

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 10 (127)

октябрь

2011

Редакционный совет:

КУЗНЕЦОВ Н. А.
МАКАРОВ И. М.
МАТВЕЕНКО А. М.
ПЕШЕХОНОВ В. Г.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.
ФЕДОРОВ И. Б.

Главный редактор:

ТЕРЯЕВ Е. Д.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.
ПУТОВ В. В.
ЮЩЕНКО А. С.

Выпускающий редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б.

Ответственный секретарь:

ПЕТРИН К. В.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М.
БОГАЧЕВ Ю. П.
БУКОВ В. Н.
ВИТТИХ В. А.
ВОСТРИКОВ А. С.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.
ИВЧЕНКО В. Д.
ИЛЬЯСОВ Б. Г.
КАЛЯЕВ И. А.
КОЛОСОВ О. С.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.
КУЗЬМИН Н. Н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.
ЛЕОНОВ Г. А.
ЛЁВИН Б. А.
ЛОХИН В. М.
НОРЕНКОВ И. П.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.
ПРОХОРОВ Н. Л.
РАПОПОРТ Э. Я.
РАЧКОВ М. Ю.
РЕЗЧИКОВ А. Ф.
СЕБРЯКОВ Г. Г.
СИГОВ А. С.
СИРОТКИН О. С.
СОЙФЕР В. А.
ТИМОФЕЕВ А. В.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.
ФУРСОВ В. А.
ХИМЕНКО В. И.
ЮРЕВИЧ Е. И.
ЮСУПОВ Р. М.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.
ЧУГУНОВА А. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Сельвесюк Н. И., Титов А. А.** Аналитический синтез регуляторов заданной точности для подавления ограниченных в L_{inf} -норме внешних возмущений 2
- Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** О проблеме неробастности спектра в задачах модального управления 8

АВТОМАТИЧЕСКИЕ ПРИВОДЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ (К юбилею кафедры "Системы автоматического управления" Тульского государственного университета)

- Горячев О. В., Минчук С. В.** Система математических моделей вентильного двигателя, основанная на численном расчете магнитостатического поля 16
- Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Теорема о числе переключений при управлении с помощью инерционных рулей 20
- Макаров Н. Н., Семашкин В. Е.** Метод предельных отклонений в сравнении с другими методами L_{∞} -оптимизации систем управления 26
- Воробьев В. В., Макаров Н. Н., Парамонова А. А.** Метод гарантированной точности для релейных следящих систем 32
- Фалдин Н. В., Феофилов С. В.** Прикладные методы синтеза оптимальных по точности и быстродействию релейных следящих приводов 38

ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

- Виттих В. А.** Когнитология развивающихся систем 45
- Коростелев В. Ф., Большаков А. Е.** Разработка нейросетевой модели процесса кристаллизации расплава под давлением 50
- Еременко Ю. И., Полещенко Д. А., Глущенко А. И.** Синтез системы управления часовым окомкователем с нейросетевой надстройкой и оценка ее эффективности относительно шаговой системы экстремального управления 56

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Лопатин П. К.** Планирование путей манипуляционного робота в неизвестной статической среде 62
- Павловский В. Е., Забегаев А. Н., Калинин А. В., Павловский В. В.** Объединенная система навигации мобильного робота по маякам и видеоориентирам . . . 66
- Contents** 71

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 517.938

Н. И. Сельвесюк,

д-р техн. наук, начальник кафедры,

selvesyuk@yandex.ru,

А. А. Титов, адъюнкт,

Военно-воздушная академия

им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина,
г. Москва

Аналитический синтез регуляторов заданной точности для подавления ограниченных в L_{inf} -норме внешних возмущений¹

Предложен подход, позволяющий получить все множество статических регуляторов в обратной связи, обеспечивающих заданную точность управления регулируемыми параметрами в многосвязной системе управления при действии произвольных внешних возмущений ограниченной интенсивности. Для описания множества регуляторов используются результаты аналитического решения матричных уравнений на основе канонизации матриц и параметризации уравнения Ляпунова. Условия разрешимости задачи синтеза представляются в виде линейных матричных неравенств для удобства их численного решения. Приведен методический пример.

Ключевые слова: линейный регулятор, ограниченные возмущения, линейное матричное неравенство, канонизация матриц

Введение. Задача подавления внешних возмущений является одной из самых актуальных в теории управления. Методы решения данной задачи определяются классом системы и типом действующих возмущений. В линейных многомерных системах управления при действии случайных или ограниченных в L_2 -норме (убывающих с течением времени) возмущений для решения задачи в настоящее время используются численные методы линейно-квадратичной оптимизации (LQG) и H_∞ -оптимизации. Описание и анализ данных методов и их вариаций широко представлены в литературе. Их общим недостатком является неочевидная взаимосвязь используемых критериев оптимизации с инженерными показателями качества управления, а также наличие единственного решения фиксированной структуры.

Задача подавления произвольных ограниченных возмущений является более сложной. Для ее реше-

ния в дискретных системах разработаны методы L_1 -оптимизации, которые имеют некоторое пространство на непрерывные системы (L_1 -оптимизация) [1].

В последнее время в различных постановках задачи подавления внешних возмущений широко используются методы, основанные на понятии инвариантных множеств, которые являются некоторыми аппроксимациями множеств достижимости динамической системы [2]. С использованием указанного подхода для линейных систем при условии действия ограниченных в L_2 -норме возмущений методы синтеза управления подробно изложены в работе [3], а при условии действия ограниченных в L_1 -норме возмущений — в цикле работ [4–5]. В обоих случаях решение задачи синтеза управления сводится к однопараметрической задаче оптимизации с набором условий в виде линейных матричных неравенств (LMI). Данный подход имеет ряд достоинств: гибкость постановки задачи, получение стабилизирующего решения, легкость численного решения с использованием пакетов системы MATLAB. Однако с практической точки зрения здесь имеются некоторые недостатки: использование интегральных по сути критериев оптимизации, которые затрудняют формулирование требований к качеству управления отдельными параметрами системы в виде понятных инженерных показателей качества; получение единственного решения задачи синтеза, что ограничивает выбор структуры закона управления и возможность удовлетворения дополнительным требованиям синтеза.

В данной работе для устранения указанных недостатков используется подход, описанный в работе авторов [6]. Данный подход предполагает аналитическое построение всего множества регуляторов, обеспечивающих выполнение заданных требований к точности управления. Сами требования формулируются для каждого элемента регулируемого выхода системы и формализуются через элементы матриц, являющихся решением уравнений Ляпунова, описывающих инвариантные эллипсоиды. Определение реализуемой матрицы инвариантного эллипсоида с заданными ограничениями осуществляется численными методами с использованием LMI. При действии ограниченных в L_2 -норме возмущений указанный подход рассмотрен ранее в работе [7]. В данной статье рассматривается случай произвольных ограниченных возмущений в наиболее простой постановке — синтез статического регулятора по состоянию.

¹ Работа выполнена при поддержке Гранта Президента РФ № МД-1248.2011.8.

Использование инвариантных эллипсоидов достижимости

Рассмотрим линейную непрерывную систему без управления:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{w}(t), \mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{z}(t) = \mathbf{D}\mathbf{x}(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$ — вектор состояния с начальным состоянием $\mathbf{x}_0$; $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n_w}$ — вектор возмущений; $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n_z}$ — вектор регулируемых параметров.

Относительно возмущения примем единственное допущение ограниченности по норме

$$\|\mathbf{w}(t)\| \leq 1, \forall t \geq 0 \text{ или } \mathbf{w}^T(t)\mathbf{w}(t) \leq 1. \quad (2)$$

Здесь $\|\cdot\|$ — евклидова норма, т. е. $\mathbf{w}(t)$ ограничено в L_{∞} -норме и является сигналом ограниченной интенсивности. Примером такой функции может служить единичная функция $\mathbf{w}(t) \equiv 1$ или полигармонические сигналы с ограниченными амплитудами гармоник [8].

Положим матрицу $\mathbf{A}$ гурвицевой, пару матриц $(\mathbf{A}, \mathbf{G})$ — полностью управляемой, матрицу $\mathbf{D}$ — полного ранга. Тогда предельное множество достижимости системы (1) с возмущениями (2) — это совокупность концов траекторий системы на отрезке $t \in [0, \infty)$ при действии любого из возмущений (2):

$$\mathfrak{N} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x} : \mathbf{x} = \mathbf{x}(t), t \geq 0 \text{ — решение (1), (2) при } \mathbf{x}(0) = \mathbf{0}\}. \quad (3)$$

Установлено [2], что множество $\mathfrak{N}$ для устойчивой матрицы $\mathbf{A}$ является инвариантным, замкнутым, ограниченным, выпуклым множеством в общем случае произвольной формы.

В работах [1–2] в качестве удобной в вычислительном плане аппроксимации множества достижимости (3) предлагается использовать инвариантные эллипсоиды системы. Эллипсоид

$$\mathfrak{I}_x = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x} : \mathbf{x}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x} \leq 1\}, \mathbf{P} > 0 \quad (4)$$

называется инвариантным для системы (1) с возмущениями (2), если из условия $\mathbf{x}(0) \in \mathfrak{I}_x$ следует $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{I}_x$ для всех моментов времени $t \geq 0$. Положительно определенная матрица $\mathbf{P}$ называется матрицей эллипсоида $\mathfrak{I}_x$.

Необходимо отметить, что в отличие от действия ограниченных в L_2 -норме возмущений, где множество достижимости системы в точности описывается эллипсоидом [1], здесь эллипсоид является лишь приближением множества достижимости. Свойства такого приближения исследованы в работе [9], где показана его "консервативность". Однако с точки зрения компенсации возмущений это не является принципиальным недостатком.

Множество достижимости в виде инвариантного эллипсоида для регулируемого выхода имеет вид

$$\mathfrak{I}_z = \{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n_z} : \mathbf{z}^T (\mathbf{D}\mathbf{P}\mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{z} \leq 1\}, \mathbf{P} > 0. \quad (5)$$

Инвариантный эллипсоид (5) можно рассматривать как характеристику влияния внешних возмущений на траекторию системы и использовать для оценки степени влияния внешних возмущений $\mathbf{w}(t)$ на регулируемые параметры $\mathbf{z}(t)$.

В качестве такой оценки можно рассматривать функцию следа $f(\mathbf{P}) = \text{trace}[\mathbf{D}\mathbf{P}\mathbf{D}^T]$. Тогда для отдельного элемента регулируемого выхода $z_i = \mathbf{d}_i \mathbf{x}$, $i = \overline{1, n_z}$, где $\mathbf{d}_i$ — i -я строка матрицы $\mathbf{D}$, инвариантный эллипсоид (5) вырождается в отрезок

$$|z_i| \leq (\mathbf{d}_i \mathbf{P} \mathbf{d}_i^T)^{1/2}. \quad (6)$$

Выражение (6) позволяет сформулировать понятные инженерные требования к точности управления в рассматриваемом случае — ограничения на максимальные значения (с определенной степенью консерватизма) регулируемых параметров при действии возмущений — и формализовать их через элементы матрицы $\mathbf{P}$. Другими словами, для скалярного выхода можно оценить функцию

$$\max_{t \geq 0} \max_{\|\mathbf{w}\| \leq 1} |z_i(t)|. \quad (7)$$

В работе [1] показано, что эллипсоид $\mathfrak{I}_x$ (4) является инвариантным по состоянию для системы (1) с возмущениями (2) и минимальным по критерию следа функции $f(\mathbf{P})$, если матрица $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\alpha)$ при $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$ удовлетворяет уравнению Ляпунова

$$\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T + \alpha\mathbf{P} + \alpha^{-1}\mathbf{G}\mathbf{G}^T = 0, \mathbf{P} > 0 \quad (8)$$

при $0 < \alpha < -2\max \text{Re} \lambda_i(\mathbf{A})$, где $\lambda_i(\mathbf{A})$ — собственные значения матрицы $\mathbf{A}$.

Постановка задачи синтеза. Рассмотрим линейную непрерывную управляемую систему

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}\mathbf{w}(t), \mathbf{x}(0) \in \mathfrak{I}_x, \mathbf{z}(t) = \mathbf{D}\mathbf{x}(t), \quad (9)$$

где $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$ — вектор состояния; $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_u}$ — вектор управления; $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n_w}$ — вектор возмущений, удовлетворяющий условию (2); $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n_z}$ — вектор регулируемых параметров. Пара матриц $(\mathbf{A}, \mathbf{G})$ является полностью управляемой, пара $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ — стабилизируемой, матрица $\mathbf{A}$ не предполагается гурвицевой.

Задача синтеза заключается в аналитическом описании множества матриц передачи $\mathbf{K}$ в форме статической линейной обратной связи по состоянию

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t), \quad (10)$$

который стабилизирует замкнутую систему

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{w}(t) \quad (11)$$

и обеспечивает заданную точность управления по регулируемым параметрам $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n_z}$.

Другими словами, замкнутая система (11) должна удовлетворять уравнению Ляпунова

$$(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})^T + \alpha\mathbf{P} + \alpha^{-1}\mathbf{G}\mathbf{G}^T = 0, \mathbf{P} > 0 \quad (12)$$

с матрицей $\mathbf{P}$, соответствующие диагональные элементы которой определяются заданными ограничениями (6).

Методическая основа синтеза. В качестве методической основы синтеза используются методы аналитического решения линейных матричных уравнений на основе канонизации матриц, полное описание которых приведено в [10], а также результаты параметризации уравнения Ляпунова [11]. Здесь кратко приводятся используемые при решении задачи синтеза тождества и соотношения.

Канонизация произвольной матрицы $\mathbf{A}$ размера $m \times n$ и ранга r ставит ей в соответствие в общем случае неединственную пятерку матриц

$$\mathbf{A}_{m \times n} \rightarrow (\bar{\mathbf{A}}_{(m-r) \times m}^L, \tilde{\mathbf{A}}_{r \times m}^L, \tilde{\mathbf{A}}_{n \times m}, \tilde{\mathbf{A}}_{n \times r}^R, \bar{\mathbf{A}}_{n \times (n-r)}^R),$$

где $\bar{\mathbf{A}}^L, \bar{\mathbf{A}}^R$ — левый и правый делители нуля максимального ранга; $\tilde{\mathbf{A}}^L, \tilde{\mathbf{A}}^R, \tilde{\mathbf{A}}$ — левый, правый и сводный канонизаторы. Данные матрицы удовлетворяют тождествам

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}^L \\ \bar{\mathbf{A}}^L \end{bmatrix} \mathbf{A} [\tilde{\mathbf{A}}^R \bar{\mathbf{A}}^R] = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{0}_{(m-r) \times r} & \mathbf{0}_{(m-r) \times (n-r)} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{A}}^R \tilde{\mathbf{A}}^L = \tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{A} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{A} = \mathbf{A}. \quad (13)$$

Повторная канонизация делителей нуля максимального ранга дает следующий результат:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}}^L &\rightarrow (\mathbf{0}, \mathbf{0}, (\bar{\mathbf{A}}^L)^R, (\bar{\mathbf{A}}^L)^R, \mathbf{A} \tilde{\mathbf{A}}^R), \\ \bar{\mathbf{A}}^R &\rightarrow (\tilde{\mathbf{A}}^L \mathbf{A}, (\bar{\mathbf{A}}^R)^L, (\bar{\mathbf{A}}^R)^L, \mathbf{0}, \mathbf{0}). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь конструкция $(\bar{\mathbf{A}}^L)^R$ означает "правый канонизатор левого делителя нуля максимального ранга для матрицы $\mathbf{A}$ ".

Если в произведении матриц $\mathbf{AB}$ матрица $\mathbf{B}$ обратима, то для канонизации произведения этих матриц справедлива формула

$$\mathbf{AB} \rightarrow (\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{B}}^L, (\mathbf{AB})^{\sim}, \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{B}}^R) = (\bar{\mathbf{A}}^L, \mathbf{B}^{-1} \tilde{\mathbf{A}}, \mathbf{B}^{-1} \bar{\mathbf{A}}^R). \quad (15)$$

Вид уравнения		Условие разрешимости	Формульное представление
Название	Формула		
Левостороннее	$\mathbf{AX} = \mathbf{B}$	$\bar{\mathbf{A}}^L \mathbf{B} = \mathbf{0}$	$\{\dot{\mathbf{X}}\}_{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{B} + \bar{\mathbf{A}}^R \mathbf{v}$
Левостороннее кососимметрическое	$\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ $\mathbf{X} = -\mathbf{X}^T$	$\bar{\mathbf{A}}^L \mathbf{B} = \mathbf{0}$ $\mathbf{B} \mathbf{A}^T = -\mathbf{A} \mathbf{B}^T$	$\{\dot{\mathbf{X}}\}_{\mu} = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{B} - \mathbf{B}^T \tilde{\mathbf{A}}^T + \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{A} \mathbf{B}^T \tilde{\mathbf{A}}^T + \bar{\mathbf{A}}^R \mu (\bar{\mathbf{A}}^R)^T$
Правостороннее	$\mathbf{XC} = \mathbf{B}$	$\mathbf{B} \bar{\mathbf{C}}^R = \mathbf{0}$	$\{\dot{\mathbf{X}}\}_{\lambda} = \mathbf{B} \tilde{\mathbf{C}} + \lambda \bar{\mathbf{C}}^L$
Двустороннее	$\mathbf{AXC} = \mathbf{B}$	$\bar{\mathbf{A}}^L \mathbf{B} = \mathbf{0}$ $\mathbf{B} \bar{\mathbf{C}}^R = \mathbf{0}$	$\{\dot{\mathbf{X}}\}_{\mathbf{v}, \lambda} = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{B} \tilde{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{A}}^R \mathbf{v} + \lambda \bar{\mathbf{C}}^L$

Формулы аналитического решения используемых в статье уравнений сведены в таблицу.

Здесь $\mathbf{v}, \lambda$ — произвольные матрицы подходящих размеров; $\mu = -\mu^T$ — произвольная кососимметрическая матрица подходящего размера. Фигурными скобками обозначаются множества, а нижними индексами — порождающие их параметры.

Под параметризацией уравнения понимается построение всего множества матричных коэффициентов данного уравнения, не изменяющих его решения. Здесь используется параметризация алгебраического уравнения Ляпунова вида

$$\mathbf{AP} + \mathbf{PA}^T + \mathbf{Q} = \mathbf{0}, \mathbf{P} = \mathbf{P}^T > \mathbf{0}. \quad (16)$$

Все множество числовых матриц $\mathbf{A}$, при которых уравнение (16) обладает одним и тем же фиксированным решением $\mathbf{P}$, определяется формулой

$$\{\mathbf{A}\}_{\eta} = -\frac{1}{2} \mathbf{Q} \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{P} \eta, \quad (17)$$

где $\eta = -\eta^T$ — произвольная кососимметрическая матрица.

Решение задачи синтеза. Перепишем уравнение (12) в виде

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{A} + \frac{1}{2} \alpha \mathbf{I} - \mathbf{BK} \right) \mathbf{P} + \\ & + \mathbf{P} \left(\mathbf{A} + \frac{1}{2} \alpha \mathbf{I} - \mathbf{BK} \right)^T + \alpha^{-1} \mathbf{GG}^T = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (18)$$

Из выражения (18) с учетом формулы параметризации (17) можно получить уравнение для синтеза регуляторов

$$\mathbf{BK} = \mathbf{A} + \frac{1}{2} \alpha \mathbf{I} + \frac{1}{2\alpha} \mathbf{GG}^T \mathbf{P}^{-1} + \mathbf{P} \eta. \quad (19)$$

Уравнение (19) можно рассматривать как левостороннее матричное уравнение для неизвестной матрицы $\mathbf{K}$. В соответствии с таблицей необходимое и достаточное условие разрешимости уравнения (19) принимает вид равенства

$$\bar{\mathbf{B}}^L \left(\mathbf{A} + \frac{1}{2} \alpha \mathbf{I} + \frac{1}{2\alpha} \mathbf{GG}^T \mathbf{P}^{-1} + \mathbf{P} \eta \right) = \mathbf{0} \quad (20)$$

с некоторой кососимметрической матрицей $\eta = -\eta^T$.

Таким образом, существование такой матрицы η специальной структуры, при которой равенство (20) становится тождеством, необходимо и достаточно для того, чтобы заданная матрица $\mathbf{P}$ была реализуемой в замкнутой системе с регулятором $\mathbf{K}$. На основании этого сформулируем теорему.

Теорема. Заданная матрица инвариантного эллипсоида $\mathbf{P}(\alpha) > \mathbf{0}$ замкнутой системы (11) является реализуемой с помощью статической обратной связи по состоянию (10) с передаточной матрицей $\mathbf{K}$, если и только если выполняется условие

$$\bar{\mathbf{B}}^L (\mathbf{AP} + \mathbf{PA}^T + \alpha \mathbf{P} + \alpha^{-1} \mathbf{GG}^T) (\bar{\mathbf{B}}^L)^T = \mathbf{0}, \alpha > 0. \quad (21)$$

При этом все множество регуляторов, обеспечивающих заданное значение матрицы $\mathbf{P}$, определяется формулой

$$\{\mathbf{K}\}_{\mu, \mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{H} - \mu)\mathbf{P}^{-1} + \tilde{\mathbf{B}}^R \mathbf{v}, \quad (22)$$

где матрица $\mathbf{H}$ определяется формулой

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}\mathbf{P} + \frac{1}{2}\alpha\mathbf{P} + \frac{1}{2\alpha}\mathbf{G}\mathbf{G}^T; \quad (23)$$

μ — любая из множества кососимметрических матриц

$$\mu = \mathbf{H}^T(\tilde{\mathbf{B}}^L)^T - \tilde{\mathbf{B}}^L \mathbf{H} + \tilde{\mathbf{B}}^L \mathbf{H}^T(\tilde{\mathbf{B}}^L)^T + \mathbf{B}\rho\mathbf{B}^T; \quad (24)$$

ρ — произвольная кососимметрическая матрица подходящего размера; $\mathbf{v}$ — произвольная матрица подходящего размера.

Доказательство. Вначале докажем необходимость и достаточность условия реализуемости матрицы $\mathbf{P}(\alpha) > 0$. Для этого, вводя для сокращения записей обозначение (23), перепишем условие (20) как матричное левостороннее уравнение

$$\tilde{\mathbf{B}}^L \mathbf{P}\eta = -\tilde{\mathbf{B}}^L \mathbf{H}\mathbf{P}^{-1} \quad (25)$$

относительно кососимметрической матрицы η .

В соответствии с таблицей условия разрешимости уравнения (25) с учетом обратимости матрицы $\mathbf{P}$ и формулы (15) имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{B}}^L \tilde{\mathbf{B}}^L \mathbf{H} &= 0; \\ -\tilde{\mathbf{B}}^L \mathbf{H}(\tilde{\mathbf{B}}^L)^T &= \tilde{\mathbf{B}}^L \mathbf{H}^T(\tilde{\mathbf{B}}^L)^T. \end{aligned}$$

Первое из них выполняется всегда в силу формулы (14), второе требует проверки и после соответствующих подстановок вынесено в формулировку теоремы в виде условия (21).

Перейдем к формуле решения. Уравнение (19) с учетом обозначения (23) принимает вид

$$\mathbf{B}\mathbf{K} = \mathbf{H}\mathbf{P}^{-1} + \mathbf{P}\eta,$$

а его решение в соответствии с таблицей записывается формулой

$$\{\mathbf{K}\}_{\eta, \mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{H}\mathbf{P}^{-1} + \mathbf{P}\eta) + \tilde{\mathbf{B}}^R \mathbf{v}. \quad (26)$$

При этом кососимметрическая матрица η должна соответствовать реализуемой матрице $\mathbf{P}$, т. е. быть решением уравнения (25). С учетом обратимости матрицы $\mathbf{P}$ и формул (14)–(15) решение уравнения (25) запишется в виде

$$\begin{aligned} \eta &= \mathbf{P}^{-1}(\mathbf{H}^T(\tilde{\mathbf{B}}^L)^T - \\ &- \tilde{\mathbf{B}}^L \mathbf{H} - \tilde{\mathbf{B}}^L \mathbf{H}^T(\tilde{\mathbf{B}}^L)^T + \mathbf{B}\rho\mathbf{B}^T)\mathbf{P}^{-1}, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\tilde{\mathbf{B}}^L = (\tilde{\mathbf{B}}^L)^R \tilde{\mathbf{B}}^L$ — приведенный левый делитель нуля матрицы $\mathbf{B}$.

Подставив выражение (27) в формулу (26), после преобразования и введения новых обозначений приходим к формуле решения (22), вынесенной в формулировку теоремы. Доказательство закончено.

В большинстве практических задач матрица эффективности управления $\mathbf{B}$ имеет полный строчечный ранг. Для такой матрицы $\tilde{\mathbf{B}}^R = 0$, $\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}^L$, и выражение (22), описывающее множество регуляторов заданной точности, примет вид

$$\{\mathbf{K}\}_{\mu} = \tilde{\mathbf{B}}^L(\mathbf{H} - \mu)\mathbf{P}^{-1}. \quad (28)$$

Как следует из формул (22) и (28), множество эквивалентных регуляторов порождается кососимметрической матрицей μ из некоторого сложным образом организованного множества.

Необходимо отметить, что в силу свойств решения уравнения Ляпунова при выполнении указанных в постановке задачи требований к матрицам системы (9) множества регуляторов (22) и (28) являются стабилизирующими.

Решение задачи достижимости. Условие реализуемости (21) является линейной функцией матрицы $\mathbf{P}$, поэтому его проверка не составляет труда. Для этого могут быть использованы численные методы выпуклой оптимизации, итерационные рекурсивные алгоритмы в целях последовательного снижения порядка модели либо аналитические методы решения алгебраических уравнений. Однако наличие варьируемого параметра α в условии (21) делает более предпочтительным использование численных методов решения задачи реализуемости.

Для построения численного алгоритма решения задачи реализуемости предлагается использовать аппарат линейных матричных неравенств (LMI). Мощные численные процедуры решения данных неравенств содержит пакет LMI Control Toolbox системы MATLAB, а также пакеты SeDuMi, YALMIP, svx.

Для использования предлагаемого подхода решение матричного уравнения (21) вида $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = 0$ с условием $\mathbf{X} = \mathbf{X}^T > 0$ заменим решением линейных матричных неравенств вида

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) < 0, \mathbf{X} = \mathbf{X}^T > 0,$$

первое из которых вытекает из требования устойчивости системы.

Тогда уравнению (21) с учетом преобразований по лемме Шура [3] соответствует линейное матричное неравенство

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}^L(\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T + \alpha\mathbf{P})(\tilde{\mathbf{B}}^L)^T & \tilde{\mathbf{B}}^L \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T(\tilde{\mathbf{B}}^L)^T & -\alpha\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \alpha > 0. \quad (29)$$

Для учета ограничений на диагональные элементы матрицы $\mathbf{P}$, формализующих требования к точности управления, вводится дополнительная система матричных неравенств вида

$$d_i \mathbf{P} d_i^T \leq c_i^2, i = \overline{1, n_z}, \quad (30)$$

где c_i — действительные числа, характеризующие заданную точность управления.

Неравенства (29)–(30) при фиксированном параметре α описывают выпуклые однопараметрические множества, и их решение относится к классу задач полуопределенного программирования (SDP).

Пример. В качестве примера рассмотрим задачу управления "двойным маятником", описанную в [4]. Непрерывная модель возмущенных колебаний двойного маятника описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = v_1; \\ \dot{v}_1 = -x_1 + x_2 + u; \\ \dot{x}_2 = v_2; \\ \dot{v}_2 = x_1 - x_2 - w, \end{cases} \quad (31)$$

где x_1, x_2 — координаты первого и второго тела; v_1, v_2 — скорости первого и второго тела; u — управление, прикладываемое к первому телу; w — возмущение, действующее на второе тело.

Произвольное возмущение $w(t)$ удовлетворяет условию (2). В качестве регулируемых параметров рассматриваются координата и скорость второго тела, на которое действует возмущение, т. е. $z(t) = [x_2 \ v_2]^T$.

В векторно-матричной форме (9) модель (31) будет иметь следующие значения матриц:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad (32)$$

Матрица $\mathbf{A}$ модели неустойчива, пары $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ и $(\mathbf{A}, \mathbf{G})$ полностью управляемы.

Сначала решим задачу минимизации эллипсоида достижимости замкнутой системы $f(\mathbf{P}) = \text{trace}(\mathbf{P}) \rightarrow \min$, матрица которого удовлетворяет условию реализуемости (21). Численное решение данной задачи с использованием пакета svx [12] дает следующее значение матрицы $\mathbf{P}$ при $\alpha = 0,55$:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 4,44 & -1,22 & 0,96 & -3,29 \\ -1,22 & 10,37 & 2,77 & -1,67 \\ 0,96 & 2,77 & 4,47 & -1,23 \\ -3,29 & -1,67 & -1,23 & 4,18 \end{bmatrix}.$$

Множество регуляторов, обеспечивающих данное значение матрицы $\mathbf{P}$, в соответствии с формулой (22) имеет вид

$$\{\mathbf{K}\}_\mu = \begin{bmatrix} 4,81 - 0,27\mu & 1,95 - 0,2\mu \\ 0,11\mu - 0,46 & 3,75 - 0,26\mu \end{bmatrix}, \quad (33)$$

где μ — произвольное действительное число, в которое вырождается кососимметрическая матрица.

Пусть на систему действует гармоническое возмущение, удовлетворяющее ограничению (2), график которого приведен на рис. 1. Результаты моделирования регулируемого выхода $z(t)$ замкнутой системы с регулятором (33) при $\mu = 0$ и нулевом на-

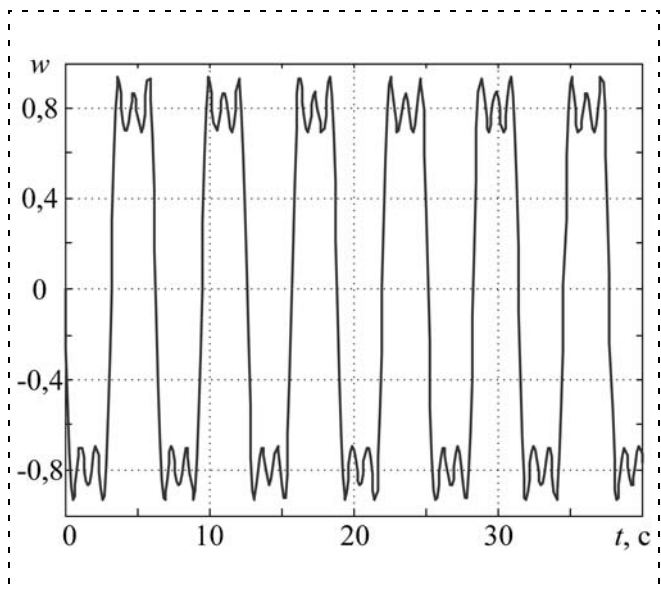


Рис. 1. График возмущения

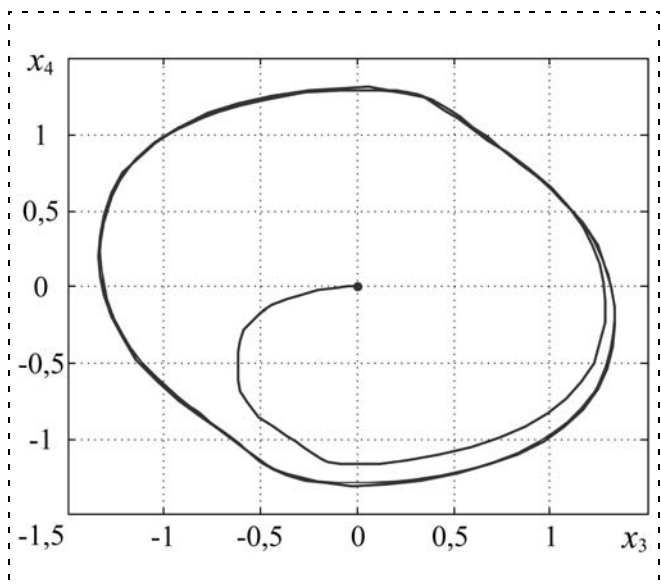


Рис. 2. Траектория выхода системы с регулятором (33)

чальном состоянии приведены на рис. 2. Полуса замкнутой системы имеют значения

$$\lambda(\mathbf{A} - \mathbf{BK}_0) = \{-0,49 \pm 2,18j \quad -0,48 \pm 0,79j\}.$$

Теперь рассчитаем матрицу передачи статического регулятора, который обеспечивает уменьшение влияния возмущения на регулируемый выход в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с минимальным регулятором (33), что соответствует уменьшению вдвое диагональных элементов p_{33} и p_{44} матрицы $\mathbf{P}$. При определении реализуемой матрицы $\mathbf{P}$ дополнительно потребовано минимизации функции $f(\mathbf{P}) = \text{trace}(\mathbf{P})$, так как требования к части ее диагональных элементов не заданы.

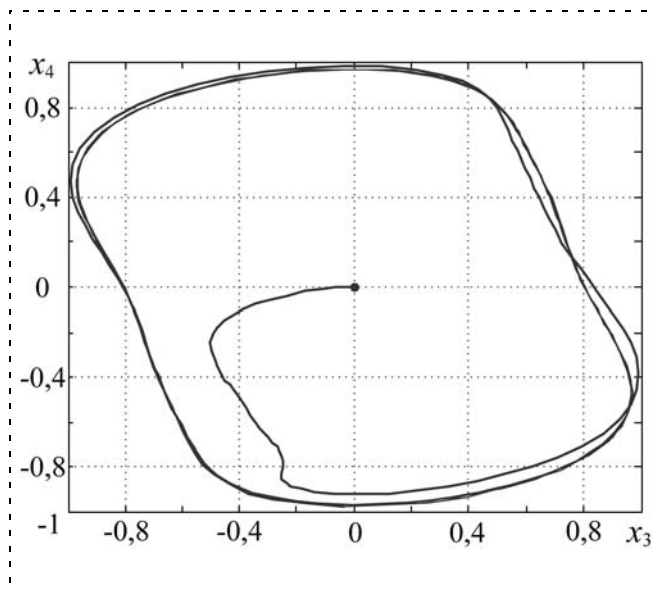


Рис. 3. Траектория выхода системы с регулятором (34)

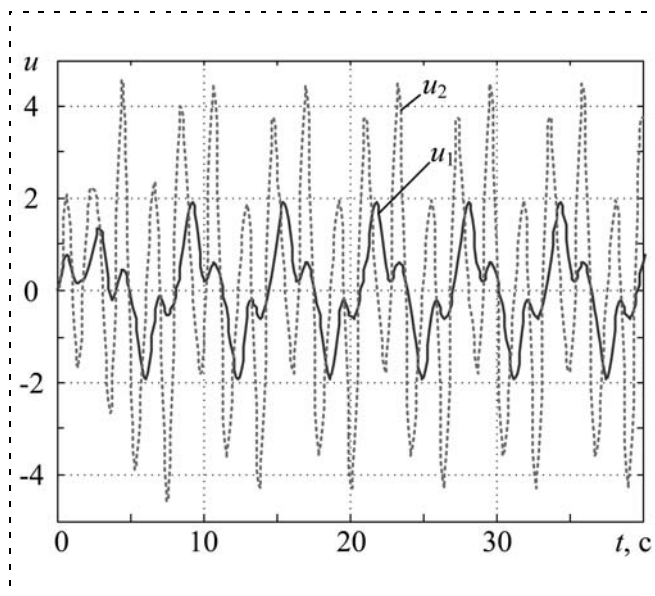


Рис. 4. Графики сигналов управления

Численное решение задачи реализуемости с использованием пакета *svx* дает следующее значение матрицы $\mathbf{P}$ при $\alpha = 0,55$:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 4,46 & -1,28 & 0,43 & -2,09 \\ -1,28 & 30,32 & 1,85 & -3,06 \\ 0,43 & 1,85 & 2,23 & -0,61 \\ -2,09 & -3,06 & -0,61 & 2,09 \end{bmatrix}.$$

Множество регуляторов, обеспечивающих данное значение матрицы $\mathbf{P}$, в соответствии с формулой (22) имеет вид

$$\{\mathbf{K}\}_\mu = [12,63 - 0,11\mu \quad 2,39 - 0,05\mu \quad 0,02\mu - 0,69 \quad 14,29 - 0,16\mu], \quad (34)$$

где μ — произвольное действительное число, в которое вырождается кососимметрическая матрица.

Результаты моделирования регулируемого выхода $z(t)$ замкнутой системы с регулятором (34) при $\mu = 0$ и нулевом начальном состоянии приведены на рис. 3. Полуса замкнутой системы имеют значения

$$\lambda(\mathbf{A} - \mathbf{BK}_0) = \{-0,35 \pm 3,44j \quad -0,58 \pm 0,78j\}.$$

Результаты моделирования демонстрируют выполнение предъявляемых требований к точности управления. Графики сигналов управления для регулятора (33) u_1 и регулятора (33) u_2 приведены на рис. 4.

Заключение. Предложенный в статье подход позволяет получить аналитическое описание всего множества регуляторов в обратной связи, обеспечивающих заданную точность управления при действии возмущений ограниченной интенсивности. Наличие варьируемых параметров множества дает возможность удовлетворить дополнительным требованиям синтеза или выбрать структуру регулятора. Условия разрешимости задачи синтеза представлены в виде линейных матричных неравенств. Это позволяет использовать хорошо проработанные численные методы на базе системы MATLAB для расчета реализуемой матрицы инвариантного эллипсоида.

Список литературы

1. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
2. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Множества достижимости и притяжения линейных систем с ограниченным управлением: описание с помощью инвариантных эллипсоидов // Стохастическая оптимизация в информатике. Вып. 4 / Под ред. О. Н. Граничина. СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2008.
3. Баландин Д. В., Коган М. М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. М.: Физматлит, 2007.
4. Назин С. А., Поляк Б. Т., Топунов М. В. Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов // АиТ. 2007. № 3. С. 106—125.
5. Поляк Б. Т., Топунов М. В. Подавление ограниченных внешних возмущений: управление по выходу // АиТ. 2008. № 5. С. 72—90.
6. Сельвесюк Н. И. Синтез ковариационных регуляторов на основе технологии вложения систем // АиТ. 2005. № 6. С. 126—137.
7. Сельвесюк Н. И. Численный алгоритм синтеза регуляторов заданной точности по выходу для многосвязных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 9. С. 9—13.
8. Александров А. Г., Честнов В. Н. Синтез многомерных систем заданной точности. Применение процедур LQ-оптимизации // АиТ. № 7. 1998. С. 83—95.
9. Venkatesh S., Dahleh M. Does star norm capture l_1 norm? // Proc. of American Control Conference. 1995. P. 944—945.
10. Буков В. Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во научной литературы Н. Ф. Бочкаревой, 2006.
11. Буков В. Н., Рябенко В. Н., Сельвесюк Н. И. Параметризация уравнения Лурье—Риккати // Известия РАН. Теория и системы управления. 2005. № 4. С. 64—71.
12. Grant M., Boyd S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 1.21. URL: <http://cvxr.com/cvx>, April 2011.

А. Б. Филимонов¹,

д-р техн. наук, проф., гл. научн. сотр.,

Н. Б. Филимонов²,

д-р техн. наук, проф., гл. научн. сотр.,

nbfilimonov@mail.ru,

¹ Институт машиноведения

им. А. А. Благоднарова РАН,

² Институт проблем управления

им. В. А. Трапезникова РАН

О проблеме робастности спектра в задачах модального управления

Описывается и анализируется эффект робастной локализации корней алгебраических многочленов. Исследуется проблема робастности решений задач модального управления по отношению к параметрическим возмущениям в динамике объекта. Изучаются механизмы робастности спектров систем регулирования с модальной обратной связью. Приводятся модельные примеры.

Ключевые слова: модальное управление, параметрические возмущения спектра, модальная обратная связь, проблема спектральной робастности решений

Введение

Проблема робастности системотехнических и алгоритмических решений относится к разряду фундаментальных для современной теории автоматического управления.

Под **робастностью** некоторого оцениваемого свойства системы понимается устойчивость данного свойства по отношению к *вариациям* параметров системы. Можно также сказать, что робастность — это низкая чувствительность оцениваемого свойства к вариациям параметров системы. Термин "робастный" применим к решениям, схемам и алгоритмам, обеспечивающим системе робастность, а также к самим системам.

Противоположным является свойство *неробастности*, когда малые параметрические возмущения могут приводить к неприемлемым изменениям в динамических характеристиках системы.

Задачи модального управления заключаются в синтезе линейных стационарных систем управления с заданным спектром. Однако расчетная теоретическая модель объекта управления не может точно описывать реальные динамические процессы в объекте, а имеющиеся погрешности моделирования могут существенно или даже кардинально исказить ожидаемый результат решения задачи. В связи с этим возникает крайне важный вопрос о робастности модальных характеристик синтезируемых систем.

Цель настоящей статьи — показать, что в рамках классической методологии модального управления действительно существует и актуальна теоретическая *проблема неробастности* получаемых решений, которая нуждается в обстоятельном изучении.

Эффект неробастной локализации корней алгебраических многочленов

Прежде всего поставим следующий важный для теории и методологии модального управления вопрос: насколько корни алгебраического многочлена могут быть чувствительны к вариациям его коэффициентов?

Пусть задан некоторый унитарный многочлен степени n с вещественными коэффициентами:

$$\Delta(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0. \quad (1)$$

Совокупность его корней

$$\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\} \quad (2)$$

с учетом их кратности будем трактовать как *мультимножество*.

Многочлен

$$\tilde{\Delta}(s) = s^n + \tilde{a}_{n-1}s^{n-1} + \dots + \tilde{a}_0, \quad (3)$$

полученный в результате вариации коэффициентов исходного многочлена

$$\tilde{a}_i = a_i + \delta a_i \quad (i = \overline{0, n-1})$$

будем называть *возмущенным* по отношению к исходному (т. е. возмущаемому). Введем совокупность корней возмущенного многочлена:

$$\tilde{\Lambda} = \{\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_n\}. \quad (4)$$

Следующий пример демонстрирует неробастное поведение корней многочленов при малых возмущениях их коэффициентов.

Пример 1. Многочлен

$$\Delta(s) = (s + 1)^n$$

имеет кратные корни:

$$\Lambda = \{-1, -1, \dots, -1\}. \quad (5)$$

Положим, что он подвергнут возмущению:

$$\tilde{\Delta}(s) = (s + 1)^n + \varepsilon(s - 0,25)^m, \quad (6)$$

где $m < n$, а ε — возмущающий параметр, причем $\varepsilon = 0,01$.

При $n = 6$ и $m = 1$ имеем:

$$\Delta(s) = s^6 + 6s^5 + 15s^4 + 20s^3 + 15s^2 + 6s + 1,$$

$$\tilde{\Delta}(s) = s^6 + 6s^5 + 15s^4 + 20s^3 + 15s^2 + 6,01s + 0,9975.$$

Последнему многочлену отвечает множество корней

$$\tilde{\Lambda} = \{-0,5525; -0,7405 \pm 0,3907i; -1,2282 \pm 0,4437i; -1,5100\}.$$

Итак, малые вариации коэффициентов многочлена (не превышающие 0,25 %) приводят к большим возмущениям его корней (более 50 %).

В рассмотренном примере проявляется эффект неробастности локализации корней многочленов в комплексной плоскости. Заметим, что данный эффект усиливается с ростом степени многочлена — этот факт иллюстрируется рис. 1, на котором представлены множества корней возмущенного многочлена (6) для ряда вариантов: а) $n = 6$ и б) $n = 12$, $1 \leq m \leq n - 1$.

