

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 5 (146)

май

2013

Редакционный совет:

БОЛОТНИК Н. Н.
ВАСИЛЬЕВ С. Н.
КАЛЯЕВ И. А.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г.
КУЗНЕЦОВ Н. А.
ЛЕОНОВ Г. А.
МАТВЕЕНКО А. М.
МИКРИН Е. А.
ПЕШЕХОНОВ В. Г.
РЕЗЧИКОВ А. Ф.
СЕБРЯКОВ Г. Г.
СИГОВ А. С.
СИРОТКИН О. С.
СОЙФЕР В. А.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М.
ФЕДОРОВ И. Б.
ЧЕНЦОВ А. Г.
ЩЕРБАТЮК А. Ф.
ЮСУПОВ Р. М.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В.
ПУТОВ В. В.
ЮЩЕНКО А. С.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М.
БУКОВ В. Н.
ВИТТИХ В. А.
ВОСТРИКОВ А. С.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г.
ИВЧЕНКО В. Д.
ИЛЬЯСОВ Б. Г.
КОЛОСОВ О. С.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф.
КУЗЬМИН Н. Н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н.
ЛОХИН В. М.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е.
ПРОХОРОВ Н. Л.
РАПОПОРТ Э. Я.
СЕРГЕЕВ С. Ф.
ТИМОФЕЕВ А. В.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф.
ФРАДКОВ А. Л.
ФУРСОВ В. А.
ШАЛОБАЕВ Е. В.
ЮРЕВИЧ Е. И.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Афанасьев В. Н., Окунькова Е. В.** Гарантированное управление нелинейным объектом (на примере ядерного реактора на тяжелой воде) 2
Арановский С. В., Бобцов А. А., Пыркин А. А. Алгоритм управления линейным параметрически не определенным объектом с входным запаздыванием и неизвестным постоянным возмущением 5
Куцый Н. Н., Лукьянов Н. Д. Параметрическая оптимизация АИМ-систем с помощью генетического алгоритма 10

ИДЕНТИФИКАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ОБОРУДОВАНИЕМ

- Калитаев А. Н., Тутарова В. Д.** Параметрическая идентификация модели внешнего теплообмена заготовки в сортовой машине непрерывного литья заготовок 14
Титов В. С., Бобырь М. В., Анциферов А. В. Адаптивный мультисетевой алгоритм нечетко-логического вывода в задачах управления оборудованием с ЧПУ 18

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Письменная Е. В., Митрофанов И. Е., Комаров П. А., Аведиков Г. Е.** Система управления движением мобильного робота по произвольным траекториям 24
Филаретов В. Ф., Губанков А. С. Синтез системы формирования программных сигналов для электроприводов многозвенных манипуляторов 30

МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

- Кондратьев В. А.** Сравнительный анализ динамических сил электромагнитного привода 35
Когут А. Т., Лаврухин А. А. Приближенные алгоритмы траекторного управления в системах диагностирования технического состояния электромеханических объектов подвижного состава 40

ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

- Ченцов А. А., Ченцов А. Г., Ченцов П. А.** Задачи маршрутизации с ограничениями и сложными функциями стоимости 45
Алгулиев Р. М., Пашаев А. Б., Панахов Н. А. О задаче определения пунктов для установки передающих станций цифрового телевидения 53

Журнал в журнале

"УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Клейменова Е. М., Скобелев П. О., Ларюхин В. Б., Майоров И. В., Косов Д. С., Симонова Е. В., Царев А. В., Феоктистов А. Л., Полончук Е. В.** Мультиагентная технология адаптивного планирования и управления проектами НИР и ОКР в аэрокосмических приложениях 58
Лавровский Э. К. Об одном типе задач оптимальной переориентации орбит 64
Contents 69

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 517.997, 519.774.2, 681.511.4

В. Н. Афанасьев, д-р техн. наук, проф.,
afanval@mail.ru,

Е. В. Окунькова, соискатель,
okounkova@gmail.com,
НИУ ВШЭ, Москва

Гарантированное управление нелинейным объектом (на примере ядерного реактора на тяжелой воде)

Задача конструирования управляющих воздействий для реактора на тяжелой воде при неопределенности изменений его параметров рассматривается в ключе дифференциальной игры. Возможность представления нелинейного уравнения динамики объекта в виде системы с параметрами, зависящими от состояния (State Dependent Coefficients), и квадратичский функционал качества позволяют перейти от необходимости решения скалярного уравнения в частных производных (уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана) к уравнению Риккати с параметрами, зависящими от состояния. Реализуемое решение получено путем применения метода минимакса. Приведены результаты математического моделирования системы в задаче останова ядерного реактора.

