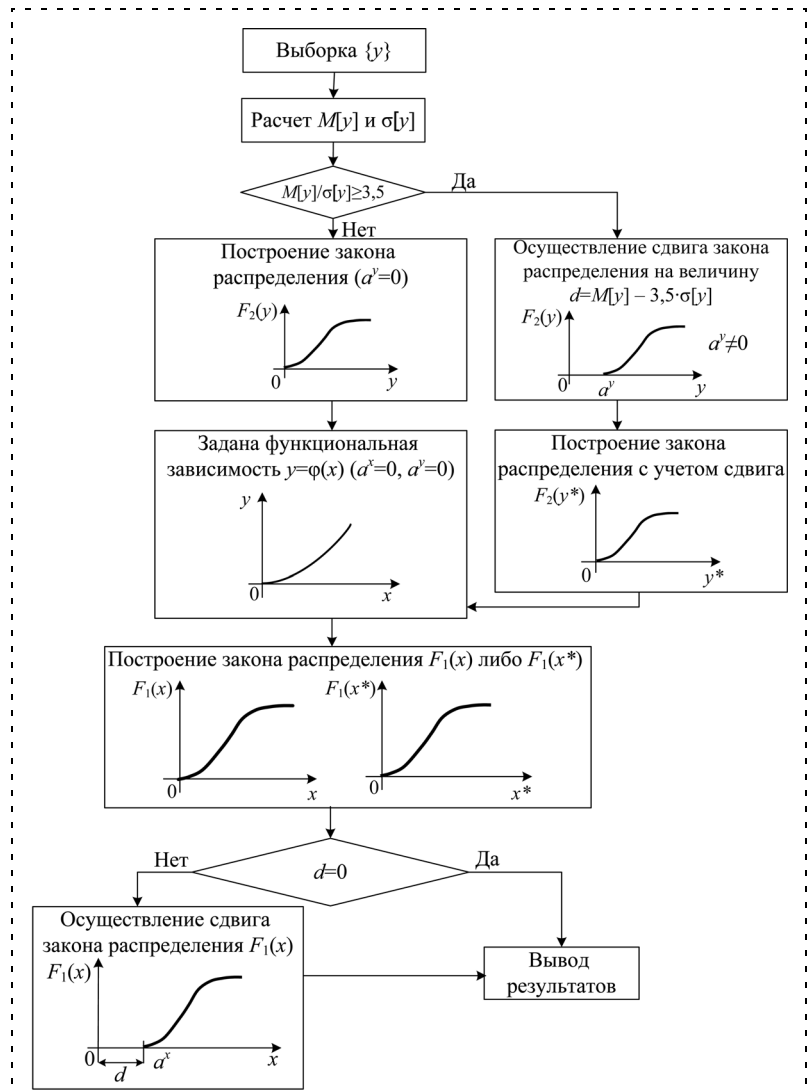


Рис. 4. Блок-схема алгоритмической реализации метода "Сдвига"

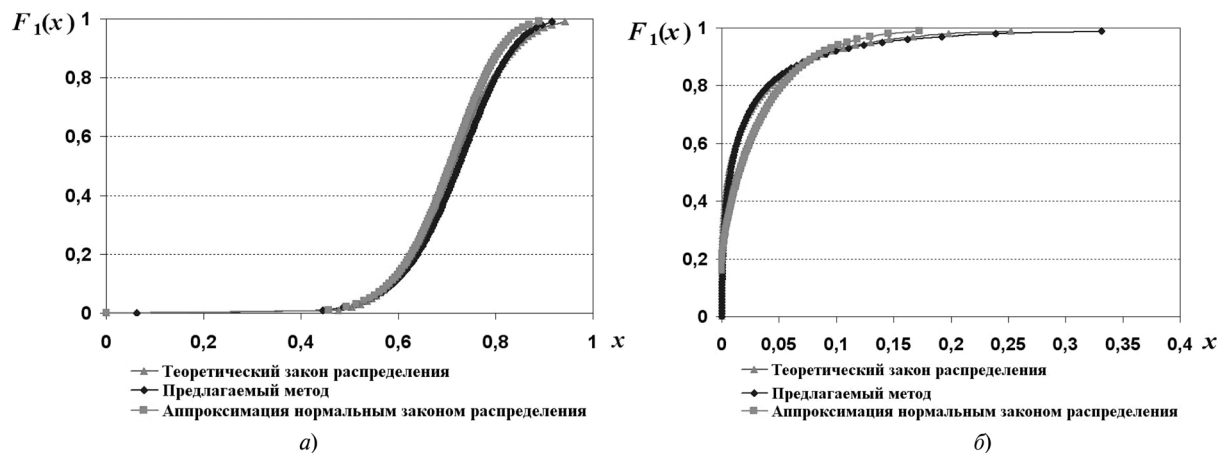


Рис. 5. Законы распределения $F_1(x)$ случайной величины X

распределения заключается в первых моментах, причем идентификатором формы закона распределения является отношение математического ожидания к среднеквадратическому отклонению.

Отдельного рассмотрения требует вопрос относительно определения границ a^x , b^x и a^y , b^y . Здесь возможны три ситуации:

1) границы a^x , b^x и a^y , b^y могут быть определены из содержательных соображений;

2) из содержательных соображений может быть определена лишь одна из границ (например, нижняя). В этом случае другая граница определяется следующим образом. Установлено, что для большинства законов распределения непрерывных случайных величин x , используемых в инженерной практике, вероятность $P(a \leq x \leq a + 8\sigma)$ практически близка к единице. Здесь a — нижняя граница интервала возможных значений; σ — среднеквадратическое отклонение. Выбор верхней границы интервала, равного семи, обоснован тем, что интервал определения непрерывной случайной величины для унимодальных законов распределения с левосторонним ограничением практически составляет $6\sigma \dots 8\sigma$ [20, 21];

3) если из содержательных соображений на значение границ случайной величины y априорно не могут быть наложены какие-либо ограничения, т. е. $-\infty < y < \infty$, то в качестве нижней границы принимается величина $a = M[y] - 3,5\sigma$, а в качестве верхней границы — величина $b = M[y] + 3,5\sigma$.

Выполнен сравнительный анализ точности оценивания законов распределения, получаемых на основе предложенного метода "Сдвига" и описанного в литературе метода аналогичного назначения, основанного на аппроксимации нормальным законом распределения. Показано, что метод "Сдвига" обеспечивает более высокую точность законов распределения $F_1(x)$ случайной величины X . Это обусловлено тем, что помимо выборочных данных

учитывается дополнительная информация, заключенная в границах области возможных значений случайных величин.

На рис. 5 приведены некоторые результаты, полученные в ходе исследований. Здесь рис. 5, а соответствует случаю, когда закон распределения $F_2(y)$ — нормальный, функциональная зависимость имеет вид $y = x^2$, а рис. 5, б — случаю, когда закон распределения $F_2(y)$ — экспоненциальный, функциональная зависимость имеет вид $y = \sqrt{x}$.

При проведении исследований в качестве сравнительной характеристики точности оценивания законов распределения $F_1(x)$ случайной величины X предложенным методом и аппроксимацией нормальным законом распределения, использовался показатель

$$D = \frac{\int_a^b |F(x) - \hat{F}^H(x)| dx}{\int_a^b |F(x) - \hat{F}^M(x)| dx},$$

где $\hat{F}^H$ и $\hat{F}^M$ — это оценки законов распределения случайной величины, полученные с использованием аппроксимации нормальным законом распределения и с использованием предложенного метода; a и b — границы области возможных значений случайной величины. В ходе исследований a принималось равным нулю, b рассчитывалось по правилу $b = 7\sigma$.

Проведенные исследования показали, что метод "Сдвига" позволяет в 1,5...10 раз повысить точность оценивания законов распределения $F_1(x)$ случайной величины X .

Возможные применения и перспективы развития статистического подхода

Предложенный статистический подход может быть использован для оценки реалистичности программных проектов широкого класса других автоматизированных систем, например, в задачах кон-

троля и управления состоянием территориальных систем (ТС) [21, 22].

ТС представляет собой открытую динамическую многокомпонентную систему, ограниченную в пространстве административными границами, обладающую диалектическим единством компонентов (природных, технических, социальных, экономических и т. п.), территориальной разнородностью природной среды, характеризующуюся особенностью техногенного воздействия, экономическим потенциалом, политическим устройством, уровнем и особенностями жизни населения. В настоящее время общепризнано, что управление состоянием ТС невозможно без сложных программных продуктов. Сложность является причиной трудностей разработки, которые приводят к потерям качества продукта, а это, в свою очередь, приводит к увеличению стоимости и продолжительности разработки, что усложняет достижение главной цели — создание программного продукта требуемого качества в приемлемые сроки [7, 23]. Для решения данной проблемы необходимо использовать на ранних стадиях реализации проекта предлагаемый статистический подход, описанный выше. Использование такого подхода позволит исполнителям сократить риски при разработке программного проекта и значительно повысить качество программного продукта.

Выше при решении задачи формирования скалярной характеристики реалистичности программного проекта в качестве сопоставления различных вариантов реализации проекта использовался критерий *вероятность выполнения совокупности работ*, который определен на основе временного параметра — допустимого времени выполнения работы. Ясно, что программный проект выполняется в условиях риска и неопределенности, в силу чего представляется целесообразным рассмотрение других оценок жизнеспособности проектов, позволяющих оценить степень обоснованности проекта с точки зрения возможностей его воплощения и критерии оценки жизнеспособности проектов, отражающие всю картину исследования. При этом сопоставление различных вариантов реализации проекта можно проводить не только по критерию, но и по совокупности показателей. Здесь в качестве исходной информации для оценки жизнеспособности проектов может выступать не только объем работ по проекту, время выполнения проекта, производительность исполнителей, но и затраты ресурсов (материалов, трудозатраты, финансовые и т. д.), трудоемкость и прочие.

Поскольку задача формирования скалярной характеристики для каждого варианта реализации программного проекта в силу своей сложности и многофакторности осуществляется в условиях неопределенности, то для решения данной задачи привлекался статистический подход. Однако в связи

с неполнотой и неточностью информации о времени выполнения проекта и об объемах выполнения работ по проекту может оказаться невозможным точное определение скалярной характеристики реалистичности программного проекта. В этих условиях появляется потребность в использовании комплекса подходов, позволяющих оценивать реалистичность проекта в динамичной, неопределенной, нечеткой среде. Именно комплексное использование разнородных подходов является плодотворным в задачах принятия решения в условиях неопределенности.

Комплекс новых подходов движется к естественному объединению в общую теорию анализа неопределенностей. Из всего многообразия наиболее перспективными в практических приложениях являются подходы на основе теории нечетких множеств, теории возможностей и интервальный подход.

В настоящее время многие исследователи склоняются к использованию *подхода, основанного на теории нечетких множеств* (описывает понятия и процессы, в которых параметры и цели не имеют точных границ) вместо теории вероятностей при описании неопределенности в проблемах принятия решений. Это связано с рядом причин. Одной из них является то, что на практике не всегда при наличии неопределенностей выполняются аксиомы теории вероятностей, что показывает неправомерность применения этих методов. Причиной этому является недостаток или дороговизна получения статистических данных [24—26]. Однако гибкость и мощность методов теории нечетких множеств позволяют рассматривать их как перспективное и эффективное средство для решения различных задач управления проектами.

В качестве альтернативы теории вероятностей Л. А. Заде была разработана *теория возможностей*, расширяющая теорию нечетких множеств и нечеткой логики. Возможность оценивает относительную потенциальную реализуемость исходов единичного эксперимента, причем в ранговой шкале, в которой могут быть представлены и содержательно истолкованы лишь отношения "больше", "меньше" или "равно". Теория возможностей позволяет математически моделировать реальность на основе опытных фактов, знаний, гипотез и суждений исследователей; проверять адекватность построенных моделей и на их основе оптимально оценивать характеристики изучаемых процессов и явлений [25].

К методам, базирующимся на теории нечетких множеств, можно в качестве частного случая отнести широко известный *интервальный подход*. Данный подход соответствует ситуациям, когда достаточно точно известны лишь границы значений анализируемого параметра, в пределах которых он может изменяться, но при этом статистические функции распределения значений параметров внутри своих интервалов считаются неизвестными [27, 28].

Следует особо отметить, что указанные подходы никоим образом не отрицают классическую теорию вероятностей, а естественным образом дополняют и расширяют ее. Попытки применения какого-либо конкретного подхода для принятия решений в условиях неопределенности позволяют отразить в модели лишь некоторые виды данных, а это, в свою очередь, приводит к потере информации других видов данных, особенно это относится к сложным системам. В связи с этим, дальнейшие исследования целесообразно направить именно на комбинирование различных формальных подходов.

Заключение

В статье предложен статистический подход к оценке реалистичности программных проектов для информационно-управляющих систем, в основе которого лежит формирование скалярных характеристик, интегрально характеризующих варианты реализации программного проекта. Предлагаемый подход отличается от известных тем, что скалярная характеристика имеет вероятностный смысл и позволяет выполнить сравнительный анализ различных вариантов реализации проектов, что в итоге позволяет повысить обоснованность принятия решений и минимизировать вероятность неудачного завершения проекта. Предложенный статистический подход дает возможность формализовать процедуру расчета вероятностей реализации работ и реализовать ее в виде программной компоненты в информационно-управляющих системах.

Автор выражает признательность профессору В. Е. Гвоздеву за плодотворное творческое сотрудничество, результатами которого явились постановки некоторых задач, представленных в настоящей работе.

Список литературы

1. Пьявченко Т. А., Финаев В. И. Автоматизированные информационно-управляющие системы. Таганрог: ТРТУ, 2007.
2. ГОСТ 34.003—90 Информационная технология. Комплекс стандартов на автоматизированные системы. Автоматизированные системы. Термины и определения. Введ. 1992-01-01. М.: Госстандарт СССР, 1992.
3. Беркун С. Искусство управления IT-проектами. СПб.: Питер, 2007.
4. Бэбьюли Ф. Управление проектом. М.: ФАИР-ПРЕСС, 2002.
5. Липаев В. В. Проектирование программных средств. М.: Высшая школа, 1990.
6. Макконенелл С. Сколько стоит программный проект. М.: Русская редакция, СПб.: Питер, 2007.
7. Мандрикова Л. В., Манжос Ю. С., Лучшев П. А. Методы оценки стоимости и затрат на создание программного продукта, основанные на нечеткой логике // Радиоэлектронные и компьютерные системы. 2008. № 2. С. 115—118.