Интерпретация. Дадим качественную интерпретацию описанного эффекта. Связь коэффициентов многочлена (1) с его корнями (2) устанавливается формулами Виета:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= (-1)^n \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n; \\ a_{n-k} &= (-1)^k \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_k} \lambda_{i_1} \lambda_{i_2} \dots \lambda_{i_k}, \quad k = \overline{2, n-1}; \\ a_{n-1} &= -(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Подвергнем малым возмущениям $\delta\lambda_1, \delta\lambda_2, \dots, \delta\lambda_n$ корни (2). Из (7) с учетом (5) нетрудно получить в линейном приближении следующие выражения для результирующих вариаций коэффициентов многочлена:

$$\begin{aligned} \delta a_0 &= -(\delta\lambda_1 + \delta\lambda_2 + \dots + \delta\lambda_n); \\ \delta a_{n-k} &= C_{n-1}^{k-1} \delta a_0, \quad k = \overline{2, n-1}, \quad \delta a_{n-1} = \delta a_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Итак, структура возможных вариаций коэффициентов многочлена в случаях малых возмущений его корней определяется уравнениями (8). В частности, все эти вариации будут иметь одинаковые знаки. Ясно, что в случаях нарушения соотношений (8) условия малости возмущений корней многочлена заведомо не могут выполняться, что как раз наглядно демонстрирует приведенный пример.

Целевые требования в задачах модального управления направлены на размещение полюсов синтезируемой системы в комплексной плоскости, т. е. формулируются в терминах корней ее характеристического уравнения. Следовательно, изложенный результат прямо соотносится с проблематикой модального управления.

Важно отметить, что выявленный эффект неробастности локализации корней не обусловлен именно ситуацией кратности корней в (2) и на самом деле носит общий характер. Вместе с тем, следует также подчеркнуть, что для задач модального управления ситуация выбора кратных корней желаемого характеристического многочлена является довольно типичной.

Описанный эффект неробастности корневых свойств многочленов, естественно, должен учитываться при постановке и решении задач модального управления. Он интересен тем, что может проявляться в условиях малых возмущений характеристического многочлена. Однако наряду с этим в схемах модального управления также возможны

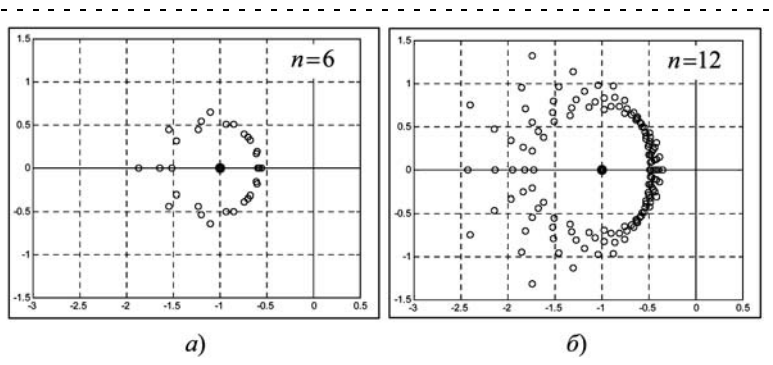


Рис. 1

сильные изменения коэффициентов характеристического многочлена системы в условиях слабых параметрических возмущений объекта. Далее с этих позиций проанализируем спектральные свойства решений, использующих одну из базовых структур модального управления — модальную обратную связь по состоянию.

Структура модальных обратных связей

Управляющая обратная связь по состоянию, предназначенная для формирования желаемого спектра в замкнутой системе, называется *модальной*. Для описания структуры модальных обратных связей (МОС) прибегнем к формализму пространства состояний.

Полагаем, что объект управления описывается уравнением состояния

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad (9)$$

где $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^r$ — управляющий вход, а $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ — состояние объекта; $\mathbf{A}_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times r}$ — числовые матрицы.

Объект замкнут линейной обратной связью

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{x},$$

где $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{r \times n}$ — матрица настраиваемых параметров.

Структуру замкнутой системы иллюстрирует рис. 2.

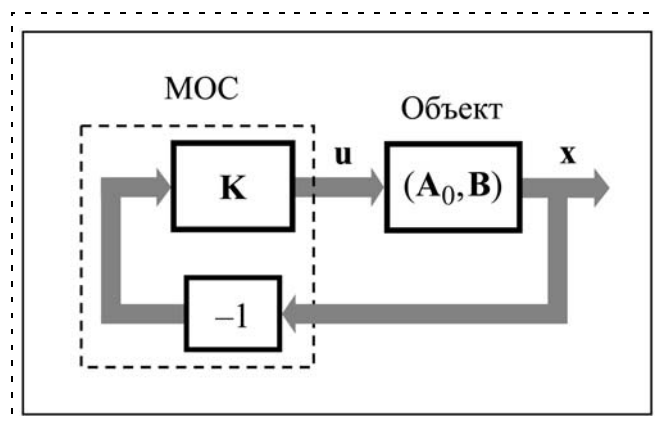


Рис. 2

Динамика системы описывается уравнением состояния

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad (10)$$

где

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 - \mathbf{BK}.$$

Введем характеристический многочлен системы (10):

$$\Delta(s) = \det(\mathbf{E}s - \mathbf{A}),$$

где $\mathbf{E}$ — единичная матрица, s — комплексная частота.

Обозначим Λ_0 и Λ — спектры объекта и замкнутой системы:

$$\Lambda_0 = \text{spec}(\mathbf{A}_0), \quad \Lambda = \text{spec}(\mathbf{A}).$$

Решаемая задача конструирования МОС заключается в навязывании замкнутой системе *желаемого спектра* Λ^* посредством надлежащего выбора матричного коэффициента усиления $\mathbf{K}$ в цепи обратной связи:

$$\text{spec}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{BK}) = \Lambda^*.$$

Разумеется, желаемый спектр должен отвечать следующему ограничению: это мультимножество мощности n , симметрическое относительно вещественной оси. Отметим также, что необходимым и достаточным условием разрешимости данной задачи модального управления при любом априорном назначении желаемого спектра является полная управляемость объекта.

Возмущения спектра в контурах модального управления

Положим, что объект (9) подвергается параметрическим возмущениям, вследствие чего изменяется уравнение состояния замкнутой системы:

$$\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x},$$

где

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \delta\mathbf{A},$$

$\delta\mathbf{A}$ — аддитивная возмущающая добавка. Данные возмущения приведут к изменению характеристического многочлена и, соответственно, спектра системы, что можно описать соотношениями (3) и (4).

Характер влияния параметрических возмущений в объекте на спектр замкнутой системы управления определяется динамической структурой самого объекта и целевыми требованиями к спектру синтезируемой системы.

Покажем на ряде примеров, что эффект спектральной неробастности решений задач конструирования МОС действительно существует и не носит частного характера, причем его источниками

либо усилителями являются следующие факторы в динамической структуре объекта:

- 1) динамический *порядок* объекта;
- 2) временная *разномасштабность* подсистем объекта;
- 3) *вырождение* спектра объекта.

Далее будут рассматриваться два типа структур каналов управления: параллельная и последовательная.

Параллельная структура моделируется матрицами

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} \lambda_{01} & & & \\ & \lambda_{02} & & \\ & & \lambda_{03} & \\ & & & \ddots \\ & & & & \lambda_{0n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Последовательная (каскадная) структура моделируется матрицами

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} \lambda_{01} & & & \\ \mu_1 & \lambda_{02} & & \\ & \mu_2 & \lambda_{03} & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & \mu_{n-1} & \lambda_{0n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Таким образом, матрица $\mathbf{A}_0$ в модели (11) является диагональной, а в (12) — нижней двухдиагональной.

В обоих случаях номинальный спектр объекта

$$\Lambda_0 = (\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{0n}).$$

Для второй модели введем также вектор коэффициентов связи:

$$\mathbf{M} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{n-1}).$$

Заметим, что рассматриваемые модели (11) и (12) можно наглядно представлять структурными схемами — в виде цепочек соответственно параллельно и последовательно соединенных апериодических звеньев с полюсами $\lambda_{01}, \lambda_{02}, \dots, \lambda_{0n}$.

В рассматриваемых ниже модельных примерах желаемый спектр синтезированной системы является кратным:

$$\Lambda^* = \{-1, -1, \dots, -1\}. \quad (13)$$

Фактор динамического порядка объекта

Повышение динамического порядка объекта, а следовательно, и *размерности задачи модального управления*, может служить причиной появления или усиления эффекта неробастности спектральных характеристик получаемых решений.

Приведенные ниже примеры демонстрируют данный эффект.

Пример 2. Структура объекта — параллельная.

1) $n = 4$. Номинальный спектр объекта:

$$\Lambda_0 = \left\{ 0, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2} \right\}.$$

Желаемый характеристический многочлен замкнутой системы в соответствии с (13) равен

$$\Delta^*(s) = s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1. \quad (14)$$

Расчетные коэффициенты МОС:

$$\mathbf{K} = [24,0000; -60,7500; 42,6667; -3,0000].$$

Подвергнем спектр объекта возмущениям:

$$\frac{\delta\lambda_i}{\lambda_{0i}} = (-1)^i \varepsilon \quad (i \geq 2), \quad \varepsilon = 0,01. \quad (15)$$

Получим возмущенный характеристический многочлен замкнутой системы:

$$\tilde{\Delta}(s) \cong s^4 + 4,0042s^3 + 6,3237s^2 + 4,1683s + 1,0099.$$

Соответствующий возмущенный спектр:

$$\tilde{\Lambda} = \{-0,5906 \pm 0,1987i; -1,4115 \pm 0,7802i\}.$$

2) $n = 5$. Номинальный спектр объекта:

$$\Lambda_0 = \left\{ 0, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2} \right\}.$$

Желаемый характеристический многочлен:

$$\Delta^*(s) = s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1.$$

Расчетные коэффициенты МОС:

$$\mathbf{K} = [120,0000; -819,2000; 911,2500; -213,3333; 5,0000].$$

Подвергая объект параметрическим возмущениям (15), получим возмущенный характеристический многочлен замкнутой системы:

$$\tilde{\Delta}(s) \cong s^5 + 4,9978s^4 + 14,6434s^3 + 13,6528s^2 + 5,6787s + 0,9998.$$

Возмущенный спектр системы:

$$\tilde{\Lambda} = \{-0,5275; -0,3367 \pm 0,2924i; -1,8985 \pm 2,4342i\}.$$

На рис. 3 изображено расположение точек возмущенных спектров замкнутой системы на комплексной плоскости для двух рассмотренных вариантов размерности решаемой задачи, причем точки фактического спектра обозначены кружками, а желаемый одноточечный спектр представлен квадратиком.

Отметим, что негативное действие фактора размерности задачи должно особенно негативно сказываться в задачах модальной стабилизации механи-

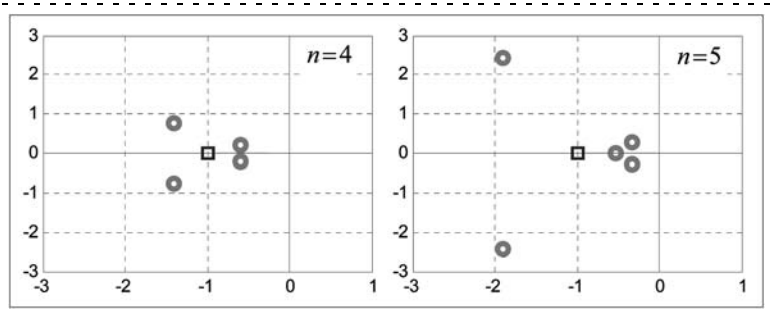


Рис. 3

ческих колебательных и волновых процессов. Сюда, в частности, относятся задачи демпфирования упругих колебаний летательных аппаратов: изгибных колебаний ракет [1] и космических аппаратов [2].

С учетом существенного влияния рассматриваемого фактора на эффект спектральной неробастности решений задач модального управления представляются весьма сомнительными многие постановки и решения задач модального управления для так называемых объектов "высокого порядка" (см., например, [3]).

Фактор разномасштабных по времени подсистем

Как правило, объект состоит из взаимодействующих подсистем, различающихся *временными масштабами* протекания динамических процессов. Данная ситуация достаточна типична и, как правило, характеризуется одновременным наличием "больших" и "малых" постоянных времени в динамической структуре объекта. Ее часто можно наблюдать при появлении в структурных схемах объекта малоинерционных апериодических звеньев. Последние будем ассоциировать с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{1}{\tau s + 1}, \quad (16)$$

где τ — малая постоянная времени.

Внесем данный малый параметр в модель объекта и продемонстрируем влияние его вариаций на спектр замкнутой системы.

Пример 3. Положим, объект имеет последовательную динамическую структуру и $n = 4$. Номинальный спектр объекта:

$$\Lambda_0 = \left\{ 0, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{\tau} \right\}.$$

Вектор коэффициентов связи

$$\mathbf{M} = \left(1, 1, \frac{1}{\tau} \right).$$

Заметим, что здесь подразумевается каскадное включение в структуру объекта апериодического звена (16).

Номинальное значение параметра $\tau = 0,1$.

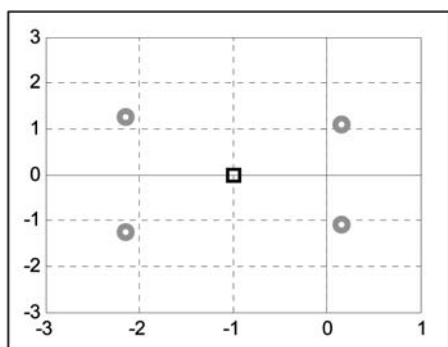


Рис. 4

Желаемый характеристический многочлен совпадает с (14). Расчетные значения коэффициентов МОС:

$$\mathbf{K} = [-6,5833; 69,7569; -678,7037; 656,1000].$$

Изменим выделенную малую постоянную времени на 0,1 %: $\tilde{\tau} = 0,1001$. В результате изменится характеристический многочлен замкнутой системы:

$$\tilde{\Delta}(s) \cong s^4 + 3,9900s^3 + 6,0599s^2 + 3,3407s + 7,5534.$$

Соответствующий возмущенный спектр (рис. 4):

$$\tilde{\Lambda} = \{0,1555 \pm 1,0950i; -2,1505 \pm 1,2449i\}.$$

Фактор вырождения спектра объекта

К ситуации *вырождения* спектра объекта будем относить случай совпадения собственных значений матрицы $\mathbf{A}_0$ в параллельной модели объекта (11). В этой ситуации объект теряет свойство полной управляемости и задача модального управления оказывается неразрешимой в условиях априорных назначений желаемого спектра. Действие фактора "вырождения" при сближении точек спектра в объекте проявляется в неограниченном увеличении коэффициентов усиления в конструируемой МОС, приводящее к неробастности замкнутой системы.

Пример 4. Пусть $n = 6$ и номинальный спектр объекта

$$\Lambda_0 = \{0; -0,5; -0,75; -2,5; -3; \lambda\},$$

где λ — варьируемый параметр с номинальным значением $\lambda = -3,25$. Таким образом, имеем случай близких полюсов объекта: $\lambda_6 = \lambda \approx \lambda_5 = -3$.

Желаемый характеристический многочлен замкнутой системы:

$$\Delta^*(s) = s^6 + 6s^5 + 15s^4 + 20s^3 + 15s^2 + 6s + 1.$$

Расчетные коэффициенты МОС:

$$\mathbf{K} = [0,1094; -0,0091; 0,0001; -3,4714; 30,3407; -30,9698].$$

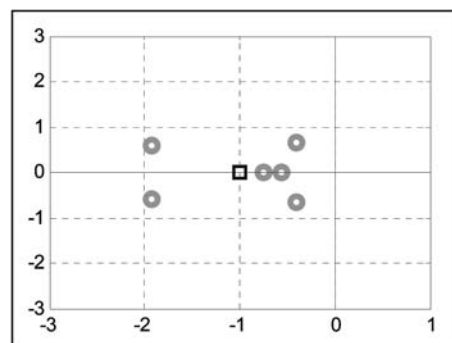


Рис. 5

Изменим значение параметра: $\tilde{\lambda} = -3,23$. Получим соответствующий возмущенный характеристический многочлен:

$$\tilde{\Delta}(s) \cong s^6 + 5,9800s^5 + 14,3256s^4 + 17,7109s^3 + 12,9036s^2 + 5,4290s + 0,9938,$$

и возмущенный спектр (рис. 5):

$$\tilde{\Lambda} = \{-0,5613; -0,7486; -0,4058 \pm 0,6446i; -1,9293 \pm 0,5953i\}.$$

Пример 5. Эффект неробастности решений задач модального управления также проиллюстрируем на конкретном примере синтеза промышленной системы регулирования натяжения материала в зоне его транспортирования в поточной линии [4].

Динамику объекта управления представляют матрицы:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{\Pi}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R^2 E}{J_{\text{P}}} & \frac{R^2 E}{J_{\text{P}}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_{\text{Y}}}{m} & \frac{K_{\Gamma} E}{m} & \frac{K_{\Gamma} E}{m} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{V1}}{T_1} & -\frac{K_{V1} K_{\Gamma}}{T_1} & 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 \\ \frac{K_{V2} R}{T_2} & \frac{K_{V2}}{T_2} & -\frac{K_{V2} K_{\Gamma}}{T_2} & 0 & \frac{1}{T_2} & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{K_{\Pi}}{T_{\Pi}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

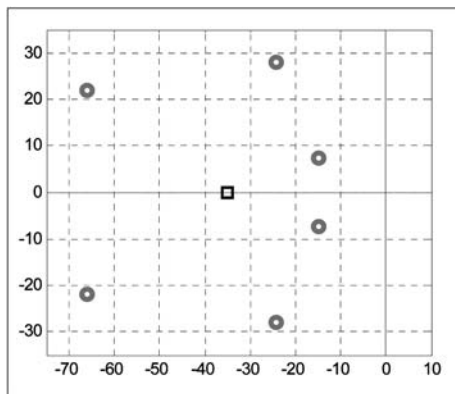


Рис. 6

Параметры объекта [4, с. 125]:

$$T_{\Pi} = 0,05 \text{ с}; K_{\Pi} = 16,5; l_1 = 0,5 \text{ м}; l_2 = 1,5 \text{ м}; \\ V_1 = 1 \text{ м/с}; V_2 = 1 \text{ м/с};$$

$$J_p = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; R = 0,05 \text{ м}; E = 10000 \text{ Н}; \\ m = 125 \text{ кг}; K_{\Gamma} = 1;$$

$$K_y = 8000 \text{ Н/м}; K_{V1} = 1/V_1; K_{V2} = 1/V_2; \\ T_1 = l_1/V_1; T_2 = l_2/V_2.$$

Положим, МОС рассчитывается исходя из требования формирования кратного полюса замкнутой системы, равного

$$\lambda = -35 \text{ с}^{-1}.$$

В этом случае

$$\mathbf{K} = [0,57; 2577,21; 47,38; 1900,91; 522,13; 1588,80].$$

Проварьируем на уровне 1 % два параметра в модели объекта: R — радиус роликов механизма протягивания материала и E — приведенный к ширине модуль упругости материала.

1. Примем возмущенное значение радиуса роликов $\tilde{R} = 0,0495$. Соответствующий возмущенный спектр (рис. 6):

$$\tilde{\Lambda} = \{-14,7451 \pm 7,2796i; -24,3096 \pm 27,8463i; \\ -65,9586 \pm 21,8945i\}.$$

2. Возмущенному значению модуля упругости материала $\tilde{E} = 10100$ отвечает возмущенный спектр (рис. 7):

$$\tilde{\Lambda} = \{-16,7892; -20,5114 \pm 14,5442i; \\ -40,7933 \pm 28,9158i; -70,6279\}.$$

Итак, налицо существенное изменение спектра системы регулирования. Заметим, что в реальных условиях эксплуатации технологического оборудования возможны деформации механических узлов, поэтому анализируемая вариация радиуса роликов

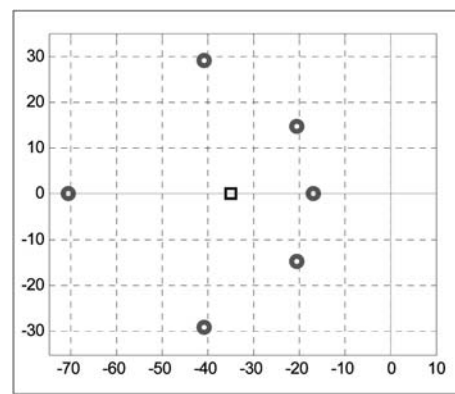


Рис. 7

представляется вполне правдоподобной. Что касается модуля упругости материала, то точность его оценки вряд ли может быть выше 1 %.

Данный пример выявляет весьма типичную ситуацию, которая может возникнуть при проектировании реальных систем регулирования на основе модальной методологии: полученное решение будет неработоспособным даже в условиях сравнительно малых погрешностей в расчетной теоретической модели объекта.

Заключение

В современных разработках автоматических систем модальная методология занимает важное теоретическое и прикладное значение. Однако, как показано в данной статье, классические схемы и методы модального управления не учитывают важнейший для инженерной практики аспект синтезируемых систем — требования робастности их модальных характеристик. В свете этого, на наш взгляд, необходим критический анализ существующих наработок в области теории модального управления и, кроме того, целесообразно активизировать фундаментальные исследования в области теории робастного модального управления, объединяющей модальный подход с достижениями в области теории чувствительности и робастности динамических систем.

Список литературы

1. Кузовков Н. Т. Системы стабилизации летательных аппаратов. М.: Высшая школа, 1976. 304 с.
2. Титов Б. А., Вьюжанин В. А., Дмитриев В. В. Формирование динамических свойств упругих космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1995. 304 с.
3. Мисриханов М. Ш., Рябченко В. Н. Управление полюсами больших и очень больших динамических систем // Матер. 4-й Всеросс. мультikonф. по проблемам управления. Т. 2. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. С. 102—104.
4. Тютиков В. В., Тарарькин С. В. Робастное модальное управление технологическими объектами. Иваново: Изд-во ИГЭУ, 2006. 256 с.

АВТОМАТИЧЕСКИЕ ПРИВОДЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

(К юбилею кафедры "Системы автоматического управления" Тулъского государственного университета)



Зав. кафедрой "САУ" ТулГУ
д-р техн. наук, проф.
О. В. Горячев

Кафедра систем автоматического управления (САУ) является одной из первых кафедр приборостроительного профиля Тульского государственного университета (ТулГУ). Она была создана в 1956 г. для удовлетворения потребности оборонно-промышленного комплекса страны в инженерных кадрах, способных создавать новейшие образцы управляемой боевой техники тактического назначения. В настоящее время кафедра САУ входит в состав одноименного факультета САУ Института высокоточных систем им. В. П. Грязева ТулГУ.

В становлении и развитии кафедры существенную роль сыграло ГУП "КБ приборостроения" (г. Тула). Именно специалисты ГУП "КБ приборостроения", выпускники известных вузов — Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана, Московского авиационного института (государственного технического университета) — в первые годы работы кафедры и составили костяк преподавателей, ведущих специальные дисциплины. Огромную роль на этапе становления кафедры сыграли дружба и творческое сотрудничество академика РАН, начальника и генерального конструктора ГУП "КБ приборостроения" А. Г. Шипунова, выдающегося конструктора стрелково-пушечного вооружения В. П. Грязева, а также ученого и талантливого педагога, Заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, д-ра техн. наук, профессора Б. М. Подчуфарова — основателя и первого заведующего кафедрой.

Одним из основных принципов деятельности кафедры САУ, сформированных в период ее становления, является участие всех сотрудников кафедры в научно-исследовательской работе по тематике

профильных предприятий и активное привлечение к научно-исследовательской работе студентов. В период становления кафедры (с 1956 г. по 1976 г.) научные направления ее деятельности охватывали широкий круг вопросов: разработку теории, методов проектирования и экспериментальной отработки рулевых приводов ракет и источников их питания для различных рабочих тел; проектирование блоков систем газоснабжения стартовых комплексов ракет; разработку методов проектирования систем управления с учетом производственных допусков и погрешностей, возникающих на этапе эксплуатации изделия; разработку и создание систем управления для аэродинамических труб.

Большой объем исследований, выполненных сотрудниками кафедры САУ и ее лаборатории, привел к созданию трех научных школ:

- *научной школы в области теории динамических систем и процессов управления*, основанной проф. Б. М. Подчуфаровым, включающей: динамические теории циклической автоматики, тепломеханических систем, динамики газовых приводов систем стабилизации и управления (в настоящее время научным руководителем школы является проф. В. И. Чекмазов);
- *научной школы по теории и методам проектирования оптимальных систем управления объектами с ограничителями*, основанной проф. Н. В. Фалдиным;
- *научной школы по методам анализа и синтеза приводов систем наведения и стабилизации объектов специального назначения*, основанной начальником отделения "КБ приборостроения", проф. Е. Е. Шорниковым (в настоящее время научным руководителем школы является проф. О. В. Горячев).

В рамках первой научной школы решаются задачи разработки приводов новейших комплексов вооружения, отличающихся высокими тактико-техническими характеристиками и живучестью в условиях ведения современного высокочастотного боя. В рамках второй научной школы проводятся исследования по трем научным направлениям: теория и синтез оптимальных систем управления (руководитель проф. Н. В. Фалдин); методы анализа и синтеза релейных систем автоматического управления (руководители: проф. Н. В. Фалдин и проф. С. А. Руднев); метод гарантированной точности и его применение в задачах анализа, синтеза и испытаниях систем управления (руководитель проф. Н. Н. Макаров). В рамках третьей научной школы разрабатывается теоретическая база для

проектирования высокоточных цифровых электрических следящих приводов систем наведения и стабилизации вооружения с исполнительными электрическими двигателями различного типа.

Научные исследования коллектива позволили существенно обогатить теорию и практику автоматического управления новыми точными методами, позволяющими существенно улучшить качественные характеристики, а также сократить сроки и стоимость разработки современных систем управления для сложных технических объектов. Разработана совокупность эффективных методов исследования релейных автоколебательных систем с нелинейными объектами управления, позволяющих выполнять всесторонний анализ и синтез систем указанного класса. Решены задачи синтеза оптимального управления для ряда конкретных технических систем, включая электрический следящий привод постоянного тока, гидравлический привод наведения ракетно-пушечного вооружения, пневматический и газовый рулевые приводы вращающихся ракет.

Кафедра САУ активно сотрудничает с предприятиями: ГУП "КБ приборостроения", ФГУП ГНПП "Сплав", АО "Тульский оружейный завод", ЗАО "Тула-теплосеть", ПКФ "Автоматика" (г. Тула), ФГУП "КБМ" (г. Коломна), ФГУП "КБТМ им. А. Э. Нудельмана" (г. Москва), филиалом Государственного космического НИЦ им. М. В. Хруничева КБ "Арматура" (г. Ковров). За последние пять лет существенно расширилась тематика проведения научно-исследовательских работ, проводимых по заказам предприятий различных форм собственности.

Кафедра САУ сыграла значительную роль в кадровом обеспечении ряда НИИ, КБ и в подготовке высококвалифицированных специалистов для других вузов. За время существования кафедре окончили свыше 7500 дипломированных специалистов, защищено более 100 кандидатских и 15 докторских диссертаций. С 1972 г. на специальностях кафедры обучались иностранные студенты и аспиранты из Болгарии, Индии, Вьетнама.

Учебная деятельность кафедры направлена на подготовку специалистов в области проектирования

и исследования современных и перспективных цифровых (микропроцессорных) систем управления как оборонного, так и гражданского назначения по специальностям "Системы управления летательными аппаратами" и "Мехатроника" (в соответствии с ФГОС 2-го поколения) и по направлениям "Автоматизация и управление" и "Мехатроника и робототехника" (в соответствии с ФГОС 3-го поколения). Кафедра реализует подготовку в магистратуре по направлению 220200 "Автоматизация и управление" и подготовку кадров высшей квалификации в аспирантуре и докторантуре по специальностям 05.13.01 "Системный анализ, управление и обработка информации", 05.13.06 "Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами", 20.02.14 "Вооружение и военная техника".

В настоящее время кафедра располагает высоким кадровым потенциалом: на кафедре работают 7 докторов технических наук и профессоров, 8 кандидатов технических наук, доцентов. Кафедра имеет вычислительный зал и современные учебные и научные лаборатории. За прошедшие годы сотрудниками кафедры издано свыше 200 монографий, учебников, учебных пособий, сборников научных трудов, защищено авторскими свидетельствами и патентами более 300 изобретений, опубликовано свыше 1000 научных статей. О признании научных достижений кафедры свидетельствует проведение в Туле совместно с Академией наук пяти Всесоюзных научных симпозиумов по пневматическим (газовым) приводам и системам управления. В декабре 2006 г. на базе кафедры состоялась 1-я, а в ноябре 2011 г. планируется проведение 2-й Всероссийской конференции "Мехатронные системы (теория и проектирование)", приуроченной к 55-летию кафедры и 90-летию со дня рождения ее основателя проф. Б. М. Подчуфарова.

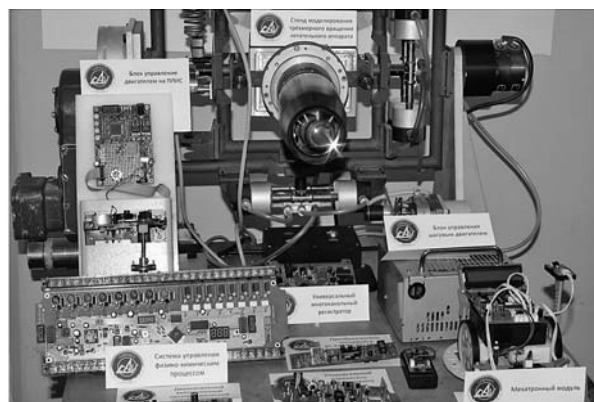
В настоящей рубрике журнала представлены некоторые исследования и разработки, выполненные ведущими сотрудниками кафедры "САУ" ТулГУ.

О. В. Горячев,

д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой



Учебно-лабораторный модуль кафедры, располагающий уникальным лабораторным и испытательным оборудованием



Разработки приводов новейших комплексов вооружения, отличающиеся высокими тактико-техническими характеристиками и живучестью в условиях ведения современного высокочастотного боя

О. В. Горячев, д-р техн. наук, проф.,

info@sau.tsu.tula.ru,

С. В. Минчук, аспирант,

minchuk@programist.ru,

Тульский государственный университет

Система математических моделей вентильного двигателя, основанная на численном расчете магнитостатического поля

Рассмотрена методика формирования системы математических моделей вентильного двигателя, предназначенной для анализа и синтеза электропривода, работающего в ненормальных — форсированных — режимах. В качестве базовой используется нелинейная модель, основанная на численном расчете магнитостатического поля методом конечных элементов. Приводится методика идентификации параметров моделей низшего иерархического уровня.

Ключевые слова: вентильный двигатель, форсированный режим работы, метод конечных элементов, магнитостатическое поле, идентификация параметров

Для удовлетворения жестких требований, предъявляемых к характеристикам современных приводов систем наведения и стабилизации, необходимо располагать математическим описанием функционирования силовой системы в нелинейных и нестационарных режимах работы, обусловленных выбранными законами управления. Одними из наиболее перспективных двигателей для построения систем наведения и стабилизации объектов в диапазоне мощностей от десятков ватт до нескольких киловатт являются вентильные исполнительные двигатели (ИД). Это обусловлено целым рядом преимуществ указанных типов двигателей, а именно: большой срок службы, высокий КПД, хорошие динамические характеристики. Стремление удовлетворить жестким требованиям, предъявляемым к массогабаритным характеристикам приводов, приводит к необходимости реализации работы ИД как в номинальном, так и в форсированном режимах работы. Перспективные системы управления ИД электроприводов предполагают достижение максимальных удельных энергетических показателей посредством форсирования по амплитуде питающего напряжения как кратковременного, так и на протяжении всего периода работы привода. Форсирование вызывает насыщение магнитной системы и возникновение тепловых переходных процессов, появляющихся вследствие нагрева обмоток и стали статора. Они, в свою очередь, накладывают ограничения на срок эксплуатации электропривода и являются критерием выбора режимов форсирования ИД.

Таким образом, для решения задач проектирования приводов высокоточных систем наведения и

стабилизации объектов с вентильными ИД, удовлетворяющих жестким требованиям, предъявляемым к динамическим, точностным и массогабаритным характеристикам, необходимо располагать системой моделей, адекватных функционированию ИД как в номинальных, так и в форсированных режимах работы.

Математическое описание отдельных аспектов работы электрических двигателей в форсированных режимах широко рассмотрено в различных источниках. Традиционным подходом является описание параметров модели как аналитических функций (линейных и нелинейных) от величин, определяющих степень форсирования двигателя. Например, в работе [4] насыщение материала магнитопровода учитывается посредством формирования значений индуктивности и взаимоиנדуктивности обмоток фаз как аналитических функций токов. Такой подход не является комплексным, так как не позволяет одновременно и точно учесть влияние на параметры модели всего многообразия факторов, таких как: нелинейность и нестационарность магнитных свойств материалов, насыщение отдельных зон магнитопровода (кромки зубцов), особенности конструкции магнитной системы, ее несимметричность, реальная форма противоЭДС обмоток и т. д. Данная задача может быть решена путем применения модели, основанной на численном расчете магнитного поля методом конечных элементов. Основные аспекты данного подхода описаны в работах [5, 6]. Однако важным этапом является формирование системы моделей для синтеза электропривода.

Примем модель, основанную на численном расчете магнитного поля, в качестве базовой. Она предназначена для анализа характеристик ИД, идентификации структуры и параметров моделей низшего иерархического уровня и поверочного расчета процессов в синтезированном электроприводе. В свою очередь, модели низшего иерархического уровня определяются структурой и параметрами базовой модели и предназначены для синтеза законов управления.

Базовая нелинейная математическая модель ИД, основанная на численном расчете магнитостатического поля

Потребность в адекватной модели создает необходимость в разработке методики ее формирования. В качестве примера рассмотрим методику формирования нелинейной модели двухфазного вентильного двигателя с магнитоэлектрическим возбуждением ДБМ 70-0.16-1.5-2. Он является вентильной машиной, выполненной на базе синхронной машины с постоянными магнитами на роторе. Обмотки якоря располагаются неподвижно на статоре и подключаются к коммутатору. Силовые ключи коммутатора, возбуждающие обмотки, управляются по сигналу, поступающему с датчика положения ротора для создания вращающего магнитного поля.

Математическая модель, описывающая работу исследуемого двухфазного двигателя, представляет собой систему дифференциальных уравнений (ДУ) [1]:

$$\begin{aligned} u_{\Phi} &= R_{\Phi} i_{\Phi} + \frac{d\psi_{\Phi}}{dt}; \\ J_{\text{пр}} \frac{d^2\theta}{dt^2} + M_{\text{н}} &= M_{\Sigma}, \end{aligned} \quad (1)$$

где u_{Φ} , i_{Φ} , ψ_{Φ} — мгновенные значения напряжения, тока и потокосцепления фазы; R_{Φ} — сопротивление фазы; M_{Σ} — результирующий электромагнитный момент от действия всех фаз; $M_{\text{н}}$ — момент нагрузки; J — приведенный момент инерции нагрузки; θ — мгновенное значение угла поворота ротора; t — время.

Хотя рассматриваемый двигатель является двухфазным и взаимодействие между его фазами (a и b) в номинальном режиме практически отсутствует, для более полного описания его работы необходимо учитывать взаимовлияние фаз, вызванное несимметрией магнитной системы и потоками рассеяния, т. е. учитывать связь потокосцепления одной фазы от тока другой.

Первое и второе уравнения системы (1) — ДУ электрического равновесия, третье — ДУ механического равновесия движущихся частей.

Для решения системы (1) первоначально необходимо получить зависимости

$$\begin{aligned} \psi_a &= f(i_a, i_b, \theta); \\ \psi_b &= f(i_a, i_b, \theta); \\ M_{\Sigma} &= f(i_a, i_b, \theta), \end{aligned} \quad (2)$$

где i_a , i_b — токи фаз a и b соответственно.

Они являются нелинейными, что определяется принципом работы и особенностями исследуемого двигателя.

Рассмотрим решение данной задачи путем численного расчета магнитного поля методом конечных элементов (МКЭ), т. е. на базе полевой математической модели [2]. Проводя процедуру итерации токов в обмотках и угла поворота ротора, можно рассчитать потокосцепления обмоток машины при каждом сочетании варьируемых величин. Для каждой обмотки строится матрица потокосцеплений и матрица движущего момента, которые после многомерной линейной или сплайновой интерполяции образуют функции (2). Потокосцепления и движущий момент рассчитываются с учетом нелинейности магнитных свойств материалов, насыщения кромок зубцов, особенностей конструкции магнитной системы, ее несимметрии, сложной формы и несимметрии питающих напряжений. На рис. 1 (см. третью сторону обложки) представлен внешний вид электромагнитной системы исследуемого вентильного двигателя.

Для определения искомых характеристик (2) необходимо сформировать полевую модель двигателя для анализа МКЭ. Для этого используется геомет-

рическая модель, содержащая сведения о размерах и характеристиках всех элементов электромагнитной системы ИД (рис. 2, см. третью сторону обложки). В качестве иллюстрации результатов решения полевой задачи на рис. 3 (см. третью сторону обложки) представлены силовые линии магнитного поля.

ДУ электрического равновесия системы (1) можно решить как непосредственным дифференцированием зависимостей $\psi_a(i_a, i_b, \theta)$, $\psi_b(i_a, i_b, \theta)$ с использованием методов численного решения ДУ с постоянным шагом, так и преобразовав систему (1), использовать заранее рассчитанные методом численного дифференцирования производные потокосцепления фаз по токам и углу поворота ротора:

$$\begin{aligned} u_a &= R_{\Phi} i_a + \frac{\partial \psi_a(i_a, i_b, \theta)}{\partial i_a} \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial \psi_a(i_a, i_b, \theta)}{\partial i_b} \frac{di_b}{dt} + \\ &+ \frac{\partial \psi_a(i_a, i_b, \theta)}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} u_b &= R_{\Phi} i_b + \frac{\partial \psi_b(i_a, i_b, \theta)}{\partial i_b} \frac{di_b}{dt} + \frac{\partial \psi_b(i_a, i_b, \theta)}{\partial i_a} \frac{di_a}{dt} + \\ &+ \frac{\partial \psi_b(i_a, i_b, \theta)}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt}; \end{aligned}$$

$$J_{\text{пр}} \frac{d^2\theta}{dt^2} + M_{\text{н}} = M_{\Sigma}(i_a, i_b, \theta).$$

Отметим, что производная потокосцепления по току

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_a(i_a, i_b, \theta)}{\partial i_a}, \frac{\partial \psi_b(i_a, i_b, \theta)}{\partial i_b}, \frac{\partial \psi_a(i_a, i_b, \theta)}{\partial i_b}, \\ \frac{\partial \psi_b(i_a, i_b, \theta)}{\partial i_a} \end{aligned} \quad (4)$$

— это индуктивность обмотки L данной фазы, а производная потокосцепления по углу поворота

$$\frac{\partial \psi_a(i_a, i_b, \theta)}{\partial \theta}, \frac{\partial \psi_b(i_a, i_b, \theta)}{\partial \theta}$$

— это противоЭДС фазы.

На рис. 4, 5 (см. третью сторону обложки) в качестве примера представлены статические характеристики (2) момента и потокосцепления фазы A для случая $i_a = i_b$, а на рис. 6, 7 (см. третью сторону обложки) — производные потокосцепления фазы A по току фазы A и углу поворота ротора для случая $i_b = 0$.

Табличные зависимости (2), (4) могут быть получены с помощью анализа как плоской картины магнитостатического поля, так и трехмерной. Анализ данного вопроса позволяет сделать заключение о том, что характеристики, полученные при решении двухмерной задачи расчета магнитного поля, достаточно точны для применения в рассматриваем-

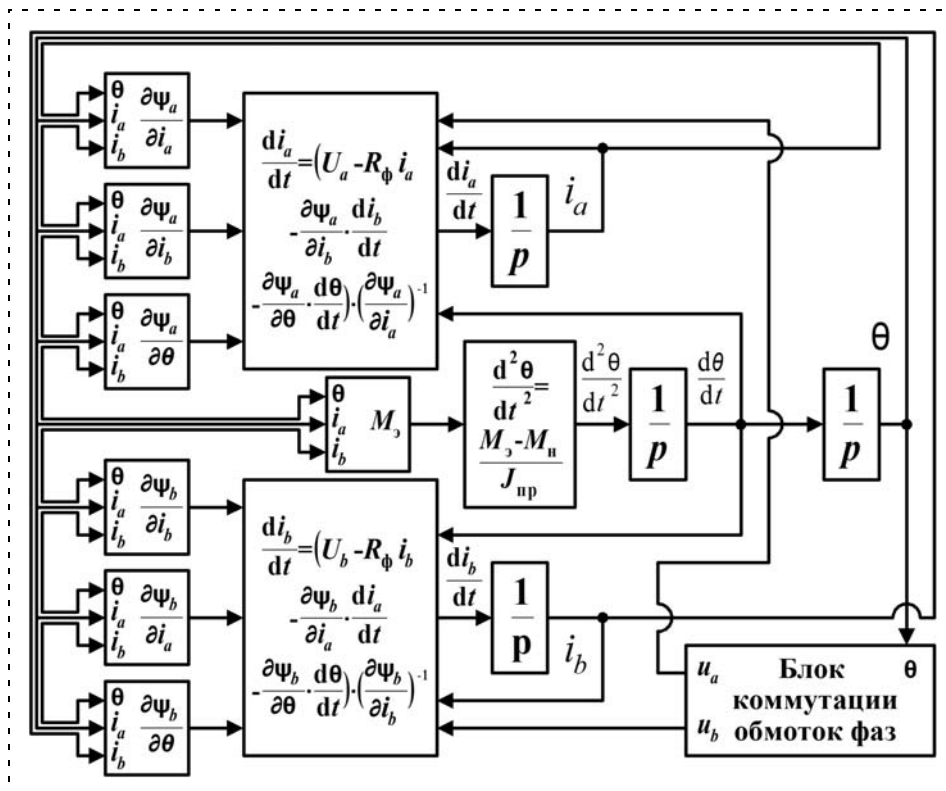


Рис 8. Структура нелинейной модели ИД, основанная на решении системы ДУ (3)

мой модели, так как рабочий магнитный зазор много меньше толщины магнитопровода.

На рис. 8 представлена структурная схема нелинейной модели, основанной на решении системы ДУ (3). Зависимости потокоцепления и движущего момента получаются как интерполяция табличных данных (4). Преимуществом данной модели по сравнению с моделью, основанной на решении

системы ДУ (1), является быстрота решения за счет возможности использования методов численного решения ДУ с переменным шагом. Примем данную модель в качестве базовой. На схеме: u_a, u_b — напряжение; i_a, i_b — ток фазы; Ψ_a, Ψ_b — потокоцепление фазы; θ — угол поворота ротора; M_Σ — движущий электромагнитный момент; R_Φ — сопротивление фазы; β — угол коммутации ключей. Блок коммутации обмоток фаз реализует функции инвертора, коммутируя обмотки биполярным напряжением в зависимости от угла поворота ротора, по аналогии с коллектором двигателя постоянного тока.

На рис. 9 представлено семейство механических характеристик двигателя ДБМ 70-0,16-1,5-2, полученных в результате анализа его нелинейной математической модели при различных коэффициентах форсирования (сплошные линии), и семейство характеристик, полученных с помощью линейной модели ИД (пунктирные линии). Следует отметить, что одним из основных критериев, по которым можно предварительно оценить адекватность сформированной модели, может служить совпадение паспортных и расчетных характеристик для номинального режима работы.

