

# МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 6 (135)

ИЮНЬ

2012

## Редакционный совет:

ВАСИЛЬЕВ С. Н.  
КАЛЯЕВ И. А.  
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.  
КУЗНЕЦОВ Н. А.  
ЛЕОНОВ Г. А.  
МАКАРОВ И. М.  
МАТВЕЕНКО А. М.  
ПЕШЕХОНОВ В. Г.  
РЕЗЧИКОВ А. Ф.  
СЕБРЯКОВ Г. Г.  
СИГОВ А. С.  
СИРОТКИН О. С.  
СОЙФЕР В. А.  
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.  
ФЕДОРОВ И. Б.  
ЧЕНЦОВ А. Г.  
ЩЕРБАТЮК А. Ф.  
ЮСУПОВ Р. М.

## Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б.

## Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.  
ПУТОВ В. В.  
ЮЩЕНКО А. С.

## Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

## Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.  
АНТОНОВ Б. И.  
АРШАНСКИЙ М. М.  
БУКОВ В. Н.  
ВИТТИХ В. А.  
ВОСТРИКОВ А. С.  
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.  
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.  
ИВЧЕНКО В. Д.  
ИЛЬЯСОВ Б. Г.  
КОЛОСОВ О. С.  
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.  
КУЗЬМИН Н. Н.  
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.  
ЛОХИН В. М.  
НОРЕНКОВ И. П.  
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.  
ПРОХОРОВ Н. Л.  
РАПОПОРТ Э. Я.  
СЕРГЕЕВ С. Ф.  
ТИМОФЕЕВ А. В.  
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.  
ФУРСОВ В. А.  
ЮРЕВИЧ Е. И.

## Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

### МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Алиев Ф. А., Исмаилов Н. А.** Об одном методе линеаризации для нелинейных систем . . . . . 2  
**Цыкунов А. М., Паршева Е. А.** Компенсация возмущений и помех в многосвязных системах с измеряемым вектором состояния. . . . . 6

### ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

- Косинский М. Ю., Шихин В. А.** Разработка нейронечеткой модели для задач анализа эксплуатационной надежности автоматизированных систем . . . . . 16  
**Титов В. С., Бобырь М. В., Анциферов А. В.** Алгоритм высокоскоростной обработки деталей на основе нечеткой логики. . . . . 21

### ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

- Моржов А. В., Моржова С. В.** Синтез релейного автоколебательного объемного силового гидропривода при задании ограничений на чувствительность . . . . . 27  
**Ганнелъ Л. В.** Идентификация многомассового электропривода с упругими связями с помощью встроженных частотных анализаторов . . . . . 34

### ЭРГАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

- Айвазян С. А.** Анализ состояния и перспективы развития систем отображения информации и управления боевых эргатических комплексов . . . . . 39

### РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А., Коноплин А. Ю.** Метод синтеза системы автоматического управления режимом движения схвата манипулятора по сложным пространственным траекториям. . . . . 47  
**Егоров О. Д., Коробов Е. В.** Проектирование мехатронного модуля реечного типа захватного устройства робота . . . . . 54

### Журнал в журнале

### "УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Ваулин Ю. В., Дубровин Ф. С., Кушнерик А. А., Туфанов И. Е., Щербатюк А. Ф.** Малогабаритный автономный необитаемый подводный аппарат МАРК нового поколения для выполнения групповых операций. . . . . 59  
**Евгенов А. В., Котицын Л. О., Ползик В. П., Сильвестров М. М., Бегичев Ю. И., Михайленко О. А.** Архитектура и алгоритмы бортовой системы визуализации и улучшения визуального представления внешней обстановки на информационно-управляющем поле кабины магистрального самолета . . . . . 66  
**Contents** . . . . . 71

*Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования*

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:  
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: [mech@novtex.ru](mailto:mech@novtex.ru)

УДК 519.628.1

**Ф. А. Алиев**, академик, директор института,  
f\_aliev@yahoo.com,

**Н. А. Исмаилов**, канд. физ.-мат. наук, зав. отделом,  
Бакинский государственный университет,  
Научно-исследовательский институт  
прикладной математики

## Об одном методе линеаризации для нелинейных систем\*

*Предлагается метод линеаризации для представления нелинейных систем с применением алгоритма идентификации, при котором нелинейная система заменяется линейной системой, эквивалентной исходной. Показывается, что эквивалентность нелинейной системы и ее линейного приближения верна на ограниченном интервале времени, а при переходе исходной системы с одного режима работы на другой следует применить метод линеаризации и получить новую линейную систему. Линеаризация проводится путем идентификации с применением модифицированного метода DFP (Davidson, Fletcher, Powell). Результаты иллюстрируются числовым примером.*

**Ключевые слова:** линеаризация, идентификация, метод градиента, золотое сечение, метод DFP, ортогонализация

### Введение

При эксплуатации скважин газлифтным способом особое место занимает движение флюидов в пласте [1, 7, 9]. В работе [3] рассмотрена математическая модель системы "скважина + пласт" в линейной постановке, где пласт учитывается в виде разностных уравнений, описывающих соединение конца кольцевого затрубного пространства с началом подъемника. Однако постановка не учитывает реальную характеристику пласта. Так как в пласте движение флюидов, а также движение газа и газожидкостной смеси (ГЖС) в кольцевом пространстве и подъемнике тоже описывается нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных, то для полного решения выбора оптимального режима и их стабилизации требуется линеаризация, которая в итоге позволяет решить общую задачу управления газлифтом в постановке линейно-квадратичной задачи (ЛКЗ) оптимизации.

Однако, как показывают вычислительные эксперименты, сделать это с помощью хорошо известного разложения Тейлора невозможно. Поэтому требуется

разработать иной подход, который позволяет нелинейное уравнение (частные производные) движения флюидов привести к общему линейному виду. Сутью предложенного метода для определения коэффициентов неоднородного линейного дифференциального уравнения является использование методов наименьших квадратов [12] и модифицированного алгоритма DFP [8, 12] (имеется в виду использование ортогонализации Грама—Шмидта [2, 10] для градиентных направлений) для минимизации квадратичного функционала (являющегося суммой квадратов отклонений от реальных экспериментальных данных [12]). Эффективность предложенного алгоритма подтверждается численными экспериментами.

### Общая постановка задачи идентификации

Задачи идентификации являются достаточно сложными [4, 6]. Обычно говорят о математическом моделировании и о том, в какой мере модели отражают реальность. Необходимо разработать и реализовать процедуру идентификации нелинейной модели, т. е. определить так называемые внешние величины (коэффициенты, параметры и другие факторы) и убедиться, что в конечном результате полученная линейная модель дает практически приемлемые прогнозы. Способ идентификации состоит в том, что измеряемые экспериментальные величины модели и внешние величины подбираются так, чтобы прогноз, полученный с помощью модели с этими внешними величинами, достаточно мало отличался бы от экспериментальных измерений, которые дают некоторое представление и об адекватности модели. Если в процессе эксплуатации модели не возникает очевидных противоречий между прогнозом и реальностью, то модель считается адекватной.

В данной работе суть задачи состоит в следующем: необходимо нелинейные уравнения, описывающие движения газированной нефти в пласте [1],

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left[ \frac{p \beta \gamma_q f_q (1 - \rho_n)}{Z(p) p_{at} \mu_q(p)} + \frac{S(p) f_n(\rho_n)}{a(p) \mu_n(p)} \right] k(p) \frac{\partial p}{\partial r} \right\} =$$
$$= - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left[ \frac{p \beta \gamma_q (1 - \rho_n)}{Z(p) p_{at}} + \frac{S(p)}{a(p)} \rho_n \right] m(p) \right\}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left[ \frac{f_n(\rho_n)}{a(p) \mu_n(p)} \right] k(p) \frac{\partial p}{\partial r} \right\} = - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left[ \frac{\rho_n}{a(p)} \right] m(p) \right\}, \quad (2)$$

$$Q_{pr} = \frac{2\pi h(H_k - H_z)}{\ln(r_k/r_z) - 1/2}$$

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда Развития Науки при Президенте Азербайджанской Республики — Грант № EIF-2011-1(3)-82/25/1-M-29.

привести к линейному виду, т. е. к обыкновенным линейным дифференциальным уравнениям. Здесь определяется  $p$  — давление в контуре пласта,  $\rho$  — насыщенность газа в нефти,  $Q$  — приток нефти из пласта к забою скважины, остальные параметры подробно описаны в работе [1].

В нашем случае задача идентификации состоит в приведении нелинейных уравнений (1), (2) к обыкновенному дифференциальному линейному уравнению таким образом, чтобы на заданном интервале времени  $[0, T]$  и при заданных параметрах пласта оно достаточно точно определяло бы движение в пласте. Линейную форму будем искать в следующем виде:

$$\frac{dp}{dt} = Ap(t) + b, p(0) = p_0, t \in [0, T], \quad (3)$$

где  $A$  — матрица размерности  $(n \times n)$  и  $b$  — вектор размерности  $(n \times 1)$  — неизвестные с постоянными элементами  $a_{i,j}$ ,  $b_i$  соответственно,  $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$ ,  $p$  — вектор размерности  $(n \times 1)$ ;  $p_0$  — заданный вектор размерности  $(n \times 1)$ .

Как известно, общее решение (3) имеет вид [11]

$$p(t) = e^{At}p_0 + [-A^{-1} + A^{-1}e^{At}]b. \quad (4)$$

Поскольку нахождение матрицы  $A$  и вектора  $b$  в данном выражении является достаточно сложным даже в одномерном случае, то имеет смысл использовать процедуру квадратичной оптимизации.

Таким образом, решение искомой задачи идентификации, поставленной выше, требует отыскания минимума следующего квадратичного функционала (или же целевой квадратичной функции)

$$f(x) = \sum_i (p_i + A^{-1}b - e^{At_i}p_0 - A^{-1}e^{At_i}b)^T \times \\ \times N(p_i + A^{-1}b - e^{At_i}p_0 - A^{-1}e^{At_i}b) \rightarrow \min, \quad (5)$$

т. е. нужно минимизировать сумму квадратов отклонений решения  $p$ , определяемого формулой (4), от значений в экспериментальных точках, где  $N$  — положительно определенная диагональная матрица размерности  $(n \times n)$ . Матрица  $N$  в функционале (5) введена как штраф. Смысл штрафа заключается в следующем: преимущество, которое мы получаем за счет перехода от задачи минимизации  $\sum_i h_i(x) \rightarrow \min$

(где  $h_i(x) = p_i + A^{-1}b - e^{At_i}p_0 - A^{-1}e^{At_i}b$ ) к задаче минимизации (5) состоит в том, что в последнем случае при использовании штрафа получается максимальный оптимизирующий эффект. Это достигается путем присвоения надлежащих весов целевой функции. Здесь весами являются элементы матрицы  $N$ . Иными словами, условный минимум  $\sum_i h_i(x) \rightarrow \min$  имеет место в стационарной точке

для (5) и, в частности, в седловой точке, так что задача минимизации превращается в задачу определения седловой точки. Векторы  $p_i$  — экспериментальные значения в точках  $t_i$  — имеют размерности  $(n \times 1)$ . Аргумент целевой функции (5)  $x = [b_1, b_2, \dots, b_n, a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}, a_{21}, a_{2n}, \dots, a_{nn}]^T$  имеет размерность  $m = (n+1)n$ ,  $i$  — число проведенных экспериментов. Для определения матрицы  $A$  и вектора  $b$ , которые минимизируют функционал (5), предлагается модифицированный метод DFP [8], требующий определения градиента

$$\nabla f(x^{(k)}) = \begin{bmatrix} \partial f(x^{(k)})/\partial b \\ \partial f(x^{(k)})/\partial A \end{bmatrix} \text{ в точках } x^{(k)}, k = \overline{1, m},$$

где градиентный вектор имеет размерность  $m$ .

Если целевую функцию (5) можно продифференцировать по  $b$  аналитически, то можно получить

$$\partial f(x^{(k)})/\partial b = \sum_i 2(A^{-1} - A^{-1}e^{At_i})^T \times \\ \times N(p_i + A^{-1}b - e^{At_i}p_0 - A^{-1}e^{At_i}b). \quad (6)$$

Так как в нашем случае нелинейная целевая функция (5) слишком сложна, чтобы ее можно было продифференцировать аналитически, то составляющие градиента по  $A$ , являющиеся частными производными по оптимизируемым переменным (здесь имеются в виду элементы матрицы  $A$ ), аппроксимируются разностными соотношениями. Учитывая обозначения

$$x_{n+1} = a_{11}, x_{n+2} = a_{12}, \dots, x_{2n} = a_{2n}, x_{2n+1} = a_{21}, \\ \dots, x_{3n} = a_{3n}, x_{(n+1)n} = a_{nn},$$

можно получить:

$$\frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial x_{n+1}^{(k)}} \approx \frac{f(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}, x_{n+1}^{(k)} + \delta_1, \dots, x_{(n+1)n}^{(k)}) - f(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}, x_{n+1}^{(k)} - \delta_1, \dots, x_{(n+1)n}^{(k)})}{2\delta_1}; \\ \frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial x_{n+2}^{(k)}} \approx \frac{f(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}, x_{n+1}^{(k)}, x_{n+2}^{(k)} + \delta_2, \dots, x_{(n+1)n}^{(k)}) - f(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}, x_{n+1}^{(k)}, x_{n+2}^{(k)} - \delta_2, \dots, x_{(n+1)n}^{(k)})}{2\delta_2}; \quad (7) \\ \frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial x_{(n+1)n}^{(k)}} \approx \frac{f(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}, x_{n+1}^{(k)}, \dots, x_{(n+1)n}^{(k)} + \delta_{nn}) - f(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}, x_{n+1}^{(k)}, \dots, x_{(n+1)n}^{(k)} - \delta_{nn})}{2\delta_{n \times n}},$$

где  $\delta_j (j = \overline{1, n \times n})$  — некоторые малые отклонения. Здесь функция  $f(x)$  вычисляется для каждого  $k$  в  $2n \cdot n$  точках. Параметр  $\delta_j$  выбирается таким образом, чтобы ошибка в аппроксимации производной не превышала разумного предела. Отметим, что, так как функция  $f(x)$  квадратична, то отклонения  $\delta_j$  можно выбрать достаточно малыми.

Рекуррентное соотношение перехода из точки  $x^{(k)}$  в  $x^{(k+1)}$  дается следующей формулой [8]:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \lambda^{*(k)} \eta^{(k)} \nabla f(x^{(k)}), \quad (8)$$

$\nabla f(x^{(k)})$  — градиент функции в точке  $x^{(k)}$ ;  $\lambda^{*(k)}$  определяется с помощью одного из методов одномерного численного поиска (в нашем случае этот одномерный поиск осуществляется методом золотого сечения);  $\eta^{(k)}$  определяется из следующих матричных рекуррентных соотношений:

$$\eta^{(k+1)} = \eta^{(k)} + V^{(k)} - W^{(k)}; \quad (9)$$

$$V^{(k)} = \frac{\Delta x^{(k)} (\Delta x^{(k)})^T}{(\Delta x^{(k)})^T \Delta g(x^{(k)})};$$

$$W^{(k)} = \frac{\eta^{(k)} \Delta g(x^{(k)}) (\Delta g(x^{(k)}))^T (\eta^{(k)})^T}{(\Delta g(x^{(k)}))^T \eta^{(k)} \Delta g(x^{(k)})};$$

$$\Delta x^{(k)} = x^{(k+1)} - x^{(k)},$$

$$\Delta g(x^{(k)}) = \nabla f(x^{(k+1)}) - \nabla f(x^{(k)}).$$

Исходная матрица  $\eta$  размерности  $(m \times m)$ , где  $m = (n+1)n$ , обычно выбирается в виде единичной матрицы  $\eta^{(0)} = E$  (но может быть и любой симметрической положительно определенной матрицей), так что исходное направление минимизации — это направление наискорейшего спуска [8].

Процедура минимизации начинается с выбора начальной точки  $x^{(0)}$ , и далее выполняется согласно рекуррентным соотношениям (8) и (9) и заканчивается при условии  $\|\nabla f(x^{(k)})\| \leq \varepsilon$  ( $\varepsilon$  — некоторый достаточно малый параметр).

Если вышеизложенная градиентная процедура минимизации закончится в седловой либо в стационарной точках, то следует использовать какую-либо неградиентную процедуру, позволяющую выйти из этих точек. Ниже предлагается метод, изложенный в работе [2], в котором тип стационарной точки проверяется путем исследования матрицы Гессе целевой функции. Если эта матрица не является положительно определенной, то стационарная точка — седловая. Могут иногда встречаться отрицательные шаги. Как показано в работе [8], такое течение процесса является следствием того, что матрица  $\eta$  становится сингулярной или почти сингулярной. Этого можно избежать путем увеличения значащих цифр или масштабированием вектора  $x^{(k)}$  так, чтобы порядок диагональных элементов  $V^{(0)}$  из (9) был близок к единице, если эти операции допустимы.

Неградиентный метод минимизации предлагается в форме итеративной схемы

$$x_{\hat{n}+i+1} = x_{\hat{n}+1} + \sigma_i (x_{\hat{n}+i} - x_{\hat{n}+i-1}),$$

$$i = \overline{1, \hat{n}}, (1 \leq \hat{n} \leq m),$$

которая обеспечивает преодоление овражных точек (локальных минимумов) [2], причем  $\sigma_i$  определяется из условия  $f(x^{(i)}) < f(x^{(i-1)})$  одним из одномерных методов поиска (в частности, может быть использован метод "золотого сечения").

**Численный алгоритм.** Таким образом, используя DFP [8] метод для многомерного поиска и применив "золотые сечения" для одномерного поиска, с помощью следующего алгоритма уже можно решить задачи (5) полностью. Рассмотрим простой случай\*: принимая в (3)  $n = 1$ , получим, что  $m = 2$ , т. е. неизвестные матрица  $A$  и вектор  $b$  в (3) превращаются в неизвестные постоянные параметры.

### Частный случай постановки и решения задачи

Обратимся к частному одномерному случаю исходной задачи идентификации, заключающемуся в приведении нелинейных уравнений (1), (2) к линейному уравнению (3), где матрица  $A$  и вектор  $b$  выражаются в коэффициенты  $a$  и  $b$  соответственно:

$$\frac{dp(t)}{dt} = ap(t) + b, p(0) = p_0, t \in [0, T]. \quad (10)$$

Здесь неизвестными являются коэффициенты  $a$  и  $b$ . Общее решение (10) имеет вид

$$p = -\frac{b}{a} + \left(p_0 + \frac{b}{a}\right) e^{at}. \quad (11)$$

Как было показано выше, используем процедуру квадратичной оптимизации для нахождения неизвестных коэффициентов  $a$  и  $b$  [2, 8].

В результате решение поставленной задачи идентификации сводится к нахождению минимума следующего квадратичного функционала:

$$f(x) = \sum_i \left[ p_i + \frac{b}{a} - \left( p_0 + \frac{b}{a} \right) e^{at_i} \right]^2 \rightarrow \min, \quad (12)$$

т. е. к минимизации суммы квадратов отклонений  $p$  от значений в экспериментальных точках, где  $x = [b, a]^T$ . Для нахождения искомых значений  $a$  и  $b$ , минимизирующих функционал (12), предлагается модифицированный алгоритм DFP, требующий определения градиента

$$\nabla f(x^{(k)}) = \begin{bmatrix} \partial f(x^{(k)}) / \partial b \\ \partial f(x^{(k)}) / \partial a \end{bmatrix} \text{ в точках } x^{(k)}.$$

\* Если объект, определяемый соотношениями (1), (2), относится к случаю линейного определения изменения давления в контуре пласта, притока нефти из пласта к забою, а также насыщенности газа в нефти, то эта задача в отдельности является чрезвычайно важной [3].

С учетом (12) можно получить аналитические соотношения для градиента

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial b} &= \sum_i 2 \left[ p_i + \frac{b}{a} - \left( p_0 + \frac{b}{a} \right) e^{at_i} \right] \left[ \frac{1}{a} - \frac{1}{a} e^{at_i} \right]; \\ \frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial a} &= \sum_i 2 \left[ p_i + \frac{b}{a} - \left( p_0 + \frac{b}{a} \right) e^{at_i} \right] \times \\ &\times \left[ -\frac{b}{a^2} - t_i p_0 e^{at_i} + \frac{b}{a^2} e^{at_i} - \frac{b}{a} t_i e^{at_i} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $p_i$  — значения  $p$  в  $i$ -й точке  $t_i$ , которые удовлетворяют уравнению (1),  $i$  — число экспериментов. Зная начальную точку  $x^{(0)}$ , каждую последующую точку можно определить согласно рекуррентным соотношениям (8), (9).

Используя для данного частного (одномерного) случая метод "золотого сечения", алгоритм решения задачи (12) можно записать в виде следующего алгоритма.

### Алгоритм

**Шаг 1.** Вводится начальная точка  $x_0$ .

**Шаг 2.** Принимая  $\nabla f(x^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial b} \\ \frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial a} \end{bmatrix}$  в точке

$x^{(k)}$  вычисляется градиент

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial b} &= \sum_i 2 \left[ p_i + \frac{b}{a} - \left( p_0 + \frac{b}{a} \right) e^{at_i} \right] \left[ \frac{1}{a} - \frac{1}{a} e^{at_i} \right]; \\ \frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial a} &= \sum_i 2 \left[ p_i + \frac{b}{a} - \left( p_0 + \frac{b}{a} \right) e^{at_i} \right] \times \\ &\times \left[ -\frac{b}{a^2} - t_i p_0 e^{at_i} + \frac{b}{a^2} e^{at_i} - \frac{b}{a} t_i e^{at_i} \right]. \end{aligned}$$

Здесь  $p_0 = 20$ ,  $p_i$  — экспериментальные значения в точках  $t_i$  соответственно, а  $i$  — число экспериментов.

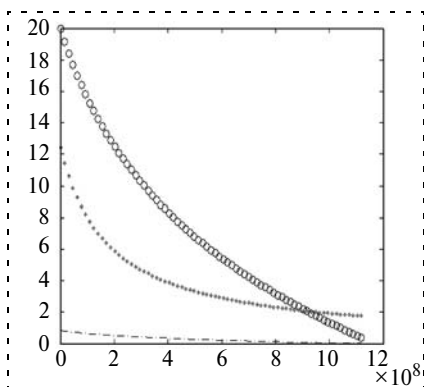


Рис. 1

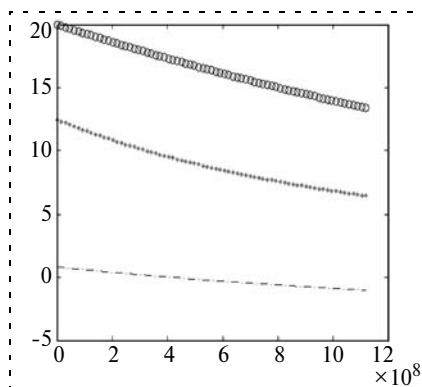


Рис. 2

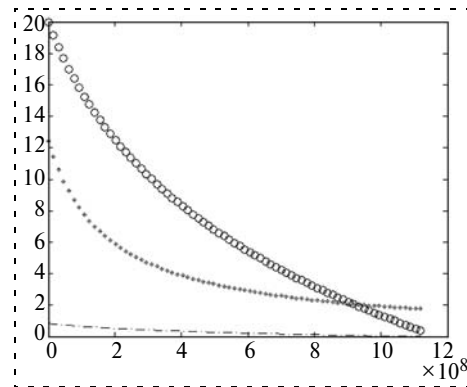


Рис. 3

**Шаг 3.** С использованием итеративной схемы (8) и (9) на основе проверки условия  $f(x^{(k+1)}) < f(x^{(k)})$  определяется следующая точка. Здесь  $\lambda^{*(k)}$  определяется "золотым сечением".

**Шаг 4.** Если  $\|\nabla f(x^{(k)})\| \leq \varepsilon$  ( $\varepsilon$  — достаточно малое число), тогда итерационный процесс переходит к следующему шагу.

**Шаг 5.** С помощью итерационной схемы  $x_{\hat{n}+i+1} = x_{\hat{n}+1} + \sigma_i(x_{\hat{n}+i} - x_{\hat{n}+i-1})$ ,  $i = 1, \hat{n}$ , преодолеваются локальные минимумы. Если удовлетворяется условие в шаге 4, то стоп, иначе переход к следующему шагу.

**Шаг 6.** Выполняется соответствующая итерация в шаге 3. Если точка минимума не достигнута, переходим к шагу 2, иначе стоп.

### Числовой пример

На рис. 1 верхняя линия отражает изменение давления  $p$  в контуре пласта, полученное из предыстории или статистической обработки данных для данного конкретного пласта. Средняя линия показывает приток нефти  $Q$  из пласта к забою скважины на основе статистических данных того же пласта, а нижняя линия отражает насыщенность газа в нефти  $\rho$  того же пласта, также на основе статистических данных. Все эти значения  $p$ ,  $Q$ ,  $\rho$  были измерены в одном и том же интервале времени  $[0, T]$ .

Отметим, что применяя разложения Тейлора в окрестности некоторой точки  $\tilde{p}$ , уравнения (1), (2) можно привести к линейному виду (3), численное решение которого не совпадает ни с численным решением (1), (2), ни со значениями эксперимента или же историей пласта, где результаты иллюстрируются графиками на рис. 2. Визуальное сравнение подтверждает, насколько отличаются соответствующие результаты, отраженные на рис. 1 и рис. 2. Пусть  $p_0 = 20$ ,  $x^0 = [1, 1]$ . Построив функционал (12) и решая соответствующую задачу идентификации, находим  $p(t)$  из (10). На рис. 3 верхняя линия — это график функции  $p(t)$ . Отметим, что для функции  $p(t)$  в функционале (12)  $f_{\min} \cong 0,213 \cdot 10^{-3}$ , т. е. максимальное отклонение — не больше значения  $0,213 \cdot 10^{-3}$ . Также решая соответствующую задачу идентификации для  $Q$ ,  $\rho$  и принимая  $Q_0 = 12,8$ ,

$x^0 = [1, 1]$ , а также  $\rho_0 = 0,75$ ,  $x^0 = [1, 1]$ , находим  $Q$  и  $\rho$ . На рис. 3 средняя линия соответствует  $Q$ , а нижняя линия соответствует  $\rho$ . Здесь максимальное отклонение не выше порядка  $10^{-3}$ .

#### Список литературы

1. Abasov M. T., Orudjaliev F. G., Djamalbekov M. A. Scientific Basis Gas Condensate Reservoirs Development in deformed Reservoir Rocks, Proceedings of the II Symposium on Mining Chemistry. Vise grad, Hungary. 22–24 October, 1986. P. 187–206.
2. Алиев Ф. А., Исмаилов Н. А. Оптимизация импульсных систем // Труды III международной конференции применение ЭВМ в технике и управление. "Компктконтрол", 1987.
3. Алиев Ф. А., Ильясов М. Х., Нуриев Н. Б. Проблемы математического моделирования, оптимизации и управления газлифта // Доклады НАН Азербайджана, 2009, № 2. С. 43–57.
4. Apostolyuk A. S., Larin V. B. On linear stationary system at regular and irregular measurements. Appl. Comp. Math. V. 8, N 1, 2009. P. 42–53.

5. Бордюг Б. А., Ларин В. Б., Тимошенко А. Г. Задачи управления шагающими аппаратами. Киев: Наукова Думка, 1985. 264 с.
6. Бахтизин Р. Н., Латыпов А. Р. Оценка порядка линейных моделей по экспериментальной информации // Автоматика и Телемеханика. 1992. № 2. С. 108–112.
7. Мирзаджанзаде А. Х., Ахметов И. М., Хасаев А. М., Гусев В. И. Технология и техника добычи нефти / Под редакцией акад. А. Х. Мирзаджанзаде. М.: Недра, 1986. 382 с.
8. Himmelblan D. M. Applied Nonlinear Programming. New York: Graw-Hill Book Company, 1972.
9. Шуров В. И. Технология и техника добычи нефти. М.: Недра, 1983. 510 с.
10. Алиев Ф. А., Исмаилов Н. А. Оптимизация периодических систем с обратной связью по выходной переменной // Доклады АН Аз. ССР, том XLIV, № 4, 1988. С. 3–6.
11. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений. 8-е изд. М.: ГИФМЛ, 1959.
12. Алиев Ф. А., Исмаилов Н. А. Об одной задаче идентификации в линейном стационарном случае. Оптимизация // Доклады НАН Азербайджана, том LXVI, № 6, 2010. С. 6–14.

УДК 62-50

**А. М. Цыкунов**, д-р техн. наук, проф.,  
**Е. А. Паршева**, д-р техн. наук, проф.,  
 parsheva-el@yandex.ru,  
 Астраханский государственный  
 технический университет

### Компенсация возмущений и помех в многосвязных системах с измеряемым вектором состояния\*

*Решается задача построения робастной системы управления многосвязным объектом, когда вектор состояния измеряется с помехами, а на объект действуют параметрические и внешние ограниченные возмущения. Выделен класс объектов, для которых возможна компенсация помех и возмущений на регулируемую переменную с требуемой точностью. При этом для формирования управляющих воздействий используются только измеряемые переменные локальных подсистем, т. е. осуществляется полностью децентрализованное управление.*

**Ключевые слова:** робастные системы, задачи управления, локальные подсистемы, помехи измерения, децентрализованные алгоритмы, диагональные матрицы, вспомогательный контур, компенсация возмущений

#### Введение

Задача компенсации помех и возмущений всегда интересовала исследователей и проектировщиков систем управления, для ее решения предложены и исследованы различные методы синтеза робастных алгоритмов регулирования. В отечественной литературе теория робастного управления достаточно

полно изложена в работах [1, 2], где имеется обширная библиография. В работе [3] дана классификация различных типов возмущений и выделены два основных подхода к их компенсации. Первый подход основан на построении инвариантных систем, в которых регулируемые параметры малочувствительны или не зависят от возмущений. Второй подход основан на динамической компенсации внутренних и внешних возмущений, когда регулируемое устройство формирует сигнал управления таким образом, чтобы скомпенсировать влияние возмущений на тот или иной параметр системы. Кроме того, в работе [3] дается общая характеристика проблемы и предлагаются несколько подходов к построению инвариантных систем, основанных на алгебраической структуре математических моделей объектов управления.

В работах [3–5] для решения поставленной задачи используется внутренняя модель возмущений, в работах [6, 7] используются методы теории робастных и адаптивных систем. В статье [8] излагается подход к синтезу статических робастных регуляторов для линейных систем путем решения линейно-квадратичной задачи на основе параметризации уравнения Лурье — Риккати. Робастные системы с компенсацией возмущений, построенные на базе их оценок, исследованы в работах [9, 10]. Особенно следует отметить различные подходы, базирующиеся на методе  $H_\infty$ -оптимизации, предложенном в [11] и достаточно полно изложенном в [12, 13]. Эта теория позволяет уменьшить влияние возмущений и помех на регулируемые переменные.

В работах [14, 15] предложен простой робастный алгоритм управления, основанный на введении вспомогательного контура, который остается неизменным для различных типов объектов. Показано, что он компенсирует параметрические и внешние

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 09-08-00237.

возмущения с требуемой точностью. При этом замкнутая система функционирует как неявно заданная эталонная модель, параметры которой присутствуют в законе управления. Предложенный алгоритм был использован в работах [16, 17] для управления многосвязными структурно неопределенными объектами с неизвестными параметрами, подверженными воздействию внешних и параметрических неконтролируемых возмущений.

В статьях [18, 19] рассмотрены задачи компенсации возмущений и помех, когда источником внешних возмущений и помех в одном случае являются разные сигналы [18], а в другом случае — один сигнал. Алгоритм управления, компенсирующий влияние возмущений и помех, получен в работе [20], при этом для компенсации возмущений использованы результаты работы [3], а подавление помех осуществляется с помощью подхода, предложенного в работах [14, 15].

Следует отметить, что каждый подход, который позволяет компенсировать влияние возмущений на регулируемую переменную, накладывает определенные ограничения на математическую модель объекта управления. В данной статье исследуются случаи, когда эти ограничения довольно "слабые", и предлагается принцип построения робастной системы управления многосвязным объектом, базирующийся на результатах работы [18]. Этот принцип позволяет спроектировать систему управления, в которой осуществляется полная компенсация помех и компенсация параметрических и внешних ограниченных возмущений с требуемой точностью. При этом для формирования управляющих воздействий и в алгоритмах настройки используются только измеряемые переменные локальных подсистем, т. е. осуществляется полностью децентрализованное управление.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим взаимосвязную систему, динамические процессы в локальных подсистемах которой описываются уравнениями

$$\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) + D_i \left( f_i(x_i, t) + \sum_{j=1}^M \alpha_{ij} y_j(t) \right), \quad i \neq j, \quad (1)$$

$$z_i(t) = x_i(t) + N_i \xi_i(t), \quad y_i(t) = L_i x_i(t), \quad i = \overline{1, M},$$

где  $x_i(t) \in R^{n_i}$  — вектор состояния;  $z_i(t) \in R^{n_i}$  — вектор измерения;  $u_i(t) \in R$  — управляющее воздействие;  $y_i(t) \in R$  — регулируемая переменная  $i$ -й подсистемы;  $\xi_i(t)$  — ограниченная помеха измерения;  $f_i(x_i, t)$  — скалярная функция, в которой сконцентрированы параметрические и ограниченные внешние возмущения;  $A_i, B_i, D_i, N_i, L_i, \alpha_{ij}$  — числовые матрицы соответствующего порядка;  $N_i$  — матрица интенсивности действия помех в каналах измерения вектора состояния. Сформулируем хорошо известную задачу слежения.

Децентрализованное управление для таких систем определяется как задача нахождения таких  $M$  локальных блоков управления, каждому из которых доступна только текущая информация о системе [21]. При этом требуемое качество переходных процессов в подсистемах задается локальными эталонными сигналами  $y_{mi}(t)$ . Необходимо спроектировать систему управления, для которой будет выполнено целевое условие

$$|y_i(t) - y_{mi}(t)| < \delta, \quad \text{когда } t > T_0. \quad (2)$$

Здесь величина  $\delta > 0$  характеризует ошибку слежения по истечении времени  $T_0$  с момента включения системы в работу. В поставленной задаче в локальных подсистемах управления не допускается использование измеряемых величин других подсистем.

*Предположения:*

1) пары  $(A_i, B_i)$  — управляемы, а пары  $(A_i, L_i)$  — наблюдаемы;

2) передаточные функции локальных подсистем от управления к регулируемому выходу  $W_{ui}(\lambda) = L_i(\lambda I - A_i)^{-1} B_i = k_i R_i(\lambda) / Q_i(\lambda)$  являются минимально-фазовыми,  $k_i > 0$  ( $\lambda$  — комплексная переменная в преобразовании Лапласа);

3) внешнее возмущающее воздействие  $f_i(x_i, t)$  является функцией, ограниченной по всем переменным или ограниченной гладкой по переменной  $t$ , и удовлетворяет глобальным условиям Липшица по переменной  $x_i(t)$ ;

4) матрицы  $A_i, B_i, D_i, N_i, L_i$  являются известными;

5) локальный эталонный сигнал  $y_{mi}(t)$  и функция  $\xi_i(t)$  являются гладкими ограниченными функциями времени.

Это основные ограничения, обеспечивающие решение сформулированной задачи. В зависимости от способа ее решения и структуры матриц в уравнении (1) возникают дополнительные условия, которые будут оговорены в процессе решения.

Ясно, что для выполнения целевого условия (2) с требуемым значением величины  $\delta$  необходимо скомпенсировать влияние возмущений и помех на регулируемую переменную. Однако вектор измеряемых переменных  $z_i(t)$  несет информацию о возмущениях и помехах. Поэтому первый этап решения сформулированной задачи состоит в выделении сигнала, который бы нес информацию только о помехах или только о возмущениях.

## 2. Метод решения

Будем формировать локальное управляющее воздействие в виде суммы двух составляющих

$$u_i(t) = u_{ni}(t) + u_{ki}(t), \quad (3)$$

где  $u_{ni}(t)$  предназначено для получения информации о помехе, а с помощью составляющей  $u_{ki}(t)$  будем компенсировать влияние возмущений на регулируемую переменную  $i$ -й локальной подсистемы  $y_i(t)$ .

## 2.1. Компенсация помех в каналах измерения

Сформируем новый вектор измерения

$$\bar{z}_i(t) = z_i(t) + N_i v_i(t). \quad (4)$$

Здесь  $v_i(t)$  — локальный управляющий сигнал, предназначенный для компенсации влияния помех.

В зависимости от структуры матриц в уравнении (1) существуют различные пути нахождения сигнала, несущего информацию о помехах. Пусть в  $r$ -й строке векторного уравнения (1) компоненты векторов  $B_i$  и  $D_i$  принимают значения  $b_{ir} \neq 0$ ,  $d_{ir} = 0$ , тогда  $r$ -я компонента вектора состояния локальной подсистемы примет вид

$$\dot{x}_{ir}(t) = \sum_{j=1}^{n_i} a_{rj}^{(i)} x_{ij}(t) + b_{ir}(u_{ni}(t) + u_{ki}(t)). \quad (5)$$

В том случае, когда во всех строках векторного уравнения (1) не выполнено указанное условие  $b_{ir} \neq 0$ ,  $d_{ir} = 0$ , где  $r$  — номер строки, это означает, что в уравнении (1) матрицы  $B_i$  и  $D_i$  такие, что любые  $r$ -е компоненты либо нулевые, либо имеют некоторые значения. Тогда введем линейное не особое преобразование  $x_i(t) = T_i x_i^*(t)$ , где  $x_i^*(t) \in R^{n_i}$  — новый вектор состояния, а матрица  $T_i$  такая, что в уравнении

$$\begin{aligned} \dot{x}_i^*(t) &= T_i^{-1} A_i T_i x_i^*(t) + \\ &+ T_i^{-1} B_i u_i(t) + T_i^{-1} D_i \left( f_i(x_i, t) + \sum_{j=1, i \neq j}^M \alpha_{ij} y_j(t) \right); \\ \sigma_i(t) &= T_i^{-1} z_i(t); i = \overline{1, M}, \end{aligned} \quad (6)$$

появляется одно  $r$ -е уравнение, в котором  $T_{ir}^{-1} B_i \neq 0$ ,  $T_{ir}^{-1} D_i = 0$ , где  $T_{ir}^{-1}$  является  $r$ -й строкой матрицы  $T_i^{-1}$ ;  $\sigma_i(t)$  — новый вектор измерения, такой что

$$\begin{aligned} \sigma_i(t) &= T_i^{-1} z_i(t) = T_i^{-1} x_i(t) + T_i^{-1} N_i \xi_i(t) = \\ &= x_i^*(t) + N_i^* \xi_i(t), N_i^* = T_i^{-1} N_i. \end{aligned}$$

Запишем уравнение (6) в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_i^*(t) &= \Gamma_i x_i^*(t) + B_i^* u_i(t) + \\ &+ D_i^* \left( f_i(x_i, t) + \sum_{j=1, i \neq j}^M \alpha_{ij} y_j(t) \right); \\ \sigma_i(t) &= x_i^*(t) + N_i^* \xi_i(t), i = \overline{1, M}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\Gamma_i = T_i^{-1} A_i T_i$ ,  $B_i^* = T_i^{-1} B_i$ ,  $D_i^* = T_i^{-1} D_i$ . Выписываем уравнение для  $r$ -й строки вектора измерения

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ir}(t) &= \sum_{j=1}^{n_i} \gamma_{rj}^{(i)} \sigma_{ij}(t) + b_{ir}^*(u_{ni}(t) + u_{ki}(t)) + \\ &+ N_{ir}^* \dot{\xi}_i(t) - \sum_{j=1}^{n_i} \gamma_{rj}^{(i)} N_{ij}^* \xi_i(t), \end{aligned} \quad (8)$$

тогда нововведенный вектор измерения примет вид

$$\bar{\sigma}_i(t) = \sigma_i(t) + N_i^* v_i(t). \quad (9)$$

Сформируем составляющую локального управляющего воздействия  $u_{ni}(t)$  в соответствии с формулой

$$u_{ni}(t) = -c_i \sigma_i(t) - \frac{1}{b_{ir}^*} \tau_i \bar{\sigma}_{ir}(t), \quad (10)$$

где  $c_i = \frac{1}{b_{ir}^*} [\gamma_{r1}^{(i)}, \dots, \gamma_{r(r-1)}^{(i)}, 0, \gamma_{r(r+1)}^{(i)}, \dots, \gamma_{rn_i}^{(i)}]$ ,  $\tau_i > 0$ . Подставив значение  $u_{ni}(t)$  в формулу (8), учитывая (9), получим

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ir}(t) &= (\gamma_{rr}^{(i)} - \tau_i) \sigma_{ir}(t) + b_{ir}^* u_{ki}(t) + \\ &+ N_{ir}^* (\dot{\xi}_i(t) - \tau_i v_i(t)) - \sum_{j=1}^{n_i} \gamma_{rj}^{(i)} N_{ij}^* \xi_i(t), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $N_{ir}^*$  является  $r$ -й компонентой вектора  $N_i^*$ .

Введем вспомогательный контур, динамические процессы в котором описываются уравнением

$$\dot{\tilde{\sigma}}_i(t) = (\gamma_{rr}^{(i)} - \tau_i) \tilde{\sigma}_i(t) + b_{ir}^* u_{ki}(t) - N_{ir}^* \tau_i v_i(t), \quad (12)$$

и составим уравнение для сигнала рассогласования  $s_i(t) = \sigma_{ir}(t) - \tilde{\sigma}_i(t)$

$$\begin{aligned} \dot{s}_i(t) &= (\gamma_{rr}^{(i)} - \tau_i) s_i(t) + N_{ir}^* \dot{\xi}_i(t) - \\ &- \sum_{j=1}^{n_i} \gamma_{rj}^{(i)} N_{ij}^* \xi_i(t). \end{aligned} \quad (13)$$

Анализируя формулу (13), можно сформулировать следующий результат.

**Утверждение 1.** Если в векторном уравнении (1)

$D_i \neq B_i$ , а полиномы  $\lambda + \tau_i - \gamma_{rr}^{(i)}$ ,  $N_{ir}^* \lambda - \sum_{j=1}^{n_i} \gamma_{rj}^{(i)} N_{ij}^*$  являются гурвицевыми, то  $\xi_i(t)$  вычисляется по формуле

$$\xi_i(t) = \frac{P + \tau_i - \gamma_{rr}^{(i)}}{N_{ir}^* P - \sum_{j=1}^{n_i} \gamma_{rj}^{(i)} N_{ij}^*} s_i(t), \quad (14)$$

где  $P = \frac{d}{dt}$  — оператор дифференцирования.

Необходимо отметить, что по формуле (14) вычисляется точное значение помехи  $\xi_i(t)$ . Тогда, сфор-



мировав локальное вспомогательное управляющее воздействие  $v_i(t)$  в соответствии с формулой

$$v_i(t) = - \frac{P + \tau_i - \gamma_{rr}^{(i)}}{n_i} s_i(t), \quad (15)$$

$$N_{ir}^* P - \sum_{j=1}^M \gamma_{rj}^{(i)} N_{ij}^*$$

из (9) получим  $\bar{\sigma}_i(t) = x_i^*(t)$ , а из (4) следует  $\bar{z}_i(t) = x_i(t)$ . Таким образом, получено значение вектора состояния и скомпенсировано действие помех в каналах измерения.

## 2.2. Компенсация возмущений по косвенным измерениям

Таким образом, получив компенсацию помехи, можно сформировать уравнение для регулируемой переменной, принимая во внимание формулу (10) для формирования сигнала  $u_{ni}(t)$  и равенства

$$\sigma_i(t) = T_i^{-1} z_i(t) = T_i^{-1} x_i(t) + N_i^* \xi_i(t), \quad \bar{\sigma}_{ir}(t) = T_{ir}^{-1} x_i(t) + N_i^* (\xi_i(t) + v_i(t)), \quad v_i(t) = -\xi_i(t).$$

Из (1) получим

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A_{0i} x_i(t) + B_i(u_{ki}(t) - c_i N_i^* \xi_i(t)) + \\ &+ D_i \left( f_i(x_i, t) + \sum_{j=1, i \neq j}^M \alpha_{ij} y_j(t) \right); \\ \bar{y}_i(t) &= L_i \bar{z}_i(t), \quad i = \overline{1, M}. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь  $A_{0i} = A_i - B_i \left( c_i T_i^{-1} + \frac{1}{b_{ir}^*} \tau_i T_{ir}^{-1} \right)$ . Так как

$$\begin{aligned} \bar{z}_i(t) &= x_i(t), \text{ то имеем } \bar{y}_i(t) = y_i(t). \text{ Преобразуем} \\ \text{векторное уравнение (16) в форму вход—выход} \\ Q_{0i}(P) y_i(t) &= k_i R_i(P) (u_{ki}(t) - k_{1i} \xi_i(t)) + G_i(P) f_i(x_i, t) + \\ &+ \sum_{j=1}^M S_{ij}(P) y_j(t), \quad i \neq j, \quad i = \overline{1, M}, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $k_{1i} = c_i N_i^*$ ;  $Q_{0i}(P) = \det(IP - A_{0i})$ ;  $k_i R_i(P) = L_i(IP - A_{0i})^+ B_i$ ;  $G_i(P) = L_i(IP - A_{0i})^+ D_i$ ;  $S_{ij}(\lambda) = L_i(\lambda I - A_{0i})^+ D_i \alpha_{ij}$ ;  $(\lambda I - A_{0i})^+$  — транспонированная матрица алгебраических дополнений матрицы  $(\lambda I - A_{0i})$ ; порядки полиномов  $\deg Q_{0i} = n_i$ ,  $\deg R_i = m_i$ ,  $\deg G_i \leq n_i - 1$ ,  $\deg S_{ij} = n_{ij}$ ,  $n_{ij} < n_i - 1$  и относительная степень локальных объектов управления  $\gamma_{ui} = n_i - m_i > 1$ . Для получения составляющей  $u_{ki}(t)$  используем управления по выходной переменной [15]. Воспользуемся алгоритмом Евклида для полинома  $Q_{0i}(\lambda)$ :

$$Q_{0i}(\lambda) = Q_{1i}(\lambda) R_i(\lambda) + \Delta Q_i(\lambda),$$

где  $\deg Q_{1i}(\lambda) = n_i - m_i$ ,  $\deg \Delta Q_i(\lambda) = \gamma_{ui} - 1$ . Тогда из (17) имеем

$$\begin{aligned} Q_{1i}(P) R_i(P) y_i(t) &= k_i R_i(P) (u_{ki}(t) - k_{1i} \xi_i(t)) - \\ &- \Delta Q_i(P) y_i(t) + G_i(P) f_i(x_i, t) + \sum_{j=1, i \neq j}^M S_{ij}(P) y_j(t). \end{aligned}$$

Так как полином  $R_i(\lambda)$  — гурвицев, то, выполнив "операторное деление", получим

$$\begin{aligned} Q_{1i}(P) y_i(t) &= k_i u_{ki}(t) - \frac{\Delta Q_i(P)}{R_i(P)} y_i(t) + \frac{G_i(P)}{R_i(P)} f_i(x_i, t) + \\ &+ \sum_{j=1, i \neq j}^M \frac{S_{ij}(P)}{R_i(P)} y_j(t) - k_i k_{1i} \xi_i(t). \end{aligned}$$

Разложим оператор

$$Q_{1i}(P) = Q_{mi}(P) + Q_{2i}(P),$$

где  $Q_{mi}(\lambda)$  — нормированный гурвицев полином,  $\deg Q_{mi}(\lambda) = \gamma_{ui}$ ;  $\deg Q_{2i}(\lambda) = \gamma_{ui} - 1$ . Составим уравнение для ошибки  $\bar{e}_i(t) = \bar{y}_i(t) - y_{mi}(t)$

$$\begin{aligned} Q_{mi}(P) \bar{e}_i(t) &= k_i u_{ki}(t) - Q_{2i}(P) y_i(t) - \\ &- \frac{\Delta Q_i(P)}{R_i(P)} y_i(t) + \frac{G_i(P)}{R_i(P)} f_i(x_i, t) + \sum_{j=1, i \neq j}^M \frac{S_{ij}(P)}{R_i(P)} y_j(t) - \\ &- k_i k_{1i} \xi_i(t) - Q_{mi}(P) y_{mi}(t). \end{aligned} \quad (18)$$

Для вывода основного результата используем подход [14, 16, 17], который позволяет осуществлять компенсацию возмущающих воздействий. Выберем локальный закон управления в виде

$$u_{ki}(t) = \alpha_i \vartheta_i(t). \quad (19)$$

Здесь  $\alpha_i > 0$ ;  $\vartheta_i(t)$  — дополнительное управляющее воздействие. Тогда из (18) получим уравнение ошибки

$$Q_{mi}(P) \bar{e}_i(t) = \vartheta_i(t) + \varphi_i(t); \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \varphi_i(t) &= -\frac{1}{R_i(P)} \left( \Delta Q_i(P) y_i(t) - \sum_{j=1, i \neq j}^M S_{ij}(P) y_j(t) \right) - \\ &- Q_{2i}(P) y_i(t) + \frac{1}{R_i(P)} (G_i(P) f_i(x_i, t)) - Q_{mi}(P) y_{mi}(t) + \\ &+ (k_i \alpha_i - 1) \vartheta_i(t). \end{aligned} \quad (21)$$

В сигнале  $\varphi_i(t)$  сконцентрированы все составляющие, действие которых на ошибку желательно было бы скомпенсировать. Для этого сигнал нужно как-то выделить.