Ключевые слова: нелинейные системы, оптимальное управление, дифференциальные игры, уравнение Риккати

Введение

В последние несколько лет для решения задач стабилизации нелинейных объектов были предложены алгоритмы управления, использующие уравнение Риккати, зависящее от параметров состояния. Проблема управления нелинейными объектами с их эквивалентным представлением в виде линейных моделей с параметрами, зависящими от состояния, и функционалами, матрицы штрафа которых также зависят от состояния объекта, впервые исследованная Пирсоном [1], была затем расширена Верили и Куком [2], а также рассмотрена независимо Мрачком и Клутером [3]. Но, несмотря на многочисленные результаты успешных применений метода SDRE, опубликованные за последние несколько лет, остается ряд проблем. В данной статье рассмотрена задача гарантирующего управления нелинейным объектом при известных пределах возмущающих воздействий.

Задачей гарантированного управления по отношению к множеству целей, функционалу качества, множеству допустимых управлений, множеству состояний, включая состояние объекта в момент начала управления, а также множеству возможных значений параметров и характеристик элементов объекта является отыскание управления, принадлежащего допус-

тимому множеству управляющих воздействий, минимизирующего заданный функционал и обеспечивающего перевод системы из начального состояния в заданное множество целей при любых значениях параметров и характеристик элементов объекта, принадлежащих множеству возможных значений [4]. Это означает, что гарантированным значением критерия качества при таком управлении будет величина

$$J^0 = \inf_{u \in U} \sup_{\alpha \in \Omega} J(x, u)|_{g(x(T)) \leq d}.$$

Здесь d — фиксированная неотрицательная постоянная, $g(x(T))$ — скалярная функция, $x(T)$ — состояние, принимаемое объектом в момент окончания периода управления при конкретных значениях параметров $\alpha \in \Omega$ и соответствующем управлении u .

В качестве примера рассматривается задача останова реактора на тяжелой воде [5]. Большой реактор с тяжеловодным замедлителем и теплоносителем под давлением — это сложная система высокого порядка с большим числом состояний и входных переменных. Достаточно точным методом исследования является узловой метод, в основу которого положено решение уравнения диффузии нейтронов с помощью разделения активной зоны реактора на несколько зон или узлов. Взаимодействие между зонами определяется коэффициентами взаимодействия, определенными в модели. В данной статье рассмотрена узловая модель активной зоны большого тяжеловодного реактора мощностью 540 МВ.

Постановка задачи

Для описания математической модели реактор условно разделяют на четырнадцать зон, рассматриваемых как четырнадцать маленьких ядер, каждое из которых связано с соседними ядрами посредством уравнений нейтронной диффузии. В результате можно записать упрощенную математическую модель реактора в следующем виде [5]:

$$\begin{aligned} \frac{dP_i}{dt} &= \frac{1}{l} \sum_{j=1}^{14} (a_{ji}P_j - a_{ij}P_i) + \\ &+ \left(\frac{-K_i(H_i - H_{i0}) - \frac{\bar{\sigma}_{X_i}X_i}{\Sigma_{ai}} - \beta}{l_i} \right) P_i + \lambda C_i; \\ \frac{dC_i}{dt} &= -\lambda C_i + \frac{\beta}{l_i} P_i; \quad \frac{dI_i}{dt} = \gamma_I \Sigma_{fi} P_i - \lambda_I I_i; \\ \frac{dX_i}{dt} &= \gamma_X \Sigma_{fi} P_i + \lambda_I I_i - (\lambda_X + \bar{\sigma}_{X_i} P_i) X_i; \quad \frac{dH_i}{dt} = -m_i q_i, \\ i &= 1, 2, \dots, 14, \end{aligned} \quad (1)$$

где i и j — номера соответствующих зон реактора; P_i — мощность i -й зоны, МВт; C_i — концентрация ядер предшественников запаздывающих нейтронов в i -й зоне, моль/см³; I_i — концентрация йода в i -й зоне, моль/см³; X_i — концентрация ксенона в i -й зоне, моль/см³; H_i — уровень воды в i -й зоне, см; l_i — время мгновенных нейтронов, с; β — доля запаздывающих нейтронов; λ — постоянная распада, с⁻¹; λ_I — постоянная распада йода, с⁻¹; λ_X — постоянная распада ксенона, с⁻¹; Σ_{ai} — коэффициент поглощения тепловых нейтронов, см⁻¹; Σ_{fi} — коэффициент деления тепловых нейтронов, см⁻¹; γ_I — количество йода, полученное при делении; γ_X — количество ксенона, полученное при делении; a_{ij} — коэффициент связи; σ_{X_i} — сечение поглощения тепловых

нейтронов ксенона, см²; $\bar{\sigma}_{X_i} = \frac{\sigma_{X_i}}{\Sigma_{eff}\Sigma_{fi}V_i}$; Σ_{eff} — энергия, выделяемая при делении ядра, МДж; α_{ij} — коэффициент связи:

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{Dv\psi_{ij}}{d_{ij}V}, & \text{если } i \neq j, \\ 0, & \text{если } i = j; \end{cases}$$

ψ_{ij} — площадь перекрытия между i -й и j -й зонами, см²; V_i — объем тяжелой воды в i -й зоне, см³; d_{ij} — расстояние между i -й и j -й зонами, см; D — коэффициент диффузии, см; v — скорость тепловых нейтронов, см/с.