8. Мандрикова Л. В., Манжос Ю. С., Хоменко В. В. Метод идентификации рисков программного проекта на основе вероятностного подхода // Радиоэлектронные и компьютерные системы. 2009. № 7. С. 207—211.
9. Бендиков М. А. Оценка реализуемости инновационного проекта // Менеджмент в России и за рубежом. 2001. № 2. С. 27—43.
10. Boehm B. Cocomo II Model Definition Manual // Computer Science Department, University of Southern California, 1997.
11. Липаев В. В. Программная инженерия. Методологические основы: Учебник. М.: ГУ-ВШЭ, ТЕИС. 2006.
12. ГОСТ Р ИСО/МЭК ТО 16326—2002 Программная инженерия. Руководство по применению ГОСТ Р ИСО/МЭК 12207 при управлении проектом. Введ. 2003-07-01. М.: Госстандарт России, 2003.
13. Карпенко С. Н. Введение в программную инженерию: Учебно-методические материалы по программе повышения квалификации "Информационные технологии и компьютерное моделирование в прикладной математике". Нижний Новгород, 2007.
14. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. М.: Советское радио, 1969.
15. Орлов С. А. Технологии разработки программного обеспечения. СПб.: Питер, 2002.
16. Гвоздев В. Е., Колоденкова А. Е. Непараметрическое оценивание функциональных зависимостей по эмпирическим данным // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 8. С. 12—18.
17. Трахтенгерц Э. А. Компьютерная поддержка принятия решений. М.: Синтег, 1998.
18. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
19. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. М.: Мир, 1965.
20. Гвоздев В. Е., Алыпов Ю. Е. Влияние границ области возможных значений контролируемых параметров на точность оценивания законов распределения // Вопросы проектирования информационных кибернетических систем: межвуз. сб. Уфа: Изд-во УАИ, 1987. С. 20—24.
21. Гузайров М. Б., Гвоздев В. Е., Ильясов Б. Г., Колоденкова А. Е. Статистическое исследование территориальных систем. М.: Машиностроение, 2008.
22. Гвоздев В. Е., Колоденкова А. Е. Метод экстраполяции прогнозирование паводковой ситуации на основе ретроспективных и текущих данных (на примере Республики Башкортостан) // Вестник УГАТУ. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. Вып. 2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Т. 9. Уфа: УГАТУ, 2007. С. 119—125.
23. Гузайров М. Б., Гвоздев В. Е., Ильясов Б. Г., Колоденкова А. Е. Когнитивное моделирование программного проекта // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Труды X Междунар. конф. Самара: Самарский НЦ РАН, 2008. С. 149—153.
24. Клементьева С. В. Применение теории нечетких множеств для измерения и оценки эффективности реализации наукоемкой продуктовой инновации // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2006. № 11. С. 65—69.
25. Пытьев Ю. П. Возможность. Элементы теории и применения. М.: УРСС, 2000.
26. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике. М.: Радио и связь, 1990.
27. Яленко Б. Н. Оценка эффективности инвестиционных проектов и принятие инвестиционных решений в условиях большой неопределенности интервального типа // Аудит и финансовый анализ, 2006. № 1. С. 167—180.
28. Деревянко П. М. Оценка проектов в условиях неопределенности // Корпоративный менеджмент, 2006. <http://www.cfin.ru>.



Управление и информатика в авиакосмических и морских системах



Главный редактор:

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСЕЕВ В. В.
БЕЛОКОНОВ И. В.
БУКОВ В. Н.
ВАСИЛЬЕВ В. И.
ГОДУНОВ В. А.
ГУРЕВИЧ О. С.
ГУРСКИЙ Б. Г.
ЕФИМОВ В. В.
ЗАЙЦЕВ А. В.
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.
НЕСТЕРОВ В. А.
ОХТИЛЕВ М. Ю.
ПАНКРАТОВ В. М.
РАСПОПОВ В. Я.
САБО Ю. И.
СТЕПАНОВ О. А.
СОЛДАТКИН В. М.
ТЕРЯЕВ Е. Д.
ФИЛИМОНОВ Н. Б.
ШИРЯЕВ В. И.
ШКОЛИН В. П.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.
ЧУГУНОВА А. В.

СОДЕРЖАНИЕ

Джашитов В. Э., Панкратов В. М., Голиков А. В.

Анализ и управление температурными полями волнового твердотельного датчика инерциальной информации 62

Заведеев А. И.

Вероятностные модели захвата звезд астродатчиком в задаче определения ориентации космического аппарата 68

Дорожко В. М.

Идентификация начального этапа экстренного торможения морского судна 73

В. Э. Джашитов,

д-р техн. наук, проф., зав. лаб.,

В. М. Панкратов,

д-р техн. наук, проф., зам. директора по науке,

А. В. Голиков,

канд. техн. наук, вед. науч. сотр.,

ИПТМУ РАН, г. Саратов

iptmuran@san.ru

Анализ и управление температурными полями волнового твердотельного датчика инерциальной информации

Построены связанные иерархические математические модели тепловых процессов волновых твердотельных датчиков инерциальной информации. Разработаны поддерживающие алгоритмы и программные комплексы, позволяющие проводить расчет, анализ и визуализацию неоднородных нестационарных трехмерных температурных полей датчика. Проведен анализ влияния внешних и внутренних нестационарных температурных воздействий на температурные поля датчика, показана возможность управления этими полями. Выполнены компьютерные эксперименты, подтверждающие работоспособность программного обеспечения. Получены количественные оценки и выработаны рекомендации по обеспечению эффективного функционирования прибора в условиях тепловых воздействий.

Ключевые слова: волновой твердотельный датчик инерциальной информации, температурное поле, анализ и управление, иерархические математические модели

Введение и постановка задач

Малогабаритный волновой твердотельный датчик инерциальной информации об угловом положении и движении подвижных объектов — волновой твердотельный гироскоп (ВТГ) — традиционно считается одним из перспективных мехатронных приборов наряду с микромеханическими, волоконно-оптическими и некоторыми другими типами датчиков. Этот прибор достаточно хорошо разработан теоретически [1, 2]. Анализ информации за последние несколько лет [3–6] показал, что основные усилия разработчиков и исследователей ВТГ направлены на разработку и совершенствование методов управления колебаниями резонатора, методов его балансировки, на улучшение характеристик ВТГ и др.

Вместе с тем, современные точные, высоконадежные и малогабаритные ВТГ [3, 7–10] должны функционировать в условиях достаточно жестких температурных воздействий. Например, температура окружающей среды может изменяться в широком диапазоне $-50...+80\text{ }^{\circ}\text{C}$, причем эти изменения могут быть нестационарными. Такие тепловые воздействия могут привести к сложному изменению термоупругого напряженно-деформированного состояния датчика, недопустимым внутренним температурам и, в конечном итоге, к погрешностям и нарушениям нормального функционирования прибора.

ВТГ (рис. 1) представляет собой [3, 7] прибор с одной осью чувствительности, основные элементы которого — полусферический кварцевый резонатор

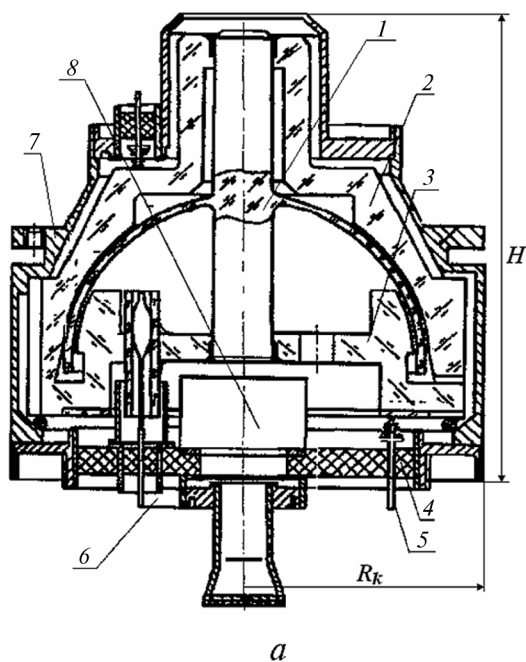


Рис. 1. Конструкция, основные элементы и габаритные размеры ВТГ (а) и его резонатор (б):

1 — полусферический кварцевый резонатор с ножкой; 2, 3 — кварцевые корпуса; 4 — керамическая колодка; 5, 6 — гермовыводы; 7 — кожух; 8 — вакуумный насос

натор 1 (радиус $r_0 \approx 25...35$ мм и менее) с ножкой, наружный корпус 2 и внутренний корпус 3 (габаритные размеры $R_k \leq 86$ мм, $H \leq 76$ мм).

Корпус датчика выполнен из кварцевого стекла для обеспечения согласованности коэффициентов температурного линейного расширения с материалом резонатора. На корпусе 2 расположены системы электродов (16 отдельных и один кольцевой) возбуждения и управления стоячей волной, на внутреннем корпусе 3 расположены восемь электродов емкостных датчиков системы съема информации.

Принцип действия датчика основан на инертных свойствах упругих волн в твердом теле. Например, если возбудить стоячие волны упругих колебаний в полусферическом резонаторе, то вращение основания, на котором установлен резонатор, вызывает поворот стоячей волны на определенный угол. Колебания резонатора возбуждаются на резонансной частоте $\approx 2,8$ кГц для обеспечения максимального выходного сигнала.

Разработанная к настоящему времени теория ВТГ [1—6] не охватывает в полной мере вопросов, связанных с работой прецизионного прибора в условиях температурных воздействий. Среди важных и актуальных работ в этой области можно отметить [9, 10], в которых приводятся результаты моделирования тепловых процессов ВТГ на основе численно-аналитического метода R -функций, включая анализ тепловой постоянной времени прибора. В целом эти результаты находятся в полном соответствии с результатами предварительных исследований [7], но требуют дальнейшего развития.

Цель настоящей работы — определение условий эффективного функционирования волнового твердотельного датчика инерциальной информации на основе анализа его нестационарных неоднородных температурных полей.

Для достижения цели ставятся и решаются следующие задачи.

1. Построение и реализация в программных комплексах иерархических математических моделей тепловых процессов, протекающих в датчике.

2. Анализ влияния внешних и внутренних тепловых воздействий на температурное состояние прибора и оценка возможности управления температурными полями и тепловыми процессами в приборе.

Математические модели тепловых процессов

Задачу построения математической модели тепловых процессов, расчета и визуализации температурных полей ВТГ решали [7] модифицированным методом элементарных тепловых балансов (МЭТБ).

Алгоритмы этого метода хорошо апробированы [7] для решения задач расчета, анализа и визуализации нестационарных температурных полей различных датчиков авиакосмического приборостро-

ения, и авторы накопили большой опыт применения этого метода.

В соответствии с МЭТБ [7] и конструктивными особенностями ВТГ для построения тепловой модели прибор разбивается (рис. 2) на конечные твердотельные объемы (элементы).

Эти объемы имеют каноническую форму цилиндрических, конических или сферических сегментов, соответствующих форме конструктивных элементов прибора. Число объемов (опорных расчетных точек, в каждой из которых определяется температурное поле с течением времени) равно 312. При визуализации значения температуры между расчетными точками интерполируются заданным образом, и общее число расчетных точек составляет сотни и тысячи.

Прибор содержит внутренние источники тепловыделения на корпусе в зонах возбуждения вынужденных колебаний резонатора и датчиков съема выходной информации. Теплоотдача от свободной поверхности корпуса в окружающую среду осуществляется свободной конвекцией и излучением. Нижней частью корпус прикреплен к основанию, температура которого задана. Основание может иметь хороший тепловой контакт с корпусом (для этого контактирующие поверхности плотно прижимаются друг к другу, и зона контакта заполняется теплопроводной кремнийорганической пастой), но может и не иметь с корпусом теплового контакта (например, за счет применения теплоизолирующих прокладок).

Окружающая датчик среда — это воздух при определенном давлении, которое может варьироваться в заданном диапазоне. Во внутренних полостях прибора поддерживается вакуум порядка $10^{-7}...10^{-8}$ мм рт. ст.

Основной алгоритм расчета температурного поля датчика температуры, в соответствии с МЭТБ, имеет вид [7]

$$T_i(t + \Delta t) = \left[1 - \frac{\Delta t}{c_i} \left(\sum_{j=1}^N q_{ij} + q_{ic} \right) \right] T_i + \frac{\Delta t}{c_i} \left(\sum_{j=1}^N q_{ij} T_j + q_{ic} T_{ci} + Q_i \right), \quad (1)$$

где $T_i(t)$, $T_i(t + \Delta t)$, c_i ($i = 1, \dots, M$) — температуры i -го элемента в настоящий и последующий момент времени и его теплоемкость; q_{ij} — теплопроводности между элементами i, j ($j = 1, \dots, N$); q_{ic} — теплопроводность между i -м элементом и окружающей средой; T_{ci} — температура среды; Q_i — мощность источника тепла; M — число элементов; N — число элементов, имеющих тепловой контакт с i -м элементом; Δt — шаг расчета.