Введем вспомогательный контур

$$Q_{mi}(P) \tilde{e}_i(t) = \vartheta_i(t); \quad (22)$$

и составим уравнение относительно сигнала рас- согласования  $\zeta_i(t) = \bar{e}_i(t) - \tilde{e}_i(t)$ :

$$Q_{mi}(P) \zeta_i(t) = \varphi_i(t).$$

Если измерению доступны  $\gamma_{ui}$  производных выходного сигнала  $y_i(t)$ , то, задав закон изменения вспомогательного управляющего воздействия в виде

$$\vartheta_i(t) = -Q_{mi}(P)\zeta_i(t) = -\varphi_i(t), \quad (23)$$

из уравнения ошибки (20) получим уравнение замкнутой системы

$$Q_{mi}(P)\bar{e}_i(t) = 0. \quad (24)$$

Покажем, что все сигналы в замкнутой системе ограничены. Это понадобится для обоснования работоспособности алгоритма, который будет предложен далее. Из (24) имеем, что сигнал  $y_i(t)$  и  $\gamma_{ui}$  его производных ограничены в силу предположения 5. Тогда из условий предположений и гурвицевости полинома  $R_i(\lambda)$  степени  $m_i$  получаем, что составляющая

$$\begin{aligned} \varphi_{1i}(t) = & \frac{1}{R_i(P)} \left( G_i(P)f_i(x_i, t) - \Delta Q_i(P)y_i(t) + \right. \\ & \left. + \sum_{j=1, i \neq j}^M S_{ij}(P)y_j(t) \right) - Q_{2i}(P)y_i(t) - Q_{mi}(P)y_{mi}(t) \end{aligned}$$

есть величина ограниченная. Далее, необходимо показать ограниченность выбранного управляющего воздействия. Для этого подставим выражение  $\varphi_i(t)$  в (23) и разрешим полученное уравнение относительно  $\bar{e}_i(t)$ :

$$\bar{e}_i(t) = -\frac{1}{k_i \alpha_i} \varphi_{1i}(t). \quad (25)$$

Тогда из ограниченности  $\varphi_{1i}(t)$  следует ограниченность локального управляющего воздействия  $u_{ki}(t)$ .

В связи с тем, что при решении сформулированной задачи измерение производных недопустимо, то сформулируем локальный закон дополнительного управляющего воздействия  $\vartheta_i(t)$  в виде

$$\vartheta_i(t) = -g_{mi}^T \bar{\zeta}_i(t), \quad (26)$$

где  $g_{mi}^T = [q_{m\gamma_{ui}}, \dots, q_{m1}, 1]$  — вектор, составленный из коэффициентов полинома  $Q_{mi}(\lambda) = \lambda^{\gamma_{ui}} + q_{m1}\lambda^{\gamma_{ui}-1} + \dots + q_{m\gamma_{ui}}$ ;  $\bar{\zeta}_i(t) = \text{col}(\zeta_i, \bar{\zeta}_{i1}, \bar{\zeta}_{i2}, \dots, \bar{\zeta}_{i\gamma_{ui}})$ ;  $\bar{\zeta}_{ik}(t)$  является оценкой производных  $P^k \zeta_i(t)$ , получаемых с фильтров

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\zeta}}_{ik}(t) &= \frac{1}{\mu} F_i \bar{\zeta}_{ik}(t) + \frac{1}{\mu} b_{0i} P^k \zeta_i(t); \\ \bar{\zeta}_{ik} &= L_{0i} \bar{z}_{ik}, i = \overline{1, M}, k = \overline{1, \gamma_{ui}}. \end{aligned} \quad (27)$$

Здесь  $\bar{z}_{ik} \in R^{\gamma_{ui}}$ ;  $\mu > 0$  — малое число;

$$L_{0i} = [1, 0, \dots, 0]; b_{0i}^T = [0, \dots, 0, 1];$$

$$F_i = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Если записать в преобразованиях Лапласа выражения (26) и (27), получим

$$\vartheta_i(\lambda) = -\frac{Q_{mi}(\lambda)}{(\mu\lambda + 1)^{\gamma_{ui}}} \zeta_i(\lambda).$$

Принимая во внимание (22) и выражение для сигнала рассогласования  $\zeta_i(t) = \bar{e}_i(t) - \tilde{e}_i(t)$ , получаем

$$\vartheta_i(\lambda) = -\frac{Q_{mi}(\lambda)}{(\mu\lambda + 1)^{\gamma_{ui}} - 1} \bar{e}_i(\lambda).$$

Подставим это выражение в уравнение (19) и, переходя к оригиналу от преобразования Лапласа, получим алгоритм управления. Очевидно, что закон управления технически реализуем, так как содержит известные или измеряемые величины. Структура фильтров (27) и вспомогательного контура (22) такова, что не требуется их реализация, а лишь реализация полученной передаточной функции.

**Утверждение 2.** [16, 17] Если выполнены условия предположений, то для любого числа  $\delta > 0$  существуют числа  $\mu_0 > 0$ ,  $T_0 > 0$ ,  $\alpha_i > 0$  такие, что при выполнении неравенства  $\mu \leq \mu_0$ ,  $T \leq T_0$  алгоритм управления

$$((\mu P + 1)^{\gamma_{ui}} - 1)u_{ki}(t) = -\alpha_i Q_{mi}(P)\bar{e}_i(t), \quad (28)$$

где  $Q_{mi}(\lambda)$  — гурвицев полином степени  $\gamma_{ui}$ , обеспечивает выполнение целевого условия (2), и все переменные в замкнутой системе ограничены.

**Доказательство.** Введем векторы ошибки оценки производных  $P^k \zeta_i(t)$

$$\begin{aligned} \eta_{ik}(t) &= \bar{z}_{ik}(t) + F_i^{-1} b_{0i} P^k \zeta_i(t), \\ k &= \overline{1, \gamma_{ui}}, i = \overline{1, M}. \end{aligned}$$

Здесь вектор  $F_i^{-1} b_{0i} = h_i$  имеет первую компоненту, равную  $-1$ . Тогда, если показать, что величина  $|\eta_{ik}(t)|$  мала, то из условия  $|\bar{\zeta}_{ik}(t) - P^k \zeta_i(t)| < |\eta_{ik}(t)|$  будет

следовать, что оценка  $\bar{\zeta}_{ik}(t)$  близка к  $P^k \zeta_i(t)$ . Из (27) получим уравнение динамики для векторов  $\eta_{ik}(t)$ :

$$\begin{aligned}\dot{\eta}_{ik}(t) &= \frac{1}{\mu} F_i \zeta_{ik}(t) + \frac{1}{\mu} b_{0i} P^k \zeta_i(t) + F_i^{-1} b_{0i} P^{k+1} \zeta_i(t) = \\ &= \frac{1}{\mu} F_i \eta_{ik}(t) + h_i P^{k+1} \zeta_i(t);\end{aligned}$$

$$\Delta_{ik}(t) = L_i \eta_{ik}(t), i = \overline{1, M}, k = \overline{1, \gamma_{ui}}.$$

Принимая во внимание то, что дополнительное управляющее воздействие формируется в виде (26), преобразуем уравнение ошибки (20) к виду

$$Q_{mi}(P) \bar{e}_i(t) = -q_{mi}^T \Delta_i(t), \quad (29)$$

где  $q_{mi}^T = [q_{m\gamma_{ui}-1}, \dots, q_{m1}, 1]$ ;  $\Delta_i(t) = \text{col}(\Delta_{i1}(t), \Delta_{i2}(t), \dots, \Delta_{i\gamma_{ui}}(t))$ ;  $\Delta_{ik}(t) = \bar{\zeta}_{ik}(t) - P^k \zeta_i(t)$ . Преобразуем уравнение (29) в векторно-матричную форму, в результате получим следующую систему уравнений замкнутой системы:

$$\begin{cases} \dot{\bar{e}}_i(t) = A_{mi} \bar{e}_i(t) + b_{0i} q_{mi}^T \Delta_i(t), \bar{e}_i(t) = L_{0i} \bar{e}_i(t); \\ \mu_1 \dot{\eta}_{ik}(t) = F_i \eta_{ik}(t) + \mu_2 h_i P^{k+1} \zeta_i(t); \\ \Delta_{ik}(t) = L_{0i} \eta_{ik}(t), i = \overline{1, M}, k = \overline{1, \gamma_{ui}}, \end{cases} \quad (30)$$

где  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ . Получили сингулярно возмущенную систему, так как  $\mu$  — достаточно малое число. Воспользуемся леммой [22].

*Лемма [22]. Если система описывается уравнением  $\dot{x} = f(x, \mu_1, \mu_2)$ ,  $x \in R^{m_1}$ , где  $f(t)$  — непрерывная функция, липшицева по  $x$  и при  $\mu_2 = 0$  имеет ограниченную замкнутую область диссипативности  $\Omega_1 = \{x | F(x) < \tilde{C}\}$ , где  $F(x)$  — положительно-определенная, непрерывная кусочно-гладкая функция, то существует  $\mu_0 > 0$  такое, что при  $\mu_2 \leq \mu_0$  исходная система имеет ту же область диссипативности  $\Omega_1$ , если для некоторых чисел  $\tilde{C}_1$  и  $\bar{\mu}_1$  при  $\mu_2 = 0$  выполнено условие*

$$\begin{aligned}\sup_{|\mu_1| \leq \bar{\mu}_1} \left( \left( \frac{\partial F(x)}{\partial x} \right)^T f(x, \mu_1, 0) \right) &\leq -\tilde{C}_1, \\ \text{при } F(x) &= \tilde{C}. \end{aligned} \quad (31)$$

В данном случае при  $\mu_{2i} = 0$  в (30) имеем асимптотически устойчивую систему по переменным  $\bar{e}_i(t)$  и  $\eta_{ik}(t)$ , поскольку матрицы  $A_{mi}$ ,  $F_i$  — гурвицевы. Получили ситуацию, которая имела место при из-

мерении производных, т. е.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{e}_i(t) = 0$ . Было показано, что при этом условии все сигналы в системе ограничены. Следовательно, существует некоторая область

$$\Omega = \{\bar{e}_i(t), \eta_{ik}(t), \zeta_i(t):$$

$$|P^{k+1} \zeta_i(t)| \leq \delta_{1k}, |\bar{e}_i(t)| < \delta_{2k}, |\eta_{ik}(t)| < \delta_{3k},$$

$$F(\bar{e}_i, \eta_{ik}) < C_1\}, k = \overline{1, \gamma_{ui}},$$

где сигналы  $\bar{e}_i(t)$ ,  $\eta_{ik}(t)$ ,  $\zeta_i(t)$  не выходят за ее пределы при некоторых начальных условиях из области  $\Omega_0$ .

Введем два вектора

$$\theta_i^T(t) = [\ddot{\zeta}_i(t), \dots, {}^{(\gamma_{ui}+1)}\ddot{\zeta}_i(t)],$$

$$\eta_i^T(t) = [\eta_{i1}(t), \eta_{i2}(t), \dots, \eta_{i\gamma_{ui}}(t)],$$

и блочно-диагональные матрицы с  $\gamma_{ui}$  диагональными блоками

$$\begin{aligned}F_{0i} &= \text{diag}\{F_i, F_i, \dots, F_i\}, B_{hi} = \text{diag}\{h_i, h_i, \dots, h_i\}, \\ C_i &= \text{diag}\{L_{0i}, L_{0i}, \dots, L_{0i}\}.\end{aligned}$$

Тогда уравнения (30) примут вид

$$\begin{cases} \dot{\bar{e}}_i(t) = A_{mi} \bar{e}_i(t) + b_{0i} q_{mi}^T \Delta_i(t), \bar{e}_i(t) = L_{0i} \bar{e}_i(t); \\ \mu_1 \dot{\eta}_i(t) = F_{0i} \eta_i(t) + \mu_2 B_{hi} \theta_i(t), \Delta_i(t) = C_i \eta_i(t), \\ i = \overline{1, M}. \end{cases} \quad (32)$$

Очевидно, что условие (31) выполнено, если в качестве  $F$  взять функцию Ляпунова

$$\begin{aligned}V(\bar{e}_i(t), \eta_i(t)) &= \\ &= \sum_{i=1}^M (\bar{e}_i^T(t) H_{1i} \bar{e}_i(t) + \eta_i^T(t) H_{2i} \eta_i(t)), \end{aligned} \quad (33)$$

где положительно-определенные симметричные матрицы  $H_{1i}$ ,  $H_{2i}$  определяются из решения уравнений

$$\begin{aligned}H_{1i} F_i + F_i^T H_{1i} &= -\rho_{1i} I - Q_{1i}; \\ H_{2i} F_i + F_i^T H_{2i} &= -\rho_{2i} I - Q_{2i},\end{aligned} \quad (34)$$

где  $I$  — единичная матрица соответствующего порядка;  $\rho_{1i} > 0$ ,  $\rho_{2i} > 0$ ,  $Q_{1i} = Q_{1i}^T > 0$ ,  $Q_{2i} = Q_{2i}^T > 0$ . Таким образом, в соответствии с леммой [22] существует  $\mu_0 > 0$  такое, что при  $\mu < \mu_0$  область диссипативности системы (30) остается область  $\Omega$ . Однако необходимо отметить, что сохранение области диссипативности не гарантирует, что множество притяжения  $\Omega_1$  останется в сингулярно возмущенной системе тем же.

Вычислим полную производную от функции (33) на траекториях системы (32), принимая во внимание уравнения (34) и положив  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ :

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon_i(t), \eta_i(t)) = & \sum_{i=1}^M (-\rho_{1i} \|\varepsilon_i(t)\|^2 - \varepsilon_i^T(t) Q_{1i} \varepsilon_i(t) + \\ & + 2\varepsilon_i^T(t) H_{1i} b_{0i} q_{mi}^T \Delta_i(t) - \frac{\rho_{2i}}{\mu_0} \|\eta_i(t)\|^2 - \\ & - \frac{1}{\mu_0} \eta_i^T(t) Q_{2i} \eta_i(t) + 2\eta_i^T(t) H_{2i} B_{hi} \theta_i(t)). \end{aligned} \quad (35)$$

Воспользуемся оценками

$$2\varepsilon_i^T(t) H_{1i} b_{0i} q_{mi}^T \Delta_i(t) \leq \|\varepsilon_i(t)\|^2 + \rho_{3i} \|\eta_i(t)\|^2;$$

$$2\eta_i^T(t) H_{2i} B_{hi} \theta_i(t) \leq \frac{1}{\mu_0} \|\eta_i(t)\|^2 + \mu_0 \rho_{4i};$$

$$\begin{aligned} -\varepsilon_i^T(t) Q_{1i} \varepsilon_i(t) & \leq -\lambda_{\min}(Q_{1i}) \|\varepsilon_i(t)\|^2 \leq \\ & \leq -\frac{\lambda_{\min}(Q_{1i})}{\lambda_{\max}(H_{1i})} \varepsilon_i^T(t) H_{1i} \varepsilon_i(t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\eta_i^T(t) Q_{2i} \eta_i(t) & \leq -\lambda_{\min}(Q_{2i}) \|\eta_i(t)\|^2 \leq \\ & \leq -\frac{\lambda_{\min}(Q_{2i})}{\lambda_{\max}(H_{2i})} \eta_i^T(t) H_{2i} \eta_i(t), \end{aligned}$$

где  $\rho_{3i} = \|H_{1i} b_{0i} q_{mi}^T C_i\|^2$ ,  $\rho_{4i} = \|H_{2i} B_{hi}\| \sum_{i=1}^{2\gamma_{ui}} \delta_{1i}^2$ ;  $\lambda_{\min}$ ,

$\lambda_{\max}$  — минимальное и максимальное собственные числа указанных матриц. Подставив эти оценки в (35), получим

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon_i(t), \eta_i(t)) & \leq -\sigma_0 V + \sum_{i=1}^M (-\rho_{1i} - 1) \|\varepsilon_i(t)\|^2 - \\ & - \left( \frac{\rho_{2i}}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_0} - \rho_{3i} \right) \|\eta_i(t)\|^2 + \mu_0 \rho_{4i}, \end{aligned}$$

где  $\sigma_0 = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q_{1i})}{\lambda_{\max}(H_{1i})}, \frac{\lambda_{\min}(Q_{2i})}{\lambda_{\max}(H_{2i})} \right\}$ . Если выбрать

$\rho_{1i}$ ,  $\rho_{2i}$  из условий

$$\rho_{1i} - 1 > 0, \quad \frac{\rho_{2i}}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_0} - \rho_{3i} > 0, \quad (36)$$

тогда справедливо неравенство

$$\dot{V}(\varepsilon_i(t), \eta_i(t)) \leq -\sigma_0 V(\varepsilon_i(t), \eta_i(t)) + \sum_{i=1}^M \mu_0 \rho_{4i}.$$

Решим полученное неравенство

$$V(\varepsilon_i(t), \eta_i(t)) \leq V(0) e^{-\sigma_0 t} + \sum_{i=1}^M \frac{\mu_0 \rho_{4i}}{\sigma_0},$$

откуда видно, что, выбирая  $\mu_0$  достаточно малым числом, получим область притяжения

$$\Omega_2 = \left\{ \varepsilon_i(t), \eta_i(t): V(\varepsilon_i(t), \eta_i(t)) \leq \sum_{i=1}^M \frac{\mu_0 \rho_{4i}}{\sigma_0} \right\}.$$

Подставив в правую часть требуемое значение  $T_0$  из целевого условия (2) и учитывая неравенства

$$|\bar{e}_i(t)|^2 \leq \|\varepsilon_i(t)\|^2 \leq \frac{V(0) e^{-\sigma_0 t}}{\lambda_{\min}(H_{1i})} + \sum_{i=1}^M \frac{\mu_0 \rho_{4i}}{\sigma_0 \lambda_{\min}(H_{1i})},$$

получим оценку величины  $\delta$  в целевом условии (2):

$$\delta \leq \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(H_{1i})} \left( V(0) e^{-\sigma_0 t} + \sum_{i=1}^M \frac{\mu_0 \rho_{4i}}{\sigma_0} \right)},$$

которая показывает, что существуют числа  $\mu_0$  и  $T_0$ , обеспечивающие выполнение целевого условия. Следовательно, при  $\mu \leq \mu_0$ , изменяя  $\rho_{1i}$  в (36) и  $\mu$ , можно получить требуемую величину  $\delta$  в целевом условии (2).

К недостаткам предлагаемого алгоритма следует отнести отсутствие аналитически обоснованного выбора параметров  $\mu$  и  $\alpha_i$ . Однако они легко подбираются на этапе проектирования при моделировании. На модели объекта (1) на вход подаются максимально возможные значения  $f_i(x_i, t)$ . Постоянные составляющие не играют роли. Подбираются числа  $\mu$  и  $\alpha_i$ , обеспечивающие заданную динамическую ошибку. Число  $\mu$  обычно колеблется в пределах 0,005 до 0,05. При других значениях параметров и внешних воздействий из заданного класса неопределенности ошибка не будет превышать заданного значения.

### 3. Обсуждение

Предлагается относительно простой способ компенсации возмущений и помех. Ограничения, которые накладываются на математическую модель объекта управления, гораздо слабее, чем в других способах. Так, в методах, которые базируются на  $H_\infty$ -оптимизации, требуется, чтобы в уравнении (1) выполнялось условие  $D_i N_i^T = [0]$ , где  $[0]$  — нулевая матрица. Для случая, который исследован в данной статье, это условие не выполняется. Кроме того, удастся получить точное значение неизвестной ограниченной помехи. Основное ограничение, которое осложняет решение задачи, — это требование гурвицевости полиномов в алгоритмах вычисления помех. В статье не рассмотрен случай, когда  $D_i = B_i$ . Решение в этом случае отличается уравнением вспомогательного контура. Следует отметить, что решение второй части сформулированной задачи, а именно, компенсация возмущений, может быть получено и другими способами. Основной проблемой является выделение сигнала, который бы нес информацию или о помехах, или о возмущениях. Если эта задача решается, то получить оценку неизмеряемых функций можно другими способами.

#### 4. Пример

Для иллюстрации предложенного способа построения системы управления, которая компенсирует влияние возмущений и помех на регулируемую переменную, рассмотрим числовой пример. Рассмотрим двусвязный объект управления, математическая модель которого имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} 5y_2(t) + \\ + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} (k_1x_{11}(t) + k_2x_{12}(t) + (k_3x_{11}(t) + \\ + k_4x_{12}(t))\sin(x_{12}(t)) + f_1(t)), x_1 \in R^2; \\ \dot{x}_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & 5 & 5 \end{bmatrix} x_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} u_2(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} f_2(t) + \\ + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} 2y_1(t), x_2 \in R^3. \end{cases}$$

С локальных измерительных устройств получают сигналы

$$\begin{cases} z_1(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0,5 \end{bmatrix} \xi_1(t); \\ z_2(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_2(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 0,2 \\ 1 \end{bmatrix} \xi_2(t). \end{cases}$$

Регулируемыми величинами являются переменные

$$\begin{cases} y_1(t) = x_{11}(t) + x_{12}(t); \\ y_2(t) = x_{21}(t). \end{cases}$$

Класс неопределенности задан неравенствами  $0 < k_i < 5$ ,  $i = \overline{1,4}$ ,  $|f_l(t)| \leq 5$ ,  $l = 1, 2$ . В данном случае в уравнении (1) следующие параметры:

$$L_1 = [1 \ 1], f_1(x, t) = k_1x_{11}(t) + k_2x_{12}(t) + (k_3x_{11}(t) + k_4x_{12}(t))\sin(x_{12}(t)) + f_1(t);$$

$$L_2 = [1 \ 0 \ 0], B_1^T = [0 \ 1], D_1^T = [1 \ 1],$$

$$B_2^T = [0 \ 0 \ 3], D_2^T = [1 \ 2 \ 0].$$

Сформируем управление в соответствии с формулой (3)

$$u_i(t) = u_{ni}(t) + u_{ki}(t), i = 1, 2,$$

и введем новый измеряемый вектор (4):

$$\bar{z}_i(t) = z_i(t) + N_i v_i(t).$$

Рассмотрим подробно нахождение предложенных законов управления на примере первой подсистемы. Воспользуемся линейным преобразованием для первой подсистемы с невырожденной

$$\text{матрицей } T_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, T_1^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}. \text{ Тогда уравнение (7) примет вид}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^*(t) &= \begin{bmatrix} -8 & 1 \\ -3 & 3 \\ -1 & -1 \\ -3 & -3 \end{bmatrix} x_1^*(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} (u_{n1}(t) + u_{k1}(t)) + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} f_1(x_1, t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 15 \end{bmatrix} y_2(t); \sigma_1(t) = x_1^*(t) + \begin{bmatrix} -0,5 \\ 2 \end{bmatrix} \xi_1(t). \end{aligned}$$

Выписываем первое уравнение относительно переменной  $\sigma_{11}(t)$ , принимая во внимание уравнение выхода

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11}(t) &= -\frac{8}{3}\sigma_{11}(t) + \frac{1}{3}\sigma_{12}(t) + \\ &+ u_{n1}(t) + u_{k1}(t) - 0,5\dot{\xi}_1(t) - 2\xi_1(t). \end{aligned}$$

Формируем составляющую управляющего воздействия  $u_{n1}(t)$  в соответствии с формулой

$$u_{n1}(t) = -\frac{1}{3}\bar{\sigma}_{12}(t),$$

где  $\bar{\sigma}_{12}(t)$  — вторая компонента вектора

$$\bar{\sigma}_1(t) = T_1^{-1} \bar{z}_1(t) = \sigma_1(t) + \begin{bmatrix} -0,5 \\ 2 \end{bmatrix} v_1(t).$$

В результате подстановки  $u_{n1}(t)$  получим

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11}(t) &= -\frac{8}{3}\sigma_{11}(t) - \frac{2}{3}v_1(t) + \\ &+ u_{k1}(t) - 0,5\dot{\xi}_1(t) - 2\xi_1(t). \end{aligned}$$

Берем вспомогательный контур (12), который описывается уравнением

$$\dot{\tilde{\sigma}}_1(t) = -\frac{8}{3}\tilde{\sigma}_1(t) - \frac{2}{3}v_1(t) + u_{k1}(t),$$

и составим уравнение для сигнала рассогласования  $s_1(t) = \sigma_{11}(t) - \tilde{\sigma}_1(t)$ :

$$\dot{s}_1(t) = -\frac{8}{3}s_1(t) - 0,5\dot{\xi}_1(t) - 2\xi_1(t),$$

откуда получаем формулу, реализация которой позволяет получить значение функции  $\xi_1(t)$ :

$$\xi_1(t) = -\frac{P+8/3}{0,5P+2} s_1(t).$$

Сформировав вспомогательное управление  $v_1(t)$  в соответствии с формулой

$$v_1(t) = \frac{P+8/3}{0,5P+2} s_1(t),$$

получим  $\bar{z}_1(t) = x_1(t)$ . Преобразуем математическую модель объекта управления в одно уравнение относительно переменной  $\bar{y}_1(t) = L_1 \bar{z}_1(t)$  и составим уравнение для ошибки  $\bar{e}_1(t) = \bar{y}_1(t) - y_{m1}(t)$ :

$$\begin{aligned} (P^2 + 3P + 1)\bar{e}_1(t) = \\ = (P + 3)u_{k1}(t) + (P + 5)f_1(x, t) - \\ - (P^2 + 3P + 1)y_{m1}(t). \end{aligned}$$

В данном случае относительная степень  $\gamma_1 = 1$ . Поэтому формула (28) примет вид

$$u_{k1}(t) = -5\frac{P+4}{\mu P} \bar{e}_1(t).$$

Таким образом, алгоритм функционирования первой системы управления описывается следующими уравнениями:

$$u_1(t) = u_{n1}(t) + u_{k1}(t);$$

$$\bar{z}_1(t) = z_1(t) + N_1 v_1(t);$$

$$\sigma_1(t) = T_1^{-1} z_1(t);$$

$$\bar{\sigma}_1(t) = T_1^{-1} \bar{z}_1(t);$$

$$u_{n1}(t) = -\frac{1}{3} \bar{\sigma}_{12}(t);$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_1(t) = -\frac{8}{3} \tilde{\sigma}_1(t) - \frac{2}{3} v_1(t) + u_{k1}(t);$$

$$s_1(t) = \sigma_{11}(t) - \tilde{\sigma}_1(t);$$

$$v_1(t) = \frac{P+8/3}{0,5P+2} s_1(t);$$

$$\bar{y}_1(t) = L_1 \bar{z}_1(t);$$

$$\bar{e}_1(t) = \bar{y}_1(t) - y_{m1}(t);$$

$$u_{k1}(t) = -\alpha_1 \frac{P+4}{\mu P} \bar{e}_1(t).$$

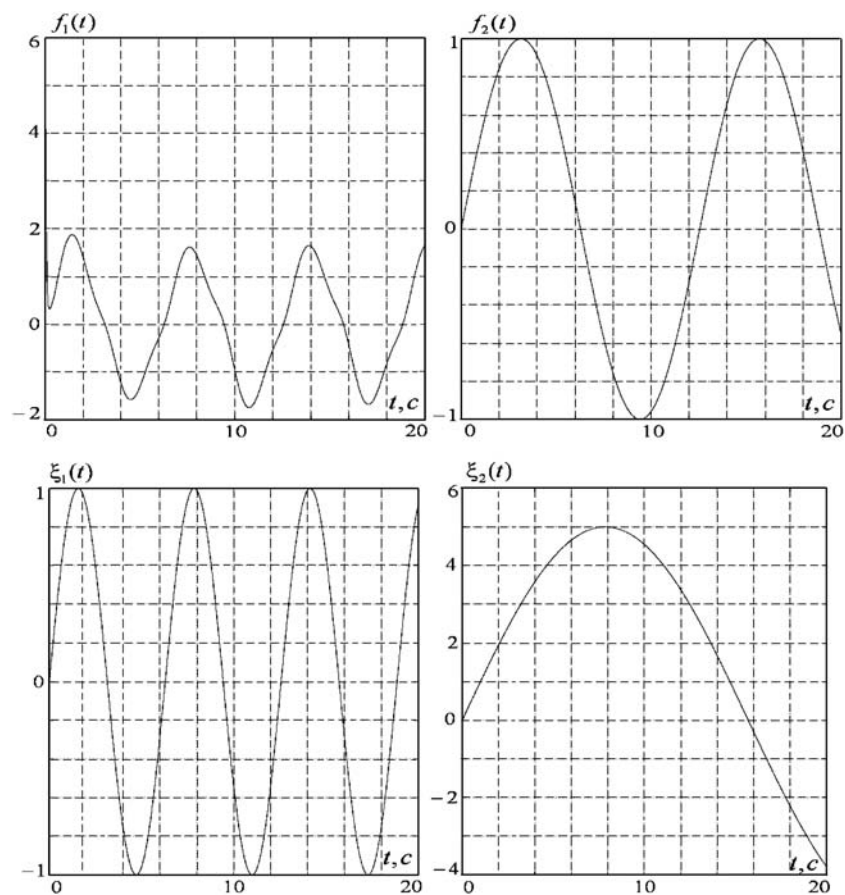


Рис. 1. Возмущающие воздействия и помехи

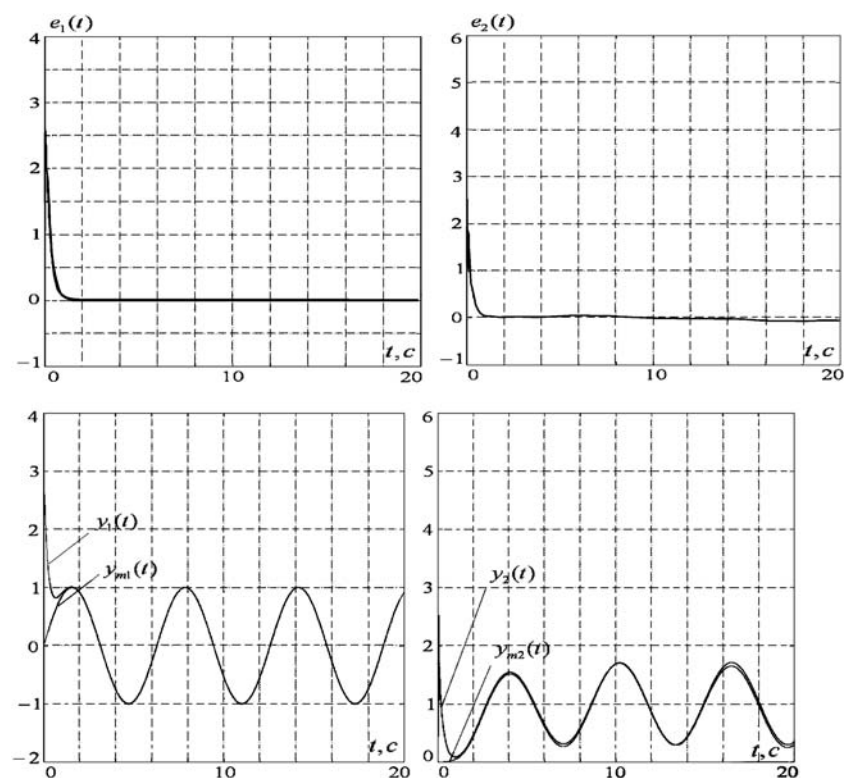


Рис. 2. Переходные процессы

Алгоритм функционирования второй системы управления описывается следующими уравнениями:

$$u_2(t) = u_{n2}(t) + u_{k2}(t); \bar{z}_2(t) = z_2(t) + N_2 v_2(t);$$

$$u_{n2}(t) = -\frac{1}{3} [-5 \ 5 \ 0] z_2 - \frac{1}{3} 6 \bar{z}_{23}(t); \tau_2 = 6;$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_2(t) = -\tilde{\sigma}_2(t) - 6v_2(t) + 3u_{k2}(t);$$

$$s_2(t) = z_{23}(t) - \tilde{\sigma}_2(t); v_2(t) = \frac{P+1}{P+4} s_2(t);$$

$$\bar{y}_2(t) = L_2 \bar{z}_2(t); \bar{e}_2(t) = \bar{y}_2(t) - y_{m2}(t);$$

$$u_{k2}(t) = -\alpha_2 \frac{(P+1)^3}{(\mu P+1)^3 - 1} \bar{e}_2(t).$$

На рис. 1, 2 представлены результаты моделирования при следующих исходных данных:  $\alpha_1 = 5$ ,  $\alpha_2 = 1,5$ ,  $\mu = 0,01$ ,  $k_i = 1$ ,  $i = \overline{1,4}$ ,  $x_1(0) = [2; 1]$ ,  $x_2(0) = [5; 1; 1]$ . Величина  $\delta$  в целевом условии (2) не превышает значения 0,02 для любых параметров математической модели из заданного класса неопределенности.

### Заключение

Решена задача децентрализованного слежения за эталонным сигналом для многосвязного объекта, на который действуют внешние ограниченные возмущения, а в каналах измерения вектора состояния объекта присутствуют аддитивные помехи, порожденные одним источником. При определенных структурных ограничениях на математическую модель объекта управления удается выделить сигнал, несущий информацию только о помехах. Это позволило получить точную оценку помех и осуществлена работа полученного децентрализованного алгоритма слежения. Результаты моделирования подтверждают теоретические утверждения. Они продемонстрировали, что при значительном уровне помех, параметрических и внешних возмущениях возможна компенсация их влияния на регулируемую переменную с требуемой точностью.

Следует отметить, что достоинство предлагаемого алгоритма в том, что структура локального регулятора совпадает со структурой регулятора односвязной системы, что является существенным преимуществом при управлении пространственно протяженными многосвязными объектами. К недостаткам следует отнести отсутствие аналитически обоснованного алгоритма выбора параметров регулятора.

### Список литературы

1. Поляк Б. Т., Шербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
2. Никифоров В. О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб.: Наука, 2003.
3. Буков В. Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во научной литературы Н. Ф. Бочкаревой, 2006.
4. Никифоров В. О. Наблюдатели внешних возмущений. 1. Объекты с известными параметрами // АиТ. 2004. № 10. С. 13–24.
5. Никифоров В. О. Наблюдатели внешних возмущений. 2. Объекты с неизвестными параметрами // АиТ. 2004. № 11. С. 40–48.
6. Никифоров В. О. Нелинейная система управления с компенсацией детерминированных возмущений // Известия РАН. Теория и системы управления. 1997. № 4. С. 69–73.
7. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.
8. Буков В. Н., Сельвесюк Н. И. Аналитический синтез робастных регуляторов на основе параметрических уравнений Лурье — Риккати // АиТ. 2007. № 2. С. 6–16.
9. Бобцов А. А. Алгоритм робастного управления линейным объектом по выходу с компенсацией неизвестного детерминированного возмущения // Известия РАН. Теория и системы управления. 2003. № 2. С. 93–97.
10. Бобцов А. А. Алгоритм робастного управления неопределенным объектом без измерения производных регулируемой переменной // АиТ. 2003. № 8. С. 82–96.
11. Doyle J. C., Glover K., Khargonekar P. P., Francis B. A. State-space solution to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems // IEEE Trans. Automat. Control. 1989. V. 34. N 8.
12. Егупов Н. Д. (ред.) Методы современной теории автоматического управления. М.: Изд. МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. Т. 5.
13. Позняк А. С. Основы робастного управления ( $H_\infty$ -теория). М.: Изд-во МФТИ, 1991.
14. Цыкунов А. М. Алгоритм робастного управления линейными динамическими объектами по выходу // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 8. С. 7–12.
15. Цыкунов А. М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу. М.: Физматлит, 2009.
16. Parsheva E. Robust decentralized control with scalar output of multivariable plants with uncertain structures // 6<sup>th</sup> IFAC Symposium on Robust Control Design, ROCOND'09. Haifa, Israel, June 16–18, 2009. P. 54–59.
17. Паршева Е. А. Децентрализованное робастное управление многозвенным манипулятором сварочного производства // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 2. С. 29–35.
18. Цыкунов А. М. Робастное управление линейным объектом по косвенным измерениям // Проблемы управления. 2009. № 3. С. 13–22.
19. Цыкунов А. М. Компенсация возмущений при управлении линейным объектом по косвенным измерениям // АиТ. 2010. № 2. С. 120–129.
20. Зайцева М. В., Паршева Е. А. Робастное управление линейным объектом при наличии возмущений и помех // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 3. С. 2–6.
21. Миркин Б. М., Цой Ман-Су. Адаптивное децентрализованное управление динамическими системами. Бишкек: Илим, 1991.
22. Брусин В. А. Об одном классе сингулярно возмущенных адаптивных систем. I // АиТ. 1995. № 4. С. 119–127.

УДК 681.518.001.5

**М. Ю. Косинский**, аспирант,  
kosinskim@mail.ru,

**В. А. Шихин**, канд. техн. наук, доц.,  
НИУ Московский энергетический институт

## Разработка нейронечеткой модели для задач анализа эксплуатационной надежности автоматизированных систем

*Исследованы возможности нейронечетких технологий в задачах анализа эксплуатационной надежности автоматизированных систем. Разработана нейронечеткая модель, на основе которой предложено проводить анализ. Работа модели проверена на числовом примере.*

**Ключевые слова:** теория нечетких множеств, искусственные нейронные сети, надежность

### Введение

При расчете эксплуатационной надежности автоматизированных систем, уже находящихся на стадии промышленной эксплуатации, возникают сложности. В отличие от расчетов проектной надежности (на этапе проектирования) дополнительные сложности связаны с нехваткой данных о показателях надежности отдельных элементов системы, уже ранее установленных на объекте. Кроме того, необходимо учитывать состояние и возраст оборудования, возможно подвергавшегося эксплуатации в тяжелых условиях. Новые возможности в области практического решения указанных задач представляются на основе применения и развития математических подходов, связанных с современными результатами теории нечетких множеств и нейронных сетей [1]. Для решения указанной выше задачи хорошо себя зарекомендовала методика, основанная на использовании нечеткой модели надежности [2, 3]. Данная модель позволяет дать понятную интерпретацию выполняемых действий, но не способна обучаться, т. е. выполнять автоматическую настройку параметров функций принадлежности на основе известной информации. Отметим, что в ходе эксплуатации формируются данные по надежности (например, записи в эксплуатационных журналах), которые хоть и нельзя использовать для расчета надежности с помощью классических методов, однако можно было бы применить для настройки модели надежности и повышения ее точности. С такой задачей успешно справляются искусствен-

ные нейронные сети (ИНС), которые в отличие от систем нечеткого вывода могут настраивать свои параметры (весовые коэффициенты) на основе выборки данных. Однако реализуемые ими функции часто не поддаются понятной интерпретации. В разрабатываемой модели надежности предлагается комбинировать аппараты нечеткой логики и ИНС, чтобы выделить преимущества каждого из них, но при этом компенсировать их недостатки. Самым эффективным способом сочетания нечеткой логики и ИНС являются нейронечеткие системы, которые, с одной стороны, могут рассматриваться как системы нечеткого вывода (а значит, понятно интерпретировать получаемые результаты), а с другой — как ИНС, состоящие из нейронов специального вида (а значит, могут обучаться).

### Формализация задачи в терминах нейронечетких систем

Разрабатываемую нейронечеткую модель надежности можно рассматривать и как ИНС прямого распространения, и как систему нечеткого вывода. Процедура оценивания надежности с помощью нее так же, как и у нечеткой модели, состоит из трех этапов: фазификации, нечеткого логического вывода и дефазификации. Компоненты такой системы нечеткого вывода (множество функций принадлежности и решающих правил) предлагается формировать на основе выборки с данными по эксплуатации с помощью методов кластеризации, а дальнейшую ее настройку осуществлять с применением методов обучения ИНС. Таким образом, для ее разработки необходимо последовательно решить следующие задачи:

1. Формирование множества термов лингвистических переменных и базы решающих правил.
2. Формирование функций принадлежности входных и выходных лингвистических переменных.
3. Определение способа формирования нечеткого логического вывода и способа дефазификации.
4. Настройка параметров функций принадлежности входных и выходных лингвистических переменных.

### Задача формирования множества термов лингвистических переменных и базы решающих правил на основе выборки данных

На данном этапе фактически происходит структурная идентификация разрабатываемой нейронечеткой модели надежности. В разрабатываемой модели предлагается использовать тот же набор



лингвистических переменных, что и у ранее разработанной нечеткой модели [2]:

1) срок эксплуатации системы: **<срок эксплуатации>**  $T$ ;

2) отклонение работы системы от номинального режима: **<отклонение режима>**  $\delta$ ;

3) сложность системы: **<сложность системы>**  $N$ ;

4) коэффициент готовности системы: **< $K_r$ >**  $K$ .

Одним из наиболее часто используемых методов для формирования множества термов и базы решающих правил на основе выборки данных является метод субтрактивной кластеризации [4]. Введем в рассмотрение выборку данных  $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$  объемом  $n$  в  $M$ -мерном пространстве, где первые  $L$  координат вектора  $Z_i$  соответствуют вектору входных переменных модели, а оставшиеся  $(M - L)$  — вектору выходных переменных, т. е.  $Z_i = (X_i, Y_i)$ ,  $X_i \in R^L$ ,  $Y_i \in R^{M-L}$ ,  $X_i = (x_1^{(i)} \dots x_L^{(i)})$ ,  $Y_i = (y_1^{(i)} \dots y_{(M-L)}^{(i)})$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Согласно этому методу сначала для каждой  $i$ -й точки выборки  $Z$  рассчитывается значение потенциала  $P_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ :

$$P_i = \sum_{j=1}^n e^{-\alpha \|Z_i - Z_j\|^2}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  является настраиваемым параметром, определяющим область, охватываемую каждым кластером. Данный параметр влияет на число выделяемых в этой выборке кластеров и ширину области, охватываемой каждым из них. В ходе разработки модели начальное значение параметра  $\alpha$  определяли путем подбора для обеспечения компромисса между числом кластеров и принятыми ограничениями на точность модели. Конкретное числовое значение параметра, таким образом, зависит от системы, надежность которой анализируется. Согласно рекомендациям, приведенным в [4], авторы использовали значение  $\alpha = 0,5$ . Чем плотнее расположены точки в окрестности потенциального центра кластера, тем выше значение его потенциала. Точка из исходной выборки  $Z$  с максимальным потенциалом определяется в качестве центра  $Z_1^*$  первого кластера. После этого все рассчитанные потенциалы пересчитываются относительно потенциала первого кластера, и из выборки  $Z$  итерационно выбираются центры кластеров среди точек с максимальными потенциалами. В результате получим множество  $Z^* = \{Z_1^*, Z_2^* \dots Z_c^*\}$  из  $c$  центров кластеров.

Рассмотрим координаты центров выделенных кластеров. Разложим координаты каждого из центров  $Z_i^*$  на два составляющих вектора  $X_i^* = (x_1^{(i)*} \dots x_L^{(i)*})$  и  $Y_i^* = (y_1^{(i)*} \dots y_{(M-L)}^{(i)*})$ ,  $i = 1, \dots, c$ , где  $X_i^*$  состоит из первых  $L$  координат  $Z_i^*$  (т. е. из координат центров кластеров в пространстве входов), а  $Y_i^*$  — из

$M - L$  координат (т. е. из координат центров кластеров в пространстве выходов). В результате получили  $c$  соответствий, в которых для значений переменных на входе  $X = X_i^*$  выходные переменные будут принимать значение  $Y = Y_i^*$ . Эти соответствия можно рассматривать в качестве решающих правил и использовать в следующей форме:

$$\begin{aligned} &\text{"Если } x_1 \text{ это } x_1^{(i)*} \text{ и } x_2 \text{ это } x_2^{(i)*} \dots \\ &\text{то } y_1 \text{ это } y_1^{(i)*} \text{ и } y_2 \text{ это } y_2^{(i)*} \dots". \end{aligned} \quad (2)$$

Следовательно, множество выделенных из выборки кластеров есть множество термов, описывающих определенные состояния автоматизированной системы.

Для введенных лингвистических переменных **<отклонение режима>**  $\delta$ , **<сложность системы>**  $N$ , **<срок эксплуатации>**  $T$ , **< $K_r$ >**  $K$  множество термов примет следующий вид:  $Z^* = \{\{\delta_1 \dots \delta_c\}, \{N_1 \dots N_c\}, \{T_1 \dots T_c\}\}$ . Для удобства упорядочим термы таким образом, чтобы терм, расположенный левее на числовой оси, имел меньший номер. База решающих правил для разрабатываемой модели приняла вид: "Если  $\delta = \delta_r$  и  $N = N_j$  и  $T = T_b$ , то  $K = K_d$ ", где  $r, j, b, d = 1, \dots, c$ .