Задача управления заключается в построении воздействий, которые остановят работу реактора. В качестве управляющих воздействий являются уровни тяжелой воды в каждой зоне реактора.

Синтез гарантирующего управления

Пусть $x_i^T(t) = [P_i, C_i, X_i, H_i, I_i]$, $i = 1, \dots, 14$. Запишем исходную систему (1) в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= f(x) + g(x)u(t), \quad x(0) = x_0; \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $x \in R^{70}$ — состояние системы; $x_0 \in X_0$, X_0 — область возможных начальных состояний системы; $y \in R^{14}$ — выход системы; $u \in R^{14}$ — управление, подлежащее нахождению; матрицы $f(x)$, $g_1(x)$ — действительные и непрерывные.

Введем функционал качества

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \{x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)\}dt, \quad (3)$$

где матрицы $Q \geq 0$, $R > 0$. О значениях параметров этих матриц будет сказано ниже.

Введем непрерывную положительно определенную функцию Беллмана $V(x) = J(x, u)$.

Функция $V(x)$ является решением уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана

$$\frac{\partial V(x)}{\partial t} + H\left(x, u, \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)}\right) = 0, \quad (4)$$

где H — гамильтониан:

$$\begin{aligned} H\left(x, u, \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)}\right) &= \frac{1}{2} [h^T(x)Qh(x) + u^T(t)Ru(t)] + \\ &+ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} [f(x) + g(x)u(t)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Оптимальная стратегия с обратной связью определяется выражением [6]

$$u(t) = -R^{-1}g^T(x)\left\{\frac{\partial V(x)}{\partial x(t)}\right\}^T. \quad (6)$$

Используя SDC-линеаризацию [1], представим исходную систему (1) в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= A(x)x(t) + g(x)u(t), \quad x(0) = x_0; \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A(x) &= \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & A_{13} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & A_{14} \end{bmatrix}; \quad g = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & g_{13} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & g_{14} \end{bmatrix}, \\ \text{где } A_i(x) &= \begin{bmatrix} -\lambda_I & 0 & 0 & 0 & \gamma_I \Sigma_f \\ \lambda_I - \lambda_X - \bar{\sigma}_X P_i & 0 & 0 & 0 & \gamma_X \Sigma_f \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & \frac{\beta}{l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-l \bar{\sigma}_X P_i}{\Sigma_a} & \lambda & \frac{-K P_i}{l} & \frac{K H_0 - \beta - a_{ij}}{l} \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$$g_i^T = [0 \ 0 \ 0 \ -m_i \ 0], \quad i = 1, \dots, 14.$$

Принимая во внимание, что в рассматриваемом случае $\frac{\partial V(x)}{\partial t} = 0$, перепишем уравнение Гамильтона—Якоби—Беллмана (4) с учетом (5):

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} A(x)x(t) + \frac{1}{2} x^T(t) A^T(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T - \\ &- \frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} g(x) R^{-1} g^T(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T + \frac{1}{2} x^T(t) C^T Q C = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Определим вектор $\left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T = S(x)x(t)$. Тогда из уравнения (8) получим

$$\begin{aligned} &S(x)A(x) + A^T(x)S(x) - \\ &- S(x)g(x)R^{-1}g^T(x)S(x) + C^T Q C = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Оптимальное управляющее воздействие (6) с учетом введенного вектора $S(x)x(t)$ принимает вид

$$u(t) = -R^{-1}g^T(x)S(x)x(t). \quad (10)$$

При этом оптимальное значение функционала качества полностью определяется начальными значениями системы [4]

$$J(x, u, w) = \frac{1}{2} x_0^T S(x_0) x_0,$$

где $S(x_0)$ — решение уравнения (9) при $x = x(0)$.

Как нетрудно видеть, основная проблема реализации управления $u(t)$ заключается в нахождении решения уравнения Риккати (9) с параметрами, зависящими от состояния.