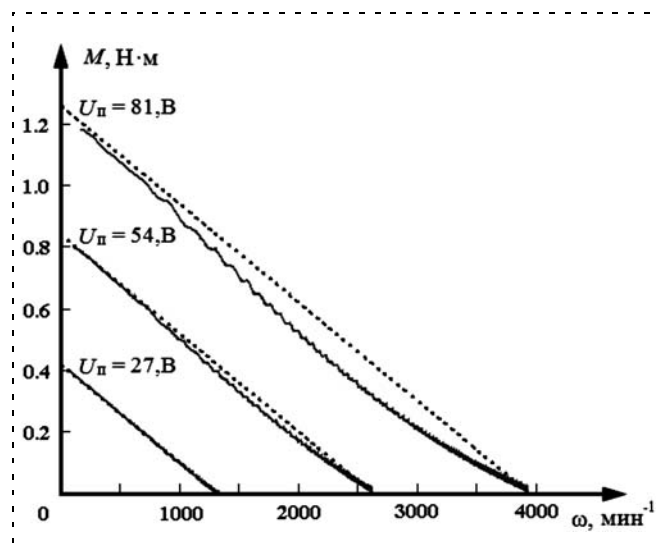


Рис. 9. Семейство механических характеристик исследуемого двигателя, полученных с помощью линейной и нелинейной математических моделей

Математическая модель ИД в неподвижной системе координат

Для синтеза векторных законов управления необходимо располагать нелинейной математической моделью в неподвижной системе координат. Двухфазный двигатель серии ДБМ можно описать следующими ДУ [3]:

$$i_{sa} = \frac{1}{T_{sa} p} \left(\frac{u_{sa}}{R_\Phi} - i_{sa} + \frac{c_e \omega}{R_\Phi} \sin \theta_c \right);$$

$$i_{sb} = \frac{1}{T_{sb} p} \left(\frac{u_{sb}}{R_\Phi} - i_{sb} + \frac{c_e \omega}{R_\Phi} \cos \theta_c \right),$$

где $T_{sa-b} = L_{sa-b}/R_\Phi$ — постоянная времени стартовой обмотки; $L_{sa} = L_{sb}$ — индуктивность обмотки фазы; θ_c — электрический угол поворота ротора; c_e — коэффициент противоЭДС; i_{sa}, i_{sb} — мгновенные значения токов обмоток фаз; u_{sa}, u_{sb} — мгновенные значения напряжений обмоток фаз.

Электромагнитный вращающий момент можно записать как

$$M_{\Sigma} = c_m(i_{sb}\cos\theta_c - i_{sa}\sin\theta_c), \quad (5)$$

где c_m — коэффициент момента.

Уравнение механического равновесия имеет вид

$$J_{\text{пр}} \frac{d^2\theta}{dt^2} + M_{\text{н}} = M_{\Sigma}.$$

Параметры c_m , c_e , L_{sa} , L_{sb} указываются в паспортных данных для исследуемого двигателя, однако они могут быть уточнены с помощью нелинейной математической модели, основанной на полевой модели, либо определены для ненормальных режимов работы.

Линейная математическая модель ИД

С учетом ряда допущений и предположения о равенстве нулю проекции тока статора на продольную ось во вращающейся системе координат математическая модель исследуемой вентельной машины сильно упрощается и становится аналогичной модели двигателя постоянного тока:

$$u_s = R_{\Phi} i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + c_e \frac{d\theta}{dt};$$

$$M_{\Sigma} = c_m i_s;$$

$$J_{\text{пр}} \frac{d^2\theta}{dt^2} = M_{\Sigma} - M_{\text{н}},$$

где i_s — мгновенное значение эквивалентного тока статора; u_s — мгновенное значение эквивалентного напряжения статора.

Передаточную функцию исследуемого двигателя можно записать в следующем виде:

$$W_{\text{дв}}(p) = \frac{\theta(p)}{u_s(p)} = \frac{k_{\text{дв}}}{T_{\text{м}} T_{\Sigma} p^2 + T_{\text{м}} p + 1},$$

где

$$T_{\text{дв}} = \frac{J_{\text{р}} R_{\Phi}}{c_e c_m}; \quad T_{\text{м}} = T_{\text{дв}} \left(1 + \frac{J_{\text{пр}}}{J_{\text{р}}}\right);$$

$$k_{\text{дв}} = \frac{1}{c_e}; \quad T_{\Sigma} = \frac{L_s}{R_{\Phi}}, \quad (6)$$

где $J_{\text{р}}$ — момент инерции ротора.

Определение параметров модели ИД в неподвижной системе координат и линейной модели ИД

Параметры модели в неподвижной системе координат (α, β) c_m , c_e , L_{sa} , L_{sb} являются постоянными. Целесообразным является их расчет с использованием нелинейной модели на базе полевой математической модели как функций времени и дальнейшее выделение первого коэффициента разложения в ряд Фурье. При этом расчет может проводиться

при любых режимах работы двигателя — пусковом, следящем в составе привода и т. д.

Индуктивности обмоток статора L_{sa} , L_{sb} можно вычислить с использованием сигналов нелинейной модели:

$$L_{sa-b} = \frac{\partial \Psi_{a-b}}{\partial i_{a-b}}.$$

Как видно из структурной схемы (см. рис. 8), индуктивности обмоток статора L_{sa} , L_{sb} могут быть непосредственно получены из модели без каких-либо преобразований. Они будут соответствовать

выходным сигналам табличных функций $\frac{\partial \Psi_a}{\partial i_a}$ и $\frac{\partial \Psi_b}{\partial i_b}$

соответственно.

Далее рассмотрим методику определения коэффициента пропорциональности между электромагнитным моментом и токами фазных обмоток. Он может быть рассчитан с использованием формулы (5):

$$c_m = \frac{M_{\Sigma}}{i_{sb}\cos\theta_c - i_{sa}\sin\theta_c}. \quad (7)$$

В свою очередь, переменные M_{Σ} , i_{sa} , i_{sb} , $\sin\theta_c$, $\cos\theta_c$ являются непосредственными переменными модели, т. е. мгновенное значение коэффициента c_m может быть получено моделированием уравнения (7) с подстановкой в него мгновенных значений переменных модели.

ПротивоЭДС можно вычислить с использованием переменных нелинейной модели:

$$c_e = -\frac{\partial \Psi_a}{\partial \theta} \frac{1}{\cos\theta_c} = -\frac{\partial \Psi_b}{\partial \theta} \frac{1}{\sin\theta_c}.$$

Используя расчетные параметры модели в неподвижной системе координат (α, β) , можно рассчитать параметры линейной модели по формулам (6).

Следует отметить, что параметры моделей в неподвижной системе координат и линейной модели можно определить, используя методы параметрической идентификации, основанные на генетических алгоритмах, поисковых процедурах. На рис. 10 представлена структурная схема процедуры идентификации.

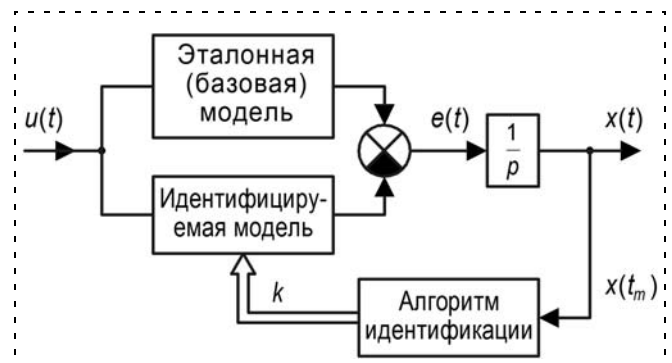


Рис. 10. Структурная схема процедуры идентификации

1. Miller T. J. E. Switched Reluctance Motors and their Control, v Magna Physics Publishing and Clarendon Oxford Press, 1993. 203 p.
2. Минчук С. В., Горячев О. В. Нелинейная математическая модель бесконтактного двигателя постоянного тока, основанная на анализе картины магнитостатического поля // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 3: в 5 ч. Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. Ч. 1. 240 с. С. 183—186.
3. Виноградов А. Б. Векторное управление электроприводами переменного тока. Иваново: Изд. "Ивановский государственный энергетический университет имени В. И. Ленина". 2008. 298 с.
4. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин: Учеб. для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 2001. 327 с.
5. Florence Libert. Design, Optimization and Comparison of Permanent Magnet Motors for a Low-Speed Direct-Driven Mixer. Royal Institute of Technology Department of Electrical Engineering Electrical Machines and Power Electronics. Stockholm, 2004.
6. Advanced nonlinear modelling techniques for switched reluctance machines. Frederik D'hulster; Hogeschool West-Vlaanderen dept.PIH (Belgium). URL: www.cedrat.com

Критерием идентификации является интеграл невязки $e(t)$ между выходными сигналами эталонной и идентифицируемой моделей на интервале времени $t \in [0, t_m]$ (цикле идентификации); $u(t)$ — типовой входной сигнал. Задачей алгоритма идентификации является минимизация мгновенного значения сигнала $x(t_m)$ посредством варьирования вектора параметров на каждом цикле процедуры идентификации.

В результате процедуры идентификации получены уточненные параметры модели исследуемого ИД, которые с достаточной степенью точности соответствуют паспортным.

Таким образом, рассмотренная система математических моделей вентильного двигателя с базовой нелинейной моделью, основанной на анализе картины магнитостатического поля, позволяет добиться высокой точности анализа и, следовательно, заданных характеристик электропривода на этапе синтеза.

УДК 681.5.01

Н. В. Фалдин, д-р техн. наук, проф.,
nvfaldin@yandex.ru,

А. В. Морзов, канд. техн. наук, доц.,
morzhov@mail.ru,

Тулльский государственный университет

Теорема о числе переключений при управлении с помощью инерционных рулей*

Доказывается теорема о числе переключений оптимального по быстродействию управления, когда в системе имеются специальные рули, обладающие "инерцией". Теорема может быть весьма полезной при синтезе оптимальных по быстродействию систем управления реальными техническими объектами.

Ключевые слова: инерционные рули, оптимальное по быстродействию управление, число переключений, теорема

Введение

Теорема о числе переключений играет важную роль при синтезе оптимальных по быстродействию систем управления. Доказанная первоначально А. А. Фельдбаумом [1], она была обобщена в известной монографии [2]. Этой теореме, строго говоря, удовлетворяет весьма узкий класс объектов управления. Однако практически для каждого технического объекта, включая нелинейные, как правило, существует некоторая ограниченная область фазового пространства, в которой для оптималь-

ных траекторий, целиком лежащих в этой области, оптимальное управление удовлетворяет теореме о числе переключений. Это обстоятельство существенно повышает значимость теоремы.

Для управления многими объектами используются специальные рули. Эти рули не могут перемещаться мгновенно, т. е. обладают определенной инерцией. На перемещение рулей наложено ограничение, которое обеспечивается с помощью специальных ограничителей. Наличие ограничителей приводит к нелинейностям специфического вида. Для таких объектов заметно усложняются условия оптимальности (принцип максимума), что, в свою очередь, существенно затрудняет синтез оптимального по быстродействию управления.

В работе для объектов, управление которыми осуществляется с помощью инерционных рулей, доказывается аналог теоремы о числе переключений. Предполагается, что объект управления имеет несколько рулей. Так как ограничители являются приводимыми [3], то для упрощения условий оптимальности каждое порождаемое ими ограничение рассматривается как фазовое. Для доказательства теоремы используются необходимые условия оптимальности.

Постановка задачи оптимального управления

На рис. 1 изображена структурная схема системы как объекта управления. Здесь $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r$ — переменные, задающие отклонения рулей. Каждый руль имеет ограничитель перемещения:

$$|\delta_j| \leq D_j, j = \overline{1, r}.$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-08-00332)

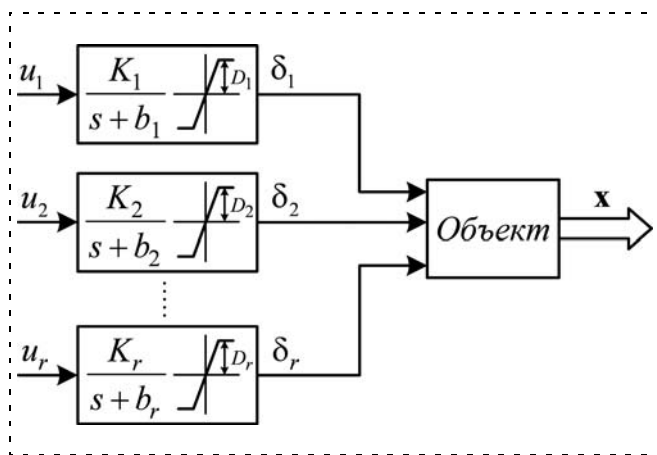


Рис. 1. Структурная схема системы

Движение руля как звена, содержащего ограничителя, описывается уравнением [3]

$$\frac{d\delta_j}{dt} = \begin{cases} K_j u_j - b_j \delta_j, & \text{если } |\delta_j| < D_j, \\ \text{или } |\delta_j| = D_j \text{ и } K_j u_j - b_j \delta_j = 0; \\ 0, & \text{если } |\delta_j| = D_j \text{ и } (K_j u_j - b_j \delta_j) \text{sign}(\delta_j) > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь K_j, b_j — некоторые константы. На управление наложены ограничения

$$|u_j| \leq A_j, j = \overline{1, r}.$$

Ниже будем предполагать, что имеют место неравенства

$$|K_j A_j| > |b_j D_j|, j = \overline{1, r}. \quad (2)$$

В этом случае каждый из ограничителей является приводимым [3], т. е. вместо звена с ограничителем можно рассматривать соответствующее фазовое ограничение. Переход от звеньев с ограничителями к фазовым ограничениям упрощает условия оптимальности.

В соответствии с рис. 1, принимая во внимание, что ограничители заменяются фазовыми ограничениями, движение системы задается уравнениями

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + C\delta; \\ \frac{d\delta_j}{dt} = K_j u_j - b_j \delta_j, j = \overline{1, r}. \end{cases} \quad (3)$$

В равенстве (3) A и C — постоянные матрицы размерности $n \times n$ и $n \times 1$ соответственно, $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_r)$ и $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ — r - и n -мерные векторы соответственно.

Будем решать задачу о наискорейшем переводе фазовой точки системы (3) из заданного начального состояния (x^0, δ^0) в заданное конечное состояние (x^1, δ^1) так, чтобы на траектории $(x(t), \delta(t))$ выполнялись ограничения

$$|\delta_j(t)| \leq D_j, j = \overline{1, r}. \quad (4)$$

Воспользуемся необходимыми условиями оптимальности, как они формулируются для системы с несколькими фазовыми ограничениями [3, 4].

Допустимую область фазового пространства, порожденную неравенствами (4), обозначим B . Область B определяется неравенствами

$$\delta_j - D_j \leq 0, -\delta_j - D_j \leq 0, j = \overline{1, r}.$$

В фазовом пространстве системы она ограничена плоскостями S_j^+ и S_j^- , которые задаются уравнениями

$$\delta_j - D_j = 0, -\delta_j - D_j = 0, j = \overline{1, r}.$$

При движении по границам S_j^+ и S_j^- управление $u_j(t)$ находится из равенств

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[\delta_j - D_j] &= P_j^+(\delta_j, u_j) = K_j u_j - b_j \delta_j = 0; \\ \frac{d}{dt}[-\delta_j - D_j] &= P_j^-(\delta_j, u_j) = -K_j u_j + b_j \delta_j = 0; \end{aligned} \quad (5)$$

Условия оптимальности

Запишем функцию Гамильтона [5]

$$\begin{aligned} H(\psi^1, \psi^2, x, \delta, u) &= \\ &= (\psi^1)^T (Ax + C\delta) + \sum_{j=1}^r \psi_{n+j} (K_j u_j - b_j \delta_j), \end{aligned}$$

здесь $\psi^1 = (\psi_1^1, \psi_2^1, \dots, \psi_n^1)$ — вспомогательный вектор, соответствующий первому уравнению (3), а $\psi^2 = (\psi_{n+1}, \psi_{n+2}, \dots, \psi_{n+r})$ — вектор, соответствующий r уравнениям (3) (исключая первое).

При движении в открытом ядре области B оптимальное управление $u(t)$ задается равенствами

$$u_j(t) = A_j \text{sign}(K_j \psi_{n+j}), j = \overline{1, r}.$$

Поскольку граница области B является разрывной, то возможно выполнение соотношений: $|\delta_j(t)| = D_j$, если $j \in \Theta$, и $|\delta_j(t)| < D_j$, если $j \notin \Theta$. Здесь Θ — некоторое множество. В этом случае оптимальное управление

$$u_j(t) = A_j \text{sign}(K_j \psi_{n+j}(t)) \quad (6)$$

при $j \notin \Theta$, а для индексов $j \in \Theta$ управление $u_j(t)$ находится из уравнений (5).

Если движение происходит в открытом ядре области B , то вспомогательный вектор $(\psi^1(t), \psi^2(t))$ задается уравнениями [3]

$$\begin{aligned} \frac{d\psi^1}{dt} &= -A^T \psi^1; \\ \frac{d\psi_{n+j}}{dt} &= -\sum_{i=1}^n \psi_i C_{ij} + b_j \psi_{n+j}, j = \overline{1, r}. \end{aligned} \quad (7)$$

При движении по границе области B для вспомогательных переменных справедливы уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d\psi^1}{dt} &= -A^T \psi^1; \\ \frac{d\psi_{n+j}}{dt} &= - \sum_{i=1}^n \psi_i C_{ij} + b_j \psi_{n+j} - \lambda_j(t) b_j \text{sign} \delta_j, j = \overline{1, r}. \end{aligned} \quad (8)$$

В равенствах (7) $\lambda_j(t) \equiv 0$, если $j \notin \Theta$. Для ограничивающих плоскостей S_j ($j \in \Theta$) к уравнениям (7) следует добавить равенства [3]

$$\psi_{n+j}(t) K_j = \lambda_j(t) K_j \text{sign} \delta_j. \quad (9)$$

Равенства (5), (6), (8), (9) позволяют проанализировать оптимальное управление $u_j(t)$ при любом фиксированном индексе j . Из (8) и (9) следует, что при движении по ограничивающей плоскости S_j вспомогательные переменные задаются уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{d\psi^1}{dt} &= -A^T \psi^1; \\ \frac{d\psi_{n+j}}{dt} &= - \sum_{i=1}^n \psi_i C_{ij}. \end{aligned} \quad (10)$$

Зафиксируем индекс j и рассмотрим оптимальное управление $u_j(t)$. В соответствии с работами [3, 4] в каждой точке t^* входа траектории на ограничивающую плоскость S_j должно выполняться условие скачка

$$\psi_{n+j}(t^* + 0) = \psi_{n+j}(t^* - 0) + \mu \text{sign} \delta_j,$$

где μ — некоторое число. Поскольку объект управления имеет звенную структуру, то для него справедливо усиленное условие непрерывности функции Гамильтона [3]. Таким образом, можно записать:

$$\begin{aligned} &\psi_{n+j}(t^* - 0)(K_j u_j(t^* - 0) - b_j \delta_j(t^*)) = \\ &= (\psi_{n+j}(t^* - 0) + \mu \text{sign} \delta_j)(K_j u_j(t^* + 0) - b_j \delta_j(t^*)). \end{aligned} \quad (11)$$

Из (11), принимая во внимание (5), получим

$$\psi_{n+j}(t^* - 0)(K_j u_j(t^* - 0) - b_j \delta_j(t^* - 0)) = 0. \quad (12)$$

Из (12), (2) и (6) следует, что

$$\psi_{n+j}(t^* - 0) = 0. \quad (13)$$

Во избежание недоразумений отметим, что равенство (11) справедливо при любом значении параметра μ .

Далее, как следует из работ [3, 4], в точке t^{**} схода оптимальной траектории с границы S_j

$$\psi_{n+j}(t^{**} + 0) = \psi_{n+j}(t^{**} - 0).$$

Если $\psi_{n+j}(t)$ является решением системы (10), то и функция $\psi_{n+j}(t) + \mu$, где μ — произвольная константа, также является решением системы (10). На этом основании условие скачка будем относить

к точке t^{**} схода траектории с ограничивающей плоскости S_j , т. е. оно примет вид

$$\psi_{n+j}(t^{**} + 0) = \psi_{n+j}(t^{**} - 0) + \mu \text{sign} \delta_j. \quad (14)$$

Тогда, очевидно, в момент t^* имеет место равенство

$$\psi_{n+j}(t^* + 0) = \psi_{n+j}(t^* - 0).$$

Несмотря на внесенные изменения в условия скачка равенство (13) сохраняет свою справедливость. Воспользуемся усиленным условием непрерывности функции Гамильтона:

$$\begin{aligned} &(\psi_{n+j}(t^{**} - 0) + \mu \text{sign} \delta_j)(K_j u_j(t^{**} + 0) - b_j \delta_j(t^{**})) = \\ &= \psi_{n+j}(t^{**} - 0)(K_j u_j(t^{**} - 0) - b_j \delta_j(t^{**})). \end{aligned}$$

Принимая во внимание соотношения (5), найдем

$$\psi_{n+j}(t^{**} + 0) = \psi_{n+j}(t^{**} - 0) + \mu \text{sign} \delta_j = 0. \quad (15)$$

Чтобы получить полную систему необходимых условий оптимальности, дополним приведенные соотношения неравенством

$$\frac{d\lambda_j(t)}{dt} = \frac{d\psi_{n+j}(t)}{dt} \text{sign} \delta_j \leq 0. \quad (16)$$

Теорема о числе переключений

Поскольку объект содержит ограничители, то при движении по ограничивающей плоскости S_j траектория системы не зависит от конкретного значения управления $u_j(t)$, важно лишь, чтобы прижимающая сила [3] имела соответствующий знак. Поэтому вместо равенств (5) управление можно задать соотношением

$$u_j = A_j \text{sign} \delta_j.$$

При этом сохраняют свою силу все выписанные выше условия оптимальности (исключая, разумеется, равенства (5)).

Теорема (о числе переключений). Если матрица A имеет только вещественные собственные числа, то оптимальные по быстродействию управления $u_j(t)$, $j = \overline{1, r}$, являются кусочно-постоянными функциями, принимающими значения A_j и $-A_j$, и каждое управление $u_j(t)$ изменяет свой знак не более n раз.

Обозначим

$$f(t) = - \sum_{i=1}^n \psi_i C_{ij}.$$

Если движение происходит при $|\delta_j| < D_j$, то в соответствии с уравнениями (7)

$$\psi_{n+j}(t) = e^{b_j t} \psi_{n+j}(0) + \int_0^t f(t) dt.$$

При $\psi_{n+j}(0) = 0$

$$\psi_{n+j}(t) = \int_0^t f(t) dt. \quad (17)$$

По условию теоремы матрица $\mathbf{A}$ имеет вещественные собственные числа, но тогда и матрица $\mathbf{A}^T$ имеет только вещественные собственные числа. Вектор-функция $\boldsymbol{\psi}^1(t)$ задается первым уравнением (7). В работе [5] показано (см. [5], § 3.3), что функция $f(t)$ является квазимоночленом и может иметь не более $(n - 1)$ нулей (корней).

Утверждение. Если функция $f(t)$ имеет не более $(n - 1)$ нулей, то функция

$$\tilde{m}(t) = \int f(t) dt = \int_0^t f(t) dt + M,$$

где M — произвольная константа, имеет не более n нулей.

Действительно,

$$\frac{d\tilde{m}(t)}{dt} = f(t),$$

и, следовательно, функция $\tilde{m}(t)$ может иметь не более $(n - 1)$ максимумов и минимумов. Между максимумом и минимумом может располагаться только один нуль. Таким образом, число нулей функции $\tilde{m}(t)$, расположенных между ее максимумами и минимумами, не превышает $(n - 2)$. Кроме того, функция $\tilde{m}(t)$ может иметь один нуль при $t < t_1$ и один нуль при $t > t_2$; здесь t_1 — крайний левый, а t_2 — крайний правый нули функции $f(t)$ (рис. 2).

Перейдем непосредственно к доказательству теоремы. При выходе на границу $\delta_j = D_j$ функция $\delta_j(t)$ должна возрастать, а при сходе с границы — убывать. Так как управление $u_j(t)$ является кусочно-постоянной функцией, то сход с границы сопровождается переключением управления. Аналогичная ситуация имеет место и при сходе с границы $\delta_j = -D_j$.

Оптимальное управление $u_j(t)$ может иметь переключения и при $|\delta_j| < D_j$. Общее число переключений управления $u_j(t)$ на оптимальной траектории равно $v + \rho$, здесь v — число переключений при $|\delta_j| < D_j$, а ρ — число граничных участков. Таким образом, необходимо доказать, что $v + \rho \leq n$.

Возможны следующие варианты:

1. На траектории $(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\delta}(t))$ $|\delta_j(t)| < D_j$. В соответствии с (6) переключение управления $u_j(t)$ происходит в точках, в которых функция $\psi_{n+j}(t)$ обращается в ноль. Пусть t_1 — момент первого обращения функции $\psi_{n+j}(t)$ в ноль. Введем время τ , которое отсчитывается от момента t_1 , т. е. $t = t_1 + \tau$. Как следует из (7) (см. также (17)),

$$\psi_{n+j}(\tau) = \int_0^\tau f(t_1 + \tau) d\tau.$$

В соответствии с доказанным выше утверждением функция $\psi_{n+j}(\tau)$ может обращаться в ноль не более n раз.

2. Переключение управления происходит только в точках схода с ограничивающих плоскостей S_j^+ , S_j^- , т. е. $v = 0$.

3. Переключения управления $u_j(t)$ имеют место как в точках схода с ограничивающих плоскостей, так и на участках движения, на которых $|\delta_j(t)| < D_j$.

Рассмотрим второй вариант. Положим для определенности, что $n = 4$. Покажем, что в этом случае функция $\delta_j(t)$ может иметь не более четырех граничных участков.

На рис. 3 изображен вид функции $\delta_j(t)$, имеющей четыре граничных участка. Введем время τ , которое, как и выше, отсчитывается от момента t_1 (рис. 3). В дальнейшем важную роль играет функция

$$m(\tau) = \int_0^\tau f(t_1 + \tau) d\tau.$$

Как следует из (10) и (13), в интервале $0 \leq \tau < \tau_1^{**}$ $\psi_{n+j}(\tau) = m(\tau)$.

Пусть $\hat{\tau}$ — некоторый момент времени, лежащий в диапазоне $\tau_1^{**} < \hat{\tau} < \tau_2^*$. Представим

$$m(\hat{\tau}) = \int_0^{\tau_1^{**}} f(t_1 + \tau) d\tau + \int_{\tau_1^{**}}^{\hat{\tau}} f(t_1 + \tau) d\tau. \quad (18)$$

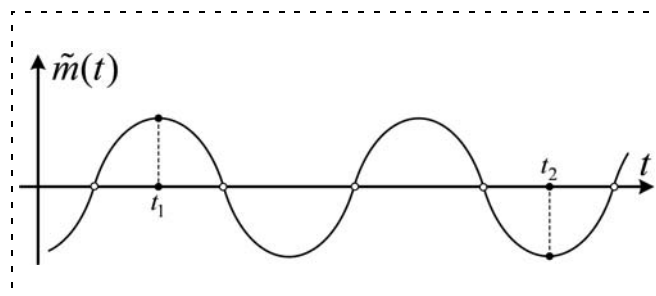


Рис. 2. Вид функции $\tilde{m}(t)$

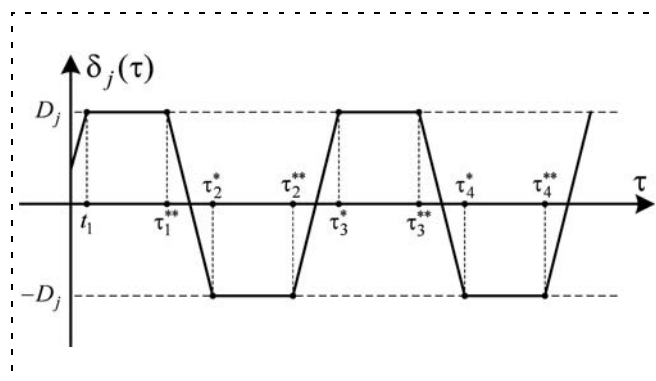


Рис. 3. Вид функции $\delta_j(t)$

В соответствии с уравнениями (7) и (15)

$$\psi_{n+j}(\hat{\tau}) = \int_0^{-\tau_1^{**}} f(t_1 + \tau_1^{**} + \Theta) d\Theta.$$

Заменим переменную интегрирования, положив

$$\mu = \tau_1^{**} + \Theta.$$

Тогда, очевидно,

$$\psi_{n+j}(\hat{\tau}) = \int_{\tau_1^{**}}^{\hat{\tau}} f(t_1 + \mu) d\mu. \quad (19)$$

Из сравнения (19) и (18) следует, что

$$\psi_{n+j}(\hat{\tau}) = m(\hat{\tau}) - L_1, \quad (20)$$

где константа

$$L_1 = \int_0^{\tau_1^{**}} f(t_1 + \tau) d\tau.$$

Равенство (20) можно получить для любой точки $\hat{\tau}$, принадлежащей диапазонам: $\tau_1^{**} < \hat{\tau} < \tau_2^*$, $\tau_2^{**} \leq \hat{\tau} < \tau_3^*$, $\tau_3^{**} < \hat{\tau} < \tau_4^*$, $\tau_4^{**} < \hat{\tau}$. При этом изменяется только значение константы.

Функция $m(\tau)$ может иметь не более четырех нулей. Так как на каждом из участков движения, на которых $|\delta_j(\tau)| = D_j$ и $|\delta_j(\tau)| < D_j$ функция $m(\tau)$ отличается от $\psi_{n+j}(\tau)$ на константу, то в соответствии с (13) и (16) при движении по ограничению $\delta_j(t) = D_j$ функция $m(\tau)$ убывает, а $\delta_j(t) = -D_j$ — возрастает. На рис. 4 изображен вид функции $n(\tau)$, согласованный с рис. 3.

В точках схода с ограничивающей плоскости S_j в соответствии с равенством (14) функция $\psi_{n+j}(t)$ претерпевает разрывы первого рода. Из равенства (20) следует, что

$$\psi_{n+j}(\tau_1^{**} + 0) = 0 = m(\tau_1^{**}) - L_1,$$

т. е. $L_1 = m(\tau_1^{**})$. Аналогичная ситуация имеет место и в точках схода τ_2^{**} , τ_3^{**} , τ_4^{**} . Например, в точке τ_3^{**} $L_3 = m(\tau_3^{**})$. На рис. 4 константы $-L_1$, $-L_2$, $-L_3$, $-L_4$ учитываются путем соответствующего переноса оси абсцисс. Участки оси абсцисс, относительно которых определяется функция $\psi_{n+j}(\tau)$, выделены жирными линиями, а нули функции $\psi_{n+j}(\tau)$ помечены значком треугольника.

В соответствии с равенством (13) в каждой точке τ^* входа на ограничивающую плоскость функция $\psi_{n+j}(\tau^*) = 0$. Из рис. 4 следует, что при $\tau > \tau_4^{**}$ функция $\psi_{n+j}(\tau)$ не может обращаться в ноль, т. е. на оптимальной траектории переменная $\delta_j(t)$, задающая перемещение рулей, может иметь не более четырех граничных интервалов. Таким образом,

оптимальное управление $u_j(t)$ имеет не более четырех переключений.

Выполненный анализ можно легко повторить при любом n .

Остановимся кратко на выделенном выше третьем варианте.

Пусть t_1 — момент первого обращения функции $\psi_{n+j}(t)$ в ноль. Отметим, прежде всего, что если функция $\psi_{n+j}(\tau)$ имеет ν нулей на интервалах движения, на которых $|\delta_j(\tau)| < D_j$, то она может иметь $4 - \nu$ граничных интервала. Повторяя рассуждения, аналогичные приведенным выше, нетрудно установить, что оптимальное управление $u_j(t)$ имеет не более четырех переключений.

На рис. 5 изображен вид переменной $\delta_j(t)$ для случая, когда управление $u_j(t)$ имеет три переключения в области $|\delta_j| < D_j$, а на рис. 6 — соответствующий вид функций $m(\tau)$ и $\psi_{n+j}(\tau)$.

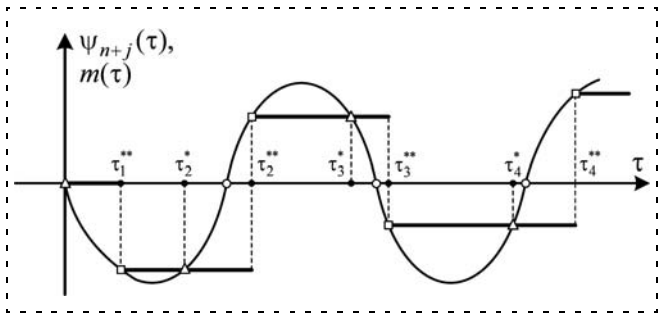


Рис. 4. Вид функций $m(\tau)$ и $\psi_{n+j}(\tau)$

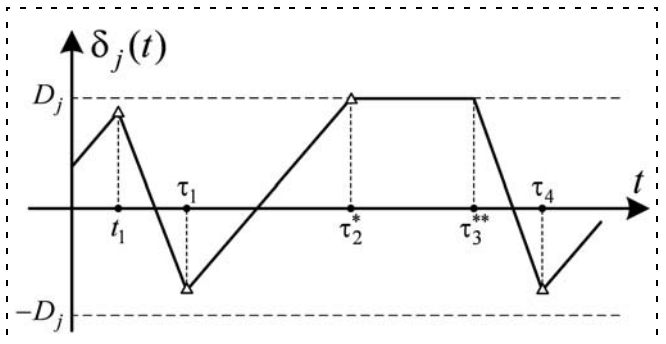


Рис. 5. Вид функции $\delta_j(t)$

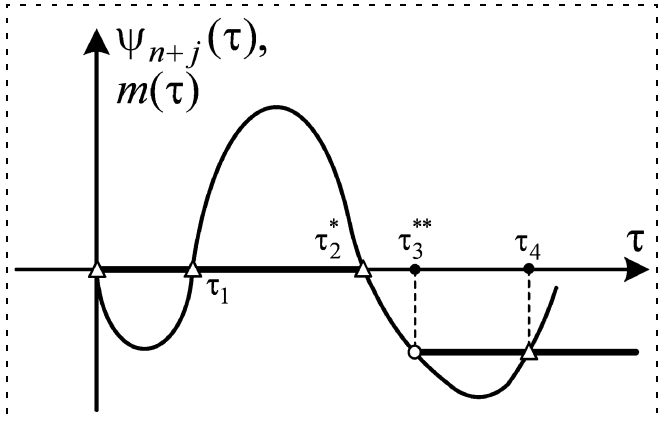


Рис. 6. Вид функций $m(\tau)$ и $\psi_{n+j}(\tau)$

Функция $\psi_{n+j}(\tau)$ совпадает с функцией $m(\tau)$ относительно участков оси абсцисс, выделенной на рис. 6 жирной линией.

Пример

На рис. 7 приведена структурная схема объекта управления. Здесь: $K = 10$; $D = 50$; $T = 0,5$; $|u| \leq A = 27$. Движение звена с ограничителем задается уравнением, аналогичным равенству (1). Рассмотрим синтез автономной оптимальной системы, которая за минимально возможное время обрабатывает любое начальное отклонение.

Объект управления удовлетворяет сформулированной выше теореме о числе переключений. Оптимальное управление является кусочно-постоянной функцией, принимающей значения $u = A$, $u = -A$, и на оптимальной траектории допускается только одно переключение управления. На рис. 8 изображен вид оптимальных фазовых траекторий.

Траектории MO и NO образуют линию переключения. С помощью принципа попятного движения [1] для нее получено аналитическое выражение

$$\varphi = -KAT \ln \left[\frac{KA + |\delta|}{KA} \right] + T\delta.$$

Оптимальный по быстродействию закон управления задается равенством

$$u = -A \operatorname{sign} \left[\varphi + KAT \ln \left[\frac{KA + |\delta|}{KA} \right] + T\delta \right]. \quad (21)$$

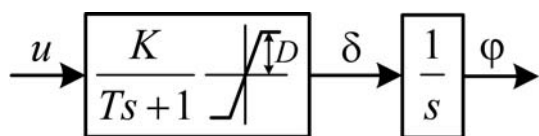


Рис. 7. Структурная схема объекта управления

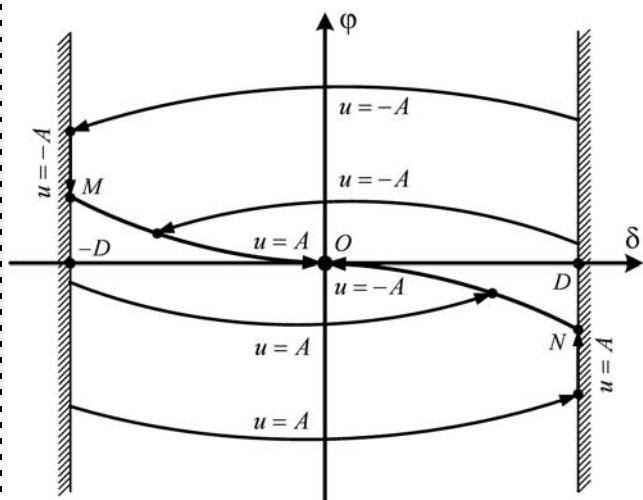


Рис. 8. Вид оптимальных фазовых траекторий

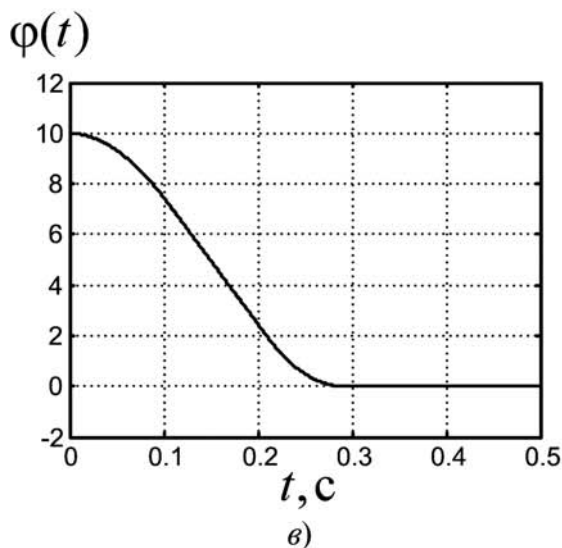
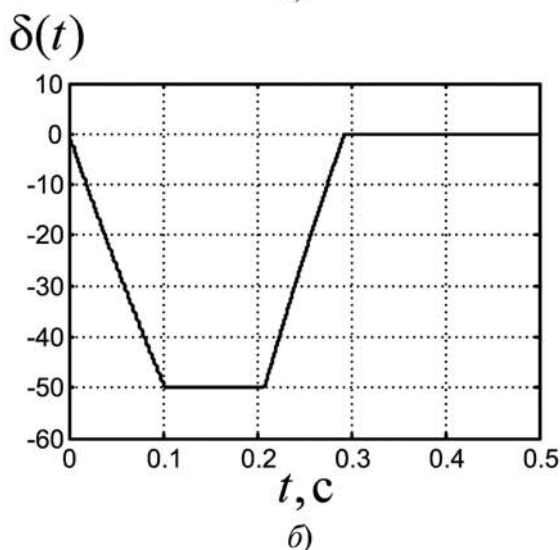
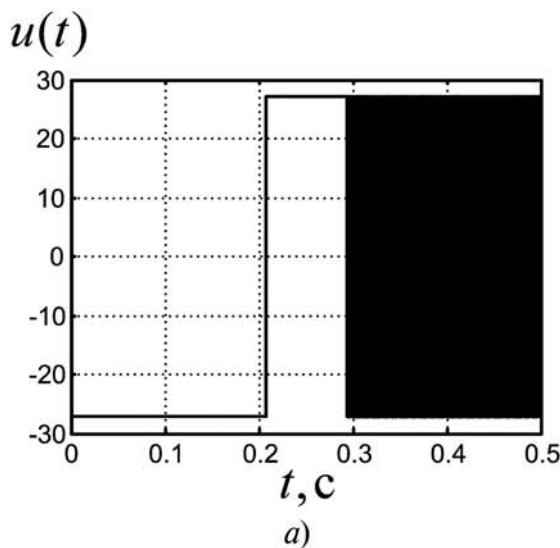


Рис. 9. Осциллограммы отработки оптимальной системой начального отклонения по углу φ

На рис. 9 представлены осциллограммы отработки системой с законом управления (21) начального отклонения, полученные путем моделирования системы на компьютере.

Заключение

Для объекта, управление которым осуществляется с помощью обладающих инерцией рулей, получен аналог широко известной теоремы Фельдбаума о числе переключений. Эта теорема позволит в ряде случаев существенно упростить синтез оптимальной по быстродействию системы управления.

Список литературы

1. Фельдбаум А. А. Вычислительные устройства в автоматических системах. М.: Физматгиз, 1959. 800 с.
2. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1961. 391 с.
3. Пупков К. А., Фалдин Н. В., Егупов Н. Д. Методы синтеза оптимальных систем автоматического управления. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. 510 с.
4. Пупков К. А., Егупов Н. Д., Фалдин Н. В. и др. / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. Теория оптимизации систем автоматического управления. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 741 с.
5. Иванов В. А., Фалдин Н. В. Теория оптимальных систем автоматического управления. М.: Наука, 1981. 336 с.

УДК 681.5.073:681.513.5

Н. Н. Макаров, д-р техн. наук, проф.,

В. Е. Семашкин, канд. техн. наук,

info@sau.tsu.tula.ru,

Тульский государственный университет

Метод предельных отклонений в сравнении с другими методами L_∞ -оптимизации систем управления

Рассматривается задача L_∞ -оптимизации систем управления. Приведен краткий обзор истории данной задачи и основные известные подходы к ее решению. Подробно разобран метод предельных отклонений и основные современные результаты, полученные в рамках данного метода.

Ключевые слова: оптимальные системы, точность, внешние воздействия, следящие системы, фильтрация.

Задача L_∞ -оптимизации систем управления

Проектирование систем управления всегда состоит из нескольких этапов — выбора элементной базы, сопряжения элементов между собой, синтеза алгоритмов управления, программирование и отладка алгоритмов, испытания элементов и узлов и т. д. Целью проектирования является обеспечение требуемого качества работы системы, определяемого одним или несколькими критериями. Режимы работы и их критерии качества можно условно разделить на две группы. К первой отнесем переходные режимы, т. е. режимы с заданным условием окончания. Задачей режима является перевод системы в состояние, отвечающее условию окончания, из текущего начального состояния, ему не отвечающего, например, поворот антенны локатора на север вместо текущей ориентации на восток. Качество таких режимов оценивается интегральными критериями — общей длительностью процесса, общим расходом энергии на него и т. д. Ко второй группе отнесем установившиеся режимы, т. е. режимы с заданным условием существования.

Задачей режима является длительное поддержание системы в состоянии, удовлетворяющем этому условию. Примером может быть слежение антенны локатора за целью с необходимой точностью.

Качество установившихся режимов обычно задается в виде ограничений максимально возможных мгновенных значений различных переменных. Например, требуется обеспечить ошибку наведения антенны не больше X мрад при энергопотреблении не больше Y ватт. Математически такие критерии можно формализовать как L_∞ -нормы динамических процессов:

$$I(y(\cdot)) = \|y(\cdot)\|_\infty = \max_{0 \leq t \leq T} |y(t)|, \quad (1)$$

где $y(\cdot)$ — траектория практически значимой скалярной переменной (например, ошибка или энергопотребление); $y(t)$ — ее значение в момент времени t ; T — длительность интервала оценки качества; I — критерий качества. Критерий качества вида (1) также часто называют критерием равномерного приближения, максимального отклонения или критерием Чебышева. Будем называть вычисление критерия (1) задачей L_∞ -анализа. Обычно лучшее качество работы систем соответствует меньшим значениям критерия (1). Поэтому задачей L_∞ -оптимизации будем называть проектирование системы управления с целью минимизировать в установившемся режиме критерий качества (1).

Установившийся режим в общем случае не означает, что в системе нет движения. На практике система должна постоянно парировать внешние воздействия. Наиболее значимый пример — это следящие системы, которые должны обеспечивать точность несмотря на изменение входного сигнала. Точность — основное качество следящих систем, проектированию и повышению точности которых посвящено много работ. L_∞ -оптимизация представляется наиболее конструктивным подходом к проблеме точности, поскольку критерий (1) гарантирует, что ошибка слежения никогда не будет больше значения I .