#### Задача определения начальных параметров функций принадлежности термов входных и выходных переменных

Если выражение потенциала (1) записать для  $X$  из выборки  $Z$ , относительно  $X_i^*$  из  $Z_i^*$ , то можно определить степень принадлежности  $X$  к  $i$ -му кластеру как

$$w_i(X) = e^{-\alpha \|X - X_i^*\|^2}, \quad i = 1, \dots, c. \quad (3)$$

С учетом (2) выражение (3) определяет степень активации решающего правила, определяемого координатами центра кластера  $Z_i^*$ . Соответственно, рассчитать значение выходного вектора  $Y$  можно как средневзвешенное значение выходов всех правил:

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^c w_i Y_i^*}{\sum_{i=1}^c w_i}. \quad (4)$$

Для того чтобы получить выражения функций принадлежности для термов каждой из входных переменных, т. е. для компонент вектора  $X = (x_1, \dots, x_L)$ , перепишем (3) в скалярной форме:

$$\mu_i(x_j) = e^{-\alpha (x_j - x_j^{(i)*})^2}. \quad (5)$$

Выражение (5) соответствует функции принадлежности Гауссова типа для  $i$ -го терма перемен-

ной  $x_j$ . Здесь  $x_j^{(i)*}$  —  $j$ -я координата  $X_i^*$  (т. е. центра  $i$ -го кластера),  $i = 1, \dots, c$ ,  $j = 1, \dots, L$ . В результате на основе выборки данных с использованием понятия потенциала кластера выполнен переход от набора кластеров к системе нечеткого вывода, где значение потенциала точки будет соответствовать степени активации решающего правила (3), расчет потенциалов по каждой координате точки — фазификации (5), а расчет выходного значения как средневзвешенной суммы центров всех кластеров — дефазификации (4), что соответствует нечеткой модели Сугено—Такаги.

На следующем этапе необходимо определить функции принадлежности для выходной переменной. Для повышения точности нечеткого вывода можно задать выходное значение каждого правила не в виде константы, а в виде линейной функции входных переменных:

$$Y_i^* = G_i X^* + h_i. \quad (6)$$

Здесь  $G_i$  — это матрица размерности  $(M - L) \times L$ , а  $h_i$  — вектор-столбец размерности  $(M - L)$ ,  $i = 1, \dots, c$ . В результате получится модель нечеткого вывода типа Сугено—Такаги 1-го порядка, где консеквентом каждого правила является линейная комбинация входных переменных. Такая модель позволяет описывать поведение сложных систем при небольшом объеме базы решающих правил. Настройка уравнений (6) может осуществляться на основе имеющейся выборки данных с помощью метода наименьших квадратов (МНК). Для этого, учитывая (4), введем следующий параметр:  $\rho_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^c w_i}$ .

Тогда можно получить следующее уравнение

$$Y = \sum_{i=1}^c \rho_i Y_i^* = \sum_{i=1}^c \rho_i (G_i X + h_i),$$

приведя которое к матричному виду и подставив значения  $X$  и  $Y$  из выборки  $Z$ , получаем

$$\begin{bmatrix} \rho_1 X_1^T & \rho_1 & \dots & \rho_c X_1^T & \rho_c \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_1 X_n^T & \rho_1 & \dots & \rho_c X_n^T & \rho_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1^T \\ h_1^T \\ \vdots \\ G_c^T \\ h_c^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1^T \\ \vdots \\ Y_n^T \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Из (7) помощью МНК найдем неизвестные значения элементов матриц  $G_i$  и вектор-столбцов  $h_i$ , т. е. коэффициенты функций принадлежности выходной переменной.

В случае синтеза модели надежности с тремя входными переменными, где  $X = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $x_1 = \delta$ ,

$x_2 = N$ ,  $x_3 = T$ , для  $c$  термов единственной выходной переменной  $\langle K_r \rangle$  можно записать уравнения функций принадлежности следующего вида:

$$K_i = h_i + g_{i1}\delta + g_{i2}N + g_{i3}T, \text{ где } i = 1, \dots, c.$$

### Задача формирования нечеткого логического вывода и решение задачи дефазификации

Основой для проведения операции нечеткого логического вывода в разрабатываемой модели являются решающие правила и функции принадлежности, полученные ранее. Однако, учитывая, что в результате структурной идентификации нечеткой модели функции принадлежности термов выходной переменной представляют собой линейные зависимости (6), нечеткий логический вывод и дальнейшая дефазификация будут основываться на модели Сугено—Такаги [5]. Нечеткий логический вывод здесь основывается на базе решающих правил типа "Если-То". Правила в базе знаний Сугено являются своего рода переключателями с одного линейного закона "входы — выход" на другой, тоже линейный. Границы подобластей размытые, следовательно, одновременно могут выполняться несколько линейных законов, но с различными степенями. На первом шаге определяется степень активации каждого из правил:

$$w_i = \prod_{j=1}^n \mu_j(x_j), \quad i = 1, \dots, r. \quad (8)$$

Здесь  $r$  — число активированных правил,  $n$  — число входных переменных. Затем рассчитывается выход каждого из активированных правил:

$$y_i = \sum_{j=1}^n g_{ij}x_j + h_i, \quad i = 1, \dots, c.$$

Дефазифицированное значение выходной переменной рассчитывается как средневзвешенная сумма выходов всех активированных правил по следующей формуле:

$$y_o = \frac{\sum_{i=1}^r y_i w_i}{\sum_{i=1}^r w_i}. \quad (9)$$

Однако на данном этапе проведена только структурная идентификация модели, чего недостаточно для полноценной ее работы. Согласно (5), полученные в результате идентификации функции принадлежности каждого из термов имеют одинаковую форму и различаются лишь положением на числовой оси, что также может отрицательно сказаться на ее точности. Приведенные факты обуславливают необходимость дальнейшей настройки полученной модели.

### Задача настройки параметров модели на основе нейронечеткого подхода

На данном этапе проводится настройка параметров модели с помощью методов обучения нейронных сетей [6], т. е. происходит ее параметрическая идентификация. Настройка выполняется на основе комбинации метода обратного распространения ошибки и метода наименьших квадратов. Для использования методов обучения нейронных сетей для настройки нечеткой модели типа Сугено—Такаги представим ее в виде эквивалентной ей пятислойной нейронной сети прямого распространения вида, представленной на рис. 1.

**Слой 1** данной сети состоит из настраиваемых нейронов, а входами данного слоя являются входные лингвистические переменные. Функция активации каждого из нейронов является функцией принадлежности терма лингвистической переменной.

**Слой 2** является неадаптивным слоем. Выходами узлов этого слоя являются степени активации каждого правила, т. е. вес, определяемый нечеткой логической операцией "И" как произведение функций принадлежности:

$$w_i = \prod_{j=1}^n \mu_j(x_j), \quad 1 \leq i \leq c.$$

**Слой 3** состоит из неадаптивных узлов, которые определяют отношение степени активации (веса)  $i$ -го правила к сумме весов всех правил:

$$\bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2 + \dots + w_c}, \quad i = 1, \dots, c.$$

**Слой 4** состоит из адаптивных узлов, которые выполняют операцию нормированного вывода каждого правила:

$$\bar{w}_i y_i = \bar{w}_i (g_{1i} x_1 + \dots + g_{(M-N)i} x_{M-N} + h_i), \quad i = 1, \dots, c.$$

**Слой 5** состоит из единственного неадаптивного узла, который вычисляет полное выходное значение

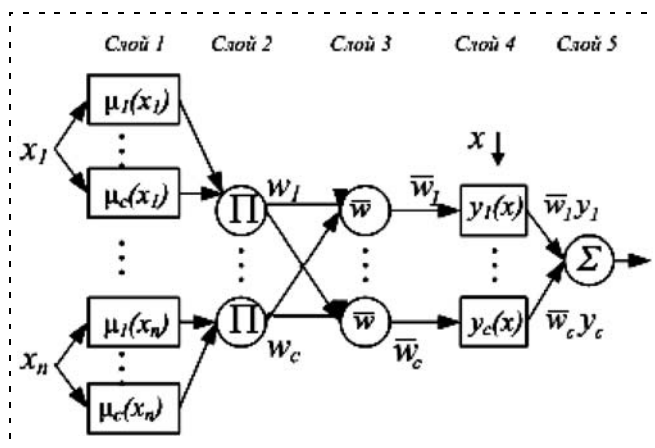


Рис. 1. Нейронная сеть, эквивалентная системе нечеткого вывода Сугено—Такаги

ние выходной переменной сети как сумму всех нормированных выводов каждого правила:

$$y_0 = \sum_{i=1}^c \bar{w}_i y_i.$$

Процесс обучения сети состоит из прямого и обратного проходов на каждой эпохе. Во время прямого прохода мы предъявляем выборку на вход сети, и функциональные сигналы идут по ней в прямом направлении, чтобы рассчитать выход каждого узла сети и рассчитать значения параметров функций принадлежности выходной переменной с помощью МНК. Таким образом, идет настройка параметров *слоя 5*. После этого для каждого рассчитанного значения на выходе сети определяется мера ошибки относительно данных из обучающей выборки и ее производная. Во время обратного прохода по сети последовательно идет расчет производной меры ошибки на выходе каждого из внутренних слоев. Соответственно, параметры первого слоя (т. е. параметры функций принадлежности) корректируются согласно методу градиента.

В процессе обучения корректируются коэффициенты функций принадлежности выходной переменной  $\langle K_i \rangle$ , а их уравнения будут выглядеть следующим образом:

$$K_i = h'_i + g'_{i1} \delta + g'_{i2} N + g'_{i3} T, \quad \text{где } i = 1, \dots, c.$$

### Апробация нейронечеткой модели

В результате последовательного решения задач, рассмотренных в предыдущих пунктах, получена модель для оценивания эксплуатационной надежности, общая структура которой может быть представлена в виде, показанном на рис. 1. Проиллюстрируем алгоритм ее работы на следующем примере применительно к предметной области автоматизированных информационно-измерительных систем коммерческого учета электроэнергии (АИИС КУЭ) в части оценивания эксплуатационной надежности уровня информационно-вычислительного комплекса электроустановки (ИВКУЭ). На основе двух выборок (обучающей и тестовой) с данными по эксплуатации проведем идентификацию модели надежности. Полученные функции принадлежности для входных и выходной переменных, а также решающие правила представлены на рис. 2—4 (см. третью сторону обложки), табл. 1 и 2.

Для обучения модели использовали выборку с данными по эксплуатации объемом 1000 и тестирующую выборку такого же объема. В ходе обучения было определено оптимальное число эпох обучения, равное 600, при котором достигалась минимальная ошибка  $\delta_{об} = 0,0041$  при проверке на тестирующей выборке, но при этом еще не происходила адаптация сети под отдельную выборку.

Зададим значения входных переменных:  $\langle \text{отклонение режима} \rangle \delta = 40 \%$ ,  $\langle \text{сложность систе-$

Таблица 1  
Функции принадлежности выходной переменной  $\langle K_r \rangle K$

№	Выражение функции принадлежности
1	$K_1 = 0,0002 - 0,0034\delta - 0,0025N + 1,0157T$
2	$K_2 = 0,0002 - 0,0005\delta - 0,0035N + 1,0242T$
3	$K_3 = 0,0003 - 0,0020\delta - 0,0087N + 1,0399T$
4	$K_4 = 0,0001 - 0,0012\delta - 0,0052N + 0,9593T$
5	$K_5 = 0,0005 - 0,0047\delta - 0,0038N + 1,0444T$
6	$K_6 = 0,0003 - 0,0140\delta - 0,0041N + 1,1875T$
7	$K_7 = 0,0005 - 0,0024\delta - 0,0009N + 1,0358T$
8	$K_8 = -0,0006 - 0,0032\delta - 0,0198N + 1,4732T$
9	$K_9 = -0,0013 + 0,0075\delta + 0,0017N + 0,9195T$
10	$K_{10} = 0,0006 - 0,0066\delta + 0,0031N + 1,0359T$
11	$K_{11} = 0,0001 + 0,0007\delta + 0,0020N + 0,8721T$
12	$K_{12} = 0,0074 - 0,0016\delta - 0,0059N + 1,3038T$
13	$K_{13} = 0,0012 - 0,0002\delta + 0,0006N + 1,0539T$
14	$K_{14} = 0,0085 + 0,0019\delta - 0,0106N - 0,5467T$
15	$K_{15} = 0,0011 - 0,0013\delta - 0,0027N + 1,0663T$
16	$K_{16} = 0,0002 - 0,0174\delta - 0,0024N + 0,9391T$
17	$K_{17} = 0,0005 - 0,0024\delta - 0,0064N + 1,1435T$
18	$K_{18} = 0,0032 - 0,0041\delta + 0,0007N + 0,9882T$
19	$K_{19} = -0,0013 + 0,0777\delta + 0,0103N + 0,6096T$
20	$K_{20} = 0,0006 - 0,0044\delta - 0,0076N + 1,1018T$

мы  $\delta_r = 9$ ,  $\langle \text{срок эксплуатации} \rangle T = 6,5$  лет. На этапе фаззификации происходит определение степеней активации термов каждой из входных переменных. Затем согласно (8) определяется степень активации каждого из 20 правил как произведение степеней активаций термов  $\delta_r$ ,  $N_j$ ,  $T_b$ , входящих в  $i$ -е правило:

$$w_i = \mu_{\delta_r}(\delta) \mu_{N_j}(N) \mu_{T_b}(T), i, r, j, b = 1, \dots, 20. \quad (10)$$

Рассмотрим эту процедуру на примере решающего правила 1 из табл. 2:

$$[\delta = \delta_9] \wedge [N = N_{11}] \wedge [T = T_{10}] \Rightarrow y_1 = K_1.$$

Степень активации  $w_1$  правила 1 вычисляется согласно (10):

$$\begin{aligned} w_1 &= \mu_{\delta_9}(40) \mu_{N_{11}}(9) \mu_{T_{10}}(6,5) = \\ &= 0,57 \cdot 0,94 \cdot 0,54 = 0,29. \end{aligned}$$

Таблица 2  
Решающие правила нейронечеткой модели надежности

№ правила	Решающее правило
1	$[\delta = \delta_9] \wedge [N = N_{11}] \wedge [T = T_{10}] \Rightarrow y = K_1$
2	$[\delta = \delta_{12}] \wedge [N = N_{17}] \wedge [T = T_{15}] \Rightarrow y = K_2$
3	$[\delta = \delta_8] \wedge [N = N_4] \wedge [T = T_6] \Rightarrow y = K_3$
4	$[\delta = \delta_{10}] \wedge [N = N_{13}] \wedge [T = T_1] \Rightarrow y = K_4$
5	$[\delta = \delta_{11}] \wedge [N = N_5] \wedge [T = T_{14}] \Rightarrow y = K_5$
6	$[\delta = \delta_5] \wedge [N = N_{12}] \wedge [T = T_{16}] \Rightarrow y = K_6$
7	$[\delta = \delta_6] \wedge [N = N_{16}] \wedge [T = T_{11}] \Rightarrow y = K_7$
8	$[\delta = \delta_{14}] \wedge [N = N_9] \wedge [T = T_{19}] \Rightarrow y = K_8$
9	$[\delta = \delta_{16}] \wedge [N = N_{10}] \wedge [T = T_4] \Rightarrow y = K_9$
10	$[\delta = \delta_3] \wedge [N = N_{18}] \wedge [T = T_{18}] \Rightarrow y = K_{10}$
11	$[\delta = \delta_{17}] \wedge [N = N_{14}] \wedge [T = T_{17}] \Rightarrow y = K_{11}$
12	$[\delta = \delta_{13}] \wedge [N = N_{20}] \wedge [T = T_9] \Rightarrow y = K_{12}$
13	$[\delta = \delta_4] \wedge [N = N_7] \wedge [T = T_8] \Rightarrow y = K_{13}$
14	$[\delta = \delta_{19}] \wedge [N = N_{19}] \wedge [T = T_7] \Rightarrow y = K_{14}$
15	$[\delta = \delta_2] \wedge [N = N_{15}] \wedge [T = T_3] \Rightarrow y = K_{15}$
16	$[\delta = \delta_{18}] \wedge [N = N_2] \wedge [T = T_{13}] \Rightarrow y = K_{16}$
17	$[\delta = \delta_7] \wedge [N = N_3] \wedge [T = T_{20}] \Rightarrow y = K_{17}$
18	$[\delta = \delta_{15}] \wedge [N = N_1] \wedge [T = T_2] \Rightarrow y = K_{18}$
19	$[\delta = \delta_{20}] \wedge [N = N_6] \wedge [T = T_3] \Rightarrow y = K_{19}$
20	$[\delta = \delta_1] \wedge [N = N_8] \wedge [T = T_{12}] \Rightarrow y = K_{20}$

Графически процесс вычисления показан на рис. 5.

Согласно полученным ранее функциям принадлежности выходной переменной  $\langle K_r \rangle K$  из табл. 1 для правила 1 получаем:

$$\begin{aligned} K_1 &= 0,0002 - 0,0034 \cdot 40 - 0,0025 \cdot 9 + \\ &+ 1,0157 \cdot 6,5 = 0,9755 \end{aligned}$$

и находим взвешенное значение выхода правила

$$w_1 K_1 = 0,29 \cdot 0,9755 = 0,2835.$$

Аналогичные вычисления повторяем для остальных активированных правил. Согласно (9), разделив сумму всех взвешенных выходов правил на сумму степеней их активации, получим дефазифицированное значение выходной переменной  $K = 0,9864$ .

Приведенный пример показывает, что с помощью разработанной модели можно быстро и достаточно получить оценку текущей эксплуатационной на-

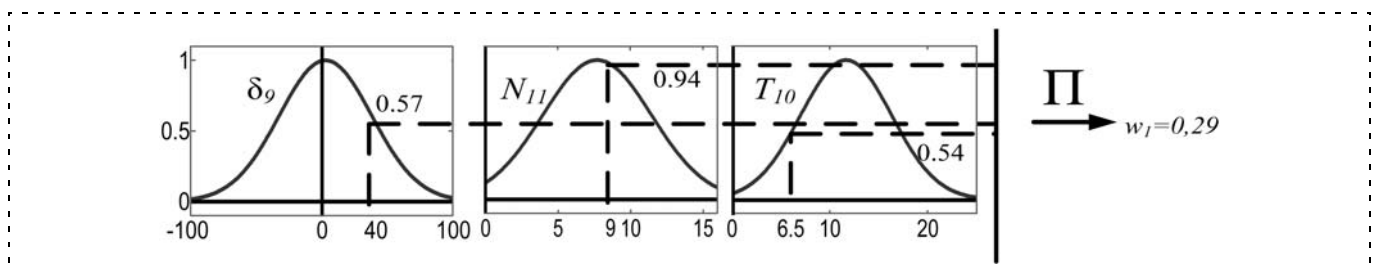


Рис. 5. Получение степени активации решающего правила 1

дежности автоматизированной системы. А реализация модели программными средствами позволит получить инструмент, позволяющий не только оценивать текущую надежность системы, но и прогнозировать ее в различных условиях эксплуатации.

### Заключение

1. Определена новая область применения нейронечетких моделей — анализ надежности автоматизированных систем. При этом исследована возможность анализа надежности автоматизированных систем, находящихся на стадии промышленной эксплуатации. Рассмотрен процесс построения нейронечеткой модели надежности на основе методов кластеризации и методов обучения ИНС.

2. Предложено использовать модель нечеткого вывода Сугено и способ дефаззификации на основе средневзвешенной суммы выходов всех активированных правил.

3. По результатам проведенных исследований предложена нейронечеткая модель анализа надежности.

4. На числовом примере продемонстрирована возможность ее применения в задачах анализа надежности автоматизированных систем.

### Список литературы

1. Палис Ф., Филаретов В. Ф., Цепковский Ю. А., Юхимец Д. А. Особенности синтеза прогнозирующих систем с нейрофаззи сетями для управления нелинейными динамическими объектами с переменными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. Приложение. 2007. № 4. С. 11—18.
2. Косинский М. Ю., Шихин В. А. Исследование возможностей нечетких моделей для оценивания эксплуатационной надежности автоматизированных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 8. С. 35—42.
3. Косинский М. Ю., Шихин В. А., Шатский М. А. Элемент системы поддержки принятия решений при оценке эксплуатационной надежности многокомпонентных технических систем на основе теории нечетких множеств // Интеллектуальные системы. Тр. 9-го междунар. симпозиума / Под ред. К.А. Пупкова. М.: РУСАКИ, 2010. С. 494—497.
4. Chiu S. Fuzzy Model Identification Based on Cluster Estimation // Journal of Intelligent & Fuzzy Systems. 1994. Vol. 2. N. 3.
5. Sugeno M. Industrial applications of fuzzy control. Elsevier Science Pub. Co., 1985.
6. Jyh-Shing Roger Jang. ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System // IEEE Transactions On Systems, Man, And Cybernetics. 1993. Vol. 23. N 3. P. 665—685.

УДК 621:658.011.56

**В. С. Титов**, д-р техн. наук, проф., зав. каф.,  
titov-kstu@rambler.ru,

**М. В. Бобырь**, канд. техн. наук, доц.,  
fregat\_mn@rambler.ru,

**А. В. Анциферов**, аспирант,  
antsiferov.artem@gmail.com,

Юго-Западный государственный университет,  
г. Курск

## Алгоритм высокоскоростной обработки деталей на основе нечеткой логики\*

*Рассмотрена специфика высокоскоростной обработки деталей на оборудовании с ЧПУ. Предложены автоматизированная система управления высокоскоростной обработкой деталей и алгоритм ее работы.*

**Ключевые слова:** высокоскоростная обработка деталей, оборудование с ЧПУ, эффект Пельтье, интенсивность охлаждения, температура в зоне резания

### Введение

Технология высокоскоростной обработки деталей (ВСО) относится к наиболее прогрессивным и быстро развивающимся технологиям, применяемым на оборудовании с ЧПУ. Уже сегодня про-

\*Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009—2013 годы" № 14.740.11.1003.

мышленность ведущих стран мира использует технологию ВСО для обработки деталей на скоростях 1000...7500 об/мин.

Основными проблемами при применении технологии ВСО являются конструктивная сложность систем охлаждения лезвийного инструмента в зоне резания, вызванная применением смазочно-охлаждающих жидкостей (СОЖ), а также вычислительная сложность математических моделей и алгоритмов управления процессами ВСО.

### Специфика высокоскоростной обработки деталей

Одним из важных факторов при ВСО является перераспределение теплоты в зоне резания.

Согласно исследованиям, проведенным во время процесса ВСО, отведение теплоты из зоны резания распределяется таким образом, что 75 % произведенной теплоты отводится со стружкой, 20 % — через инструмент и 5 % — через обрабатываемую деталь [1].

Неэффективное охлаждение режущего инструмента приводит к его преждевременному износу, а также к дефектам обрабатываемых поверхностей деталей. Несмотря на то, что основная масса теплоты отводится через стружку, на современном оборудовании с ЧПУ широко применяются системы охлаждения, в которых охлаждающая жидкость от специальной холодильной установки циркулирует по специальным отверстиям в шпинделе, ходовых винтах, в элементах корпуса и т. п. Это усложняет конструкцию систем с ЧПУ в целом. Альтернати-

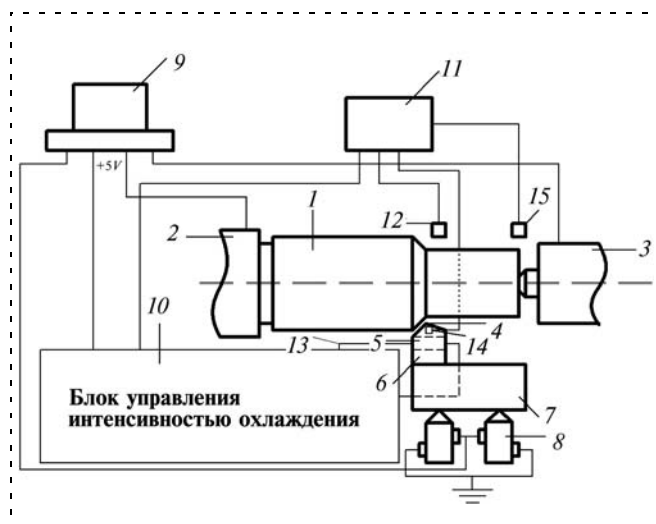
вой является использование систем охлаждения, основанных на различных физических эффектах, результатом которых может являться поглощение выделяемой теплоты. Одним из таких эффектов является эффект Пельтье.

### Структура АСУ высокоскоростной обработкой деталей

Авторами предлагается структурно-функциональная схема автоматизированной системы управления (АСУ) ВСО (рис. 1), позволяющей устранить недостатки систем охлаждения с применением СОЖ за счет использования встроенных в режущий инструмент элементов Пельтье.

АСУ ВСО работает следующим образом. При вращении детали 1, установленной в передней бабке 2 и задней бабке 3, и прохождении по ее поверхности резца 4 в зоне резания происходит нагрев его режущей части, который приводит к ухудшению качества обрабатываемой поверхности. Подача постоянного тока в целях охлаждения резца на специальную пластину, выполненную в виде термоэлемента, осуществляется с помощью блока управления интенсивностью охлаждения 10, задачей которого является преобразование согласно закону Ома напряжения в ток, подающийся с выхода микроконтроллера 5V на вход специальной пластины 5.

Например, с третьего выхода компьютера 9 генерируется сигнал +5 В. Блок управления интенсивностью охлаждения 10 делит напряжение +5 В пополам и оно становится равно 2,5 В. Следовательно, ток, подаваемый на специальную пластину 5, выполненную в виде термоэлемента, будет равняться  $I = U/R = 2,5/10 = 250$  мА. Величина тока может регулироваться с помощью блока управления интенсивностью охлаждения 10.



**Рис. 1. Структурно-функциональная организация АСУ ВСО:** 1 — деталь; 2 — передняя бабка; 3 — задняя бабка, резец; 4 — резец; 5 — специальная пластина с термоэлементом; 6 — державка; 7 — резцедержатель; 8 — исполнительные механизмы оборудования с ЧПУ; 9 — компьютер; 10 — блок управления интенсивностью охлаждения; 11 — нечеткий контроллер; 12 — токопровод; 14 — термопара; 15 — датчик подачи

### Реализация блока управления интенсивностью охлаждения

Для охлаждения резца в зоне резания используется эффект Пельтье, заключающийся в том, что при прохождении тока через спай различных металлов дополнительно выделяется или поглощается, в зависимости от направления тока, некоторое количество теплоты. При этом количество теплоты пропорционально силе тока.

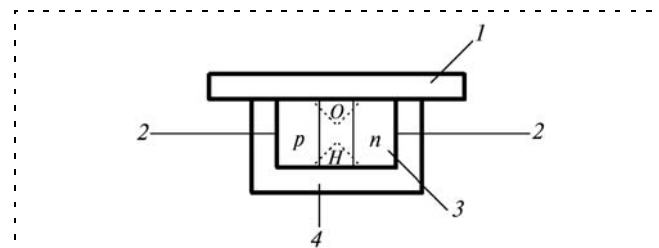
Специальная пластина с элементом Пельтье, выполненная в виде термоэлемента, состоящего из двух полупроводников *n*- и *p*-типов, изображена на рис. 2.

При подаче тока на специальную пластину происходит с одной стороны нагрев спая (зона *H*, рис. 2), а с другой стороны — его охлаждение (зона *O*, рис. 2). При этом температура спая (зона *O*, рис. 2) снижается вследствие того, что под воздействием электрического поля электроны, двигаясь из одной ветви термоэлемента (*p*) в другую (*n*), переходят в новое состояние с более высокой энергией. Энергия электронов повышается за счет кинетической энергии, отбираемой от атомов ветвей термоэлемента в местах их сопряжений, в результате чего спай в зоне *O* охлаждается. Интенсивность охлаждения зоны спая полупроводников напрямую зависит от пропускаемого тока [2].

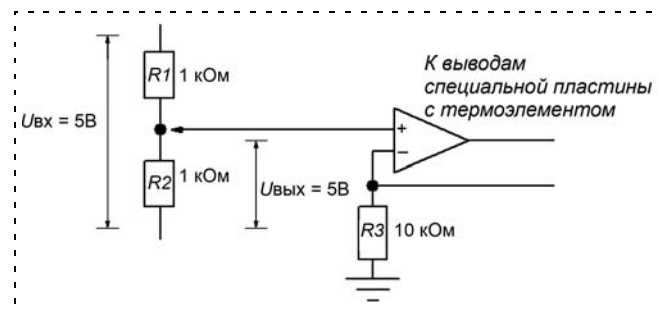
Математическую модель процесса охлаждения можно записать в виде зависимости

$$M_{\text{п}} = f(S, I, T),$$

где *T* — температура в зоне резания, *S* — подача детали, *I* — ток, подаваемый на элемент Пельтье.



**Рис. 2. Специальная пластина в виде элемента Пельтье:** 1 — режущая часть лезвийного инструмента; 2 — токопровод; 3 — элемент Пельтье; 4 — державка



**Рис. 3. Пример реализации блока управления интенсивностью охлаждения**

Параметрический метод представления ФП

Наименование и вид функции	Формула	Параметры
<p>Треугольная</p>	$f(x, a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ \frac{x-a}{b-a}, & b \leq x \leq c; \\ 0, & c \leq x; \end{cases}$	$x = 1...100;$ $a = 20;$ $b = 60;$ $c = 90$
<p>Трапецевидная</p>	$f(x, a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ 1, & b \leq x \leq c; \\ \frac{c-x}{c-b}, & c \leq x \leq d; \\ 0, & c \leq x; \end{cases}$	$x = 1...100;$ $a = 20;$ $b = 35;$ $c = 45;$ $d = 80$
<p>Гауссова</p>	$f(x, a, b) = e^{\left(\frac{[x-a]^2}{2b^2}\right)}$	$x = 1...100;$ $a = 40;$ $b = 10$
<p>Сигмоидальная</p>	$f(x, a, b, c) = \frac{1}{1 + e^{(b[x-a+c])}}$	$x = 2...22;$ $a = 13;$ $b = 0,5;$ $c = 1$
<p>Синглтонная</p>	$f(x, a) = \begin{cases} 1, & x = a; \\ 0, & x \neq a \end{cases}$	$x = 0...100;$ $a = 20$
<p>П-образная</p>	$f(x, a, b, c) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-c}{a}\right)^{2b}}$	$x = 0...100;$ $a = 20;$ $b = 5;$ $c = 40$

Данный эффект позволяет осуществлять контролируемое охлаждение резца в зоне резания. При этом блок управления интенсивностью охлаждения можно реализовать с помощью простейшей схемы с использованием потенциометра и операционного усилителя (рис. 3).

Значение выходного напряжения  $U_{\text{вых}}$  с помощью делителя, выполненного на резисторах  $R_1, R_2$ , рассчитывается по формуле

$$U_{\text{вых}} = \frac{R_2 U_{\text{вх}}}{R_1 + R_2},$$

где  $U_{\text{вх}}$  — входное напряжение.

Для расчета выходного напряжения необходима математическая модель, способная в режиме реального времени обеспечивать формирование его значения, основываясь на данных о температуре в зоне резания, подаче и диаметре детали. Предлагаемая АСУ ВСО при принятии решений пользуется правилами нечеткой логики, удовлетворяющими этим условиям. При одинаковых значениях сопротивлений на резисторах  $R_1, R_2$ ,  $U_{\text{вых}} = 2,5 \text{ В}$ .

При этом управление охлаждением резца 4 осуществляет нечеткий контроллер 11 (см. рис. 1). Его задачей является преобразование данных о температуре в зоне резания (термопара 14), данных о скорости подачи детали (датчик 15) и данных о текущем диаметре детали (оптический датчик 12), используя нечеткие правила управления, в сигнал выходного напряжения блока управления интенсивностью охлаждения 10.

### Принцип работы АСУ ВСО на основе нечеткой логики

Принцип работы АСУ ВСО основан на применении модифицированного алгоритма нечетко-логического вывода [3], первым этапом которого является формирование функций принадлежности (ФП).

Методы построения ФП делятся на экспертные и параметрические. К экспертным методам относится метод статистической обработки мнений группы экспертов и метод парных сравнений [4].

При параметрическом методе построения ФП используются: треугольная, трапецевидная, гауссова, сигмоидальная, синглтонная и П-образные формы записи ФП (табл. 1).

Рассмотрим пример работы модифицированного алгоритма нечетко-логического вывода, в котором за основу возьмем треугольную ФП.

**Шаг 1.** Сформируем функции принадлежности термов двух входных переменных — температуры в зоне резания  $T = (t_1, t_2, t_3)$  (рис. 4, а) и подачи  $S = (s_1, s_2, s_3)$  (рис. 4, б), а также выходной переменной — скорости резания  $V = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$  (рис. 4, в).

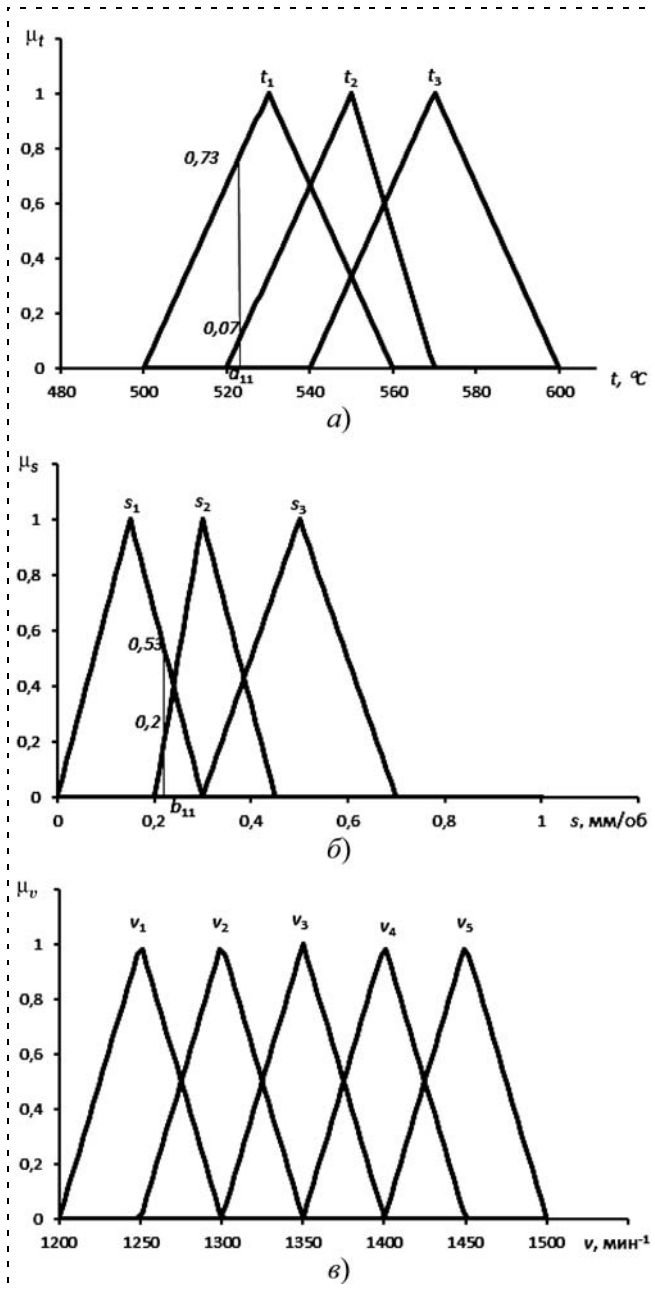


Рис. 4. Графики функций принадлежности:  
 а — входная переменная температура в зоне резания; б — входная переменная подача; в — выходная переменная скорость резания

ФП для входной переменной "температура" имеет вид

$$\begin{aligned}
 t &= \{t_1\} + \{t_2\} + \{t_3\} = \\
 &= \left\{ \int_{500}^{530} \left( \frac{t-500}{530-500} \right) / t + \int_{530}^{560} \left( \frac{560-t}{560-530} \right) / t \right\} + \\
 &+ \left\{ \int_{520}^{550} \left( \frac{t-520}{550-520} \right) / t + \int_{550}^{570} \left( \frac{570-t}{560-530} \right) / t \right\} + \\
 &+ \left\{ \int_{540}^{570} \left( \frac{t-540}{570-540} \right) / t + \int_{570}^{600} \left( \frac{600-t}{600-570} \right) / t \right\}.
 \end{aligned}$$

Для входной переменной "подача" ФП запишется в виде

$$\begin{aligned}
 s &= \{s_1\} + \{s_2\} + \{s_3\} = \\
 &= \left\{ \int_0^{0,15} \left( \frac{s}{0,15} \right) / s + \int_{0,15}^{0,3} \left( \frac{0,3-s}{0,3-0,15} \right) / s \right\} + \\
 &+ \left\{ \int_{0,2}^{0,3} \left( \frac{s-0,2}{0,3-0,2} \right) / s + \int_{0,3}^{0,45} \left( \frac{0,45-s}{0,45-0,3} \right) / s \right\} + \\
 &+ \left\{ \int_{0,3}^{0,5} \left( \frac{s-0,3}{0,5-0,3} \right) / s + \int_{0,5}^{0,7} \left( \frac{0,7-s}{0,7-0,5} \right) / s \right\}.
 \end{aligned}$$

Для выходной переменной "скорость резания" ФП примет вид

$$\begin{aligned}
 v &= \{v_1\} + \{v_2\} + \{v_3\} + \{v_4\} + \{v_5\} = \\
 &= + \left\{ \int_{1200}^{1250} \left( \frac{v-1200}{1250-1200} \right) / v + \int_{1250}^{1300} \left( \frac{1300-v}{1300-1250} \right) / v \right\} + \\
 &+ \left\{ \int_{1250}^{1300} \left( \frac{v-1250}{1300-1250} \right) / v + \int_{1300}^{1350} \left( \frac{1350-v}{1350-1300} \right) / v \right\} + \\
 &+ \left\{ \int_{1300}^{1350} \left( \frac{v-1300}{1350-1300} \right) / v + \int_{1350}^{1400} \left( \frac{1400-v}{1400-1350} \right) / v \right\} + \\
 &+ \left\{ \int_{1350}^{1400} \left( \frac{v-1350}{1400-1350} \right) / v + \int_{1400}^{1450} \left( \frac{1450-v}{1450-1400} \right) / v \right\} + \\
 &+ \left\{ \int_{1400}^{1450} \left( \frac{v-1400}{1450-1400} \right) / v + \int_{1450}^{1500} \left( \frac{1500-v}{1500-1450} \right) / v \right\}.
 \end{aligned}$$

Шаг 2. Построим базу знаний, состоящую из девяти нечетких правил управления, отражающую взаимосвязь между входными и выходными параметрами (табл. 2).

Шаг 3. Пусть датчик температуры определил, что температура в зоне резания 522 °С (рис. 4, а). Пусть датчик подачи определил значение подачи 0,22 мм/об (рис. 4, б). Используя данную информацию, находим коэффициенты  $b_1, \dots, b_n$  и заполняем матрицу нечетких отношений [3] (табл. 3).

Таблица 2

Нечеткая база знаний

НП	Если		То	НП	Если		То	НП	Если		То
НП <sub>1</sub>	$t_1$	$s_1$	$v_5$	НП <sub>4</sub>	$t_2$	$s_1$	$v_4$	НП <sub>7</sub>	$t_3$	$s_1$	$v_3$
НП <sub>2</sub>	$t_1$	$s_2$	$v_4$	НП <sub>5</sub>	$t_2$	$s_2$	$v_3$	НП <sub>8</sub>	$t_3$	$s_2$	$v_2$
НП <sub>3</sub>	$t_1$	$s_3$	$v_3$	НП <sub>6</sub>	$t_2$	$s_3$	$v_2$	НП <sub>9</sub>	$t_3$	$s_3$	$v_1$



Таблица 3

Матрица нечетких отношений

№ терма	Композиция			Max
$v_1$	$b_9 = 0$			$b'_1 = 0$
$v_2$	$b_6 = 0$	$b_8 = 0$		$b'_2 = 0$
$v_3$	$b_3 = 0$	$b_5 = \min(0,07; 0,2)$	$b_7 = 0$	$b'_3 = 0,07$
$v_4$	$b_2 = \min(0,73; 0,2)$	$b_4 = \min(0,07; 0,53)$		$b'_4 = 0,2$
$v_5$	$b_1 = \min(0,73; 0,53)$			$b'_5 = 0,53$

Таблица 4

Нечеткая база знаний с активными правилами

НП	Если		То
НП <sub>1</sub>	$t_1$	$s_1$	$v_5$
НП <sub>2</sub>	$t_1$	$s_2$	$v_4$
НП <sub>4</sub>	$t_2$	$s_1$	$v_4$
НП <sub>5</sub>	$t_2$	$s_2$	$v_3$

При этом  $t' = (t'_1, t'_2, t'_3) = (0,73; 0,07; 0)$ ,  $s' = (s'_1, s'_2, s'_3) = (0,53; 0,2; 0)$ ; и коэффициенты  $b_i$  определяются по следующим формулам:

$$b_1 = \min(t'_1, s'_1); b_2 = \min(t'_1, s'_2); b_3 = \min(t'_1, s'_3);$$

$$b_4 = \min(t'_2, s'_1); b_5 = \min(t'_2, s'_2); b_6 = \min(t'_2, s'_3);$$

$$b_7 = \min(t'_3, s'_1); b_8 = \min(t'_3, s'_2); b_9 = \min(t'_3, s'_3);$$

$$b'_1 = b_9;$$

$$b'_2 = \max(b_6, b_8);$$

$$b'_3 = \max(b_3, b_5, b_7);$$

$$b'_4 = \max(b_2, b_4);$$

$$b'_5 = b_1.$$

Весовые коэффициенты равны  $f_i = 1$ , поэтому не отражены в формулах.

Затем отбираются нечеткие правила, которые имеют пересечения. Это НП с номерами 1, 2, 4 и 5 (табл. 4). Здесь отсекаются остальные 5 НП, которые ведут к появлению пустых решений.

Далее рассчитываются новые значения ФП для выходной величины:

$$\mu'(v)_1 = 0, \mu'(v)_2 = 0, \mu'(v)_3 = \min\{0,07; \mu(v)_3\},$$

$$\mu'(v)_4 = \min\{0,2; \mu(v)_4\}, \mu'(v)_5 = \min\{0,53; \mu(v)_5\}.$$

Графически результат выполнения данной операции приведен на рис. 5.

**Шаг 4.** С учетом предыдущего шага проводится логическое объединение всех новых термов и формируется нечеткий вектор функций принадлежности  $V'$ . Результат операции графически показан на рис. 6.

**Шаг 5.** Нечеткий вектор функций принадлежности  $V'$  преобразуется в единственное четкое значение с помощью метода центра тяжести (рис. 7):

$$v'' = \frac{(1305 \cdot 0,07) + (1353 \cdot 0,07) + (1362 \cdot 0,2) + (1410 \cdot 0,2) + (1428 \cdot 0,53) + (1473 \cdot 0,53)}{0,07 + 0,07 + 0,2 + 0,2 + 0,53 + 0,53} = 1428,4 \text{ мин}^{-1}.$$

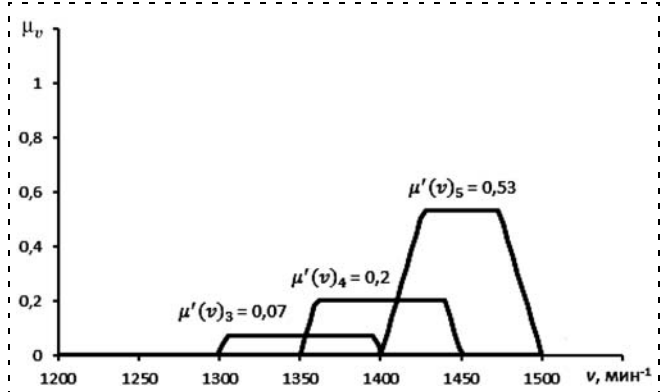


Рис. 5. Результат после выполнения операции нечеткой композиции

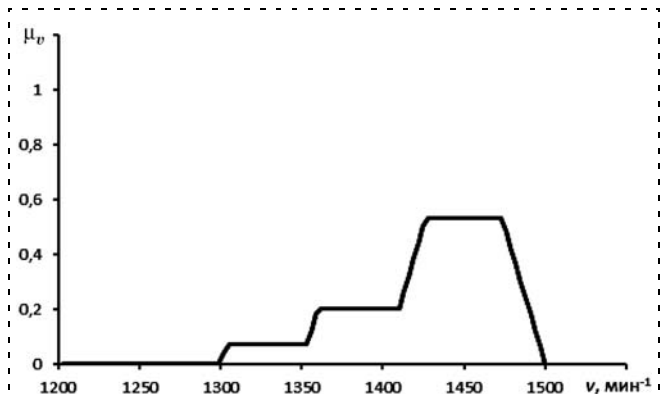


Рис. 6. Результат после логического объединения всех новых термов

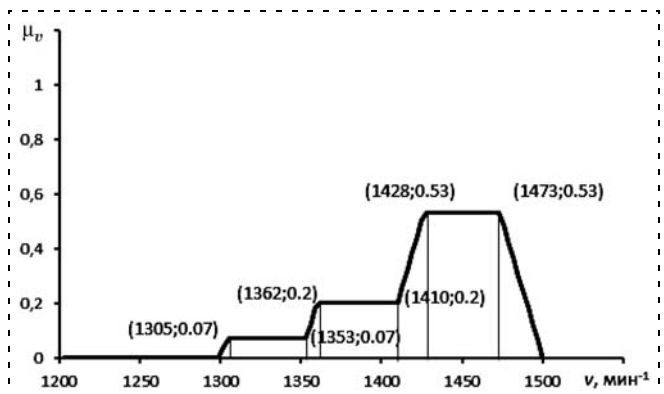


Рис. 7. Результат дефазификации

## Алгоритм работы системы

Блок-схема алгоритма работы АСУ ВСО приведена на рис. 8. Алгоритм объединяет этапы нечетко-логического вывода с процедурой корректировки температурного режима с помощью элемента Пельтье. Обучение системы осуществляется с помощью алгоритма адаптивной нейронечеткой системы вывода ANFIS(Adaptive Network-Fuzzy Inference System).

Применение нечетко-логического вывода обеспечивает обратную связь выходных параметров с входными, что позволяет корректировать скорость обработки детали.

## Заключение

Предлагаемая автоматизированная система управления высокоскоростной обработкой детали позволяет увеличивать скорость при механической обработке детали за счет уменьшения температуры в зоне резания с помощью быстродействующего алгоритма нечетко-логического вывода и использования в структуре резца эффекта Пельтье.

## Список литературы

1. Евстафиева С. В., Молодцов В. В. Моделирование следящего привода подачи современных станков с ЧПУ // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 9. — С. 37—44.
2. Физические эффекты в машиностроении: Справочник / Лукьянец В. А., Алмазова З. И., Бурмистрова Н. П. и др. Под. общ. ред. Лукьянца В. А. М.: Машиностроение. 1993. 224 с.
3. Бобырь М. В. Модифицированный алгоритм нечетко-логического вывода в задачах управления оборудованием с ЧПУ // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 4. С. 26—32.
4. Бобырь М. В. Методы построения функций принадлежности для нечетких баз знаний // Промышленные АСУ и Контроллеры. 2011. № 2. С. 27—33.
5. Бобырь М. В., Титов В. С., Емельянов С. Г. Автоматизированные нечетко-логические системы управления. М.: Инфра-М, 2011. 176 с.