Гарантированное управление объектом (1) находится с использованием принципа минимакса. Для этого строится модель, содержащая "наименее благоприятные значения параметров" объекта (1):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} z(t) &= A^* z(t) + g^* u_M(t), \quad z(t_0) = x_0; \\ h(t) &= Cz(t). \end{aligned} \quad (11)$$

"Наименее благоприятные значения параметров" таковы, что $\|z(t)\| \geq \|x(t)\|$. Управление $u_M(t)$ определяется выражением

$$u_M(t) = -R^{-1}(g^*)S^*z(t),$$

где матрица S^* является решением алгебраического уравнения Риккати с постоянными параметрами

$$S^*A^* + (A^*)^T S^* - S^*g^*R^{-1}(g^*)^T S^* + C^T Q C = 0.$$

Математическое моделирование ядерного реактора с гарантирующим управлением

Приведем физические данные для всех зон реактора на тяжелой воде [4]:

$$\begin{aligned} l &= 7,9 \cdot 10^{-4} \text{ с}; \quad \beta = 7,5 \cdot 10^3; \quad \lambda = 9,1 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}; \\ \lambda_l &= 2,878 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}; \quad \lambda_X = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}; \\ \Sigma_a &= 3,2341 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}; \quad \Sigma_f = 1,262 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}; \\ \gamma_I &= 6,18 \cdot 10^{-2}; \quad \gamma_X = 6 \cdot 10^{-3}; \quad \sigma_X = 1,2 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2; \\ \Sigma_{eff} &= 3,2 \cdot 10^{-17} \text{ МДж}; \quad D = 0,9328 \text{ см}; \\ v &= 3,19 \cdot 10^5 \text{ см/с}; \quad K = -3,5 \cdot 10^{-5}; \\ m &= 2; \quad H_0 = 100 \text{ см}. \end{aligned}$$

Результаты математического моделирования приведены в таблице и на рис. 1—3 для зон реактора.

Как видно из графиков концентраций ^{135}Xe и ^{135}I , после остановки реактора количество вещества ксенона продолжает расти продолжительное время. Этот факт не позволяет осуществить запуск реактора сразу после его остановки вследствие того, что ^{135}Xe обладает большим сечением поглощения тепловых нейтронов и его высокая концентрация мешает работе реактора в нормальном режиме. Концентрация ^{135}Xe растет до тех пор, пока не станет равной концентрации ^{135}I , после чего начинает убывать вместе с концентрацией ^{135}I .

Начальные условия для модели реактора

Зона	Мощность, МВт	Объем, м ³
1, 6, 8, 13	132,75	14,7
2, 7, 9, 14	135,99	14,7
3, 10	123,30	17,6
4, 11	98,55	8,8
5, 12	123,30	17,6

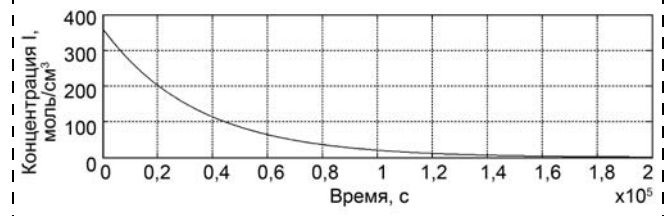


Рис. 1. График изменения концентрации ^{135}I в реакторе

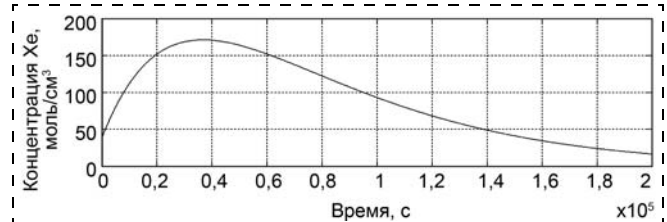


Рис. 2. График изменения концентрации ^{135}Xe в реакторе

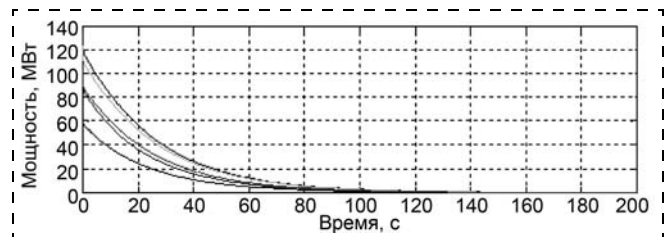


Рис. 3. График изменения мощности в пяти зонах

Графики изменения мощности в каждой зоне имеют схожее поведение и немногим отличаются друг от друга, что показывает небольшое отличие параметров в каждой зоне. Как видно из графиков на рис. 3, мощность в пяти зонах падает до 0 приблизительно за 150 с, что примерно совпадает с результатами, полученными в работе [7].