Очевидно, что вид процесса $y(\cdot)$ в критерии (1) зависит от вида внешнего воздействия, которое обозначим $w(\cdot)$. Поэтому значение y в каждый момент времени является не только функцией времени, но и функционалом внешнего воздействия:

$$y = y(t, w(\cdot)). \quad (2)$$

Разные реализации внешних воздействий приводят к разным значениям критерия (1). Выберем в качестве критерия наихудший возможный случай, т. е. максимальное значение критерия (1) среди всех реализаций внешнего воздействия w :

$$\begin{aligned} I(V) &= \max_{w(\cdot) \in W} \|y(w(\cdot))\|_{\infty} = \\ &= \max_{w(\cdot) \in W} \max_{0 \leq t \leq T} |y(t, w(\cdot))|, \end{aligned} \quad (3)$$

где W — множество всех возможных реализаций внешнего воздействия $w(\cdot)$. Критерий (3) сохраняет свои гарантирующие свойства — каким бы не было внешнее воздействие, ошибка слежения не превысит значения I . Будем называть максимальное возможное значение критерия (3) предельным отклонением. Таким образом, задача L_{∞} -оптимизации — это задача минимизации предельного отклонения.

Несмотря на простоту постановки и практическую значимость, задачи L_{∞} -оптимизации весьма трудны в решении, и единого общепринятого подхода к решению не существует. Гораздо более широко известна задача L_2 -оптимизации (среднеквадратичный критерий) [1]. Также известны работы и по L_1 -оптимизации [2].

История L_{∞} -задачи, первые результаты

Впервые задачу анализа систем по критерию вида (3) исследовал член-корреспондент АН СССР Б. В. Булгаков. В 1939 г. Булгаков ставит и решает задачу о влиянии северной составляющей скорости на уход гироскопа при длительном плавании корабля [3]. В 1946 г. он же публикует общий метод вычисления критерия (3) для линейной системы и ограниченных только по модулю внешних воздействий $|w(t)| \leq 1$ [4] (задача о накоплении возмущений). Достоинством полученного решения была его простота — предельное отклонение и внешнее воздействие, при котором оно достигается, легко вычисляются по импульсной переходной характеристике системы. Булгаков же отметил и недостатки такой постановки — максимум критерия достигается при нереалистичных внешних воздействиях, мгновенно изменяющих свои значения с минимального на максимальное [5]. Необходимо поставить и решить задачу при более гибком описании множества внешних воздействий W .

Вообще говоря, проблема множества внешних воздействий сравнительно мало освещена в теории управления. Очевидно, что невозможно сделать систему управления, способную отработать любой

входной сигнал произвольной формы. Понятны и практические задачи, требующие исследования влияния множества W на критерий (3): например, какова будет эффективность станции слежения, если она встретится с новой, более маневренной целью. Однако обычно все сводится к исследованию типовых характеристик — максимальной мощности, максимальной скорости системы и т. п. Запас по данным характеристикам необходим для отработки воздействий, но не достаточен, так как они не полностью отражают динамические свойства системы.

Задачу синтеза системы 1-го порядка, оптимальной по одному из частных случаев критерия (1), впервые опубликовал Р. Беллман с соавторами в 1958 г. [6]. Несмотря на низкий порядок, Беллман отмечает длительность строгого вывода решения. В дальнейшем многие авторы будут отмечать более высокую сложность синтеза L_{∞} -оптимальных систем управления по сравнению с другими критериями качества [5, 7].

Предельные отклонения и области достижимости в пространстве состояний

На практике исследователя часто интересует отклонение не одной величины, а нескольких — перемещения, скорости, потребляемого тока и т. п. Поэтому известно и другое, более общее понятие, тесно связанное с L_{∞} -задачей — область достижимости. Пусть система описана уравнениями состояния вида

$$\dot{x} = f(x, w), \quad (4)$$

где x — вектор состояния; f — вектор-функция соответствующей размерности. Пусть задано начальное состояние x_0 и длительность времени наблюдения за процессом T . Областью достижимости (или множеством достижимости) называют [8] совокупность концов $x(T)$ всех траекторий $x(\cdot)$ этой системы, начинающихся из точки $x(0) = x_0$ и осуществляющихся под действием всех возможных внешних воздействий $w(\cdot)$ из заданного множества W . Можно показать [9], что если в положении x_0 возможно равновесие, то область достижимости совпадает с множеством всех точек $x(t)$ всех траекторий $x(\cdot)$ системы, начинающихся из точки $x(0) = x_0$ и осуществляющихся под действием всех возможных внешних воздействий.

Установим связь между предельными отклонениями и областями достижимости. Пусть

$$y = cx, \quad (5)$$

где c — вектор-строка той же размерности, что и вектор-столбец x . Тогда уравнения (4), (5) и начальное состояние x_0 позволяют для любого заданного внешнего воздействия $w(\cdot)$ определить соответствующую реакцию $y(\cdot)$. Иначе говоря, (4), (5) и x_0 неявно задают функционал (2). Такое описание в инженерной практике встречается гораздо чаще,

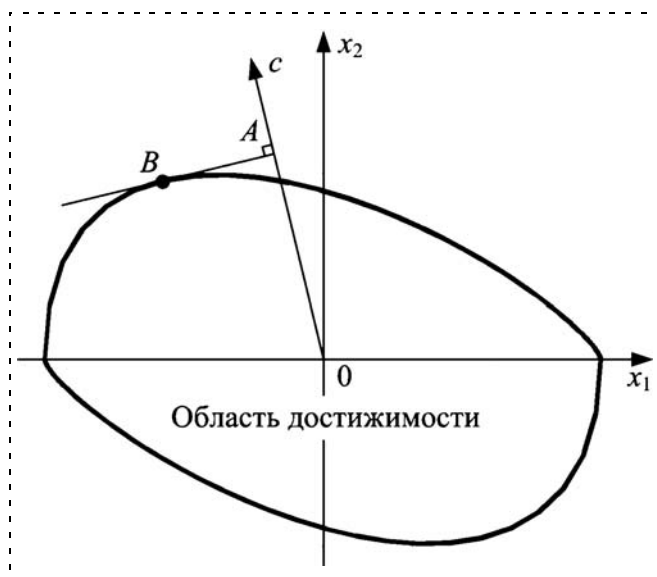


Рис. 1. Область достижимости и предельное отклонение

чем явные зависимости для (2). Из определения предельного отклонения и области достижимости следует простая геометрическая связь между этими понятиями [8]. Предельное отклонение равно максимуму проекции состояния x на вектор c среди всех состояний области достижимости. Достигается оно в одной из граничных точек области достижимости. На рис. 1 приведена иллюстрация этой связи для системы 2-го порядка. Пусть начальное состояние $x_0 = 0$. Областью достижимости будет плоская фигура вокруг начального состояния. Предельное отклонение в направлении вектора c определяется длиной отрезка OA проекции области достижимости на вектор c . Достигается предельное отклонение в точке (состоянии системы) B .

Современные результаты в области L_∞ -анализа и оптимизации

Существенный вклад в развитие теории областей достижимости внес академик РАН Ф. Л. Черноусько. В монографии [8] приведена исчерпывающая информация по вычислению предельных отклонений в нелинейных системах с произвольными геометрическими ограничениями на значения внешних возмущений $w(t) \in W$ и методам приближенного построения областей достижимости таких систем. Там же разобраны многие практические примеры использования областей достижимости и приведена богатая библиография по данной проблеме. В работах академика РАН А. Б. Куржанского [10] рассматриваются области достижимости при не только геометрических, но и интегральных ограничениях

$$\text{на внешнее воздействие } \int_0^T \rho(w(t)) \leq \rho_{\max}.$$

Различные аспекты L_∞ -анализа и оптимизации рассматривались многими авторами. В уже упоми-

навшемся учебном пособии [5] предлагается решение задачи с ограниченным одновременно и по модулю, и по скорости внешним воздействием $|w(t)| \leq w_{\max}$, $|\dot{w}(t)| \leq \dot{w}_{\max}$. Показано, что в этом случае наилучшее входное воздействие будет кусочно-линейной функцией из постоянных участков $\pm w_{\max}$, соединенных между собой отрезками с наклоном $\pm \dot{w}_{\max}$. Нахождение точек излома управления в этом случае существенно сложнее, чем в классической постановке Булгакова. Общее решение задачи о накоплении возмущений при ограничении не только первой, но и любых заданных производных внешнего воздействия, неизвестно. В работе [7] приводится подробный разбор практически значимых частных случаев и некоторых приближенных методов решения общей задачи, а также их сравнение со среднеквадратичными методами. Там же [7] приводится методика синтеза систем методом частотных характеристик на основе заданных ограничений на L_∞ -критерий замкнутой системы и ограничений производных внешнего воздействия w . Однако, поскольку заданным ограничениям на производные могут удовлетворять внешние воздействия не только гармонической формы, то такое решение является приближенным. Получается L_∞ -рациональная, а не оптимальная система.

Другим независимым подходом к L_∞ -анализу является полиэдральный анализ [11]. Функция $\phi(x)$ является полиэдральной тогда и только тогда, когда она является функцией максимума конечного числа линейных функций

$$\phi(x) = \max_i \{a_i x + b_i\}, \quad (6)$$

где a_i — вектор-строки соответствующей размерности; b_i — скаляры. Поскольку $|x| = \max\{x, -x\}$, то критерий (3) можно с любой необходимой точностью дискретизировать по времени и представить полиэдральной функцией. Разработаны как методы сведения задачи полиэдральной оптимизации к известной задаче линейного программирования, так и специальные методы ее решения. Отметим также, что к полиэдральной можно свести и многие другие задачи теории управления, в том числе задачу L_1 -оптимизации.

Таким образом, различные аспекты L_∞ -анализа и оптимизации широко освещены в литературе. Детально разработаны методы расчета критерия (3) для систем с геометрическими и интегральными ограничениями на внешнее воздействие w . Однако много проблем появляется при введении ограничений на производные внешнего воздействия, что актуально, например, для исследования входных сигналов следящих систем, случайных помех и тому подобных воздействий. Известны приближенные методы синтеза оптимальных по критерию (3) систем графоаналитическими или численными методами. Строгая формализация и вычислительные

алгоритмы L_∞ -анализа и оптимизации по-прежнему на порядок сложнее аналогичных для среднеквадратичного (L_2) анализа и оптимизации. Поэтому для дальнейшего развития и популяризации L_∞ -методов необходимо разрабатывать простые конструктивные решения задачи синтеза L_∞ -оптимальных систем при наличии разнообразных ограничений на внешнее воздействие.

Метод предельных отклонений

Метод предельных отклонений разрабатывается и развивается на кафедре САУ ТулГУ, начиная с 70-х гг. XX века. Разработка метода началась с решения практической задачи — каким будет максимальное перемещение механического звена в газовой системе автоматики в процессе ее работы. Принципиальным отличием метода предельных отклонений от перечисленных выше результатов является простое конструктивное решение задачи L_∞ -анализа при ограничениях на производные внешнего воздействия w . Для этого математическая модель расширяется, в нее вводится дополнительное устойчивое звено с одним входом и выходом — генератор внешних воздействий w (рис. 2). На его вход поступает скалярный сигнал v , ограниченный только по модулю. Не снижая общности, будем считать, что $|v(t)| \leq 1$. Поскольку в следящих системах внешнее воздействие w часто называют задающим, то введенный генератор будем называть задающим устройством (ЗУ) [9]. Последовательное соединение задающего устройства и исследуемой системы назовем расширенной системой (рис. 2).

Если начальные условия в ЗУ положить фиксированными, то каждому входному сигналу v будет соответствовать единственная реализация внешнего воздействия w . Перебирая все возможные реализации v , мы получим множество всех возможных воздействий w на выходе ЗУ. Входной сигнал v не

обязательно должен достигать максимальной величины, это может быть гармонический или какой-нибудь другой, в том числе случайный, сигнал. При этом множество воздействий w на выходе ЗУ оказывается достаточно богатым (рис. 2), но все они будут подчиняться определенным ограничениям. Например, если ЗУ является интегратором, то из $|v(t)| \leq 1$ следует, что на выходе ЗУ всегда будут воздействия с ограниченной скоростью. Выбирая разные звенья, можно получать разные классы воздействий W , свойства которых задаются динамикой звена.

Таким образом, можно свести задачу об исследовании L_∞ -критерия на произвольном классе внешних воздействий W к задаче Булгакова с ограниченным только по модулю внешним воздействием [9]. Это приводит к качественному снижению сложности решения практических задач, что выгодно отличает метод предельных отклонений от других методов вычисления и оптимизации L_∞ -критерия (3) с ограничениями на производные входного воздействия. Данная идея доведена до конструктивной реализации для случаев, когда ограничено само воздействие w и его производная $w^{(1)}$, либо две последовательные производные воздействия $w^{(n-1)}$, $w^{(n)}$ (например, при $n = 2$ это скорость и ускорение) [12].

Синтез L_∞ -оптимальных систем управления методом предельных отклонений

Как отмечалось выше, важнейшей практической задачей является синтез систем, оптимальных по L_∞ -критерию (3). Однако на данный момент нет общепринятого подхода к решению такой задачи. Формализуем задачу синтеза. Пусть дана разомкнутая система с двумя входами — внешним воздействием w из некоторого множества внешних воздействий W и входом управления u из множества

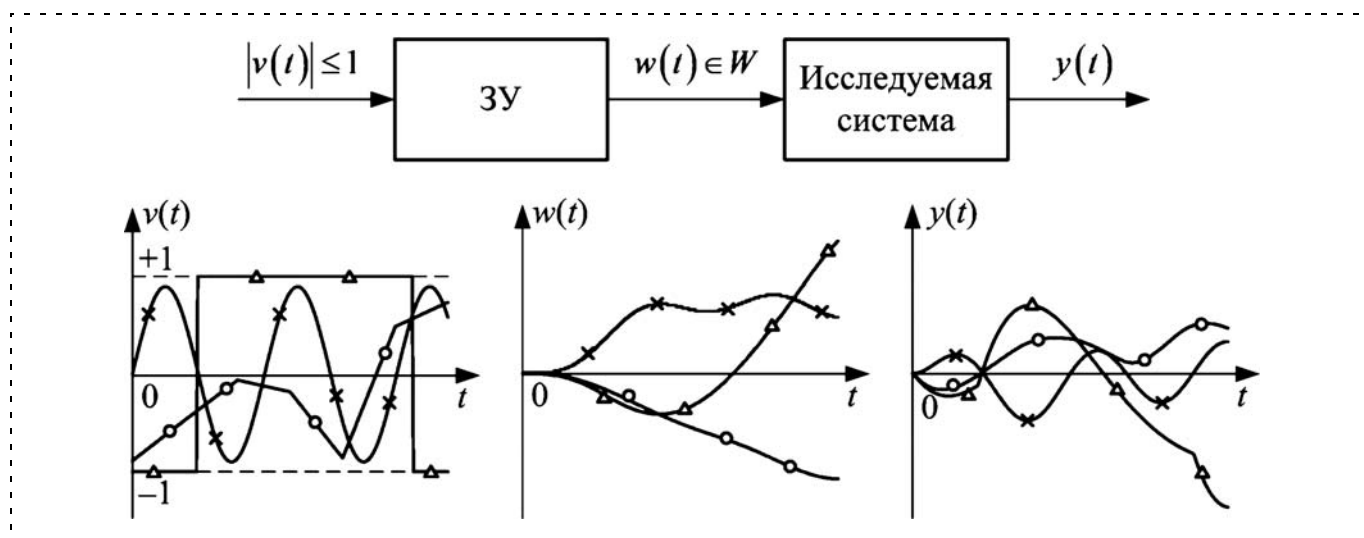


Рис. 2. Расширенная система и примеры процессов в ней

допустимых управлений U . Пусть разомкнутая система описана уравнениями состояния

$$\begin{aligned}\dot{x}_p &= f_p(x_p, w, u); \\ y &= c_p x_p,\end{aligned}\quad (7)$$

где x_p — вектор-столбец состояния разомкнутой системы; f_p — вектор-функция соответствующей размерности; c_p — вектор-строка соответствующей размерности; y — скалярный выходной процесс, характеризующий качество работы системы. Требуется синтезировать закон управления $u = u_{\text{опт}}(x_p, w)$, минимизирующий критерий качества (3). Фактически речь идет о минимаксной игре

$$u_{\text{опт}} = \arg \min_{u(x, w) \in U} \max_{w(\cdot) \in W} \max_{0 \leq t \leq T} |y(t, w(\cdot), u(\cdot))|, \quad (8)$$

где $y(t, w(\cdot), u(\cdot))$ — функциональная зависимость, соответствующая уравнениями состояния (7).

Первый шаг синтеза — введение в систему ЗУ так, как это описано выше, и переход от произвольного множества внешних воздействий W к входным сигналам v , ограниченными только по модулю. Теперь мы имеем разомкнутую расширенную систему, состоящую из ЗУ и исходной разомкнутой системы:

$$\begin{aligned}x &= \begin{pmatrix} x_{3y} \\ x_p \end{pmatrix}; \\ \dot{x} &= f(x, v, u); \\ y &= cx,\end{aligned}\quad (9)$$

где x — вектор-столбец состояния расширенной системы; f — вектор-функция соответствующей размерности; c — вектор-строка соответствующей размерности. Выберем переменные состояния ЗУ равными внешнему воздействию исходной системы w и его производным: $x_{3y} = (w, w^{(1)}, \dots, w^{(n)})^T$. Тогда оптимальный закон управления $u_{\text{опт}}(x_p, w)$ можно представить как функцию вектора состояния расширенной системы $u_{\text{опт}}(x)$. Будем считать, что множество допустимых управлений u состоит из управлений, ограниченных только по модулю $|u(t)| \leq 1$. В противном случае можно ввести дополнительное ЗУ для управляющего воздействия и все равно перейти к задаче с управлением, ограниченным только по модулю.

Несмотря на традиционно высокую сложность игровых задач для разомкнутых систем с линейными математическими моделями найдено простое и эффективное приближенное решение [13]. Пусть функция правой части в уравнениях состояния (9) имеет вид

$$f(x, v, u) = Ax + b_u u + b_v v, \quad (10)$$

где A — квадратная матрица соответствующей размерности; b_u и b_v — вектор-столбцы соответствующей размерности. Тогда закон управления будет носить ре-

лейный характер, а поверхность переключения можно аппроксимировать плоскостью:

$$\begin{aligned}u_{\text{опт}}(x) &= -\text{sign} \varphi(x); \\ \varphi(x) &\approx rx; \quad r = \frac{ce^{AT}}{ce^{AT}b_u},\end{aligned}\quad (11)$$

где r — вектор-строка коэффициентов обратных связей по состоянию; T — некоторая скалярная константа, подбираемая из дополнительных соображений, например, обеспечения запасов устойчивости. Данный закон управления опробован при синтезе силовых следящих гидравлических и электрических приводов, полученные системы показали высокую точность слежения.

Синтез L_∞ -оптимальных фильтров для систем управления

Другой известной задачей теории управления, традиционно решаемой среднеквадратичными методами, является задача оптимальной фильтрации. Рассмотрим синтез фильтра, оптимального по L_∞ -критерию. Пусть задана схема системы управления (рис. 3), применяемая в классической задаче оптимальной фильтрации Винера [14]. На систему воздействуют два заранее не известных сигнала — полезный сигнал q из некоторого множества возможных сигналов Q и помеха f из некоторого множества возможных помех F . Требуется оценить значение идеального преобразования полезного сигнала $W_{\text{ид}}q$. Для этого зашумленный сигнал $q + f$ пропускается через фильтр W . Погрешность фильтрации ε определяется разностью между отфильтрованным и идеальным значениями.

Потребуем, чтобы оптимальный фильтр минимизировал L_∞ -норму ошибки фильтрации при всех возможных реализациях внешних воздействий:

$$W_{\text{опт}} = \arg \min_W \max_{q(\cdot) \in Q} \max_{f(\cdot) \in F} \max_{0 \leq t \leq T} |\varepsilon(t, q(\cdot), f(\cdot), W)|. \quad (12)$$

В соответствии с подходом, принятым в методе предельных отклонений, введем ЗУ для описания

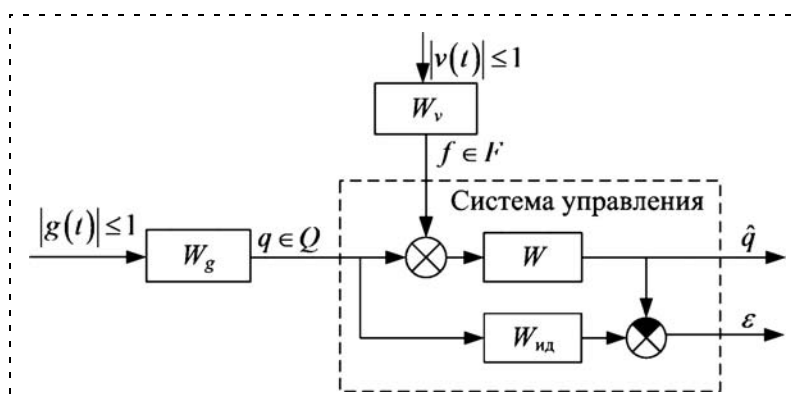


Рис. 3. Структурная схема фильтрации сигнала

множеств внешних воздействий. Пусть W_g преобразует ограниченные только по модулю сигналы g в полезный сигнал q , а W_v преобразует ограниченные только по модулю сигналы v в помеху f . Перейдя от передаточных функций к весовым характеристикам, получаем следующую задачу поиска весовой характеристики оптимального фильтра $w_{\text{опт}}$ [15]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\max}(T, w(\cdot)) = & \int_0^T \left| \int_0^\tau (w(\theta) - w_{\text{ид}}(\theta)) w_g(\tau - \theta) d\theta \right| d\tau + \\ & + \int_0^T \left| \int_0^\tau w(\theta) w_v(\tau - \theta) d\theta \right| d\tau; \end{aligned} \quad (13)$$

$$w_{\text{опт}}(t, T) = \arg \min_{w(t)} \varepsilon_{\max}(T, w(t)),$$

где $\varepsilon_{\max}(T, w(\cdot))$ — наибольшее значение L_∞ -нормы ошибки фильтрации в течение времени T при использовании фильтра с весовой характеристикой w ; $w_g, w_v, w_{\text{ид}}$ — весовые характеристики звеньев $W_g, W_v, W_{\text{ид}}$ соответственно.

Предлагается задачу оптимизации (13) дискретизировать по времени с необходимой точностью и перейти к задаче поиска импульсной весовой характеристики дискретного фильтра. Можно показать, что полученный функционал качества является полиэдральным и имеет единственный локальный минимум. Это существенно упрощает использование численного поиска. Разработан алгоритм такого поиска, имеющий высокую производительность [15].

Заключение

Метод предельных отклонений — одно из возможных направлений развития результатов, полученных ранее Б. В. Булгаковым, Ф. Л. Черноусько и другими исследователями в области анализа и оптимизации L_∞ -критерия качества (3). Ключевой элемент метода — введение в модель задающего устройства. Это позволяет перейти от некоторого множества внешних воздействий достаточно произвольного вида к внешним воздействиям, ограниченным только по модулю. Такой вид внешних воздействий существенно упрощает математический аппарат, что выгодно отличает данный метод от других известных подходов к L_∞ -анализу и оптимизации систем управления. Центральный результат метода предельных отклонений — аналитическое решение игровой задачи оптимального управления

и соответствующая аппроксимация оптимального закона управления линейными обратными связями (11). Это самое простое решение задачи синтеза L_∞ -оптимальных систем среди всех известных подходов. Помимо синтеза оптимального управления в рамках метода предельных отклонений можно решить и другие задачи. В частности, рассматривается задача L_∞ -оптимальной фильтрации сигналов. Предложен численный метод поиска импульсной весовой характеристики оптимального фильтра.

Список литературы

1. Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов // Автоматика и телемеханика. 1960. № 4—6.
2. Поляк Б. Т. Методы L_1 -оптимизации в управлении и фильтрации. Доклад на общем пленарном заседании // Матер. 3-й мультikonф. по проблемам управления. 2010. 10 с.
3. Булгаков Б. В. Прикладная теория гироскопов. М.; Л.: ГОНТИ, 1939. 258 с.
4. Булгаков Б. В. О накоплении возмущений в линейных колебательных системах с постоянными коэффициентами // Доклады АН СССР. 1946. Т. 51. Вып. 5. С. 339—342.
5. Оптимальное управление движением / Александров В. В., Болтянский В. Г., Лемак С. С. и др. М.: Физматлит, 2005. 376 с.
6. Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О. Некоторые вопросы математической теории процессов управления. М.: Иностранная литература, 1962. 336 с.
7. Небылов А. В. Гарантирование точности управления. М.: Наука. Физматлит, 1998. 304 с.
8. Черноусько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988. 320 с.
9. Макаров Н. Н. Метод гарантированной точности следящих систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 11. С. 24—30.
10. Избранные труды А. Б. Куржанского / Отв. ред. Дарьин А. Н., Дигаилова И. А., Рублев И. В. М.: Изд-во Московского университета, 2009. 756 с.
11. Филимонов Н. Б. Методы полиэдрального программирования в дискретных задачах управления и наблюдения // Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5 т. Т. 5. Методы современной теории автоматического управления. Гл. 7. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. С. 647—720.
12. Макаров Н. Н., Семашкин В. Е. О формировании задающего устройства для метода гарантированной точности // Известия Тульского государственного университета. Сер. Вычислительная техника. Информационные технологии. Системы управления. 2005. Вып. 3. Системы управления. С. 132—139.
13. Макаров Н. Н., Семашкин В. Е. Предельно достижимая точность линейных следящих систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 10. С. 8—13.
14. Изерман Р. Цифровые системы управления: Пер. с англ. / Под ред. чл.-корр. АН СССР И. М. Макарова. М.: Мир, 1984. 541 с.
15. Макаров Н. Н., Семашкин В. Е. Синтез оптимальных по предельному отклонению фильтров // Матер. 3-й мультikonф. по проблемам управления. "Управление в технических системах" (UTC-2010). 2010. С. 260—263.

В. В. Воробьев, канд. техн. наук, доц.,
Н. Н. Макаров, д-р техн. наук, проф.,
А. А. Парамонова, аспирант,
 info@sau.tsu.tula.ru,

Тульский государственный университет

Метод гарантированной точности для релейных следящих систем

Предлагается оптимизационный метод синтеза регулятора релейной следящей системы, работающей в скользящем режиме. Гарантированная точность (максимальная ошибка слежения на классе сигналов) и условия существования скользящего режима вычисляются методом предельных отклонений. Рассмотрен пример синтеза регулятора для электропривода.

Ключевые слова: метод оптимизации, синтез регулятора, релейная следящая система, скользящий режим, гарантированная точность, максимальная ошибка, предельное отклонение, класс сигналов, электропривод

Введение

Следящие системы (СС) являются одним из важнейших классов автоматических систем. Несмотря на различный характер задач, решаемых такими системами, можно выделить общую для них черту — целью их работы является воспроизведение заранее не известного входного сигнала, меняющегося по произвольному закону. Неопределенный характер входного воздействия обуславливает необходимость учитывать класс входных сигналов уже на стадии синтеза регулятора. Наиболее адекватный и гибкий учет класса входных сигналов обеспечивает метод гарантированной точности (ГТ) [1]. Для описания класса входных сигналов в этом методе используется вспомогательная динамическая система, называемая задающим устройством (ЗУ). Имеются эффективные способы формирования ЗУ методом ГТ [2].

При построении СС часто используются релейные регуляторы. Одним из режимов работы систем с такими регуляторами является скользящий режим (СР), обладающий рядом привлекательных черт, таких как простота технической реализации,

линеаризация системы по полезному сигналу, высокая точность слежения, инвариантность к возмущающим воздействиям и к вариациям параметров объекта [3].

При расчете регуляторов, предназначенных для работы в СР, одним из важных вопросов, подлежащих решению, является вопрос обеспечения области существования скользящего, которая существенно связана с классом входных сигналов. В данной статье предлагается метод расчета релейного регулятора, работающего в СР, позволяющий единообразно контролировать точность слежения и существование скользящего для класса входных сигналов.

Вычисление предельных динамических характеристик

Гарантированная точность понимается как предельное отклонение (максимум модуля) ошибки слежения СС за сигналами $v(t)$ из заданного класса V_1 на заданном интервале времени $[0, T_K]$, который может быть и бесконечным:

$$\Gamma(V_1, T_K) = \max_{v(t) \in V_1} \varepsilon(v(t), T_K) = \max_{v(t) \in V_1} \max_{0 \leq t \leq T_K} |\varepsilon(t)|.$$

В методе ГТ за класс V_1 входных сигналов СС принимаются всевозможные выходные сигналы ЗУ — вспомогательной линейной стационарной системы, на вход которой поступают произвольные ограниченные по модулю функции времени. Последовательное соединение ЗУ и СС будем называть расширенной системой. Для линейных стационарных следящих систем задача вычисления ГТ сводится к задаче о накоплении возмущений расширенной системой [4]. Тогда ГТ может быть вычислена как интеграл модуля весовой функции ошибки расширенной системы, состоящей из последовательно включенных ЗУ и следящей системы [1].

Таким образом, вычисление ГТ сводится к моделированию схемы, представленной на рис. 1, где обозначено: u_{3y} — сигнал на входе ЗУ (скаляр), $u_{3y} = \delta(t)$; $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака; v — вектор состояния задающего воздействия размерности l (координатами этого вектора могут быть, например, само воздействие и его производные по времени); x — вектор состояния, $x \in X$; X — пространство состояний размерности n ; y_0, y — задающий сигнал и регулируемая величина (скаляры); C_1, C_2 — векторы размерностей n и l соответственно; e — ошибка; Γ — гарантированная точность.

Расчетная схема позволяет за одно моделирование получать предельные на классе сигналов значения не только сигнала ошибки, но и любых других координат системы. В частности, для релейных систем, работающих в СР слежения, актуально вычисление предельного потребного значения эквивалентного управления. На этой основе формируются условия существования СР.

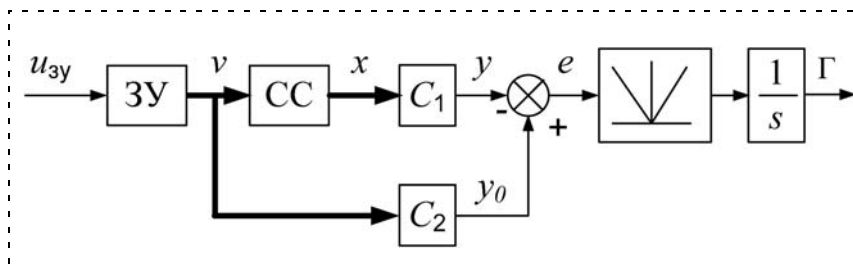


Рис. 1. Схема вычисления ГТ методом моделирования

Условия существования скользящего режима

Пусть релейная СС описывается системой дифференциальных уравнений в векторно-матричной форме:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + bu + qv_2; u = u_m \operatorname{sgn}(L^T v_1 + K^T x); \\ y_0 &= C_1 v_1; y = C_2 x; x(t_0) = x_0; x_0 \in D, \end{aligned} \quad (1)$$

где v_1 — вектор состояния задающего воздействия размерности l ; v_2 — скалярное возмущающее воздействие; A — матрица постоянных коэффициентов размерности $n \times n$; b, q, L, K — векторы размерностей n, n, l, n соответственно; u_m — высота полки реле; t — время; $t_0 = 0$ — начальный момент времени; x_0 — начальное состояние (нулевой вектор размерности n).

При движении в скользящем режиме вектор фазовой скорости в пространстве состояний направлен точно вдоль плоскости переключений

$$S = L^T v_1 + K^T x = 0, \quad (2)$$

и в каждый момент времени вместе с (2) должно выполняться равенство

$$L^T \dot{v}_1 + K^T \dot{x} = 0,$$

которое может быть обеспечено эквивалентным управлением

$$u_3 = \frac{1}{K^T b} \left(L^T \dot{v}_1 - K^T A x - K^T A \frac{q v_2}{p} \right). \quad (3)$$

Таким образом, в СР движение может быть описано следующей линейной системой:

$$\dot{x} = Ax + bu_3; u_3 = \frac{1}{K^T b} \left(L^T \dot{v}_1 - K^T A x - K^T A \frac{q v_2}{p} \right). \quad (4)$$

Рассмотрим условия существования СР "в малом". Для одной поверхности разрыва СР существует, если расстояние $\dot{S}$ до этой поверхности и скорость его изменения $\dot{S}$ имеют разные знаки, т. е.

$$\lim_{S \rightarrow -0} \dot{S} > 0; \lim_{S \rightarrow +0} \dot{S} < 0. \quad (5)$$

Производная $\dot{S}$ вычисляется на траекториях системы (1). На основе (5) с учетом (2) получаем, что для существования СР в каждой точке решения системы уравнений (4) должны выполняться условия

$$\begin{aligned} K^T \dot{x}|_{u=1} + L^T \dot{v}_1 &\leq 0; K^T \dot{x}|_{u=-1} + L^T \dot{v}_1 \geq 0; \\ K^T x + L^T v_1 &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Условия (6) могут быть представлены в эквивалентном виде

$$\forall t \in [0, T_K]: |u_3(t)| \leq 1 \text{ и } K^T x(t) + L^T v_1(t) = 0, \quad (7)$$

причем второе условие можно проверять не в каждой точке решения, а в любой одной точке, поскольку

оно не может быть нарушено при движении с эквивалентным управлением, вычисляемым по выражению (3). В частности, в качестве такой точки можно взять начало координат, где оно выполнено по определению.

Рассмотрим случай, когда закон управления формируется на основе $(n-1)$ производных, получаемых путем дифференцирования выходного сигнала $y(t)$. Предположим, что в этом законе не используются производные входного сигнала $v_1(t)$. Тогда в СР слежения в каждый момент времени выполняется равенство

$$v_1 - y - \varphi = 0 \quad (8)$$

и, следовательно,

$$\dot{v}_1 - \dot{y} - \dot{\varphi} = 0.$$

Здесь $\varphi = \sum_{i=1}^{n-1} d_i y^{(i)}$; d_i — положительные коэффициенты.

Известно, что движение в СР инвариантно к изменению параметров объекта, а также к внешним возмущениям, приложенным к объекту [3]. Однако указанное свойство справедливо, когда в закон управления входят только "чистые" производные выходного сигнала. В тех случаях, когда закон управления формируется на основе естественных координат системы (ток, давление и т. п.), то через эти координаты параметры объекта и возмущающего воздействия входят в уравнение СР.

Из условий существования скользящего режима (5) с учетом (8) получаем, что для существования СР должно выполняться условие $\frac{\partial \varphi}{\partial y^{(n-1)}} > 0$.

Это неравенство является ограничением на вид функции, описывающей поверхность переключения. Оно выполняется априори, так как регулятор реализуется с помощью линейных отрицательных обратных связей. Рассмотренное ограничение удовлетворяется и для функции S вида (2), когда регулятор реализуется с помощью естественных координат системы. Эти координаты и производные выходного сигнала связаны линейно.

Необходимо отметить, что сформированные условия (7) являются условиями существования СР "в малом", поэтому окончательная проверка работоспособности регулятора должна выполняться моделированием при различных начальных отклонениях. В частности, в релейной системе, даже если в ней существует устойчивое "в малом" скользящее движение, могут возникать автоколебания. Поэтому представляется целесообразным при синтезе регулятора принимать дополнительные специальные меры по исключению автоколебаний. Наиболее целесообразным вариантом таких мер представляется использование фазового годографа релейной

системы [5]. Суть метода фазового годографа заключается в следующем.

Пусть имеется автономная система автоматического управления с релейным регулятором, динамика которой описывается уравнениями

$$\dot{x} = f(x, u); \quad (9)$$

$$u = \text{sgn}(S(x)). \quad (10)$$

Если в системе существуют автоколебания¹ периода $2T$, решение $x(t)$ системы (9) и управляющий сигнал (10) будут периодическими функциями времени. Сдвигом оси времени всегда можно добиться, чтобы выполнялись равенства

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \forall t \in [(2k-1)T, 2kT]; \\ -1 & \forall t \in [2kT, (2k+1)T]; \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots; \quad (11)$$

$$x(t+T) = -x(t).$$

Отсюда, в частности, следует, что

$$x(0) = -x(T) = x(2T) = \dots = (-1)^k x(kT) = \gamma(T). \quad (12)$$

Векторная функция периода $\gamma(T)$ называется фазовым годографом релейной системы.

Если при управлении (10) в системе существуют автоколебания периода $2T$, то выполняются условия:

$$S(\gamma(T)) = 0; \quad (13)$$

$$\nabla S(\gamma(T))f(x, -1) > 0;$$

$$\nabla S(\gamma(T))f(x, 1) < 0.$$

Поскольку нас интересует не существование, а отсутствие автоколебаний, то достаточным условием их отсутствия будет невыполнение условий (13) ни при каком $T > 0$. Такие условия являются достаточными для отсутствия в системе автоколебаний. Согласно (1) эти условия превращаются в следующее:

$$\forall T > 0: \text{либо } K^T \gamma(T) \neq 0, \text{ либо } K^T A \gamma(T) > 0. \quad (14)$$

Очевидно, проверять указанные условия имеет смысл не во всем диапазоне полупериодов от нуля до бесконечности, а в некотором ограниченном интервале. Действительно, наличие автоколебаний очень высокой частоты в практическом смысле ничем не отличается от существования скользящего режима, поэтому достаточно проверять (14) для $T \geq T_{\min}$.

Кроме того, при очень низких частотах колебаний ($T \rightarrow \infty$) фазовый годограф обычно проявляет ярко выраженные асимптотические свойства, поэтому достаточно проверку осуществлять лишь для $T \leq T_{\max}$.

Условия (14) целесообразно проверять с некоторым запасом, учитывающим как возможные погрешности вычисления фазового годографа, так и неточности реализации вектора коэффициентов обратных связей K . Для этого удобно использовать

нормированный фазовый годограф $\gamma^*(T)$, представляющий собой проекцию обычного фазового годографа на единичную сферу:

$$\gamma^*(T) = \frac{\gamma(T)}{|\gamma(T)|}, \quad T \in [T_{\min}, T_{\max}]. \quad (15)$$

Тогда (14) превращается в условие:

$$\forall T \in [T_{\min}, T_{\max}] : |K^T \gamma^*(T)| > \delta_0 \quad \text{или} \quad K^T A \gamma^*(T) > \delta_0, \quad (16)$$

где $\delta_0 < 1$ — минимальный запас надежности, достаточно малая положительная величина. Фазовый годограф строится для наиболее полной нелинейной модели автономной системы.

Кроме рассмотренных ограничений на поведение релейной системы в окрестности плоскости переключений при синтезе СС необходимо учесть требование к устойчивости процесса управления при отработке системой полезного сигнала. Устойчивость вырожденной линейной системы определяется корнями ее характеристического уравнения. Предположим, что задача состоит в обеспечении заданной степени устойчивости η для движения в скользящем режиме, т. е.

$$\text{Re} \lambda_{1,2,\dots,(n-1)} \leq -\eta, \quad (17)$$

где $\lambda_{1,2,\dots,(n-1)}$ — корни характеристического уравнения, определяющего движение в скользящем режиме.

Методика синтеза оптимального регулятора

Задача оптимизации СС по критерию динамической точности на классах воздействий V_1 и V_2 на отрезке времени $[0, T_k]$ формулируется как однокритериальная условная. Рассчитываются оптимальные значения векторов параметров регулятора K^* и L^* , которые доставляют минимум функционалу ГТ

$$\Gamma(T_k, V_1, V_2, K, L) \rightarrow \min_{K, L}$$

при наличии функциональных и параметрических ограничений типа неравенств. Критерий оптимизации в данном случае имеет ясный содержательный смысл — наибольшая ошибка слежения, которая может возникнуть при отработке полезного сигнала из класса V_1 в условиях возмущающего воздействия из класса V_2 . Система ограничений для синтеза должна включать в себя следующие ограничения:

а) на существование СР "в малом" в виде соотношений (7), которые проверяются в рамках метода ГТ, применяемого для линейной системы;

б) на существование СР "в большом" в виде неравенств (16), которые проверяются в рамках метода фазового годографа для автономной релейной системы с нелинейным объектом;

в) на устойчивость процесса управления в виде неравенства (17), которое проверяется по характе-

¹ Рассматриваются только "простые" автоколебания, при которых на каждом периоде реле переключается ровно два раза.

ристическим числам матрицы вырожденной системы (4);

г) на физическую реализуемость параметров регулятора.

Пусть классы внешних воздействий (полезных сигналов и возмущений) определяются тем или иным способом выбранными задающими устройствами ЗУ1 и ЗУ2, описываемыми дифференциальными системами

$$\dot{v}_1 = A_{3y1}v_1 + b_{3y1}u_{3y1}, |u_{3y1}| \leq 1;$$

$$\dot{v}_2 = A_{3y2}v_2 + b_{3y2}u_{3y2}, |u_{3y2}| \leq 1,$$

где A_{3y1} , A_{3y2} — матрицы постоянных коэффициентов размерностей $n_{3y1} \times n_{3y1}$ и $n_{3y2} \times n_{3y2}$ соответственно; b_{3y1} и b_{3y2} — векторы размерностей n_{3y1} и n_{3y2} соответственно.

Тогда расчетная схема для одновременного получения значения ГТ и предельного значения эквивалентного управления примет вид, приведенный на рис. 2. Подчеркнем, что условия существования СН в значительной степени зависят от классов внешних воздействий (как задающих, так и возмущающих) на систему. Расчетная схема соответствует расширенной системе, которая содержит два задающих устройства — ЗУ1 и ЗУ2. Она позволяет одновременно получать значения гарантированной точности Γ и требуемого предельного значения $u_{пр}$ эквивалентного управления.

Примечание. В схеме на рис. 2 показана структура ЗУ1, описывающего класс V_1 полезных сигналов $v_1(t)$; для упрощения не показано ЗУ2, которое описывает класс V_2 возмущений $v_2(t)$. Структура ЗУ2 аналогична структуре ЗУ1. Эта схема позволяет получить за одно моделирование предельные значения как ошибки, так и эквивалентного управления для одного входного воздействия, полезного или возмущающего. Чтобы учесть их совместное действие, достаточно сложить соответствующие предельные значения.

Теперь расчет регулятора для релейной СС со скользящим режимом можно рассматривать как вы-

бор таких параметров регулятора K , L , которые обеспечивают наименьшую ГТ при воспроизведении сигнала из заданного класса, и при этом значение эквивалентного управления ни при каких реализациях внешних воздействий не превышает единицы. Поскольку все начальные условия на схеме рис. 2 полагаются нулевыми, условия существования скользящего режима в начальный момент времени оказываются выполненными.

Входным сигналом схемы рис. 2 должна служить дельта-функция Дирака, которая не может быть точно реализована при моделировании как цифровыми, так и аналоговыми средствами. Известно, однако, что тот же самый процесс возникнет в линейной системе без входного сигнала с соответствующим образом выбранными начальными условиями. В данном конкретном случае достаточно положить

$$v_1(0) = b_{3y1}; v_2(0) = b_{3y2}.$$

Таким образом, за одно моделирование схемы расширенной системы может быть получено значение критерия качества оптимизируемого регулятора — ГТ и предельное значение эквивалентного управления, которое рассматривается как ограничение. Методика синтеза регулятора СС при описанном выше подходе включает в себя следующие этапы.

1. Изучение классов внешних воздействий и построение ЗУ.
2. Выбор закона управления (структуры регулятора).
3. Формирование требований задания и ограничений для синтеза.
4. Построение расширенной системы для расчета предельных на классах воздействий динамических характеристик.
5. Оптимизация параметров регулятора по критерию минимума ГТ в условиях ограничений.
6. Проверка соответствия характеристик СС заданным требованиям.