Реализованный в программных комплексах на компьютере алгоритм (1) составляет основу мате-

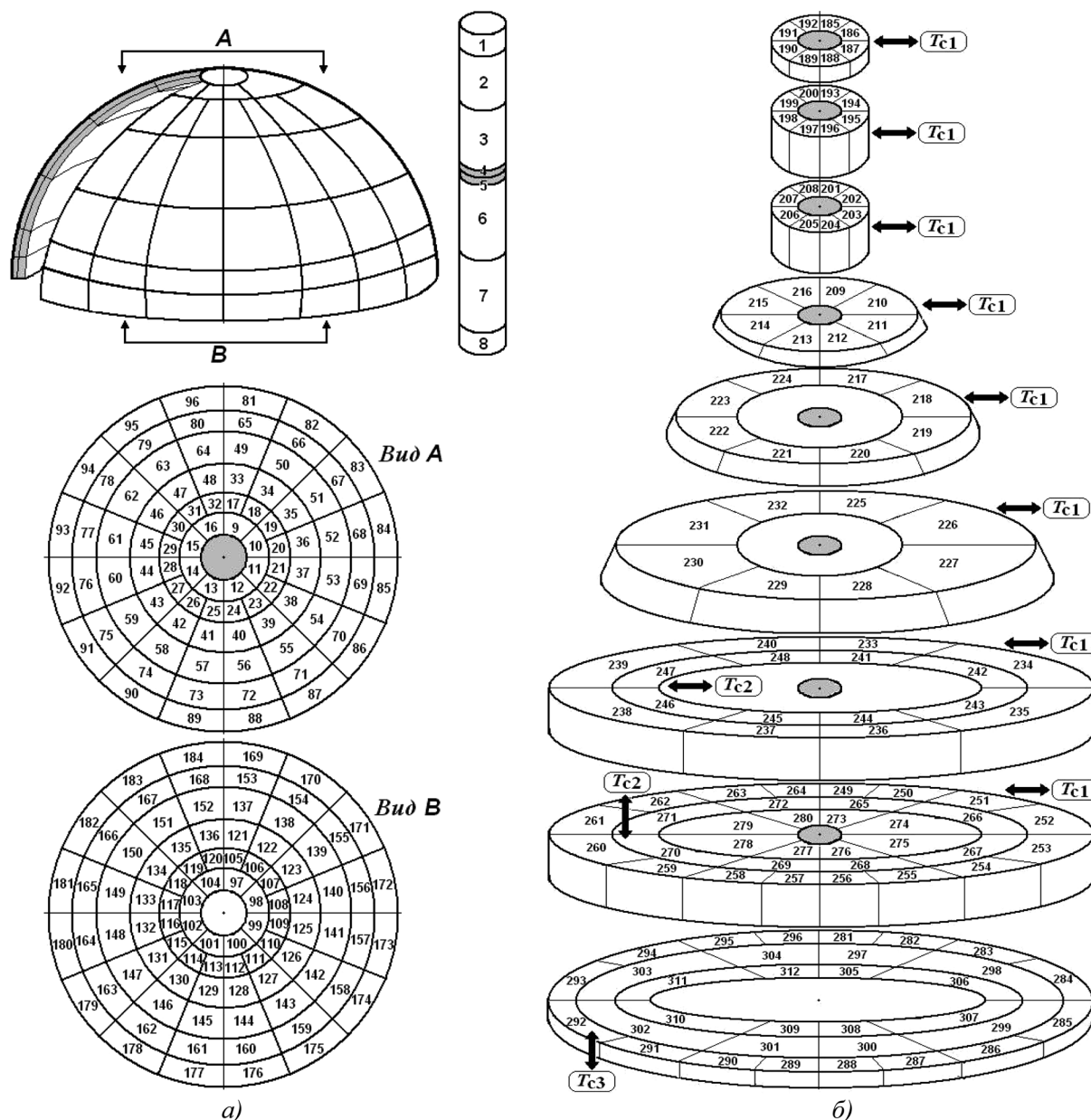


Рис. 2. Тепловая модель ВТГ на основе МЭТБ:

a — ножка и резонатор (объемы 1-8, 9-184); *б* — корпус (объемы 185-312); T_{c1} — температура наружной окружающей среды; T_{c2} — температура внутренней окружающей среды; T_{c3} — температура основания; $\longleftrightarrow$ — тепловые связи с окружающей средой

матической модели тепловых процессов в рассматриваемом приборе и позволяет определять температурное поле в каждой расчетной точке с течением времени.

По исходным данным (геометрическим, теплофизическим и другим параметрам элементов ВТГ и среды) в программном комплексе проводится автоматизированный расчет масс и теплоемкостей объемов, теплопроводимостей с учетом различных видов теплообмена (кондукции, конвекции и излучения). Также задаются температуры сред и ос-

нования, другие необходимые данные аналогично тому, как это было сделано в [7] для ряда приборов авиакосмического приборостроения.

Построенная модель имеет два уровня иерархии: модель резонатора с ножкой (объемы 1-184) и модель всего прибора в корпусе (1-184, 185-312).

Диалоговые окна программных комплексов, разработанные в вычислительной среде Borland C++ с использованием графического интерфейса OpenGL и реализующие МЭТБ для датчика, представлены на рис. 3.

Параметры расчета

Параметры расчета | Теплофизические параметры | Тепловыделение, T среды, номера соседей

Значение	Наименование параметра	Номинал
0,1	Шаг расчета, с	0,1
60	Шаг печати, с	60
28800	Время остановки счета, с	1800
0	Время начала счета, с	20
20	Начальная температура °C	30
30	Максимальная температура наруж. окружающей среды °C	30
30	Минимальная температура наруж. окружающей среды °C	30
30	Максимальная температура внутр. окружающей среды °C	30
30	Минимальная температура внутр. окружающей среды °C	30
30	Максимальная температура основания °C	30
30	Минимальная температура основания °C	30
0,002	Частота изменения температуры наруж. среды и основания 1/с	0.02
☐	Признак задания дискретной темпер окр среды в кажд расч точке	

☒ Сферический закон изменения Tc n m $F(f_i, t_{\text{eta}}) = dT_c(1 + \cos(n f_i) \sin(m t_{\text{et}}))$

Принять Отмена ☐ Сохранять протокол расчета

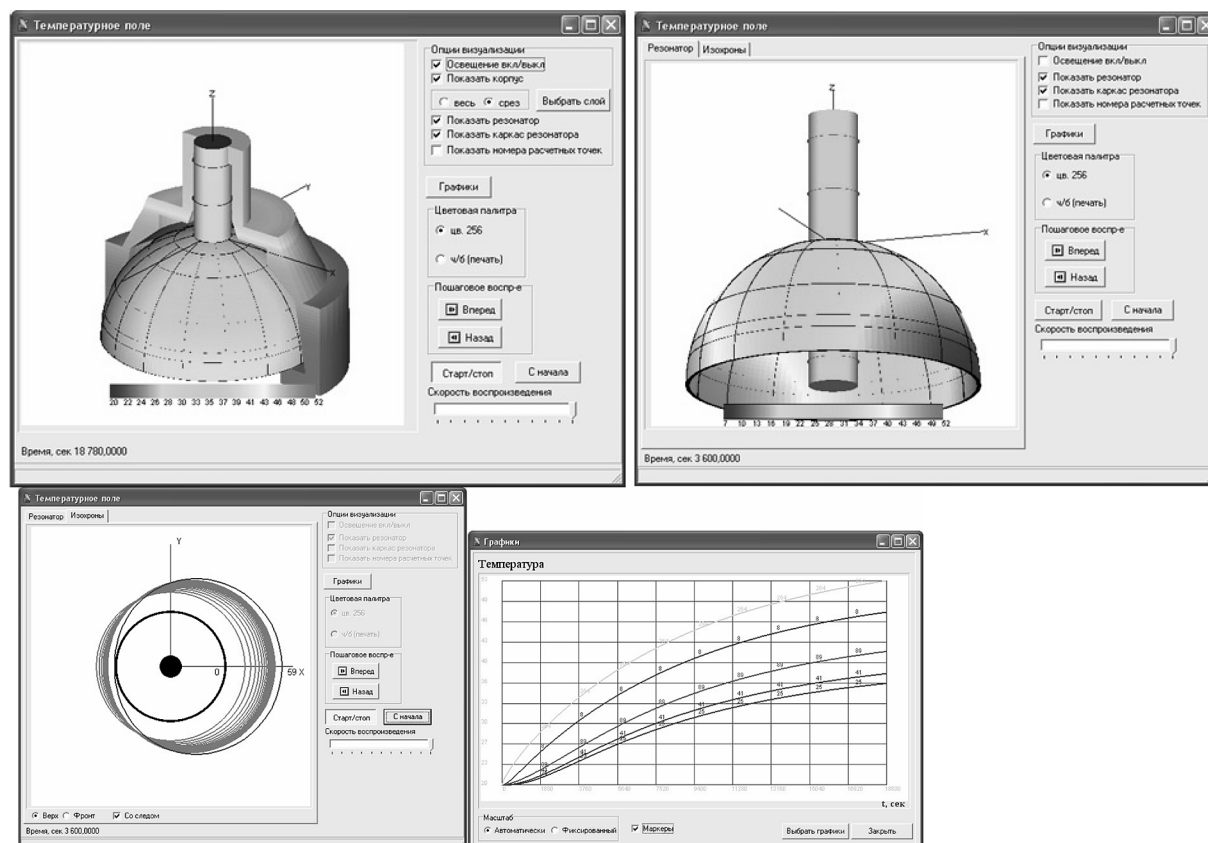


Рис. 3. Диалоговые окна программных комплексов

Компьютерные эксперименты и анализ полученных результатов

При проведении компьютерных экспериментов рассматривали ВТГ со следующими основными характеристиками [3, 7]: радиус $r_0 = 0,035$ м; теплопроводность $1,36$ Вт/(м · °С); плотность 2210 кг/м³; толщина резонатора 10^{-3} м и др.

На *первом этапе* рассчитывали тепловые процессы и температурные поля отдельного резонатора при различных тепловых воздействиях.

Эту математическую модель резонатора с ножкой будем считать моделью *первого уровня иерархии*.

В реальной ситуации температурное поле среды, окружающей резонатор, может быть неоднородным. Разработанный программный комплекс позволяет моделировать различные конфигурации температурного поля окружающей среды в виде одномерных и двумерных рядов Фурье. Для моделирования выбран следующий закон изменения температуры среды как наиболее соответствующий реальным условиям теплообмена прибора:

$$\Delta T_c(\varphi, \theta) = T_{c0}(1 + \cos n\varphi \sin m\theta), \quad (2)$$

где φ, θ — окружная и меридиональная координаты полусферического резонатора; T_{c0} — номинальный температурный перепад; n, m — целые числа, определяющие гармоники ряда.

Проведено моделирование осесимметричного и неосесимметричного нагрева резонатора от неоднородной окружающей среды с принятой конфигурацией (2) при значениях $m = 1$ и $n = 0, 1, 2, 4, 8$ в условиях вакуума и учета минимального теплообмена излучением. Начальная температура резонатора $T_0 = 20$ °С. Ножка резонатора полагалась теплоизолированной от основания, и в (2) принято $T_{c0} = 30$ °С.

Результаты моделирования показаны на рис. 4 (см. вторую сторону обложки).

Здесь приведены изохронные кривые ΔT_θ температурных полей резонатора по меридиональной координате θ при $\varphi = 0$ и изохронные кривые ΔT_φ температурных полей резонатора по окружной координате φ на кромке резонатора при $\theta = \pi/2$.

Как видим, неоднородная по температуре окружающая среда существенно влияет на температурные перепады в резонаторе.

На рис. 5 построена кривая зависимости максимальных относительных температурных перепадов $\eta = \Delta T^{\max}/\Delta T_c^{\max}$ в резонаторе от параметров (Par) n, m .

Как видим, наиболее неблагоприятная ($\eta = 73$ %) для резонатора — это неосесимметричная конфигурация температурного поля окружающей среды $\Delta T_c = T_{c0}(1 + \cos\varphi \sin\theta)$.

Температура окружающей среды в реальных условиях помимо того, что имеет неоднородную про-

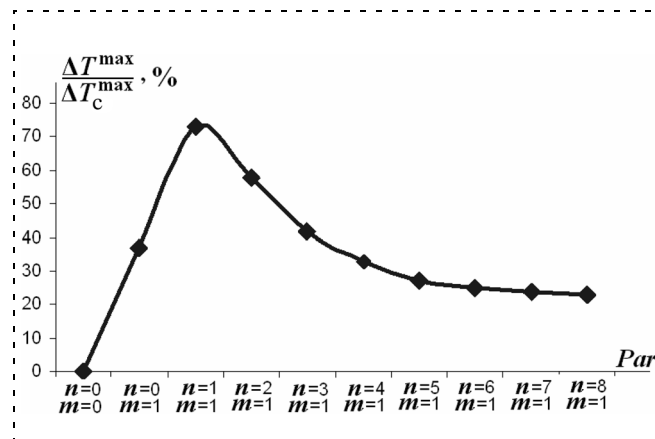


Рис. 5. Зависимость максимальных относительных температурных перепадов в резонаторе от параметров n, m конфигурации внешнего температурного поля

странственную конфигурацию, может периодически меняться со временем.

Проведено моделирование тепловых процессов в резонаторе при выявленной наиболее неблагоприятной пространственной конфигурации внешнего температурного поля, изменяющейся со временем по закону:

$$\Delta T_c(\varphi, \theta, t) = T_{c0}(1 + \cos\varphi \sin\theta) \left(1 + \sin \frac{2\pi}{\tau} t \right), \quad (3)$$

где τ — период изменения температуры среды.

При моделировании принято $T_0 = T_{c0} = 20$ °С. Период изменения температуры среды варьировали в диапазоне $\tau \approx 30...3000$ с. Остальные условия соответствовали предыдущему режиму.

Результаты моделирования приведены на рис. 6.

Текущие температуры $T_i(t)$ показаны в объемах $i = 81, 88, 89, 91-96$, соответствующих зонам рабочей кромки резонатора при $\theta = \pi/2$.

Температурные поля резонатора приведены в виде изохронных кривых ΔT_θ при $\varphi = 0$ и изохронных кривых ΔT_φ на кромке резонатора при $\theta = \pi/2$ (сплошные закрашенные зоны).

Как видим, с уменьшением периода τ колебаний неоднородной температуры окружающей среды происходит осреднение и симметрирование температур по объему резонатора.

Полученные результаты показывают *принципиальную возможность управления* температурным полем резонатора датчика путем создания вокруг него внешнего температурного поля заданной пространственной конфигурации и изменяющегося с течением времени по заданному закону.

На *втором этапе* рассчитывали тепловые процессы и температурные поля всего волнового твердотельного датчика, содержащего резонатор с ножкой, закрепленный в кварцевом корпусе.