Список литературы

1. Person J. D. Approximation methods in optimal control // J. of Electronics and Control. 1962. N 12. P. 453—469.
2. Wernli A., Cook G. Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem. Automatica. 1975. N 11. P. 75—84.
3. Mrasek C. P., Clouter J. R. Control design for the nonlinear benchmark problem via sdre method // Int. J. Robust and Nonlinear Control. 1998. N 8. P. 401—433.
4. Афанасьев В. Н. Гарантирующее управление нелинейными объектами. М.: МИЭМ, 2012. 167 с.
5. Datatreya Reddy G., Park Y. J., Bandyopadhyaya B., Tiwari A. P. Discretetime output feedback sliding mode control of a large pressurized heavy water reactor // 17th WC IFAC. Seoul, 2008. 6 p.
6. Янг Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления. М.: Изд-во Мир, 1974. 488 с.
7. Nifisah Khan Decentralized State-Space Controller Design of a Large PHWR, University of Ontario Institute of Technology, 2009. 67 p.

С. В. Арановский,

канд. техн. наук, ст. науч. сотр.,

А. А. Бобцов,

д-р техн. наук, проф., зав. каф.,

bobtsov@mail.ifmo.ru,

А. А. Пыркин, канд. техн. наук, доц.,

a.pyrkin@gmail.com,

Санкт-Петербургский

национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Алгоритм управления линейным параметрически не определенным объектом с входным запаздыванием и неизвестным постоянным возмущением¹

Рассмотрена задача стабилизации неустойчивого линейного параметрически не определенного объекта с входным запаздыванием. Предложен подход, позволяющий провести идентификацию объекта и построить алгоритм стабилизации с предиктором состояний. Также рассмотрена расширенная задача стабилизации возмущенного объекта, предложен метод идентификации и компенсации неизвестного возмущения.

Ключевые слова: управление в условиях запаздывания, идентификация, предиктор

Введение

Проблема управления в условиях запаздывания является фундаментальной задачей теории систем. Исследователями из различных стран и в разное время получено большое число результатов, дать полный обзор которых в рамках одной статьи не представляется возможным (см., например, фундаментальные работы [1–10]). Традиционному использованию функций Ляпунова для анализа устойчивости пришли на смену так называемые функционалы Ляпунова—Красовского [2, 3], обладающие аналогичными свойствами. Однако применение данных функционалов в основном ограничивалось анализом устойчивости систем с запаздыванием по состоянию. Более сложной задачей является синтез регуляторов для объектов с запаздыванием по управлению. Уникальным подходом была идея Otto Smith [4]. Она заключалась в построении системы управления, в которой запаздывание не влияет на устойчивость и качество переходных процессов. Недостатками такого подхода является тот факт, что он рассчитан только на асимптотически устой-

чивые объекты управления, а также необходимость точного знания всех параметров системы. В последние годы учеными со всего мира были исследованы и решены более сложные задачи управления в условиях запаздывания: для параметрически не определенных систем [8, 11], а также неустойчивых объектов управления [1, 12]. Однако в работах [8, 11] были рассмотрены устойчивые объекты, а в [1] не решалась задача парирования возмущающего воздействия. В [12] была решена комплексная задача стабилизации и компенсации неизвестного возмущающего воздействия, но для случая объекта с известными параметрами.

В данной статье будет представлен алгоритм стабилизации неустойчивого линейного стационарного объекта в условиях параметрической неопределенности и возмущающего воздействия. Алгоритм управления будет базироваться на подходе к синтезу предиктора [1], позволяющем компенсировать запаздывание. В отличие от хорошо известного предиктора Смита [4] данный подход, впервые предложенный и развитый в работах [13–15], может применяться для неустойчивых объектов в разомкнутом контуре. В работе [1] была доказана экспоненциальная устойчивость замкнутой системы с предиктором с помощью аппарата функций Ляпунова. Достоинством такого доказательства является возможность анализа более сложных задач и адаптивных алгоритмов управления в случаях неизвестного или неточно заданного запаздывания, внешнего аддитивного или структурного возмущений и др.

Постановка задачи

Рассмотрим линейный стационарный объект управления вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - D) + Bf, y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

где $x \in R^n$ — измеряемый вектор переменных состояния; $u(t)$ — скалярная входная переменная, $y(t)$ — скалярная выходная переменная; $D \geq 0$ — известное постоянное запаздывание; A, B, C — матрицы соответствующих размерностей, содержащие неизвестные параметры; $f = \text{const}$ — неизвестное возмущение. Здесь и далее будем полагать, что $u(t - D) = 0$ при $t < D$.

Целью управления является синтез регулятора по измерениям вектора переменных состояния, обеспечивающего асимптотическую устойчивость положения равновесия $x = 0$ и компенсацию неизвестного возмущающего воздействия f .