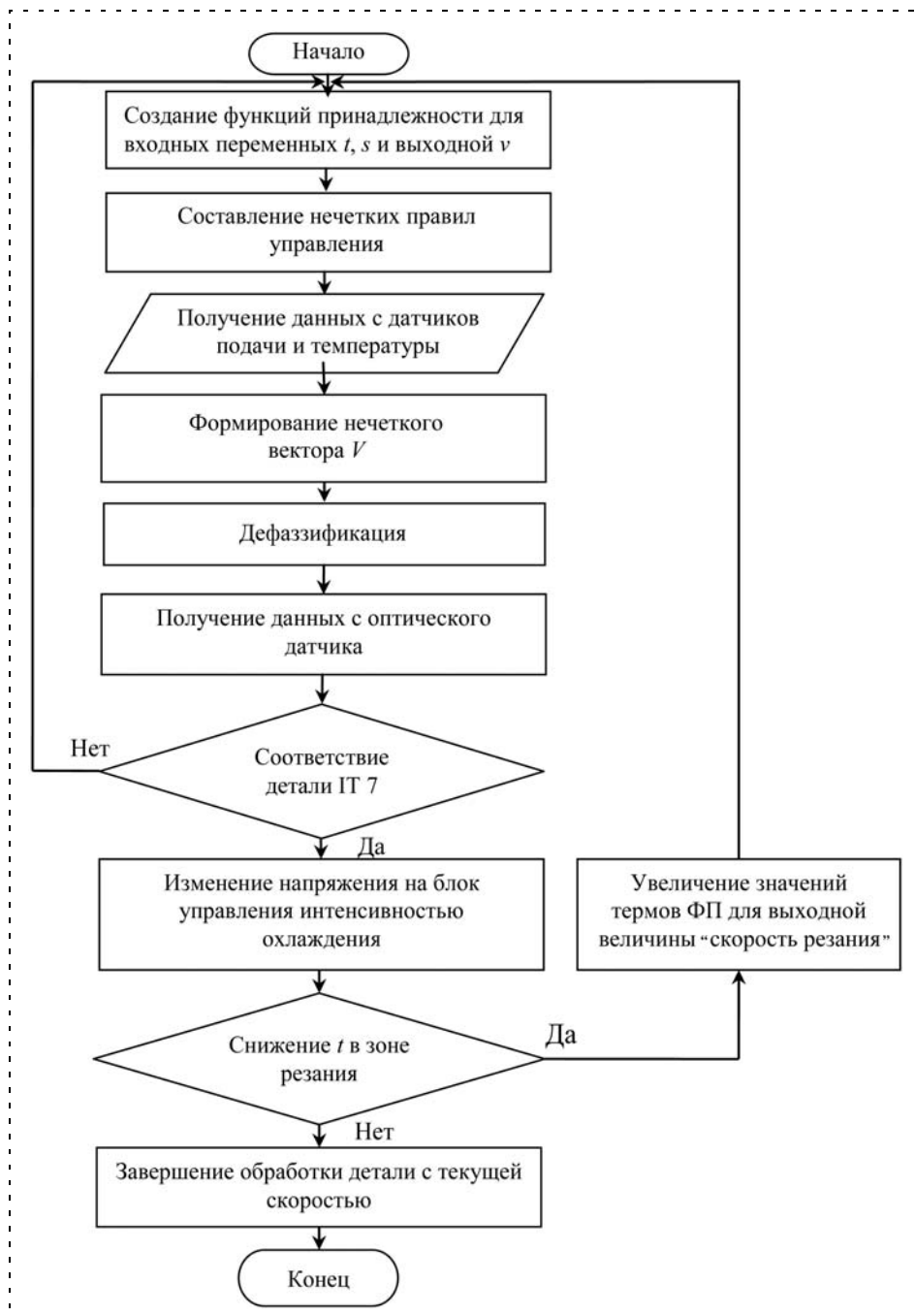


Рис. 8. Алгоритм работы АСУ ВСО

Используемый в статье модифицированный алгоритм нечетко-логического вывода устраняет недостатки, присущие традиционным алгоритмам (Мамдани, Сугэно, Тсукамото, Ларсена), а именно, в нем нет пустых решений и нулевых участков. Это позволит увеличить быстродействие АСУ ВСО в 2,5...3 раза [5].

На основе быстродействующего механизма нечетко-логического вывода синтезирован алгоритм работы АСУ ВСО.

УДК 681.5.01

**А. В. Моржов**, канд. техн. наук,  
morzhov@mail.ru,

**С. В. Моржова**, аспирант,  
svetlana-morzhova@mail.ru,

Тулский государственный университет

## Синтез релейного автоколебательного объемного силового гидропривода при задании ограничений на чувствительность

*Рассматривается синтез релейного автоколебательного объемного силового гидропривода при задании ограничений на чувствительность привода к изменению скорости вращения двигателя гидронасоса. Синтез выполняется с использованием методов исследования чувствительности релейных систем, разработанных с участием авторов настоящей статьи.*

**Ключевые слова:** объемный гидропривод, релейная система, чувствительность, автоколебания, режим слежения, синтез

### Введение

Действительные значения параметров любой системы автоматического управления практически всегда отличаются от расчетных. Это может быть обусловлено неточностью изготовления отдельных элементов системы, изменением их свойств в процессе хранения и эксплуатации, изменением внешних условий и т. д.

Степень влияния отклонения отдельных параметров на различные характеристики системы оценивается посредством чувствительности. Под чувствительностью обычно подразумевается некоторый показатель, характеризующий свойство системы изменять режим работы при отклонении того или иного ее параметра от номинального (расчетного) значения.

В данной статье рассматривается синтез следящего релейного автоколебательного объемного силового гидропривода при задании ограничений на чувствительность его характеристик к изменению частоты вращения приводного вала двигателя гидронасоса. При этом чувствительность характеристик гидропривода оценивается с помощью некоторой совокупности коэффициентов и функций чувствительности.

Вообще говоря, автоколебательный режим работы существенно затрудняет синтез релейных следящих систем, так как к ним, наряду с традиционными требованиями на точность режима слежения, быстродействие и т. п., предъявляются также требования на параметры автоколебаний (частоту и амплитуду). Тем не менее, изложенные в статье методы позволяют свести задачу синтеза релейных автоколебательных следящих систем, малочувствительных к изменению параметров объекта управления, к решению сравнительно несложной задачи конечномерной оптимизации.

Также стоит подчеркнуть, что, несмотря на свою актуальность, проблема исследования чувствительности релейных систем, которые широко используются в технике, к сожалению, практически не нашла отражения в научной литературе, за исключением пособия [1] и некоторых других работ.

### 1. Постановка задачи

Объемные гидроприводы находят широкое применение в управляемых комплексах вооружения. Как известно, основными элементами объемного гидропривода являются объемные гидромашины — насосы и гидродвигатели. Насос преобразует механическую энергию приводящего двигателя в энергию потока жидкости. Гидродвигатель предназначен для преобразования энергии рабочей жидкости в энергию движения выходного звена. В регулируемом объемном гидроприводе скорость выходного звена объемного гидродвигателя может изменяться по требуемому закону. Это достигается с помощью устройств управления, которые позволяют менять производительность гидронасоса [2].

На рис. 1 представлена структурная схема математической модели релейного автоколебательного объемного силового гидропривода с идеальной механической передачей. В этой модели не учитываются присущие реальному гидроприводе ограничители, которые в режиме слежения не достигаются. На рис. 1 введены следующие обозначения:  $u$  — выходной сигнал релейного усилителя мощности,  $i$  — ток управления,  $M$  — момент якоря электромагнита,  $\mu$  — угол поворота сопла,  $\beta$  — перемещение золотника,  $\gamma$  — угол поворота люльки,  $p$  — перепад давлений в магистралях,  $\Omega$  — скорость на входном валу редуктора,  $\varphi$  — угол поворота выходного вала редуктора (нагрузки),  $\Omega_d$  — частота вращения приводного двигателя блока насосов переменной производительности,  $y$  — входной сигнал.

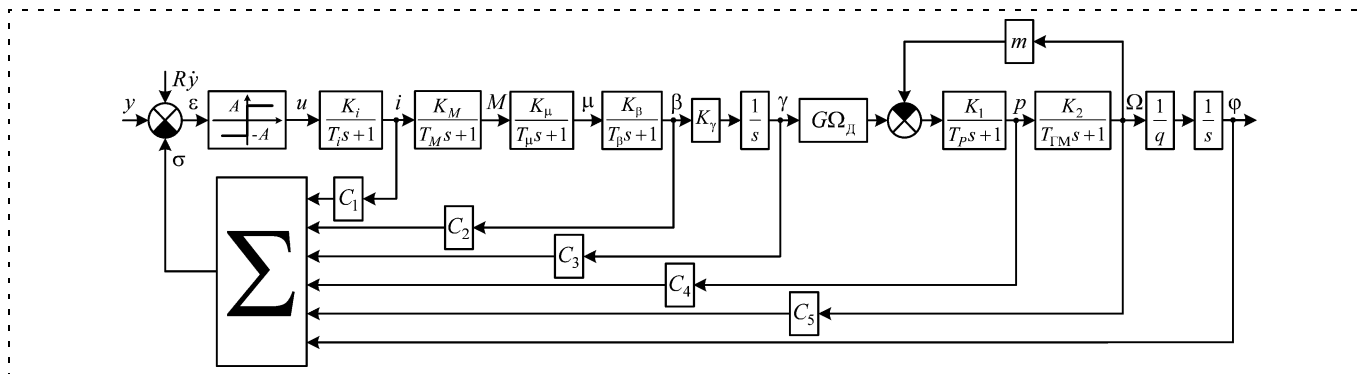


Рис. 1. Структурная схема математической модели автоколебательного гидропривода

Параметры модели имеют следующие значения:  $A = 8 \text{ В}$ ,  $K_i = 0,15 \text{ А/В}$ ,  $K_M = 0,3 \text{ Н} \cdot \text{м/А}$ ,  $K_\mu = 0,9 \text{ рад/Н} \cdot \text{м}$ ,  $K_\beta = 0,02 \text{ м/рад}$ ,  $K_\gamma = 5 \cdot 10^3 \text{ рад/м} \cdot \text{с}$ ,  $G = 4,2598 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{рад}^2$ ,  $\Omega_d^0 = 157 \text{ рад/с}$  (номинальное значение параметра  $\Omega_d$ ),  $m = 2,229 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{рад}$ ,  $K_1 = 10^{11} \text{ Н} \cdot \text{с/м}^5$ ,  $K_2 = 9,2887 \cdot 10^{-5} \text{ рад} \cdot \text{м}^2/\text{Н} \cdot \text{с}$ ,  $q = 100$ ,  $T_i = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ ,  $T_M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ ,  $T_\mu = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ ,  $T_\beta = 10^{-2} \text{ с}$ ,  $T_p = 0,07143 \text{ с}$ ,  $T_{\Gamma M} = 6,948 \text{ с}$ .

Заметим, что учет в законе управления производной входного сигнала  $\dot{y}$  позволяет устранить статическую ошибку при слежении привода за линейно нарастающими сигналами. При этом коэффициент  $R$  задается выражением

$$R = q \left( \frac{C_3}{G\Omega_d^0} \left( \frac{1}{K_1 K_2} + m \right) + \frac{C_4}{K_2} + C_5 \right). \quad (1)$$

Задача синтеза релейного автоколебательного объемного силового гидропривода заключается в поиске коэффициентов обратных связей  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$ , обеспечивающих наименьшую амплитуду установившейся ошибки слежения системы за тестовым сигналом  $y = \sin 1,26t$ , отработка которого является наиболее проблематичной для рассматриваемого гидропривода. Кроме того, необходимо гарантировать существование в системе устойчивых периодических движений с периодом  $2T^0 = 0,05 \text{ с}$ .

Дополнительно предъявляются требования к чувствительности периода и устойчивости автоколебаний, а также к чувствительности режима слежения гидропривода. При возможных отклонениях до 20 % от номинального значения частоты вращения приводного двигателя гидронасоса  $\Omega_d$  необходимо обеспечить в системе существование устойчивых колебаний, при этом изменение их периода должно составлять не более 10 %, а отклонение амплитуды установившейся ошибки слежения за упомянутым ранее тестовым сигналом — не более 30 %.

Ниже вкратце рассматриваются методы [5–7], разработанные с участием авторов статьи, которые позволяют сравнительно несложно решить сформулированную задачу.

## 2. Фазовый годограф релейной системы

В основу применяемых в статье методов положен метод фазового годографа [3–4], разработанный сотрудниками кафедры "Системы автоматического управления" Тульского государственного университета под научным руководством профессора Н. В. Фалдина. Остановимся кратко на определении фазового годографа, используя в качестве наглядного примера простейшую релейную систему с двухпозиционным релейным элементом (РЭ) и линейным объектом управления, структурная схема которой представлена на рис. 2.

Пусть движение системы задается уравнениями

$$\frac{dx}{dt} = Cx + Bu, \quad (2)$$

$$u = \Psi(\varepsilon, A, b), \quad \varepsilon = y - \sigma(x), \quad \sigma(x) = R^T x, \quad (3)$$

где  $x$  —  $n$ -мерный вектор состояния, матрицы  $C$  и  $B$  имеют соответственно размерности  $n \times n$  и  $n \times 1$ , функция  $\Psi$  задается статической характеристикой двухпозиционного РЭ (рис. 3),  $R^T$  — вектор-строка, состоящая из коэффициентов обратных связей,  $y$  — входной сигнал.

Характерной чертой релейных систем является возможность возникновения в них устойчивых периодических движений — автоколебаний. Ограничимся рассмотрением простых (в интервале  $0 < t < 2T$ , где  $2T$  — период, управление  $u(t)$  имеет только одно переключение (рис. 4)) симметричных ( $x(t + T) = -x(T)$ ) периодических движений.

В автономной ( $y(t) \equiv 0$ ) релейной системе (2), (3) периодическое движение может быть определено

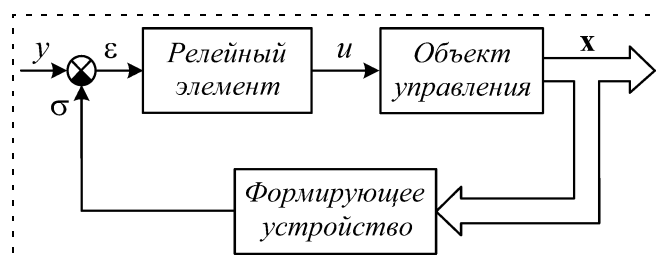


Рис. 2. Структурная схема простейшей релейной системы

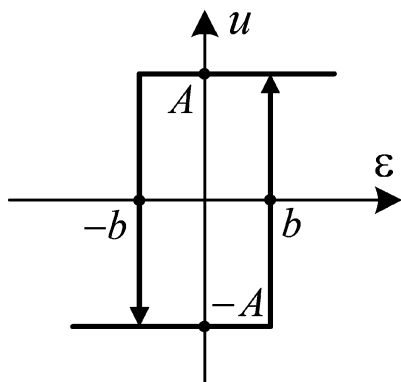


Рис. 3. Статическая характеристика двухпозиционного РЭ

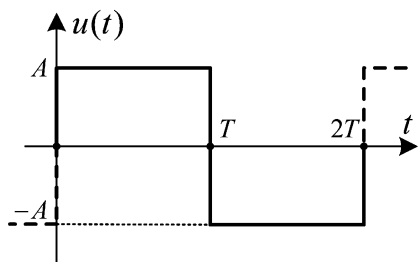


Рис. 4. Вид функции  $u(t)$

одной (любой) точкой с предельного цикла. *Фазовым годографом* релейной системы (2), (3) будем называть вектор-функцию  $\mathbf{x}^*(T)$ ,  $0 \leq T < \infty$ , которая задает значения вектора состояния системы  $\mathbf{x}$  в симметричном периодическом движении в моменты переключения РЭ с минуса на плюс. Таким образом, фазовый годограф выделяет множество всех возможных периодических движений объекта управления (2), когда еще не выбраны обратные связи.

Если построен фазовый годограф, то период  $2T^0$  автоколебаний, возникающих в автономной релейной системе (2), (3), определяется из условий

$$\mathbf{R}^T \mathbf{x}^*(T^0) = -b, \quad (4)$$

$$\mathbf{R}^T (\mathbf{C} \mathbf{x}^*(T^0) - \mathbf{B} A) < 0. \quad (5)$$

Указанные условия на этапе синтеза позволяют формировать законы управления, обеспечивающие в релейной системе (2), (3) заданные параметры автоколебаний.

Кроме того, с помощью фазового годографа удобно оценивать устойчивость автоколебаний в релейной системе, а также выполнять линеаризацию релейной системы по полезному сигналу [3]. Линеаризация по полезному сигналу дает возможность весьма быстро и просто определить точность режима слежения релейной системы, что особенно важно на этапе синтеза, когда приходится анализировать большое число вариантов.

Алгоритмы построения фазового годографа подробно рассмотрены в работе [3].

### 3. Исследование чувствительности автоколебаний

Для изложения сути используемых в работе методов рассмотрим релейную систему (2), (3), полагая, что матрицы  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{B}$  зависят от некоторого изменяющегося параметра  $\alpha$  объекта управления. С учетом этого уравнение (2) примет вид

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{C}(\alpha)\mathbf{x} + \mathbf{B}(\alpha)u. \quad (6)$$

Анализ периодической траектории  $\mathbf{x}(t)$  с полупериодом  $T^0$ , соответствующей номинальному значению  $\alpha_0$  параметра  $\alpha$ , и периодической траектории  $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + \delta\mathbf{x}(t)$  с полупериодом  $T^0 + \Delta T$ , малое возмущение  $\delta\mathbf{x}(t)$  которой обусловлено малым изменением  $\delta\alpha$  параметра  $\alpha$  относительно номинального значения, позволяет получить уравнение в вариациях:

$$\frac{d\delta\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{C}(\alpha_0)\delta\mathbf{x} + \left[ \frac{\partial \mathbf{C}(\alpha_0)}{\partial \alpha} \mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{B}(\alpha_0)}{\partial \alpha} u \right] \delta\alpha. \quad (7)$$

С использованием уравнения в вариациях (7) нетрудно установить аналитическую зависимость, задающую в явном виде *коэффициент чувствительности полупериода автоколебаний* [5, 6]:

$$K_\alpha^T = \left. \frac{\partial T}{\partial \alpha} \right|_{\alpha = \alpha_0} = \frac{1}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0)} \times \\ \times \mathbf{R}^T \left( \mathbf{V}(T^0) \left[ \mathbf{I} + \mathbf{V}(T^0) - \frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) \mathbf{R}^T \mathbf{V}(T^0)}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0)} \right]^{-1} \times \right. \\ \left. \times \left[ \mathbf{I} - \frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) \mathbf{R}^T}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0)} \right] - \mathbf{I} \right) \mathbf{r}(T^0). \quad (8)$$

В соотношении (8) и далее  $\mathbf{V}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{C}(\alpha_0)t}$  — нормированная фундаментальная матрица решений уравнения (7),  $\mathbf{r}(t)$  — решение уравнения (7) при нулевых начальных условиях и  $\delta\alpha = 1$ ,  $\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) = -\mathbf{C}(\alpha_0)\mathbf{x}^*(T^0) + \mathbf{B}(\alpha_0)A$ ,  $\mathbf{I}$  — единичная матрица.

Коэффициент чувствительности  $K_\alpha^T$  позволяет с точностью до величин порядка малости не выше первого связать изменение полупериода автоколебаний  $\Delta T$  с отклонением  $\delta\alpha$  параметра  $\alpha$  с помощью равенства

$$\Delta T = K_\alpha^T \delta\alpha. \quad (9)$$

Далее остановимся на исследовании чувствительности устойчивости периодических движений. Асимптотическая орбитальная устойчивость является важным свойством автоколебаний, так как в реальной релейной системе могут существовать только устойчивые периодические решения.

Сформулируем критерий асимптотической орбитальной устойчивости автоколебаний, приведенный в работе [3]. Пусть в автономной релейной системе (6), (3) при номинальном значении  $\alpha_0$  па-

параметра  $\alpha$  имеет место симметричное периодическое решение  $\mathbf{x}(t)$  с периодом  $2T^0$ . В соответствии с указанным критерием, если собственные числа  $\lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_\rho^0$  ( $\rho = \overline{1, m}, m \leq n$ ) матрицы

$$\mathbf{G}(\alpha_0) = \mathbf{Q} - \frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) \mathbf{R}^T \mathbf{Q}}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0)} \quad (10)$$

удовлетворяют условию

$$|\lambda_\rho^0| < 1 \quad (\rho = \overline{1, m}), \quad (11)$$

то периодическое решение  $\mathbf{x}(t)$  асимптотически орбитально устойчиво. В равенстве (10)

$$\mathbf{Q} = \mathbf{e}^{\mathbf{C}(\alpha_0)T^0}, \quad \dot{\mathbf{x}}^-(T^0) = -\mathbf{C}(\alpha_0)\mathbf{x}^*(T^0) + \mathbf{B}(\alpha_0)A.$$

Далее, проводя исследование выражений для матриц  $\mathbf{G}(\alpha_0)$  и  $\mathbf{G}(\alpha_0 + \delta\alpha)$  [6], определяющих устойчивость системы (6), (3) соответственно при номинальном значении параметра  $\alpha$  и при наличии малого отклонения  $\delta\alpha$  параметра  $\alpha$  от номинального значения, нетрудно установить, что устойчивость автоколебаний в возмущенной системе оценивается по собственным числам матрицы, которую, исключив величины порядка малости выше первого, можно представить в виде

$$\mathbf{G}(\alpha_0 + \delta\alpha) = \mathbf{G}(\alpha_0) + \frac{\partial \mathbf{G}(\alpha_0)}{\partial \alpha} \delta\alpha, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{G}(\alpha_0)}{\partial \alpha} = & \left( \frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) \mathbf{R}^T (R^T \xi) - \xi \mathbf{R}^T (\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0))}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0) \mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0)} \right) \times \\ & \times \mathbf{e}^{\mathbf{C}(\alpha_0)T^0} + \left( \mathbf{I} - \frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) \mathbf{R}^T}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0)} \right) \Theta. \end{aligned} \quad (13)$$

В равенстве (13)

$$\begin{aligned} \xi = & \mathbf{C}(\alpha_0) \left[ \mathbf{I} + \mathbf{V}(T^0) - \frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T^0) \mathbf{R}^T \mathbf{V}(T^0)}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^0)} \right]^{-1} \mathbf{r}(T^0) - \\ & - \frac{\partial \mathbf{C}(\alpha_0)}{\partial \alpha} \mathbf{x}^*(T^0) + \frac{\partial \mathbf{B}(\alpha_0)}{\partial \alpha} A, \\ \Theta = & \mathbf{e}^{\mathbf{C}(\alpha_0)T} \left( \frac{\partial \mathbf{C}(\alpha_0)}{\partial \alpha} T + \mathbf{C}(\alpha_0) K_\alpha^T \right). \end{aligned}$$

Из (12) следует, что характеристическое уравнение матрицы  $\mathbf{G}(\alpha_0 + \delta\alpha)$  имеет следующую структуру [6]:

$$(a_n + v_n \delta\alpha)(\lambda^0 + \delta\lambda)^n + (a_{n-1} + v_{n-1} \delta\alpha)(\lambda^0 + \delta\lambda)^{n-1} + \dots + (a_1 + v_1 \delta\alpha)(\lambda^0 + \delta\lambda) + (a_0 + v_0 \delta\alpha) = 0. \quad (14)$$

Здесь  $a_k$  ( $k = \overline{0, n}$ ) и  $v_i$  ( $i = \overline{0, n}$ ) — постоянные коэффициенты,  $\delta\lambda$  — вариация номинального собственного числа  $\lambda^0$ . На практике для нахождения коэффициентов  $a_k$  и  $v_i$  целесообразно воспользоваться, например, функциями пакета символьных вычислений системы *MATLAB*.

Далее, принимая во внимание величины, имеющие порядок малости не выше первого, из (14) нетрудно определить коэффициенты чувствительности номинальных собственных чисел  $\lambda_\rho^0$  ( $\rho = \overline{1, m}$ ) матрицы устойчивости  $\mathbf{G}(\alpha_0)$  к изменению параметра  $\alpha$ :

$$K_\alpha^{\lambda_\rho} = - \left[ \sum_{i=0}^n v_i (\lambda_\rho^0)^i \right] \left[ \sum_{k=1}^n k a_k (\lambda_\rho^0)^{k-1} \right]^{-1}, \quad \rho = \overline{1, m}. \quad (15)$$

Собственные числа матрицы  $\mathbf{G}(\alpha_0 + \delta\alpha)$  при этом с точностью до величин порядка малости не выше первого задаются равенствами

$$\lambda_\rho = \lambda_\rho^0 + K_\alpha^{\lambda_\rho} \delta\alpha, \quad \rho = \overline{1, m}.$$

Таким образом, коэффициенты (8), (15) можно рассматривать как чувствительность автоколебаний релейной системы (6), (3).

#### 4. Исследование чувствительности режима слежения

Возникающие в релейных системах периодические движения существенно затрудняют исследование режима слежения, особенно на этапе синтеза. Поэтому весьма важно располагать простыми приближенными методами, которые позволят оперативно оценить точность режима слежения. К ним относится, например, частотный метод линеаризации релейной системы по полезному сигналу [3].

Для выполнения линеаризации системы (6), (3) частотным методом необходимо представить ее структурную схему в виде, изображенном на рис. 5. На этом рисунке введены следующие обозначения:  $x_B$  — выходная координата системы (6), (3);  $\tilde{W}(s, \alpha)$  и  $W(s, \alpha)$  — некоторые передаточные функции, зависящие от параметра  $\alpha$ . Будем полагать, что в системе (6), (3) при номинальном значении  $\alpha_0$  параметра  $\alpha$  существуют устойчивые автоколебания с периодом  $2T^0$ . Далее, в соответствии с работой [3], в структурной схеме релейный элемент заменяется

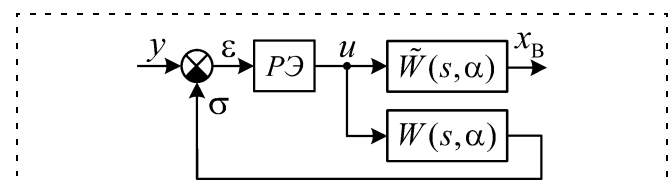


Рис. 5. Вид преобразованной структурной схемы системы

коэффициентом передачи  $K_p(\alpha)$ , который задается равенством

$$K_p(\alpha_0) = \left[ 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \operatorname{Re} \left( W \left( j \frac{\pi}{T^0} k, \alpha_0 \right) \right) \right]^{-1},$$

где  $j$  — мнимая единица.

Пусть имеет место малое отклонение  $\delta\alpha$  параметра  $\alpha$  относительно его номинального значения  $\alpha_0$ . Ниже будем всюду рассматривать только величины, имеющие порядок малости не выше первого. В этом случае передаточные функции  $W(s, \alpha_0 + \delta\alpha)$  и  $\tilde{W}(s, \alpha_0 + \delta\alpha)$  могут быть записаны в виде

$$W(s, \alpha_0 + \delta\alpha) = W(s, \alpha_0) + \frac{\partial W(s, \alpha_0)}{\partial \alpha} \delta\alpha, \\ \tilde{W}(s, \alpha_0 + \delta\alpha) = \tilde{W}(s, \alpha_0) + \frac{\partial \tilde{W}(s, \alpha_0)}{\partial \alpha} \delta\alpha. \quad (16)$$

Кроме того, полупериод автоколебаний, как уже было отмечено выше, также претерпевает изменение на величину (9).

Таким образом, коэффициент передачи релейного элемента при наличии отклонения  $\delta\alpha$  задается равенством

$$K_p(\alpha_0 + \delta\alpha) = \left[ 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \operatorname{Re} \left( W \left( j \frac{\pi}{T^0 + K_\alpha^T \delta\alpha} k, \alpha_0 + \delta\alpha \right) \right) \right]^{-1}.$$

Далее, в соответствии с определением производной получим [7]

$$\frac{\partial K_p(\alpha_0)}{\partial \alpha} = - \frac{1}{2 \left[ \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \operatorname{Re} (W(j\pi k/T^0, \alpha_0)) \right]^2} \times \\ \times \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left[ \operatorname{Re} \left( \frac{\partial W(j\pi k/T^0, \alpha_0)}{\partial \alpha} \right) - \right. \\ \left. - \operatorname{Re} \left( \frac{\partial W(j\pi k/T^0, \alpha_0)}{\partial s} K_\alpha^T j\pi k / (T^0)^2 \right) \right].$$

Производная  $\partial K_p(\alpha_0)/\partial \alpha$  задает чувствительность линеаризации системы (6), (3) частотным методом. При этом коэффициент передачи релейного элемента для возмущенной системы можно представить в виде

$$K_p(\alpha_0 + \delta\alpha) = K_p(\alpha_0) + \frac{\partial K_p(\alpha_0)}{\partial \alpha} \delta\alpha. \quad (17)$$

Далее аналогичным образом определяем производные по параметру  $\alpha$  передаточной функции замкнутой линеаризованной системы  $\Phi(s, \alpha)$  и передаточной функции замкнутой линеаризованной системы по ошибке  $W_e(s, \alpha)$ . Очевидно, передаточные

функции невозмущенной и возмущенной замкнутых систем задаются, соответственно, равенствами

$$\Phi(s, \alpha_0) = \frac{\tilde{W}(s, \alpha_0) K_p(\alpha_0)}{1 + W(s, \alpha_0) K_p(\alpha_0)}, \\ \Phi(s, \alpha_0 + \delta\alpha) = \frac{\tilde{W}(s, \alpha_0 + \delta\alpha) K_p(\alpha_0 + \delta\alpha)}{1 + W(s, \alpha_0 + \delta\alpha) K_p(\alpha_0 + \delta\alpha)}.$$

Для передаточных функций невозмущенной и возмущенной замкнутых систем по ошибке справедливы зависимости

$$W_e(s, \alpha_0) = 1 - \Phi(s, \alpha_0), \\ W_e(s, \alpha_0 + \delta\alpha) = 1 - \Phi(s, \alpha_0 + \delta\alpha).$$

Окончательно с учетом (16), (17) получаем

$$\frac{\partial \Phi(s, \alpha_0)}{\partial \alpha} = \left[ \frac{\partial K_p(\alpha_0)}{\partial \alpha} \tilde{W}(s, \alpha_0) + \frac{\partial \tilde{W}(s, \alpha_0)}{\partial \alpha} K_p(\alpha_0) + \right. \\ \left. + \frac{\partial \tilde{W}(s, \alpha_0)}{\partial \alpha} W(s, \alpha_0) K_p^2(\alpha_0) - \frac{\partial W(s, \alpha_0)}{\partial \alpha} \times \right. \\ \left. \times \tilde{W}(s, \alpha_0) K_p^2(\alpha_0) \right] [1 + W(s, \alpha_0) K_p(\alpha_0)]^{-2}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial W_e(s, \alpha_0)}{\partial \alpha} = - \frac{\partial \Phi(s, \alpha_0)}{\partial \alpha}. \quad (19)$$

Функции (18), (19) определяют чувствительность режима слежения релейной системы (6), (3). Далее, передаточные функции для возмущенной системы могут быть заданы соотношениями

$$\Phi(s, \alpha_0 + \delta\alpha) = \Phi(s, \alpha_0) + \frac{\partial \Phi(s, \alpha_0)}{\partial \alpha} \delta\alpha, \\ W_e(s, \alpha_0 + \delta\alpha) = W_e(s, \alpha_0) + \frac{\partial W_e(s, \alpha_0)}{\partial \alpha} \delta\alpha.$$

Таким образом, результаты, представленные выше, позволяют весьма просто анализировать чувствительность как автоколебаний, так и режима слежения релейной системы к изменению параметров объекта управления, что, в свою очередь, делает возможным выполнять синтез и оптимизацию системы, задаваясь ограничениями на ее чувствительность. Очевидно, что система будет стабильно работать, если ее чувствительность к изменению параметров объекта управления минимальна. Поэтому на этапе синтеза целесообразно накладывать ограничения на значение чувствительности.

## 5. Синтез релейного автоколебательного гидропривода

В заключение остановимся на особенностях синтеза релейного автоколебательного объемного силового гидропривода, рассмотренного в разделе 1, с учетом ограничений на чувствительность его характеристик. Представленная методика в значительной степени опирается на метод синтеза релейных

автоколебательных следящих систем, описанный в работе [4]. В соответствии с этим методом синтез релейной системы сводится к решению сравнительно несложной задачи конечномерной оптимизации по точности режима слежения. Это позволяет обеспечить предельно достижимую (в рамках выбранной структуры системы) точность режима слежения.

Будем далее полагать, что движение исследуемого гидропривода задается уравнениями (6), (3), если в них принять

$$\mathbf{x} = (i, M, \mu, \beta, \gamma, p, \Omega, \varphi), \alpha = \Omega_d, \\ \mathbf{R}^T = (C_1 \ 0 \ 0 \ C_2 \ C_3 \ C_4 \ C_5 \ 1).$$

Предварительным этапом синтеза релейного автоколебательного гидропривода является построение фазового годографа  $\mathbf{x}^*(T)$ . В рассматриваемом случае рационально использовать итерационный алгоритм с принудительным симметрированием [3]. Определив значение  $\mathbf{x}^*(T^0)$ , где  $2T^0 = 0,05$  с — требуемый период автоколебаний в системе, можно заблаговременно, т. е. до решения задачи синтеза, выполнить ряд операций, которые требуют специальных вычислений, например, рассчитать векторы  $\dot{\mathbf{x}}^-(T^0)$ ,  $\mathbf{r}(T^0)$  и т. д.

Задача конечномерной оптимизации релейного закона управления решается в четырехмерном пространстве коэффициентов обратных связей  $C_1, C_3, C_4, C_5$ . Согласующий коэффициент  $C_2$  определяется из условия переключения релейного элемента (4). Коэффициент  $R$  задается равенством (1). При этом в качестве критерия оптимизации рассматривается амплитуда установившейся ошибки слежения гидропривода  $e_{\max}(C_1, C_3, C_4, C_5)$  ( $e(t) = y(t) - \varphi(t)$ ) за тестовым сигналом  $y = \sin(\omega_0 t)$ ,  $\omega_0 = 1,26$  рад/с.

В число ограничений описанной задачи оптимизации входят необходимое условие существования в системе периодического движения (5), а также условие его асимптотической орбитальной устойчивости (11). Кроме указанных условий, во внимание принимаются также требования, предъявляе-

мые к чувствительности периода автоколебаний, их устойчивости и режима слежения:

$$|\delta\Omega_d/\Omega_d^0| \leq \Delta_{\Omega_d} = 0,2; |\delta T/T^0| \leq \Delta_T = 0,1; \\ |\lambda_\rho^0 + \delta\lambda_\rho| < 1, \rho = \overline{1, m}; |\delta e_{\max}/e_{\max}^0| \leq \Delta_e = 0,3,$$

здесь  $e_{\max}^0$  — значение  $e_{\max}$  при номинальном значении параметра  $\Omega_d$ . С помощью изложенных в работе методов эти требования формулируются математически в виде ограничений второго рода (неравенств) на соответствующие показатели чувствительности:

$$|K_{\Omega_d}^T| \leq \left| \frac{\Delta_T T^0}{\Delta_{\Omega_d} \Omega_d^0} \right|; |K_{\Omega_d}^{\lambda_\rho}| < \frac{1 - |\lambda_\rho^0|}{|\Delta_{\Omega_d} \Omega_d^0|}, \rho = \overline{1, m}; \\ \left| \frac{\partial W_e(j\omega_0, \Omega_d^0)}{\partial \Omega_d} \right| \leq \frac{\Delta_e |W_e(j\omega_0, \Omega_d^0)|}{|\Delta_{\Omega_d} \Omega_d^0|}.$$

Для решения поставленной задачи целесообразно воспользоваться одним из алгоритмов случайного поиска минимума нелинейной функции [4]. Указанные алгоритмы работают с ограничениями простейшим образом: проверяется, выполняются ограничения или нет. На каждом шаге оптимизации для оценки точности режима слежения применяется частотный метод линеаризации по полезному сигналу, изложенный в разделе 4. Асимптотическая орбитальная устойчивость автоколебаний оценивается с помощью критерия (11) по собственным числам матрицы устойчивости (10).

В результате выполненного синтеза (в соответствии с описанной методикой) были получены следующие оптимальные значения коэффициентов обратных связей гидропривода:

$$C_1 = -0,00451; C_2 = 2,5313; C_3 = 0,0293553; \\ C_4 = 2,1976 \cdot 10^{-10}; C_5 = 1,3457 \cdot 10^{-4}.$$

Ниже представлены значения коэффициентов обратных связей гидропривода, найденные в ходе синтеза без учета ограничений на чувствительность:

$$C_1 = 8,9598 \cdot 10^{-4}; C_2 = 0,9936; C_3 = 0,05451; \\ C_4 = 1,5425 \cdot 10^{-10}; C_5 = 0,07869.$$

Анализ приведенных результатов с помощью метода численного моделирования позволил установить, что только гидропривод, синтезированный с учетом ограничений на чувствительность, полностью отвечает предъявляемым требованиям к чувствительности периода и устойчивости. Остановимся подробнее на численном исследовании режима слежения при различных отклонениях параметра  $\Omega_d$ . В таблице представлены значения амплитуд установившихся ошибок слежения гидропривода (с законами управления, синтезированными с учетом и

Значения амплитуд установившихся ошибок слежения гидропривода

$\frac{\delta\Omega_d}{\Omega_d^0} \cdot 100 \%$	Амплитуда установившейся ошибки слежения $e_{\max}$ , мрад	
	Система, синтезированная с учетом ограничений на чувствительность	Система, синтезированная без учета ограничений на чувствительность
–20 %	4,7	6,7
–10 %	3,9	4,2
0 %	3,6	3,2
10 %	3,8	Система неустойчива
20 %	4,2	Система неустойчива



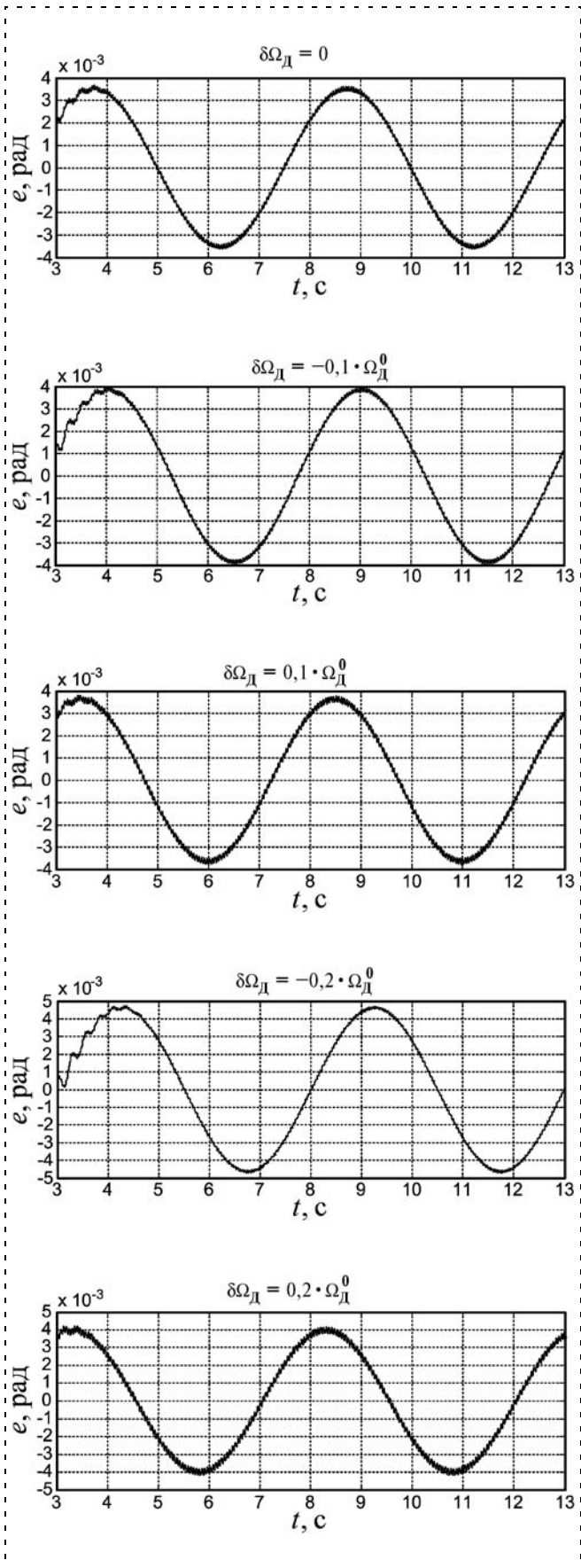


Рис. 6. Ошибка слежения  $e(t) = y(t) - \varphi(t)$  гидропривода, синтезированного с учетом ограничений на чувствительность, при различных отклонениях  $\delta\Omega_D$

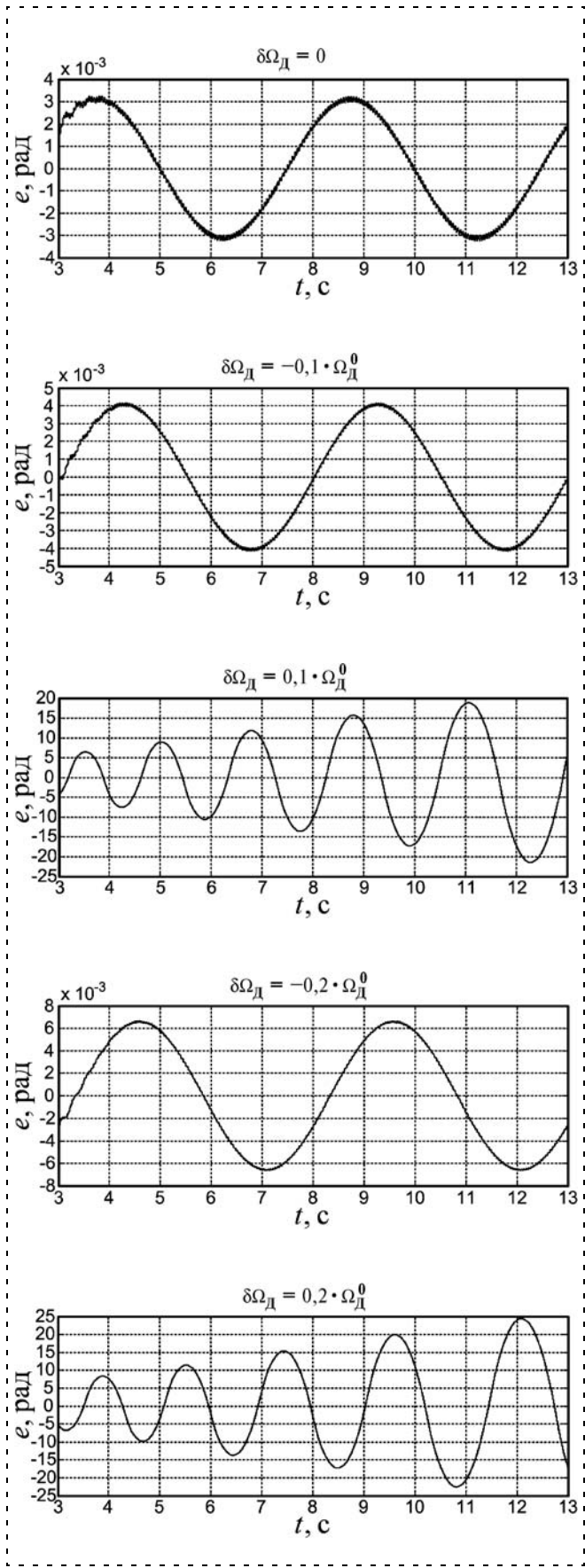


Рис. 7. Ошибка слежения  $e(t) = y(t) - \varphi(t)$  гидропривода, синтезированного без учета ограничений на чувствительность, при различных отклонениях  $\delta\Omega_D$

без учета ограничений на чувствительность) за сигналом  $y = \sin 1,26t$ . На рис. 6 и 7 изображены соответствующие графики.

Как следует из рис. 6, 7 и таблицы, в номинальном режиме ( $\delta\Omega_d = 0$ ) большую точность (примерно на 12 %) имеет гидропривод, синтезированный без учета ограничений на чувствительность. Однако при наличии положительных отклонений  $\delta\Omega_d$  он полностью теряет работоспособность из-за неустойчивых автоколебаний, а при отрицательных отклонениях  $\delta\Omega_d$ , хотя и сохраняет устойчивость, но не обеспечивает необходимой стабильности ошибки слежения (отклонение  $\delta e_{\max}$  достигает 110 % от величины  $e_{\max}^0$ ). Гидропривод же, синтезированный с учетом ограничений на чувствительность, с запасом удовлетворяет предъявляемым требованиям при любых допустимых отклонениях  $\delta\Omega_d$ .

### Заключение

Таким образом, разработанные в работах [5–7] методы исследования чувствительности релейных автоколебательных систем позволили успешно решить задачу синтеза релейного гидропривода, мало чувствительного к изменению частоты вращения приводного двигателя блока насосов переменной производительности. Проведенное исследование показало, что если оптимизация релейного автоколебательного объемного силового гидропривода по

точности режима слежения выполняется без учета ограничений на чувствительность, то синтезированный привод теряет работоспособность при сравнительно небольшом изменении его параметров.

### Список литературы

1. **Каинов В. А.** Анализ и синтез допусков в системах автоматического управления: Учеб. пособие. Тула: ТулГУ, 1997. 90 с.
2. **Гамынин Н. С.** Гидравлический привод систем управления. М.: Машиностроение, 1972. 376 с.
3. **Фалдин Н. В.** Релейные системы автоматического управления // Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под. ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. С. 573–636.
4. **Фалдин Н. В., Руднев С. А.** Оптимизация в конечномерном пространстве. Тула: ТулПИ, 1986. 72 с.
5. **Фалдин Н. В., Моржов А. В., Шведова С. В.** Чувствительность автоколебаний в релейных системах к изменению параметров объекта управления // Вестник ТулГУ. Сер. Системы управления. Вып. 1. Тула: Изд-во ТулГУ, 2007. С. 166–172.
6. **Моржова С. В., Фалдин Н. В.** Методы исследования чувствительности автоколебаний в релейных системах управления к изменению параметров объекта управления // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. XII Междунар. конф. (Самара, 2010 г.). Самара: Самарский научный центр РАН, 2010. С. 398–403.
7. **Моржова С. В., Фалдин Н. В.** Исследование чувствительности режима слежения в релейных автоколебательных системах // Сб. докл. VIII Всеросс. юбилейной науч.-техн. конф. "Проблемы совершенствования робототехнических и интеллектуальных систем летательных аппаратов", Москва, МАИ, 2010 г. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. С. 380–385.

УДК 681.5.01

**Л. В. Ганнель**, канд. техн. наук,  
servo control engineer,  
Anorad Israel,  
leonid.gannel@gmail.com

## Идентификация многомассового электропривода с упругими связями с помощью встроенных частотных анализаторов

*Предложена методика экспериментальной идентификации электропривода мехатронного механизма, выполняемой непосредственно на реальном объекте с помощью встроенного частотного анализатора. Применение методики позволяет выделить массы и упругие соединения, приводящие к резонансам системы, что дает возможность указать пути повышения жесткости механической системы и тем самым повысить полосу пропускания электропривода. На конкретном примере механизма линейного перемещения координатного стола показано применение предлагаемой методики идентификации многомассовой системы.*

**Ключевые слова:** идентификация, резонанс, многомассовая система, коэффициенты приведения масс, упругое соединение, жесткость

Идентификация электропривода, проведенная непосредственно на реальном объекте экспериментальным способом, является наиболее эффективным средством определения структуры и параметров механизмов [1, 2]. Полученная таким образом математическая модель электромеханической системы может быть использована для синтеза замкнутой системы управления, а также для проверки предварительных аналитических расчетов и результатов моделирования.