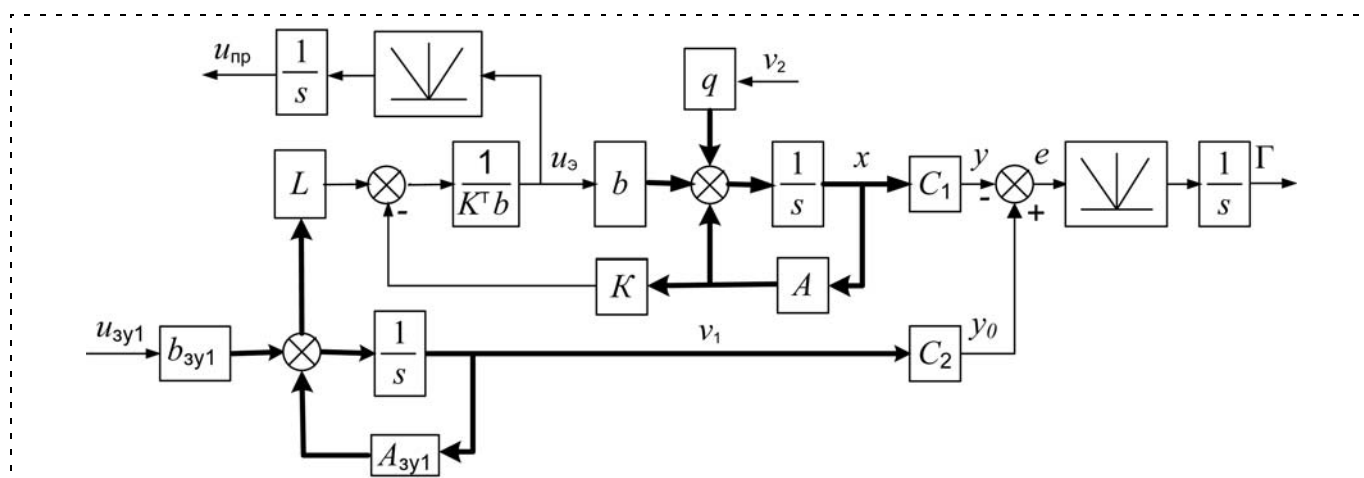


Рис. 2. Схема расчета ГТ и предельного эквивалентного управления

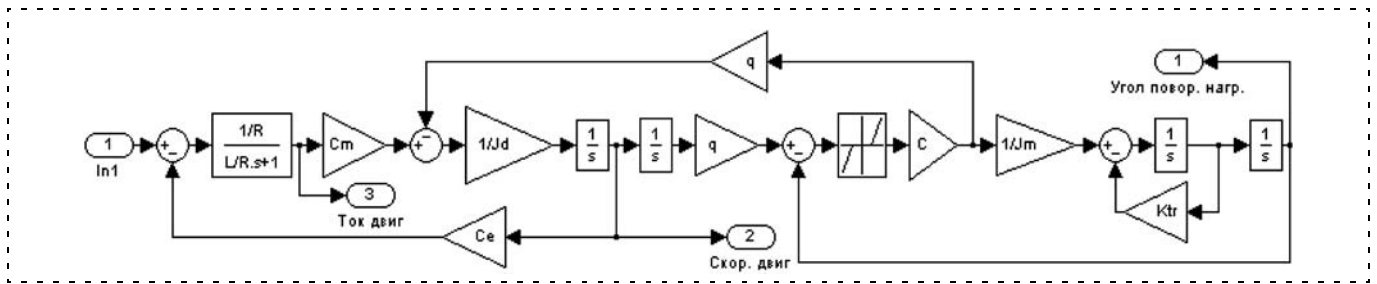


Рис. 3. Модель силовой подсистемы привода

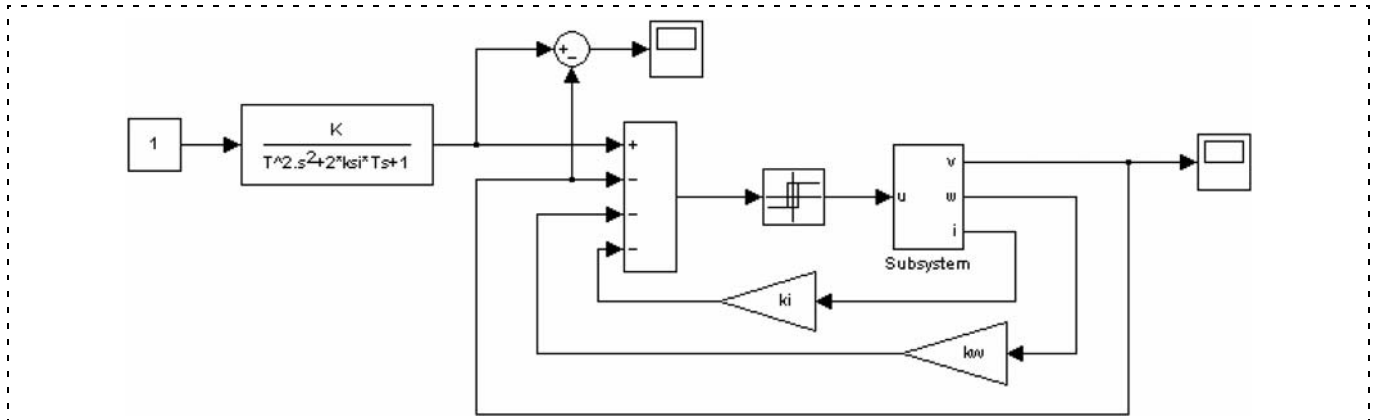


Рис. 4. Схема моделирования ЭСП

Пример

Методика апробирована на примере синтеза электрического следящего привода (ЭСП) локатора сопровождения воздушных целей. К локаторам слежения предъявляются высокие требования по точности наведения, что обусловлено небольшим полем зрения (узкой диаграммой направленности). Для рассмотрения выбран привод вертикального канала наведения, поскольку именно вертикальные маневры цели, например самолета, более динамичны и предъявляют более сложные требования к динамической точности.

Полагаем, что ЭСП представляет собой релейную систему, рабочим является скользящий режим. Силовая подсистема привода реализована на базе двигателя постоянного тока марки ЭДМ-10 с нежесткой кинематической передачей. Динамика силовой подсистемы хорошо отражается моделью пятого порядка, учитывающей двухмассовость в нагрузке. Разработана Simulink-схема модели для случая $v_2 = 0$, когда влияние внешнего момента на динамику привода пренебрежимо мало (рис. 3). Люфт механического редуктора, присутствующий в схеме, считаем нулевым. Параметры механической подсистемы следующие:

$$C = 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}; q = 5 \cdot 10^{-3}; J_d = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\ J_m = 30 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; k_{tr} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с/рад}.$$

Выбрана структура регулятора с тремя обратными связями: по току в якорной обмотке; угловой

скорости двигателя и положению нагрузки. Корректируемыми параметрами являются коэффициенты обратных связей по скорости двигателя k_w и по току якоря k_i . Структурная схема замкнутой системы приведена на рис. 4. Блок Subsystem представляет собой модель силовой подсистемы привода (см. рис. 3).

В качестве детерминированного входного сигнала рассматривался маневр самолета типа "пике с горкой". Исходя из тактико-технических характеристик цели, были рассчитаны максимальные скорость и ускорение, построена область достижимости в координатах скорость — ускорение (рис. 5). В качестве ЗУ выбрано звено третьего порядка, пред-

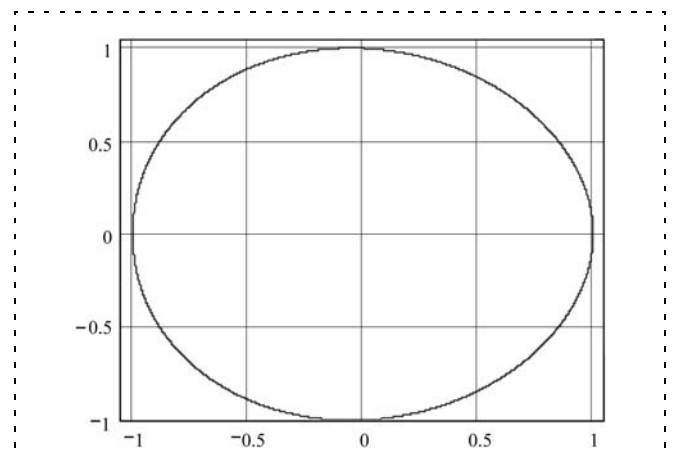


Рис. 5. Область достижимости ЗУ

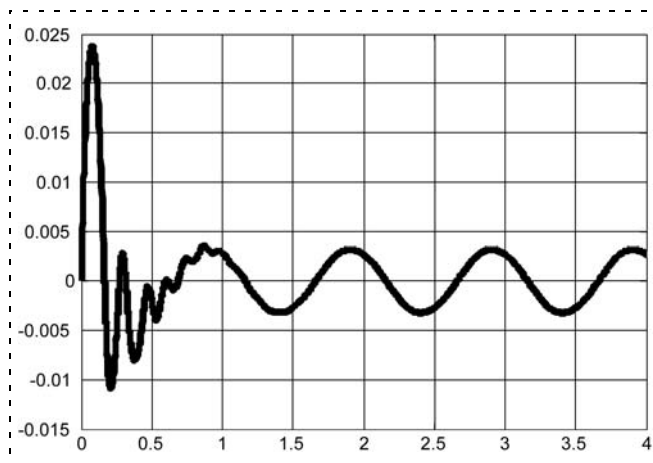


Рис. 6. Ошибка системы при $A = 0,1$ рад, $f = 1$ Гц

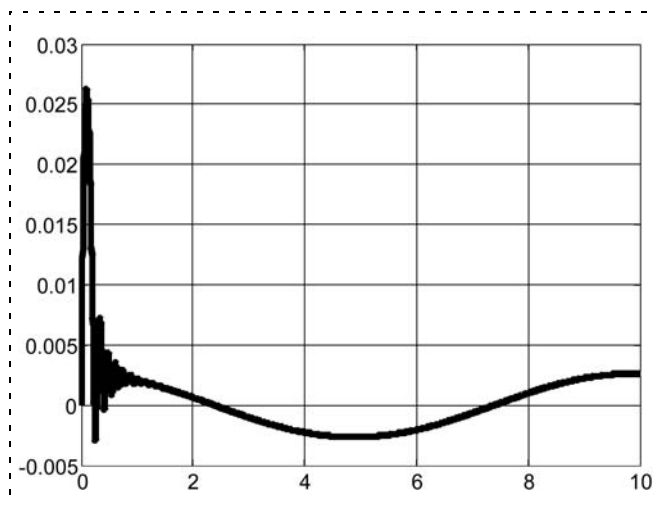


Рис. 7. Ошибка системы при $A = 1$ рад, $f = 0,1$ Гц

ставляющее собой последовательное соединение колебательного звена с интегратором. На основе известной связи переходной и весовой функций получена эквивалентная структурная схема ЗУ второго порядка, причем на вход ЗУ поступает единичная ступенчатая функция (см. рис. 4). Рассчитаны параметры ЗУ: $K = 0,186$ рад; $T = 0,997$ с; $ksi = 0,119$.

Задание для синтеза ЭСП следующее. Допустимая динамическая ошибка слежения — не более 4 мрад, степень устойчивости системы — не менее 0,03.

Расчет коэффициентов проводился методом случайного поиска. Оптимальные значения параметров регулятора:

$$k_i^* = 0,00013 \text{ рад/А}; k_{\omega}^* = 0,00001 \text{ с}.$$

Достигнутое значение гарантированной точности $\Gamma = 3,3$ мрад. При этом степень устойчивости равна 0,038. Результаты моделирования ЭСП при гармонических входных сигналах представлены на рис. 6, 7. Амплитуды A и частоты f гармонических входных сигналов соответствуют границе области достижимости ЗУ (см. рис. 5). Как видно из графиков, система удовлетворяет требованию задания по точности.

Заключение

Таким образом, разработана методика оптимального синтеза релейной СС по критерию минимума ГТ в условиях ограничений на область существования скользящего режима, которые проверяются на заданных классах внешних воздействий. Методика позволяет достаточно просто контролировать условия существования скольжения и предельную ошибку слежения за реальными входными сигналами. Методика применима как для детерминированных, так и для стохастических систем (отличие состоит лишь в способе формирования ЗУ). Она, несомненно, будет полезна при разработке СС мехатронных модулей, для которых важны мгновенные значения ошибки, а не только их усредненные значения.

Список литературы

1. Макаров Н. Н. Метод гарантированной точности следящих систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 11. С. 24—30.
2. Макаров Н. Н., Семашкин В. Е. О формировании задающего устройства для метода гарантированной точности // Изв. ТулГУ. Системы управления. 2005. Вып. 3. С. 132—139.
3. Уткин В. И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981. 368 с.
4. Булгаков Б. В. О накоплении возмущений в линейных колебательных системах с постоянными коэффициентами // Доклады АН СССР. 1946. Т. 51. Вып. 5.
5. Методы классической и современной теории автоматического управления. Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под. ред. Н. Д. Егупова: Учеб. в 5 т. Т. 1. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 725 с.

Н. В. Фалдин, д-р техн. наук, проф.,
С. В. Феофилов, д-р. техн. наук, проф.,
 info@sau.tsu.tula.ru,
 Тульский государственный университет

Прикладные методы синтеза оптимальных по точности и быстродействию релейных следящих приводов

Предлагается методика синтеза и оптимизации релейных приводов одновременно по быстродействию и точности режима слежения. Применение разработанных теоретических методов иллюстрируется на примере силового следящего гидропривода.

Ключевые слова: следящий привод, оптимальное по быстродействию управление, точность слежения, релейный регулятор

Введение. Важнейшей прикладной задачей сегодня остается создание высококачественных следящих приводов различного назначения и принципа действия. К таким устройствам предъявляются все более высокие требования, для выполнения которых необходимы современные системы управления. Во многих случаях при создании системы управления предпочтительным оказывается использование релейных регуляторов. Релейные системы обладают многочисленными преимуществами, такими как простота конструкции, настройки и эксплуатации. При этом они позволяют получить более высокие динамические характеристики, поскольку управляющий сигнал в них изменяется практически мгновенно, объект всегда подвержен максимальному управляющему воздействию.

Все реальные объекты управления являются нелинейными и, как минимум, содержат различные ограничители (механические ограничители и ограничители давления в газовых и гидравлических приводах, ограничители тока в электроприводах). Это означает, что классические методы исследования релейных систем, созданные для линейных объектов управления, в данном случае непригодны. Таким образом, не существует целостной прикладной теории, позволяющей осуществлять анализ и синтез таких важных и часто встречающихся на практике объектов, как следящие приводы. Необходимость данной теории остро ощущается в конструкторских организациях. Ее отсутствие приводит к необходимости проведения большого числа натурных испытаний, а значит, к увеличению сроков и стоимости разработки.

Теория следящих приводов рассматривается в работах многих авторов. Среди них особое место принадлежит сотрудникам Московского авиационного института Л. В. Рабиновичу, Б. И. Петрову, В. Г. Стеблецову, В. А. Полковникову и др. (см., на-

пример [1, 2]). В работах указанных авторов развивается динамическая теория исполнительных устройств и приводов бортовых систем управления, а также решается ряд практических задач. Большой вклад в теорию газовых приводов внесли также Б. М. Подчуфаров, С. В. Костин, Е. Е. Шорников и др. К сожалению, учет ограничителей в большинстве работ осуществляется с помощью релейных или нелинейных статических характеристик. В них предполагается, что в исходной системе возможно выделить линейную и нелинейную части, причем последняя является безынерционной характеристикой. Имеются лишь отдельные работы [2, 3], использующие математические модели, близкие к моделям звеньев с ограничителем, рассматриваемым в теории колебаний. Однако авторы этих работ не рассматривают вопросы формирования законов управления.

На сегодняшний день разработаны прикладные методы, позволяющие проводить анализ, синтез и оптимизацию по точности слежения релейных систем с некоторыми типами нелинейных объектов управления. Однако указанные методы не позволяют контролировать качество переходного процесса. При этом основными эксплуатационными характеристиками следящих приводов являются быстродействие (характеристика переходного процесса) и точность режима слежения. Это значит, что на практике при синтезе следящих систем требуется решать две указанные задачи одновременно.

Для получения минимально возможного времени регулирования предлагается использовать оптимальный по быстродействию закон управления, что также приведет к синтезу релейного регулятора. Основными затруднениями при этом являются высокий порядок дифференциальных уравнений системы и наличие нелинейностей (различного рода ограничителей) в объекте управления. Таким образом, для получения наилучшего качества переходных процессов предлагается использовать оптимальный по быстродействию закон управления, а для обеспечения точности слежения — релейный автоколебательный регулятор. Переключение между указанными законами рационально проводить при достижении некоторой заданной ошибки слежения. Методику синтеза и оптимизации системы управления рассмотрим на примере силового следящего гидропривода.

Синтез и оптимизация релейного автоколебательного регулятора. На рис. 1 показана структурная схема, описывающая динамику гидропривода. Объект управления выделен штриховой линией.

Здесь K_j , K_M , K_α , K_x , K_y и T_j , T_M , T_α , T_x — соответственно коэффициенты передачи и постоянные времени звеньев, описывающие динамику механизма управления, который состоит из электромеханического преобразователя и гидроусилителя типа сопло—заслонка. Параметры G , L , T_p , K , $T_{гм}$, W характеризуют гидропередачу, включающую гидронасос и гидромотор (гм), $J_г$ — момент инерции

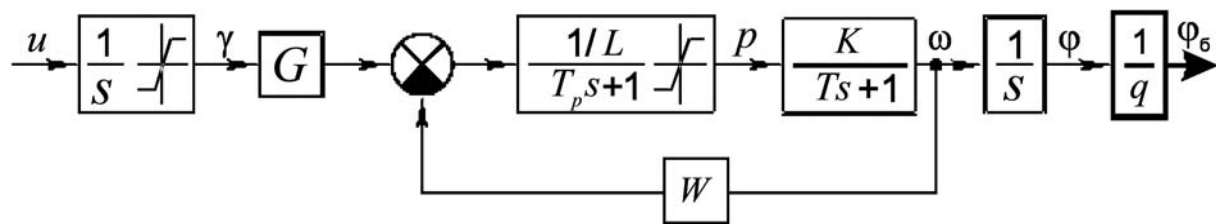


Рис. 3. Структурная схема базовой системы

Синтез закона управления оптимального по точности режима слежения с использованием полной математической модели (десятого порядка) (см. рис. 1) является очень сложной задачей. Поэтому на первом этапе предлагается использовать упрощенную (базовую) модель привода. Назовем *базовой системой* динамическую модель привода, в которой приравнены к нулю малые постоянные времени и не учитываются жесткость механической передачи и люфт в редукторе. Оптимизация гидропривода по точности слежения выполняется по следующей схеме: сначала определяется закон управления для базовой системы, а затем в полученном законе приближенно учитывается влияние малых постоянных времени (малых параметров) [6]. Таким способом удастся существенно упростить процедуру синтеза. Структурная схема базовой системы представлена на рис. 3.

Релейный закон управления предполагается искать в классе законов, использующих линейные обратные связи. Поэтому задача синтеза сводится к поиску коэффициентов обратных связей c_1 , c_2 , c_3 по координатам γ , p , ω соответственно. Главная обратная связь по координате ϕ_6 предполагается единичной.

Поскольку следует стремиться к наилучшему (оптимальному) по точности режима слежения закону управления, то и задачу синтеза следует ставить как задачу конечномерной оптимизации относительно вышеназванных коэффициентов. Критерием оптимизации является максимальное значение ошибки слежения

$$\varepsilon = |\Phi_{\text{ош}}(j\omega_{\text{вх}})|, \quad (1)$$

где $\Phi_{\text{ош}}(j\omega) = 1 - \Phi(j\omega)$ — передаточная функция системы по ошибке; $\Phi(j\omega)$ — передаточная функция замкнутой системы по входному сигналу; $\omega_{\text{вх}}$ — частота входного сигнала.

Поскольку нет существенных ограничений на параметры автоколебаний, возникающих в синтезируемой системе, то целесообразно частоту автоколебаний включить в число оптимизируемых параметров.

В процессе решения задачи оптимизации будем ограничиваться проверкой необходимого условия устойчивости автоколебаний [4]. Для выполнения необходимого условия устойчивости в целом (в случае идеального релейного элемента) должно вы-

полняться условие смены знака с плюса на минус функции

$$y^*(T) = \gamma^*(T)c_1 + p^*(T)c_2 + \omega^*(T)c_3 + \phi_6^*(T) \quad (2)$$

в точке T^0 , где T^0 — полупериод автоколебаний.

Далее, в процессе конечномерной оптимизации на каждом ее шаге необходимо выполнять следующие вычисления.

1. Из уравнения $y^*(T^0)c_1 + p^*(T^0)c_2 + \omega^*(T^0)c_3 + \phi_6^*(T^0) = 0$ определяется полупериод T^0 и частота $f = \frac{1}{2T^0}$ автоколебаний.

2. Проверяется необходимое условие устойчивости автоколебаний. Для этого исследуются точки смены знака функции (2).

3. Проводится линеаризация системы. Метод линеаризации релейных систем по полезному сигналу изложен в [7]. При этом все трудоемкие вычисления проводятся до начала процедуры оптимизации. Линеаризацию системы можно не проводить, если сложность модели и вычислительная мощность ЭВМ позволяют за приемлемое время вычислять критерий оптимизации путем численного моделирования.

4. Вычисляется критерий оптимизации (1).

Можно использовать любой метод конечномерной оптимизации, который позволяет учитывать трудно формализуемое ограничение на устойчивость автоколебаний, например, различные варианты метода случайного поиска.

С помощью данной методики были получены следующие значения оптимизируемых параметров для гидропривода:

$$c_1 = 0,069284; \quad c_2 = 9,966 \cdot 10^{-11}; \quad c_3 = 0,00043105; \\ f = 530 \text{ Гц}. \quad (3)$$

При этом значение критерия оптимизации составило $\varepsilon = 2,42 \cdot 10^{-3}$ рад.

Видно, что процесс оптимизации привел к высокой частоте автоколебаний. Таким образом, с точки зрения точности слежения оптимальной является работа привода в режиме, близком к скользящему.

На рис. 4 показаны результаты моделирования привода по упрощенной динамической модели (см. рис. 3) с использованием синтезированного закона управления. В качестве тестового был ис-

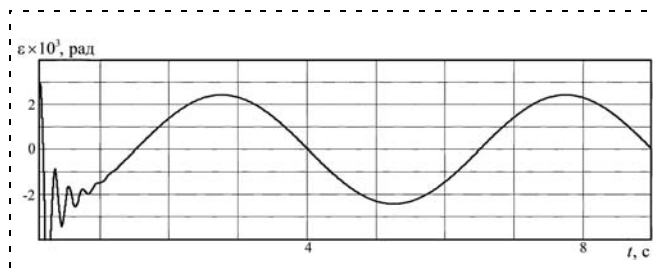


Рис. 4. Ошибка слежения

пользован гармонический входной сигнал единичной амплитуды с частотой 1,26 рад/с. Такой сигнал является наиболее сложным из тех, которые могут встретиться в реальных условиях.

Анализ результатов моделирования показывает, что удалось добиться высокой точности слежения. Амплитуда ошибки составляет $2,43 \cdot 10^{-3}$ рад.

Полученный выше закон управления синтезирован для базовой динамической модели системы четвертого порядка (см. рис 3.). Полная математическая модель объекта управления имеет десятый порядок и является существенно более сложной (см. рис. 1). Для уточнения закона управления и обеспечения его адекватной работы на полной модели используем известный прием приближенного учета малых постоянных времени [6]. Закон управления для базовой системы получен в виде

$$u = U(A, \gamma, p, \omega, \varphi). \quad (4)$$

Будем последовательно присоединять к базовой системе звенья, содержащие малые постоянные времени. Учтем сначала влияние постоянной времени T_x . Упредим в законе управления (5) фазовые координаты на величину эквивалентного запаздывания τ_1 . Тогда получим

$$u = U\left(A^1, \gamma + K_\gamma x \tau_1, p + \frac{1}{T_p} \left((G\gamma - W\omega) \frac{1}{L} - p \right) \tau_1, \omega + \frac{1}{T} (Kp - \omega) \tau_1, \varphi + \omega \tau_1\right), \quad (5)$$

здесь $A^1 = \alpha_{\max}$. Значение запаздывания τ_1 подбирается путем неоднократного моделирования системы до достижения наилучшего результата.

Для упрощения получаемого закона управления из оставшихся малых постоянных времени учтем только T_i как наиболее существенную. Постоянные времена T_α и T_m учитываются косвенно при выборе эквивалентного запаздывания τ_2 . Используя теперь в качестве базового закон управления (5), упредим его на величину τ_2 .

В результате получим закон управления вида

$$u = U(A^2, \gamma_y, p_y, \omega_y, \varphi_y). \quad (6)$$

В равенстве (6) $A^2 = |u_{\max}|$, $\gamma_y, p_y, \omega_y, \varphi_y$ — упереденные соответственно на τ_1 и τ_2 фазовые пере-

менные, входящие в закон управления (4). Они задаются следующими равенствами:

$$\gamma_y = \gamma + K_\gamma x (\tau_1 + \tau_2) + \frac{K_\gamma}{T_x} (k^* i - x) \tau_1 \tau_2;$$

$$p_y = \left[p + \frac{1}{T_p} \left(\frac{1}{L} (G\gamma - W\omega) - p \right) \tau_2 \right] \left(1 - \frac{\tau_1}{T_p} \right) + \frac{1}{T_p L} \left[G(\gamma + K_\gamma x \tau_2) - W \left(\omega + \frac{1}{T} (Kp - \omega) \tau_2 \right) \right] \tau_1;$$

$$\omega_y = \left(\omega + \frac{1}{T} (Kp - \omega) \tau_2 \right) \left(1 - \frac{\tau_1}{T} \right) + \frac{K}{T} \left[p + \frac{1}{T_p} \left(\frac{1}{L} (G\gamma - W\omega) - p \right) \tau_2 \right] \tau_1;$$

$$\varphi_y = \varphi + \omega (\tau_1 + \tau_2) + \frac{1}{T} (Kp - \omega) \tau_1 \tau_2, \quad k^* = K_M K_\alpha K_x. \quad (7)$$

Поскольку рассматриваемый гидропривод представляет собой следящую систему, то для обеспечения высокой точности режима слежения при формировании ошибок по фазовым координатам входной сигнал целесообразно считать произвольной линейно нарастающей функцией. Тогда ошибки по фазовым координатам принимают вид

$$\Delta\varphi = y - \varphi, \quad \Delta\omega = \dot{y} - \omega, \quad \Delta p = \frac{1}{K} \dot{y} - p,$$

$$\Delta\gamma = \left(\frac{L}{GK} + \frac{W}{G} \right) \dot{y} - \gamma, \quad \Delta x = -x, \quad \Delta i = -i. \quad (8)$$

Принимая во внимание сказанное выше, запишем закон управления, ориентированный на обработку входных воздействий:

$$u = -U(A^2, \Delta\gamma_y, \Delta p_y, \Delta\omega_y, \Delta\varphi_y). \quad (9)$$

Здесь функции $\Delta\gamma_y, \Delta p_y, \Delta\omega_y, \Delta\varphi_y$ задаются равенствами (7), если в них фазовые переменные $\varphi, \omega, p, \gamma, x, i$ заменить на ошибки (8) по данным переменным.

На рис. 5 показаны результаты моделирования режима слежения по полной динамической модели

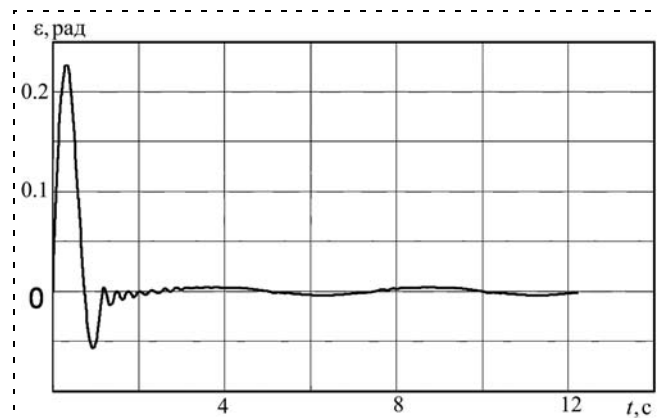


Рис. 5. Процесс слежения

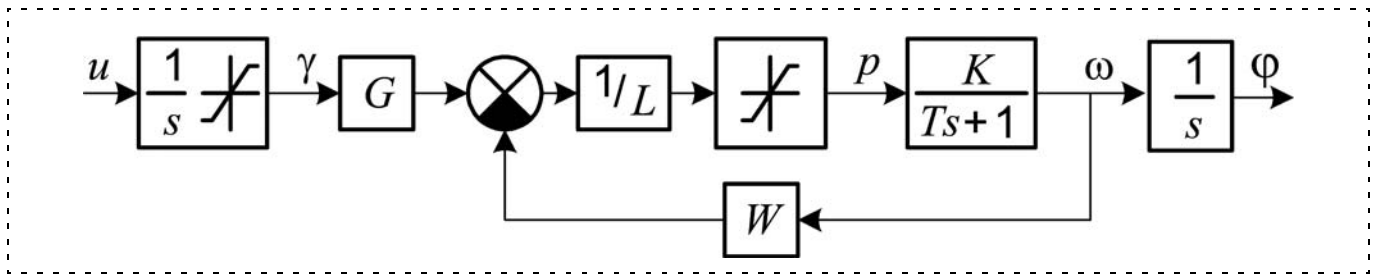


Рис. 6. Структурная схема базовой системы гидропривода

с законом управления (9) при наиболее сложном из возможных входных сигналов $y = \sin(1,26t)$.

Результаты моделирования показывают, что амплитуда ошибки слежения в худшем случае будет равна $4 \cdot 10^{-3}$ рад. Это значение является хорошим результатом для приводов рассматриваемого класса.

Таким образом, получен релейный закон управления силовым гидроприводом, обеспечивающий высокую точность режима слежения. При этом разработана методика синтеза, которую можно использовать при проектировании любых следящих приводов.

Синтез оптимального по быстродействию регулятора. Для решения проблемы высокого порядка исходной модели гидропривода также будем использовать базовую систему, в которой приравнены к нулю малые постоянные времени. Ее структурная схема представлена на рис. 6.

В структурной схеме учитываются присущие гидроприводу ограничения на угол поворота люльки ($|\gamma| \leq D_1$) и ограничитель (в данной структурной схеме — безынерционный) перепада давления масла в силовых гидромагистралях ($|p| \leq D_2$). В соответствии со структурной схемой уравнения движения объекта управления имеют следующий вид:

- при $|p| < D_2$

$$\frac{d\gamma}{dt} = u; \quad \frac{d\omega}{dt} = a\gamma - b\omega; \quad \frac{d\phi}{dt} = \omega; \quad (10)$$

- при $|p| = D_2$

$$\frac{d\gamma}{dt} = u; \quad \frac{d\omega}{dt} = CM - r\omega; \quad \frac{d\phi}{dt} = \omega. \quad (11)$$

В уравнениях (10), (11) введены следующие обозначения

$$a = \frac{KG}{TL}; \quad b = \frac{1}{T} \left(\frac{KW}{L} - 1 \right); \quad C = \frac{K}{T}; \quad r = \frac{1}{T}; \quad M = \pm D_2.$$

Рассмотрим оптимальное по быстродействию управление гидроприводом при слежении за линейно нарастающим входным сигналом $y = g_1 t + g_0$ и заданном ограничении на уровень управляющего сигнала $|u| \leq A$. Ошибки слежения по фазовым координатам задаются в следующем виде:

$$\Delta\phi = g_1 t + g_0; \quad \Delta\omega = g_1 - \omega; \quad \Delta\gamma = n g_1 - \gamma,$$

$$\text{где } n = \frac{KW + L}{KG}.$$

Перейдем в уравнениях (10), (11) к ошибкам:

- при $|p| < D_2$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\gamma}{dt} &= -u; \quad \frac{d\Delta\omega}{dt} = (b - an)g_1 - b\Delta\omega + a\Delta\gamma; \\ \frac{d\Delta\phi}{dt} &= \Delta\omega; \end{aligned} \quad (12)$$

- при $|p| = D_2$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\gamma}{dt} &= -u; \quad \frac{d\Delta\omega}{dt} = -CM - r\Delta\omega + r g_1; \\ \frac{d\Delta\phi}{dt} &= \Delta\omega. \end{aligned} \quad (13)$$

Рассмотрим фазовое пространство интегрирующего привода с координатами $\Delta\gamma$, $\Delta\omega$. С учетом ограничения по давлению в этом пространстве можно выделить области, в которых происходит движение по уравнениям (12) или (13). Границы этих областей задаются линиями

$$\Delta\omega = \frac{G}{W}\Delta\gamma + \left(1 - \frac{Gn}{W}\right)g_1 \pm \frac{D_2 L}{W}.$$

На рис. 7 представлены оптимальные траектории, выделенные с помощью необходимых условий оптимальности.

В соответствии с рис. 7 на фазовой плоскости существует линия $CEOMN$, называемая линией пе-

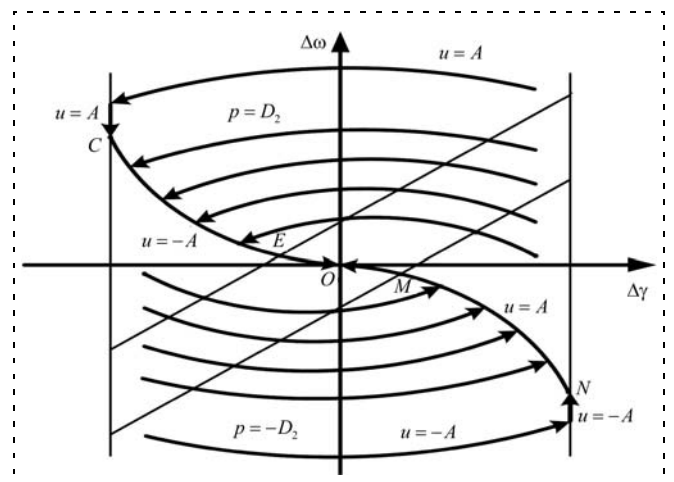


Рис. 7. Вид оптимальных траекторий

реключения, по одну сторону от которой оптимальное управление $u = A$, а по другую — $u = -A$. Линии CEO и NMO представляют собой проходящие через начало координат траектории системы (12), (13), соответственно, при $u = -A$ и $u = A$. Линии EO и MO строятся с использованием уравнений (12), а линии CE и NM — по уравнениям (13). Для получения аналитических зависимостей, задающих указанные линии, целесообразно перейти в уравнениях (12), (13) к обратному времени τ [6], проинтегрировать полученные уравнения при соответствующих начальных условиях и исключить обратное время τ .

Кривые MO и EO задаются уравнением

$$\Delta\omega(\Delta\gamma, g_1) = \frac{g_1(an-b)}{b} \left(\exp\left(\frac{b}{u}\Delta\gamma\right) - 1 \right) + \frac{ua}{b^2} \left(1 + \frac{b}{u}\Delta\gamma - \exp\left(\frac{b}{u}\Delta\gamma\right) \right),$$

а кривые CE и NM — уравнением

$$\Delta\omega(\Delta\gamma, g_1) = \left(\frac{\pm D_2 C - rg_1}{r} \right) \left(\exp\left(\frac{r}{u}(\Delta\gamma + \Delta\gamma^*)\right) - 1 \right) + \Delta\omega^* \exp\left(\frac{r}{u}(\Delta\gamma + \Delta\gamma^*)\right)$$

при $u = \pm A$ соответственно, где $(\Delta\gamma^*, \Delta\omega^*)$ — координаты точки E или M . Здесь следует отметить, что положение точек E и M в пространстве ошибок не является фиксированным, а зависит от параметра g_1 входного сигнала. Однако, как было установлено, для данного привода в рабочем диапазоне скоростей входных сигналов положение указанных точек изменяется незначительно. Таким образом, получена аналитическая зависимость вида $\Delta\omega = f(\Delta\gamma, g_1)$, задающая линию переключения $CEOMN$. Так как выше линии переключения оптимальное управление $u = A$, а ниже линии переключения — $u = -A$,

то оптимальный закон управления для системы второго порядка имеет вид:

$$u = A \operatorname{sign}(\Delta\omega - f(\Delta\gamma, g_1)). \quad (14)$$

Далее необходимо выполнить переход к системе третьего порядка. В целях упрощения будем использовать локальный метод синтеза, который заключается в следующем. Если на вход базовой системы подать сигнал $u = \pm A$, она достаточно быстро выходит на установившийся режим движения $\gamma = \Delta\gamma_y$, $\omega = \Delta\omega_y$. При больших начальных отклонениях система в оптимальном движении успевает выйти на установившийся режим до наступления первого переключения. Таким образом, для некоторого множества начальных условий оптимальные траектории имеют в фазовом пространстве общие точки переключения. Найдем эти точки следующим образом. Проинтегрируем систему уравнений (12), (13) при $u = A$ в интервале $0 \leq t \leq t_1$ (t_1 выбирается так, чтобы система успела выйти на установившийся режим). При $t > t_1$ перейдем на закон управления (14), который переведет систему в точку с координатами $(\Delta\gamma = 0, \Delta\omega = 0, \Delta\varphi = \Delta\varphi(t_3))$. Момент переключения управления, обусловленный законом управления (14), обозначим t_2 . Поскольку уравнения (12), (13) обладают астатизмом, то при начальном условии $\Delta\varphi_n = \Delta\varphi(0) - \Delta\varphi(t_3)$ оптимальная траектория приходит в начало координат. Таким образом, на оптимальной траектории происходят переключения в точках со следующими координатами:

при $t = t_1$

$$(\Delta\gamma(t_1), \Delta\omega(t_1), \Delta\varphi(t_1) - \Delta\varphi(t_3));$$

при $t = t_2$

$$(\Delta\gamma(t_2), \Delta\omega(t_2), \Delta\varphi(t_2) - \Delta\varphi(t_3)).$$

Через две эти точки и начало координат в трехмерном фазовом пространстве $\Delta\gamma, \Delta\omega, \Delta\varphi$ можно провести плоскость, которая является поверхностью

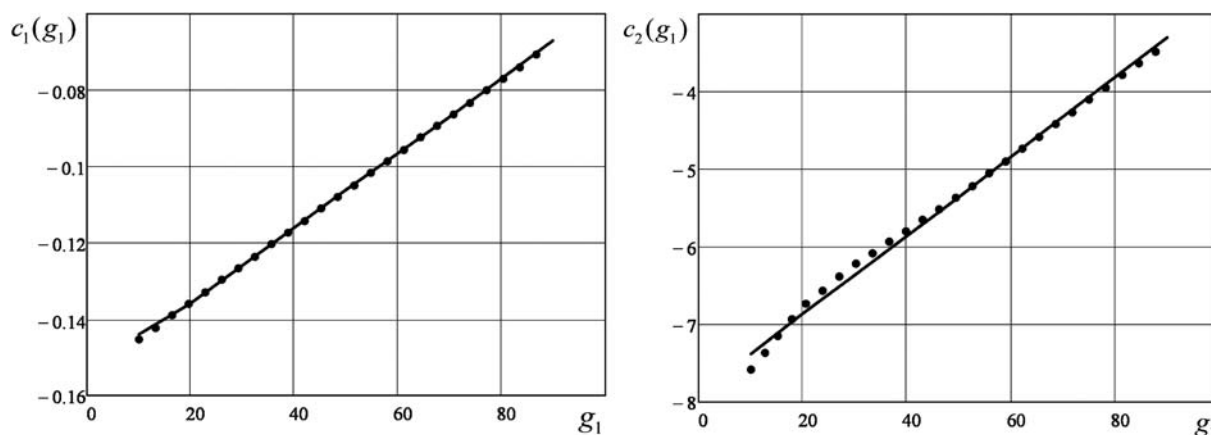


Рис. 8. Функции $c_1(g_1)$, $c_2(g_1)$

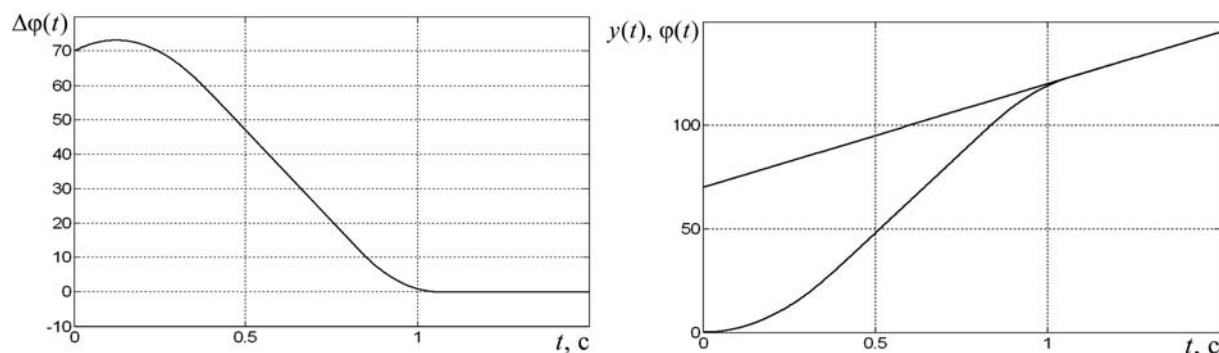


Рис. 9. Оптимальное слежение

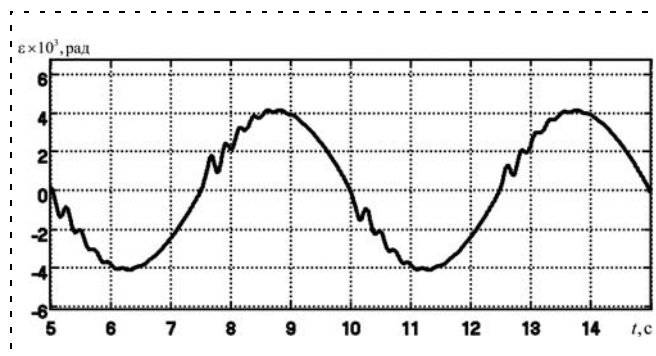


Рис. 10. Ошибка слежения

переключения и задается уравнением $f(\Delta\gamma, \Delta\omega, g_1) = c_1(g_1)\Delta\omega + c_2(g_1)\Delta\gamma$. Тогда оптимальный закон управления для системы третьего порядка имеет вид

$$u = A \operatorname{sign}(\Delta\phi - f(\Delta\gamma, \Delta\omega, g_1)). \quad (15)$$

Для использования закона (15) необходимо численно построить зависимости $c_1(g_1)$, $c_2(g_1)$ и с помощью аппроксимации получить для них аналитические выражения. С учетом характера функций $c_1(g_1)$, $c_2(g_1)$ были использованы линейные аппроксимирующие многочлены

$$\begin{aligned} c_1(g_1) &= 9,705 \cdot 10^{-4} g_1 - 0,155; \\ c_2(g_1) &= 0,051 g_1 - 7,892. \end{aligned}$$

На рис. 8 показан вид функций $c_1(g_1)$, $c_2(g_1)$ и их аппроксимация.

На рис. 9 показаны ошибка слежения $\Delta\phi$ и выходной сигнал ϕ при слежении за входным сигналом $y = 50t + 70$ с использованием оптимального закона управления (15).

Комплексный закон управления. Комплексный закон управления предлагается формировать путем комбинации двух законов управления, синтезированных выше. В режиме слежения будет работать релейный автоколебательный регулятор, обеспечивающий минимальную ошибку. При отработке

начального рассогласования функционирует оптимальный по быстродействию закон управления. Таким образом, удается одновременно решить проблемы качества переходного процесса и точности слежения. При цифровой реализации системы регулирования переключение между указанными законами осуществляется программно при достижении ошибки, меньшей 10^{-2} рад, и не вызывает затруднений. Цифровое моделирование, проведенное по полной динамической модели десятого порядка, подтверждает теоретические результаты. Ошибка слежения не превышает $4 \cdot 10^{-3}$ рад, что показано на рис. 10.