Предварительные результаты

Известно, что для системы вида (1) в случае известных параметров и при выполнении условия управляемости, а также при $f = 0$ и $D = 0$ можно синтезировать закон управления вида:

$$u = Kx(t), \quad (2)$$

¹ Работа выполнена при поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России", контракт 16.740.11.0666.

где вектор K такой, что матрица состояния замкнутой системы $A + BK$ является гурвицевой, т. е. все ее собственные числа имеют отрицательную вещественную часть.

Для случая $D > 0$ закон управления (2) можно переписать в виде

$$u(t) = Kx(t + D), \quad (3)$$

где $x(t + D)$ — будущее значение вектора $x(t)$ через временной интервал D . Очевидно, что закон управления вида (3) не реализуем в явном виде, так как вектор $x(t + D)$ недоступен для прямого измерения. Однако вектор $x(t + D)$ можно рассчитать на основе имеющейся информации об объекте.

Следуя работе [1], запишем фундаментальное решение системы (1):

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau - D)d\tau. \quad (4)$$

На основе (4) найдем значение $x(t + D)$:

$$\begin{aligned} x(t + D) &= \\ &= e^{A(t+D)}x(0) + \int_0^{t+D} e^{A(t+D-\tau)}Bu(\tau - D)d\tau = \\ &= e^{AD}e^{At}x(0) + e^{AD}\int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau - D)d\tau + \\ &+ \int_t^{t+D} e^{A(t+D-\tau)}Bu(\tau - D)d\tau = \\ &= e^{AD}x(t) + \int_{t-D}^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражение (5) можно рассчитать, если известны значения матриц A и B , а также сигнал управления на интервале времени $[t - D; t]$. На основе (5) легко записать алгоритм управления, обеспечивающий стабилизацию неустойчивых систем с запаздыванием в канале управления:

$$u(t) = Ke^{AD}x(t) + K \int_{t-D}^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau. \quad (6)$$

В случае $D = 0$ алгоритм (6) тождественно совпадает с (2). Недостатками закона управления (6) можно назвать наличие матричной экспоненты e^{AD} и интеграла, являющегося бесконечномерной величиной. Также отметим, что для расчета сигнала управления по алгоритму (6) необходимо знать параметры объекта управления, что тоже является сильным допущением. В следующем разделе будет представлен адаптивный закон управления для случая параметрически не определенного объекта управления.

Алгоритм управления линейным параметрически не определенным объектом с входным запаздыванием

Аналитический синтез алгоритма управления.

В данном разделе рассмотрим задачу управления объектом вида (1) в случае отсутствия возмущающего воздействия. Допустим, что прямому измерению доступен вектор состояния $x(t)$, определенный в каноническом наблюдаемом базисе, и неизвестные параметры содержатся только в матрице A :

$$A = \begin{bmatrix} \theta_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \theta_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}; C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для того чтобы построить предиктор вида (6), необходимо знать значения параметров объекта. Перепишем систему (1) в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t) + \theta_i x_1(t), \quad i = \overline{1, n-1}; \quad (7)$$

$$\dot{x}_n(t) = u(t - D) + \theta_n x_1(t). \quad (8)$$

Введем в рассмотрение n линейных фильтров первого порядка для каждой переменной состояния и один фильтр для запаздывающего сигнала управления:

$$\dot{\xi}_i(t) = -\lambda \xi_i(t) + \lambda x_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (9)$$

$$\dot{\xi}_u(t) = -\lambda \xi_u(t) + \lambda u(t - D), \quad (10)$$

где $\lambda > 0$ — положительный параметр фильтров.

После прямого и обратного преобразования Лапласа в (7) и (8) с учетом (9) и (10) получим следующую систему уравнений:

$$\dot{\xi}_i(t) = \xi_{i+1}(t) + \theta_i \xi_1(t) + \varepsilon_i(t), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (11)$$

$$\dot{\xi}_n(t) = \xi_u(t) + \theta_n \xi_1(t) + \varepsilon_n(t), \quad (12)$$

где экспоненциально затухающие функции времени ε_i и ε_n стремятся к нулю быстрее с увеличением значения параметра λ .