Современный уровень развития элементной базы контроллеров управления электроприводами позволяет создавать удобные и точные встроенные частотные анализаторы [3]. Наряду с современными широкополосными (не менее 1...2 кГц) усилителями тока (на базе ШИМ или линейных усилителей мощности) частотные анализаторы оказываются особенно полезными при исследовании многомассовых объектов управления мехатронных систем с упруговязкими связями.

Как известно, наличие резонансов (особенно низкочастотных) может существенно ограничить полосу пропускания привода. И поэтому определение масс и упругих соединений мехатронных сис-

тем, определяющих резонансы, позволяет указать направления повышения жесткости механической системы, что, в свою очередь, может повысить полосу пропускания электропривода.

### Особенности мехатронных механизмов с упругими связями

Исследования мехатронных механизмов роботов, манипуляторов, станков с ЧПУ, координатных столов и т. п. показывают необходимость учета в электромеханической системе двух и более основных резонансов. При этом в существенной области частот, определяемой полосой пропускания усилите-

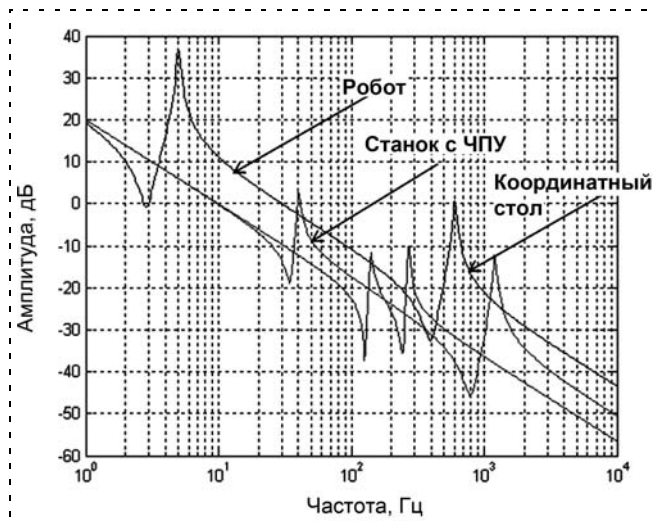


Рис. 1. Асимптотические ЛАЧХ мехатронных механизмов

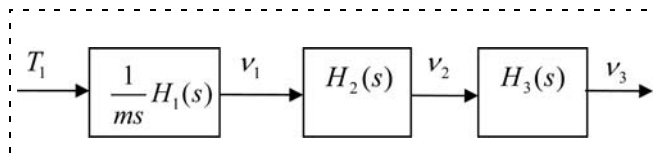


Рис. 2. Упрощенная структурная схема базовой трехмассовой модели

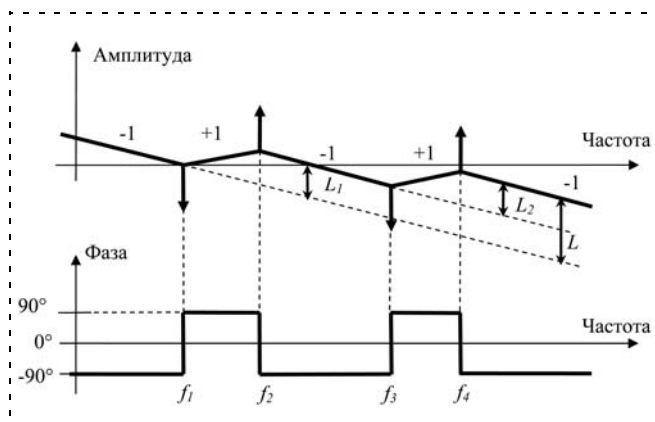


Рис. 3. Асимптотические ЛЧХ линейного двигателя трехмассовой упруговязкой системы

лей тока, их обычно выделяют не более двух—трех. На рис. 1 приведены асимптотические ЛАЧХ некоторых мехатронных механизмов — механизма поворота робота типа SCARA с волновым редуктором, механизма перемещения металлообрабатывающего станка с шарико-винтовой передачей и механизма линейного перемещения координатного стола.

### Особенности модели многомассовой мехатронной системы

В качестве базовой при рассмотрении мехатронных многомассовых упруго-вязких механизмов используется известная двухмассовая модель, характерная для системы "двигатель—механизм", связанных посредством редуктора и вала [1]. Как показано выше, реальные мехатронные системы представляют собой трех- и более массовые системы, математическое описание которых оказывается значительно сложнее. Однако при представлении структуры соединения масс рядного вида [2] и расположении резонансных частот достаточно далеко друг от друга на основании метода суперпозиции исходная многомассовая система может быть рассмотрена как несколько независимых последовательно соединенных двухмассовых систем.

В [4] рассмотрена линейная трехмассовая система, исходная модель которой может быть представлена в виде упрощенной структурной схемы на рис. 2.

На рис. 2 обозначены:  $v_1(s)$ ,  $v_2(s)$ ,  $v_3(s)$  — линейные скорости двигателя (первая масса), второй и третьей масс;  $T_1(s)$  — усилие двигателя;  $m = m_1 + m_2 + m_3$  — суммарная масса;  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  — массы двигателя, второй и третьей масс.

Передаточные функции трехмассовой модели  $H_1(s)$ ,  $H_2(s)$ ,  $H_3(s)$

$$H_1(s) = \frac{v_1(s)}{T_1(s)} = \frac{1}{ms} \frac{(T_{03}^2 s^2 + 1)(T_{02}^2 s^2 + 1)}{(T_{123}^2 s^2 + 1)(T_{12}^2 s^2 + 1)}; \quad (1)$$

$$H_2(s) = \frac{v_2(s)}{v_1(s)} = \frac{1}{T_{02}^2 s^2 + 1}; \quad (2)$$

$$H_3(s) = \frac{v_3(s)}{v_2(s)} = \frac{1}{T_{03}^2 s^2 + 1}, \quad (3)$$

где  $T_{03} = \sqrt{1 + Y_2 + Y_3}$ ,  $T_{12} = 1/(2\pi f_1)$  — постоянная времени собственных колебаний третьей массы при "жесткой" заделке первой и второй масс;  $T_{123} = 1/(2\pi f_1)$  — постоянная времени упругих колебаний трехмассовой системы;

$T_{02} = \sqrt{1 + Y_2}$ ,  $T_{12} = 1/(2\pi f_3)$  — постоянная времени собственных колебаний второй массы (при "жесткой" заделке вала двигателя и отсутствии третьей массы);

$T_{12} = 1/(2\pi f_4)$  — постоянная времени упругих колебаний двухмассовой системы, включающей только первую и вторую массы.

Асимптотические ЛЧХ<sub>1</sub> двигателя, соответствующие передаточной функции  $H_1(s)$ , приведены на рис. 3. С учетом принятых ранее допущений рассмотрим исходную трехмассовую систему как две независимые двухмассовые системы. При этом частоты низкочастотных антирезонанса  $f_1$  и резонанса  $f_2$  ЛЧХ<sub>1</sub> соответствуют двухмассовой системе, где одной массой является суммарная масса первой и второй масс  $m_{12} = m_1 + m_2$ , а второй массой — масса  $m_3$ . При этом можно считать соединение первой и второй масс "жестким". Частоты же высокочастотных антирезонанса  $f_3$  и резонанса  $f_4$  ЛЧХ<sub>1</sub> соответствуют двухмассовой системе с массами  $m_1$  и  $m_2$ .

Обозначим коэффициенты приведения масс  $Y_2 = m_2/m_1$ ;  $Y_3 = m_3/m_1$ . Тогда по аналогии с двухмассовой системой можно отметить ряд важных соотношений [5], используемых далее для идентификации:

1) частоты  $f_1$  и  $f_2$  отличаются в  $\sqrt{(1+Y_2+Y_3)/(1+Y_2)}$  раз, а частоты  $f_3$  и  $f_4$  — в  $\sqrt{1+Y_2}$  раз;

2) до частоты  $f_1$  наклон ЛАЧХ<sub>1</sub> определяется полной массой системы, после частоты  $f_2$  и до частоты  $f_3$  — суммарной массой только первой и второй масс, а после частоты  $f_4$  — только первой массой, обычно включающей и массу двигателя;

3) приращение амплитуд ЛАЧХ<sub>1</sub>:

- $L_1$  (до частоты  $f_1$  и после частоты  $f_2$ ) составляет  $L_1 = 20\lg[(1+Y_2+Y_3)/(1+Y_2)]$ ;
- $L_2$  (до частоты  $f_3$  и после частоты  $f_4$ )  $L_2 = 20\lg \times (1+Y_2)$ ;
- $L$  (до частоты  $f_1$  и после частоты  $f_4$ )  $L = L_1 \cdot L_2 = 20\lg(1+Y_2+Y_3)$ .

### Методика идентификации параметров механизма

Наклон ЛАЧХ до первого резонанса определяется полной массой системы, обычно известной (например, по переходной характеристике системы). Поэтому начнем идентификацию трехмассовой системы, переходя от низкочастотных к более высокочастотным резонансам.

*Исходные данные:*

- суммарная масса  $m = m_1 + m_2 + m_3$ ;
- частоты первого резонанса  $f_1$  и  $f_2$ ;
- частоты второго резонанса  $f_3$  и  $f_4$ ;
- подъем амплитуд ЛАЧХ после частоты  $f_2$  —  $L_1$ ; после частоты  $f_4$  —  $L_2$ .

*Расчет параметров трехмассовой модели механизма:*

- соотношение между коэффициентами приведения масс для первого резонанса:

$$(1 + Y_2 + Y_3)/(1 + Y_2) = (f_2/f_1)^2; \quad (4)$$

- суммарная масса  $m_1 + m_2$

$$m_1 + m_2 = m(1 + Y_2)/(1 + Y_2 + Y_3);$$

- масса  $m_3$

$$m_3 = m - (m_1 + m_2);$$

- жесткость упругого соединения между массой  $m_3$  и массой  $m_1 + m_2$

$$C_3 = m_3(2\pi f_1)^2; \quad (5)$$

- соотношение между коэффициентами приведения масс для второго резонанса:

$$1 + Y_2 = (f_4/f_3)^2; \quad (6)$$

- масса  $m_1$

$$m_1 = (m_1 + m_2)/(1 + Y_2); \quad (7)$$

- масса  $m_2$

$$m_2 = m - (m_1 + m_3);$$

- жесткость упругого соединения между массой  $m_1$  и массой  $m_2$

$$C_2 = m_2(2\pi f_3)^2. \quad (8)$$

Для вычисления коэффициента приведения масс (или проверки вышеприведенного расчета) может быть также использовано следующее выражение для приращения  $L_1$ :

$$(1 + Y_2 + Y_3)/(1 + Y_2) = 10^{L_1/20}. \quad (9)$$

Сравнение выражений (4) и (6) позволяет представить соотношения между коэффициентами приведения  $n$ -масс, соединенных по рядной схеме, в общем случае:

$$(1 + Y_2 + \dots + Y_n)/(1 + Y_{n-1}) = (f_2/f_1)^2; \\ (1 + Y_2 + \dots + Y_{n-1})/(1 + Y_{n-2}) = (f_4/f_3)^2, \quad (10)$$

где "отключаемые" массы после первого, второго и т. д. резонансов имеют индексы  $n$ ,  $n-1$ ,  $n-2$  соответственно.

### Пример идентификации механизма

В качестве примера рассмотрим ось координатного стола с линейным безжелезным  $U$ -образным двигателем типа LEM-S-1 (Anorad) с линейным датчиком положения RGH 24 (Renishaw), управляемым трехфазным трапецеидальным ШИМ-усилителем мощности BE12A6 (AMC) от контроллера SC-AT-4M (Elmo). Как видно из экспериментальных ЛЧХ двигателя (рис. 4), система имеет три наиболее выраженных резонанса. Найдем массы, определяющие эти резонансы, и жесткость упругого соединения этих масс в системе по предлагаемой методике.

*Исходные данные для расчета:*

- суммарная масса  $m = 4,5$  кг;
- частоты первого резонанса  $f_1 = 94$  Гц,  $f_2 = 103$  Гц;
- частоты второго резонанса  $f_3 = 187$  Гц,  $f_4 = 233$  Гц;
- частоты третьего резонанса  $f_5 = 477$  Гц,  $f_6 = 656$  Гц;

- разности амплитуд ЛАЧХ  $L_1 = 3,5$  дБ,  $L_2 = 17$  дБ,  $L_3 = 22$  дБ.

Параметры модели механизма:

- соотношение между коэффициентами приведения масс для первого резонанса

$$(1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)/(1 + Y_2 + Y_3) = (f_2/f_1)^2 = 1,2;$$

- суммарная масса

$$m_1 + m_2 + m_3 = m(1 + Y_2 + Y_3)/(1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) = 4,5/1,2 = 3,75 \text{ кг};$$

- масса

$$m_4 = m - (m_1 + m_2 + m_3) = 4,5 - 3,75 = 0,75 \text{ кг};$$

- жесткость упругого соединения  $C_4$  четвертой массы

$$C_4 = m_4(2\pi f_1)^2 = 0,26 \cdot 10^6 \text{ Н/м};$$

- соотношение между коэффициентами приведения масс для второго резонанса

$$(1 + Y_2 + Y_3)/(1 + Y_2) = (f_4/f_3)^2 = 1,6;$$

- суммарная масса

$$m_1 + m_2 = (m - m_3)(1 + Y_2)/(1 + Y_2 + Y_3) = 3,75/1,6 = 2,34 \text{ кг};$$

- масса

$$m_3 = (m_1 + m_2 + m_3) - (m_1 + m_2) = 3,75 - 2,34 = 1,41 \text{ кг};$$

- жесткость упругого соединения  $C_3$  третьей массы

$$C_3 = m_3(2\pi f_3)^2 = 1,94 \cdot 10^6 \text{ Н/м};$$

- соотношение между коэффициентами приведения масс для третьего резонанса

$$1 + Y_2 = (f_6/f_5)^2 = 1,89;$$

- масса

$$m_1 = (m_1 + m_2)/(1 + Y_2) = 2,34/1,89 = 1,24 \text{ кг};$$

- масса

$$m_2 = (m_1 + m_2) - m_1 = 2,34 - 1,24 = 1,1 \text{ кг};$$

- жесткость упругого соединения  $C_2$  второй массы

$$C_2 = m_2(2\pi f_5)^2 = 9,87 \cdot 10^6 \text{ Н/м}.$$

### Рекомендации по идентификации многомассовых систем

1. Феномен резонанса многомассовых систем проявляется характерными антирезонансными и резонансными частотами ЛАЧХ двигателя с соответствующим возрастанием фазы между этими частотами на ЛФЧХ.

2. После каждой частоты резонанса наблюдается подъем ЛАЧХ, пропорциональный уменьшению эффективной массы. Снижение эффективной массы после резонанса соответствует массе, условно "отключаемой" после резонанса.

3. Значение "отключаемой" массы и жесткость ее упругого соединения с остальной массой могут быть вычислены по известному значению полной массы системы и соотношению частот резонанса и антирезонанса или приращению амплитуды ЛАЧХ. Идентификацию многомассовых систем рекомендуется проводить, переходя от низкочастотных к более высокочастотным резонансам.

4. Приращения амплитуд  $L_1, L_2, \dots, L$  могут быть использованы для проверки расчета коэффициентов приведения масс, полученного по частотам резонанса.

5. Использование для синтеза системы аппроксимированной ЛЧХ "жесткого" объекта (без учета многомассовости механической части) может привести к неправильному выбору параметров ПИД регуляторов скорости/положения и, тем самым, к низким запасам устойчи-

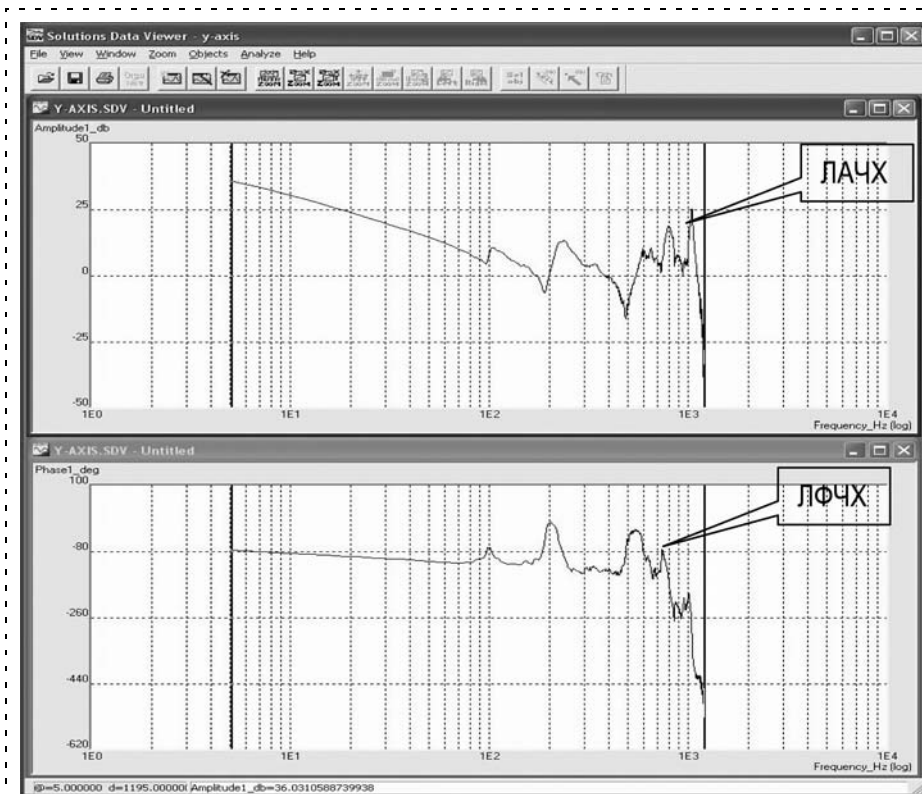


Рис. 4. Экспериментальные ЛЧХ двигателя оси координатного стола

ности или даже к потере устойчивости. Этот случай принято называть "неустойчивостью из-за понижения инерции".

6. При малых коэффициентах приведения масс или значительном демпфировании упругой связи использование ЛАЧХ двигателя для идентификации механизмов затруднено. В этом случае для повышения точности идентификации может быть рекомендована установка дополнительного датчика на конечном или одном из промежуточных звеньев механизма.

Отметим, что предлагаемая методика справедлива в равной степени и для систем с вращающимся двигателем, где массы и усилия должны быть заменены соответственно на моменты инерции и моменты.

### Заключение

Современный уровень развития контроллеров управления движением, оснащенных частотными анализаторами, позволяет провести идентификацию механизма непосредственно на реальном объекте. По экспериментальной ЛЧХ с помощью предложенного метода могут быть определены массы и упру-

гие соединения электромеханической системы, определяющие основные резонансы.

Рассмотрение трехмассовой системы позволило сформулировать общий подход для идентификации трех- и более массовых систем, использованный на конкретном примере четырехмассового механизма линейного перемещения координатного стола.

Результаты проведенного анализа позволяют указать пути повышения жесткости механической системы, что, тем самым, может повысить полосу пропускания электропривода, а следовательно, улучшить качественные показатели мехатронных систем.

### Список литературы

1. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Тиристорные системы электроприводов с упругими связями. Л.: Энергия, 1979. 160 с.
2. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. Л.: Энергоатомиздат, 1992. 288 с.
3. Ганнелъ Л. В. Современные средства исследований частотных характеристик электропривода с упругими связями // Промышленные АСУ и контроллеры. 2008. № 4. С. 53—55.
4. Гудзенко А. Б., Ганнелъ Л. В., Смотров Е. А. Синтез модального управления в быстродействующих транзисторных электроприводах // Электричество. 1987. № 1. С. 40—46.

## ИНФОРМАЦИЯ

9—11 октября 2012 г. в Санкт-Петербурге  
в ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» состоится

### 5-я Российская мультikonференция по проблемам управления (МКПУ-2012)

*Председатель Президиума мультikonференции*  
академик РАН В. Г. Пешехонов

#### Состав мультikonференции

♦ **XXVIII КОНФЕРЕНЦИЯ ПАМЯТИ ВЫДАЮЩЕГОСЯ КОНСТРУКТОРА ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ Н. Н. ОСТРЯКОВА**

Конференция посвящается Б. Е. Чертоку — одному из легендарной плеяды создателей отечественной ракетно-космической техники, академику РАН

*Председатель программного комитета конференции —*

академик РАН В. Г. Пешехонов

♦ **КОНФЕРЕНЦИЯ «УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ, ЭРГАТИЧЕСКИХ, ОРГАНИЗАЦИОННЫХ И СЕТЕВЫХ СИСТЕМАХ»**

Конференция посвящается памяти академика РАН В. М. Матросова

*Сопредседатели программного комитета конференции:*

академик РАН

член-корреспондент РАН

член-корреспондент РАН

член-корреспондент РАН

С. Н. Васильев

И. А. Каляев

Д. А. Новиков

Г. Г. Себряков

♦ **КОНФЕРЕНЦИЯ «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В УПРАВЛЕНИИ»**

*Сопредседатели программного комитета конференции:*

член-корреспондент РАН

член-корреспондент РАН

д. т. н., профессор

Р. М. Юсупов

В. Н. Васильев

В. М. Кутузов

*Подробная информация о мультikonференции размещается на сайте:*

<http://www.elektroprigor.spb.ru/cnf/mkpu2012/rindex.php>

*Контактная информация:*

Тел.: (812) 499-8157, 499-8210

E-mail: mkpu@eprib.ru, mgrishina@eprib.ru

УДК 681.5.01

**С. А. Айвазян**, канд. техн. наук, гл. науч. сотр.,  
sergey\_asa@inbox.ru,  
НИИИЦ (АМ и ВЭ) НИИ ВМ ВМедА им. С. М. Кирова

## Анализ состояния и перспективы развития систем отображения информации и управления боевых эргатических комплексов

*Рассматриваются вопросы развития и состояния систем отображения информации и управления боевыми эргатическими комплексами. Анализируются основные закономерности и перспективы развития интегрированных интерактивных систем управления полетом и вооружением и систем отображения информации и управления боевых эргатических комплексов.*

**Ключевые слова:** системы отображения информации, системы управления полетом и вооружением, боевые эргатические комплексы, интеграция, повышение уровня автоматизации, оптимизация, унификация, психофизиологическая безопасность

Для того чтобы говорить о перспективных направлениях построения систем отображения информации и управления (СОИУ) боевых эргатических комплексов (БЭК), необходимо проанализировать в историческом аспекте основные закономерности развития эргатических систем вообще и систем управления движением (полетом) и вооружением (СУДВ/СУПВ) БЭК или авиационных систем управления полетом и вооружением, в частности. Системы управления движением (полетом) и вооружением БЭК могут быть реализованы путем построения систем отображения информации о функционировании, т. е. о движении и о вооружении, БЭК и систем их управления, т. е. путем построения СОИУ БЭК.

Основными закономерностями развития эргатических систем являются:

- интеграция;
- повышение уровня автоматизации;
- оптимизация;
- унификация;
- психофизиологическая безопасность.

Имеется еще одна общая закономерность развития систем, обусловленная интенсивным развитием науки и техники и внедрением их результатов в перспективные, новые системы.

Перечисленные закономерности значительно проявляются в области БЭК и систем и, в особенности, авиационных. Необходимо заметить, что эти закономерности взаимосвязаны и взаимно прони-

кают друг в друга. Эти закономерности проявляются как при развитии аппаратной части систем, так и программно-алгоритмического обеспечения. Более того, программно-аппаратное обеспечение в силу большей связанности с задачами, возлагаемыми на систему, в ряде случаев диктует выбор ее аппаратной части. Рассмотрим проявление указанных закономерностей в области авиационных систем, ибо именно в этих системах ярко проявляются эти закономерности.

### 1. Основные закономерности и перспективы развития систем отображения информации и управления боевых эргатических комплексов в направлении их комплексирования и интеграции

Среди научно-технических направлений развития СОИУ БЭК имеются направления, связанные с их интеграцией, отражающие основные тенденции развития систем.

Принципы комплексирования, интеграции СОИУ БЭК пришли на смену преобладающим на первых этапах развития систем принципам декомпозиции, причем на начальных стадиях развития систем преобладал интуитивный принцип декомпозиции. Это связано с невозможностью понять и охватить в человеческом сознании, и даже в сознании ученого, конструктора, процесс функционирования системы в целом во всем многообразии объективно существующих связей. Поэтому целая задача расщепляется на некоторые малые обозримые задачи, весь единый процесс расчленяется на отдельные этапы. Этот метафизический или, как сейчас говорят, несистемный подход реализуется не потому, что специалисты не понимают, что лучше бы предусмотреть и учесть все связи сразу, а потому, что в силу неизученности явления они этого сделать не могут. На более поздних стадиях изучения и развития систем интуитивный метод декомпозиции был развит в научный метод декомпозиции. Необходимость создания и развития такого метода была вызвана, с одной стороны, отсутствием на определенных стадиях научных теорий, позволяющих математически описать и решить всю задачу, возлагаемую на систему, целиком и, с другой стороны, — ограниченными возможностями бортовой вычислительной техники по реализации математических зависимостей, обеспечивающих решение всей, не декомпозированной задачи.

Далее процесс интеграции развивался в направлении комплексирования систем на аппаратном и алгоритмическом уровнях с последующим широким внедрением на борт решений оптимизационных задач обработки информации и управления.

Этапы комплексирования и интеграции СУПВ, их теоретические методы и примеры

№ п/п	Основные теоретические методы	Характеристика этапов комплексирования и интеграции систем	Примеры
1	Методы декомпозиции	Отсутствие комплексирования	Отдельные приборы, устройства для обеспечения навигации, пилотирования, прицеливания, применения оружия
2	Элементы системного анализа. Методы параметрической оптимизации систем. Методы инженерной психологии	Аппаратурное комплексирование на уровне отдельных систем	Системы воздушных сигналов (СВС), навигационные системы, инерциально-навигационные системы (ИНС), пилотажные системы, прицельные системы, системы управления оружием
3	Системный анализ. Методы теории сложных систем. Методы оптимизации систем. Методы: теории оптимального оценивания; теории оптимального управления. Методы инженерной психологии	Алгоритмическое и аппаратурное комплексирование систем	Пилотажно-навигационные системы и комплексы, прицельно-навигационные системы и комплексы, системы управления оружием, системы единой индикации
4	Системный анализ. Методы синтеза оптимального облика систем. Методы: теории многоступенчатых динамических систем, статистической теории оптимального управления, теории систем со случайной структурой, теории эргатических систем, теории систем искусственного интеллекта	<b>Новые принципы интеграции</b> <i>Интеграция системы управления БЭК и вооружением на уровне этапов и задач (целевая интеграция)</i>	Интегрированные интерактивные системы управления БЭК и вооружением, обеспечивающие сквозную оптимизацию задач управления, оптимальное распределение боевых функций между БЭК и оружием, между БЭК в группе, формирование и отображение комплексной информации

Естественным развитием процесса интеграции является комплексирование систем на уровне этапов и задач, решаемых БЭК, основанном на рассмотрении БЭК и оружия как единой целенаправленной системы с организацией управления такой многоступенчатой динамической системой (МДС), главным образом, в интересах последней ступени оружия с обеспечением сквозной оптимизации [1, 3]. Такое рассмотрение системы "БЭК — оружие" приводит к необходимости решения задач оптимального управления конечным состоянием многоступенчатых динамических систем: "БЭК — бомба", "БЭК — снаряд", "БЭК — неуправляемая авиационная ракета", "БЭК — авиационная управляемая ракета (АУР)", "БЭК — многоступенчатое оружие". Это составляет основное содержание **новых принципов интеграции систем отображения информации и управления боевыми эргатическими комплексов**.

Характеристика этапов процесса комплексирования и интеграции систем управления полетом и вооружением, теоретическое обеспечение этого процесса и примеры представлены в табл. 1.

В настоящее время разработаны [1, 3, 6] теория, методы построения, алгоритмическое обеспечение системы оптимального управления носителем и вооружением как единой интегрированной системой, обеспечивающие интеграцию не только на аппаратурном и программно-алгоритмическом уровнях, но и на уровне решаемых задач. Управление строится исходя из принципов оптимизации конечного состояния многоступенчатой динамической системы, в качестве которой рассматриваются летательный аппарат (ЛА) — носитель, различные виды оружия, в том числе и многоступенчатое. При этом обеспечивается оптимальное управление носителем на различных этапах его боевого применения, оптимальная настройка параметров законов управления ступеней системы и условий их переключения, например оптимальная настройка закона управления АУР перед ее пуском или настройка условий раскрытия разовой бомбовой кассеты.

На рис. 1 представлена многоступенчатая динамическая система. Справа в овальных фигурах представлены, в общем случае, векторно-матричные дифференциальные уравнения, описывающие динамику движения ступеней. В них  $Y_i$  — вектор состояния

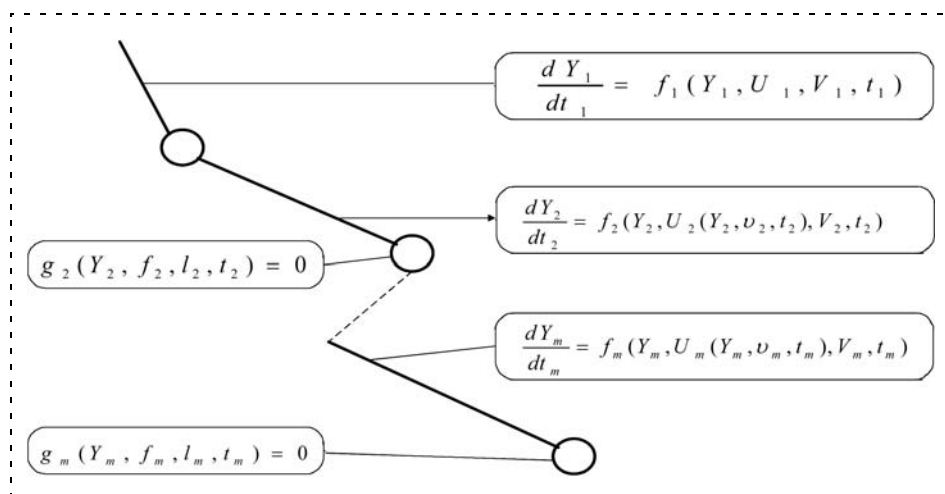


Рис. 1. Многоэтапные процессы, многоступенчатые динамические системы



$i$ -й ступени ( $i \in \overline{1, m}$  — номер ступени);  $f_i(\dots)$  — векторная, в общем случае нелинейная, функция, зависящая: от вектора состояния  $Y_i$ ; вектора управления  $U_i$ ; вектора случайных воздействий, представляющих собой белые центрированные шумы, и времени  $t_i$  (время существования, функционирования  $i$ -й ступени с точки зрения методической целесообразности нумеруется номером ступени  $i$ ). Начиная со второй ступени (при  $i = 2, \dots, m$ ) предполагаются известными структуры закона управления  $U_i(Y_i, v_i, t_i)$ ,  $i = 2, \dots, m$ , где  $v_i$  — векторы неизвестных (оптимизируемых) параметров законов управления. На рис. 1 слева в овальных фигурах представлены скалярные условия переключения ступеней  $g_2(Y_2, f_2, l_2, t_2) = 0, \dots, g_m(Y_m, f_m, l_m, t_m) = 0$ , где  $l_2, \dots, l_m$  — векторы параметров условий переключения ступеней.

Задача оптимального управления конечным состоянием МДС заключается в определении векторов: управления 1-й ступенью — носителем  $U_1$  и параметров управления ступенями  $v_i$ ,  $i = \overline{2, m}$ , где  $m$  — число ступеней МДС, и условий их переключения  $l_i$ ,  $i = \overline{2, m}$  (рис. 1), обеспечивающих экстремум некоторого критерия качества, зависящего не только от состояния промежуточных ступеней, но и от конечного состояния последней  $m$ -й ступени МДС. Последнее обстоятельство с математической точки зрения придает задаче новый смысл, а именно смысл оптимизации управления конечным состоянием дискретно-непрерывной динамической системы, к которой относится МДС. Для решения такой оптимизационной задачи необходимо располагать математическим описанием динамики конечного состояния МДС, причем при нахождении системы, например, в состоянии первой ступени математическое описание динамики конечного состояния МДС должно содержать дифференциальные уравнения, содержащие производные прогнозируемых конечных значений фазовых координат последней ступени по настоящему времени.

Дифференциальное уравнение динамики конечного состояния МДС можно построить на основе методов теории чувствительности непрерывных, а в более общем случае — конечномерных разрывных систем [3]. Наличие этого уравнения позволяет решать задачи оптимального управления конечным состоянием МДС как по локальному, так и по терминальному критериям, а также критериям максимального быстрогодействия и боевой эффективности.

Для решения задач оптимального управления промежуточным и конечным состоянием МДС необходимо также располагать дифференциальными уравнениями чувствительности конечного и промежуточных состояний от начальных условий начальных ступеней МДС, векторов, характеризующих законы управления ступенями, а также условия переключения ступеней. Указанные уравнения чувствительности МДС необходимы для построения дифференциальных уравнений динамики ко-

нечного состояния МДС и позволяют также применять некоторые эффективные численные методы (см., например, [3, 6]) для решения оптимизационных задач управления МДС.

С применением математического аппарата оптимального управления конечным состоянием МДС [3, 6] можно:

- решать задачи оптимального распределения боевых функций между носителем и оружием как при определении облика боевого комплекса, так и непосредственно при его боевом применении;
- строить алгоритмы оптимального прицеливания при применении обычного и многоступенчатого оружия;
- синтезировать алгоритмическое обеспечение комплексной системы оптимального прицеливания и наведения управляемой ракеты;
- строить системы оптимального управления многоэтапным функционированием БЭК, обеспечивающие достижение оптимального состояния в конце последнего этапа, в частности, строить алгоритмы оптимального управления боевым применением оружия при функционировании БЭК в сложных условиях с учетом рельефа местности;
- и, наконец, строить высокоинтегрированные оптимальные системы управления БЭК и вооружением.

Методологическими основами новых принципов интеграции систем управления полетом и вооружением (рис. 2) являются:

- методы теории оптимального управления;
- методы теории многоступенчатых динамических систем;
- методы оптимального управления конечным состоянием многоступенчатых динамических систем и многоэтапных процессов.

В соответствии с новыми принципами интеграции в настоящее время построены методы и алгоритмы оптимальной интерактивной авиационной системы прицеливания при бомбометании, обеспечивающие повышение эффективности в два раза

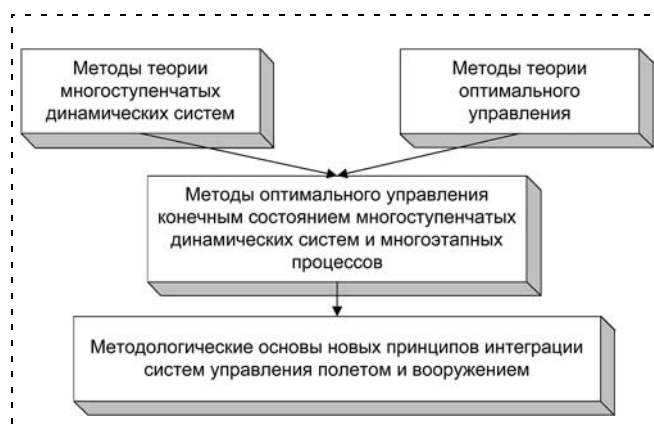


Рис. 2. Методологические основы новых принципов интеграции систем управления полетом и вооружением

с уменьшением психофизиологической загрузки летчика до уровня фонового значения и значительное снижение времени на обучение летного состава (оценки получены по результатам полунатурного и летного экспериментов).

На основании указанных принципов можно построить высокоинтегрированные интерактивные авиационные прицельные системы, обеспечивающие управление системой "ЛА — оружие" на начальных этапах многоэтапного процесса ее боевого применения в целях достижения оптимального состояния в конце последнего этапа или в целях достижения максимальной эффективности действия последней ступени многоступенчатого оружия.

## 2. Основные закономерности и перспективы развития систем отображения информации и управления боевыми эргатическими комплексами в направлении их автоматизации

Совершенствование авиационных систем в целях повышения уровня автоматизации процессов управления полетом и вооружением на первых стадиях происходило в направлении механизации трудоемких, весьма рутинных функций человека, автоматизации вычислительных операций. В последующем в большей мере подвергались автоматизации функции обработки информации и управления.

Для современного состояния развития автоматизированных систем управления характерна тенденция более интеллектуального включения человека в работу системы. Так, в современных автоматизированных системах принятия решений на машину возлагаются задачи подготовки информации, проиг-

рывания вариантов решения, наглядного отображения исходной информации и результатов решений. На человека же возлагаются более интеллектуальные задачи построения (генерации) альтернативных вариантов и окончательного принятия решения.

Существующие автоматизированные системы управления динамическими объектами обладают меньшими возможностями использования интеллектуальных возможностей человека непосредственно при реализации управления.

В основном интеллектуальные возможности человека используются на этапе построения системы управления, при формировании критерия и ее структуры.

Однако в процессе функционирования системы управления могут быстро и заранее непредвиденно меняться не только структура и параметры среды и объекта управления, на что удается настраиваться, применяя адаптивные подходы, но и могут меняться цели управления. Это в особенности характерно для систем управления военного назначения: систем вооружения, кораблей, летательных аппаратов и т. д.

В боевых условиях подчас единственным, кто может правильно, адекватно быстроменяющейся обстановке принять решение по выбору цели управления, является человек. При этом его действия тем эффективнее (и тем самым эффективнее действия всей системы), чем в большей степени человек — лицо, принимающее решение, — высвобожден от рутинных, мало интеллектуальных видов деятельности.

Пределом реализации этого принципа является создание систем, в которых человеку поручается выполнение функций, которые нельзя поручить

Таблица 2

Этапы автоматизации СУПВ, их теоретические методы и примеры

№ п/п	Основные теоретические методы	Характеристика этапов автоматизации управления полетом и вооружением	Примеры
1	Интуитивные методы автоматизации	Преимущественно ручное управление. Автоматическое измерение некоторых параметров полета. Автоматизация вычислений	Отдельные приборы, устройства для обеспечения навигации, пилотирования, прицеливания, применения оружия
2	Методы инженерно-психологического анализа. Методы полунатурного моделирования человеко-машинных систем. Методы параметрической оптимизации систем	Директорное управление ЛА. Полуавтоматическое (преимущественно синхронное) прицеливание. Автоматическое измерение параметров полета ЛА	Директорные пилотажные приборы. Системы наземного наведения ЛА. Полуавтоматические оптические, радиолокационные, телевизионные прицелы
3	Принципы рационального разделения функций между человеком и машиной. Методы инженерно-психологического анализа. Методы полунатурного моделирования человеко-машинных систем. Методы: теории оптимального оценивания, теории оптимального управления	Полуавтоматическое и автоматическое управление авиационных БЭК при пилотировании и прицеливании. Автоматическое измерение параметров полета атакующего ЛА и цели. Комплексная, оптимальная, квазиоптимальная обработка информации	Полуавтоматические пилотажно-навигационные системы и комплексы, прицельно-навигационные системы и комплексы, системы единой индикации, САУ
4	Концепция оптимальной автоматизации. Методы интерактивного управления. Методы: теории многоступенчатых динамических систем, теории оптимального оценивания, статистической теории оптимального управления, теории систем искусственного интеллекта	<b>Новые принципы автоматизации.</b> Реализация концепции оптимальной автоматизации, заключающейся в минимизации затрат человека на выполнение рутинных функций с сохранением за ним прерогативных функций, которые нельзя перепоручить никакой другой системе	Интегрированные интерактивные системы управления полетом и вооружением, обеспечивающие сквозную оптимизацию задач управления; формирование и отображение комплексной текущей и прогностической, экспертной информации

никакой технической системе. Такое понимание совершенства человеко-машинной системы соответствует концепции оптимальной автоматизации, предложенной в работе [5].

Содержание концепции оптимальной автоматизации заключается в минимизации затрат человека, участвующего в управлении, на выполнение рутинных, малоинтеллектуальных функций с сохранением за ним функций, являющихся прерогативой человека. Такой прерогативной функцией, в частности, является функция целеполагания, т. е. функция определения или формирования критерия качества системы, характеризующего цели управления. Концепция оптимальной автоматизации составляет основу **новых принципов автоматизации систем отображения информации и управления боевых эргатических комплексов** [4, 6].

Характеристика этапов процесса автоматизации систем управления полетом и вооружением, теоретическое обеспечение этого процесса и примеры представлены в табл. 2.

Новые принципы автоматизации систем управления основаны на концепции оптимальной автоматизации [5]. Концепция оптимальной автоматизации может быть реализована с применением методов интерактивного (с обоюдной активностью человека и машины) управления [4, 5, 6].

### 3. Основные закономерности и перспективы развития систем отображения информации и управления боевых эргатических комплексов в направлении их оптимизации

Процесс оптимизации систем прошел путь от этапа создания работоспособных устойчивых систем управления, оптимизации отдельных ее параметров до этапа построения оптимальных или квази-оптимальных информационных подсистем, оптимального управления на отдельных этапах функционирования системы с применением методов современной теории оптимального управления. Табл. 3 иллюстрирует различные задачи оптимизации систем.

**Перспективным принципом оптимизации много-ступенчатых динамических систем и многоэтапных процессов является принцип сквозной оптимизации, т. е. оптимизации по конечному эффекту, реализуемый с применением методов оптимального управления конечным состоянием многоступенчатых динамических систем** [1, 3, 6].

Характеристика этапов процесса оптимизации систем управления полетом и вооружением, теоретическое обеспечение этого процесса и примеры представлены в табл. 4.

### 4. Основные закономерности и перспективы развития систем отображения информации и управления боевых эргатических комплексов в направлении их унификации

Унификация более органично реализуется там, где алгоритмическое обеспечение базируется на использовании фундаментальных достижений науки. Действительно, при реализации в информационных системах боевых авиационных комплексов (БАК) методов оптимального оценивания, например, фильтра Калмана, Калмана-Бьюси или их обобщений и модификаций, обеспечивается высокий уровень унификации алгоритмического и программного обеспечения, заключающейся в том, что алгоритмы фильтрации различных параметров полета ЛА, движения средств поражения и цели содержат дифференциальные или разностные уравнения однотипной структуры, которые могут решаться с использованием единых вычислительных процедур.

То же самое явление имеет место, когда в системах управления используются методы оптимального управления. Характерным является то, что чем меньше при построении систем и комплексов мы отступаем от реализации оптимальных методов, тем более высокий уровень унификации мы обеспечиваем. Разумеется, далеко не всегда возможна точная реализация оптимальных методов. Иной раз их точная реализация и не целесообразна. Это связано с тем, что в теории отсутствуют универсальные методы. Однако при проектировании систем и

Таблица 3

Различные задачи оптимизации систем

Задача	Дано	Требуется найти
Задача параметрической оптимизации системы (оптимизация системы в пространстве параметров)	Система: $S(Y, U(Y, v, t), t)$ ; функция качества: $K(Y, v, t)$	Вектор параметров $v$ , доставляющий экстремум функции качества $K(Y, v, t)$
Задача оптимизации системы (оптимизация системы в пространстве функций)	Система: $S(Y, U(Y, t), t)$ ; функционал качества $K(Y, U(Y, t), t)$	Функцию управления $U(Y, t)$ , доставляющую экстремум функционалу качества $K(Y, U(Y, t), t)$
Задача сквозной оптимизации многоступенчатой динамической системы или многоэтапного процесса	Многоступенчатая динамическая система или многоэтапный процесс с числом ступеней или этапов, равным $m$ : $S_1(Y_1, U_1(Y_1, t_1), t_1)$ ; $S_2(Y_2, U_2(Y_2, v_2, t_2), t_2)$ , $g_m(Y_2, l_2, t_2) = 0$ — условие переключения 2-й ступени; ..... ..... $S_m(Y_m, U_m(Y_m, v_m, t_m), t_m)$ , $g_m(Y_m, l_m, t_m) = 0$ — условие переключения $m$ -й ступени	Вектор управления $U = [U_1, v_2, v_3, ..., v_m, l_2, l_3, ..., l_m]$ , доставляющий экстремум

Этапы оптимизации СУПВ, их теоретические методы и примеры

№ п/п	Основные теоретические методы	Характеристика этапов оптимизации систем	Примеры
1	Интуитивные методы построения рациональных систем. Методы теории устойчивости	Построение рациональных устойчивых систем	Отдельные приборы, устройства для обеспечения навигации, пилотирования, прицеливания, применения оружия
2	Теория автоматического регулирования. Методы параметрической оптимизации систем. Методы инженерной психологии	<i>Параметрическая оптимизация отдельных задач управления и обработки информации</i> (структура систем, как правило, выбиралась эмпирически)	Директорные пилотажные приборы. Системы наземного наведения ЛА. Полуавтоматические оптические, радиолокационные, телевизионные прицелы
3	Системный анализ. Методы статистического математического моделирования. Методы: теории оптимального оценивания, теории оптимального управления. Методы инженерной психологии	<i>Оптимальное, квазиоптимальное решение отдельных задач.</i> Построение робастных систем комплексной обработки информации и управления	Пилотажно-навигационные системы и комплексы, прицельно-навигационные системы и комплексы, системы управления оружием
4	Системный анализ. Методы синтеза оптимального облика систем. Методы теории многоступенчатых динамических систем. Методы статистической теории оптимального управления в пространстве состояний. Методы теории систем со случайной структурой. Методы теории систем искусственного интеллекта	<b>Новые принципы оптимизации.</b> <i>Сквозная оптимизация задач управления, оптимальное распределение боевых функций между ЛА и оружием, между самолетами в группе, комплексная оптимальная обработка информации</i>	Интегрированные интерактивные системы управления полетом и вооружением, обеспечивающие сквозную оптимизацию задач управления; формирование и отображение комплексной текущей и прогностической, экспертной информации

комплексов необходимо выбирать минимальную, достаточно унифицированную совокупность оптимизационных методов, обладающих высокой степенью общности, и реализацию комплексов осуществлять на их основе.

Если интеграция и автоматизация комплексов базируются на высоком уровне обобщения задач, как это предлагается в концептуальных положениях, рассмотренных выше и базирующихся на рассмотрении системы "ЛА — оружие" как единой многоступенчатой динамической системы с обеспечением ее сквозной оптимизации, то и унификация алгоритмического обеспечения осуществляется в более широком объеме.

Интерактивные методы управления, базирующиеся на концепции оптимальной автоматизации (см. выше пункты, посвященные рассмотрению новых принципов интеграции и автоматизации систем управления полетом и вооружением), обеспечивают сочетание традиционных оптимизационных решений и новых информационных технологий, методов искусственного интеллекта. Если методы искусственного интеллекта, используемые в системах управления, базируются на общей научной основе, то также обеспечивается высокий уровень унификации их алгоритмического и аппаратного обеспечения.

Наконец, степень унификации алгоритмического обеспечения существенно зависит от способов формирования структуры вычислительной системы БАК и планирования вычислительного процесса. Хороший результат при решении проблемы построения унифицированного программно-алгоритмического обеспечения может быть достигнут с применением методов оптимального планирования вычислительного процесса в мультипроцессорной бортовой цифровой вычислительной системе

(БЦВС), предлагаемых в концепции построения интегрированных интерактивных систем управления полетом и вооружением [6]. Эти методы могут применяться как на этапе проектирования комплекса, так и на этапе его боевого применения при решении задачи реконфигурации программно-аппаратного обеспечения и БЦВС.