Эту математическую модель ВТГ полагаем моделью *второго уровня иерархии*.

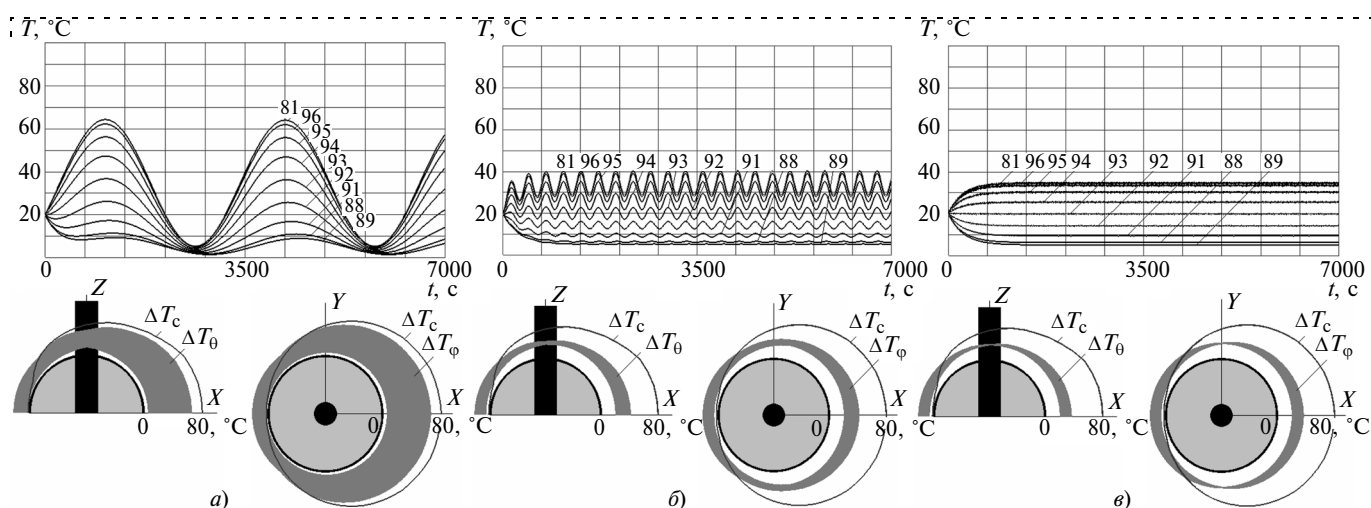


Рис. 6. Тепловые процессы и температурные поля ΔT_θ , ΔT_ϕ полусферического резонатора во внешнем температурном поле (3): а – $\tau = 3000$ с; б – $\tau = 300$ с; в – $\tau = 30$ с

На данном этапе исследовали влияние на тепловые процессы в ВТГ наличия внутренних источников тепла. Такие исследования проведены для *экстремального* теплового режима нагрева гироскопа от внутренних источников тепла, когда прибор находится в невесомости и вакууме и его корпус теплоизолирован от основания. Внутренние полости датчика также вакуумированы. В этом случае теплоотдача в окружающую среду минимальна и осуществляется только излучением.

Полагалось, что суммарная мощность внутренних источников тепла, распределенных в объемах корпуса ВТГ 249-264 и 265-272, систем возбуждения колебаний резонатора и датчиков съема выходной информации составляет $Q \leq 1$ Вт. Температурное поле среды $T_c = \text{const} = 20^\circ\text{C}$.

Нестационарные тепловые процессы и температурное поле всего ВТГ представлены на рис. 7 (см. третью сторону обложки).

Как видим, экстремальные условия вакуума и невесомости в сочетании с теплоизоляцией корпуса ВТГ от основания при наличии внутренних источников тепла даже малой мощности приводят к *недопустимым* внутренним градиентам температур и перегревам прибора над окружающей средой в десятки $^\circ\text{C}$ и значительному увеличению времени переходных тепловых процессов.

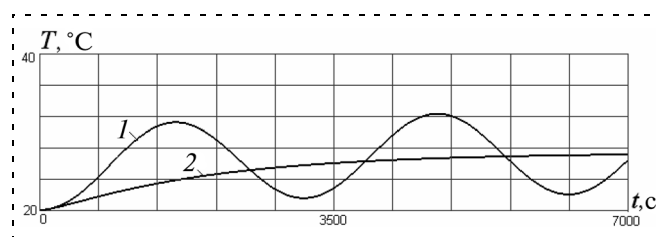


Рис. 8. Тепловые процессы на рабочей кромке резонатора прибора, помещенного во внешнее гармонически изменяющееся по времени температурное поле (4): 1 – $\tau = 3000$ с; 2 – $\tau = 30$ с

Компьютерные эксперименты на модели второго уровня иерархии (весь прибор) полностью подтвердили результаты исследования влияния внешнего гармонически изменяющегося со временем температурного поля, полученные на модели первого уровня иерархии (резонатор с ножкой).

Гармонический закон изменения температуры со временем принят в виде, аналогичном (2):

$$\Delta T_c(t) = T_{c0} \left(1 + \sin \frac{2\pi}{\tau} t \right). \quad (4)$$

При моделировании принято $T_0 = T_{c0} = 20^\circ\text{C}$. Учитываются внутренние источники тепла суммарной мощности $Q = 1$ Вт.

Результаты моделирования приведены на рис. 8. Текущая температура $T(t)$ показана в зоне рабочей кромки резонатора при $\theta = \pi/2$.

Как видим, с уменьшением периода τ колебаний температуры окружающей среды происходит качественное изменение характера переходных тепловых процессов в рассматриваемых зонах прибора, что позволяет ставить и решать не только задачи анализа, но и задачи управления температурными полями резонатора датчика.

Заключение

- Проведен анализ влияния внешних и внутренних, стационарных и динамически меняющихся тепловых воздействий на температурное состояние прибора и показана возможность управления его температурными полями и тепловыми процессами.
- Выявлены наиболее неблагоприятные пространственные конфигурации внешних полей температур, влияющих на тепловые процессы и температурные поля полусферического резонатора ВТГ.
- Показано, что наличие внутренних источников тепла даже незначительной мощности в экстре-

мальных условиях эксплуатации (вакуум и невесомость в сочетании с теплоизоляцией корпуса ВТГ от основания) может привести к *недопустимым* внутренним градиентам температур и перегревам прибора над окружающей средой в десятки °С и, в конечном итоге, к неработоспособности прибора.

- Необходимо предусмотреть меры по обеспечению термоинвариантности ВТГ. Эти меры могут касаться условий теплообмена с окружающей средой и быть как *пассивного* (модернизация конструкции в целях оптимизации температурной ситуации внутри прибора), так и *активного* характера (создание систем терморегулирования, например, реверсивного типа на модулях Пельтье, алгоритмическая компенсация температурных погрешностей с установкой термодатчиков и оптимизацией их расположения в приборе и др.).

Применение этих и ряда других мер позволит, на взгляд авторов, создать прецизионный волновой твердотельный гироскоп с инерциальными точностями на уровне сотых долей и менее °/ч.

- Построенная математическая модель и поддерживающее алгоритмическое и программное обеспечение могут быть использованы как при проектировании и создании высокоточных и надежных датчиков, так и при анализе функционирования этих датчиков в реальных условиях температурных возмущений.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) по проекту 08-08-00084а.

Список литературы

1. Журавлев В. Ф., Климов Д. М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985. 126 с.
2. Журавлев В. Ф. Управляемый маятник Фуко как модель одного класса свободных гироскопов // Механика твердого тела. 1997. № 6. С. 27—35.
3. Джанджгава Г. И., Бахонин К. А., Виноградов Г. М., Требухов А. В. Бесплатформенная инерциальная навигационная система на базе твердотельного волнового гироскопа // XIV С.-Петербургская междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. С.-Петербург, ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2007. С. 116—125.
4. Жбанов Ю. К. Самонастраивающийся контур подавления квадратуры в волновом твердотельном гироскопе // XIII С.-Петербургская междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. С.-Петербург, ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2006. С. 240—241.
5. Донник А. С., Меркурьев И. В., Подалков В. В. Влияние поступательной вибрации основания на динамику волнового твердотельного гироскопа // XIII С.-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. С.-Петербург, ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2006. С. 242—245.
6. Гавриленко А. Б., Меркурьев И. В., Подалков В. В. Алгоритмы управления колебаниями резонатора волнового твердотельного гироскопа // Юбилейная XV С.-Петербургская междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. С.-Петербург, ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2008. С. 34—36.
7. Джашинов В. Э., Панкратов В. М. Датчики, приборы и системы авиакосмического и морского приборостроения в условиях тепловых воздействий / Под общей ред. акад. РАН В. Г. Пешехонова. С.-Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2005. 404 с.
8. Матвеев В. А., Липатников В. И., Алехин А. В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997.
9. Басараб М. А., Кравченко В. Ф., Матвеев В. А. Методы моделирования и цифровой обработки сигналов в гироскопии. М.: Физматлит, 2007.
10. Матвеев В. А., Лунин Б. С., Басараб М. А. Навигационные системы на волновых твердотельных гироскопах. М.: Физматлит, 2008.

УДК 629.7.054

А. И. Заведеев, канд. техн. наук, доц.,
Московский авиационный институт
(государственный технический университет)
verazavedeeva@qwerty.ru

Вероятностные модели захвата звезд астродатчиком в задаче определения ориентации космического аппарата

Рассмотрена задача оценки точности определения ориентации космического аппарата по звездным ориентирам. Предложены вероятностные модели захвата астродатчиком заданного числа опорных точечных ориентиров.

Ключевые слова: космический аппарат, ориентация, астродатчик, вероятность, захват, звезда, точечный ориентир

Постановка задачи

При решении большого числа задач с использованием космических аппаратов (КА) система управления ориентацией (СУО) должна обеспечить точную угловую ориентацию и стабилизацию аппарата в течение заданного интервала времени. Рассматриваемая СУО КА включает бесплатформенную инерциальную навигационную систему (БИНС) на базе гироскопических измерителей угловой скорости, дополненную техническими средствами ГЛОНАСС/GPS. Работа БИНС корректируется с помощью астрономических датчиков (АД). Бортовая цифровая вычислительная система (БЦВС) обрабатывает поступающую информацию и непосредственно на борту КА определяет ориентацию аппарата в инерциальном пространстве.

Целью работы является поиск методик определения ориентации КА по визируемым звездам, синтез алгоритмов, пригодных для использования

в БЦВС, а также получение точных и надежных оценок астроориентации.

Проанализированы различные подходы к проблеме определения ориентации КА по визируемым звездам. В большинстве случаев оценка точности ориентации сводится к минимизации функционала от невязки положения визируемых звезд по данным бортового звездного каталога и измерениям АД в приборной системе координат [1]. В статьях [2, 3] автором предложена общая методика оценки результирующей погрешности СУО. Получены выражения погрешности ориентации, вычисленной по двум звездам и группе звезд, в форме угловой ошибки, а также формулы для максимальной угловой ошибки при нормальном и произвольном законах распределения погрешности измерений АД. В [4] приводится аналитическое решение задачи наблюдения точечных ориентиров в одномерной постановке для случаев равновероятного и пуассоновского законов распределения звезд на небесной сфере.

Разработка алгоритма оценки точности определения ориентации тесно связана с выбором стохастической модели захвата АД заданного числа опорных точечных ориентиров. При этом требуется, во-первых, оценить угол разворота АД в инерциальном пространстве, при котором для заданных поля зрения (ПЗ) и закона распределения опорных ориентиров в ПЗ попадает требуемое число ориентиров. Во-вторых, необходимо оценить вероятностную меру события, состоящего в том, что при заданном угловом движении датчика и реальном распределении ориентиров на небесной сфере в ПЗ присутствует требуемое число звезд. Под вероятностной мерой понимаются среднее арифметическое значение длительности интервала наблюдения требуемого числа звезд и статистическая дисперсия этой длительности.

В данной статье ставится и решается задача, связанная с определением статистических оценок точности ориентации КА по звездным ориентирам.

Оценка угла разворота астродатчика

При определении ориентации КА в инерциальном пространстве возникает задача нахождения угла разворота АД, при котором будет "просмотрен" некоторый участок небесной сферы и выполнена оценка числа звезд, попавших в ПЗ датчика во время прохождения данного участка. Для решения этой задачи необходимо принять гипотезу о законе распределения звезд на небесной сфере: закон равномерной плотности или закон Пуассона.

В первом случае для попадания в ПЗ датчика хотя бы одной звезды достаточно обследовать участок площадью

$$S^* = S/N,$$

где S — площадь поверхности всей небесной сферы единичного радиуса, равная $41,2531 \cdot 10^3$ (°)²; N — число звезд данной звездной величины.

Используя "Атлас звездного неба" [5], можно получить соотношения, позволяющие установить площадь обзора, необходимую для того, чтобы в ПЗ датчика попало фиксированное число звезд заданной звездной величины и более ярких.

В табл. 1 приведены данные для нахождения площади обзора при наблюдении одной звезды.

Здесь площадь обзора линейно зависит от числа наблюдаемых звезд.

Более точно физическую картину рассеивания звезд на небесной сфере воспроизводит закон распределения Пуассона. В этом случае вероятность попадания в ПЗ датчика, по крайней мере, одной звезды находится по формуле

$$P = 1 - \exp\{-\lambda S_0\},$$

где λ — среднее число звезд определенной звездной величины на единицу площади; S_0 — площадь обзора, на которой с заданной вероятностью окажется хотя бы одна звезда.

Плотность распределения звезд на небесной сфере определяется выражением

$$\lambda = N/S = 1/S^*$$

и составляет 0,00378; 0,0107; 0,037; 0,124 звезд/(°)² для звезд величин +3, +4, +5, +6 соответственно.

В табл. 2 приведены данные, позволяющие определить площадь участка небесной сферы, на которой с требуемой вероятностью встретится звезда фиксированной яркости.