На основе (11) и (12) несложно построить адаптивный алгоритм оценивания неизвестных параметров:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = k_i \xi_1 (\dot{\xi}_i - \xi_{i+1} - \hat{\theta}_i \xi_1), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad k_i > 0; \quad (13)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_n = k_n \xi_1 (\dot{\xi}_n - \xi_u - \hat{\theta}_n \xi_1), \quad k_n > 0. \quad (14)$$

Алгоритм адаптации (13), (14) обеспечивает сходимость оценок параметров $\hat{\theta}_i$ к истинным значениям θ_i . Покажем это. Для этого рассмотрим ошибки оценивания каждого параметра $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$. Дифференцируя $\tilde{\theta}_i$ и используя уравнения (13), (14), а затем (11), (12), мы получим модели ошибок:

$$\dot{\tilde{\theta}}_i = -k_i \xi_1^2 \tilde{\theta}_i + k_i \xi_1 \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad k_i > 0. \quad (15)$$

Из (15) нетрудно показать, что все ошибки оценивания $\hat{\theta}_i$ стремятся к нулю, что гарантирует сходимость оценок $\hat{\theta}_i$ к истинным значениям параметров объекта управления θ_i .

На основе $\hat{\theta}_i$ сформируем оценку матрицы состояния в виде

$$\hat{A}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1(t) & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \hat{\theta}_2(t) & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_n(t) & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Закон управления построим на основе алгоритма (6) в виде

$$u(t) = \hat{K}(t)e^{\hat{A}(t)D}x(t) + \hat{K}(t) \int_{t-D}^t e^{\hat{A}(t)(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau, \quad (16)$$

где вектор-строка $\hat{K}(t)$ определяется из условия гурвицевости матрицы $\hat{A}(t) + B\hat{K}(t)$ в каждый момент времени t (подробнее см. в следующем разделе).

С учетом того, что оценки $\hat{\theta}_i$ с течением времени стремятся к истинным значениям, получим, что матрица $\hat{A}$ стремится к матрице A . Параметры $\hat{K}$ также стремятся к некоторым постоянным значениям, соответствующим матрице A . Таким образом, получен алгоритм управления (16), (13), (14), (9), (10) для параметрически не определенного объекта

управления с постоянным входным запаздыванием.

Численное моделирование. Рассмотрим неустойчивый объект управления вида (1) со следующими параметрами: $n = 3$, $\theta_1 = 1$, $\theta_2 = 0$, $\theta_3 = -1$, $D = 1$, $x^T(0) = [1 \ 0 \ 1]$. Построим четыре фильтра вида (9), (10) с параметром $\lambda = 10$ и три схемы адаптации вида (13), (14) соответственно с параметрами $k_1 = 10$, $k_2 = 10$, $k_3 = 10$. Для построения алгоритма управления вида (16) необходимо выбрать алгоритм расчета вектора-строки $\hat{K} = [\hat{K}_1 \ \hat{K}_2 \ \hat{K}_3]$. Рассмотрим характеристический полином $Q(p)$ матрицы $\hat{A} + B\hat{K}$:

$$\begin{aligned} Q(p) &= \det[pI - (\hat{A} + B\hat{K})]^{-1} = \\ &= \det \left(\begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 & 1 & 0 \\ \hat{\theta}_2 & 0 & 1 \\ \hat{\theta}_3 + \hat{K}_1 & \hat{K}_2 & \hat{K}_3 \end{bmatrix} \right) = \\ &= p^3 + (-\hat{\theta}_1 - \hat{K}_3)p^2 + (-\hat{\theta}_2 - \hat{K}_2 + \hat{\theta}_1 \hat{K}_3)p + \\ &\quad + (-\hat{\theta}_3 - \hat{K}_1 + \hat{\theta}_1 \hat{K}_2 + \hat{\theta}_2 \hat{K}_3), \end{aligned}$$

где $p = d/dt$ — оператор дифференцирования.

Для обеспечения желаемого качества переходных процессов назовем желаемый характеристический полином вида

$$Q^*(p) = p^3 + 3\omega p^2 + 3\omega^2 p + \omega^3,$$

где $\omega > 0$ — положительный параметр, который определяет быстродействие системы и в то же время чувствительность к внешним воздействиям. Этот параметр назначается разработчиком или оператором во время работы системы управления.

Параметры закона управления $\hat{K} = [\hat{K}_1 \ \hat{K}_2 \ \hat{K}_3]$ найдем, приравняв коэффициенты полиномов $Q(p)$ и $Q^*(p)$:

$$\hat{K}_3 = -3\omega - \hat{\theta}_1; \quad (17)$$

$$\hat{K}_2 = -3\omega^2 - \hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_1 \hat{K}_3; \quad (18)$$

$$\hat{K}_1 = -\omega^3 - \hat{\theta}_3 + \hat{\theta}_1 \hat{K}_2 + \hat{\theta}_2 \hat{K}_3. \quad (19)$$

Интеграл в законе управления (16) рассчитывается как площадь криволинейной фигуры под кривой в силу свойств определенного интеграла.

На рис. 1 представлены результаты численного моделирования замкнутой системы управления для $\omega = 3$. Как видно из рис. 1, адаптивный регулятор решает поставленную задачу.