При определении номенклатуры БАК весьма важной проблемой является проблема определения номенклатуры средств поражения. Решение этой проблемы с применением оптимизационных методов позволяет обеспечить высокий уровень унификации комплексов авиационного вооружения. Рассмотренные направления унификации комплекса авиационного вооружения, в том числе и БАК, применяются на технологическом цикле создания комплексов. Однако существенное влияние на решение проблемы унификации комплексов и их алгоритмического обеспечения оказывает этап определения системы задач, возлагаемых на БАК того или иного типа, и этап формирования тактико-технических требований и облика комплексов. Эффективные решения задач этих этапов могут быть получены с применением системного подхода и оптимизационных способов теории систем искусственного интеллекта, с использованием методов ситуационного управления и методов теории нечетких множеств.

Уровень унификации систем главным образом определяется уровнем фундаментальности научных результатов, на которых базируется построение систем, уровнем учета основных объективных закономерностей развития систем. С применением фундаментальных методов физики и теоретической механики, теорий оптимального управления и оптимального оценивания возможно построение базовых систем и подсистем, алгоритмических

блоков, из которых могут собираться системы управления полетом и вооружением летательных аппаратов различного типа. Это положение определяет **основной принцип базовой унификации систем**.

### 5. Основные закономерности и перспективы развития систем отображения информации и управления боевых эргатических комплексов в направлении обеспечения психофизиологической безопасности

Среди научно-технических направлений развития БЭК имеется направление, связанное с безопасностью применения БЭК, определяемой человеческим фактором, иначе, с психофизиологической безопасностью.

Совершенствование авиационных систем в целях повышения уровня психофизиологической безопасности процессов управления полетом и вооружением на первых стадиях происходило с применением преимущественно интуитивных методов в направлении механизации трудоемких, весьма рутинных функций человека, автоматизации вычислительных операций и некоторых измерений, простейшей индикации параметров полета.

В последующем в большей мере подвергались автоматизации функции обработки информации и управления. Были созданы различные системы: навигационные системы, пилотажные системы, прицельные системы, системы управления оружием, и, соответственно, обеспечение психофизиологической безопасности во многом осуществлялось на уровне отдельных режимов и систем.

Существующие эргатические комплексы и системы были построены преимущественно с применением метода рационального обеспечения психофизиологической безопасности. Для современных существующих комплексов характерно:

- резкое увеличение информационной нагрузки в реальном масштабе времени, сопровождающееся ростом психофизиологической напряженности деятельности, приближающейся к предельным возможностям человека, и увеличение дефицита времени для принятия решения;
- появление полимодальных информационных пространств, формируемых различными бортовыми информационными системами, требующих переработки оператором в реальном времени;
- существенное усложнение структуры деятельности, связанное с необходимостью одновременного поддержания нескольких информационных моделей (состояния бортового комплекса, тактической обстановки, образа полета с учетом условий безопасности) и управления ими;
- возникновение новых факторов полета (сверхманевренность, значительные знакопеременные перегрузки, в том числе боковые наряду с применением наשלмных систем целеуказания и индикации (НСЦИ), способствующих появлению ряда зрительно-вестибулярных иллюзий пространственного положения, повышению вероятности потери пространственной ориентировки (ППО) и координации действий по управлению полетом и вооружением.

Таблица 5

Этапы психофизиологической безопасности СУПВ, их теоретические методы и примеры

№ п/п	Основные теоретические методы	Характеристика этапов психофизиологической безопасности управления полетом и вооружением	Примеры
1	Интуитивные методы автоматизации и обеспечения психофизиологической безопасности	Этап интуитивного обеспечения ПФБ. Преимущественно ручное управление. Автоматическое измерение некоторых параметров полета. Автоматизация вычислений	Отдельные приборы, устройства для обеспечения навигации, пилотирования, прицеливания, применения оружия
2	Методы инженерно-психологического анализа. Методы полунатурного моделирования человеко-машинных систем. Методы параметрической оптимизации систем	Этап обеспечения ПФБ на уровне отдельных систем. Директорное управление БЭК. Полуавтоматическое (преимущественно синхронное) прицеливание. Автоматическое измерение параметров полета авиационных БЭК	Директорные пилотажные приборы. Системы наземного наведения авиационных БЭК. СВС, навигационные системы, пилотажные системы, системы управления оружием. Полуавтоматические оптические, радиолокационные, телевизионные прицелы
3	Принципы рационального разделения функций между человеком и машиной. Методы инженерно-психологического анализа. Методы полунатурного моделирования человеко-машинных систем. Методы: теории оптимального оценивания, теории оптимального управления	Этап рационального обеспечения ПФБ. Полуавтоматическое и автоматическое управление авиационных БЭК при пилотировании и прицеливании. Автоматическое измерение параметров полета атакующего ЛА и цели. Комплексная, оптимальная, квазиоптимальная обработка информации	Полуавтоматические пилотажно-навигационные системы и комплексы, прицельно-навигационные системы и комплексы, МФИ, системы единой индикации, САУ
4	Концепция прогнозируемой психофизиологической безопасности. Концепция оптимальной автоматизации. Методы интерактивного управления. Методы: теории многоступенчатых динамических систем, теории оптимального оценивания, статистической теории оптимального управления, теории систем искусственного интеллекта	<b>Новые принципы психофизиологической безопасности.</b> Реализация концепции прогнозируемой психофизиологической безопасности, заключающейся в прогнозировании возможных нарушений условий психофизиологической безопасности и информационной и автоматизированной поддержке процесса управления БЭК и вооружением	Интегрированные интерактивные системы отображения информации и управления боевых эргатических комплексов, обеспечивающие сквозную оптимизацию задач управления; формирование и отображение комплексной текущей и прогностической, экспертной информации. Обеспечение прогнозируемой психофизиологической безопасности

Перспективным направлением обеспечения психофизиологической безопасности является направление, основанное на прогнозировании возможных нарушений условий психофизиологической безопасности и информационной и автоматизированной поддержке функционирования БЭК. Это направление соответствует концепции прогнозируемой психофизиологической безопасности.

Концепция прогнозируемой психофизиологической безопасности (ПФБ) составляет основу **новых принципов психофизиологической безопасности систем управления БЭК и вооружением.**

Характеристика этапов процесса повышения безопасности полета, связанного с человеческим фактором систем управления полетом и вооружением, теоретическое обеспечение этого процесса и примеры представлены в табл. 5.

Результаты анализа основных закономерностей и перспектив развития систем в компактной форме можно представить в виде номограмм, показанных на рис. 3.

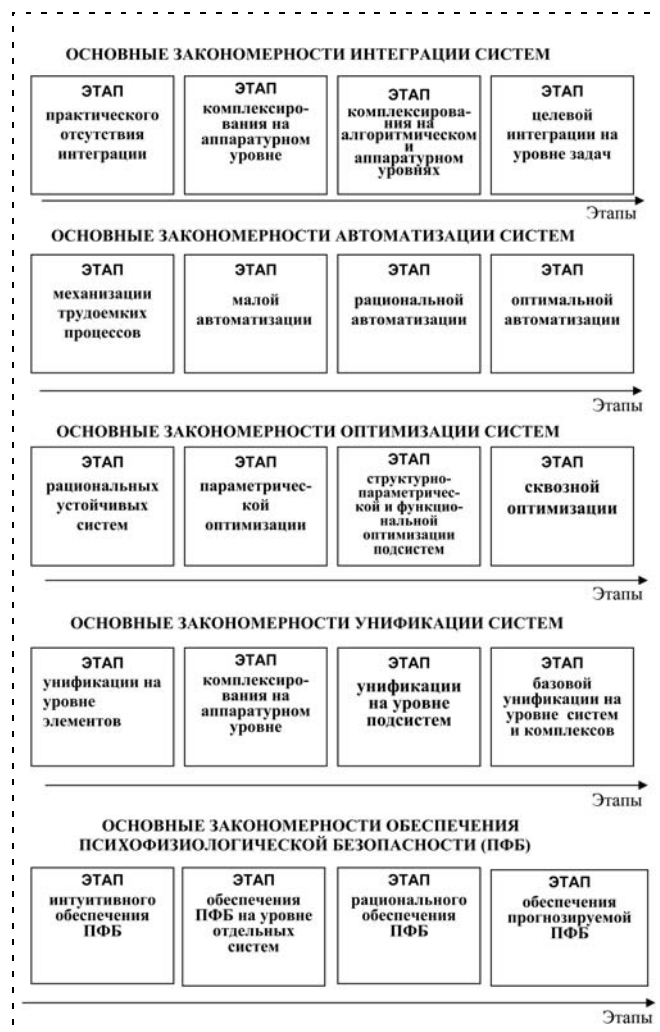


Рис. 3. Номограммы результатов анализа основных закономерностей и перспектив развития систем

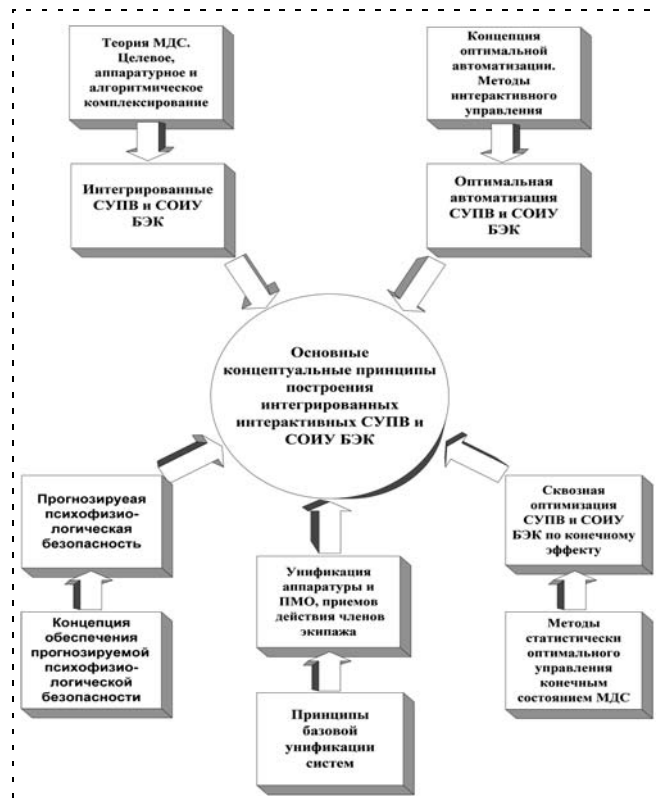


Рис. 4. Основные концептуальные принципы построения перспективных интегрированных интерактивных СУПВ и СОИУ БЭК

Основными концептуальными принципами построения перспективных интегрированных интерактивных СУПВ и СОИУ БЭК являются следующие:

- принцип целевой интеграции;
- принцип оптимальной автоматизации;
- принцип сквозной оптимизации;
- принцип базовой унификации;
- принцип прогностической психофизиологической безопасности БЭК.

Эти принципы в графической форме представлены на рис. 4.

#### Список литературы

1. Моисеев А. Г. Задача прицеливания как задача управления конечным состоянием многоступенчатой динамической системы. Научно-методические материалы по прицельно-навигационным комплексам. М.: ВВИА, 1986.
2. Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М. Чувствительность систем управления. М.: Наука, 1981.
3. Моисеев А. Г. Оптимальное управление конечным состоянием многоступенчатых динамических систем "Самолет—оружие". Научно-методические материалы. М.: ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1995.
4. Моисеев А. Г., Айвазян С. А. Интерактивные системы управления применением вертолета // Сб. тр. Международного вертолетного общества. М., 1998.
5. Моисеев А. Г. Концепция оптимальной автоматизации и интерактивные системы управления // Тез. докл. III конгресса "Информационные коммуникации, сети, системы и технологии", Международный форум информатизации. М., 1993. С. 68—70.
6. Моисеев А. Г. Интегрированные интерактивные системы управления полетом и вооружением вертолета // Сб. тр. Международного вертолетного общества. М., 1998.

УДК 626.02.008

**В. Ф. Филаретов**, д-р техн. наук, зав. лаб.,  
filaret@pma.ru,

**Д. А. Юхимец**, канд. техн. наук, науч. сотр.,  
undim@iacp.dvo.ru,

**А. Ю. Коноплин**, аспирант,  
kayur-prim@mail.ru,

Институт автоматики

и процессов управления ДВО РАН

Дальневосточный федеральный университет,  
г. Владивосток

## Метод синтеза системы автоматического управления режимом движения схвата манипулятора по сложным пространственным траекториям\*

*Описан метод автоматического формирования программных сигналов движения схвата многозвенного манипулятора, позволяющий задавать максимально возможную переменную скорость перемещения схвата манипулятора на отдельных участках пространственных траекторий без снижения заданной динамической точности управления с учетом текущей конфигурации многозвенного манипулятора и возможности входа в насыщение его приводов.*

**Ключевые слова:** многозвенный манипулятор, пространственная траектория, система управления, режим движения

### Введение

Производительность автоматизированных производственных комплексов в основном определяется скоростью выполнения соответствующих технологических операций с помощью многозвенных манипуляторов, рабочие органы которых должны двигаться по сложным пространственным траекториям. В настоящее время уже создано большое число методов [1, 2 и др.], позволяющих синтезировать высокоточные системы управления (СУ) (адаптивные, самонастраивающиеся, оптимальные и т. д.) указанными манипуляторами. Однако, как показали исследования, заданная динамическая точность работы манипуляторов сохраняется не на всех участках сложной пространственной траектории и только в том случае, когда все их усилительные и исполнительные элементы не входят в на-

сыщение при отработке сигналов управления, сформированных этими системами. Отметим, что при входе их в насыщение могут появиться такие отклонения рабочего органа манипулятора от заданной траектории, которые могут привести к появлению аварийных ситуаций. Снижение динамической точности управления даже при использовании высококачественных систем управления наблюдается и при повышенной скорости движения в отдельных суставах манипулятора, что часто имеет место при высокой скорости перемещения его рабочего органа по отдельным участкам сложных траекторий.

Исключить вход в насыщение можно, используя более мощные усилительные и исполнительные устройства, но это неминуемо приводит к значительному увеличению массы и инерционности звеньев и, как следствие, к увеличению взаимовлияний между степенями подвижности многозвенника. А это, в свою очередь, также снижает динамическую точность управления даже при использовании высококачественных СУ всеми приводами манипулятора. Однако сохранить заданную точность управления было бы возможно, снижая скорость движения рабочего органа манипулятора на тех участках программной траектории, которые имеют большую кривизну.

В работе [3] был предложен метод подстройки параметров программных сигналов движения манипулятора на основе амплитудно-частотных характеристик его приводов, обеспечивающий максимально возможную скорость их движения без снижения заданной динамической точности управления. Однако для использования указанного метода необходимо в процессе работы манипулятора точно определять параметры этих амплитудно-частотных характеристик, что является достаточно сложной задачей. Кроме того, использование точных аналитических выражений, описывающих указанные характеристики, значительно усложняет использование этого метода.

В работе [4] рассмотрен подход к автоматическому формированию программных сигналов движения подводных аппаратов, позволяющий задавать предельно возможную скорость их перемещения по всем участкам пространственных траекторий с учетом возможного входа движителей в насыщение. Для формирования указанных программных сигналов был введен дополнительный контур, который на основе информации о текущей точности движения подводных аппаратов по заданным пространственным траекториям формировал максимально возможное значение желаемой скорости этого движения. Указанный подход можно приме-

\* Работа выполнена в рамках ФЦП "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007—2013 годы" и грантов РФФИ.

нить и для синтеза системы формирования программных сигналов движения многозвенного манипулятора, однако для этого необходимо учесть кинематические и динамические особенности этого сложного многосвязного динамического объекта управления с постоянно изменяющейся конфигурацией исполнительного органа.

## 1. Описание движения многозвенного манипулятора и постановка задачи

Рассмотрим  $n$ -степенной манипулятор, который приводится в движение с помощью  $n$  приводов и имеет СУ вида

$$u(t) = F_u(\varepsilon(t), Q^*(t)) \in R^n, \quad (1)$$

где  $\varepsilon(t) = Q^*(t) - Q(t) \in R^n$  — вектор, элементами которого являются динамические ошибки каждого привода манипулятора;  $Q(t) = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$  и  $Q^*(t) = (q_1^*, q_2^*, \dots, q_n^*)^T$  — векторы обобщенных координат  $q_i$  и  $q_i^*$  соответственно, определяющие реальное и желаемое положения средней точки схвата (СТС) манипулятора (рис. 1).

Вектор  $Q(t)$  связан с вектором  $X(t) = (x, y, z)^T$  реального положения СТС манипулятора в абсолютной системе координат (АСК)  $xyz$  с помощью соотношений [5, 6]

$$Q(t) = F_I(X(t)), X(t) = F_D(Q(t)), \quad (2)$$

где  $F_D(\cdot) \in R^3$ ,  $F_I(\cdot) \in R^n$  — векторные функции, описывающие, соответственно, решения прямой и обратной задач кинематики рассматриваемого манипулятора.

Пусть движение манипулятора по желаемой пространственной траектории в АСК задается с помощью выражений [7]

$$\begin{cases} \dot{x}^* = v^*(t)/\Phi(x^*), \\ y^* = g_y(x^*), \\ z^* = g_z(x^*); \end{cases}$$

$$\Phi(x^*) = \sqrt{\left(\frac{\partial g_y(x^*)}{\partial x^*}\right)^2 + \left(\frac{\partial g_z(x^*)}{\partial x^*}\right)^2} + 1 = \sqrt{g_y'(x^*)^2 + g_z'(x^*)^2} + 1.$$

Тогда можно записать:

$$\dot{X}^*(t) = F_X^*(x^*)v^*(t), \quad (3)$$

где  $X^*(t) = (x^*, y^*, z^*)^T$  — вектор координат желаемого положения СТС манипулятора на заданной траектории в АСК;  $v^*(t)$  — модуль вектора желаемой скорости движения СТС вдоль заданной траектории;  $g_y(x^*)$ ,  $g_z(x^*)$  — функции, задающие траекторию движения СТС в горизонтальной и вертикаль-

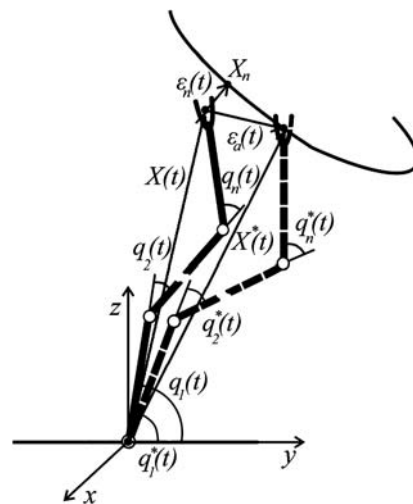


Рис. 1. Схема движения схвата манипулятора по заданной траектории

ной плоскостях соответственно;  $F_X^*(x^*) = [(1/\Phi(x^*)), g_y'(x^*)/\Phi(x^*), g_z'(x^*)/\Phi(x^*)]^T$ .

С учетом выражений (2) и (3) получаем

$$\dot{Q}^*(t) = \frac{\partial F_I}{\partial X^*} \dot{X}^*(t) = \frac{\partial F_I}{\partial X^*} F_X^*(x^*)v^*(t). \quad (4)$$

Учитывая выражение (4), несложно показать, что вектор  $\varepsilon(t) = Q^*(t) - Q(t)$  определяется следующей функциональной зависимостью:

$$\varepsilon(t) = f_\varepsilon(v^*(t), F_I(X^*), F_X^*(x^*), F_u(\cdot)). \quad (5)$$

Однако при наличии  $\varepsilon(t) \neq 0$  в АСК появляется вектор  $\varepsilon_a(t) \neq 0 \in R^3$  отклонения положения СТС  $X(t)$  от его желаемого положения  $X^*(t)$ , а также вектор  $\varepsilon_n(t) \neq 0 \in R^3$  отклонения этой точки от заданной траектории ее движения (рис. 1). При этом  $\|\varepsilon_n(t)\|$  зависит от  $\|\varepsilon(t)\|$  и от параметров заданной траектории движения СТС:

$$\varepsilon_n(t) = f_n(\varepsilon(t), F_X^*(x^*)). \quad (6)$$

Из выражений (5) и (6) видно, что уменьшить  $\|\varepsilon_n(t)\|$  без изменения СУ (1) можно только за счет уменьшения  $v^*(t)$ .

С учетом сказанного ставится и решается задача разработки метода и системы автоматического формирования такой желаемой скорости  $v^*(t)$  движения СТС манипулятора вблизи заданной пространственной траектории, которая позволила бы при наличии любой устойчивой СУ (1) обеспечить движение этой точки с максимально возможной скоростью, гарантирующей выполнение неравенства

$$\varepsilon_n(t) \leq \varepsilon_n \max, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_n \max$  — максимально допустимое отклонение СТС от заданной траектории.



## 2. Описание системы формирования программных сигналов управления манипулятором

Выбор режима (скорости) движения СТС по отдельным участкам траектории можно осуществить на этапе планирования этой траектории, решая уравнение  $\varepsilon_n = 0$  (6) относительно переменной  $v^*$ . Однако аналитического решения этого уравнения не существует, а его численное решение требует использования мощной ЭВМ, что приводит к значительному усложнению СУ манипулятором. Однако для решения поставленной задачи можно применить подход, предложенный в работе [4]. Этот подход заключается в создании дополнительного контура управления для автоматического формирования желаемой скорости движения СТС в зависимости от ее текущего отклонения  $\varepsilon_n$  от заданной траектории. При этом значение желаемой скорости обеспечивает неизменное выполнение неравенства (7). Повышение точности управления за счет торможения рабочего органа на наиболее криволинейных участках траектории объясняется уменьшением взаимовлияний в степенях подвижности манипулятора (уменьшением диапазона изменения параметров нагрузки во всех приводах). При этом происходит снижение уровня компенсирующих сигналов, необходимых для обеспечения этой точности.

Обобщенная схема системы, формирующей программные сигналы движения СТС многозвенного манипулятора, показана на рис. 2. На этой схеме введены следующие обозначения:  $R$  — регулятор желаемой скорости движения СТС; ОЗК — блок решения обратной задачи кинематики; СУ — СУ приводами манипулятора; БФО — блок формирования отклонения СТС от заданной траектории; М — манипулятор; ПЗК — блок решения прямой задачи кинематики;  $e_{оп} = \text{const}$  ( $e_{оп} \leq \varepsilon_n \max$ ) — величина, обеспечивающая выполнение условия (7).

Динамическая точность движения СТС манипулятора оценивается с помощью комплексной величины  $E(t)$ , которая рассчитывается по формуле [4]:

$$E(t) = k_\varepsilon \varepsilon_m(t) + \varepsilon_n(t), \quad (8)$$

где  $\varepsilon_m$  — евклидова норма вектора динамической ошибки слежения СТС манипулятора в АСК:

$$\begin{aligned} \varepsilon_m(t) &= \|\varepsilon_a(t)\| = \|X^*(t) - X(t)\| = \\ &= \sqrt{\varepsilon_x^2(t) + \varepsilon_y^2(t) + \varepsilon_z^2(t)}, \end{aligned} \quad (9)$$

$k_\varepsilon = \text{const}$  — положительный коэффициент, определяемый с помощью выражения  $k_\varepsilon = e_{оп}/\varepsilon_m^{\text{доп}}$ , где  $\varepsilon_m^{\text{доп}} = \text{const}$  — допустимое значение  $\varepsilon_m(t)$ ;  $\varepsilon_a(t)$  — вектор отклонения СТС от программной точки, перемещающейся по заданной траектории (см. рис. 1);  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  — текущие отклонения СТС по соответствующим осям АСК от программной точки.

Первое слагаемое выражения (8) позволяет ограничить величину  $v^*(t)$  при движении СТС точно

по заданной траектории, но с некоторым запаздыванием относительно программной точки, перемещающейся по этой траектории, а второе слагаемое ограничивает  $v^*(t)$  с учетом текущего значения  $\varepsilon_n(t)$ , которое формируется на выходе БФО и определяет расстояние от текущего положения СТС до ближайшей точки  $X_n = (x_n, g_y(x_n), g_z(x_n))$  на программной траектории (см. рис. 1). Координаты точки  $X_n$  определяются после решения относительно переменной  $x_n$  уравнения [4]

$$(x_n - x) + g_y'(x_n)(g_y(x_n) - y) + g_z'(x_n)(g_z(x_n) - z) = 0.$$

Значение  $v^*(t)$  формируется регулятором  $R$  (рис. 2), на вход которого поступает сигнал  $\xi(t) = e_{оп} - E(t)$ . Этот регулятор работает следующим образом. Если  $\xi(t) < 0$ , то справедливо неравенство  $E(t) > e_{оп}$ , и  $R$  будет уменьшать  $v^*(t)$ . Это приведет к снижению значения  $\|\varepsilon(t)\|$ , а следовательно, величин  $\varepsilon_n(t)$ ,  $\varepsilon_a(t)$  и  $E(t)$ . Если  $\xi(t) > 0$ , то  $E(t) < e_{оп}$ , и  $v^*(t)$  будет возрастать. При этом величина  $v^*$  никогда не должна быть отрицательной, т. е. всегда должно выполняться условие:  $v^*(t) = v^*(t)$ , если  $v^*(t) > 0$  и  $v^*(t) = 0$ , если  $v^*(t) < 0$ .

## 3. Описание неизменяемой части системы

При синтезе регулятора  $R$  вначале следует описать ту неизменяемую часть системы, которая расположена между сигналами  $v^*(t)$  и  $E(t)$  (рис. 2) и является объектом управления для регулятора  $R$ . Эта часть описывается уравнениями (2), (4), (6), (8), а также  $n$  дифференциальными уравнениями  $m$ -го порядка

$$\begin{aligned} \varepsilon_i^{(m)} &= F_{\varepsilon i}(\varepsilon_i^{(m-1)}, \dots, \dot{\varepsilon}, \varepsilon, q_i^{*(p)}, \dots, \dot{q}_i^*, q_i^*), \\ i &= \overline{1, n}, p \leq m, \end{aligned} \quad (10)$$

определяющими динамику каждого следящего привода манипулятора с учетом его СУ (1).

Указанная неизменяемая часть слишком сложна для непосредственного использования при синтезе  $R$ . Поэтому применим подход, использованный ранее в работе [4], позволяющий упростить эту часть. Этот подход заключается в замене нели-

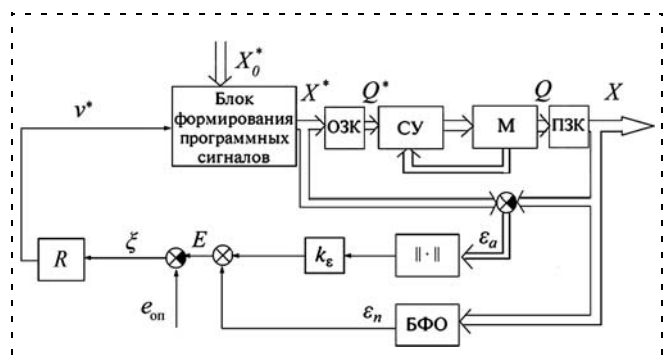


Рис. 2. Обобщенная структурная схема системы автоматического формирования желаемой скорости движения СТС манипулятора по заданной траектории

нейных преобразований, содержащихся в выражениях (2), (4), (6), (8), линейными зависимостями с переменными коэффициентами. При этом регулятор  $R$  должен обеспечивать неизменное выполнение условия (7) для всех возможных комбинаций этих коэффициентов.

В работе [4] была показана справедливость равенства  $\varepsilon_n = k_e \varepsilon_m$  и замены выражения (9) выражением  $\varepsilon_m = \tilde{k}_m (|\varepsilon_x| + |\varepsilon_y| + |\varepsilon_z|) = \tilde{k}_m \tilde{\varepsilon}_m$ , где  $0 \leq k_e \leq 1$ ,  $1/\sqrt{3} \leq \tilde{k}_m \leq 1$ . С учетом этих замен выражение (8) можно переписать в виде

$$E = k_e \varepsilon_m + \varepsilon_n = k_e \tilde{k}_m \tilde{\varepsilon}_m + k_e \varepsilon_m = k_e \tilde{k}_m \tilde{\varepsilon}_m + k_e \tilde{k}_m \tilde{\varepsilon}_m = (k_e + k_e) \tilde{k}_m \tilde{\varepsilon}_m = \tilde{k}_e \tilde{k}_m \tilde{\varepsilon}_m, \quad (11)$$

где  $k_e \leq \tilde{k}_e < k_e + 1$ .

Согласно выражению (2) можно записать:

$$\varepsilon_a = F_D(Q^*) - F_D(Q). \quad (12)$$

Полагая, что СУ (1) обеспечивает близость  $Q^*$  и  $Q$ , линеаризуем функции  $F_D(\cdot)$  в окрестности точек  $Q_0 = (Q^* + Q)/2$ , разложив их в ряд Тейлора, и подставим в выражение (12) только линейные члены этого разложения. В результате получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= F_D(Q^*) - F_D(Q) \approx \\ &\approx \left( F_D(Q_0) + \frac{\partial F_D(Q)}{\partial Q} \bigg|_{Q=Q_0} (Q^* - Q_0) \right) - \\ &- \left( F_D(Q_0) + \frac{\partial F_D(Q)}{\partial Q} \bigg|_{Q=Q_0} (Q - Q_0) \right) = \\ &= \frac{\partial F_D(Q)}{\partial Q} \bigg|_{Q=Q_0} (Q^* - Q) = \frac{\partial F_D(Q)}{\partial Q} \bigg|_{Q=Q_0} \varepsilon = \tilde{F}_{FD} \varepsilon. \end{aligned} \quad (13)$$

С учетом выражения (13)  $\tilde{\varepsilon}_m$  в (11) можно представить в виде

$$\tilde{\varepsilon}_m = \sum_{i=1}^3 \left| \sum_{j=1}^n k_{FDij} \varepsilon_j \right|,$$

где  $k_{FDij}$  — текущие значения элементов матрицы  $\tilde{F}_{FD}$ . Далее вместо  $\tilde{\varepsilon}_m$  будем использовать оценку  $\tilde{\tilde{\varepsilon}}_m$  ее максимального значения

$$\tilde{\tilde{\varepsilon}}_m \leq 3 \tilde{k}_{FD} \sum_{j=1}^n |\varepsilon_j| = \tilde{\tilde{\varepsilon}}_m, \quad (14)$$

где  $\tilde{k}_{FD}$  — величина максимально возможного по модулю значения элементов матрицы  $\tilde{F}_{FD}$ , т. е.  $\tilde{k}_{FD} = \max |k_{FDij}|, i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, n}$ . Использование ве-

личины  $\tilde{\tilde{\varepsilon}}_m$  позволит существенно упростить описание неизменяемой части системы.

Полагаем, что в приводах манипулятора уже используются СУ, позволяющие описать их динамику с помощью линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Эти системы описаны в работе [2]. В этом случае уравнение (10) можно представить в операторной форме:

$$\varepsilon_i(s) = \Phi_{ei}(s) q_i^*(s), \quad (15)$$

где  $\Phi_{ei}(s)$  — передаточная функция по ошибке, описывающая динамику  $i$ -го привода манипулятора, замкнутого единичной отрицательной обратной связью.

С учетом выражений (11), (14) и (15) и равенства  $|a| = \text{sign} a$  можно записать:

$$E(s) = 3 \tilde{k}_{FD} \tilde{k}_m \tilde{k}_e \sum_{i=1}^n \Phi_{ei}(s) q_i^*(s) \text{sign} \varepsilon_i. \quad (16)$$

Передаточные функции  $\Phi_{ei}(s)$  могут иметь разные параметры для разных степеней подвижности манипулятора, однако в процессе синтеза регулятора  $R$  будем полагать, что все эти передаточные функции имеют одинаковые параметры, соответствующие передаточной функции  $\Phi_{em}(s)$  привода его степени подвижности  $m$ , работающего в самых неблагоприятных условиях эксплуатации. В результате уравнение (16) можно переписать в виде

$$E(s) = 3 \tilde{k}_{FD} \tilde{k}_m \tilde{k}_e \Phi_{em}(s) \sum_{i=1}^n q_i^*(s) \text{sign} \varepsilon_i. \quad (17)$$

Векторное уравнение (4), записанное в области изображений, имеет вид

$$Q^*(s) = \left[ \frac{\partial F_I}{\partial X^*} F_X^*(x^*) \right] v^*(s)/s = \tilde{k}_v v^*(s)/s, \quad (18)$$

где  $\tilde{k}_v = (\tilde{k}_{v1}, \tilde{k}_{v2}, \dots, \tilde{k}_{vn})^T$  — вектор текущих значений соответствующих функций, изменения которых принимаются незначительными за время переходных процессов, протекающих в каждом приводе манипулятора.

С учетом (18) выражение (17) можно переписать в виде

$$E(s) = 3 \tilde{k}_{FD} \tilde{k}_m \tilde{k}_e \Phi_{em}(s) \frac{v^*(s)}{s} \sum_{i=1}^n \tilde{k}_{vi} \text{sign} \varepsilon_i. \quad (19)$$

Коэффициент  $\tilde{k}_{vi}$  определяет скорость изменения обобщенной координаты  $q_i^*$ . Но поскольку привод  $i$ -й степени подвижности манипулятора является инерционным объектом, то, как показано в работе [4], его программный сигнал движения опережает текущее выходное значение. Следовательно, знак динамической ошибки по соответствующей координате будет совпадать со знаком желаемой

скорости изменения этой координаты. Исключения составляют редкие случаи резкого изменения знака желаемой скорости, когда это условие на коротких интервалах времени нарушается. Исходя из вышесказанного, выражение (19) можно переписать в следующем виде:

$$E(s) = 3\tilde{k}_{FD} \tilde{k}_m \tilde{k}_e \Phi_{em}(s) \frac{v^*(s)}{s} \sum_{i=1}^n |\tilde{k}_{vi}|. \quad (20)$$

С учетом выражения (20) передаточная функция рассматриваемой части системы (рис. 2) запишем в виде

$$W(s) = E(s)/v^*(s) = 3\tilde{k}_{FD} \tilde{k}_m \tilde{k}_e \left( \sum_{i=1}^n |\tilde{k}_{vi}| \right) \frac{\Phi_{em}(s)}{s}. \quad (21)$$

Выражение (21) содержит коэффициенты  $\tilde{k}_{FD}$ ,  $\tilde{k}_m$ ,  $\tilde{k}_e$ ,  $\tilde{k}_{vi}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , значения которых заранее не определены и могут меняться в известных диапазонах. Поэтому необходимо выбрать граничные значения этих коэффициентов, причем указанные значения должны быть такими, чтобы регулятор, синтезированный для этих значений, работал с заданным качеством для всех возможных их вариаций из заданного диапазона.

Определив параметры модели объекта управления, описываемой выражением (21), можно любым известным методом синтезировать регулятор  $R$ , гарантирующий устойчивость системы после замыкания ее отрицательной обратной связью и обеспечивающий ей заданное качество управления. Далее рассмотрим пример получения такой модели для синтеза регулятора  $R$ .

#### 4. Получение модели объекта управления для синтеза регулятора $R$

Рассмотрим манипулятор типа PUMA, изображенный на рис. 3, где введены следующие обозна-

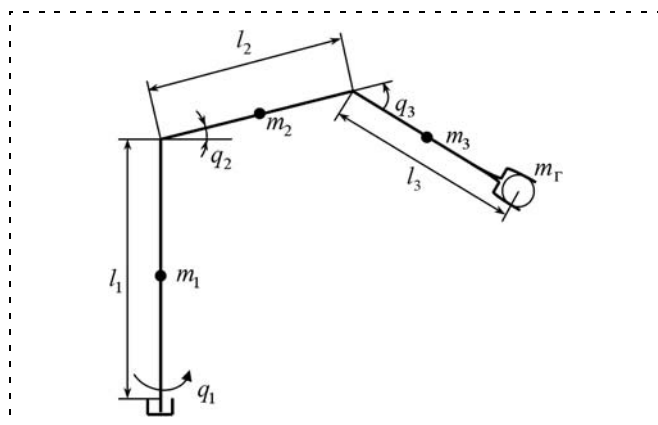


Рис. 3. Кинематическая схема манипулятора PUMA

чения:  $l_1$ ,  $l_2$  и  $l_3$  — длины звеньев манипулятора;  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  и  $m_\Gamma$  — соответственно массы этих звеньев и груза.

Будем рассматривать только три первые переносные степени подвижности этого манипулятора, полагая, что  $l_1 = l_2 = l_3 = 0,5$  м;  $m_1 = 5$  кг,  $m_2 = m_3 = 3$  кг,  $m_\Gamma = 0,5$  кг;  $J_{s1} = 0,01$  кг·м<sup>2</sup>;  $J_{s2} = 0,007$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_{s3} = 0,005$  кг·м<sup>2</sup> — моменты инерции соответствующих звеньев относительно их продольных осей;  $J_{n2} = 0,14$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_{n3} = 0,2$  кг·м<sup>2</sup> — моменты инерции соответствующих звеньев относительно их центральных осей, перпендикулярных продольным осям.

Примем, что во всех степенях подвижности манипулятора используются одинаковые приводы с электродвигателями постоянного тока с возбуждением от постоянных магнитов, которые описываются с помощью передаточных функций

$$W_n(s) = \frac{q_i(s)}{q_i^*(s)} = \frac{k_n}{(T_1 s + 1)s}, \quad (22)$$

имеющих следующие параметры:  $k_n = \frac{1}{i_p k_\omega} = 0,5$ ,

$T_1 = \frac{R_a J}{k_m k_\omega} = 0,05$ ,  $R_a = 0,2$  Ом — активное сопротивление якорной цепи;  $k_\omega = 0,02$  В·с — коэффициент противоЭДС;  $k_m = 0,02$  Н·м/А — моментный коэффициент;  $J = 10^{-4}$  кг·м<sup>2</sup> — момент инерции ротора электродвигателя и вращающихся частей редуктора;  $i_p = 100$  — передаточное отношение редуктора.

Примем, что допустимые диапазоны изменения обобщенных координат этого манипулятора имеют следующие значения:

$$-\pi < q_1 < \pi; -\pi/2 < q_2 < \pi/2; -\pi/2 < q_3 < \pi/2. \quad (23)$$

Вектор-функции, описывающие решение прямой и обратной задач кинематики для данного манипулятора, соответственно, имеют вид [8]

$$F_D(Q) = \begin{bmatrix} c_1(l_3 c_\varphi + l_2 c_2) \\ s_1(l_3 c_\varphi + l_2 c_2) \\ l_1 + l_2 s_2 + l_3 s_\varphi \end{bmatrix}; \quad (24)$$

$$F_I(X) = \begin{bmatrix} q_1 = \arctg(y/x) \\ \arccos \frac{(z-l_1)l_3 s_3 + (l_2 + l_3 c_3)x/c_1}{2l_2 l_3 c_3 + l_2^2 + l_3^2} \\ -\arccos \frac{(z-l_1)^2 + (x/c_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

где  $s_\varphi = \sin \varphi$ ,  $c_\varphi = \cos \varphi$ ,  $s_i = \sin q_i$ ,  $c_i = \cos q_i$ ,  $\varphi = q_2 + q_3$ .

С учетом выражений (13) и (24) можно определить элементы матрицы  $\tilde{F}_{FD}$ :

$$\tilde{F}_{FD} = \begin{bmatrix} -s_1(l_3c_\varphi + l_2c_2) & -c_1(l_3s_\varphi + l_2s_2) & -c_1l_3s_\varphi \\ c_1(l_3c_\varphi + l_2c_2) & -s_1(l_3s_\varphi + l_2s_2) & -s_1l_3s_\varphi \\ 0 & l_2c_2 + l_3c_\varphi & l_3c_\varphi \end{bmatrix}. \quad (26)$$

С учетом значений параметров манипулятора, неравенств (23) и выражения (26) определим диапазоны изменения элементов матрицы  $\tilde{F}_{FD}$

$$\tilde{F}_{FD} = \begin{bmatrix} -1 \leq k_{FD11} \leq 1 & -1 \leq k_{FD12} \leq 1 & -0,5 \leq k_{FD13} \leq 0,5 \\ -1 \leq k_{FD21} \leq 1 & -1 \leq k_{FD22} \leq 1 & -0,5 \leq k_{FD23} \leq 0,5 \\ 0 & -1 \leq k_{FD32} \leq 1 & -0,5 \leq k_{FD33} \leq 0,5 \end{bmatrix}$$

и выберем значение коэффициента  $\tilde{k}_{FD} = 1$  в выражении (21) с учетом условий (14).

С учетом выражений (18) и (25) найдем элементы вектора  $\tilde{k}_v$ :

$$\tilde{k}_v = \frac{\partial F_I}{\partial X^*} F_X^*(x^*) = \begin{bmatrix} \frac{-y^* + x^*g'_y(x^*)}{(x^{*2} + y^{*2})\Phi(x^*)} \\ \frac{l_2 + l_3c_3 + l_3s_3c_1g'_z(x^*)}{\sqrt{1 - \left( \frac{(z^* - l_1)l_3s_3 + (l_2 + l_3c_3)x^*/c_1}{2l_2l_3c_3 + l_2^2 + l_3^2} \right)^2} (2l_2l_3c_3 + l_2^2 + l_3^2)c_1\Phi(x^*)} \\ \frac{x^* + (z^* - l_1)c_1g'_z(x^*)}{\sqrt{1 - \left( \frac{(z^* - l_1)^2 + (x^*/c_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3} \right)^2} l_2l_3c_1^2\Phi(x^*)} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Для вычисления элементов вектора  $\tilde{k}_v$  необходимо задать траекторию движения манипулятора. Пусть его СТС движется в горизонтальной плоскости ( $z^* = g_z(x^*) = \text{const}$ ) по траектории, описываемой уравнением

$$y^* = -0,3\sin(14x^*) - 0,1. \quad (28)$$

Тогда значение  $x^*(t)$  можно сформировать с использованием выражения

$$\dot{x}^* = \frac{v^*(t)}{\sqrt{1 + (-4,2\cos(14x^*))^2}}, \quad (29)$$

полученного на основе (3). При этом начальная точка траектории движения СТС имеет координаты:  $x_0^* = 0$ ;  $y_0^* = -0,1$ ;  $z_0^* = 1$ .

Используя выражения (27)–(29) и учитывая геометрические размеры манипулятора, найдем максимальные по модулю значения элементов век-

тора  $\tilde{k}_v$ :  $|\tilde{k}_{v1}| = 3,9$ ;  $|\tilde{k}_{v2}| = 6$ ;  $|\tilde{k}_{v3}| = 5,4$ . В результате получаем  $\sum_{i=1}^n |\tilde{k}_{vi}| = 15,3$ .

Как отмечалось ранее, будем полагать, что в СУ электроприводами каждой степени подвижности манипулятора уже включены описанные в [9–11] адаптивные корректирующие устройства, обеспечивающие требуемую динамическую точность и инвариантность других показателей качества их работы к эффектам взаимовлияния между всеми степенями подвижности перемещающегося многосвязника. В результате передаточные функции скорректированных электроприводов каждой степени подвижности манипулятора будут иметь вид (22) с параметрами  $k_n = 70$ ,  $T_1 = 0,006$  при любых законах изменения обобщенных координат в процессе его движения.

Передаточные функции по ошибке этих трех приводов будут иметь вид

$$\Phi_{em}(s) = \frac{1}{1 + W_n(s)} = 0,0143 \cdot \frac{(0,006s + 1)s}{(0,01422s + 1)(0,00008s + 1)}. \quad (30)$$

В результате с учетом выражения (30), значений коэффициентов  $\tilde{k}_{FD}$ ,  $\sum_{i=1}^n |\tilde{k}_{vi}|$  и коэффициентов

$\tilde{k}_m = 1$ ,  $\tilde{k}_e = 1,3$  выражение (21), описывающее объект управления, для которого и должен быть синтезирован регулятор  $R$ , можно записать в следующем окончательном виде:

$$W(s) = 0,853 \cdot \frac{0,006s + 1}{(0,01422s + 1)(0,00008s + 1)}. \quad (31)$$

Поскольку система с передаточной функцией не будет терять устойчивость при различных коэффициентах усиления, то регулятор  $R$  (см. рис. 2) может иметь простейший вид пропорционального регулятора с коэффициентом усиления  $k_r = 1000$ . Кроме того, при моделировании полагалось, что  $e_{оп} = 4,9 \cdot 10^{-4}$  м (см. рис. 2).

В следующем разделе будет приведено исследование эффективности работы синтезированной системы в целом.