Используя полученные значения площадей обзора, для заданной площади ПЗ датчика можно определить соответствующее значение угла разворота АД относительно инерциального пространства. В случае кругового ПЗ для небольших размеров ПЗ можно принять зависимость между площадью обзора S и углом разворота φ АД в виде

$$S = 2r\varphi + \pi r^2,$$

где $\varphi = \omega t$, r — радиус круга поля зрения датчика.

Таблица 1
Площадь обзора при равновероятном распределении звезд

Звездная величина	Число звезд	Площадь обзора, необходимая для наблюдения одной звезды, (°) ²
$m_v \leq +3$	156	264
$m_v \leq +4$	444	93
$m_v \leq +5$	1522	27,1
$m_v \leq +6$	5111	8,1

Таблица 2
Площадь обзора при распределении звезд по закону Пуассона

Звездная величина	Площадь обзора с заданной вероятностью, (°) ²				
	0,95	0,96	0,97	0,98	0,9999997
$m_v \leq +3$	792	845	927	1034	3973
$m_v \leq +4$	279	293	327	365	1403
$m_v \leq +5$	81	88,4	94,8	105	405
$m_v \leq +6$	24	26,6	28,3	31,5	121

Таким образом, при известных времени наблюдения, скорости разворота и ПЗ АД можно определить вероятность обнаружения звезды требуемой звездной величины, либо при заданной вероятности обнаружения звезды можно, например, определить требуемое поле зрения датчика.

Вычисление вероятности захвата заданного числа ориентиров

При использовании БИНС на борту КА проводится интегрирование дифференциальных уравнений угловой ориентации в кватернионах по информации от датчиков угловых скоростей (ДУС). Применение таких алгоритмов ограничено дрейфом характеристик ДУС за время проведения серии измерений по звездным ориентирам. В этом случае можно определять ориентацию КА по совокупности кадров астровизирования.

В линейной постановке задачи проекция поля зрения датчика будет представлять собой отрезок длиной L , перемещающийся вдоль траектории со скоростью $v(t)$, а ориентиры — точки, распределенные по траектории случайным образом. В такой постановке задачу обнаружения можно свести к задаче теории массового обслуживания, понимая под временем обслуживания заявки из очереди время прохождения точкой отрезка длиной L . Если имеем дело с простейшим потоком, то число точек, попавших на участок L , распределено по закону Пуассона с математическим ожиданием (МО) $\alpha = \lambda L$, где λ — плотность потока (среднее число событий за единицу времени). Вероятность, что участок будет пустым (не попадет ни одна точка), равна

$$P_0(L) = e^{-\lambda L}.$$

Вероятность того, что попадет хотя бы одна точка, находится из выражения

$$P_{\geq 1}(L) = 1 - e^{-\lambda L}.$$

Рассматривается случайная величина T — промежуток времени между появлением соседних точек. Функция распределения равна

$$F(t) = P(T < t) = 1 - P(T \geq t).$$

Величина $P(T \geq t)$ означает вероятность того, что на участке времени длиной t , начиная с момента появления одного из событий, не появится ни одного из последующих. Поскольку простейший поток не обладает последствием, то можно записать

$$P(T \geq t) = P_0(t) = e^{-\lambda t},$$

а функция распределения равна

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Развернем на плоскости траекторию, по которой движется отрезок L со скоростью $v(T)$. На оси ox распределены точки в соответствии с законом

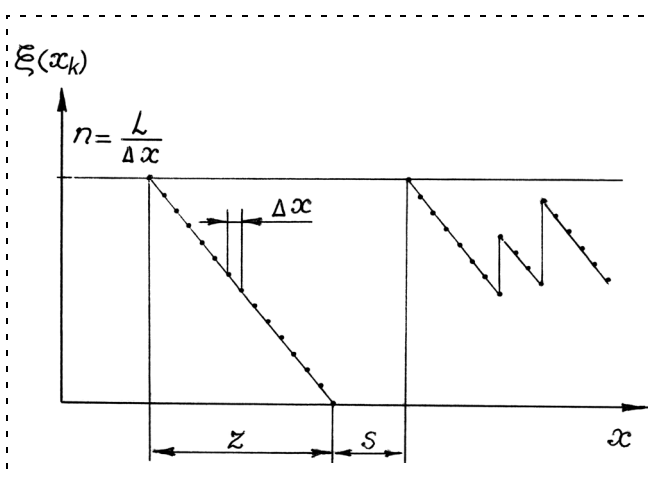


Рис. 1. Процесс попадания точек на интервал

Пуассона. Слева направо вдоль оси движется отрезок длиной L . Пусть $\xi(x)$ — расстояние, которое должна пройти самая правая точка до левого края отрезка L ; x — координата левого края отрезка; λ — плотность распределения точек вдоль оси ox .

На рис. 1 показан процесс попадания точек на интервал.

Процесс $\xi(x)$ рассматривается как дискретный. Обозначим $P_m(k)$ вероятность того, что при $x = x_k$ на отрезке ровно m точек. Запишем систему уравнений

$$P_0(k+1) = P_0(k)(1 - \lambda \Delta x) + P_1(k)(1 - \lambda \Delta x);$$

$$P_1(k+1) = P_2(k)(1 - \lambda \Delta x);$$

$$P_2(k+1) = P_3(k)(1 - \lambda \Delta x);$$

.....

$$P_{n-1}(k+1) = P_n(k)(1 - \lambda \Delta x);$$

$$P_n(k+1) = \lambda \Delta x.$$

Подставляя одно уравнение в другое, получим

$$P_0(k+1) = P_0(k)(1 - \lambda \Delta x) + \lambda \Delta x(1 - \lambda \Delta x)^{L/\Delta x};$$

при $\Delta x \rightarrow 0$ имеем

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P_0(k+1) - P_0(k)}{\Delta x} = \frac{dP_0(x)}{dx}$$

$$(1 - \lambda \Delta x)^{L/\Delta x} \rightarrow e^{-\lambda L},$$

поэтому

$$\frac{dP_0(x)}{dx} = -\lambda P_0(x) + \lambda e^{-\lambda L}.$$

Установившееся решение

$$P_0(x) = e^{-\lambda L} \quad (1)$$

не зависит от скорости перемещения $v(t)$.

Определение математического ожидания длины нулевого и ненулевого состояний

Случай, когда на отрезке L расположена хотя бы одна точка, назовем *ненулевым состоянием* и обозначим соответствующий интервал z . Случай, когда на данном отрезке не будет ни одной точки, назовем *нулевым состоянием*, а соответствующий интервал обозначим s .

Определим математическое ожидание длины нулевого и ненулевого состояний. Математическое ожидание нулевого состояния равно

$$M[s] = \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda}. \quad (2)$$

Для определения математического ожидания ненулевого состояния рассмотрим серию z_i, s_i ($i = 1, \dots, n$) интервалов. Общую протяженность серии интервалов представим в виде

$$\sum_{i=1}^n z_i + \sum_{i=1}^n s_i = T_n. \quad (3)$$

Поскольку процесс $\xi(x)$ обладает эргодическим свойством, то при $n \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{T_n} \sum_{i=1}^n s_i \rightarrow P_0.$$

Объединяя выражения (2) и (3), получим

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i \rightarrow \frac{1}{P_0 n} \sum_{i=1}^n s_i. \quad (4)$$

Переходя в (4) к пределу при $n \rightarrow \infty$, найдем

$$M[z] + M[s] = \frac{1}{P_0} M[s], \quad (5)$$

откуда с учетом (1), (2) окончательно получим

$$M[z] = \frac{1}{\lambda} (e^{-\lambda L} - 1). \quad (6)$$

Уравнение (5) представим в виде

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \int_{t_{z_i}}^{t_{s_i}} v(t) dt + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \int_{t_{s_i}}^{t_{z_{i+1}}} v(t) dt = \frac{1}{n} e^{\lambda L} \sum_{i=1}^n \int_{t_{s_i}}^{t_{z_{i+1}}} v(t) dt.$$

Пользуясь теоремой о среднем значении, получим

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v(t_i^*) \bar{t}_{z_i} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v(t_i^{**}) (\bar{t}_{s_i} (1 - e^{\lambda L})) = 0, \quad (7)$$

где $t_{s_i} - t_{z_i} = \bar{t}_{z_i}$ — длительность ненулевого состояния; $t_{z_{i+1}} - t_{s_i} = \bar{t}_{s_i}$ — длительность нулевого состояния (рис. 2).

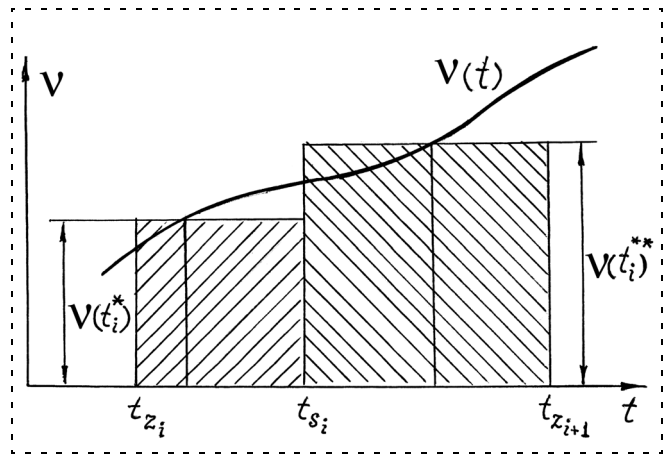


Рис. 2. Определение длительности состояний

Определим длительность нулевого t_z и ненулевого t_z состояний для произвольной скорости перемещения $v(t)$.

Поскольку для большинства практических задач скорость перемещения постоянна или изменяется монотонно по времени, то, введя средние значения скоростей

$$v_z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v(t_i^*), \quad v_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v(t_i^{**})$$

за период траекторного движения, формулу (7) можно записать в виде

$$v_z M[t_z] + (1 - e^{\lambda L}) v_s M[t_s] = 0.$$

Из последнего выражения следует, что приближенно математическое ожидание длительностей нулевого и ненулевого состояний можно находить из выражений

$$M[t_s] \approx \frac{1}{\lambda v_s}; \quad M[t_z] \approx \frac{1}{\lambda v_z} (1 - e^{\lambda L}).$$

Пример. В качестве примера рассмотрим процедуру попадания звезд шестой величины и более ярких на отрезок, составляющий 20° и перемещающийся на небесной сфере по дуге большого круга с постоянной скоростью $v = 0,3^\circ/\text{с}$ при рассеивании звезд по закону Пуассона. Числовые данные: $N = 5111$, $\lambda = 0,124$ звезд/ $^\circ$, $L = 20^\circ$, $v_z = v_s = v = 0,3^\circ/\text{с}$. По формулам (1), (2), (6) найдем искомую вероятность и математические ожидания нулевого и ненулевого состояний: $P_0 = 0,08$; $M[z] = 87,49^\circ$; $M[s] = 8,064^\circ$. Математические ожидания длительности нулевого и ненулевого состояний соответственно равны

$$M[t_s] = \frac{1}{\lambda v_s} = 26,88 \text{ с};$$

$$M[t_z] = \frac{1}{\lambda v_z} (e^{\lambda L} - 1) = 291,65 \text{ с}.$$

Статистические оценки продолжительности (длины) серии интервалов наблюдения

Рассмотрим второй подход к задаче обнаружения точечных ориентиров датчиком ориентации. Последовательность интервалов, каждый из которых имеет длину, меньшую, чем L , обрывающуюся перед интервалом длиной большей L , назовем *серией*.

Пусть A_k — событие, состоящее в том, что серия включает в себя k интервалов. Тогда

$$P(A_k) = (1 - e^{-\lambda L})^k e^{-\lambda L}.$$

Пусть x — длина серии, тогда распределение x можно записать в виде

$$P(x) = \sum_{k=1}^{\infty} P(x/A_k) P(A_k),$$

где $P(x/A_k)$ — распределение x при условии, что серия состоит из k интервалов.

Значение $P(x/A_k)$ представляет собой распределение суммы независимых случайных величин, каждая из которых имеет плотность

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{\lambda e^{-\lambda \xi}}{1 - e^{-\lambda L}}, & \xi \leq L; \\ 0, & \xi > L. \end{cases}$$

Распределение $P(x/A_k)$ установить достаточно сложно, поэтому найдены основные числовые характеристики:

$$M[x] = \frac{1}{\lambda} (e^{\lambda L} - 1) - L; \quad (8)$$

$$D[x] = \frac{\lambda^2 L^2 (1 - e^{-\lambda L}) + (1 - e^{-\lambda L})^2 - \lambda^2 L^2}{\lambda^2 (1 - e^{-\lambda L}) e^{-\lambda L}} + \frac{[(1 - e^{-\lambda L})(1 + \lambda L) - \lambda L]^2 (1 - e^{-\lambda L})}{\lambda^2 e^{-\lambda L}}. \quad (9)$$

При малых значениях λL (малая плотность точек или малое поле зрения датчика) формулы для математического ожидания (8) и дисперсии (9) примут вид

$$M[x] \approx \frac{\lambda L^2}{2}; \quad D[x] \approx \frac{\lambda L^3}{12}.$$

Из формул (6) и (8) следует, что выражения для математических ожиданий $M[z]$ и $M[x]$ совпадают с точностью до длины отрезка L . Дисперсию величины z принимаем равной дисперсии величины x , вычисляемой по формуле (9).

Результаты моделирования

В процессе орбитального полета КА круговое поле зрения закрепленного на борту аппарата АД описывает на небесной сфере некоторую область, положение и форма которой зависят от характери-

стик АД. Для оценки вероятностной меры интервалов наблюдения звезд целесообразно рассмотреть движение КА за один виток, задавая для истинной аномалии дискретные значения от нуля до 360° и фиксируя моменты, когда в ПЗ датчика нет ни одной звезды или попало требуемое число звезд.