Заключение. Разработана совокупность методов, позволяющая оптимизировать релейные следящие приводы одновременно по быстродействию и точности. Указанная методика дает теоретическую основу для синтеза высококачественных систем управления, а также обеспечивает сокращение сроков и стоимости разработки устройств рассматриваемого класса.

Список литературы

1. **Проектирование** следящих систем / Под ред. Л. В. Рабиновича. М.: Машиностроение, 1969. 499 с.
2. **Стеблецов В. Г.** Нелинейные системы с разрывными координатными связями. Теория и практика. М.: Машиностроение, 1992. 256 с.
3. **Проектирование** следящих систем с помощью ЭВМ / Под ред. В. С. Медведева. М.: Машиностроение, 1979. 367 с.
4. **Фалдин Н. В.** Релейные системы автоматического управления // Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. С. 573–636.
5. **Фалдин Н. В., Феофилов С. В.** Исследование периодических движений в релейных системах, содержащих звенья с ограничителями // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 2. С. 15–27.
6. **Фалдин Н. В., Есипов А. Н.** Приближенный способ учета при синтезе оптимальных систем малых постоянных времени // Изв. вузов. Электромеханика. 1984. № 3. С. 45–50.
7. **Моржов А. В., Фалдин Н. В.** Линеаризация по полезному сигналу релейных систем управления, содержащих звенья с ограничителями // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 3. С. 5–15.

ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

УДК 62-5:004.8

В. А. Виттих,

д-р техн. наук, проф., научный советник,

vittikh@iccs.ru,

Институт проблем управления
сложными системами РАН, Самара

Когнитология развивающихся систем

В целях совершенствования процессов принятия решений и повышения эффективности использования персональных интеллектуальных ресурсов акторов, выполняющих познавательно-деятельностные функции, рассматривается когнитология (учение о познании) развивающихся систем, ключевую роль в которой играет понятие интерсубъективной теории. В интерсубъективной теории "фокусируются" субъективные знания, разделяемые всеми акторами, оказавшимися в общей для них проблемной ситуации. В отличие от классических научных теорий, носящих "вневременной" характер, интерсубъективные теории существуют в определенных временных рамках и предназначены для поддержки процессов принятия решений в реальном масштабе времени, т. е. в темпе развития проблемных ситуаций.

Ключевые слова: когнитология, развивающаяся система, интерсубъективная теория, самоорганизация, проблемная ситуация, актор, субъективное знание, суперпозиция субъекта и объекта, субъект—субъектные отношения

Введение

В последней четверти XX века у специалистов, занимающихся исследованиями развивающихся систем, имеющих искусственное происхождение (социальных, экономических, социотехнических и др.), возникла проблема разработки методологии изучения такого класса сложных систем. Дело в том, что попытки применения классической гносеологии с ее оппозицией субъекта и объекта, включающей человека из рассмотрения, не дали каких-либо положительных результатов, поскольку именно человек с его способностью "заглядывать в будущее", принимая и реализуя свои решения, определяет направления развития сложной системы. У человека в его "настоящем" не только постоянно присутствует "прошлое", но точно также в "настоящем" человек осознает и свое собственное "будущее". В фундаментальной онтологии М. Хайдеггера понятию "теперь", включающему в себя и прошлое, и будущее, придается первостепенное значение. "В присутствии, — пишет он в [1], — "есть" свое прошлое по способу своего бытия, которое, говоря вчерне, всякий раз "сбывается" из его будущего".

Но тогда понятие развития как линейного и поступательного движения от прошлого через настоящее к будущему отступает на задний план [2], а это означает, что классическая теория познания не может быть использована для изучения сложных развивающихся систем, в которых люди, выполняя познавательно-деятельностные функции, обеспечивают урегулирование возникающих проблемных ситуаций. Ведь человек способен применять желаемое будущее для принятия решений в настоящем [3]. Поэтому необходимо искать новые "неклассические" подходы к исследованию развивающихся систем, базирующиеся на принципе суперпозиции (а не оппозиции!) субъекта и объекта, а также учитывающие субъект—субъектные отношения, поскольку обычно в системе присутствует и действует не один человек, а некоторое множество взаимодействующих индивидов.

Термин "когнитология" обозначает учение о познании. С этой точки зрения гносеологию (учение о научном знании) и методологию познания развивающихся систем можно считать составными частями когнитологии, т. е. правомерно говорить о когнитологии развивающихся систем, разработка которой и является целью данной статьи. Но прежде необходимо уточнить, какое содержание будет вкладываться в понятие "развивающаяся система".

Развивающаяся система

Будем рассматривать развивающуюся систему как сложную открытую искусственную систему, являющуюся творением человеческого разума и функционирующую при участии людей [4], которая часть своих возобновляемых ресурсов, в том числе интеллектуальных, вкладывает в расширение возможностей системы, повышение качества товаров и услуг и т. п. (в отличие от системы, поддерживающей status quo, в которой обновление ресурсов системы расходуется на сохранение имеющихся возможностей, структуры и относительной замкнутости). В развивающемся обществе "развитие — это результат приобретения знаний, что проявляется в качестве жизни, которое может быть реализовано, — в отличие от роста, который является результатом материальных приобретений и выражается в достигнутом уровне жизни. Развитие состоит не в том, как много благ имеет общество, а в том, как много оно может сделать с теми благами, которыми располагает. Нехватка ресурсов предотвращает рост, но не является препятствием для развития" [5].

Главными "действующими лицами" развивающейся системы являются акторы. *Актор — человек, выполняющий познавательно-деятельностную функцию* по урегулированию во взаимодействии с другими акторами проблемных ситуаций, возникающих в системе [6]. Каждый актор может иметь свою точку зрения на ситуацию, уникальный жизненный опыт (знания о прошлом) и собственные представления (знания) о будущем, т. е. акторы, в общем случае, являются неоднородными, что предполагает необходимость достижения компромиссов в процессах принятия решений. Развивающуюся систему нельзя рассматривать как "квазиприродный" объект, эволюционирующий по некоторым объективным "естественным" законам, подобным законам физики и химии, поскольку ее *развитие определяется субъективными позициями неоднородных акторов*.

При этом важно наличие у акторов чувства солидарности. Солидарность (в философии Рорти) — направление мышления (противопоставленное традиционной объективности) на объединение разнобразных точек зрения не на основе тождества, а в контексте их различия. Эти различия, по Рорти, не провоцируют мировоззренческие конфликты, а создают условия для свободного выбора. Ни одна из позиций, объединяющихся на фундаменте солидарности, не претендует на статус единственной, что принципиально отличает этот подход от классической рациональности, исходящей из представления о возможности и достижимости одного единственно верного решения [7]. Рорти отрицает необходимость смыслового центра, полагая, что социальная надежда призвана опереться не на "объективность", а на "солидарность" [8]. При этом солидарность понимается как единство, притяжение различных, а не как одинаковость, поскольку мир обновляется через контакт различных; "в своем единстве различные "одни" дополняют друг друга и вырастают до частей целого" [9].

Холон как целое, являющееся частью другого большего целого [10], представляет собой *структурный элемент сложной развивающейся системы, организованной по принципу "часть—целое"*. Отдельно взятый актор — это "атомарный" холон, а актор вместе с обеспечивающими его деятельность трудовыми и материальными ресурсами образует базовый холон, который может вступать в отношения с другими холонами, организуя составные холоны. Холоны могут самостоятельно устанавливать или разрывать связи между собой. При этом назначение и целевые ориентиры развивающейся системы не являются жестко заданными априори, а могут определяться и корректироваться "изнутри" в процессах взаимодействия акторов, представляющих такие "самодостаточные" холоны. Эта способность генерировать представления о "желаемом будущем" отличает открытые развивающиеся системы от закрытых систем, конструируемых под конкретную

цель, заданную "сверху", и организованных по принципу "причина—следствие" [6].

Неопределенность ситуаций, обусловленная многими (в том числе, так называемым человеческим) факторами, вынуждает акторов вступать во взаимодействие с тем, чтобы совместными усилиями найти способы решения возникающих проблем и снизить эту неопределенность до приемлемого уровня. Если неопределенность не удастся уменьшить в рамках локальных взаимодействий акторов, то ее урегулирование происходит на глобальном уровне. Возникает циклическая причинность: локальные взаимодействия порождают глобальные структуры, которые, в свою очередь, регулируют локальные взаимодействия. *Циклическая причинность в сочетании с неопределенностью составляет основу самоорганизации развивающихся систем*, понимаемой как возникновение порядка из локальных (в общем, случайных, хаотических) взаимодействий [4], т. е. (по И. Пригожину) возникновение "порядка из хаоса".

В последние годы происходит переосмысление концепции хаоса. Вводится понятие *динамического* (или детерминированного) *хаоса* "как некой сверхсложной упорядоченности, существующей неявно, потенциально и могущей проявиться в огромном многообразии упорядоченных структур" [2]. С этой точки зрения самоорганизация развивающихся систем может рассматриваться как реальное проявление в условиях неопределенности конкретной устойчивой структуры (возникновение порядка) из огромного числа помыслов акторов — потенциально возможных их представлений о будущем (неупорядоченных, хаотически "перемешанных"). Таким образом, *будущее, представленное в идеальных формах в сознании людей, материализуется в развивающихся системах в настоящем*. В этом состоит основное и принципиальное отличие таких систем от объектов классической науки, для которых характерно, как это отмечалось выше, только поступательное движение из прошлого через настоящее в будущее.

Суперпозиция субъекта и объекта

При разработке методологии познания (когнитологии) развивающихся систем необходимо прежде всего преодолеть ставшее традиционным в научных исследованиях представление о дистанцировании, отделении познающего субъекта от объекта. Принципы гносеологии настолько проникли в нашу "плоть и кровь", что вопрос о целесообразности и возможности их применения в тех или иных ситуациях обычно и не возникает. Однако, если в классическом естествознании такой подход, связанный с познанием действительности "как она есть сама по себе" без примеси человеческой субъективности, плодотворен, конструктивен и единственно

возможен, то для неклассических объектов, "траекторию" развития которых определяют субъективные человеческие желания и решения, его нельзя признать приемлемым.

В развивающейся системе человек — актер — "встроен" в нее, выполняя познавательную-деятельностную функцию и обладая субъективными ценностными ориентирами, интересами и знаниями. Здесь *познание необходимо рассматривать как естественный образ действий личности в целом с ее чувствами, желаниями, опытом, надеждами и т. п.*, но не как чисто духовную функцию, взятую изолированно. Поэтому, поскольку принципиально невозможно ставить субъекта (актера) в оппозицию к объекту (развивающейся системе), необходимо переходить к их суперпозиции. При этом ключевую роль начинают играть субъект—субъектные отношения в процессах принятия решений по урегулированию возникающих в системе проблемных ситуаций, которые сводятся к коммуникативным действиям актеров и решению задач в открытой форме [4]. Следуя М. Хайдеггеру [1], мы *перемещаемся из "объективного" мира в мир "субъективный", "предметный"*. "Он, если так можно выразиться, "состоит" не из "вещей, свойств и отношений", а из ответов на наши вопросы. В основе его лежат не "атомы и пустота", не трансцендентные сознанию человека "вещи в себе", а интенциональность, с которой начинается конституирование предметов... Мы переходим здесь от "космоса" к "логосу", от "мира природы" к "миру культуры", от состава и строения вещества к смыслу слов и предложений" [11]. Таким образом, *место унифицированного субъекта рационалистической гносеологии в когнитологии развивающихся систем занимает человеческая личность*.

Принятие решений и деятельность актора (или группы акторов) всегда происходит в некоторой ситуации, которую можно определить как сочетание условий и обстоятельств в сложной развивающейся системе, создающих определенную обстановку, положение. "Вся инициатива человека не только ситуационно определена, но и ситуационно оформлена... Человек должен действовать в ситуации, но как именно, она ему не указывает, и в этом и состоит его свобода... Ситуация есть принуждение к решению, свобода же состоит в самом решении" [12].

В процессе поиска выхода из проблемной ситуации, обладающей неопределенностью, неоднородным акторам приходится решать множество (как правило, взаимосвязанных) задач, которые также не являются полностью определенными. В отличие от задач в замкнутой форме [13] они называются *задачами в открытой форме*, поскольку в них не удалена неполнота, избыточность и неоднозначность [4, 7]. При решении таких задач *приходится обращаться не к процедуре объяснения, а к пониманию, погружающему каждого актора в "мир смы-*

слов" других акторов и дающему возможность постичь и истолковать их мысли и переживания, осознать их роли в системе целого — сложившейся проблемной ситуации [7].

Но дело не только во взаимодействии людей — акторов. Ситуация объединяет во взаимодействии объекты совершенно различных миров — не только людей, но и разнообразные природные, искусственные и абстрактные объекты. Все эти неживые сущности человек наделяет смыслами; его сознание конструирует мир [14], в котором неживые объекты ведут себя по правилам, предписанным человеком. Выражаясь метафорически, все живые и неживые сущности, оказавшись в общей для них проблемной ситуации, начинают взаимодействовать, стремясь сообща найти выход из нее. Но каждая сущность, понимая общую задачу, действует исходя из собственных интересов и ценностных установок, которые может, ко всему прочему, и изменить в процессах коллективного выбора.

Тем не менее, жизненная практика показывает, что в качестве надежного инструмента решения задач в открытой форме, обладающих не устранимой "до конца" неопределенностью, выступает самоорганизация [15]. В ходе диалогового взаимодействия отдельные акторы могут не только изменять свои точки зрения на ситуацию, собственные представления о ценностях, индивидуальных и групповых интересах, но и влиять на позиции других акторов.

Аксиологическая категория ценности, являющаяся продуктом человеческого сознания и зависящая не от естественных свойств предмета, а от того, как эти свойства осознаются, в определенной степени противостоит гносеологической категории истины как результату процесса познания, адекватно отражающему действительность. На это обратил внимание еще Аристотель, разделявший разум на теоретический (созерцательный) и практический, отличающийся своей направленностью к цели. Впоследствии различие между теоретическим и ценностно-практическим разумом отстаивал Кант, положивший начало аксиологии как философскому учению о ценностях [16]. Поэтому в процессах принятия решений *акторы используют не классическую познавательную процедуру, а аксиологическую, в которой факты соотносятся с системой ценностей*. И в этом смысле корректно говорить не об истинности принятого решения, а об его ценности. Аналогичное замечание можно отнести и к объективности решения, которая на практике если и достигается, то весьма и весьма приблизительно.

Объективность понимается, в самых общих чертах, как освобождение от всего субъективного. Но возможно ли достичь объективности при коллегиальном управлении, когда принятие решений осуществляется группой лиц, каждое из которых несет персональную ответственность за определенную

область деятельности, при этом обладая собственными субъективными интересами и ценностями? Очевидно, что нельзя. Здесь можно говорить только о согласовании интересов и достижении компромиссов, но при одном важном условии (которое упоминалось выше) — наличии у акторов чувства солидарности [7].

Интерсубъективные теории развивающейся системы

Условием получения объективно-истинного знания о мире в процессах научных исследований является фокусирование внимания на объекте, стремление при теоретическом описании и объяснении исключить все, что относится к субъекту, средствам и операциям его деятельности. В сложной развивающейся (саморазвивающейся) системе человек становится ее составной частью, а его действие является не чем-то внешним, а включается в систему, каждый раз видоизменяя поле ее возможных состояний. Вступая во взаимодействие с другими людьми, человек уже имеет дело не с жесткими предметами и свойствами, а со своеобразными "со-звездиями возможностей". Перед ним всякий раз возникает проблема выбора линии развития из множества возможных путей эволюции системы, которую он решает, опираясь на свои гуманистические ценности и знания [17].

Исходным пунктом всякого исследования является *проблемная ситуация*, когда неудовлетворенное состояние дел уже осознано, но еще неясно, что нужно делать для его изменения [18]. И в развивающейся системе сложившаяся проблемная ситуация (а их в системе может быть несколько) становится предметом исследования для акторов, поскольку они должны приобрести знания, позволяющие снизить степень "неясности" (неопределенности). Эти знания должны включать в себя не только *прошлый опыт* (в том числе, общепризнанные объективные знания) и *текущую оценку ситуации* (уже субъективную), но и знания о желаемом (акторами) направлении развития системы, т. е. *знания о будущем*. На основе приобретенных знаний акторы принимают решения о действиях по изменению ситуации в выбранном направлении, которое обычно связывается с улучшением показателей качества и эффективности функционирования развивающейся системы — объекта, в состав которого входят и сами акторы. Но что можно сказать об истинности таких знаний?

Если объективное знание, полученное с помощью научных методов, рассматривается как истинное, то *субъективное знание*, на которое влияет человек, в лучшем случае считается относительно истинным. Оно *может быть верным только для определенного человека, в конкретной ситуации, в фиксированные промежутки времени и т. д.* Такое относительно истинное знание может выражать

субъективную точку зрения актора в предположении, что он изолирован от других акторов. Однако в реальности акторы коммуницируют между собой, что дает им возможность (следуя конвенциональной концепции истины А. Пуанкаре, трактующей истину как результат соглашения) *договориться о признании истинным некоторого субъективного знания для ограниченного круга людей, оказавшихся в общей для них проблемной ситуации. Такое знание может быть названо интерсубъективным*, если опираться на введенное Э. Гуссерлем понятие "интерсубъективность", указывающее на внутреннюю социальность индивидуального сознания.

Поскольку теория, в широком смысле, рассматривается как форма синтетического, систематизированного знания, то для сведения в единую систему интерсубъективных знаний, придания им целостности введем понятие *интерсубъективной теории*. В отличие от классической научной теории, в которой строгость и математическая корректность научных результатов достигается исключением человека из теории (отделением субъекта от объекта), построение интерсубъективной теории начинается с приобретения субъективных знаний неоднородных акторов с последующим достижением соглашения об интерсубъективных знаниях и их формализованном представлении (т. е. человек не исключается из теории). Это чрезвычайно важно, поскольку, например, "практика социального анализа и социологии XX века показывает, что попытка строить социальные онтологии, т. е. схемы социального бытия, отвлекаясь от человеческих индивидов как субъектов социального процесса, приводит к серьезным противоречиям: из теории исчезают люди и их энергия преобразования социальных форм, а социальные системы приобретают качества квазиприродных сил, стоящих над человеческим бытием" [9].

Аналогичные противоречия возникают в экономических, технических и иных науках об искусственном, когда для придания своим трудам "научности" и математической строгости (например, в целях получения общественного признания) научные работники довольно часто вынуждены прибегать к использованию классической рациональности и методов гносеологии, "вынося за скобки" человека в своих теоретических построениях [4]. Ведь в противном случае их могут обвинить в отсутствии теории! Поэтому для специалистов, занимающихся проблемами сложных развивающихся систем, назрела потребность в выработке адекватной трактовки понятия "теория" и в разработке методов ее построения. Представляется, что "интерсубъективная теория" поможет удовлетворить эту потребность.

В самом деле, при построении интерсубъективной теории все начинается с того, что определяется группа акторов, участвующих в изучении проблемной ситуации, принятии решений и их реализации.

Предполагается, что каждый актер имеет прошлый опыт — совокупность персональных знаний, характеризующих "предпонимание" актором проблемной ситуации. Сюда включается имеющийся у актора запас объективных (верифицируемых) научных знаний и субъективных ценностно-ориентированных (аксиологических) знаний, к которым относятся и так называемые "знания о незнаниях", т. е. знания о том, какие задачи (те самые "незнания") нужно решать для урегулирования той или иной проблемной ситуации [6].

"Прошрое" нельзя трактовать как то, чего уже нет, а следует понимать как то, что постоянно присутствует в "настоящем". Но точно так же, по М. Хайдеггеру, в "настоящем" человек осознает и свое собственное "будущее"; его намерения влияют на принимаемые решения и действия в "настоящем". Поэтому в *интерсубъективной теории должны быть представлены знания о намерениях акторов, задающих (в самом общем случае) отдаленные цели, непосредственное достижение которых невозможно и требует выполнения последовательности действий. И, наконец, текущая оценка ситуации должна найти отражение в знаниях о "настоящем".*

Поскольку разработка и трансформация интерсубъективных теорий развивающейся системы (применительно к одной системе может разрабатываться несколько теорий, соответствующих разным ситуациям) будет происходить в условиях постоянных коммуникаций акторов, нацеленных на достижение взаимопонимания и выработку компромиссов, необходимо использовать с этой целью средства компьютерного представления и обработки знаний [4, 19, 20], а также создавать системы поддержки коммуникативных действий [17, 21]. В отличие от классических научных теорий, носящих "вневременной" характер, *интерсубъективные теории существуют в определенных временных рамках и предназначены для поддержки процессов принятия решений в реальном масштабе времени, т. е. в темпе развития проблемных ситуаций.*

Заключение

Актуальность поставленных в статье методологических вопросов и предложенного подхода к получению ответов на них обусловлена, с одной стороны, несовершенством сложившейся практики принятия коллегиальных решений в сложных развивающихся системах (от промышленных предприятий до органов государственного и муниципального управления), а с другой — весьма ограниченными возможностями гносеологии, постулирующей изучение объекта "со стороны" некоторым "унифицированным" субъектом. При коллегиальном управлении принятие решений осуществляется группой неоднородных акторов; каждый из них несет персональную ответственность за определенную область

деятельности и рассматривает со своей субъективной точки зрения сложившуюся проблемную ситуацию, которая должна быть урегулирована, тем не менее, согласованными действиями акторов, для чего между ними должно быть достигнуто взаимопонимание. В реальной жизни чаще всего наблюдается обратная картина: лица, участвующие в процессах принятия решений, не стремятся (а зачастую и не имеют возможности) "погружаться" в проблемы своих коллег, а компромиссные соглашения между ними достигаются обычно с большим трудом (отчасти по причине отсутствия объединяющего взгляда на проблемную ситуацию). Поэтому в целях совершенствования процессов управления и повышения эффективности использования персональных интеллектуальных ресурсов акторов в развивающихся системах необходима разработка соответствующего методологического фундамента.

Когнитология развивающихся систем направлена на решение этой задачи. Ключевую роль в ней играет понятие интерсубъективной теории, в которой "фокусируются" субъективные знания, разделяемые всеми акторами, оказавшимися в общей для них проблемной ситуации. Поскольку в развивающейся системе может складываться не одна, а несколько проблемных ситуаций, можно говорить о множестве интерсубъективных теорий применительно к одной системе. В отличие от классических научных теорий, носящих "вневременной" характер, интерсубъективные теории существуют в определенных временных рамках и предназначены для поддержки процессов принятия решений в реальном масштабе времени, т. е. в темпе развития проблемных ситуаций. Разработка и трансформация таких теорий должны осуществляться с применением средств компьютерного представления и обработки знаний, а также систем поддержки коммуникативных действий.

Список литературы

1. Хайдеггер М. Бытие и время. Харьков: Фолио, 2003.
2. Новая философская энциклопедия (в четырех томах). М.: Мысль, 2010.
3. Виттих В. А. Феноменологическое время в процессах принятия решений // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. XII международной конференции, Самара: Самарский научный центр РАН. 2010. С. 452—457.
4. Виттих В. А. Проблемы управления и моделирования в сложных искусственных системах // Мехатроника, управление, автоматизация. № 12, 2010. С. 17—23.
5. Акофф Р. Л. За пределами социализма и капитализма: развивающееся общество // Проблемы управления в социальных системах. 2009. Т. 1. Вып. 1. С. 112—140.
6. Виттих В. А. Организация сложных систем. Самара: Самарский научный центр РАН, 2010.
7. Виттих В. А. Парадигма ограниченной рациональности принятия решений-1 // Вестник Самарского государственного технического университета (серия "Технические науки"). 2009. № 3 (25). С. 22—31.
8. Всемирная энциклопедия. Философия. М.: АСТ; Мн.: Харвест, Современный литератор, 2001.

9. **Современный философский словарь.** Лондон, Франкфурт-на-Майне, Париж, Люксембург. Москва, Минск: Панпринт, 1998.
10. **Kostler A.** The Ghost in the Machine. London: Arcana books, 1989.
11. **Зотов А. Ф.** Современная западная философия. М.: Проспект, 2010.
12. **Hartmann N.** Zur Grundlegung der Ontologie, 1941 (ссылка дается по Философскому энциклопедическому словарю. М.: ИНФРА-М, 1997. 416 с.
13. **Лорьер Ж.-Л.** Системы искусственного интеллекта. М.: Мир, 1991.
14. **Философия:** учебное пособие для высших учебных заведений. — Ростов н/Д: Феникс, 2003.
15. **Виттих В. А.** Механизмы социальной самоорганизации // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. XIII междунар. конф. Самара: Самарский научный центр РАН, 2011. С. 10—17.

16. **Словарь философских терминов.** М.: ИНФРА-М, 2004.
17. **Степин В. С., Горохов В. Г., Розов М. А.** Философия науки и техники: учеб. пособ. М.: Гардарики, 1996.
18. **Новиков А. М., Новиков Д. А.** Методология. М.: СИНТЕГ, 2007.
19. **Смирнов С. В.** Онтологии в задачах моделирования сложных систем // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. II междунар. конф. Самара: Самарский научный центр РАН, 2000. С. 66—72.
20. **Скобелев П. О.** Мультиагентные технологии в промышленных применениях: к 20-летию основания Самарской научной школы мультиагентных систем // Мехатроника, управление, автоматизация. № 12. 2010. С. 33—46.
21. **Виттих В. А., Игнатьев М. В., Смирнов С. В.** Системы поддержки коммуникативных действий // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. XIII междунар. конф. Самара: Самарский научный центр РАН, 2011. С. 369—371.

УДК 004.93'42:621.7.072

В. Ф. Коростелев, д-р техн. наук, проф.,
Засл. деятель науки РФ, зав. каф.,

А. Е. Большаков, магистрант,
giess300@mail.ru,

Владимирский государственный университет

Разработка нейросетевой модели процесса кристаллизации расплава под давлением

В качестве объекта автоматического управления рассмотрен процесс формирования свойств сложных по составу сплавов в условиях наложения давления. Для оценки влияния компонентов сплава на формирование свойств используется нейросетевая модель, входы которой представлены компонентами сплава, значениями технологических параметров, например, давления, температуры и др., а выходы — механическими свойствами. Способность сети к обучению и к решению задач, связанных с прогнозированием свойств, проиллюстрирована на опытных сплавах и на сплавах, взятых из литературных источников. Приведены данные для предварительной оценки степени взаимного влияния отдельных компонентов на изменение свойств. Разработанную модель предполагается использовать при выборе составов сплавов и при отработке режимов наложения давления, обеспечивающих формирование требуемого сочетания механических свойств сплавов.

Ключевые слова: алюминиевые сплавы, персептрон, механические свойства, обучающая выборка, диаграмма распада, соответствие физических и расчетных данных

Введение

Одной из проблем машиностроения является производство изделий из материалов с более высокими свойствами. Еще более актуальной становится проблема управляемого синтеза материалов с требуемым сочетанием физико-химических и механических свойств.

В работе [1] показано, что наложение давления на жидкий металл до начала кристаллизации обес-

печивает повышение предела текучести алюминиевого сплава В95 на 20 %. В работе [2] по изменению свойств сплавов высказаны предположения о возможных вариантах межатомных взаимодействий под влиянием сжатия и уплотнения в процессе регулируемого наложения давления.

Теоретическая модель объекта управления

В качестве объекта управления рассматривается процесс наложения давления на расплавленный металл. В процессе прессовки в короткие интервалы времени сближение атомов происходит при отводе незначительного количества теплоты, так что повышение давления до уровня 400 МПа обеспечивает сближение атомов на расстояние действия упругих сил отталкивания, до начала кристаллизации. Возможность накопления упругих энергий межатомных взаимодействий в жидком металле рассматривается как фундаментальная основа для изменения структуры металла и связанных с ней свойств. Состояние отпрессованного расплавленного металла является термодинамически неустойчивым и классифицируется как сильнонеравновесное.

По мере отвода теплоты, задолго до начала кристаллизации, без наложения давления в расплаве развиваются процессы подготовки к образованию фаз, и при наличии в сплаве достаточно большого числа компонентов диффузия отдельных атомов протекает по малоизученным законам квантовой механики, кристаллографии, физической химии, физики твердого тела. Наложение давления создает определенные ограничения на процессы диффузии, но пока не достигнуто давление, обеспечивающее абсолютное "замораживание" расплава.

Цели и задачи исследования

Отметим, что существующие подходы к разработке сплавов основаны на простом составлении

компонентов. С точки зрения управления, сплав представляет собой объект, входом которого являются химические элементы, а выходом — свойства. Внутри объекта протекают фазовые превращения, химические реакции, формируются кристаллические, квазикристаллические, аморфные структуры. Наложение давления оказывает влияние и изменяет кинетические закономерности и механизм названных процессов. Изменением закона наложения давления в кристаллизующемся металле можно создавать множество переменных состояний, каждое из которых будет определять соответствующее сочетание свойств. В совокупности химические элементы, температура, давление и время образуют фазовое пространство, в котором для достижения требуемых свойств необходимо найти траекторию. Поэтому целью исследования в данной статье является повышение эффективности автоматического управления формированием структуры и свойств сплавов на основе выявленных закономерностей сложных процессов и взаимосвязей между входными воздействиями и выходными параметрами.

Методика исследования

Для решения поставленной задачи можно воспользоваться методом планируемого эксперимента, достоинством которого является наличие экспериментальной информации. В последние годы для решения аналогичных задач все более часто используются методы, основанные на обучении нейронных сетей [3]. Значительный интерес представляет возможность обучения сети, когда в качестве обучающей выборки используются экспериментальные данные, взаимосвязь между которыми до настоящего времени не установлена.

В рассматриваемом в данной статье случае использованы сплавы опытных составов, выплавку которых осуществляли в индукционной печи в графитовом тигле. В качестве шихты использовали чистые металлы — алюминий, медь, цинк, а также легатуры алюминий—магний и алюминий—марганец. Как и в работе [1], сплавы заливали в полость металлической формы и по программе накладывали давление. Из полученных слитков вырезали образцы для определения механических свойств. Химический состав и свойства опытных сплавов приведены в табл. 1, рассмотрены также составы сплавов и свойства из литературных источников [4, 5].

Обучение нейронной сети осуществлялось в несколько этапов.

Во время построения плана эксперимента был выбран многослойный персептрон как наиболее подходящий по условиям поставленной задачи.

Для создания выборки сплавов алюминия использованы литературные источники [4, 5]. С учетом влияния давления в выборке рассмотрены только те сплавы, которые используются при литье под

Таблица 1
Химический состав и механические свойства опытных алюминиевых сплавов

Сплавы	Концентрация компонентов, %							Степень опрессовки расплава
	Mg	Mn	Cu	Ti	Zn	Zr	HB	
B95(1)	2,3	0,4	1,7	0	6	0	145	13,7
B95(2)	2,65	0	2,3	0	8,5	0,15	176	13,8
B95(5)	0	20	0	0	0	0	360	13,75
B95(6)	4	0,8	3	0,25	7	0,25	100	13,8
B95(8)	4,5	0,8	4	0,25	8	0,25	130	13,7

Таблица 2
Состав алюминиевых сплавов, взятых из литературных источников

Сплавы	Концентрация компонентов, %										
	Mg	Si	Mn	Cu	Be	Ti	Zn	B	Fe	Cr	Zr
AK12(Al2)	0,1	11,5	0,255	0	0	0	0	0	0	0	0
AK13	0,15	0	0,3	0	0	0	0	0	0	0	0
AK9с	0,275	9,25	0,35	0	0	0	0	0	0	0	0
AK9ч(Al4)	0,35	9,25	0,35	0	0	0	0	0	0	0	0
AK8л(Al34)	0,4	7,5	0	0	0,28	0,2	0	0	0	0	0
AK7	0,375	7	0,4	0	0	0	0	0	0	0	0
AK7ч(Al9)	0,35	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AK7Пч(Al9-1)	0,35	7,5	0	0	0	0,12	0	0	0	0	0
AK5M2	0,5	5	0,5	2,5	0	0,13	0	0	0	0	0
AK5M7	0,35	5,5	0	7	0	0	0	0	0	0	0
AK8M(Al32)	0,4	8,25	0,4	1,25	0	0,2	0	0	0	0	0
AK8M3ч(ВАЛ8)	0,325	7,75	0	3	0,15	0	0,75	0,053	0	0	0
AK9M2	0,5	8,75	0,25	1,25	0	0,13	0,75	0,053	0	0	0
AMгMц(Al28)	5,55	0	0,7	0	0	0,18	0	0	0	0	0
AK7ц9(Al11)	0,2	7	0	0	0	0	9,5	0	0	0	0
B95	2,3	0	0,4	1,7	0	0	6	0	0	0,18	0
B96ц	2,65	0	0	2,3	0	0	8,5	0	0	0	0,15
B93	1,9	0	0	1	0	0	6,7	0	0,33	0	0
AB	0,675	0,85	0,25	0,3	0	0	0	0	0	0	0
AD33	1	0,6	0	0,28	0	0	0	0	0	0,25	0
D20	0	0	0,6	6,5	0	0,15	0	0	0	0	0

Таблица 3

Механические характеристики сплавов

Сплавы	Временное сопротивление разрыву σ_B , МПа	Относительное удлинение δ , %	Твердость, НВ
AK12(Al2)	157	1	50
AK13	176	1,5	60
AK9с	147	2	50
AK9ч(Al4)	147	2	50
AK8л(Al34)	206	2	70
AK7	167	1	50
AK7ч(Al9)	167	1	50
AK7Пч(Al9-1)	169	1	50
AK5M2	147	0,5	65
AK5M7	118	0	80
AK8M(Al32)	255	2	70
AK8M3ч(ВАЛ8)	294	2	75
AK9M2	169	1,5	75
AMrMш(Al28)	206	3,5	55
AK7ш9(Al11)	176	1	60
B95	510	6	125
B96ш	600	4	170
B93	490	7	125
AB	350	13	85
AD33	320	12	80
D20	360	8	100

давлением, а также некоторые деформируемые сплавы (табл. 2).

В процессе обучения нейронной сети содержание алюминия как основы сплава на вход не подавалось, что позволило сориентировать ресурсы сети на распознавание сложных межатомных взаимодействий химических элементов, содержание которых в последующем можно изменять.

Процентное содержание учитываемых примесей также было опущено в предположении о том, что на данном этапе исследований их влиянием на свойства сплавов можно пренебречь.

За выходные параметры были приняты механические характеристики сплавов (табл. 3). Важно отметить, что речь идет о свойствах в состоянии поставки без какой-либо дополнительной обработки.

Для обучения нейронной сети использована программа Deductor Academic 5.2, работа и способ обучения в которой многослойного персептрона описаны в работе [6].

Обучение персептрона

При построении многослойного персептрона в качестве алгоритма обучения использован алгоритм, названный Resilient Propagation (Rprop), который был предложен М. Ридмиллером (M. Riedmiller) и Г. Брауном (H. Braun) [7].

Подбор наиболее подходящей нейронной сети проходил интуитивным способом [3], и после ряда экспериментов была выбрана модель многослойного персептрона с одним скрытым слоем, а в качестве активационной принята функция — сиг-

моида. Составленная таким образом нейросетевая модель приведена на рис. 1.

После обучения построена так называемая диаграмма рассеивания (рис. 2), а также приведены сравниваемые свойства из обучающей выборки со значениями выходов сети (табл. 4), которые показывают, что нейросетевая модель обучаемая, но имеет ряд нежелательных погрешностей, возникших, вероятно, из-за недостаточного объема информации.

Анализ полученных результатов указывает на то, что наиболее корректными являются данные по твердости.

Далее был проведен эксперимент с прогнозированием твердости сплавов алюминия с добавлением в качестве параметра, наряду с процентным содержанием металлов, давления, накладываемого на кристаллизующийся металл (табл. 5). В обучающую выборку были добавлены сплавы, близкие по составу к B95 [1].

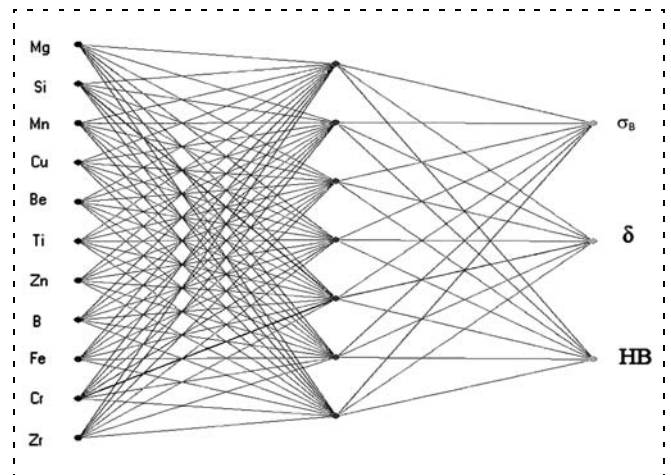


Рис. 1. Модель нейронной сети: σ_B — временное сопротивление разрыву; δ — относительное удлинение; НВ — твердость

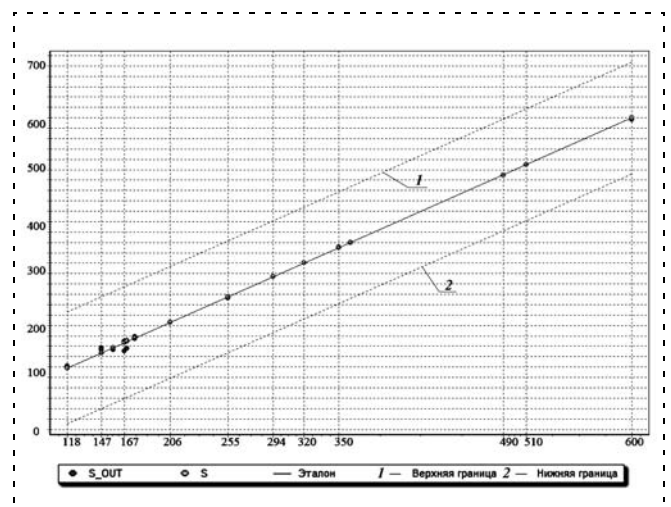


Рис. 2. Диаграмма рассеивания обученной модели нейронной сети: S — обучаемые значения, S_{OUT} — независимые данные проверочной выборки

Таблица 4

Сравнительные выходы данных, введенных в модель для обучения и полученных после их обработки

Сплавы	δ_B	σ	HB	δ_{B_OUT}	σ_{OUT}	HB_OUT
AK12(Al2)	157	1	50	152,97982	1,365798	50,569221
AK13	176	1,5	60	173,99299	1,527177	59,878897
AK9с	147	2	50	156,4441	1,393857	50,602346
AK9ч(Al4)	147	2	50	157,16767	1,415978	50,598401
AK8л(Al34)	206	2	70	205,47653	2,031094	70,040173
AK7	167	1	50	169,71169	0,986709	50,555024
AK7ч(Al9)	167	1	50	150,64917	1,295498	50,640727
AK7Пч(Al9-1)	169	1	50	156,11469	1,380415	51,229594
AK5M2	147	0,5	65	152,87454	0,085019	65,37331
AK5M7	118	0	80	121,85001	0,230695	80,039225
AK8M(Al32)	255	2	70	252,8432	2,027976	69,839892
AK8M3ч(ВАЛ8)	294	2	75	293,61789	1,989565	74,975078
AK9M2	169	1,5	75	171,18928	1,399177	74,85003
AMГМц(Al28)	206	3,5	55	205,72731	3,491559	54,7381
AK7ц9(Al11)	176	1	60	177,64428	0,808748	59,667607
B95	510	6	125	510,01168	6,001544	125,00861
B96ц	600	4	170	596,45499	4,003103	169,96486
B93	490	7	125	489,85781	6,999138	125,0292
AB	350	13	85	350,75606	12,79285	85,024072
AD33	320	12	80	320,01845	12,99958	80,021459
D20	360	8	100	360,06251	7,993282	100,01514

Таблица 5

Выборка с добавлением параметра давления

Сплавы	Давление P , МПа	Mg	Si	Mn	Cu	Be	Ti	Zn	B	Fe	Cr	Zr
AK12(Al2)	0	0,1	11,5	0,255	0	0	0	0	0	0	0	0
AK13	0	0,15	0	0,3	0	0	0	0	0	0	0	0
AK9с	0	0,275	9,25	0,35	0	0	0	0	0	0	0	0
AK9ч(Al4)	0	0,35	9,25	0,35	0	0	0	0	0	0	0	0
AK8л(Al34)	0	0,4	7,5	0	0	0,28	0,2	0	0	0	0	0
AK7	0	0,375	7	0,4	0	0	0	0	0	0	0	0
AK7ч(Al9)	0	0,35	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AK7Пч(Al9-1)	0	0,35	7,5	0	0	0	0,12	0	0	0	0	0
AK5M2	0	0,5	5	0,5	2,5	0	0,13	0	0	0	0	0
AK5M7	0	0,35	5,5	0	7	0	0	0	0	0	0	0
AK8M(Al32)	0	0,4	8,25	0,4	1,25	0	0,2	0	0	0	0	0
AK8M3ч(ВАЛ8)	0	0,325	7,75	0	3	0,15	0	0,75	0,053	0	0	0
AK9M2	0	0,5	8,75	0,25	1,25	0	0,13	0,75	0,053	0	0	0
AMГМц(Al28)	0	5,55	0	0,7	0	0	0,18	0	0	0	0	0
AK7ц9(Al11)	0	0,2	7	0	0	0	0	9,5	0	0	0	0
B95	0	2,3	0	0,4	1,7	0	0	6	0	0	0,18	0
B96ц	0	2,65	0	0	2,3	0	0	8,5	0	0	0	0,15
B93	0	1,9	0	0	1	0	0	6,7	0	0,33	0	0
AB	0	0,675	0,85	0,25	0,3	0	0	0	0	0	0	0
AD33	0	1	0,6	0	0,28	0	0	0	0	0	0,25	0
D20	0	0	0	0,6	6,5	0	0,15	0	0	0	0	0
B95(1)	400	2,3	0	0,4	1,7	0	0	6	0	0	0	0
B95(2)	400	2,65	0	0	2,3	0	0	8,5	0	0	0	0,15
B95(5)	400	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0
B95(6)	400	4	0	0,8	3	0	0,25	7	0	0	0	0,25
B95(8)	400	4,5	0	0,8	4	0	0,25	8	0	0	0	0,25

Таблица 6

Твердость алюминиевых сплавов

Сплавы	HB
AK12(Ал2)	50
AK13	60
AK9с	50
AK9ч(Ал4)	50
AK8л(Ал34)	70
AK7	50
AK7ч(Ал9)	50
AK7Пч(Ал9-1)	50
AK5M2	65
AK5M7	80
AK8M(Ал32)	70
AK8M3ч(ВАЛ8)	75
AK9M2	75
AMгMц(Ал28)	55
AK7ц9(Ал11)	60
B95	125
B96ц	170
B93	125
AB	85
AD33	80
D20	100
B95(1)	145
B95(2)	176
B95(5)	360
B95(6)	100
B95(8)	130

Обучающая выборка выходного параметра (твердости) приведена в табл. 6.