## 5. Исследование системы формирования максимально возможной программной скорости движения СТС манипулятора по заданной пространственной траектории

Для исследования работы многосвязного манипулятора (см. рис. 3) с указанными выше параметрами было выполнено математическое моделирование его движения по траектории, определяемой выражениями (28), (29) с использованием синтезиро-

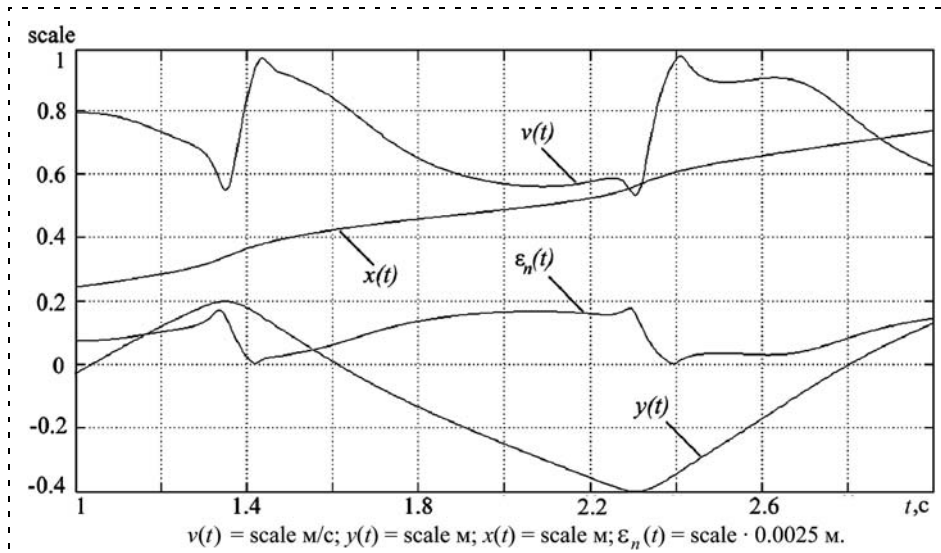


Рис. 4. Процессы изменения  $v(t)$ ,  $x(t)$ ,  $y(t)$  и  $\varepsilon_n(t)$  в синтезированной системе

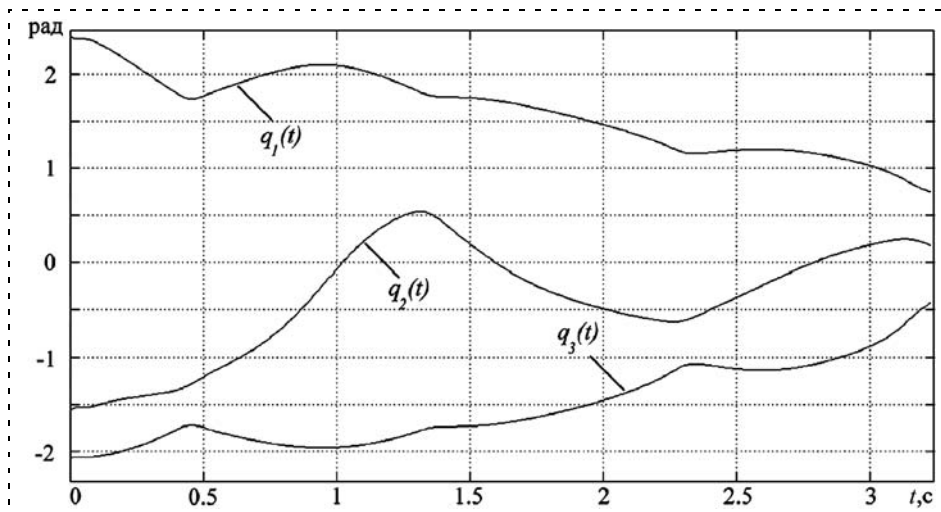


Рис. 5. Процессы изменения желаемых обобщенных координат манипулятора

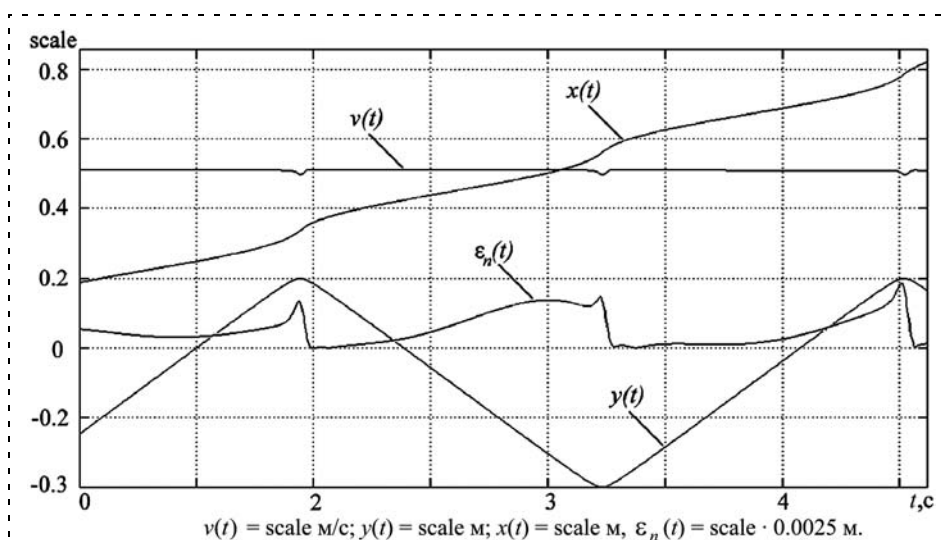


Рис. 6. Процессы изменения  $v(t)$ ,  $x(t)$ ,  $y(t)$  и  $\varepsilon_n(t)$  в системе без использования системы автоматического формирования программных сигналов

ванной СУ, изображенной на рис. 2. На рис. 4 показаны процессы изменения  $v(t)$ ,  $x(t)$ ,  $\varepsilon_n(t)$  и  $y(t)$  при движении СТС манипулятора по указанной траектории при использовании синтезированной системы автоматического формирования скорости этого движения.

Из рис. 4 видно, что минимальное значение  $v(t)$  достигается при движении СТС по участкам траектории с наибольшей кривизной (см. кривую  $y(t)$ ). На этих же участках, где меняется и знак скорости движения в некоторых степенях подвижности манипулятора (рис. 5), наблюдается возрастание  $\varepsilon_n$ , но при сохранении условия (7).

Для сравнения на рис. 6 представлены результаты моделирования движения указанной СТС по той же траектории, но без использования синтезированной СУ и со скоростью  $v^*(t) = 0,51 \text{ м/с} = \text{const}$ , которая на всех участках траектории движения СТС также обеспечивает выполнение условия (7). Из этого рисунка также видно большое возрастание  $\varepsilon_n$  на криволинейных участках траектории.

Приведенные рисунки показывают, что использование разработанной СУ позволяет манипулятору в 1,5 раза быстрее пройти одинаковые участки траектории, увеличивая в два раза скорость движения СТС на участках с малой кривизной.

Если участков с малой кривизной траектории будет много, а кривизна редких, но сложных участков — большой, то эффективность синтезируемой системы возрастает.

### Заключение

В данной статье предложен метод синтеза СУ режимом движения СТС манипулятора, которая автоматически формирует такую максимально возможную текущую программную скорость переме-

шения этой СТС вдоль сложных пространственных траекторий, при которой указанная точка не отходит от этих траекторий на расстояние, превышающее допустимое. Иными словами, указанная СУ одновременно обеспечивает и максимально возможную скорость перемещения СТС вдоль заданной траектории и заданную точность этого перемещения, учитывая возможный вход отдельных электроприводов в насыщение. При этом не требуется идентифицировать изменяющиеся параметры манипулятора, а сама СУ имеет простую практическую реализацию. Результаты моделирования синтезированной системы полностью подтвердили ее эффективность.

#### Список литературы

1. Попов Е. П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука. 1978. 256 с.
2. Филаретов В. Ф. Самонастраивающиеся системы управления приводами манипуляторов. Владивосток: Изд-во ДВГТУ. 2000. 304 с.

3. Филаретов В. Ф., Губанков А. С. Синтез адаптивных систем управления, настраивающихся по амплитудным частотным характеристикам объектов с переменными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 1. С. 15–21.
4. Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А. Синтез систем автоматического формирования программных сигналов управления движением подводного аппарата по сложным пространственным траекториям // Известия РАН. Теория и системы управления. 2010. № 1. С. 99–107.
5. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 624 с.
6. Siciliano B., Khatib O. Handbook of robotics. Springer Verlag, Berlin, 2008. 1628 p.
7. Лебедев А. В. Формирование желаемой траектории пространственного движения динамического объекта // Сб. тр. ДВО РИА. Вып. 9. Владивосток: Изд-во ДВГТУ. 2004. С. 68–71.
8. Механика промышленных роботов. Кн. 2: Расчет и проектирование механизмов / Под. ред. К. В. Фролова, Е. И. Воробьева. М.: Высшая школа, 1988. 367 с.
9. Авторское свидетельство СССР № 2063866. Устройство для управления приводом робота / В. Ф. Филаретов. БИ № 20, 1996.
10. Авторское свидетельство СССР № 2066626. Устройство для управления приводом робота / В. Ф. Филаретов. БИ № 26, 1996.
11. Авторское свидетельство СССР № 2115539. Устройство для управления приводом робота / В. Ф. Филаретов. БИ № 20, 1998.

УДК 621.865.8-229.29.001.63

О. Д. Егоров, канд. техн. наук, доц.,  
egorovod@yandex.ru,

Е. В. Коробов,  
МГТУ "СТАНКИН"

## Проектирование мехатронного модуля реечного типа захватного устройства робота

*Приводятся общие требования к проектированию мехатронных модулей, и на их основе осуществляется проектирование преобразователя движения реечного типа мехатронного модуля захватного устройства робота.*

**Ключевые слова:** проектирование, мехатронный модуль, преобразователь движения, захватное устройство

### Общие закономерности проектирования мехатронных модулей

Проектирование мехатронных систем основано на модульных принципах и технологиях. Своеобразными "кирпичиками" при компоновке сложных многомерных мехатронных машин и комплексов являются мехатронные модули (ММ). Существует большое разнообразие ММ по назначению, сложности и функциональности. Задача проектирования ММ заключается в нахождении наилучшего соответствия между заданной функцией и конструктивным исполнением, причем его структура и конструктивные решения являются подчиненными по отношению к заданной функции [1]. В ММ

заданные функциональные преобразования могут быть реализованы различными наборами структурных блоков, а эти блоки, в свою очередь, могут иметь различное конструктивное исполнение. При этом конструктор должен не просто связать отдельные части в систему с помощью типовых соединений, а сделать конструктивные связи в ММ неразрывными.

ММ широко применяют в робототехнике в качестве рабочих органов роботов — захватных устройств (ЗУ).

### Проектирование преобразователя движения реечного типа

Преобразователь движения (ПД) ЗУ предназначен для преобразования и передачи движения и усилия двигателя рабочим элементом. Тот или иной вид их движения определяется структурной схемой ПД.

Определим ошибку замыкания ЗУ с ПД реечного типа (рис. 1) [3].

ПД состоит из двухсторонней подвижной рейки 1, двух зубчатых колес 2 диаметром  $d$ , двух выходных звеньев 3, неподвижно скрепленных с зубчатыми колесами, несущими на себе рабочие элементы 4.

При перемещении рейки 1 зубчатые колеса 2 начинают вращаться и вызывают поворот жестко связанных с ними выходных звеньев 3 с рабочими элементами 4. При этом вершины  $B$  рабочих элементов совершают вращательное движение, и центр  $C$  окружности, вписанной в многоугольник, образованный плоскостями рабочих элементов, называе-

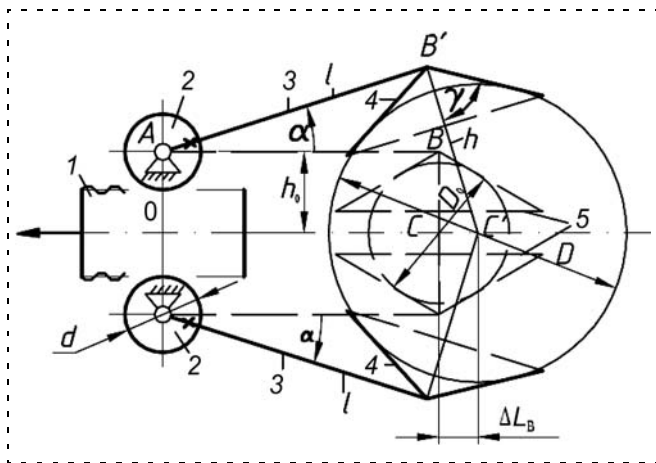


Рис. 1. Преобразователь движения мехатронного модуля захватного устройства с подвижной рейкой

мый центром ЗУ, изменяет свое положение на величину  $CC'$ .

Для регистрации смещения центра ЗУ при захватывании объектов различных размеров и оценки точности его функционирования вводят понятие ошибки замыкания (ОЗ).

За начальное положение центра  $C$  ЗУ принимают точку пересечения перпендикуляров, проведенных из вершин  $B$  рабочих элементов к их условным прямолинейным поверхностям 5, когда они расположены параллельно между собой, с осью симметрии ЗУ при захватывании объекта диаметром  $D_0$  (рис. 1). Отклонение центра ЗУ от начального положения в результате захватывания объекта другого диаметра  $D$  представляет собой ОЗ  $\Delta L_B$ .

При захватывании объекта диаметром  $D$  вместо  $D_0$  выходное звено поворачивается на угол  $\alpha$ . При этом центр  $C$  ЗУ смещается и занимает положение  $C'$ . Из треугольника  $AB'C'$  определяем расстояние от точки  $A$  вращения рабочих элементов до центра  $C'$ :

$$AC' = \sqrt{l^2 + h^2} = \sqrt{l^2 + \frac{D^2}{4\sin^2\gamma}}, \quad (1)$$

где  $l$  — длина выходного звена 3;  $\gamma$  — половина угла раскрытия рабочего элемента (обычно  $\gamma \approx 60^\circ$ );  $h$  — расстояние от центра  $C'$  ЗУ до вершины  $B'$  рабочего элемента (перпендикуляр к звену 3) при захватывании объекта диаметром  $D$  вычисляется по формуле

$$h = \frac{D}{2\sin\gamma}. \quad (2)$$

Аналогично из треугольника  $AOC'$  находим расстояние  $OC'$

$$OC' = \sqrt{(AC')^2 - h_0^2} = \sqrt{l^2 + \frac{D^2}{4\sin^2\gamma} - \frac{D_0^2}{4\sin^2\gamma}},$$

где  $h_0$  — эксцентриситет преобразователя движения ЗУ ММ, равный

$$h_0 = \frac{D_0}{2\sin\gamma}. \quad (3)$$

Так как  $OC = AB = l$ , то ОЗ найдем из условия

$$\Delta L_B = OC' - OC = \sqrt{l^2 + \frac{D^2 - D_0^2}{4\sin^2\gamma}} - l. \quad (4)$$

На рис. 2 график 1 показывает характер изменения ОЗ при параметрах ПД  $l = 150$  мм,  $\gamma \approx 60^\circ$  и изменении диаметра объекта от  $D_0 = 85$  мм до  $D_{\max} = 130$  мм. Наибольшее значение ОЗ достигает при максимальном диаметре и составит  $\Delta L_B = 10,4$  мм.

Существенным недостатком такого ЗУ является зависимость положения его центра от размера объекта. ММ с такими ЗУ могут быть использованы только для захватывания объектов, размеры которых различаются незначительно. Для работы ММ в широком диапазоне размеров захватываемых объектов необходимо, чтобы центр ЗУ не изменял своего положения. В противном случае при захватывании объектов разных размеров и установке их в одно и то же место необходимо каждый раз перепрограммировать работу робота или определять новые положения центра ЗУ и устанавливать объекты в разные места и так, чтобы их центры совпадали с центрами ЗУ. Постоянное положение центра ЗУ может быть получено при использовании ПД, рабочие элементы которых совершают одновременно вращательное и поступательное движения. При этом смещения центра ЗУ при каждом виде движения должны быть направлены в противоположные стороны. Такое ЗУ разработано на кафедре "Робототехника и мехатроника" МГТУ "СТАНКИН".

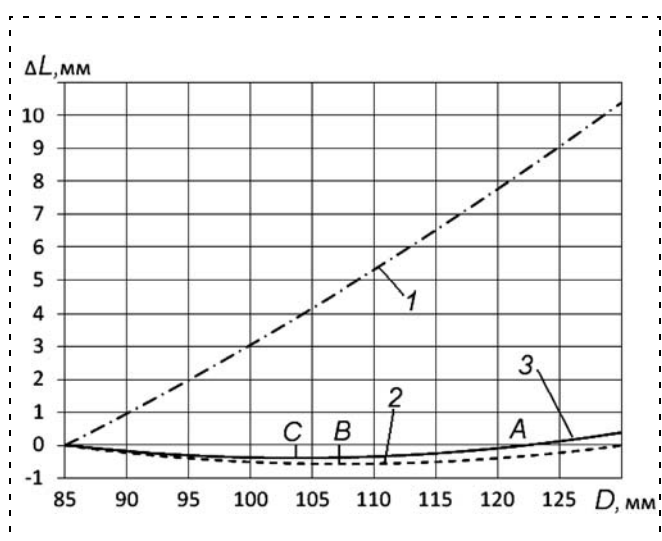


Рис. 2. Графики изменения ошибки замыкания различных схем преобразователей движения мехатронного модуля захватного устройства

## Проектирование преобразователя движения с неизменным положением центра захватного устройства

Преобразователь движения ММ ЗУ робота состоит из двухсторонней неподвижной рейки 1 и подвижного механизма, включающего в себя два зубчатых колеса 2, и ползуна 3, перемещающегося в направляющих 4, подвижных выходных звеньев 5, жестко скрепленных с зубчатыми колесами 2, и рабочих элементов 6 (рис. 3).

Начальное положение ПД соответствует минимальному диаметру  $D_0$  захватываемого объекта. При этом выходные звенья 5 расположены параллельно между собой, и центр С ЗУ находится на пересечении нормали к условным прямолинейным поверхностям рабочих элементов и оси ММ.

При захватывании объектом диаметром  $D$ , большим начального диаметра  $D_0$ , зубчатые колеса поворачиваются вокруг своих осей на угол  $\alpha$  и перекачиваются по рейке на величину  $\Delta L_{\Pi}$ . При этом рабочие элементы совершают одновременно угловое и линейное движения. От поворота центр ЗУ смещается наружу (положительное смещение), а от поступательного движения — внутрь (отрицательное смещение). Смещение центра (ошибка замыкания) ЗУ при поступательном перемещении равно

$$\Delta L_{\Pi} = \frac{d\alpha}{2}, \quad (5)$$

где  $d$  — делительный диаметр зубчатых колес;  $\alpha$  — угол поворота колес и, соответственно, рабочих элементов.

Для нахождения угла  $\alpha$  поворота рабочих элементов из треугольника  $B'EC'$  определяем размер  $B'E$  (рис. 3):

$$B'E = h_0 + l \sin \alpha = h \cos \alpha.$$

С учетом зависимостей (2) и (3) получим

$$\frac{D_0}{2 \sin \gamma} + l \sin \alpha = \frac{D_0}{2 \sin \gamma} \cos \alpha. \quad (6)$$

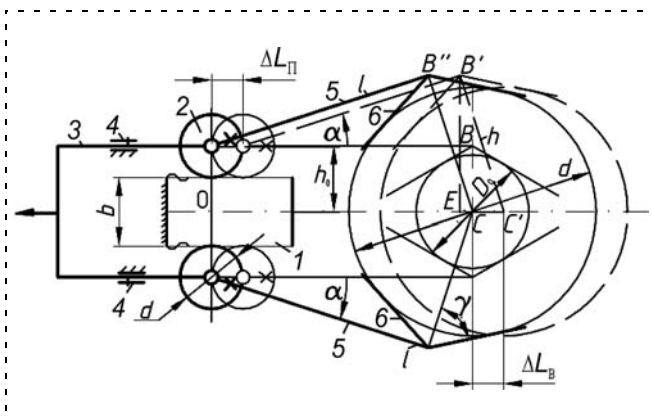


Рис. 3. Преобразователь движения мехатронного модуля захватного устройства с подвижными колесами

Решая полученное уравнение, найдем угол поворота рабочих элементов

$$\alpha = \arccos \frac{\frac{D_0 D}{4 \sin^2 \gamma} \pm l \sqrt{\frac{D^2 - D_0^2}{4 \sin^2 \gamma} + l^2}}{l^2 + \frac{D^2}{4 \sin^2 \gamma}}. \quad (7)$$

Подставляя значение угла  $\alpha$  из зависимости (7) в выражение (5), найдем ОЗ при линейном перемещении рабочих элементов.

Ошибку замыкания  $\Delta L_B$  при угловом повороте рабочих элементов определяют по формуле (4).

Для того чтобы ошибка замыкания  $\Delta L$  ММ ЗУ была равна нулю, необходимо выполнить условие

$$\Delta L = \Delta L_B + \Delta L_{\Pi} = 0.$$

С учетом зависимостей (4), (5) и (7) получим

$$\Delta L = \sqrt{l^2 + \frac{D^2 - D_0^2}{4 \sin^2 \gamma}} - l - \frac{d}{2} \arccos \frac{\frac{D_0 D}{4 \sin^2 \gamma} \pm l \sqrt{\frac{D^2 - D_0^2}{4 \sin^2 \gamma} + l^2}}{l^2 + \frac{D^2}{4 \sin^2 \gamma}} = 0. \quad (8)$$

Из этого выражения определяем делительный диаметр зубчатых колес, при котором ОЗ будет равна нулю только при захватывании объектов диаметрами  $D_0$  и  $D = D_{\max}$ :

$$d = 2 \frac{-l + \sqrt{l^2 + \frac{D_{\max}^2 - D_0^2}{4 \sin^2 \gamma}}}{\arccos \frac{\frac{D_{\max} D_0}{4 \sin^2 \gamma} \pm l \sqrt{l^2 + \frac{D_{\max}^2 - D_0^2}{4 \sin^2 \gamma}}}{l^2 + \frac{D_{\max}^2}{4 \sin^2 \gamma}}}. \quad (9)$$

В промежутке между этими значениями, т. е. при  $D_0 < D < D_{\max}$  диаметры колес будут другими. Следовательно, для сохранения ОЗ при различных диаметрах объектов равной нулю необходимо, чтобы форма зубчатых колес была не круглой. Изготовление таких колес представляет собой сложную задачу. Поэтому можно взять диаметры  $d$  колес, рассчитанные при  $D = D_{\max}$ , и, подставив их в формулу (8), для различных значений  $D$  найти ОЗ. Если окажется, что максимальная ОЗ больше допустимой ошибки  $[\Delta L]$ , то необходимо их увеличить. При этом ОЗ перераспределится. В интервале между  $D_0$  и  $D_{\max}$  максимальная ошибка станет меньше, при  $D = D_{\max}$  она будет не равна нулю. Если  $-\Delta L > -[\Delta L]$ ,



то диаметры колес необходимо уменьшить. При этом максимальная ОЗ уменьшается.

При конструировании ММ ЗУ межосевое расстояние  $2h_0$  зубчатых колес определяется начальным диаметром  $D_0$  захватываемого объекта, т. е.

$$2h_0 = d + b = \frac{D_0}{\sin \gamma}, \quad (10)$$

где  $b$  — расстояние между делительными прямыми двухсторонней рейки.

Из условия (10) получим

$$b = \frac{D_0}{\sin \gamma} - d. \quad (11)$$

До тех пор, пока правая часть условия (11) будет положительной, конструкция ЗУ может быть выполнена по схеме, представленной на рис. 3, при отрицательном значении — по схеме, показанной на рис. 4 с Z-образной рейкой.

Для ПД и объекта со следующими параметрами: длина выходного звена ПД  $l = 150$  мм,  $\gamma = 60^\circ$ ,  $D_0 = 85$  мм,  $D_{\max} = 130$  мм, определим ОЗ.

По зависимости (9) находим делительный диаметр зубчатых колес:

$$d = \frac{-150 + \sqrt{150^2 + \frac{130^2 - 85^2}{4\sin^2 60^\circ}}}{\arccos \frac{\frac{130 \cdot 85}{4\sin^2 60^\circ} \pm 150 \sqrt{150^2 + \frac{130^2 - 85^2}{4\sin^2 60^\circ}}}{150^2 + \frac{130^2}{4\sin^2 60^\circ}}} = 124,4 \text{ мм.}$$

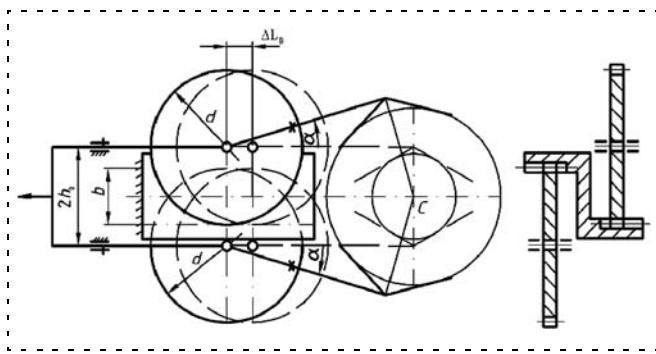


Рис. 4. Преобразователь движения мехатронного модуля захватного устройства с подвижными колесами и Z-образной рейкой

Так как правая часть условия (11) отрицательная

$$\frac{D_0}{\sin \gamma} - d = \frac{85}{\sin 60^\circ} - 124,4 = -26,2,$$

то необходимо конструкцию ПД выполнять по схеме, представленной на рис. 4.

Подставляя значения  $d$ ,  $D$  и параметры ПД в зависимость (8), получим график 2 (см. рис. 2) изменения ОЗ  $\Delta L$  рассматриваемой схемы ЗУ в зависимости от изменения диаметра объекта. Видно, что ОЗ не остается все время равной нулю и при  $D = 107,4$  мм (точка В) имеет наибольшее отрицательное значение, равное  $\Delta L = -0,56$  мм, т. е. центр ЗУ смещается внутрь ММ.

Из сравнения графиков 1 и 2 видно, что ОЗ ЗУ, выполненного по схеме рис. 4, по сравнению с ЗУ, выполненным по схеме рис. 1, уменьшилась в 18,5 раза.

Если принять  $d = 120$  мм, то при тех же параметрах ПД и объекта ОЗ будет изменяться по графику 3 (см. рис. 2). Наибольшая ошибка будет при  $D = 103,7$  мм (точка С),  $\Delta L = -0,39$  мм и при  $D = D_{\max} = 130$  мм,  $\Delta L = 0,39$  мм. По сравнению с механизмом, изображенным на рис. 1 (график 1), ОЗ уменьшилась в 26,6 раз, а по сравнению с ЗУ, показанным на рис. 3, при  $d = 124,4$  мм — в 1,4 раза.

Таким образом, использование зубчатых колес диаметром  $d = 120$  мм предпочтительно по сравнению с  $d = 124,4$  мм.

Предложенная методика проектирования ММ ЗУ роботов позволяет получать небольшую ОЗ при захватывании объектов в широком диапазоне размеров, что особенно актуально при многооперационной обработке, когда объект многократно изменяет свою геометрию, а также при захватывании объектов различных размеров с позиции, когда центры всех объектов устанавливают в одну точку.

#### Список литературы

1. Подураев Ю. В. Мехатроника: основы, методы, применение: учеб. пособие для студентов вузов. М.: Машиностроение, 2006. 256 с.
2. Егоров О. Д. Механика и конструирование роботов: Учебник. М.: Изд-во "Станкин", 1997. 510 с.
3. Егоров О. Д. Механика электромеханических роботов: учеб. пособ. М.: ГОУ ВПО МГТУ "Станкин", 2009. 339 с.



# **Управление и информатика в авиакосмических и морских системах**



**Главный редактор:**

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

**Ответственный секретарь:**

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

**Редакционная коллегия:**

АЛЕКСЕЕВ В. В.  
БАРАНОВ Л. А.  
БЕЛОКОНОВ И. В.  
БУКОВ В. Н.  
ВАСИЛЬЕВ В. И.  
ГОДУНОВ В. А.  
ГУРЕВИЧ О. С.  
ГУРСКИЙ Б. Г.  
ЕФИМОВ В. В.  
ЗАЙЦЕВ А. В.  
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.  
НЕСТЕРОВ В. А.  
ОХТИЛЕВ М. Ю.  
ПАНКРАТОВ В. М.  
РАСПОПОВ В. Я.  
САБО Ю. И.  
СТЕПАНОВ О. А.  
СОЛДАТКИН В. М.  
ФИЛИМОНОВ Н. Б.  
ЧЕБУРАХИН И. Ф.  
ШИРЯЕВ В. И.  
ШКОЛИН В. П.

**Редакция:**

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

**Ваулин Ю. В., Дубровин Ф. С., Кушнерик А. А., Туфанов И. Е.,  
Щербатюк А. Ф.**

Малогабаритный автономный необитаемый подводный аппарат  
МАРК нового поколения для выполнения групповых операций. . 59

**Евгенов А. В., Котицын Л. О., Ползик В. П., Сильвестров М. М.,  
Бегичев Ю. И., Михайленко О. А.**

Архитектура и алгоритмы бортовой системы визуализации  
и улучшения визуального представления внешней обстановки  
на информационно-управляющем поле кабины магистрального  
самолета . . . . . 66

**Ю. В. Ваулин<sup>1</sup>**, канд. техн. наук,  
vaulin@marine.febras.ru,

**Ф. С. Дубровин<sup>2</sup>**, аспирант,  
f\_dubrovin@mail.ru,

**А. А. Кушнерик<sup>1</sup>**, инженер-конструктор,  
andreyfestu@yandex.ru,

**И. Е. Туфанов<sup>1</sup>**, аспирант,  
ituphanov@gmail.com,

**А. Ф. Щербатюк<sup>1</sup>**,  
чл.-корр. РАН, зав. лаб.,  
scherba@marine.febras.ru,

<sup>1</sup>Институт проблем морских технологий ДВО РАН,  
Владивосток

<sup>2</sup>Дальневосточный федеральный университет,  
Владивосток

## Малогабаритный автономный необитаемый подводный аппарат МАРК нового поколения для выполнения групповых операций

*Рассмотрен новый автономный обитаемый подводный аппарат, разработанный в 2011 г. в научно-образовательном центре "Подводная робототехника". Описаны основные системы, входящие в его состав, а также приведены некоторые результаты морских испытаний.*

**Ключевые слова:** автономный обитаемый подводный аппарат, система программного управления, система навигации и связи

### Введение

Автономный обитаемый подводный аппарат (АНПА) МАРК (морской автономный робототехнический комплекс) [1] (рис. 1, см. вторую сторону обложки) предназначен для выполнения гидролокационной съемки дна, а также измерения температуры и электропроводности воды. Предусмотрен вариант оснащения его цифровой цветной фотосистемой высокого разрешения с импульсным источником освещения, профилографом, автономным магнитометром и дополнительным набором датчиков измерения параметров среды.

- Основные области использования данного АНПА:
- выполнение поисковых и спасательных операций;
  - картографирование и съемка рельефа дна в целях планирования прокладки протяженных объектов (трубопроводов и кабелей), строительство донных сооружений;
  - обследование донных конструкций, магистральных трубопроводов и кабелей, портовых акваторий;
  - разведка полезных ископаемых на дне и в толще грунта;
  - экологические и биологические исследования.

АНПА данного класса являются самыми распространенными в мире. Наиболее известными среди них являются REMUS100 (HYDROID, США) [2, 3], GAVIA (Hafmynd, Исландия) [4] и Iver2 (Ocean-Server, США) [5, 6]. МАРК по основным характеристикам не уступает им, а по маневренности превосходит их за счет более развитого движительного комплекса, что при решении некоторых задач является важным фактором.

### Состав робототехнического комплекса

Подводный робототехнический комплекс включает АНПА, судовое и вспомогательное оборудование. В состав АНПА входят непосредственно носитель и информационно-измерительный комплекс. Носитель включает корпусную систему, движительно-рулевой комплекс (ДРК), систему энергообеспечения, систему программного управления и контроля, навигационный комплекс, комплекс средств связи и комплекс средств обнаружения подводного аппарата.

#### Тактико-технические характеристики АНПА МАРК

Максимальная рабочая глубина погружения, м . . .	200
Масса, кг . . . . .	50
Длина, мм . . . . .	1800
Диаметр корпуса, мм . . . . .	230
Максимальная скорость, м/с . . . . .	3
Автономность (при скорости хода 1 м/с), ч . . . . .	18
Пробег, км . . . . .	65

Информационно-измерительный комплекс (ИИК) состоит из гидролокатора бокового обзора (ГБО), датчиков температуры и электропроводности воды, цифровой цветной фотосистемы высокого разрешения с импульсным источником освещения (опция) и дополнительных датчиков (опция) (автономный магнитометр, донный профилограф, датчик растворенного метана, флюорометр с опцией измерителя мутности и пр.).

В состав судового оборудования входят пост оператора и навигатора АНПА, а также рабочее место для оперативной обработки получаемой информации. Вспомогательное оборудование включает раму с кильблоками для размещения АНПА на борту судна и лебедку с кабелем для буксируемой гидроакустической антенны.

Конструкция АНПА включает негерметичные носовой и кормовой отсеки и герметичный центральный отсек, в котором размещена вся цифровая система программного управления. На нем также установлены антенны гидролокатора бокового обзора (рис. 2, см. вторую сторону обложки). В носовой части расположены системы радиосвязи, GPS, датчики солености, температуры и давления (СТД), а также доплеровский лаг. Длина носовой части аппарата является переменной и зависит от устанавливаемого на аппарат дополнительного пользовательского оборудования.

Кормовая часть АНПА МАРК включает антенны гидроакустической навигационной системы и системы связи (ГАНС и ГАСС), а также ДРК, который состоит из четырех маршевых движителей с фиксированным положением. Каждый движитель включает электронный блок управления и бесколлекторный двигатель с трехлопастным винтом (рис. 3, см. вторую сторону обложки). Двигательный комплекс обеспечивает максимальную скорость движения аппарата около 3 м/с. В кормовой части АНПА также установлены четыре стабилизатора, расположенные в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Корпус аппарата и основная часть прочных контейнеров изготовлены из алюминиевого сплава. Пустоты между элементами конструкции и прочными корпусами во всех негерметичных отсеках АНПА свободно заполняются водой.

Система энергообеспечения включает основную аккумуляторную батарею (АБ), аварийную батарею и устройства контроля разряда-заряда АБ. Основная аккумуляторная батарея служит для обеспечения требуемой автономности АНПА при работе в штатном режиме. Аварийная батарея предназначена для гарантированного электропитания средств обнаружения АНПА.

Устройство контроля разряда-заряда допускает автоматический заряд АБ на борту АНПА, а также диагностику АБ и ведение аккумуляторного журнала. Устройство аварийных аккумуляторных батарей предусматривает их подзарядку от основной АБ в штатном режиме и контроль расхода энергии.

Для обнаружения подводного аппарата используются проблесковый светомаяк (на поверхности

моря) и акустический пингер (в толще воды). При этом на поверхности моря система радиосвязи обеспечивает передачу на борт обеспечивающего судна на дистанциях не менее 5 км координат АНПА, полученных от GPS.

### Система программного управления

Основу цифровой системы программного управления (СПУ) АНПА составляет локальная вычислительная сеть (ЛВС) с программным обеспечением, которая включает РС-совместимый промышленный компьютер и набор микроконтроллеров (рис. 4). Компьютер является базовым для автопилота и обеспечивает выполнение программы-задания, а также предназначен для управления работой информационно-измерительного комплекса. Микроконтроллеры предназначены для управления работой отдельных устройств и систем аппарата, обеспечения их связи с автопилотом и предобработки данных.

Локальная сеть АНПА включает линию Ethernet и несколько сегментов последовательных интерфейсов RS, USB и CAN. Канал Ethernet используется для передачи значительных объемов информации (цифровые видео- и акустические изображения) между АНПА и пультом оператора на обеспечивающем судне. Последовательные каналы используются для связи с отдельными устройствами, работающими под управлением микроконтроллеров.

Перед запуском или после выполнения миссии, когда АНПА находится на борту обеспечивающего судна, Ethernet-связь между АНПА и пультом оператора реализуется по соединяющему их электрическому кабелю.

В аналогичной ситуации, когда АНПА находится на поверхности моря, связь между ними осуществляется посредством радиомодема со скоростью не менее 115 кбод. Обмен информацией между АНПА, находящимся в подводном положении, и обеспечивающим судном выполняется по гидроакустическому каналу с использованием специализированного протокола. Система гидроакустической связи действует под водой на дистанциях до 2 км.

Система программного управления предназначена для выполнения программы-задания (миссии) аппарата, управления всеми системами аппарата во всех режимах, загрузки миссии аппарата и ее тестирования перед запуском, обеспечения информационного обмена с постом оператора и другими подводными аппаратами, контроля состояния (диагностики) систем ап-

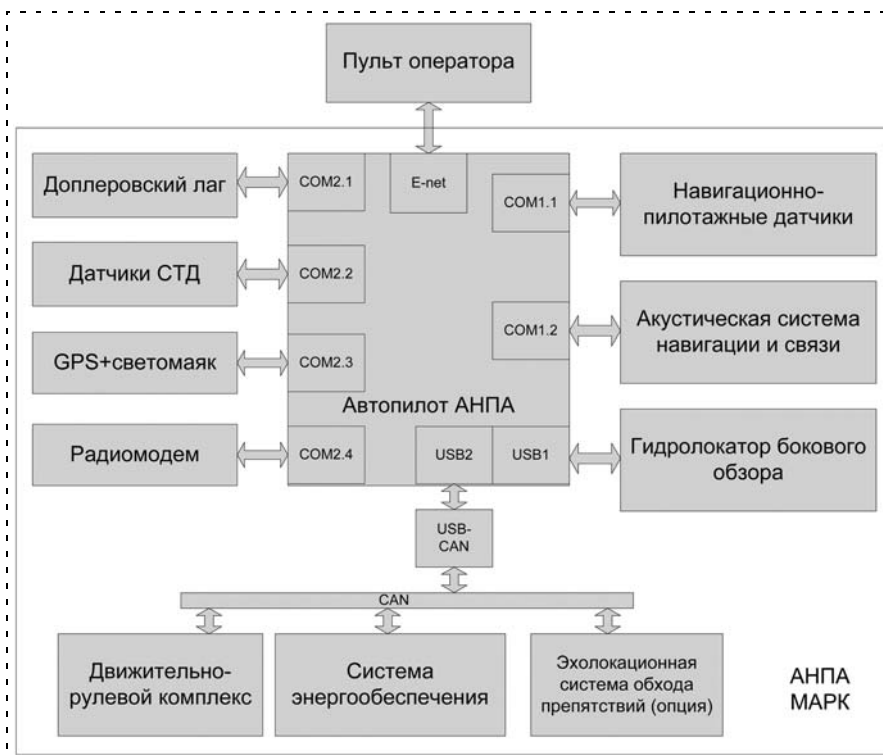


Рис. 4. Структурная схема ЛВС АНПА МАРК

парата в процессе выполнения миссии, обеспечения считывания накопленной информации после всплытия АНПА на поверхность или после подъема на борт обеспечивающего судна.

Структура СПУ состоит из постоянной и переменной частей (рис. 5) [7, 8]. Постоянная часть включает программу "Менеджер миссии", программу управления движением, навигационную программу, бортовой архиватор данных и программу диагностики АНПА. Переменная часть представляет собой программу-задание (миссию) для текущего запуска. Для управления устройствами АНПА используется набор управляющих программ — драйверов. Драйвер осуществляет связь с устройством посредством последовательного протокола через RS- или USB-порты.

Для передачи сообщений как между параллельно работающими процессами, реализующими указанные выше программные модули, так и для связи между АНПА и с постом оператора используется механизм IPC [9]. С его помощью осуществляется обмен по принципу "публикатор—подписчик". Каждый процесс имеет возможность публиковать в системе пакеты с данными, а также подписываться на получение интересующих сообщений и использовать содержащиеся в них данные. Предусмотрена ситуация, когда один аппарат может полностью захватывать управление другим, вплоть до формирования упоров на его движители. Драйверы также имеют возможность получать и публиковать IPC-сообщения. Например, драйвер GPS периодически публикует сообщение о текущих координатах

(если они доступны). Драйвер контроллера двигателя, наоборот, постоянно получает сообщения от программы управления движением и передает их контроллеру двигателя в соответствии с разработанным протоколом обмена.

Для обмена сообщениями между подводными аппаратами и с постом оператора используются системы радио- (на поверхности) и гидроакустической связи. Драйвер модема, получив локальное IPC-сообщение для отправки на другой узел, формирует на его основе байтовый поток и осуществляет его передачу. На принимающей стороне драйвер модема из получаемого потока байтов формирует исходное IPC-сообщение и публикует его в своей сети.

Все программное обеспечение работает под управлением ОС Linux. Все драйверы и программные модули способны работать в режиме отладки, подменяя в IPC-сообщениях реальные данные модельными.

Для управления миссией служит специальный процесс — "менеджер миссии". Он получает команды с судового поста управления о загрузке новой миссии и готовит ее к выполнению. На него также возложены функции приостановки или восстановления миссии, отмены текущего задания, полной отмены или смены миссии. На борту аппарата может присутствовать набор уже подготовленных миссий, и менеджеру может поступить команда о начале выполнения одной из них. Если на борту нет требуемой миссии, то осуществляется загрузка по каналу связи ее исходного кода, после чего менеджер скомпилирует и запустит ее.

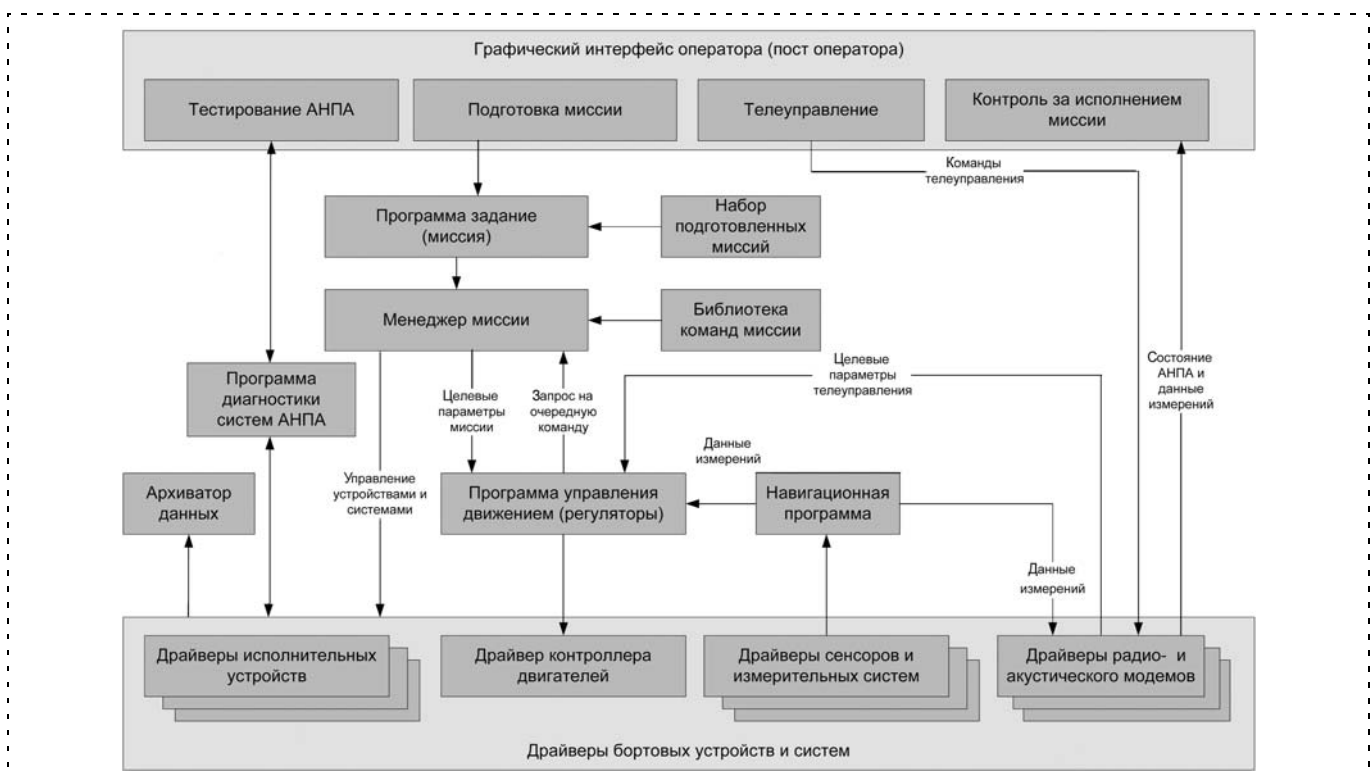


Рис. 5. Структура распределенной системы программного управления АНПА MARK

Миссия представляет собой программу, содержащую вызовы специальных функций — команд управления аппаратом, которые делятся на три класса: команды управления движением, команды управления бортовыми устройствами, команды запроса данных. Команда запроса данных служит для получения информации о положении аппарата, его ориентации и т. п. В ответ на нее выполняется публикация пакета с требуемыми данными. Команда управления бортовым устройством (например, включение/выключение ГБО) публикует пакет с указанием соответствующему драйверу выполнить требуемые действия.

Вызов команды управления движением сводится к заполнению специальной структуры с параметрами движения и ее публикации. На это сообщение подписана программа управления движением, которая вычисляет упоры движителей с учетом данных о текущем состоянии и местоположении АНПА. Когда желаемые параметры движения достигнуты, программа управления движением посылает сообщение "Команда выполнена". Получив его, менеджер миссии продолжает дальнейшее выполнение программы-задания. Контроль достижения цели может осуществляться по времени (коман-

да движения в заданном направлении в течение определенного времени), по координатам, глубине, высоте или другому условию.

Выполнение команды миссии может быть приостановлено в случае поступления в "программу управления движением" команды телеуправления. Команды телеуправления формирует оператор и передает на АНПА по акустическому каналу (или через радиомодем, когда АНПА находится на поверхности). По окончании команды телеуправления "программа управления движением" возвращается к выполнению миссии с того "места", где ее действие было заморожено. При этом восстанавливаются все параметры команды миссии.

Диагностика подсистем АНПА в режиме реального времени также реализована в виде отдельного процесса.

### Графическая диалоговая система оператора

Графический интерфейс оператора представляет собой многооконную графическую диалоговую систему (МГДС). Она обеспечивает выполнение следующих операций:

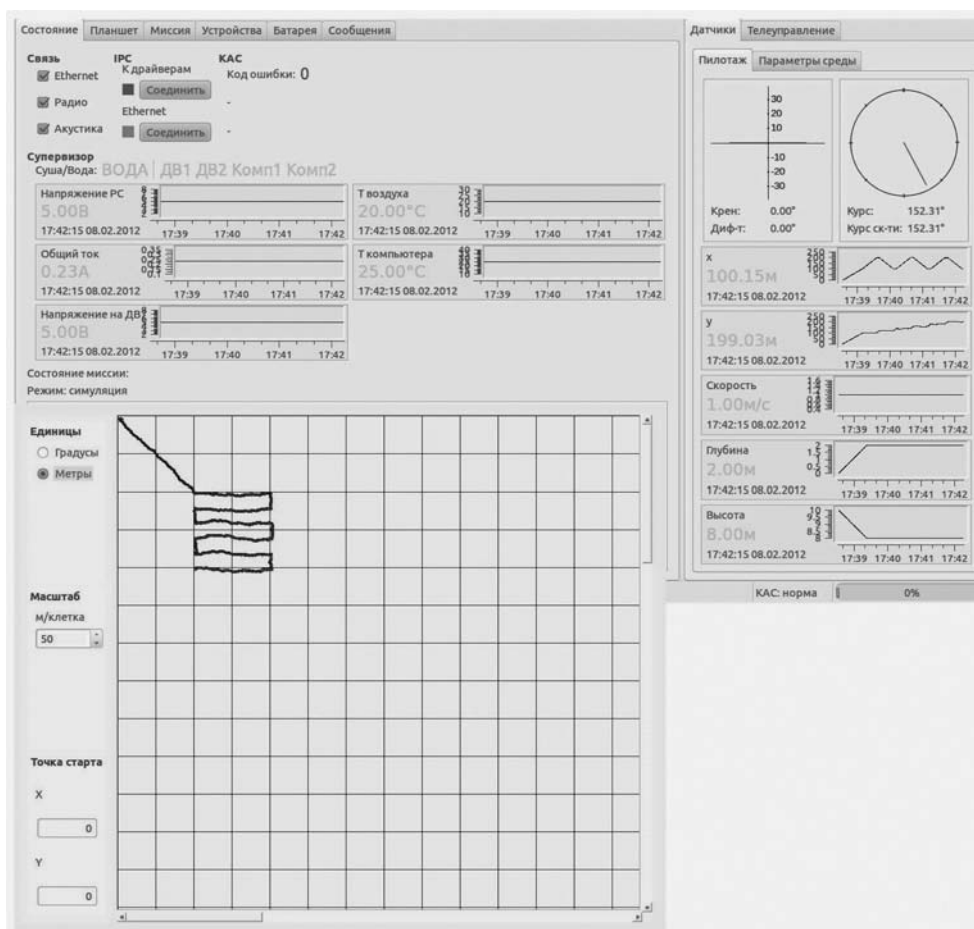


Рис.6. Основное окно графического интерфейса оператора АНПА MAPK с открытым окном "Планшет"

- редактирование, загрузка в АНПА и предстартовое тестирование программ-заданий;
- диагностика работоспособности и осуществление регламентных работ с бортовыми устройствами АНПА;
- считывание из АНПА накопленных данных и их визуализация для оперативного анализа;
- дистанционное управление подводным аппаратом посредством акустической связи и радиосвязи (на поверхности моря).

Основное окно (рис. 6) отображает информацию о текущем состоянии АНПА: наличие связи по акустическому, радио- и Ethernet-каналам, признаки аварии (состояние датчиков воды (ДВ) и компенсаторов (Комп)), показания пилотажных датчиков и навигационной системы, а также напряжение на основных аккумуляторных батареях, общий потребляемый ток и прочее. Основное окно включает кнопки вызова других окон. При нажатии кнопок "Миссия", "Планшет", "Устройства", "Батарея", "Сообщения", а также "Датчики" и "Телеуправление" открываются и закрываются соответствующие окна.