Задача в общей постановке решалась моделированием на ЦВМ углового движения КА с жестко закрепленными АД по заданным орбитам. В память ЦВМ вводили данные о кинематических параметрах орбитального движения, расположении АД на борту аппарата, а также данные об угловом положении 931 звезды ($m_v \leq +4,5$) из Каталога звезд [5]. Для каждого из вариантов задавали истинную аномалию u с шагом $\Delta u = 1^\circ$ и долготу восходящего узла Ω с шагом $\Delta \Omega = 10^\circ$. В процессе вычислений на каждом шаге фиксировали факт присутствия в полях зрения двух АД не менее одной, двух и трех звезд, а также противоположных им событий. В результате расчета одного варианта в памяти ЦВМ накапливались массивы интервалов присутствия и отсутствия в ПЗ АД требуемого числа звезд. После статистической обработки массивов находили средние арифметические значения и дисперсии интервалов. В качестве контрольного был просчитан вариант движения КА по круговой полярной орбите ($i = 90^\circ$) с одним жестко закрепленным на борту АД (ПЗ — 20°) с осью чувствительности, совпадающей с текущим радиусом-вектором орбиты. Для этого по карте звездного неба вдоль небесного меридиана перемещался круг с площадью, соответствующей ПЗ. Шаг перемещения по орбите составлял 5° , а долгота восходящего узла орбиты $\Omega = 30^\circ$. Моделирование показало, что для этого варианта разворота АД в его ПЗ постоянно присутствуют звезды величиной $m_v \leq +4,5$. В то же время для факта нахождения в поле зрения АД не менее трех звезд было установлено практически попеременное чередование интервалов присутствия и отсутствия. Для этого случая максимальная длительность интервала наблюдения составила 60° , а при отсутствии трех звезд — 15° . Среднеарифметическое значение интервала наблюдения составило $17,5^\circ$ при дисперсии $58,5(^{\circ})^2$. При $H = 3000$ км длительность t_z равна 441 с, а при $H = 1000$ км длительность $t_z = 322$ с. Те же величины для интервалов отсутствия составили: среднеарифметическое значение — 8° (для $H = 3000$ км длительность $t_s = 202$ с, а для $H = 1000$ км — $t_s = 147$ с), дисперсия — $15,6(^{\circ})^2$.

Заключение

Оценка точности определения ориентации КА в реальных условиях связана с вычислением статистических характеристик фазовых координат. Это, в свою очередь, требует описания вероятностных моделей протекающих в системе ориентации процессов.

В результате проведенного исследования были решены следующие задачи.

1. Определено значение угла разворота АД в инерциальном пространстве, при котором в ПЗ датчика попадает заданное число опорных ориентиров для различных законов распределения звезд.

2. Предложены вероятностные модели захвата полем зрения АД требуемого числа ориентиров при линейном сканировании датчиком небесной сферы.

3. Получены статистические оценки в форме математического ожидания и дисперсии длительности нулевого и ненулевого состояний, а также длины серии (интервала наблюдения требуемого числа звезд заданной яркости), позволяющие в первом приближении оценить картину попаданий звезд в поле зрения АД.

Список литературы

1. Катаргин М. Ю. Алгоритм среднеквадратической оценки ориентации космических аппаратов и его погрешности // Космические исследования. 1986. Т. 24. № 6. С. 826—830.
2. Заведеев А. И. Исследование характеристик системы дистанционного зондирования Земли с помощью космического аппарата // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 6. С. 19—23.
3. Заведеев А. И. Исследование точности астрономической системы управления ориентацией космического аппарата // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 8. С. 70—74.
4. Заведеев А. И., Кузьмин С. П., Митрошин Э. И. Статистические оценки точности ориентации летательного аппарата // Тематический сборник научных трудов "Оптимальное управление летательными аппаратами". М.: Изд-во МАИ. 1984. С. 56—61.
5. Михайлов А. А. Атлас звездного неба. Объяснение и полный каталог всех изображенных на картах звезд и объектов. Л.: Наука, 1974. 176 с.

УДК 004:656.61.073

В. М. Дорожко, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.,
Институт автоматики и процессов управления
ДВО РАН, г. Владивосток
bendor@iacp.dvo.ru

Идентификация начального этапа экстренного торможения морского судна

На основе анализа решения уравнений динамики движения морского судна установлен идентификационный признак начального этапа экстренного торможения судна в виде временной последовательности нескольких максимумов модуля линейного ускорения судна. Причиной формирования таких максимумов являются особенности инерционного движения и характеристик гребного винта судна, вращающегося в реверсивном направлении. Выявленный идентификационный признак может найти применение в системах управления движением судов для автоматизации диагностики ошибочного маневрирования судов и направлен на предупреждение морских катастроф.

Ключевые слова: морское судно, идентификационный признак, экстренное торможение, линейное ускорение, упор гребного винта

Введение

Одной из задач, стоящих перед системами управления движением морских судов (УДС) [1] в условиях высокой интенсивности транспортных потоков, является обеспечение безопасности движения в местах насыщенного движения морских судов (далее — судов): в проливах, на фарватерах и путях подхода судов к акваториям портов, для которых характерны опасные сближения и маневрирование судов.

В настоящее время суждение о маневренных режимах (об изменении скорости и направления движения) судов формируется в системах УДС на основе радиолокационных наблюдений за траекторией и вектором скорости точки, отождествляемой

с судном. Формирование на основе наблюдений вывода о переходе судна к маневрированию осуществляется при достижении им заметных изменений скорости. Это может привести к запаздыванию получения информации о действиях судов и как следствие — невозможности принятия как системами УДС, так и судоводителями своевременных превентивных мер по исключению недопустимого сближения и столкновения судов.

Проблеме маневренных режимов движения судов посвящено значительное число работ. Результаты исследований и перечень основной литературы представлены как в справочном издании [2], так и в публикациях, например [3, 4]. Среди маневренных режимов движения особое место занимает экстренное торможение судна, которое выполняется за счет изменения (реверсирования) вращения гребного винта в обратном направлении в результате работы судового движителя на "задний ход". Экстренное торможение рассматривается как маневр "последней минуты", который обеспечивает судну безопасность в сложных навигационных, аварийных и других экстремальных ситуациях. Отсутствие известных идентификационных признаков и скоротечность начального этапа экстренного торможения (до остановки судна) не позволяют системам УДС выполнять в режиме реального времени классификацию маневренного режима судна, а также диагностику правильности предпринимаемого судоводителем маневра.

Настоящие исследования направлены на поиск и обоснование идентификационного признака начального этапа экстренного торможения судна, который может быть использован в системах УДС для автоматизации процесса распознавания экстренного торможения и направлен на предупреждение морских катастроф, вызванных ошибочным маневрированием судов, что обуславливает актуальность предлагаемых исследований.

Постановка задачи и основные модельные представления

Прежде всего отметим недостатки, ограничивающие возможности УДС по распознаванию маневренных режимов судов:

- интервал времени оценки вектора скорости движения судна в системах УДС составляет до 20 с; для формирования вывода о тенденции изменения скорости необходимо несколько таких циклов. Учитывая, что расстояние между судами в условиях высокой плотности морского движения может составлять несколько длин корпусов, применение указанной технологии связано с риском запаздывания выявления случаев ошибочного маневрирования;
- в системах УДС линейное ускорение движения судов не оценивается, так как не известны модели идентификации типов маневрирования по характерным особенностям указанного ускорения.

Следует отметить, что предложения использовать ускорение движения судов разрабатывались и ранее [5, 6]. Однако такие предложения не соотносились с особенностями работы движительного комплекса судна, поэтому они не могут использоваться для идентификации экстренного торможения судна. Предлагаемые исследования предоставляют системам УДС возможность автоматизировать процесс классификации маневра судна как экстренного торможения на основе установленного в рамках данной статьи идентификационного признака.

Суть исследований состоит в том, что в результате интегрирования системы уравнений движения для случая экстренного торможения судна получаются и анализируются численные решения его линейных скорости и ускорения, а также угловой скорости вращения, силы упора и момента гребного винта судна. Обоснование репрезентативности корреляции между указанными величинами позволит принять максимумы модуля линейного ускорения в качестве идентификационного признака начала экстренного торможения судна.

Перейдем к формальному описанию *постановки задачи*. Экстренное торможение (далее — торможение) судна представляет собой неустановившийся режим движения, обусловленный инерционностью вращающихся и поступательно движущихся масс судна в сопротивляющейся его движению среде. Введем правую систему координат $ox_1x_2x_3$, связанную с морской акваторией таким образом, что ось ox_1 совпадает с траекторией движения судна, а ось ox_3 направлена вверх. На начальном этапе торможения судна примем следующие традиционные допущения [7]: присоединенные массы воды корпуса судна и гребного винта (далее — винт) на начальном этапе торможения остаются неизменными; сопротивление воды движению судна квазистационарно, т. е. зависит только от скорости судна; продольная сила, развиваемая винтом, и момент сил сопротивления жидкости вращению винта ква-

зистационарны, т. е. зависят только от мгновенных значений частоты вращения винта и скорости движения судна.

Движение судна описывается системой уравнений [8, 9]:

$$(J + j)\dot{\omega} + M_p(\omega, v_p) + M_f(\omega) = [1 - \exp(-t/\tau_e)]M_e(\omega); \quad (1)$$

$$m_s(1 + k_{11})\dot{v} + R(v) = (1 - k_p)F_p(\omega, v_p), \quad (2)$$

где $J = J_p + J_e$ — суммарный момент инерции винта и движущихся частей вала (J_p), движителя (J_e), отнесенных к оси винта; $j = 0,032(\rho D^5/z_p)(\theta_p\beta_p)^2$ — присоединенный момент инерции винта; ρ — плотность жидкости; D — диаметр винта, z_p — число лопастей винта; ω и $\dot{\omega}$ — угловые скорость и ускорение вращения винта; θ_p — отношение площади лопастей винта к площади круга, описываемого лопастями винта; β_p — отношение смещения винта за один оборот в твердой среде к его диаметру; $M_p = K_M\rho(\omega/6,28)^2D^5$ — момент сил сопротивления жидкости вращению винта (момент винта); K_M — коэффициент момента винта; v и $\dot{v}$ — линейные скорость и ускорение движения судна; $v_p = v(1 - w)$ — скорость жидкости в корме судна; w — коэффициент, отражающий относительное снижение скорости жидкости в корме судна; t — мгновенное значение времени; τ_e — постоянная времени реакции движителя на изменение подачи топливной смеси; $M_f = (c_e + c_s)(1/3 + 2\omega/3\omega_n)M_n$ — момент потерь от трения в движителе судна и механической системе передачи движения, $c_e = 0,1...0,2$, $c_s = 0,02...0,03$; ω_n — угловая скорость вращения винта при номинальном (полном) моменте (M_n) движителя; M_e — крутящий момент, развиваемый движителем судна; m_s — масса судна; $k_{11} = (0,465B/L - 0,028)2T_s/B$ — коэффициент присоединенной массы судна; B — ширина, L — длина, T_s — осадка судна в его средней части; $R = 0,5C\rho v^2S$ — сила сопротивления жидкости движению (далее — сопротивление) судна; C — коэффициент сопротивления; S — площадь смоченной поверхности судна; k_p — коэффициент, отражающий уменьшение продольной силы винта за счет снижения давления за кормой судна, вызванного работой винта; $F_p = K_F\rho(\omega/6,28)^2D^4$ — продольная сила (упор винта), создаваемая вращающимся винтом; K_F — коэффициент упора винта.

Уравнение моментов (1) описывает динамику комплекса, включающего в себя судовой движитель, механическую систему передачи крутящего момента на винт и, собственно, сам вращающийся в воде винт. Движение судна под действием силы упора винта описывается уравнением (2).

Концепция формального решения

Для решения системы уравнений (1), (2) потребуются численные значения коэффициентов K_M , K_F и C , которые для конкретного судна обычно получают экспериментальными методами. В данной

задаче значения указанных коэффициентов получены методом вычислительной гидродинамики (*Computational Fluid Dynamics*, CFD), который с развитием информационных технологий в последние годы становится альтернативой сложным и затратным экспериментальным методам. В основу CFD-метода положены уравнения неразрывности несжимаемой жидкости и сохранения импульса — *Reynolds-averaged Navier-Stokes equations* [10], которые с учетом принятых допущений могут быть записаны в тензорном виде:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right] + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u'_i u'_j}), \quad (4)$$

где $i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, 3}$; x_1, x_2, x_3 — декартовы координаты в абсолютной системе $ox_1x_2x_3$ и соответствующие им u_1, u_2, u_3 — мелкомасштабные осреднения значений абсолютной скорости потока жидкости, а также u'_1, u'_2, u'_3 — флуктуации абсолютной скорости, ответственные за диссипацию энергии; μ и ρ — вязкость и плотность жидкости соответственно; p — давление; $\rho \overline{u'_i u'_j}$ — напряжения Рейнольдса, полученные осреднением флуктуационных компонент скорости.

Для вычисления напряжения Рейнольдса применялись две известные модели турбулентности: модель турбулентности $k-\varepsilon$ (RNG, *renormalization group mathematical technique*) [11], которая позволяет получать расчетные величины C , близкие к их экспериментальным значениям [12]; модель турбулентности $k-\omega'$ [13], верификация которой [14] показала в сравнении с другими моделями расчетные величины K_M и K_F , удовлетворяющие экспериментальным значениям.

В связи с этим уравнения (3), (4) дополнены уравнениями [11, 13] переноса турбулентной кинетической энергии (k) и скорости диссипации (ε) или специфической скорости диссипации (ω') турбулентной энергии для моделей $k-\varepsilon$, RNG или $k-\omega'$ соответственно.

Вычисление сопротивления выполнено на полномасштабной аналитической модели судна, установленной неподвижно в канале прямоугольной формы, ребра которого ориентированы параллельно осям системы координат $ox_1x_2x_3$, при этом наибольшая сторона канала и курс судна параллельны оси ox_1 ; оси ox_1 и ox_2 лежат на поверхности жидкости. На входе канала задавали дискретные значения компоненты скорости жидкости $u_1 = v$ при $u_2 = u_3 = 0$, для каждой из которых вычислялось значение R , а коэффициент сопротивления определялся по формуле $C = 2R/(\rho v^2 S)$. Одновременно с вычислением сопротивления регистрировалась

скорость в кормовой части судна, что позволило установить точное значение скорости v_p натекающего на винт потока.