Обучающая выборка, дополненная новыми данными со значимой информацией, прошла процесс информационной обработки на построенной модели нейронной сети (рис. 3). Параметры построения и обучения выбирались аналогично ра-

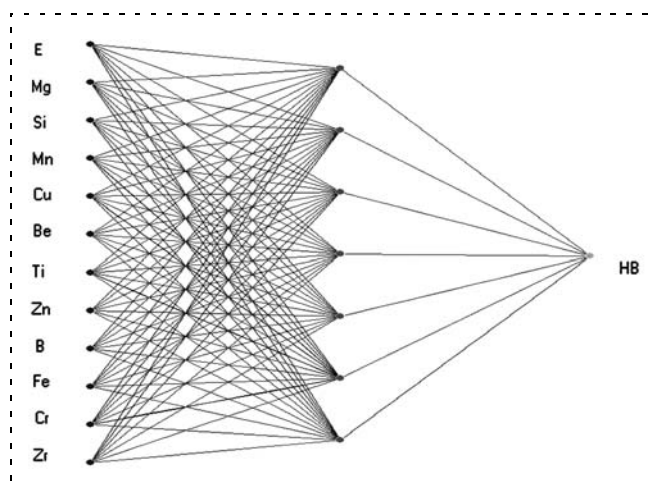


Рис. 3. Модель нейронной сети: E — накладываемое давление; HB — твердость сплава

Таблица 7

Сравнительные характеристики твердости при обучении и после обучения

Сплавы	HB	HB_OUT
AK12(Ал2)	50	50,0927
AK13	60	60,00309
AK9с	50	50,08736
AK9ч(Ал4)	50	50,09072
AK8л(Ал34)	70	69,99975
AK7	50	50,10344
AK7ч(Ал9)	50	50,09595
AK7Пч(Ал9-1)	50	50,12338
AK5M2	65	62,32594
AK5M7	80	80,00004
AK8M(Ал32)	70	70
AK8M3ч(ВАЛ8)	75	74,99973
AK9M2	75	74,99983
AMгMц(Ал28)	55	54,99999
AK7ц9(Ал11)	60	59,99509
B95	125	125,00005
B96ц	170	169,9996
B93	125	120,6331
AB	85	84,99802
AD33	80	80,00008
D20	100	100,00002
B95(1)	145	144,9993
B95(2)	176	176,0012
B95(5)	360	359,9671
B95(6)	100	99,99928
B95(8)	130	130,0001

нее проведенным, потому что они показали себя наилучшим образом в ранее проведенном эксперименте.

Обучение модели прошло успешно, что доказывает диаграмма рассеивания (рис. 4), а также сравнительная таблица обучаемых значений и выходных значений многослойного персептрона (табл. 7).

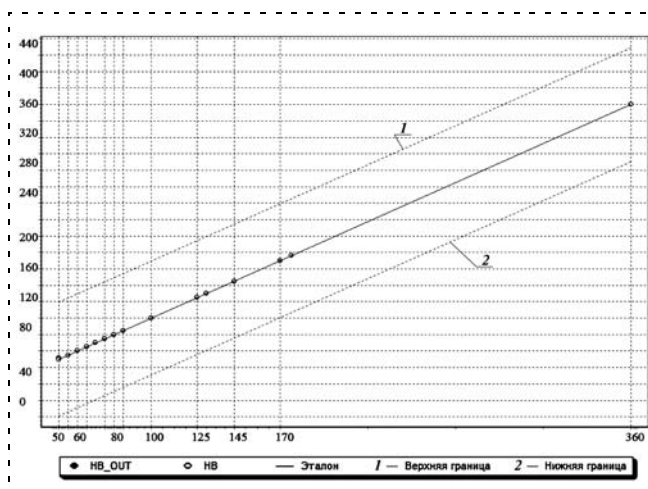


Рис. 4. Диаграмма рассеивания входных значений относительно выходных: HB — обучаемые значения твердости; HB_OUT — независимые данные проверочной выборки

Весовые коэффициенты нейронов первого слоя сети

Веса	Нейрон 1	Нейрон 2	Нейрон 3	Нейрон 4	Нейрон 5	Нейрон 6	Нейрон 7
Вес 1	0,45	−0,75	0,34	1,44	0,12	0,8	−0,3
Вес 2	14,33	22,7	−0,55	2,24	−1,1	−0,29	1,19
Вес 3	−2,21	17,12	1,13	0,05	1,31	1,65	−0,44
Вес 4	1,29	−0,67	−1,61	−1,15	1,54	4,2	−1,4
Вес 5	1,24	−18,94	−0,24	−3,8	0,28	0,27	−0,92
Вес 6	−0,55	0,08	0,22	0,16	0,05	0,26	−0,53
Вес 7	−17,77	0,53	0,78	−21,72	1,27	2,89	0,73
Вес 8	3,79	0,99	−0,35	−1,44	2,31	−0,95	−1,69
Вес 9	0,85	−1,76	0,37	−1,29	−0,19	1,22	0,3
Вес 10	0,45	0,28	−0,11	−0,15	−0,48	−0,15	−0,03
Вес 11	−0,77	−0,67	0,43	−1,34	−0,08	−0,44	0,51
Вес 12	0,61	−2,56	0,38	0,89	−0,1	−1,81	−0,08

Таблица 9

Весовые коэффициенты второго слоя нейронной сети

Веса	Нейрон 1
Вес 1	3,53
Вес 2	−4,74
Вес 3	−1,23
Вес 4	−2,64
Вес 5	2,42
Вес 6	15,05
Вес 7	−1,27

Полученные весовые коэффициенты (табл. 8, 9) характеризуют взаимное влияние входных данных на выходные значения твердости. Например, видно, что с увеличением содержания меди твердость повышается, а с увеличением содержания хрома — наоборот, понижается.

Выводы:

1. Достигнутое в процессе обучения персептрона совпадение расчетных и экспериментальных данных дает основание считать, что нейросетевая модель может быть использована в решении задач выбора составов сплавов, режимов их обработки и т. д. и прогнозирования свойств.

2. Для того чтобы данную модель можно было использовать в производстве материалов с требуе-

мым сочетанием свойств, которое отсутствует в разработанных материалах, необходимо получить дополнительную информацию, в частности, информацию о том, как изменение закона наложения давления влияет на значения весовых коэффициентов.

Список литературы

1. Коростелев В. Ф., Хромова Л. П., Рассказчиков А. Н. Управление процессом кристаллизации сплава В95 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 8. С. 18—24.
2. Коростелев В. Ф., Хромова Л. П. Исследование межатомных взаимодействий с использованием данных об изменениях физико-механических свойств сплавов // Нано- и микросистемная техника. 2010. № 2. С. 8—13.
3. Комашинский В. И., Смирнов Д. А. Нейронные сети и их применение в системах управления и связи. М.: Горячая линия — Телеком, 2003. 94 с.
4. Колачев Б. А., Елагин В. И., Ливанов В. А. Металловедение и термическая обработка цветных металлов и сплавов: Учеб. для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: МИСИС, 1999. 416 с.
5. Цветное литье: Справочник / Н. М. Галдин, Д. Ф. Чернега, Д. Ф. Иванчук и др. Под общ. ред. Н. М. Галдина. М.: Машиностроение, 1989. 528 с.
6. Стариков А. Нейронные сети — математический аппарат // BaseGroup Labs. 1995—2011. URL: <http://www.basegroup.ru/library/analysis/neural/math/>
7. Шахиди А. Алгоритм обучения RProp — математический аппарат // BaseGroup Labs. 1995—2011. URL: <http://www.basegroup.ru/library/analysis/neural/rprop/>

Ю. И. Еременко, д-р техн. наук, проф.,
Д. А. Полещенко, канд. техн. наук, доц.,
А. И. Глущенко, канд. техн. наук,
 старший преподаватель,
 strondutt@mail.ru,

Старооскольский технологический институт
 (филиал) ФГОУ ВПО "Национальный исследова-
 тельский технологический университет "МИСиС"

Синтез системы управления чашевым окомкователем с нейросетевой надстройкой и оценка ее эффективности относительно шаговой системы экстремального управления

Рассматривается синтез системы управления чашевым окомкователем, базирующейся на шаговом алгоритме поиска экстремума, с добавлением нейронной сети для обработки информации в целях коррекции режима работы экстремального регулятора для увеличения выхода годных окатышей. Приведены результаты моделирования и их сравнительный анализ для разработанных алгоритмов управления чашевым окомкователем.

Ключевые слова: экстремальное регулирование, нейронные сети, чашевый окомкователь

Введение

Современные промышленные схемы получения черных металлов включают в себя в качестве необходимой стадии подготовки к плавке железной руды и других компонентов металлургической шихты. Подготовка руды включает в себя дробление, сортировку, обогащение, но основным, наиболее важным этапом является окускование. В промышленности используют два основных метода окускования — агломерацию и производство железорудных окатышей (окомкование руд).

При производстве окатышей большое распространение получили чашевые окомкователи (ЧО).

Задача управления ЧО относится к классу экстремальных задач. К основным факторам, влияющим на процесс получения сырых окатышей, можно отнести:

- влажность шихты;
- угловую скорость вращения чаши;
- угол наклона чаши;
- расход шихты в чашу;
- крупность шихты;
- содержание железа в шихте;
- основность шихты.

К основным показателям качества окатышей относятся:

- диаметр окатыша;
- прочность окатыша.

Известна методика построения системы управления окомкователем на базе экстремального регулятора (СЭР) [1].

В ней предлагается управлять скоростью вращения и углом наклона чаши посредством шагового экстремального регулятора с двухканальным выходом. Такие параметры, как влажность и расход шихты в чашу, предлагается поддерживать на некотором заданном уровне.

Анализируя работы [2, 3] и др., можно сделать вывод о том, что экстремальный регулятор, базирующийся на шаговом принципе поиска экстремума, способен достаточно корректно управлять таким сложным объектом, как чашевый окомкователь. Тут же следует отметить, что случайные возмущения, действующие на объект, а также увеличение числа параметров, участвующих в поиске экстремума, приводят к увеличению потерь в выходе годных окатышей. Для поточного производства с большими объемами выпускаемой продукции эти потери весьма существенны. Как следствие, снижение потерь на единицы процентов способно принести солидный экономический эффект.

Работы по совершенствованию алгоритмов СЭР ведутся в настоящее время с привлечением современных средств обработки информации [4]. Из приведенных в [5] результатов исследований возможен вывод о том, что нейросетевая модель способна с приемлемой точностью идентифицировать ЧО.

В связи с этим предлагается достроить СЭР интеллектуальной надстройкой, которая, используя статистические данные, снимаемые с объекта управления (ОУ) в результате функционирования СЭР, могла бы определять наиболее оптимальный режим работы ЧО и корректировать работу СЭР в случае ухода от экстремального режима.

1. Построение СЭР с нейронадстройкой

Предлагается следующий порядок работы системы экстремального управления с интеллектуальной надстройкой:

- 1) функционирование СЭР;
- 2) формирование базы данных (БД) из сигналов вход—выход;
- 3) построение по данным БД нейронной сети (НС) модели ОУ;
- 4) определение экстремального режима работы по НС;
- 5) передача входных значений данного режима в СЭР для коррекции ее работы;
- 6) переход на шаг 1.

Отметим, что при отключении нейросетевой надстройки система экстремального регулирования продолжает функционировать под управлением шагового экстремального регулятора.

В данном алгоритме можно условно выделить три подсистемы:

- 1 — "Работа СЭР".
- 2 — "Формирование БД".

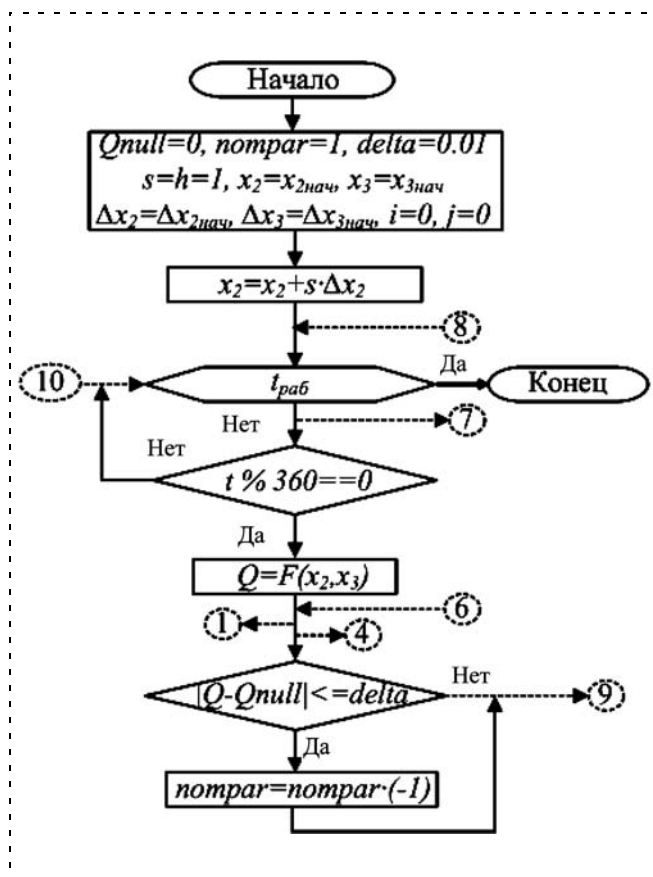


Рис. 1. Базовая часть алгоритма

- 3 — "Обучение НС и поиск экстремального режима работы ЧО".

Блок-схемы алгоритмов работы данных подсистем приведены на рис. 1—4. Здесь сплошными линиями обозначено перемещение информации внутри подсистем. Штриховыми линиями с цифрой в кружке показаны точки, в которых выполняются операции обмена информацией и перехода между подсистемами — так называемые точки связи (ТС).

Алгоритм работы подсистемы "Работа СЭР" представлен на рис. 1—2.

Здесь величины s и h характеризуют направление поиска по угловой скорости вращения и влажности шихты: $s = 1$ ($h = 1$) — угловая скорость вращения (влажность) увеличивается; $s = -1$ ($h = -1$) — угловая скорость вращения (влажность) уменьшается. Переменная Q_{null} используется для запоминания предыдущего значения выходного сигнала с ОУ; $delta$ — заданный порог переключения между кана-

лами управления; Δx_2 — шаг исполнительного механизма (ИМ) по скорости вращения чаши; Δx_3 — шаг ИМ по влажности шихты; $t_{раб}$ — время работы системы; $nompar$ — номер переменной, к которой подключается экстремальный регулятор (1 — скорость вращения; -1 — влажность).

Заострим внимание на ТС, где снимается информация для формирования БД состояний ОУ:

- ТС № 2 — снимается текущее значение уставки x_2 по скорости вращения чаши;
- ТС № 3 — снимается текущее значение уставки x_3 по влажности поступающей на окомкование шихты;
- ТС № 4 — снимается значение выхода годных окатышей Q с задержкой в $\Delta t = 360$ с, обусловленной динамикой ОУ относительно изменения значений входных сигналов.

На основании замеров, снимаемых с ТС № 4, предлагается формировать вектор выходных данных обучающей выборки:

$$|Q^1(\Delta t) \ Q^2(\Delta t \cdot 2) \ \dots \ Q^n(\Delta t \cdot (n + 1))|.$$

Алгоритм работы подсистемы "Формирование БД" представлен на рис. 3.

Работа шаговой СЭР, по своей сути, напоминает проведение активного эксперимента. Используются данные функционирования СЭР для создания БД состояний, в которых может находиться ОУ. Под состоянием ОУ понимается совокупность входного сигнала, состоящего из скорости вращения чаши и влажности поступающей на окомкование шихты, и соответствующего ему выходного сигнала — процент годных окатышей.

На практике могут иметь место следующие ситуации:

- существует достаточный объем информации для формирования БД состояний и обучения НС и возможно определение начальных уставок, близких к экстремальному режиму;

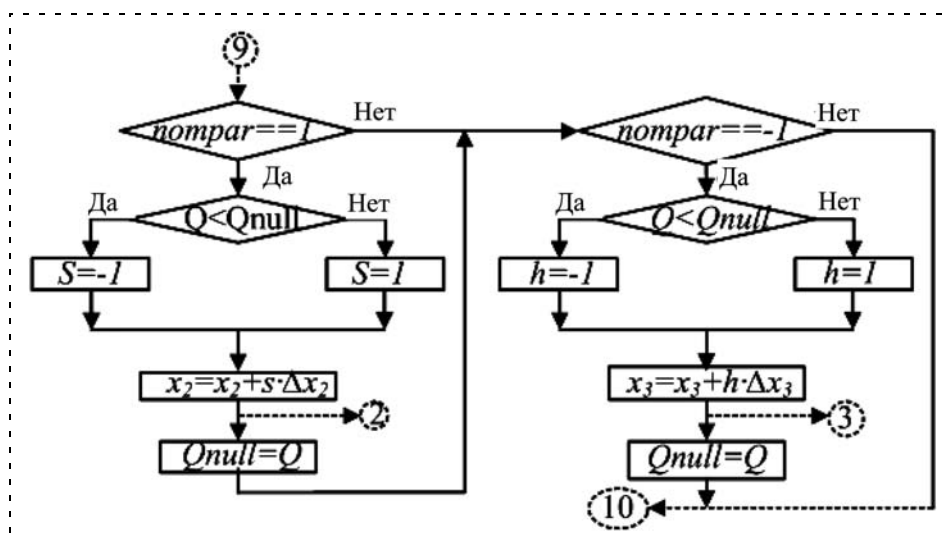


Рис. 2. Нормальное функционирование СЭР

- имеющейся информации недостаточно для обучения НС. Данная ситуация возможна при:
 - ✓ первоначальном запуске системы управления;
 - ✓ малом времени функционирования системы управления.

Формирование БД может пойти двумя путями:

- формирование исчерпывающей БД, при этом рабочие шаги СЭР следует сделать минимально возможными, что в условиях действия помех может существенно затянуть процесс поиска экстремума;
- максимально возможное увеличение первоначального рабочего шага параметров экстремального регулятора с дальнейшим формированием БД, состоящей из нескольких рабочих состояний ОУ (предполагается использование девяти точек [5]).

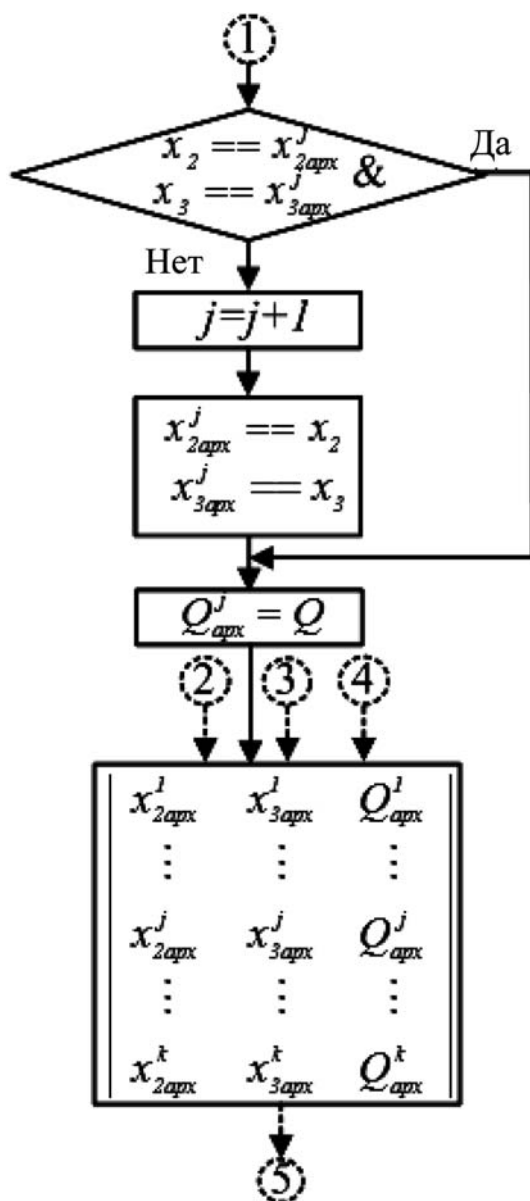


Рис. 3. Алгоритм подсистемы "Формирование БД"

Для исследования были выбраны три "области" для шагов изменения параметров: "малая", "средняя", "большая". Выбор значений для "малой области" обусловлен минимально возможным шагом ИМ. Для "большой области" значения выбирались с тем, чтобы система могла сделать три шага по каждому из параметров, так как необходимо как минимум три точки (замера) для описания квадратичной нелинейной зависимости, которой характеризуется работа чашевого окомкователя. Значения для "средней области" выбирались как средние между "малой" и "большой областями".

Алгоритм работы подсистемы "Обучение НС и поиск экстремального режима работы ЧО" представлен на рис. 4.

Принцип обучения сети с радиально-базисной функцией (РБФ) состоит в подборе таких весов и смещений, что ее выходы точно равнялись бы целевым значениям. При этом задаются центры c_i и отклонения σ_k радиально-базисных функций активации, а вычисляются только веса выходного слоя w в результате решения системы уравнений, которую в векторном виде можно записать как $G \cdot w = Q$, где

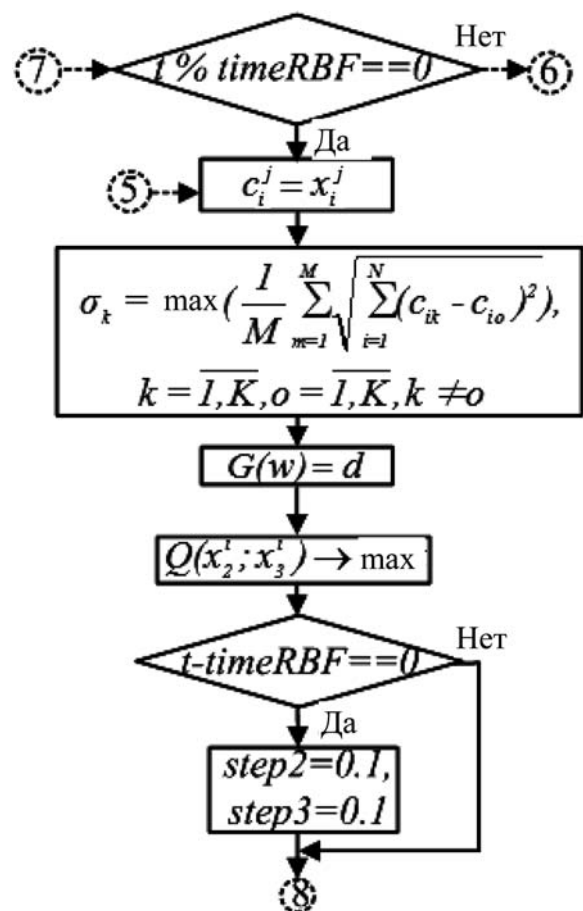


Рис. 4. Алгоритм подсистемы "Обучение НС и поиск экстремального режима работы ЧО"

G — матрица Грина [6]. Вектор Q на этапе подбора выходных весов заменяется вектором ожидаемых значений d .

Здесь $timeRBF$ — временной интервал, с которым проводится обучение НС и коррекция параметров шаговой СЭР с НС. Данный параметр был определен в результате экспериментов и составляет 1080 с.

Поиск значений уставок по НС осуществляется последовательным перебором всех возможных состояний входных сигналов с заданными минимальными шагами варьирования для каждого из параметров: $step2 = 0,1 \text{ мин}^{-1}$, $step3 = 0,1 \%$. Применения данного метода вполне обосновано, так как его реализация достаточно проста, присутствует малое число перебираемых параметров и, как следствие, быстрота в отыскании точки экстремума.

2. Реализация подхода и анализ полученных результатов

Для реализации приведенного выше алгоритма предлагается следующая структура системы управления (рис. 5) в целях поддержания экстремального режима работы гранулятора. В локальных контурах поддержания уставок влажности, угловой скорости вращения чаши и др. для управления исполнительными механизмами будем использовать ПИД-регулятор.

Задания по угловой скорости вращения чаши и влажности поступающей шихты формируются с помощью двухканального шагового экстремального регулятора.

Для оценки эффективности разработанного алгоритма было выполнено моделирование следующих ситуаций:

- работа систем без учета воздействия каких-либо возмущений (опыт №1);
- работа систем с учетом воздействия помех, амплитуда и характер которых адекватны реальным возмущениям (опыт № 2);
- резкое ступенчатое изменение нагрузки по поступающей шихте на окомкователь от 40 т/ч до 55 т/ч (опыт № 3).

В качестве критерия эффективности функционирования СУ использовали усредненное значение выхода годных окатышей за моделируемый период, рассчитываемое по формуле:

$$Q_{ave} = \frac{1}{T_{mod}} \sum_{t=1}^{T_{mod}} Q_t$$

где $T_{mod} = 70\,000$ — время моделирования; Q_t — выход годных окатышей в момент времени $t = 1, \dots, T_{mod}$. Также моделировали повторный запуск систем из начальных условий, сложившихся в конце первого запуска.

Разделение на "первый" и "второй" запуск проводится в целях демонстрации работы сравниваемых систем управления в двух ситуациях:

- 1) без наличия априорной информации об объекте управления;
- 2) с наличием некоторой априорной информации, которая является начальными условиями, из

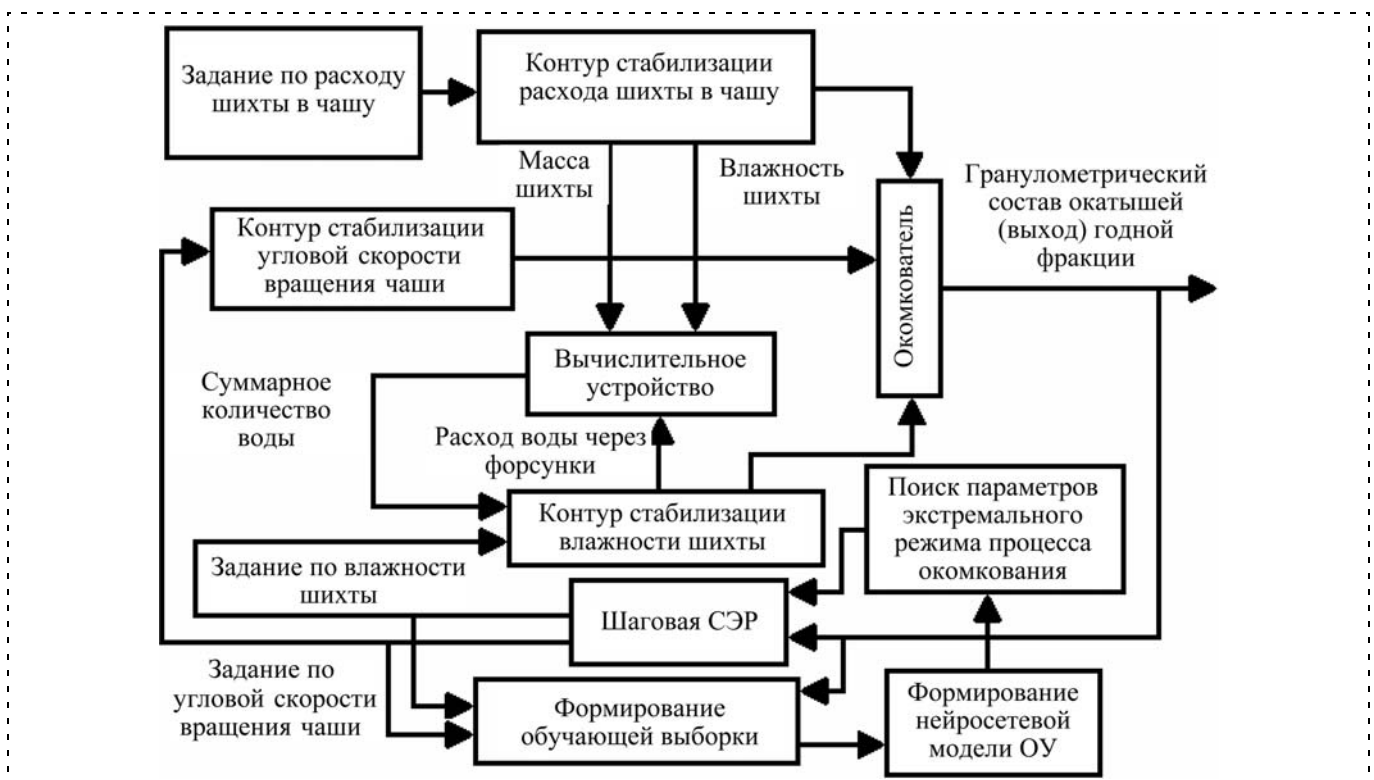


Рис. 5. Модель СУ окомкователем с интеллектуальной надстройкой

Сравнение результатов функционирования ШСЭР и ШСЭР с нейросетевой надстройкой (ШСЭР с НС)

Тип системы управления	Усредненный выход годных окатышей, %					
	Без включения помех		С включением помех		С помехами и ступенчатым изменением нагрузки по шихте на ЧО	
	Первичный запуск	Вторичный запуск	Первичный запуск	Вторичный запуск	Первичный запуск	Вторичный запуск
ШСЭР	94,94	95,57	91,93	90,34	90,32	90,16
ШСЭР с НС	95,25	95,78	95,11	95,61	93,55	94,43

которых проводится запуск функционирования системы управления.

Под начальными условиями будем понимать для шаговой системы экстремального управления (ШСЭУ) значения управляемых параметров, соответствующих экстремуму, а для ШСЭУ с НС в понятие начальных условий помимо значений управляемых параметров необходимо включить обучающую выборку, составленную на основе данных работы СУ ЧО при первом запуске.

Для удобства все показатели Q_{ave} сведены в таблицу. Ввиду ограниченности объема статьи ниже приводится анализ графиков переходных процессов только для третьего опыта (рис. 6).

Анализируя графики, представленные на рис. 6, можно сделать следующие выводы: ШСЭР плавно выходит в область экстремума за 10 000 с, что в два раза больше, чем при работе без помех, автоколебательный режим работы устанавливается к 30 000 с, но имеет нестабильный характер (рис. 6, в); ШСЭР с НС выходит в область экстремума к 1000 с, также видны провалы выходной характеристики ОУ, обусловленные поисковыми движениями СУ в целях сбора информации для создания обучающей выборки.

После изменения уровня подачи шихты на 35 000 с разрабатываемая система за общим уровнем помех начинает практически сразу же реагировать

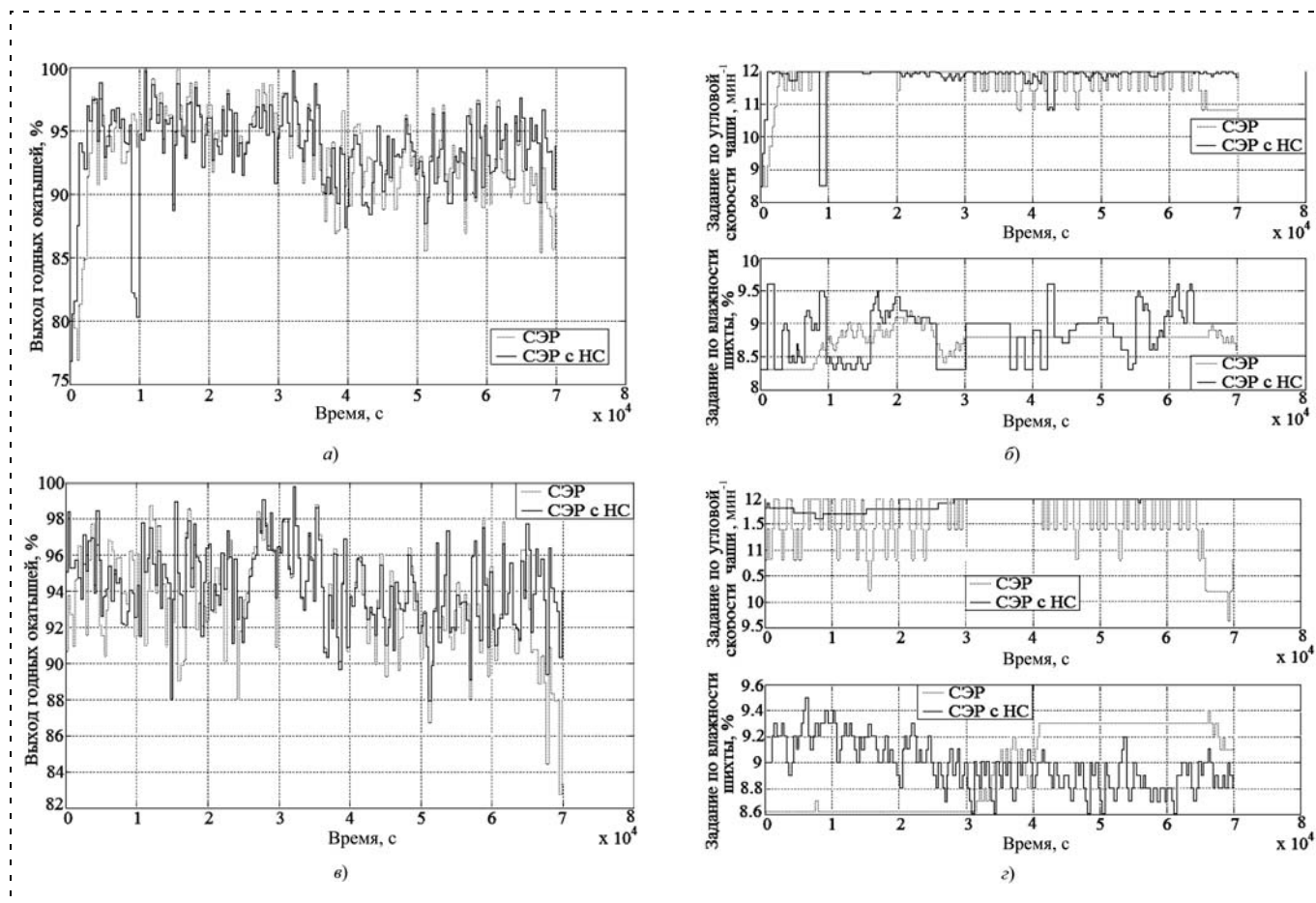


Рис. 6. Сравнение систем управления с учетом влияния помех и изменением нагрузки шихты в ЧО: первичный запуск: а — изменение выхода ОУ; б — изменение управляемых параметров; запуск с использованием априорной информации: в — изменение выхода ОУ; г — изменение управляемых параметров

на изменение режима и через 10 000 с выходит в область нового экстремума.

Шаговая система экстремального регулирования на изменение режима не реагирует, продолжая удерживаться в области старого экстремума, что естественным образом сказывается на производительности ЧО, при этом усредненный выход годных окатышей составил для ШСЭР 90,32 %, для ШСЭР с НС — 93,55 %. При повторном запуске ШСЭР сбивается с качественной работы и до конца времени функционирования не находит экстремального режима. Шаговая система управления с нейронной сетью к 20 000 с выходит в область экстремума. После изменения режима система устанавливается в непосредственной близости от области экстремума и продолжает стабильно работать в этом режиме. Для рассмотренной ситуации усредненный выход годных окатышей для ШСЭР составляет 90,16 % и 94,43 % для ШСЭР с НС.

Заключение

Показатели, приведенные в таблице, позволяют сделать вывод о том, что СЭР без нейросетевой надстройки работает менее стабильно, чем при ее

наличии. Случайные помехи могут в любой момент времени увести координаты управления из области оптимальной работы под управлением шагового алгоритма поиска экстремума, чего не происходит с нейросетевой подстройкой, где выполняется возврат координат управления в область экстремума функционирования ЧО.

Список литературы

1. Сулименко Е. И. Производство окатышей: Учеб. пособ. М.: Металлургия, 1988. 128 с.
2. Еременко Ю. И., Полещенко Д. А., Солодов С. В. Об оптимизации структуры системы экстремального регулирования процесса окомкования окатышей // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2005. № 9. С. 13—15.
3. Либерзон Л. М., Родов А. Б. Шаговые экстремальные системы. М.: Энергия, 1969. 96 с.
4. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. 744 с.
5. Еременко Ю. И., Полещенко Д. А. Идентификация окомкователя с применением математической модели, реализованной в нейросетевом базисе // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 3. С. 34—39.
6. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского И. Д. Рудинского. М.: Финансы и статистика, 2002. 344 с.

ИНФОРМАЦИЯ

16—19 апреля 2012 г. в Москве в ИПУ им. В. А. Трапезникова РАН состоится
3-я Российская конференция с международным участием

"Технические и программные средства управления, контроля и измерения" (УКИ-12)

ТЕМАТИЧЕСКИЕ НАПРАВЛЕНИЯ

- ◆ Теория, методы исследования и проектирования, опыт применения технических средств, основанных на различных физических и схемотехнических принципах
- ◆ Теория, алгоритмы и программное обеспечение систем УКИ
- ◆ Анализ состояния, тенденций и перспектив развития систем УКИ
- ◆ Дискретно-событийные модели в системах УКИ, включая сетцентрические, логические, на основе нечеткой логики, сети Петри и др.
- ◆ Создание средств систем УКИ на основе новых современных технологий
- ◆ Компьютерное и физическое моделирование технических и программных средств систем УКИ
- ◆ Многопроцессорные и многомашинные системы как средства систем УКИ; их архитектуры, надежность, отказоустойчивость, диагностируемость
- ◆ Теоретические и прикладные аспекты оценивания и повышения качества средств систем УКИ, метрологическое обеспечение создания и применения средств УКИ, их испытания и сертификация
- ◆ Методы проектирования технических и программных средств систем УКИ для работы в экстремальных условиях и применения в специфических областях
- ◆ Особенности построения технических и программных средств встроенных, сетевых систем УКИ
- ◆ Вопросы обучения в области средств систем УКИ

Подробную информацию о конференции см. на сайте: <http://cmm.ipu.ru>

УДК 519.713

П. К. Лопатин, канд. техн. наук, доц.,
efa14@yandex.ru,

Сибирский государственный
аэрокосмический университет
имени академика М. Ф. Решетнева, г. Красноярск

Планирование путей манипуляционного робота в неизвестной статической среде

Представлен алгоритм управления манипуляционным роботом (МР) в неизвестной статической среде в условиях, когда сенсорная система поставляет информацию о локальной окрестности текущей конфигурации МР. Предполагается, что окрестность имеет вид гиперкуба в пространстве конфигураций. Доказывается теорема, утверждающая, что при движении в соответствии с данным алгоритмом МР достигнет целевой конфигурации в среде с неизвестными препятствиями произвольного расположения, формы и числа за конечное число шагов.

Ключевые слова: робот, неизвестная среда, препятствия, планирование пути

Введение

При управлении манипуляционным роботом (МР) информация об ограничениях на состояния часто известна не полностью, а поступает от датчиков внешней информации по мере функционирования системы в среде. Подобная ситуация возникает для манипуляционных и иных робототехнических систем, действующих в среде с заранее не известными препятствиями. Поведение МР принято описывать с помощью пространства конфигураций (его также называют пространством обобщенных координат). Любая конфигурация $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ МР в пространстве конфигураций предстает как точка с координатами $(q_1, q_2, \dots, q_n)$, где n равно числу звеньев МР. Множество непрерывно следующих одна за другой разрешенных точек в пространстве конфигураций образует линию, по которой МР может двигаться. Такую линию будем называть "путь".

При управлении МР типичной является следующая задача: даны стартовая конфигурация МР $\mathbf{q}^0 = (q_1^0, q_2^0, \dots, q_n^0)$ и целевая $\mathbf{q}^T = (q_1^T, q_2^T, \dots, q_n^T)$, требуется передвинуть МР из $\mathbf{q}^0$ в $\mathbf{q}^T$ за конечное число шагов.

Функционирование МР должно происходить в пределах ограниченной области X . Будем считать,

что область X имеет такой вид, что для любого $\mathbf{q} \in X$ выполняются неравенства

$$\mathbf{a}^1 \leq \mathbf{q} \leq \mathbf{a}^2, \quad (1)$$

где $\mathbf{a}^1$ — вектор нижних ограничений на значения обобщенных координат; $\mathbf{a}^2$ — вектор верхних ограничений на значения обобщенных координат. Таким образом, область X представляет собой гиперпараллелепипед. Все точки, не удовлетворяющие (1), будем считать запрещенными.

Кроме того, следует учитывать, что и внутри X могут присутствовать запрещенные состояния, но перед началом движения информации о них нет или она неполна. Остальные точки внутри (1) считаем разрешенными.

Итак, требуется передвинуть МР за конечное число шагов из $\mathbf{q}^0$ в $\mathbf{q}^T$, результирующий путь не должен налегать ни на одну из запрещенных точек, присутствующих в гиперпараллелепипеде (1), и должен удовлетворять (1). Все движение должно осуществляться по разрешенным точкам.

Современное состояние проблемы

К настоящему времени имеются работы по алгоритмам управления робототехническими системами в известной и неизвестной средах. Имеются хорошие обзоры таких алгоритмов [1, 2, 3]. Предложены алгоритмы, гарантирующие нахождение пути в среде с известными препятствиями при условии, что такой путь существует [2, 3, 4, 5].

Некоторые алгоритмы планирования в известной среде в принципе могут быть использованы для движения в неизвестной среде. Если мы дискретизируем пространство состояний, то тогда можно будет использовать графовые методы поиска пути движения МР из $\mathbf{q}^0$ в $\mathbf{q}^T$ [2, 3, 6]. Однако эти алгоритмы имеют одно общее свойство, затрудняющее их применение для управления МР в неизвестной среде, которое заключается в том, что эти алгоритмы в том или ином объеме требуют осуществлять поиск в ширину, иначе не гарантируется достижение целевой точки [7]. Но при поиске в ширину часто возникает следующая ситуация: предположим, что мы только что закончили рассмотрение вершин, соседних к вершине $\mathbf{q}$, и теперь нам надо рассматривать вершины, соседние к вершине $\mathbf{q}'$, и вершины $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}'$ не являются соседними. Для того чтобы рассмотреть вершины, соседние к $\mathbf{q}'$, МР должен сначала передвинуться в $\mathbf{q}'$. Таким образом, вновь возникает задача планирования пути из $\mathbf{q}$ в $\mathbf{q}'$, что делает общую сумму перемещений МР очень большой. При планировании же в известной среде ЭВМ просто "переключает свое внимание" от $\mathbf{q}$ к $\mathbf{q}'$, которые

хранятся в памяти ЭВМ. В соответствии с классификацией, предложенной в работе [3], представителями алгоритмов поиска в ширину являются собственно алгоритм поиска в ширину, алгоритм A^* , эвристический поиск "первый—лучший", ленивый вероятностный маршрут, динамическое программирование. В методах, основанных на случайном потенциальном поле, алгоритме "Нить Ариадны", быстроисследующих случайных деревьях [3], новые вершины генерируются случайным образом, и потому применение таких методов ведет к тем же трудностям. Подходы, основанные на разделении ячеек, а также на графах видимости [3] сводятся к попеременному построению графа и поиску пути на нем и, таким образом, им также присущ вышеописанный недостаток, связанный со множественными механическими перемещениями.

В алгоритме, представленном в настоящей статье, вершины q и q' всегда являются соседними, что сокращает число движений.

Известно также, что алгоритмы поиска в глубину не всегда доводят до цели [7].

Имеется общая трудность для методов планирования пути в среде с известными препятствиями: очень трудно собрать полную информацию о рабочем пространстве робота заранее и представить эту информацию в виде, пригодном для планирования пути. При рассмотрении нашего алгоритма можно будет видеть, что для системы управления не нужно собирать полную информацию о рабочем пространстве заранее, МР будет собирать необходимую информацию сам в ограниченных количествах и в терминах обобщенных координат, что удобно для планирования пути.

Предпринимаются попытки создания алгоритмов управления для среды с неизвестными препятствиями. Большинство из них рассматривают двумерные случаи [9].

В работах [10—13] рассмотрены различные подходы к управлению роботами в двумерном неизвестном пространстве — подход, основанный на диаграмме Вороного [10, 13], и поиск на основе табу-подхода [12]. Поскольку эти подходы требуют попеременного построения графа и поиска пути на нем, они ведут к многочисленным перемещениям робота. В работе [11] препятствия должны иметь многоугольную форму. Применение предложенных методов [10—13] к управлению n -звенным манипуляционным роботом в неизвестной среде не представлено.

В работе [9] представлен алгоритм управления МР среди неизвестных препятствий, расположенных в трехмерном декартовом пространстве. МР должен иметь не более трех звеньев, и последняя кинематическая пара должна быть поступательной. При вышеуказанных предварительных условиях алгоритм за конечное число шагов либо переводит МР в целевую конфигурацию, либо сообщает о том, что она недостижима.

В работе [14] рассмотрен n -мерный случай. Алгоритм основан на решении системы нелинейных уравнений методом Ньютона и потому не может гарантировать достижения целевой позиции.