Окно "Миссия" (рис. 7) позволяет вводить, редактировать, тестировать и загружать в АНПА программу-задание (миссию) для текущего запуска. Команды программирования АНПА представляют собой подпрограммы, написанные на языке С. Подход с использованием языка программирования позволяет максимально учитывать возможности АНПА при составлении специфических заданий. Для упрощения процедуры составления миссии используется библиотека готовых модулей, которая реализует наиболее употребительные траектории движения АНПА и подпрограммы работы отдельных систем. Данный подход позволяет запрограммировать реакции на асинхронные непредвиденные события, происходящие как внутри аппарата, так и вне его.

После того, как программа-задание подготовлена и загружена в аппарат, наступает этап предпусковой подготовки АНПА. Он включает проигрывание сформированного задания в целях проверки логической корректности программы. Результаты работы системы симуляции миссии отображаются в отдельном графическом окне. Для оперативного предстартового тестирования длинных миссий имеется возможность их ускоренной прогонки (строка "Ускорение").

Для отображения траектории движения АНПА и текущей карты акватории во время выполнения миссии, а также и после ее выполнения для постобработки, используется программа "Планшет", которая имеет свое окно (см. рис. 6). Оно позво-

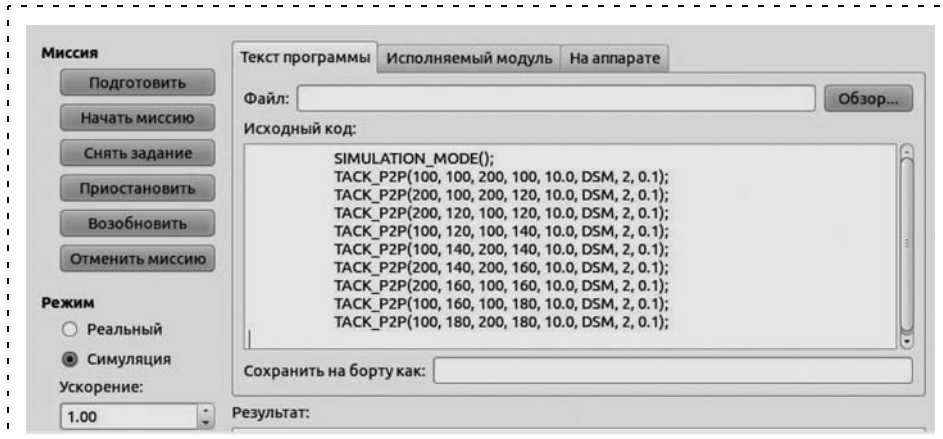


Рис. 7. Основное окно программы "Миссия"

ляет привязывать к координатной сетке карту и различные статические и подвижные объекты с возможностью отображения их характеристик и траекторий движения. Окно данной программы позволяет задавать масштаб и единицы измерения (метры или градусы), вводить координаты точки старта.

Графические окна "Устройства", "Батарея" и "Сообщения" (см. рис. 6) предназначены для реализации процедур тестирования отдельных подсистем аппарата. Графический интерфейс оператора позволяет выполнять считывание из АНПА накопленных данных и визуализировать их для оперативного анализа.

### Навигационный комплекс

При разработке АНПА МАРК одной из основных целей было обеспечение высокой мобильности подводного робототехнического комплекса в целом, включая организацию навигационного обеспечения. Развертывание традиционной гидроакустической навигационной системы с длинной базой (ГАНС ДБ) предполагает установку и координирование маяков-ответчиков (МО) перед началом работы. После окончания работ требуется выполнить их подъем. Данные операции могут занять до нескольких суток и при этом имеется вероятность утраты МО. Кроме того, дальность действия такой системы обычно не превышает 10 км. При обследовании больших площадей возникает необходимость в многократной переустановке системы, что существенно увеличивает время и стоимость выполнения работ.

В целях создания мобильного навигационного комплекса для АНПА разработана синхронная гидроакустическая навигационная система с синтетизированной длинной базой (ГАНС СДБ), использующая в качестве единственного навигационного маяка мобильную гидроакустическую антенну (МГА), буксируемую обеспечивающим судном (ОС) (или автономным необитаемым водным аппаратом (АНВА) (рис. 8)) [10]. Работа данной НС основана

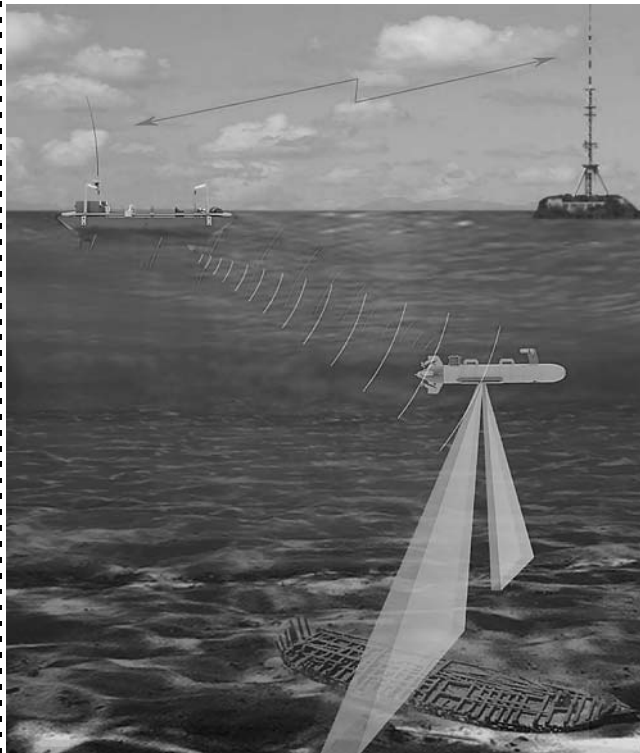


Рис. 8. Мобильный навигационный комплекс АНПА МАРК

на использовании современной акустической связи, которая позволяет синхронно обмениваться пакетами навигационных данных между АНПА и ОС и одновременно измерять время распространения акустического сигнала между ними. В процессе выполнения задания АНПА и ОС поочередно обмениваются навигационными данными, на основе которых АНПА определяет свое местоположение, а ОС отслеживает траекторию движения АНПА. Информационная посылка от ОС содержит координаты МГА, рассчитанные с использованием данных от GPS.

Навигационная программа рассчитывает координаты АНПА на основе обработки данных от нескольких устройств: GPS (на поверхности), инерциального измерительного модуля, доплеровского лага и гидроакустической навигационной системы. Структура комплексированной навигационной системы представлена на рис. 9. На основе полученной в течение нескольких тактов работы ГАНС СДБ информации о положении МГА и измеренных расстояниях между АНПА и МГА на борту подводного аппарата рассчитываются его координаты. Полученное местоположение вместе с измерениями скорости, курса и глубины движения АНПА передаются им на ОС в ответной информационной посылке. Гидроакустическая антенна АНПА является многоэлементной и обеспечивает в ближней зоне на дистанциях до 1 км режим работы ГАНС с ультракороткой базой (УКБ ГАНС).

Рассмотренная синхронная гидроакустическая навигационная система одновременно обеспечивает навигацию нескольких АНПА в одной акустической сети. При этом каждый подводный аппарат не только определяет свое местоположение, но и имеет

возможность отслеживать положение других аппаратов в рабочей области.

### Некоторые результаты морских испытаний

Первый этап морских испытаний АНПА МАРК был выполнен в августе 2011 г. в заливе Петра Великого Японского моря. В испытаниях принимало участие малое научно-исследовательское судно "Юрий Молоков" (рис. 10). На данном этапе были уточнены некоторые динамические характеристики аппарата и исследована работоспособность системы программного управления АНПА.

Для проверки правильности выполнения программы-задания была использована миссия, в которой подводному аппарату требовалось последовательно выполнить четыре галса по поверхности: на север, запад,

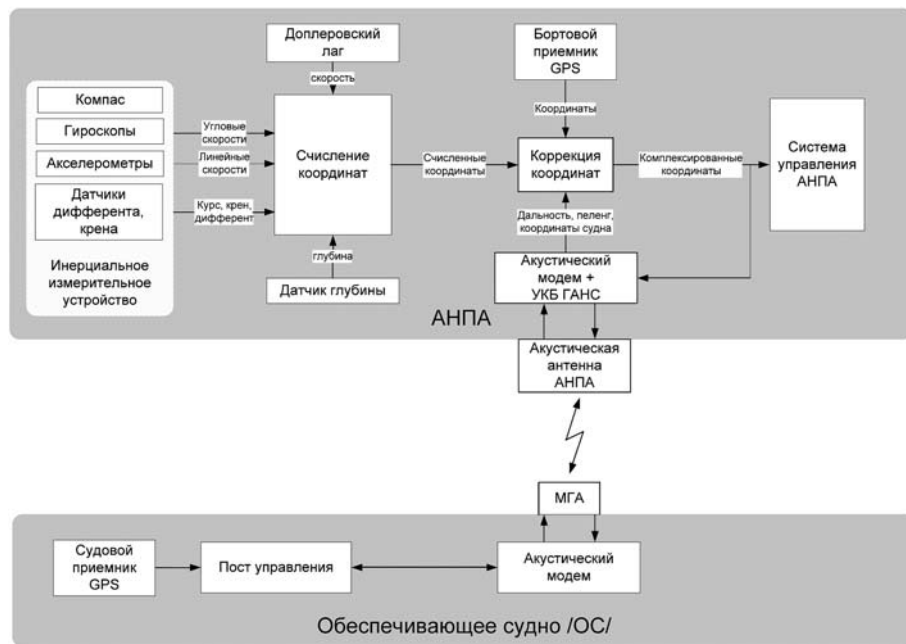


Рис. 9. Структура комплексированной навигационной системы АНПА МАРК





Рис. 10. Малое научно-исследовательское судно "Юрий Молоков"

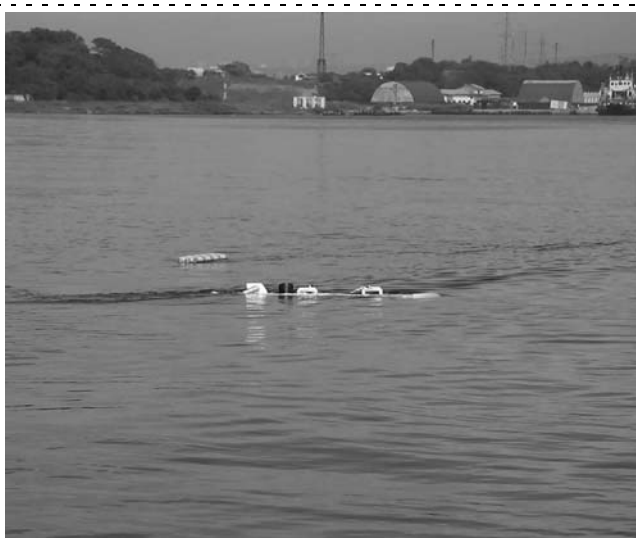


Рис. 11. АНПА МАРК выполняет разворот на запад

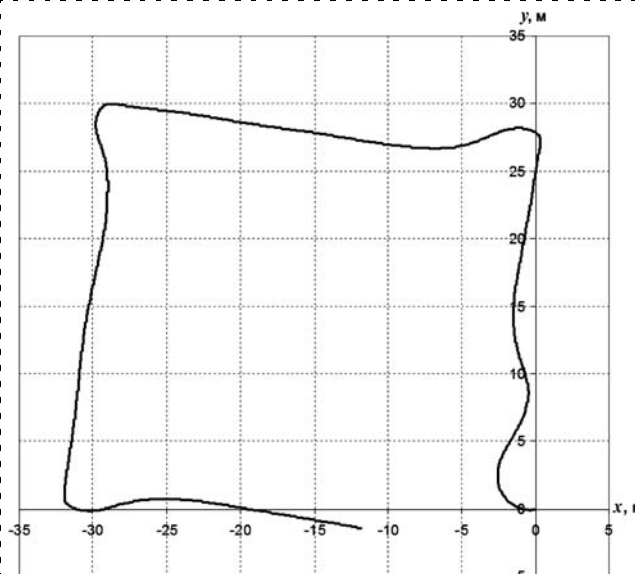


Рис. 12. Траектория движения АНПА МАРК, полученная в результате выполнения миссии

юг и восток. В случае успешного выполнения такого задания траектория движения АНПА должна визуально напоминать квадрат. На рис. 10 и 11 показаны моменты выполнения миссии, когда АНПА выполняет развороты на запад и на юг. Траектория движения АНПА, полученная в результате выполнения миссии, показана на рис. 12. Квадрат имеет небольшой поворот относительно оси  $Oz$  и точка финиша  $(-12, -2)$  не совпадает с точкой старта  $(0, 0)$  из-за наличия в районе работ небольшого течения.

Морские испытания показали, что система управления и движительный комплекс аппарата работают эффективно и обеспечивают высокую управляемость АНПА. В 2012 г. планируется выполнить второй этап испытаний, включающий комплексные исследования систем навигации и связи, а также информационно-измерительного комплекса подводного аппарата.

*АНПА МАРК разработан в рамках ГК 02.740.11.0166 при поддержке грантов РФФИ 070800596а и 100800249а. Авторы выражают свою признательность всем сотрудникам ИПМТ ДВО РАН и ДВФУ, принимавшим участие в подготовке и проведении морских исследований с применением АНПА МАРК.*

#### Список литературы

1. Дубровин Ф. С., Туфанов И. Е., Щербатюк А. Ф. Малогабаритный автономный необитаемый подводный аппарат для выполнения групповых операций на шельфе // Матер. XII Междунар. науч.-техн. конф. "Современные методы и средства океанологических исследований". Москва, 2011. Ч. 2. С. 66—69.
2. McCarthy K. REMUS — A Role Model for AUV Technology Transfer // International Ocean Systems, November/December 2003.
3. URL: [www.hydroindinc.com](http://www.hydroindinc.com)
4. URL: [www.gavia.is](http://www.gavia.is)
5. Hunter C. Brown, Ayoung Kim, Ryan M. Eustice. An Overview of Autonomous Underwater Vehicle Research and Testbed at PeRL // Marine Technology Society Journal, Spring 2009. Vol. 43. N 2. P. 33—47.
6. URL: [www.ocean-server.com](http://www.ocean-server.com)
7. Ваулин Ю. В., Дубровин Ф. С., Щербатюк А. Ф. Система бортового управления и навигации малогабаритного автономного необитаемого подводного аппарата. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ N 2011613759 от 13 мая 2011 г.
8. Дубровин Ф., Непостаев Е., Сураев Н., Денисенко М., Туфанов И., Щербатюк А. Навигационно-управляющий комплекс автономного необитаемого подводного аппарата для выполнения групповых операций // Матер. докладов IV Всеросс. мультikonф. по проблемам управления "Управление в распределенных сетевых и мультиагентных системах" (УРСиМС-2011). 03—08 октября 2011, Дивноморское, Россия.
9. URL: <http://www.cs.cmu.edu/~ipc/>
10. Ваулин Ю. В., Дубровин Ф. С., Щербатюк А. Ф. Исследование некоторых алгоритмов одноплатной навигации АНПА // Матер. докладов IV Всеросс. науч.-техн. конф. "Технические проблемы освоения Мирового океана". Владивосток: Дальнаука. 2011. С. 405—413.

**А. В. Евгенов**, зам. Генерального директора —  
Главный конструктор,  
**Л. О. Котицын**, нач. лаборатории,  
burlenka@list.ru,  
**В. П. Ползик**, начальник НИО4,  
polzik@niiio.com,  
**М. М. Сильвестров**,  
гл. науч. сотр., д-р техн. наук, проф.,  
IASO@inbox.ru,  
ОАО "НИИ авиационного оборудования",  
**Ю. И. Бегичев**, канд. техн. наук, доц.,  
ЗАО "РАА "Спецтехника", Москва,  
**О. А. Михайленко**, Генеральный директор,  
ЗАО "МВС ГТ"

## Архитектура и алгоритмы бортовой системы визуализации и улучшения визуального представления внешней обстановки на информационно-управляющем поле кабины магистрального самолета

*Рассматриваются архитектура и алгоритмы бортовой системы визуализации внешней обстановки в составе эргатического интегрированного комплекса управления магистрального самолета, содержащего информационно-управляющее поле кабины, бортовую вычислительную систему, навигационную систему, бортовую геоинформационную систему, информационно-измерительную систему, модуль "эталонного" маневрирования и интеллектуальной поддержки экипажа.*

**Ключевые слова:** бортовая система визуализации, информационно-управляющее поле, речевой информатор, модуль интеллектуальной поддержки экипажа, образ полета, образ цели управления, мнемокадр

Бортовая система визуализации и улучшения визуального представления внешней обстановки предназначена для:

- расширения визуального восприятия летчиком внекабинной обстановки (внешнего мира) и динамических процессов самолетовождения в сложных условиях эксплуатации самолета посредством отображения на широкоформатных многофункциональных индикаторах и индикаторах на лобовом стекле (ИЛС) синтезированного визуально видимого образа полета, образа цели управления и внешнего пространства с использованием дополнительных ориентиров, перспективного отображения рельефа местности, препятствий и наземных объектов, имеющих отношение к безопасности полета и/или выполнению навигационных задач;

- улучшения условий безопасности полета при сближении с рельефом местности, наземными препятствиями и объектами "угрозы" столкновения в полете при ограниченной видимости внекабинной обстановки за счет псевдообъемного представления перспективного 3D-вида рельефа местности с мажорантой преимущественных высот рельефа на пилотажных мнемокадрах и ИЛС, а также отображения на комплексном индикаторе аэронавигационной обстановки, картографической информации, содержащей рельеф местности с объектовой обстановкой, и использования цветового кодирования опасных зон местности;
- обеспечения режимов тестирования параметров контура индикации и тренировки экипажа по поддержанию навыков пилотирования на этапах:
  - взлета и набора высоты с визуальной видимостью ВПП, прилегающей местности и линии горизонта, а также взлета в ночных условиях с визуальной видимостью средств ночного старта;
  - выполнения предпосадочного маневра, захода на посадку и посадки днем в простых и сложных метеоусловиях с использованием координатно-лидерной индикации.

Архитектура рассматриваемой бортовой системы визуализации в составе интегрированного комплекса управления перспективным магистральным самолетом (ПМС), представленная на рис. 1, содержит:

- *информационно-управляющее поле кабины*, состоящее из командных органов управления, органов управления полезной нагрузкой, манипулятора "трекбол", многофункциональных индикаторов (МФИ), отображающих комплексную пилотажную информацию, комплексную информацию навигационной обстановки, комплексную информацию о состоянии самолетных систем; широкоугольного индикатора на лобовом стекле, речевого информатора, многофункциональных и других пультов управления (МФПУ);
- *бортовую вычислительную систему* на базе унифицированных многофункциональных вычислительных модулей, в состав которой входят вычислители системы самолетовождения и графический процессор;
- *информационно-измерительную систему*, состоящую из датчиков, обеспечивающих информационную поддержку решения пилотажных и навигационных задач, куда входят инерциальная навигационная система, система воздушных сигналов, радиовысотомеры, радиотехнические системы навигации, спутниковая навигационная система, оптикоэлектронные визирные устройства (тепловизоры), телевизионная и радиолокационная система (РЛС) (в том числе метеорЛС);
- *бортовую геоинформационную систему*, обеспечивающую хранение, пополнение и переработку

базы данных цифровой картографической информации, данных об опасных зонах, воздушных трассах, кроках аэродромов, в целях отображения цифровой псевдообъемной карты местности с цветовым кодированием опасных зон рельефа, обеспечения работы корреляционно-экстремальной системы навигации по геофизическим полям, а также системы раннего предупреждения столкновений с землей;

- систему предупреждения критических режимов;
- комплексную систему управления самолетом;
- бортовой комплекс средств связи;
- бортовую систему наблюдения за воздушной обстановкой;
- бортовую автоматизированную систему контроля;
- проекторы с экраным устройством.

В бортовом комплексе средств связи целесообразно использовать способ передачи информации блоками с изменением в каждом блоке несущей частоты в случайном порядке из набора фиксированных частот. Этот способ обладает принципиально более высокой степенью помехозащищенности по сравнению с другими способами, использующими одну несущую частоту, либо качание несущей частоты.

Бортовая система визуализации формирует цветное псевдообъемное синтезированное изображение внекабинной обстановки, используемое для обеспечения режимов тестирования параметров контура индикации при выполнении подготовки к полету. Эта система может использоваться перед вылетом для отработки действий экипажа в условиях прерванного взлета, захода на посадку при наличии неисправностей в механизации крыла или в условиях густого тумана.

Внекабинная обстановка отображается с помощью широкоформатных многофункциональных индикаторов, соединенных по бесшовной технологии в единое индикационное поле, широкоугольных коллиматорных индикаторов (ШКАИ) и проекторов. В качестве экранного устройства используется сплошное проекционное стекло с изменяемой прозрачностью. Размещение и размер стекла обеспечивает углы поля зрения проецируемого изображения не менее  $40^\circ \times 180^\circ$  для каждого из летчиков. В режиме ИЛС (в условиях визуального пилотирования) на полупрозрачное стекло в секторе  $40^\circ \times 30^\circ$  для каждого летчика с помощью генератора ШКАИ обеспечивается вывод стилизованной пилотажно-навигационной информации. В условиях отсутствия видимости (в сложных метеоусловиях) с помощью проекторов обеспечивается вывод на непрозрачное проекционное стекло псевдообъемного синтезированного изображения внека-

бинного пространства с наложенными на него пилотажно-навигационными данными.

Частота обновления синтезированного изображения обеспечивает непрерывную визуальную картинку и составляет не менее 50 Гц [1]. Уровень освещенности, формируемый проекционной системой, составляет не менее 1000 ANSI люменов при отображении объектов в палитре до  $16 \times 10^6$  цветов.

Используемые в эргатическом интерфейсе кабины **широкоформатные многофункциональные индикаторы** с дисплейным вычислителем и индикаторы на лобовом стекле обеспечивают на сплошном индикационном поле отображение форматов индикации параметров полета, видеоинформации, текстовой, символьной (графической) информации, а также перспективное отображение визуальной внекабинной обстановки, рельефа местности, препятствий и наземных объектов. Включение и переключение режимов отображения осуществляется с учетом приоритета информации, поступающей по каналам информационного обмена [3],

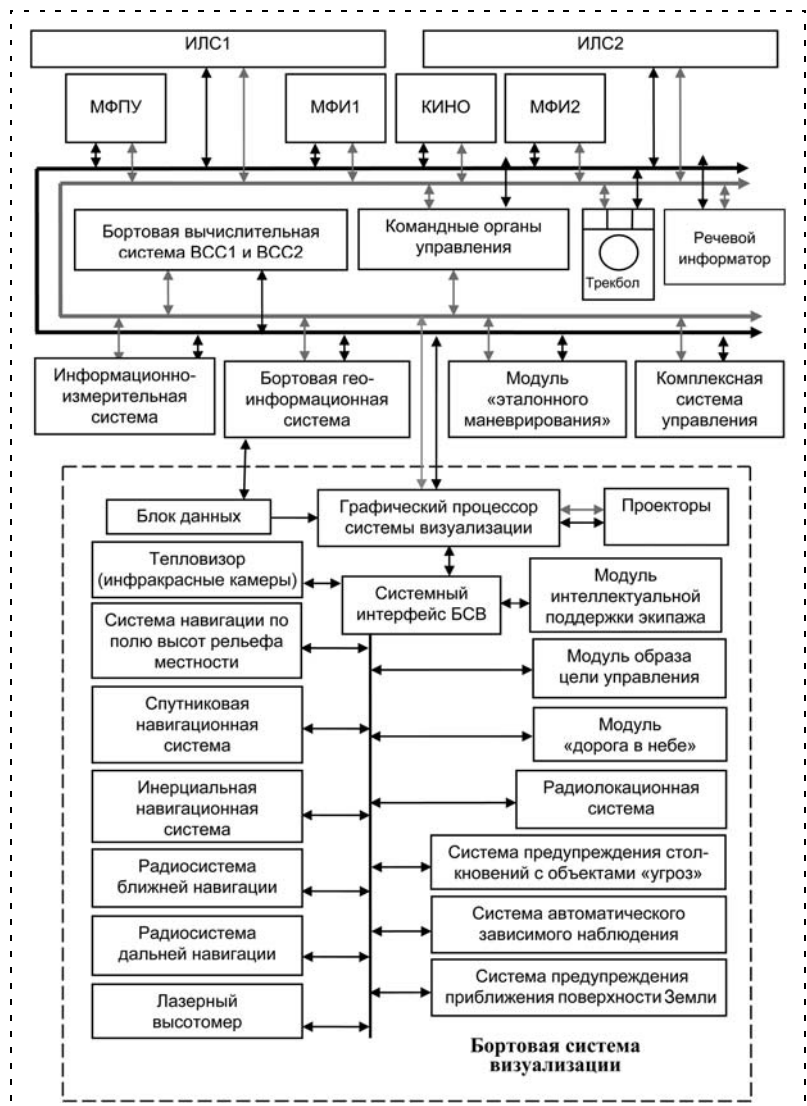


Рис. 1. Архитектура бортовой системы визуализации в составе интегрированного комплекса управления перспективным магистральным самолетом

а также с помощью экранного меню и манипулятора "трекбол".

В эргатическом интерфейсе предусмотрена реконфигурация системы индикации. Изменение вида и состава информации, отображаемой на экранах индикаторов, проводится как автоматически по управляющим сигналам от пилотажно-навигационного комплекса и самолетного оборудования, так и вручную экипажем с помощью пульта системы индикации и манипулятора "трекбол".

Изменение вида и состава отображаемой информации имеет целью:

- оптимизировать состав отображаемой на индикаторах информации по этапам полета;
- обеспечить вызов информации, требуемой для выполнения конкретной функциональной задачи;
- обеспечить необходимую индикацию при наступлении отказов как в самой системе индикации, так и во взаимодействующем с ней оборудовании.

Важным компонентом информационно-управляющего комплекса магистрального самолета является **бортовая геоинформационная система**, которая обеспечивает решение следующих задач:

- автономной высокоточной навигации по полю высот рельефа местности;
- предупреждения столкновения с Земной поверхностью как с точки зрения формирования соответствующих команд управления, так и с точки зрения формирования кадров индикации;

— формирования сигналов управления в интересах выполнения маловысотного полета с облетом и/или обходом рельефа местности без установки на борту специализированной радиолокационной станции переднего обзора;

— определения координат точек на Земной поверхности, маркированных угломерными бортовыми визирными системами;

— плановую и перспективную визуализацию Земной поверхности в системе индикации.

Широкий диапазон пилотажных характеристик, многорежимность применения, сложность и многообразие бортовых систем, многоплановость решаемых задач, насыщенность системами и рычагами управления магистрального самолета существенно усложняют летчику возможность воспринимать и перерабатывать поступающую информацию о текущей ситуации, принимать корректные решения, адекватные быстро меняющейся обстановке, в условиях стрессовой ситуации и под воздействием неблагоприятных факторов полета. В связи с этим актуальной становится задача включения в состав бортовой системы визуализации **модуля интеллектуальной поддержки экипажа**. Программный модуль обеспечивает:

- планирование полета и прокладку маршрута;
- оценку навигационной обстановки и формирование подсказки летчику в принятии решений;
- формирование образа цели управления и самолетовождения;

— поддержку моторных действий летчика при выборе и реализации рационального маневра;

— слежение за исправностью и конфигурацией контура индикации для его реконфигурации в зависимости от состояния оборудования и решаемой задачи полета.

Для информационного подыгрыша в целях тестирования информационно-управляющего поля кабины, в частности для проверки работы системы формирования сигналов отображения опасных состояний, используется имитационная модель динамики полета и программный **модуль "эталонного" маневрирования** [1], в котором содержатся процедуры формирования законов управления для различных этапов полета.

Обучающая визуальная информация, формируемая модулем "эталонного" маневрирования, отображается на информационном поле кабины в виде перспективных 3D-изображений опасных состояний, текстовых сообщений, а также в виде стилизованных изображений внекабинной обстановки на экранных устройствах бортовой системы визуализации.

Имитационная модель динамики полета самолета обеспечивает функционирование параметров для представления на много-

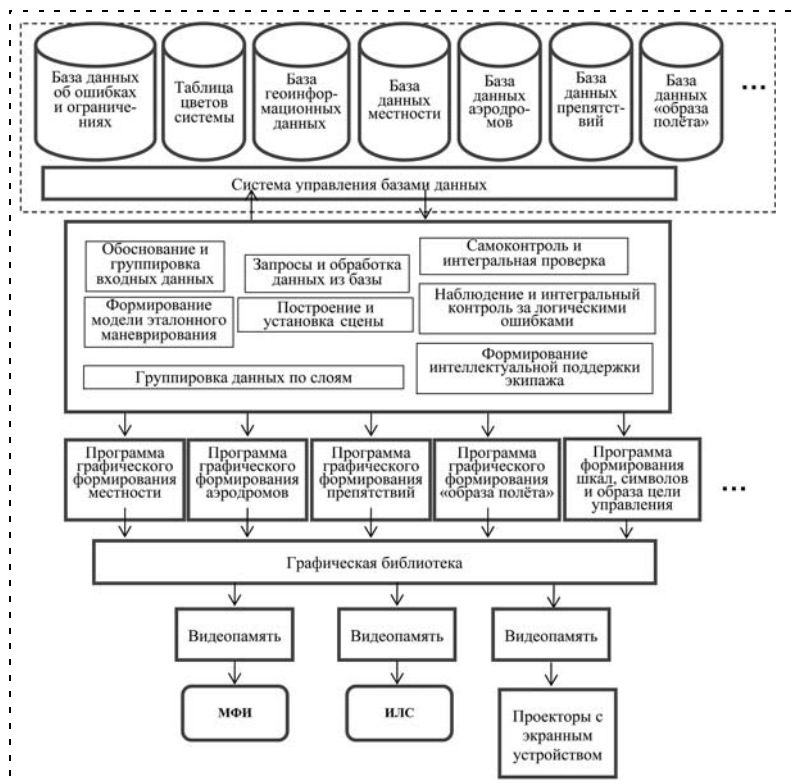


Рис. 2. Архитектура программного обеспечения бортовой системы визуализации и улучшенного представления внешней обстановки на многофункциональных индикаторах

функциональных индикаторах образа цели управления и образа полета во время наземных тренировок.

Как указывалось выше, для построения модели внешнего мира в бортовой системе визуализации используется цифровая модель местности, сформированная по сложной совокупности данных ГИС. Архитектура программного обеспечения бортовой системы визуализации и улучшенного представления внешней обстановки на многофункциональных индикаторах приведена на рис. 2.

Анализ геоинформационных технологий показал, что наиболее подходящим инструментальным средством для построения и обработки цифровых и электронных карт на основе современных ГИС-технологий является отечественная система "Панорама", принятая к применению в Вооруженных силах РФ. Поскольку все функции по созданию цифровых карт и снабжению ими организаций и ведомств в РФ строго централизованы, ГИС "Панорама" и ее модификация "Интеграция" являются, фактически, стандартом.

На предварительном этапе информация из ГИС "Панорама" для конкретного участка местности преобразуется в файлы цифровой карты рельефа местности, нормалей к поверхности в каждой точке рельефа и расположения объектов на местности. Эти данные загружаются в память графического процессора в виде соответствующих многомерных массивов. В память процессора загружаются также начальные данные о масштабах, координатах, параметрах дискретизации, апертуре зоны визуализации и графической размерности отображения, спрайты и трехмерные образы объектов.

На каждом такте отображения в графический процессор поступают также текущие траекторные параметры, на основе которых вычисляется угловое положение линии визирования, а затем выполняется цикл сканирования по горизонтали во фронтальной плоскости апертуры видимости, внутри которого организован цикл вертикального сканирования. При этом для каждого положения луча определяется номер элемента массива цифровой карты, высота рельефа в данной точке, угол линии визирования с нормалью, и затем вычисляется цвет элемента поверхности. Значения графической координаты, соответствующего ей номера массива цифровой карты и вычисленного для них цвета заносятся в память.

Далее проверяется наличие в данной точке карты объекта, и, при его наличии, используя информацию о типе объекта, дальности до него и его угловом положении, проводятся соответствующие графические преобразования и присваивается приоритет по дальности.

Параллельно формируется индикационная составляющая кадра визуализации в виде шкал, индексов, счетчиков и т. д.

На финальном этапе формируется графическое изображение рельефа местности, на которое накладываются последовательно объекты в зоне види-

мости в соответствии с приоритетом по дальности, и затем индикационная информация. По этим данным формируется перспективный 3D-образ внекабинной обстановки и индикационный мнемокадр.

Алгоритм формирования кадра бортовой визуализации внекабинной обстановки представлен на рис. 3.

При комплексировании системы улучшенного видения и системы визуализации на ИЛС целесообразно отображать поверхность Земли в виде "рыболовной сети", наброшенной на выступы поверхности Земли и представлять ее ярче, чем фон гладкой поверхности, однако менее ярко, чем накладываются на мнемокадр символы, а линии уровня рельефа представлять как часть "рыболовной сети", но видимыми ясно и отчетливо благодаря использованию различных стилей линий и небольших вариаций по яркости.

На МФИ цвет местности отображается в зависимости от текущей высоты ЛА. Схема цветов формируется по информации о текущем местоположении самолета и системы предупреждения столкновения с Землей. Сеть представляется в черном цвете с окрашенными в желтый цвет линиями уровня, при этом линии уровня изображаются более толстыми, чем линии сети. Освещение синтезированного изображения обеспечивается источником света, расположенным так, чтобы сделать рельеф наиболее отчетливым.

Для отображения на пилотажных индикаторах предусматривается формирование картографических изображений псевдообъемным способом (3D). Один из простейших вариантов — формирование изображения в координатах "азимут — угол места — дальность". При этом на индикаторах местность перед самолетом отображается профилями рельефа в поперечных секущих плоскостях, удаленных от текущего места вертолета на некоторые расстояния, например 500 м, 1 км, 2 км, 4 км и 8 км. Изображения профилей имеют одинаковый вертикальный и разный горизонтальный масштаб: более дальние — в меньшем масштабе. Кроме того, профили, соответствующие разным дальностям, кодируются разными оттенками (яркостями). Ближайшему сечению, как наиболее опасному, соответствует самый интенсивный цвет изображения. Указанный способ представления информации с точки зрения реализации достаточно прост, обеспечивает высокую наглядность, а главное, обладает метрическими свойствами, предоставляя возможность визуально примерно определять как превышения рельефа, так и дальность до препятствий.

При полете в сложных метеорологических условиях предъявляются повышенные требования к точности отображения положения самолета относительно рельефа местности (ошибка по координате не более 2 м). Для обеспечения требуемой точности может использоваться спутниковая радиотехническая система в дифференциальном режиме (при

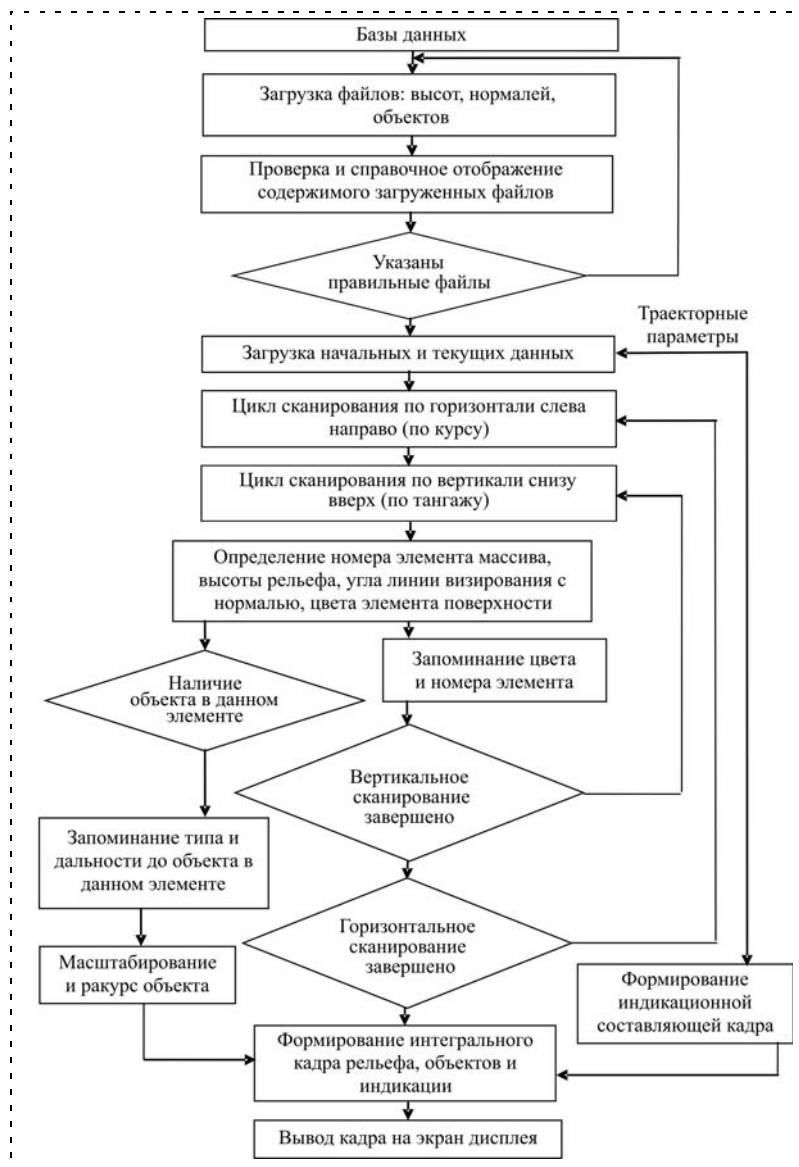


Рис. 3. Алгоритм формирования кадра бортовой визуализации

наличии наземной базовой станции), относительном дифференциальном режиме (при наличии базовой станции АЗН-В) или оптико-электронные системы (ИК и телевизионная камеры) с корреляционной привязкой по полю оптического контраста.

При использовании оптико-электронных систем изображение, полученное от различных датчиков, проходит предварительную обработку в целях нормализации яркости, повышения четкости и контрастности. Одновременно в ГИС формируется выборка картографической информации из той же области рельефа, в которую направлены оптико-электронные системы, выполняются построение 3D-сцены и проецирование ее на плоскость. Полученный "глиф" используется в качестве эталона для совместной корреляционной обработки с обработанным изображением, полученным от оптико-электронных систем. Решение алгоритма корреляционной привязки позволяет получить на

выходе ошибки по трем углам и трем координатам, обеспечивающим требуемую точность определения положения самолета относительно рельефа местности.

Таким образом, рассмотренное алгоритмическое обеспечение бортовой системы визуализации внешней обстановки на этапе подготовки к полету (тренировки) и при выполнении полета в сложных метеорологических условиях обеспечивает:

- ✓ расширение визуального восприятия летчиком внекабинной обстановки (внешнего мира) и динамических процессов самолетовождения в сложных условиях эксплуатации самолета посредством отображения на бесшовных широкоформатных multifunctional индикаторах и панорамных индикаторах на лобовом стекле синтезированного визуально видимого образа полета, образа цели управления и внешнего пространства с использованием дополнительных ориентиров, перспективного отображения рельефа местности, препятствий и наземных объектов, обеспечивающих повышение безопасности полета и/или выполнение навигационных задач;
- ✓ улучшение условий безопасности полета при сближении с рельефом местности, наземными препятствиями и объектами "угрозы" столкновения в полете при ограниченной видимости внекабинной обстановки за счет псевдообъемного представления перспективного 3D-вида рельефа местности с мажорантой преимущественных высот рельефа на мнемокадрах авиализонта и ИЛСа, а также отображения на комплексном индикаторе электронной аэронавигационной карты сложного рельефа местности с использованием картографической информации и цветового кодирования опасных зон местности.

#### Список литературы

1. Сильвестров М. М., Бегичев Ю. И., Варочко А. Г. и др. Эргатические интегрированные комплексы летательных аппаратов / Под ред. М. М. Сильвестрова. М.: Филиал Воениздата, 2007. 510 с.
2. Сильвестров М. М., Чернышов В. А. Современная методология и концептуальные основы построения эргатического интегрированного комплекса управления многоцелевого маневренного самолета // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 7. С. 53–62.
3. Чернышов В. А., Сильвестров М. М., Ползик В. П. и др. Концепция построения эргатического информационно-управляющего комплекса транспортного самолета // Полет. 2011. № 2. С. 13–24.

# CONTENTS

<b>Aliev F. A., Ismayilov N. A.</b> On a Linearization Method for the Non-Linear Systems . . . . .	2
--	---

*The linearization method is proposed for the representation of the closed non-linear systems by use of the identification algorithm that replaces the non-linear system by the equivalent linear one. It is noted that the equivalency of the initial system and its linear approach is true for the limited time interval, and by the transformation from one regime to other one the linearization must be used to obtain the new linear system. The linearization is done by the identification, applying modified DFP (Davidson, Fletcher, Powell). Then results are illustrated by the numerical example.*

**Keywords:** gaz-liquid mixture, gaz-lift, layer, identification, gradient method, golden section, DFP method, orthogonalization, linearization

<b>Tsykunov A. M., Parsheva E. A.</b> Indemnification of Disturbances and Handicapes of Interconnected Systems with the Measured Vector of the Status . . . . .	6
---	---

*The problem of a robust control system design for interconnected systems was solved for the case where vector of state can be measured with handicapes and on object the parametrical and external bounded disturbances operate. The class of objects for which indemnification of handicapes and disturbances on an adjustable variable with demanded accuracy is possible is allocated. Operability of the designed control systems in the case of non-measurable and bounded disturbances acting on the controlled plant was demonstrated. Only the measurable variables of the local subsystems are used to generate the control actions, that is, control is completely decentralized.*

**Keywords:** robust system, control problems, local subsystems, handicapes of measurement, decentralized law, diagonal matrices, auxiliary block, compensation for disturbances

<b>Kosinskiy M. Yu., Shikhin V. A.</b> Neuro-Fuzzy Model Development for Solving the Tasks of Operational Reliability Analysis . . . . .	16
--	----

*The present paper studies capabilities of fuzzy logic and artificial neural networks for solving the tasks of automatized systems' operational reliability analysis. Neuro-fuzzy model was developed proposed for processing such sort of analysis. Operation of the model is tested with an example.*

**Keywords:** fuzzy sets, artificial neural networks, reliability

<b>Titov V. S., Bobyr M. V., Antsiferov A. V.</b> Automated System of the High-Speed Detail Processing . . . . .	21
--	----

*The article considers the specific of the high-speed detail processing with CNC equipment. The automated system of the high-speed detail processing is shown.*

**Keywords:** high-speed detail processing, CNC equipment, Peltier effect, the intensity of cooling, temperature in the processing zone

<b>Morzhov A. V., Morzhova S. V.</b> The Synthesis of the Relay Self-Oscillating Volumetric Hydraulic Power Drive with Limitation on Sensitivity . . . . .	27
--	----

*The synthesis of the relay self-oscillating volumetric hydraulic power drive with limitation on drive sensitivity to hydraulic pump motor speed variation is considered. The synthesis is performed using the methods of relay systems sensitivity investigation, developed with the participation of the authors of this article.*

**Keywords:** volumetric hydraulic power drive, relay system, sensitivity, self-oscillation, tracking mode, synthesis

<b>Gannel L. V.</b> Identification of Multi-Mass Low Stiffness Electric Drive by Built-in Frequency Analyzers . . . . .	34
---	----

*The paper describes an experimental method of identification of mechatronic's actuators carried out on the real object directly with a built-in frequency analyzer. Using suggested technique allows distinguishing the masses and its low stiffness, leading to existing of the resonances. The method allows specifying the ways to enhance the rigidity of the mechanical system and thereby increase the servo bandwidth. A case study of identification's technique for a linear axis of XY coordinate table is shown.*

**Keywords:** identification, resonance, multi-mass system, masses' mismatch, linkage, stiffness

<b>Aivazian S. A.</b> Analysis of the Status and Prospects of Development of Information Display Systems and Combat Management Systems Ergatic . . . . .	39
--	----

*The article examines the development and status information display systems, and battle management ergatic complexes. Analyzes the main patterns and prospects for development of interactive systems integrated flight and armament control systems and information display and control of combat ergatic complexes.*

**Keywords:** information display systems, flight and armament control systems, combat ergatic complexes, integration, increasing of automatisisation level, optimisation, unification, psychphysiologic safety

**Filaretov V. F., Yukhimets D. A., Konoplin A. Yu.** Method of Synthesis of System of Automatic Control of Manipulator's Gripper Movement Mode on Difficult Spatial Trajectories ..... 47

*In this paper the method of synthesis of system of automatic formation of the multilink manipulator's gripper movement program signals is described. This method allows setting maximum possible variable moving speed of the manipulator's gripper on separate sites of spatial trajectories without decrease of the predesigned dynamic accuracy of control in view of the current configuration of the multilink manipulator and opportunity of entrance of its engines to saturation.*

**Keywords:** multilink manipulator, spatial trajectory, control system, mode of movement

**Egorov O. D., Korobov E. V.** Design of a Rack — Type Mechatronic Module for a Robot Gripper ..... 54

*Paper presents general requirements for mechatronic modules design. Based on them perform design of a rack — type motion transducers of a mechatronic module for robot gripper.*

**Keywords:** design, mechatronic module, motion transducer, gripper

**Vaulin Yu. V., Dubrovin F. S., Kushnerik A. A., Tufanov I. E., Scherbatyuk A. F.** Small Size Autonomous Unmanned Underwater Vehicle MARC of New Generation for Group Operation Execution ..... 59

*New autonomous unmanned underwater vehicle was designed in 2011 in "Underwater robotics" Scientific Educational Center based on Far East Federal University and IMTP FER RAS. The program control and navigation systems of new generation were created for the vehicle that allows group underwater vehicle operation. The vehicle has weight about 50 kg and intended for wide circle operation on depth up to 200 m. The main systems of the vehicle are discussed in the paper and some marine trial results are supplemented.*

**Keywords:** autonomous unmanned underwater vehicle, program control system, navigation and communication system

**Evgenov A. V., Kotitsyn L. O., Polzik V. P., Silvestrov M. M., Begichev Yu. I., Michailenko O. A.** System for Visualization and Visual Presentation of Outside Situation Using Cockpit Information Display and Control System of Long Haul Aircraft, Architecture and Algorithms ..... 66

*Architecture and algorithms of the onboard outside situation visualization system (EVS and SVS inclusive) being part of the interactive integrated control system for the long haul aircraft are explained, where the integrated system includes cockpit information control and display system, onboard computer system, onboard geographical information system, data processing and measuring system, module for reference maneuvering and intellectual support for the crew.*

**Keywords:** onboard visualization system (EVS/SVS inclusive), control and display unit, voice synthesizer, intellectual crew support module, flight image, control aim image, mnemonic picture (frame)

---

---

**Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»**

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова*.

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Г. Джавадян*.

---

Сдано в набор 26.03.2012. Подписано в печать 16.05.2012. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.  
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН612. Цена договорная.

---

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций  
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансес солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансес солюшнз".  
105120, г. Москва, ул. Нижняя Сыромятническая, д. 5/7, стр. 2, офис 2.