Вычисление упора F_p^* и момента M_p^* винта выполнено на полномасштабной аналитической модели винта в канале цилиндрической формы, ось которого совпадала с осью вращения винта. Вычисления повторялись по сетке значений, представляющих собой матрицу $(m \times n)$ дискретных величин линейной скорости на входе канала $u_1 = v_p$ при $u_2 = u_3 = 0$ (строки матрицы) и угловой скорости (ω) вращения винта в обратную сторону (столбцы матрицы). Нормальные составляющие скорости жидкости на поверхностях судна и винта приняты равными нулю. На основе полученных данных о значениях упора и момента винта вычислены значения их коэффициентов $K_F = 4\pi^2 F_p^* / (\rho \omega^2 D^4)$ и $K_M = 4\pi^2 M_p^* / (\rho \omega^2 D^5)$. При этом для винта, вращающегося в обратную сторону, приняты традиционно отрицательными [15] его угловая скорость (ω), упор (F_p^*), момент (M_p^*) и, соответственно, коэффициенты K_F, K_M .

Численное интегрирование системы уравнений (1), (2) выполнено методом Рунге—Кутты четвертого порядка точности [16]. Экстренное торможение судна, двигающегося с заданной скоростью v_0 , начинается с выключения в момент времени $t = 0$ передачи крутящего момента от движителя на винт и состоит из двух последовательных этапов: пассивного торможения, в процессе которого судно движется по инерции, и активного торможения за счет сил упора винта, вращающегося в обратную сторону. Для имитации пассивного торможения судна в уравнении (2) приняты начальное условие $v(0) = v_0$ и условие выключения передачи крутящего момента $F_p(0) = 0$; уравнение (1) при этом не используется. Инерционное движение длится в течение некоторого технологического интервала времени $\Delta t = T_1$, связанного с подготовкой к включению механизмов, вращающих винт в обратную сторону. Решение уравнения (2) позволяет получить значение $v(T_1)$ скорости судна в конце интервала инерционного движения, которое вместе с угловой скоростью $\omega(T_1) = 0$ определяет начальные условия системы уравнений (1), (2) для этапа активного торможения.

В результате интегрирования системы уравнений (1), (2) вычисляются линейная скорость $v(t)$ и ускорение $\dot{v}(t)$ движения судна, угловая скорость $\omega(t)$, момент $M_p(t)$ и сила упора $F_p(t)$ винта.

В связи с тем, что в процессе торможения судна линейное ускорение (далее — ускорение) имеет отрицательное значение, в дальнейшем для удобства интерпретации решения рассматривается его модуль $a = |\dot{v}(t)|$.

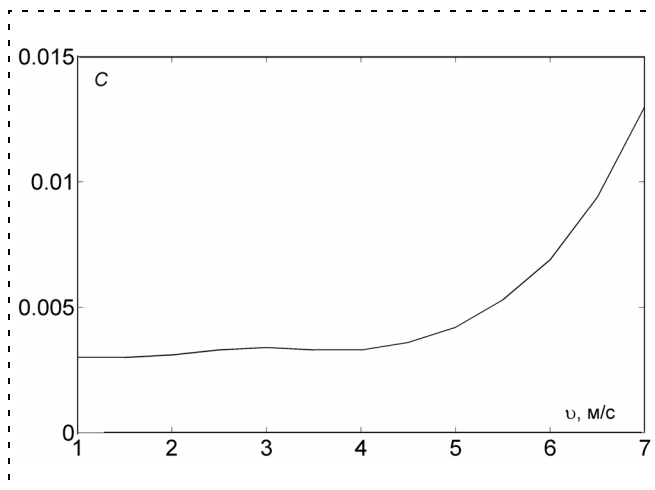


Рис. 1. Диаграмма коэффициента сопротивления (C) судна

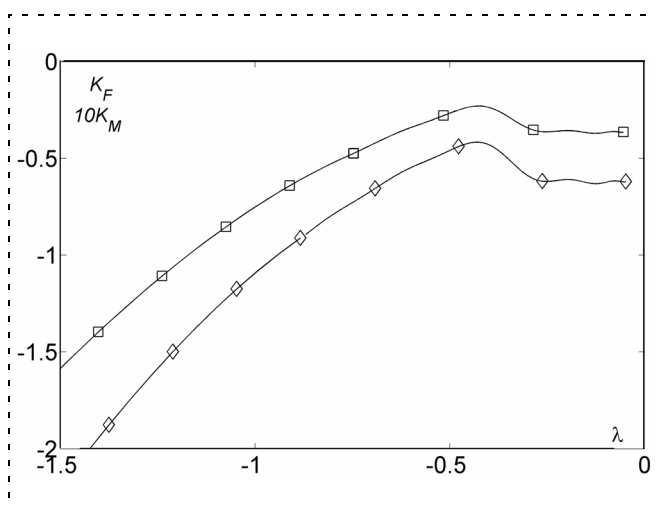


Рис. 2. Диаграммы коэффициентов силы упора и момента винта: $(-\square-)$ — K_F и $(-\diamond-)$ — K_M ; $\lambda = 2\pi v_p(D\omega)^{-1}$

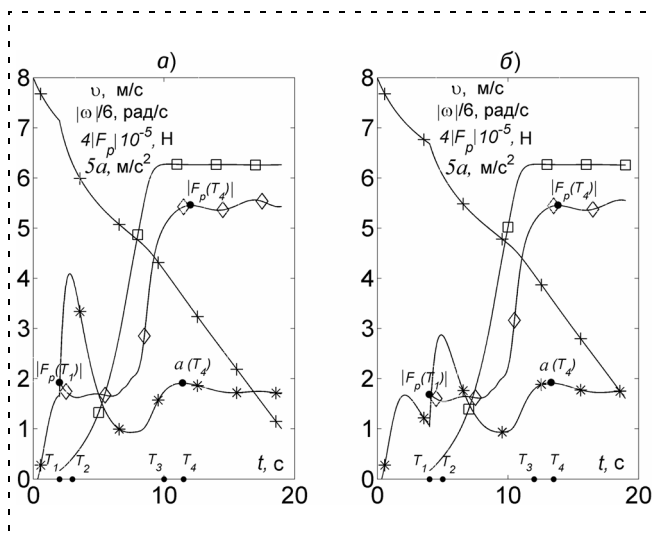


Рис. 3. Диаграммы: $(-\square-)$ — модуль угловой скорости ($|\omega|$) вращения винта; $(-\diamond-)$ — модуль упора винта $|F_p|$; $(-*--)$ — модуль ускорения (a) движения судна; $(-+-)$ — скорость движения (v) судна

Анализ причин корреляции особенностей диаграмм вышеперечисленных переменных позволит установить и обосновать репрезентативность идентификационного признака начального этапа экстренного торможения судна.

Численные результаты и их верификация

Для численного моделирования выбрано небольшое судно с высокой маневренностью. Основные модельные параметры судна: $L = 29,5$ м, $B = 7,9$ м, $T_s = 3,0$ м, $m_s = 373,6$ т, $S = 280$ м²; винта: тип — тяговый винт фиксированного шага, $z_p = 4$, $D = 1,8$ м, $\theta_p = 0,65$, $\beta_p = 1,15$; движителя: дизельный двигатель номинальной мощностью 721 кВт, максимальными оборотами 380 мин⁻¹, моментом инерции $J_e = 670$ кг·м² и временем реакции $\tau_e = 1,5$ с.

Плотность морской воды — 1028 кг/м³. Геометрические размеры каналов для CFD-моделирования: прямоугольного — длина 300 м, ширина 80 м, высота 50 м; цилиндрического — длина 40 м; диаметр 10 м.

На рис. 1 приведена диаграмма вычисленного коэффициента сопротивления C , который в системе уравнений (1), (2) представлен аналитическим выражением в виде оценки вычисленных значений методом наименьших квадратов (МНК) [17] полиномиальным рядом пятой степени.

На рис. 2 для $-1,5 < \lambda < 0$ представлена наиболее сложная (начальная) часть диаграммы вычисленных CFD-методом значений коэффициентов K_M и K_F . На интервале значений $-20 < \lambda < -1,5$ кривые коэффициентов K_M и K_F имеют монотонно убывающий характер. В системе уравнений (1), (2) указанные коэффициенты представлены в виде МНК-оценки полиномиальными рядами семнадцатой степени.

На рис. 3 приведены диаграммы, отражающие результаты интегрирования системы уравнений (1), (2) на этапах пассивного и активного торможения. Отметим, что на этапе инерционного движения винт вращается в турбинном режиме (свободно вращается под действием натекающего потока) и не создает силы упора. Здесь и далее для удобства интерпретации диаграмм с отрицательными значениями угловой скорости, упора и момента винта рассматриваются их модули ($|\omega|$), ($|F_p|$) и ($|M_p|$).

До торможения рассматриваемое судно двигалось с постоянной начальной скоростью $v_0 = 8$ м/с. В момент времени $t = 0$ передача момента на винт была отключена и возобновлена в момент времени T_1 с вращением винта в обратном направлении. Рис. 3, а и 3, б отличаются временем (T_1) подготовки механизмов судна к вращению винта в обратную сторону, которое составляет 2 и 4 с соответственно.

В случае, когда период инерционного движения (интервал времени с момента $t = 0$ остановки передачи момента на винт до начала вращения винта в обратную сторону — T_1) увеличивается, возможно формирование на месте первого максимума модуля

ускорения (рис. 3, а, $t = T_2$) двоянного максимума (рис. 3, б), один из которых соответствует максимуму замедления на интервале инерционного движения судна, второй обусловлен возникновением тормозящей силы (упор винта в направлении, обратном движению судна) за счет прекращения турбинного режима и начала вращения винта в обратную сторону.

О формировании максимума модуля ускорения на этапе инерционного движения подробно сказано в работе [18].

Формально можно отметить (рис. 3, а, б) совпадение моментов времени (T_4) формирования максимумов модулей линейного ускорения $a(T_4)$ судна и модуля силы торможения $|F_p(T_4)|$, развиваемой винтом, которым непосредственно предшествует момент времени (T_3) достижения винтом максимальных оборотов при заданном уровне подачи топливной смеси. При этом следует отметить, что положение указанных максимумов соответствует начальному этапу экстренного торможения судна.

Для выяснения причин формирования максимумов ускорения рассмотрим на примере случая, представленного на рис. 3, а, линии равного уровня (рис. 4) модуля момента ($|M_p^*|$), вычисленного CFD-методом, совместно с диаграммой фактического изменения модуля момента ($|M_p|$) винта, полученной в результате решения системы уравнений (1), (2), в процессе экстренного торможения судна.

Из анализа диаграммы следует, что прекращение турбинного режима и включение обратного вращения винта в момент времени T_1 приводит к возникновению значительного модуля момента $|M_p(T_1)|$ (~11500 Н·м), что приводит, соответственно, к возникновению тормозящего модуля упора $|F_p(T_1)|$ (рис. 3, а) винта. При этом (рис. 4) на интервале $0 < |\omega| < 8$ рад/с мгновенное значение модуля момента $|M_p|$ винта движется по кривой, соответствующей быстрому падению скорости (v_p) потока, натекающего на винт, от 5,7 до 4,4 м/с, что соответствует падению скорости (v) судна от 7,15 до 5,6 м/с соответственно. Этим объясняется формирование максимума модуля ускорения (рис. 3, а) в момент времени T_2 .

В процессе дальнейшего увеличения скорости вращения винта ($8 < |\omega| < 35$ рад/с) изменение модуля момента $|M_p|$ винта соответствует более медленному падению как скорости (v) движения судна (рис. 3), так и скорости (v_p) потока, натекающего на винт (рис. 4).

Последующее увеличение модуля угловой скорости вращения винта от $|\omega| = 35$ рад/с до максимальных значений $|\omega| = 37,8$ рад/с приводит к резкому увеличению модуля момента винта до максимального значения $|M_p(T_4)|$ и, соответственно, формированию максимума модуля тормозящей силы упора $|F_p(T_4)|$ (рис. 3, а), за счет которой скорость судна быстро падает до 1 м/с. Дальнейший рост модуля угловой скорости вращения винта (рис. 4), а следовательно, модулей момента и упора

винта ограничивается судовыми техническими средствами управления, исключающими перегрузку двигателя. Все это объясняет формирование максимума модуля ускорения (рис. 3, а) в момент времени T_4 .

На рис. 5 представлена поверхность, отображающая вычисленный CFD-методом модуль силы упора $|F_p^*|$, совместно с диаграммой фактического изменения модуля силы упора винта $|F_p|$, полученной в результате интегрирования системы уравнений (1), (2). Диаграмма наглядно иллюстрирует значение модуля силы упора $|F_p(T_1)|$ в момент начала вращения винта в обратную сторону (T_1) и формирование максимума модуля силы упора $|F_p(T_4)|$ в результате достижения винтом максимальных оборотов. Следует подчеркнуть типичную особенность характеристики винтов, вращающихся в обратном направлении, заключающуюся в наличии характерного "провала" [15] модуля силы упора при изменении скорости натекающего потока (рис. 5).