Для управления МР в неизвестной среде предлагается использовать метод искусственных потенциалов [8]. В этом методе робот представляется в виде заряженной точки, запрещенные состояния наделяются отталкивающими потенциалами, целевая точка — притягивающим потенциалом. В общем случае нет гарантии, что будет решена задача обнаружения пути, не налегающего на запрещенные точки [2].

В работе [3] рассмотрены алгоритмы движения роботов в присутствии неопределенности (включая случаи неизвестной среды). Алгоритмы основаны на теории последовательных решений и в общем случае не гарантируют достижения цели. В случаях, когда алгоритмы используют поиск на графе, возникает вышеупомянутая трудность, связанная со множественными механическими перемещениями.

Алгоритм, приводимый в данной статье, является модификацией алгоритмов, предложенных в работах [7, 16, 17], и предполагает, что окрестность, в пределах которой происходит сбор информации об окружающей среде, имеет более общую форму — гиперкуба. Такое допущение может оказаться полезным как при использовании реальных сенсорных систем, так и при моделировании движения МР на ЭВМ.

Предварительные допущения

Примем ряд допущений:

1) положение, форма и размеры препятствий неизменны в течение всего времени движения манипулятора (препятствия стационарны);

2) заранее известно, что целевая конфигурация q^T достижима (т. е. известно, что в пространстве обобщенных координат можно найти хотя бы одну линию, соединяющую q^0 и q^T и не налегающую ни на одно запрещенное состояние);

3) обобщенные координаты должны удовлетворять ограничениям (1);

4) МР снабжен сенсорной системой (СС), позволяющей определять, налегает или не налегает МР на препятствия в каждой из конфигураций, лежащих в небольшой окрестности текущей конфигурации q^i (в том числе — налегает ли на препятствия сама q^i). Окрестность имеет форму гиперкуба (рис. 1).

Все точки, входящие в r -окрестность точки q^i , образуют множество $Y(q^i)$. Длина ребра гиперкуба может быть произвольной и определяется структурой СС и методами ее использования. Все множества $Y(q^i)$, $i = 0, 1, \dots$, должны иметь одинаковый размер, т. е. длина ребра $Y(q^i)$ должна быть равна длине ребра $Y(q^j)$ для любых i и j . Грани $Y(q^i)$, $i = 0, 1, \dots$, должны быть параллельны соответствующим плоскостям базовой координатной системы в пространстве обобщенных координат. Предпола-

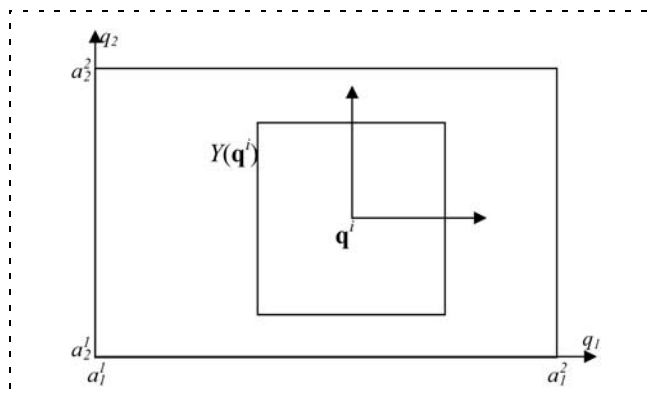


Рис. 1. Пример окрестности $Y(q^i)$

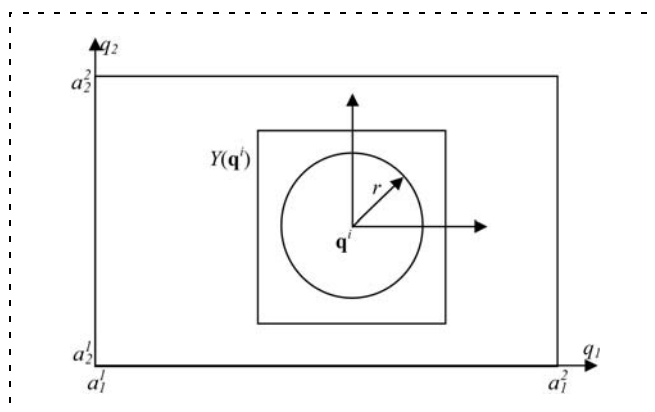


Рис. 2. Множество $Y(q^i)$ должно быть таким, чтобы в него можно было вписать гипершар с центром в q^i и радиусом $r > 0$

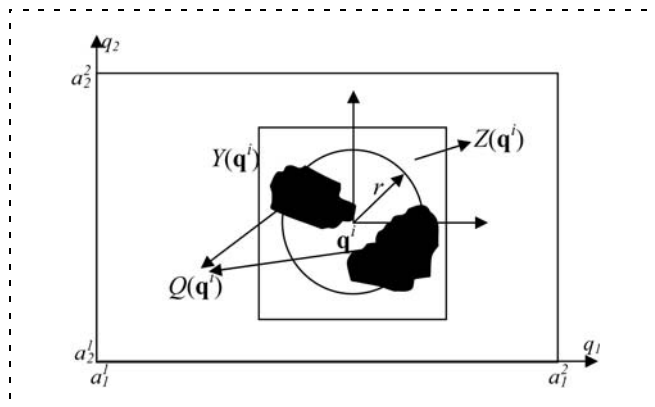


Рис. 3. Пример окрестности $Y(q^i)$ с множествами $Q(q^i)$ и $Z(q^i)$. Множество $Q(q^i)$ показано черным цветом. Точки из $Y(q^i)$, не входящие в $Q(q^i)$, принадлежат множеству $Z(q^i)$

гается, что множества $Y(q^i)$, $i = 0, 1, \dots$, таковы, что в каждое из них можно вписать гипершар с центром в q^i и некоторым радиусом $r > 0$ (рис. 2).

Таким образом, все точки гипершара должны принадлежать внутренней части $Y(q^i)$. Устройство СС рассматривать не будем;

5) если, по крайней мере, одна точка МР, находящегося в некоторой конфигурации q^i , принадле-

жит внутренней области хотя бы одного препятствия либо данная конфигурация q^i не удовлетворяет ограничениям (1), то будем считать такую конфигурацию МР запрещенной. В остальных случаях конфигурация считается разрешенной. Множество всех запрещенных конфигураций из $Y(q^i)$ обозначим $Q(q^i)$, множество всех разрешенных конфигураций из $Y(q^i)$ обозначим $Z(q^i)$. Множества $Y(q^i)$, $Q(q^i)$ и $Z(q^i)$ могут выглядеть в виде списков либо записываться с помощью формул, либо другим способом. Мы считаем, что у нас есть способ записи всех конфигураций во множества $Y(q^i)$, $Q(q^i)$ и $Z(q^i)$. Примерный вид окрестности точки q^i с обнаруженными в ней множествами $Z(q^i)$ и $Q(q^i)$ показан на рис. 3.

Обращаем внимание, что множества $Z(q)$ и $Q(q)$ могут быть не непрерывными;

6) считаем, что у нас есть программная процедура ПИ ($q^n, q^T, ZAPR$), где q^n есть текущая конфигурация МР, т. е. та конфигурация, в которой МР в настоящий момент находится, q^T — целевая конфигурация МР, $ZAPR$ — множество всех известных на момент вызова ПИ() запрещенных точек в X . ПИ() генерирует в X путь $L(q^n, q^T)$, удовлетворяющий следующим условиям: а) $L(q^n, q^T)$ исходит из q^n и приходит в q^T ; б) $L(q^n, q^T) \cap ZAPR \neq \emptyset$, т. е. $L(q^n, q^T)$ ни одной своей точкой не налегает ни на одну из известных запрещенных точек; в) $L(q^n, q^T)$ удовлетворяет (1). При этом предполагается, что для любых $q^n \in X$ и $q^T \in X$ в X существует, по крайней мере, один путь $L(q^n, q^T)$, удовлетворяющий условиям а)—в).

Для реализации процедуры ПИ() требуется иметь алгоритм, гарантирующий нахождение пути $L(q^n, q^T)$. Такие алгоритмы уже существуют, например, алгоритм полного перебора и алгоритм А* [3, 6].

Точки q^n , $n = 0, 1, 2, \dots$, в которых происходит генерация нового пути, мы будем называть точками смены пути. Перед началом работы Алгоритма $n = 0$ и, соответственно, $q^n = q^0$.

Алгоритм движения МР

Шаг 1. При нахождении МР в q^n , $n = 0, 1, 2, \dots$, его СС доставляет информацию об r -окрестности точки q^n , и формируются множества $Y(q^n)$, $Z(q^n)$, $Q(q^n)$.

Затем вызывается процедура ПИ($q^n, q^T, \bigcup_{i=0}^n Q(q^i)$),

которая генерирует путь $L(q^n, q^T)$. Переход на Шаг 2.

Шаг 2. МР начинает двигаться вдоль $L(q^n, q^T)$. При движении по $L(q^n, q^T)$ возможны два исхода:

а) МР не встретит ранее неизвестных запрещенных состояний и, как следствие, достигнет q^T . По достижении q^T Алгоритм заканчивает свою работу;

б) МР придет в такую точку (предварительно выполнив $n := n + 1$, обозначим ее q^n , $n = 1, 2, \dots$), что следующая точка исполняемого пути является запрещенной. Переход на Шаг 1. Конец Алгоритма.

Теорема. Если МР будет двигаться в соответствии с **Алгоритмом**, то он перейдет из q^0 в q^T за конечное число шагов.

Доказательство. Пусть МР, находясь в q^n , $n = 0, 1, 2, \dots$, спланировал путь, приводящий его в q^T , и начал по этому пути двигаться. Если во время движения МР не встретит препятствий, он достигнет цели за конечное число шагов (в силу конечности длины пути). Поэтому бесконечность блуждания МР может быть вызвана только бесконечной сменой предварительных путей $L(q^n, q^T)$.

Бесконечность смены предварительного пути может быть вызвана следующими обстоятельствами:

- МР будет все время попадать в одну и ту же точку смены пути q^n ;
- число точек смены пути будет бесконечным.

Покажем, что все точки смены пути различны. Предположим, что МР сменил путь, находясь в точке q^s , а потом опять сменил путь, будучи в точке q^p , т. е. $s < p$. Покажем, что $q^s \neq q^p$. Предположим сначала, что $q^s = q^p$. Тогда $Q(q^s) = Q(q^p)$. Находясь в q^s , МР сгенерировал путь, не налегающий на множества $Q(q^i)$, $i = 0, 1, \dots, s$. Затем МР, оказавшись в q^p , обнаружил, что в этой точке надо менять путь, т. е. в окрестности q^p обнаружены ранее неизвестные запрещенные состояния. Но $q^p = q^s$ и все запрещенные состояния около q^s , т. е. $Q(q^s)$ уже приняты во внимание СС при генерации пути из q^s . Таким образом, невозможна ситуация, когда МР более, чем один раз побывает в какой бы то ни было точке смены пути. Итак, все точки смены пути различны.

Покажем, что число точек смены пути конечно. Предположим, что, наоборот, оно бесконечно. Все точки смены пути должны удовлетворять ограничениям (1). Это означает, что последовательность этих точек ограничена. Согласно теореме Больцано—Вейерштрасса, из этой последовательности можно извлечь сходящуюся подпоследовательность q^i , $i = 1, 2, \dots$. В соответствии со свойством Коши сходящихся последовательностей для любого ε можно найти такой номер s , что все точки q^i , $i > s$, будут лежать в ε -окрестности точки q^s . Возьмем $\varepsilon < r$. Рассмотрим произвольную точку смены пути q^i , расположенную в ε -окрестности точки q^s . Поскольку q^i явилась точкой смены пути, то следующая точка пути явилась ранее неизвестной запрещенной точкой (обозначим ее q^*). Поскольку q^i находится от q^s на расстоянии не более, чем ε , то и q^* находится от q^s на расстоянии не более, чем r . Получается, что $q^* \in Y(q^s)$ и, соответственно, $q^* \in Q(q^s)$. Но $Q(q^s)$ уже должно было быть учтено при смене пути в q^s . Такое противоречие неизбежно возникает при принятии предположения о том, что число точек смены пути бесконечно. Следовательно, число точек смены пути конечно. **Теорема доказана.**

Итак, число случаев, когда МР придется строить новый путь из точек q^n , $n = 0, 1, 2, \dots$, в целевую, будет конечным. Каждый раз, когда МР надо будет решать задачу генерации нового пути, ему, фактически, надо будет решать задачу планирова-

ния пути в среде с известными запрещенными состояниями (спланировать путь из точки q^n в q^T такой, чтобы он не налегал на уже известные запрещенные точки). Отсюда видно, что задача движения МР в среде с неизвестными препятствиями сводится к решению конечного числа задач планирования и исполнения пути МР в среде с известными препятствиями.

Заключение

Представлен алгоритм управления МР в неизвестной статической среде в условиях, когда сенсорная система предоставляет информацию о локальной окрестности текущей конфигурации МР. Предполагается, что окрестность имеет вид гиперкуба в пространстве конфигураций. Доказывается теорема, утверждающая, что, двигаясь по данному алгоритму, МР достигнет целевой конфигурации в среде с неизвестными препятствиями произвольного расположения, формы и числа за конечное число шагов.

Список литературы

1. Ahrikhencheikh C., Seireg A. Optimized-Motion Planning: Theory And Implementation. John Wiley & Sons, Inc, 1994.
2. Choset H. et al. Principles of Robot Motion. Theory, Algorithms and Implementations. A Bradford Book. The MIT Press, 2005.
3. LaValle S. M. Planning Algorithms. 1999—2006. URL: <http://msl.uiuc.edu/planning>
4. Canny J. The Complexity Of Robot Motion Planning. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts, 1988.
5. Collins G. E. Quantifier Elimination For Real Closed Fields By Cylindrical Algebraic Decomposition // Lecture Notes in Computer Science. 1975. V. 33. P. 135—183.
6. Нильсон Н. Искусственный интеллект. М.: Мир, 1973.
7. Ильин В. А. Интеллектуальные роботы: Теория и алгоритмы. Красноярск: Изд-во САА, 1995.
8. Barraquand J., Latombe J.-C. Robot Motion Planning: A Distributed Representation Approach // Int. J. of Rob. Res. 1991. V. 10. № 6. P. 628—649.
9. Lumelsky V. J. Sensing, intelligence, motion. How robots and humans move in an unstructured worlds. John Wiley & sons, 2006.
10. Chen C., Li H.-X., Dong D. Hybrid Control for Robot Navigation. A hierarchical Q-learning algorithm // IEEE Robotics & Automation Magazine. 2008. V. 15, № 2. P. 37—47.
11. Ghosh S. K., Burdick J. W., Bhattacharya A., Sarkar S. On-line Algorithms with Discrete Visibility. Exploring Unknown Polygonal Environments // IEEE Robotics & Automation Magazine. 2008. V. 15. № 2. P. 67—76.
12. Masehian E., Amin-Nasirif M. R. Sensor-Based Robot Motion Planning. A Tabu Search Approach // IEEE Robotics & Automation Magazine. 2008. V. 15, №2. P. 48—57.
13. Rawlinson D., Jarvis R. Ways to Tell Robots Where to Go. Directing autonomous robots using topological instructions // IEEE Robotics & Automation Magazine. 2008. V. 15, № 2. P. 27—36.
14. Yegenoglu F., Erkmen A. M., Stephanou H. E. On-line Path Planning Under Uncertainty // Proc. 27th IEEE Conf. Decis. and Contr., Austin, Tex., Dec. 7—9, 1988. V. 2. P. 1075—1079.
15. Latombe J.-C. Motion Planning: A Journey of Robots, Molecules, Digital Actors, and Other Artifacts // International Journal of Robotics Research. 1999. V. 18, № 11. P. 1119—1128.
16. Lopatin P. K. Algorithm of a manipulator movement amidst unknown obstacles // Proc. of the 10th International Conference on Advanced Robotics (ICAR 2001), August 22—25, 2001, Hotel Mercure Buda, Budapest, Hungary. P. 327—331.
17. Лопатин П. К. Компьютерная имитация управления манипуляционными роботами в неизвестной среде на основе точного и упрощенного алгоритмов // Мехатроника, автоматизация, управление. Приложение. 2006. № 8. С. 7—15.

В. Е. Павловский, д-р физ.-мат. наук, проф.,
vpavl@keldysh.ru,

А. Н. Забегаев, аспирант,

А. В. Калиниченко, аспирант,

В. В. Павловский, ст. преподаватель,

Институт прикладной математики

им. М. В. Келдыша РАН

Объединенная система навигации мобильного робота по маякам и видеоориентирам¹

Построена модель адаптации фильтра Калмана для комбинирования данных с локальной и глобальной навигационных систем. Построена модель нелинейного фильтра, описаны возможности настройки и свойства адаптивности фильтра. Приведен алгоритм работы навигационной системы, построенной на этой модели. Предлагается система обнаружения и сопровождения видеомаркеров, которая может быть использована в качестве дополнительного источника данных в системах глобальной и локальной навигации мобильного робота, а также для обеспечения автоматического слежения роботом за каким-либо объектом. Распознавание маркеров выполняется на основе вычисления локальных дифференциальных инвариантов на изображении с последующим поиском межкадровых соответствий и вычислением проективного преобразования.

Ключевые слова: автоматическое слежение, видеомаркер, глобальная навигация, локальная навигация, распознавание маркеров, фильтр Калмана

Введение

Одной из основных функций интеллектуальной автономной мобильной системы (робота-ровера) является навигационная функция. Для автономных роверов она состоит, прежде всего, в безопасном перемещении из одного положения в другое. Вообще, существуют три основных задачи навигации:

- *Где я?* Робот должен знать свое положение относительно окружающего пространства. Задачу определения положения мобильного аппарата принято называть локализацией.
- *Куда я направляюсь?* Для того чтобы выполнить свою задачу, робот должен знать, куда он направляется.
- *Как мне туда добраться?* Когда робот знает, где он находится и куда ему надо двигаться, возникает вопрос, как ему туда добраться. Задача определения способа добраться до цели называется *планированием пути*.

Последние две задачи зависят от требований к исполняемой цели мобильного робота и могут быть решены методами теории искусственного интел-

лекта. Однако для корректного решения этих задач, как правило, требуется определить положение робота в окружающем пространстве, т. е. решить задачу локализации.

В статье предлагаются две взаимодополняющие модели навигационных систем для мобильных роверов. Первая модель основана на статистической обработке угломерных или дальномерных измерений маяков, положение которых роверу известно, и объединении данных этой системы с данными внутренней локальной навигационной системы ровера. Вторая модель основана на обнаружении и распознавании видеомаркеров в окрестности робота. Такие видеомаркеры могут быть характерными видеоориентирами вокруг робота-ровера. Эта система работает на основе вычисления локальных дифференциальных инвариантов на изображении с последующим поиском межкадровых соответствий и вычислением проективного преобразования.

1. Навигация по маякам

Будем считать, что робот — это динамическая система, имеющая вектор состояния x и обладающая локальной системой навигации, позволяющей периодически получать информацию о смещении робота:

$$x_{k+1} = x_k + (\Delta x + \omega_k),$$

где x_k есть x в момент времени t_k ; Δx — показания локальной системы навигации, а ω_k — белый шум локальных измерений с математическим ожиданием W_k и дисперсией Q_k .

Также робот обладает глобальной навигационной системой, которая в моменты времени t_k позволяет получить вектор измерений z_k , который линейно связан с x_k :

$$z_k = H_k x_k + v_k,$$

где H_k — матрица линейной зависимости; v_k — белый шум глобальных измерений с нулевым смещением и матрицей ковариаций R_k .

Построение фильтра. Фильтр будет состоять из двух этапов: этап локальной коррекции и этап глобальной коррекции. Состояние системы в момент времени t_k будут характеризовать прогнозируемая и ковариационная матрицы ошибки P_k . Принципиальная схема работы фильтра приведена ниже на рис. 1.

Этап локальной коррекции — поступление данных Δx с локальной навигационной системы; W_k — вектор смещения локальных измерений:

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + \Delta x_k + W_k;$$

$$P_{k+1} = P_k + Q_k,$$

где $\hat{x}_k$ — оценка x в момент времени t_k .

¹ Данная работа поддержана грантами РФФИ 10-07-00409 и 10-01-00160.

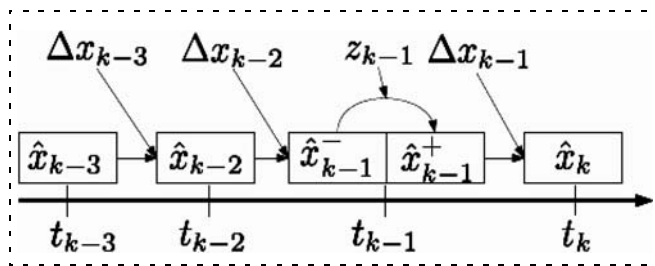


Рис. 1. Схема работы фильтра

Этап глобальной коррекции — поступление данных z_k с глобальной навигационной системы:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1};$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H_k \hat{x}_k^-);$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- ,$$

где $\hat{x}_k^-$ — оценка вектора состояния до коррекции; $\hat{x}_k^+$ — после коррекции; K_k — коэффициент влияния измерений; I — единичная матрица.

В отличие от "стандартного" фильтра Калмана [1, 2] этапы не чередуются, а происходят по мере поступления соответствующих измерений, таким образом, в каждый момент времени имеется актуальная информация о состоянии системы.

Настройка и адаптивность фильтра. В предлагаемом фильтре матрицы Q_k и R_k являются характеристиками максимальной ошибки измерительного оборудования локальной и глобальной навигационной системы и должны быть заданы в соответствии с техническими данными навигационных систем. Для настройки скорости и точности сходимости может быть использована матрица P_0 .

Введенный выше вектор смещения локальных измерений W_k влияет лишь на оценку вектора состояния и для настройки фильтра не подходит. Вообще говоря, этот вектор также должен быть задан в соответствии с характеристиками локальной навигационной системы, но измерить его или достаточно точно оценить зачастую не представляется возможным. Тем более, что он может кардинально изменить свое состояние при резком изменении характера поведения системы. Так, например, для одометрической локальной навигации вектор W_k будет характеризовать проскальзывание колес робота и, очевидно, будет зависеть от скорости движения, а в случае, когда робот резко изменит скорость движения на противоположную, вектор W_k также должен будет изменить знак.

Таким образом, желательно описать алгоритм, позволяющий оценивать вектор W_k . В качестве характеристики, позволяющей оценивать вектор W_k , можно взять разность:

$$\Delta \hat{x}_k = \hat{x}_k^+ - \hat{x}_k^- = K_k(z_k - H_k - H_k \hat{x}_k^-).$$

Если считать, что характер движения не сильно меняется со временем, то в качестве оценки смещения вектора измерений локальной системы координат можно взять усредненное значение разностей апостериорной и априорной оценок:

$$\hat{W}_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{N_i} K_i(z_i - H_i \hat{x}_k^-) \right)$$

или

$$\hat{W}_k = \frac{k-1}{k} \hat{W}_{k-1} + \frac{1}{k} \frac{1}{N_k} K_k(z_k - H_k \hat{x}_k^-),$$

причем выборка идет по моментам времени, когда поступали измерения от глобальной навигационной системы, и N_i — число измерений локальной навигационной системы между моментами времени t_{i-1} и t_i . Ранее отмечалось, что при резком изменении характера движения вектор оценки также может сильно изменить свое состояние, в этом случае следует заново начинать оценивание.

Эмуляция поведения системы. Для демонстрации эффективности работы фильтра покажем поведение модели на эмуляторе.

В качестве примера приведем навигационную систему робота, созданного для соревнований Eurobot 2010. Робот функционирует на поле размером 3×2 м, маяки расположены по треугольнику на сторонах или в углах этого поля. Робот оснащен одометрической локальной навигацией, для которой характерно проскальзывание колес. Глобальная навигация позволяет определять угол на маяк с частотой 2 раза в секунду и с точностью $0,5^\circ$. Характерная скорость движения робота в таких задачах составляет около 0,2 м/с. Соотношение реальной и измеренной координаты x , а также ошибку измерений можно увидеть на приведенных на рис. 2 графиках.

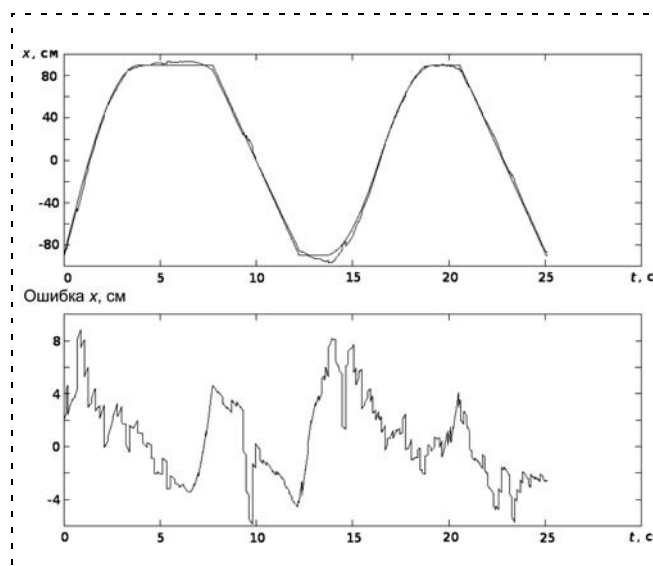


Рис. 2. Результаты оценивания координаты x в модельной задаче

Другие проведенные на симуляторе серии экспериментов позволяли получить аналогичные выводы по точности алгоритма. Она была достаточной, т. е. удовлетворительной в смысле решаемой задачи движения.

2. Модель слежения за видеоориентирами

Для облегчения решения задачи глобальной навигации в районе перемещения робота могут быть установлены маркеры. В данной статье *маркером* будем называть прямоугольный объект с нанесенным на него изображением и известными заранее размерами. Маркеры должны быть установлены таким образом, чтобы обеспечить видимость их с максимально возможной части района перемещения роботов. Будем считать, что данные обо всех маркерах заранее известны роботу — система навигации располагает снимками всех маркеров, а также координатами маркеров в системе отсчета, связанной с Землей (например, полученных с помощью GPS).

Заметим, что также возможно использование системы в ручном режиме, когда оператор выделяет какой-либо объект на изображении, полученном с сенсоров робота. После этого система продолжает сопровождение этого объекта на протяжении всего его времени видимости.

Задачей данной системы является вычисление угловых координат маркеров относительно корпуса робота. После этого с помощью триангуляции и априорной информации о координатах маркеров могут быть получены или уточнены координаты робота в системе отсчета, связанной с Землей.

Для нормальной работы системы на робот потребуется установить управляемую в двух плоскостях камеру с максимальным углом обзора. Это позволит максимально расширить область охвата системы сопровождения маркеров.

Первоначальная обработка информации о маркерах. Первым шагом работы системы является обработка полученной информации о маркерах. Для каждого маркера система получает его изображение, обычно это — кадр с камеры робота с вручную отмеченной на нем областью, которая соответствует маркеру. На первоначальном этапе эта информация преобразуется к удобному для хранения и поиска этого маркера на других изображениях виду.

Поиск особых точек на изображении. Для дальнейшего сопоставления на изображениях маркеров

обнаруживаются особые точки, это делается с помощью метода Харриса [9]. На изображении обнаруживаются "уголки". Этот метод основан на анализе того, как меняется изображение внутри поисковой рамки. На однородном участке изображения или при смещении рамки вдоль направления грани содержимое рамки не меняется (рис. 3, а, б), но если же рамка попала на угол (рис. 3, в), то ее содержимое меняется при движении в любом направлении.

Изменение содержимого рамки при сдвиге на вектор (u, v) равно $E(u, v)$. Функция описания изменения содержимого рамки

$$E(u, v) = \sum_{x, y} w(x, y) [I(x + u, y + v) - I(x, y)]^2,$$

где $I(x, y)$ — изображение маркера; $w(x, y)$ — оконная функция.

Для небольших смещений $E(u, v)$ можно приблизить билинейной формой:

$$E(u, v) \cong [u, v] M \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix},$$

где M — матрица из производных по изображению 2×2 :

$$M = \sum_{x, y} w(x, y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix}.$$

В случае, когда рамка находится на равномерной поверхности, оба собственных числа матрицы M малы, в случае с границей на изображении одно собственное число много больше другого, а в интересующем нас случае уголка оба собственных числа достаточно велики. Именно такие точки важны для дальнейшей работы.

После этого этапа $\lambda_{\min}(x, y)$ рассматривалось как изображение, локальные максимумы яркости которого и являлись особыми точками на изображении. Пример дан на рис. 4.

Вычисление локальных инвариантов на изображении. Для построения соответствий между точками, выделенными на предыдущем шаге, для каждой из них был вычислен вектор из дифференциальных инвариантов [11] (рис. 5). Эти значения остаются неизменными при вращении и аффинном преобразовании изображения, а также при незначительном изменении масштаба:

$$V[0...5] = \begin{bmatrix} I \\ \sum_{i, j = x, y} I_i I_j \\ \sum_{i, j = x, y} I_i I_j I_j \\ \sum_{i = x, y} I_{ii} \\ \sum_{i, j = x, y} I_{ij} I_{ji} \end{bmatrix}.$$

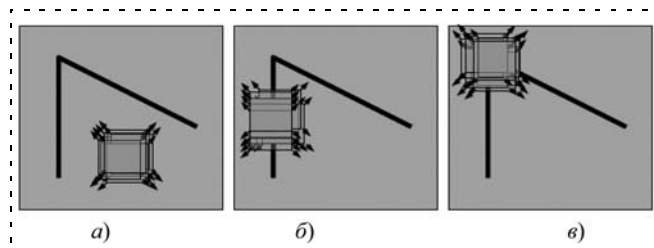


Рис. 3. Рамка на однородной части изображения (а), на границе (б) и на уголке (в)

Все инварианты вычисляли отдельно по трем цветовым плоскостям (RGB). В итоге такой операции получены 15 различных изображений в градациях серого цвета.

В результате этих действий для каждого маркера в памяти системы создается и хранится изображение, набор особых точек с вектором инвариантов для каждой из них.

Поиск межкадровых соответствий.

Для каждого кадра видеоизображения применим те же действия по поиску особых точек и локальных инвариантов, что были применены для маркера. После этого будем решать задачу поиска соответствия особых точек на изображении маркера и на кадре из видеопоследовательности. Будем делать это с помощью минимизации евклидова расстояния между их векторами из инвариантов.

При этом из всех пар соответствий отбрасываются те, у которых велика разница между векторами инвариантов (это случай, когда точке не нашлось соответствующей). В дальнейшем отбрасываются те пары, которые противоречат вычисленному проективному преобразованию (это случай ложных соответствий).

Вычисление проективного преобразования. После выполнения предыдущих действий для каждого кадра из видеоизображения и для изображения маркера мы имеем: набор особых точек, по вектору из дифференциальных инвариантов для каждой из них, и соответствия между особыми точками на маркере и на кадре. Среди этих соответствий большое число ложных, так как для их построения используются только локальные характеристики изображения. Кроме фильтрации ложных соответствий на этом шаге мы найдем положение маркера на кадре. Для этого вычислим проективное преобразование.

Проективное преобразование будем искать в виде

$$M \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix},$$

где x'', y'' — однородные координаты особых точек на изображении маркера, а x, y — однородные координаты точек на кадре из видеоизображения.

Подставим в уравнение координаты соответствующих точек, для каждой пары точек получим два линейных уравнения, таким образом, для n точек получим $2n$ линейных уравнений относительно 9 неизвестных (элементов матрицы M). Решим эту систему методом сингулярного разложения [10].



Рис. 4. Работа детектора особых точек, слева исходное изображение, справа белым цветом выделены особые точки

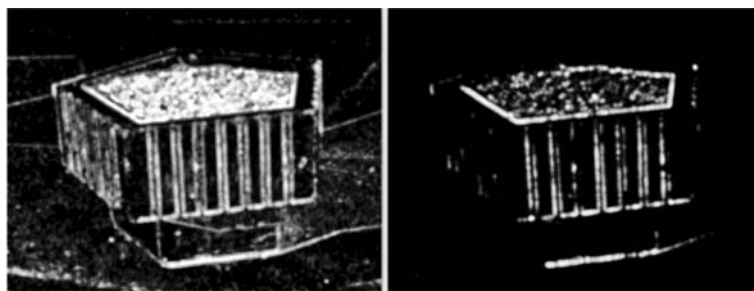


Рис. 5. Различные дифференциальные инварианты представлены в виде изображений

Получим проективное преобразование, которое переводит множество точек $\{x'', y''\}$ в $\{x', y'\}$.

Процедура поиска проективного преобразования была усовершенствована по методу RANSAC [8]. Для решения системы линейных уравнений использовались не все пары соответствий, а небольшая их часть, выбранная случайным образом. Процедура случайного выбора и последующего решения системы проводилась несколько раз.

Затем выбиралось решение, которое удовлетворяло максимальному числу пар соответствий, не затронутых в решении системы. Этот метод позволил уменьшить влияние на конечный результат ложных соответствий, которые неизбежны при инвариантном поиске.

Теперь, если применить вычисленное проективное преобразование к углам изображения маркера, получим четыре точки на кадре. По ним построим четырехугольник, определяющий положение маркера на кадре.

На рис. 6 приведены примеры работы созданных алгоритмов. Показано обнаружение маркеров с числом (номером) "69". Кадры для обработки не были



Рис. 6. Результаты работы поиска маркеров на видеопоследовательности

изолированными, а были взяты из видеоряда, т. е. были последовательными кадрами видеопоследовательности.

Заключение

Анализ созданных навигационных систем позволяет сделать следующие выводы.

Описанный в статье подход к синтезу навигационной системы для работы с маяками позволяет совместить наблюдаемые данные локальной и глобальной системы навигации для более точной оценки состояния динамической системы. Приведенный алгоритм позволяет в каждый момент времени иметь актуальную оценку, учитывающую все предыдущие измерения. Для ошибки локальной навигации допускается иметь ненулевое смещение, что может являться характерной чертой одометрической или акселерометрической системы локальной навигации. Приводится адаптивный алгоритм оценки этого смещения. Сам фильтр построен как для линейной, так и для нелинейной зависимости вектора измерений от вектора состояния, что позволяет охватить широкий спектр различных реализаций навигационных систем.

Для проверки эффективности разработанного фильтра был создан эмулятор, позволяющий смоделировать поведение системы с учетом ее параметров. Посредством этого эмулятора было проведено исследование точности оценки положения робота при различных вариантах локальной и глобальной навигации, при различных точностях обеих систем и при различном расположении маяков глобальной навигационной системы.

На основе проведенного моделирования можно утверждать, что построенный фильтр достаточно эффективен и точен и может быть использован в задаче локализации реальных робототехнических систем.

Предложенная система контроля видеомаркеров позволяет эффективно обнаруживать и сопровождать маркеры прямоугольной формы с нанесенным на них рисунком, текстом или номером. На данном этапе система способна отслеживать единственный

маркер, но нет никаких препятствий, кроме вычислительной сложности алгоритма, к увеличению числа маркеров. Также система может использовать информацию о размерах маркеров, что позволит не только определять направление, но и удаление от них, что даст возможность осуществлять навигацию с большей точностью или по меньшему числу маркеров. В данный момент не используется инфор-

мация об ориентации маркера относительно робота, которую можно получить из найденного проективного преобразования.

Система может быть использована для организации караванного движения роботов, достаточно установить на впереди идущей машине маркер, и ведомая машина получит достаточно точную информацию о траектории ведущей.

Система будет модифицирована для работы с неплоскими и непрямоугольными маркерами, например, дом, дерево или автомобиль. Предполагается модифицировать систему отсеивания ложных срабатываний, что особенно актуально в случаях, когда объект виден не полностью.

Обе системы в настоящее время устанавливаются на созданный в ИПМ им. М. В. Келдыша РАН гусеничный мобильный ровер.

Список литературы

1. Дегтярев А. А., Тайль Ш. Элементы теории адаптивного расширенного фильтра Калмана // Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. М., 2003. № 26. 35 с.
2. Rudy Negenborn. Robot Localization and Kalman Filters On finding your position in a noisy world // Thesis, Utrecht University. 2003.
3. Sung W. J., Choi S. O., You K. H. TDoA based UGV Localization using Adaptive Kalman Filter Algorithm // Sungkyunkwan University. 2009.
4. Derek Kurth. Range-Only Robot Localization and SLAM with Radio // Robotics Institute Carnegie Mellon University. 2004.
5. Bradley Hiebert-Treuer. An Introduction to Robot SLAM (Simultaneous Localization And Mapping). 2007.
6. Shahram Rezaei, Raja Sengupta. Kalman Filter Based Integration of DGPS and Vehicle Sensors for Localization // Department of Civil Engineering University of California at Berkeley. 2003.
7. Somphop Limsoonthrakul, Matthew N. Dailey, Manukid Parnichkun. Intelligent Vehicle Localization Using GPS, Compass, and Machine Vision // Asian Institute of Technology. 2008.
8. Martin A. Fischler, Robert C. Bolles. Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography // Comm. Of the ACM 24, June 1981.
9. Harris C. and Stephens M. J. A combined corner and edge detector // In Alvey Vision Conference. 1988. P. 147–152.
10. William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery. Numerical Recipes in C // The Art of Scientific Computing. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.
11. Cordelia Schmid, Roger Mohr. Local Grayvalue Invariants for Image Retrieval // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 19(5). 1997.

CONTENTS

Selvesyuk N. I., Titov A. A. The Analytical Synthesis of Desired Accuracy Regulators for Reduction of Linf-Norm Limited External Disturbances	2
--	---

In article the approach for synthesis of all set feedback static regulators is proposed, which provide desired accuracy control of controlled parameters in MIMO system in case influence of unstructured limited external disturbances. For described of all set regulators the results of linear matrix equations analytical solving based on matrix canonization and Lyapunov equation parameterization are used. Solubility conditions of synthesis task are presented as linear matrix inequalities for numeric solving facility. The methodical example is presented.

Keywords: linear regulator, limited disturbances, linear matrix inequalities, matrix canonization

Filimonov A. B., Filimonov N. B. Concerning the Problem of Nonrobust of Spectrum in Tasks of Modal Control	8
---	---

The effect of nonrobust localization of roots of algebraic multinomials is described and analyzed. The problem non-robust of solution of tasks of modal control in relation to parametric disturbances in dynamic of object is investigated. Mechanisms of nonrobust of spectrum of regulation systems with modal feedback are studied. The model examples are reduced.

Keywords: modal control, parametrical disturbances of a spectrum, a modal feedback, a problem of spectral non-robust solution

Goriachev O. V., Minchuk S. V. Mathematical Models System of Switch Motor Based on a Numerical Calculation of the Magnetostatic Field	16
--	----

In article the method of forming the mathematical models system of switch motor that is used for the analysis and the synthesis electric drive operating in nenominalny mode is described. As the base the nonlinear model established on numerical calculation of a magnetostatic field by a method of final elements is used. The technique of identifying the parameters of models of lower hierarchical level is adduced.

Keywords: switch motor, forced operation mode, finite element method, the magnetostatic field, parameter identification

Faldin N. V., Morzhov A. V. The Theorem about Number of Switching for the Control Using Inertial Rudders . .	20
---	----

The theorem about number of switching of time-optimal control for a system with special "inertial" rudders is proved. This theorem can be very useful for the synthesis of time-optimal control systems for real technical objects.

Keywords: inertial rudders, time-optimal control, number of switching, theorem

Makarov N. N., Semashkin V. E. Asymptotic Deviations Method in Comparison with Other Methods of L_∞ -optimization of Control Systems.	26
---	----

L_∞ -optimization of control systems is considered. Brief history of this task and main methods of solution are given. Asymptotic deviations method and its main conclusions is considered in details.

Keywords: optimal systems, precision, external disturbance, tracing systems, filtering

Vorobev V. V., Makarov N. N., Paramonova A. A. Method of Guaranteed Accuracy for Relay Follow-Up System.	32
---	----

The regulator optimization method for relay follow-up system, which works in sliding mode, is offered. Guaranteed accuracy (maximum error of tracking on the class signal) and sliding mode existence conditions are computed by the instrumentality of marginal deviation method. One example of synthesis of regulator for electro-drive is considered.

Keywords: optimization method, regulator synthesis, relay follow-up system, sliding mode, guaranteed accuracy, maximum error, marginal deviation, signal class, electro-drive

Faldin N. V., Feofilov S. V. Applied Synthesis Methods of Relay Automatic Drives Optimal on Accuracy and Speed	38
---	----

The synthesis and optimizations method of relay drives simultaneously on speed and accuracy is offered. Application of the developed theoretical methods is illustrated on an example of a power automatic hydrodrive.

Keywords: automatic drive, optimal control on speed, accuracy of tracking, a relay regulator

Vittikh V. A. Cognitive Science for Developing Systems	45
---	----

The paper substantiates the necessity to develop cognitive science for complex developing systems. The key role of intersubjective theories is shown, where subjective knowledge shared between actors (people participating in decision making and realization aimed to a settlement of a problem situation) focuses.

Keywords: cognitive science, developing system, intersubjective theory, self-organization, problem situation, actor, subjective knowledge.

Korosteljev V. F., Bolshakov A. E. Design of Neural Network Model of the Process of Crystallization of the Melt under Pressure 50

In the given work as an object of automatic control process of properties formation of complex & structure alloys in conditions of imposing of pressure is considered. For an estimation of interaction of components of an alloy on properties formation the neuron net model is used, which inputs are submitted by components of an alloy, by values of technological parameters, for example, in value of pressure, temperature, etc., and outputs — mechanical properties. Ability of a network to training and to the decision of the problems, connected to forecasting of properties, is illustrated on experimental alloys and on the alloys taken from references. Data of previously estimation of degree of mutual influence of separate components on change of properties are resulted. The developed model is supposed to use for a choice of structures of alloys and for development of modes of imposing of the pressure, providing formation of a required combination of mechanical properties of alloys.

Keywords: aluminium alloys, perceptron, mechanical properties, learning sample, the scattering and the compliance of actual and estimated data

Eremenko Y. I., Poleshenko D. A., Gluschenko A. I. Bowl Pelletizer Control System with the Neural Network Deck-house Synthesis and its Efficiency Estimation Relative to Step Extreme Control System 56

Synthesis of bowl pelletizer control system, based on step extremum search algorithm, is resulted. Addition of a neural network for information processing to this system for the purpose of an operating mode correction of an extreme regulator is offered. This addition will allow to increase an output of suitable pellets. Results of modelling and their comparative analysis for the developed bowl pelletizer control algorithms are resulted.

Keywords: extreme controlling, neural network, bowl pelletizer

Lopatin P. K. Path Planning in an Unknown Static Environment for a Manipulating Robot 62

An algorithm for a manipulating robot (MR) control in an unknown environment is given for the conditions when sensor system supplies information about local neighborhood of a current configuration. It is supposed that the neighborhood has a shape of a hypercube in the configuration space. A theorem is proved stating that following the algorithm the MR will reach in a finite number of steps a target configuration in an environment with obstacles having arbitrary disposition, shape and quantity.

Keywords: robot, unknown environment, obstacles, path planning

Pavlovskiy V. E., Zabegaev A. N., Kalinichenko A. V., Pavlovskiy V. V. Mobile Robot Navigation System Based on Beacons and Video-Markers. 66

This paper defines a scheme of Kalman filter adaptation for data combination from local and global navigation systems. It also defines the model of nonlinear filter and describes the ability of the filter adjustment and adaptation correction. The paper contains the algorithm of the navigation system, based on the model. Videomarkers detection and tracing system is also described in the paper. This system could also be used as an additional information source for the global and local navigation system of the mobile robot and for the automatic tracing of some object by the robot. Markers recognition is based on the image local differential invariants calculating, the search of interframe matchings and the projective transformation adjustment.

Keywords: automatic tracing, global navigation, Kalman filter, local navigation, markers recognition, videomarkers

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова.*

Технический редактор *Е. В. Конова.* Корректор *М. Г. Джавадян.*

Сдано в набор 26.07.2011. Подписано в печать 15.09.2011. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 8,82. Уч.-изд. л. 9,84. Заказ 693. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика". 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15