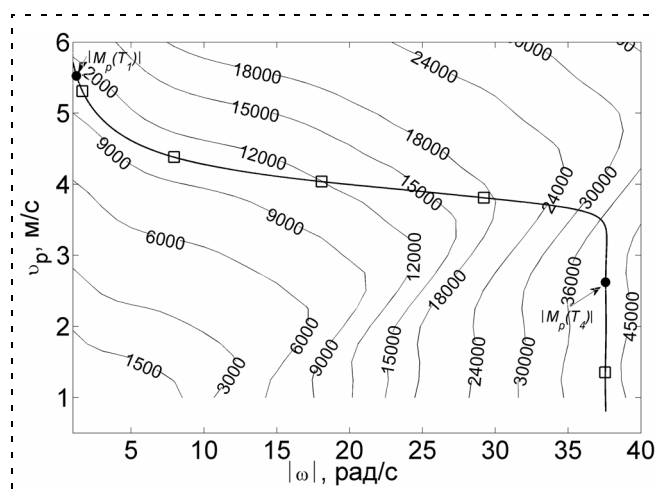


Рис. 4. Линии равного уровня модуля момента ($|M_p^*|$, Н·м); (—□—) — диаграмма фактического изменения модуля момента ($|M_p|$, Н·м) винта в процессе торможения

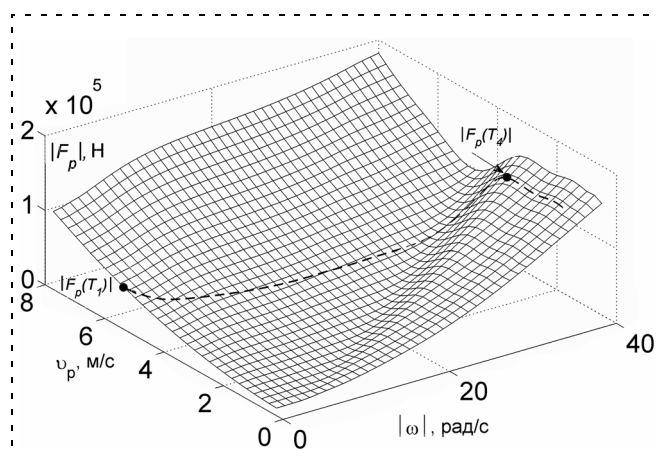


Рис. 5. Модуль силы упора $|F_p^*|$ (поверхность); (---) — диаграмма фактического изменения модуля силы упора ($|F_p|$) винта

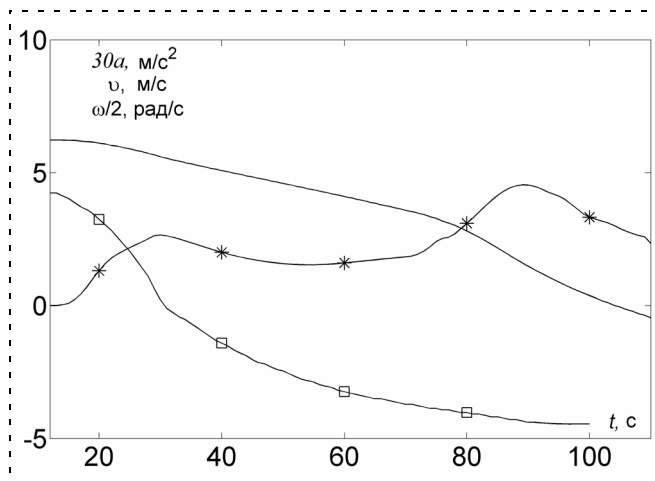


Рис. 6. Диаграммы экстренного торможения рыболовного судна: (—) — скорость движения (v) судна; (-□-) — скорость вращения (ω) винта; (-*-) модуль ускорения (a) движения судна

С физической точки зрения формирование максимумов модуля ускорения (рис. 3, а, б) обусловлено возникновением модуля силы упора $|F_p(T_1)|$ после инерционного движения и формированием максимума модуля упора $F_p(T_4)$ за счет выхода двигателя на максимальные обороты (рис. 5).

Результаты численного моделирования подтверждаются полунатурными данными, полученными на морском тренажере [19], математическая модель которого верифицирована на основе экспериментальных данных. На рис. 6 приведены диаграммы экстренного торможения рыболовного судна водоизмещением 3893 т, длиной 93 м, шириной 14,9 м, осадкой 5,8 м, с двигателем мощностью 4416 кВт.

Из диаграмм следует, что первый максимум модуля ускорения совпадает по времени с процессами инерционного движения и включения реверсивного (обратного) вращения винта. Второй максимум находится в области достижения винтом максимальной угловой скорости вращения в обратную сторону.

Для систем УДС обнаружение первого максимума модуля ускорения (в том числе сдвоенного) может свидетельствовать о том, что судно переходит к торможению — пассивному либо пассивному и активному. Появление второго максимума позволяет сделать окончательный вывод: судно выполняет активное торможение, при этом двигатель судна в работе "на задний ход" вышел на максимальные обороты. Это означает, что судно не только остановится, но в дальнейшем начнет движение задним ходом. Сравнивая диаграммы модельного и рыболовного судов (рис. 3, а и рис. 6), можно отметить качественное совпадение характера и положения модулей максимумов линейного ускорения судов на начальном этапе экстренного торможения.

Заключение

Экстренное торможение судна протекает в виде характерной для этого типа маневрирования после-

довательности двух этапов: пассивного торможения — инерционного движения и активного торможения — за счет силы упора, создаваемой вращением винта в обратном направлении. Типичные особенности инерционного движения и характеристик винтов, вращающихся в обратном направлении, являются причиной формирования идентификационного признака экстренного торможения в виде временной последовательности нескольких (двух или трех) максимумов модуля линейного ускорения судна. Данный идентификационный признак предоставляет возможность системам УДС выявлять формирование максимумов модуля линейного ускорения наблюдаемого судна, автоматизировать обнаружение начального этапа экстренного торможения судна и направлен на предупреждение морских катастроф, вызванных поздним выявлением ошибочного маневрирования встречных судов.

Список литературы

1. Баскин А. С., Москвин Г. И. Береговые системы управления движением судов. М.: Транспорт, 1986.
2. Справочник по теории корабля: В трех томах. Т. 3 / Под ред. Я. И. Войткунского. Л.: Судостроение, 1985.
3. Васильев М. В. Определение динамических свойств судовых дизельных установок в условиях нормальной эксплуатации // Вестник МГТУ. 2006. Т. 9. № 2. С. 301—303.
4. Дорожко В. М. Оценка информационного признака начального этапа поворота морского судна // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 8. Приложение. С. 13—18.
5. Гриняк В. М., Дорожко В. М. Способ предотвращения опасного сближения двух судов в ограниченных водах без изменения линии движения. Патент № 2309082, по заявке 2005123080 от 20.07.2005, выдан 27.10.2007, 14 с.
6. Гриняк В. М., Дорожко В. М. Способ распознавания опасного сближения двух маневрирующих судов. Патент № 2309083, по заявке 2005138608 от 12.12.2005, выдан 27.10.2007, 10 с.
7. Гофман А. Д. Движительно-рулевой комплекс и маневрирование судна. Справочник. Л.: Судостроение, 1988.
8. Першиц Р. Я. Управляемость и управление судном. Л.: Судостроение, 1983.
9. Камкин С. В., Возницкий И. В., Шмелев В. П. Эксплуатация судовых дизелей. М.: Транспорт, 1990.
10. FLUENT 6.3 user's guide. Lebanon. Fluent. Inc, 2006.
11. Yakhot V., Orszag S. A. Renormalization Group Analysis of Turbulence: Basic Theory // Journal of Scientific Computing. 1986. Vol. 1. N 1. P. 1—51.
12. Hsu K. L., Chen Y. J., Chau S. W., Chien H. P. Ship Flow Computation of DTMB 5415 // CFD Workshop Tokyo 2005. Tokyo. Japan. March 9—11.
13. Wilcox D. C. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries Inc. La Canada. California, 1998.
14. Rhee S. H., Joshi S. Computational validation for flow around a marine propeller using unstructured mesh based Navier-Stokes Solver // JSME International Journal. Series B. 2005. Vol. 48. N 3. P. 562—570.
15. Басин А. М., Миниович И. Я. Теория и расчет гребных винтов. Л.: Судпромгиз, 1963.
16. Мэтьюз Д., Финк Г., Куртис Д. Численные методы. Использование MATLAB. 3-е изд. Пер. с англ. М.: Издательский дом "Вильямс", 2001.
17. Дорожко В. М. Ортогональные многочлены в моделях регрессии наблюдений // Математическое моделирование. 2003. Т. 15. № 11. С. 45—50.
18. Девятисильный А. С., Дорожко В. М., Гриняк В. М. Определение гидродинамического сопротивления по траекторным данным инерционного движения объекта // Журнал технической физики. 2003. Т. 73. № 2. С. 38—42.
19. Navi-Trainer 4000. Mathematical Models. Technical Description. Transas. Marine. St. Petersburg, 2001.

CONTENTS

- Devyatisil'nyi A. S., Kislov D. E.** Spectral Portraits and Systems Stability 2
New results of matrix operators e-spectrum problem and investigation methodology of the observation, operation and stability problems in conditions of the limited accuracy are presented.
Keywords: spectral portrait, stability, observability, controllability
- Kim D. P.** Synthesis of Nonminimum-Phase Control Systems with Given Setting Time 5
We consider the problem of synthesizing the controller transfer function for a given setting time by the desired transfer function method (DTFM) for the case in which the plant is nonminimum-phase and its transfer function has a right zero. The DTFM not only provides the given setting time but also ensures that additional requirements on the performance in the steady-state and transient modes are met.
Keywords: minimum-phase, nonminimum-phase, standardized transfer function, desired transfer function, setting time
- Furtat I. B.** Continuously-Discrete Robust Control of Linear Plant 10
The scheme of robust compensation of unknown disturbances that are operational on continuous linear plant, realized on the digital computer is offered. It is supposed that to measurement are accessible only scalar input and output of the plant. Compensation implements with given accuracy for final number of clock ticks. The numerical examples and outcomes of computer simulation verifying functionality of a tendered control system are adduced.
Keywords: robust control, priori and functional identity plant, digital computer, compensation of disturbance, discrete observer, Lypunov function
- Sebryakov G. G.** Simulation of the Man-Operator Activities in Semi-Automatic Control Systems by Dynamic Objects 17
The approach for the construction of the structurally functional models of the man-operator activities in dynamic tracking system is developed.
Keywords: dynamic object, trucking, the man-operator, mathematical simulation, structurally-functional modal
- Kozhevnikova M. V.** System Methods of Continuous Improvement of Production at Level of Inventions on an Example of Planetary Transfers the Screw — Nut with Carving Rollers 30
Two methods of improvement of production supplementing each other at a level of inventions are considered: use of system experience of inventions and use of theoretical bases of high technology production.
The analysis of procedures of the invention planetary transfer the screw-nut with carving rollers of type PBПЗК.
Keywords: innovations, competitiveness, inventions, system experience, theoretical bases, roller screws transfers
- Belgorodskiy V. S., Gusarov A. V., Kozlov A. S., Kadushkin S. V.** Modelling of Batches of Mechanisms of the Small Moving 35
In work the technique of modelling of process of manufacture, assembly and functioning of batches of mechanisms of the small moving. The technique has been approved and successfully used in Russian Federation and abroad.
Keywords: mechanisms of small moving, rod mechanisms, the coordinates-measuring equipment, admissions for the linear sizes, reports of measurement, gauges of pseudo-random numbers, prismogram of distributions, pseudo-casual trajectories of movement of a target part
- Bashilov A. S., Gerashchenko A. N., Gusinskiy I. I., Kulikov N. I., Kupriyanov A. D., Ryabin D. A., Fadeev V. V.** System Design of Brushless DC Motors with Microprocessor Control for Precision Systems of the Electric Drive . . . 40
New aspects of design of brushless DC motors of nonconventional design. Such nonconventional motors allow to reach uniformity of electromagnetic torque. The experimental researches confirmed the possibility of creation of deeply regulated brushless DC motors with active tooth zone were carried out. The experimental researches were in good agreement with developed simulation models.
Keywords: direct drive, brushless DC motors, torque ripple, mathematical modeling, experimental researches

Pankratov V. V., Kotin D. A. Principles of Vector Control and Algorithms of Field Orientation in Asynchronized Synchronous Electric Drives 46

The article presents the principles of vector control for electric drives on the base of asynchronized synchronous machines and there considered the complex of technically rational algorithms for automatic orientation of rotated reference frame in which the control signals must be formed in the direction of resulting stator flux linkages vector.

Keywords: asynchronized synchronous machines, without sensor vector control

Kolodenkova A. E. Statistic Method to Estimate Program Projects Reality for Automated Information-Controlling Systems 52

The formal approach is offered to estimate program projects realness for the automated information-controlling systems. The approach is based on comparison of various projects realisation variants. Criterion of realness can be considered the probability of complex works execution for the time the project fulfillment. The approach offered allows to raise the validity of decision-making on the project realisation possibility due to which the risk of unsuccessful project fulfillment can be reduced.

Keywords: program project realness, risk, automated information-controlling systems, entrance random variable estimation

Dzhashitov V. E., Pankratov V. M., Golikov A. V. The Analysis and Control by Temperature Fields of the Hemispherical Resonator Sensor of the Inertial Information 62

The connected hierarchical mathematical models of thermal processes of hemispherical resonator sensor of the inertial information are constructed. Supporting algorithms and the software allowing to calculate, to analyze and to visualize non-uniform non-stationary three-dimensional temperature fields of the sensor are developed.

The analysis of influence of exterior and interior non-stationary temperature actions on temperature fields of a sensor is lead, the possibility of control by these fields is shown. The computer experiments confirming working capacity of the software are fulfilled. Quantitative estimations are received and recommendations on effective functioning the device in conditions of thermal actions are made.

Keywords: hemispherical resonator sensor of the inertial information, a temperature field, the analysis and control, hierarchical mathematical models

Zavedeyev A. I. Probable Models of Star Capture by Startracer in Problem of Determination of Spacecraft Attitude 68

The problem of estimation of spacecraft orientation precision by means of star landmark is considered. Probable models of star capture by startracer of required number of basic point landmark are proposed.

Keywords: spacecraft, orientation, startracer, probability, star, point landmark

Dorozhko V. M. Identification of the Initial Stage of Emergency Braking of the Ocean Vessel 73

On the basis of the analysis of a dynamic equation solution of an ocean vessel motion the identification indication of the initial stage of emergency braking of a vessel in the form of time sequence of several maxima of linear acceleration module of a vessel is discovered. Reasons of forming of such maximums are singularities of the inertia motion and performances of the propeller rotating in a reversible direction. The revealed identification indication can be applied in the vessel traffic systems to diagnostic automation of erroneous maneuvering of vessels and is directed on the preventing of marine catastrophes.

Keywords: ocean vessel, identification indication, emergency braking, linear acceleration, propeller thrust

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Дизайнер Т. Н. Погорелова.

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Е. В. Комиссарова.

Сдано в набор 28.01.2010. Подписано в печать 17.03.2010. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 9,8. Уч.-изд. л. 10,88. Заказ 296. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика". 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15