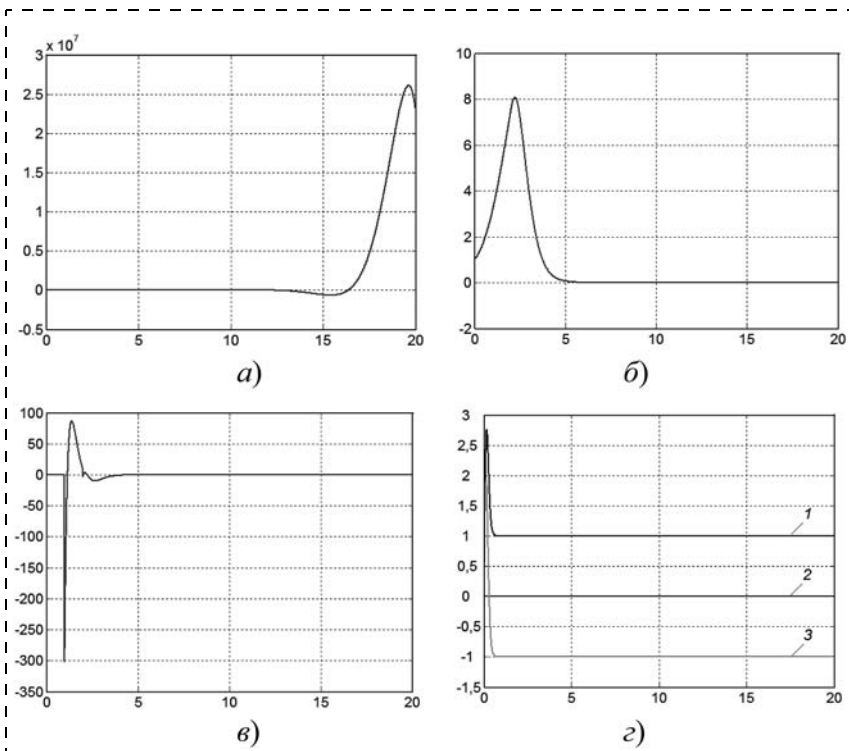


Рис. 1. Переходные процессы в замкнутой системе:

a — выходная переменная объекта $y(t)$ без управления; b — выходная переменная $y(t)$ с управлением; v — сигнал управления $u(t)$; z — оценки параметров объекта управления ($1 - \hat{\theta}_1$, $2 - \hat{\theta}_2$, $3 - \hat{\theta}_3$)

Алгоритм управления линейным параметрически не определенным объектом с входным запаздыванием и неизвестным постоянным возмущением

Синтез алгоритма управления. В этом разделе представим решение задачи управления параметрически не определенным объектом, на который действует неизмеряемое постоянное возмущение.

Математическая модель возмущенного объекта с запаздыванием по управлению имеет вид

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - D) + Bf, y(t) = Cx(t), \quad (20)$$

где $f = \text{const}$ — заранее неизвестное возмущение, действующее на объект.

Для синтеза алгоритма управления для объекта вида (20) будем использовать подход, изложенный в предыдущем разделе. Сначала введем в рассмотрение вспомогательные фильтры, затем построим схему оценивания неизвестных параметров и возмущения, затем сформулируем закон управления.

Введем в рассмотрение фильтры вида (9), (10). Поскольку возмущение непосредственно оказывает влияние только на переменную состояния $x_n(t)$, уравнение (11) остается справедливым. Уравнение (12) будет выглядеть иначе:

$$\dot{\xi}_n(t) = \xi_u(t) + \theta_n \xi_1(t) + f + \bar{\varepsilon}_n(t), \quad (21)$$

где уже учтено, что реакция фильтра с передаточной функцией $\frac{\lambda}{s + \lambda}$ (где s — комплексная переменная) на возмущение f будет иметь то же самое значение f , а переходный процесс учитывается переменной $\bar{\varepsilon}_n(t)$.

Алгоритм оценивания параметров $\theta_1, \dots, \theta_{n-1}$ будет иметь вид (13). Алгоритм оценивания параметра θ_n и неизвестного возмущения представлен далее.

Продифференцируем уравнение (21) и пренебрежем экспоненциально затухающей функцией времени $\varepsilon_n(t)$:

$$\ddot{\xi}_n(t) = \dot{\xi}_u(t) + \theta_n \dot{\xi}_1(t). \quad (22)$$

На основе уравнения (22) и (14) построим алгоритм оценивания параметра θ_n :

$$\dot{\hat{\theta}}_n = k_n \dot{\xi}_1 (\ddot{\xi}_n - \dot{\xi}_u - \hat{\theta}_n \dot{\xi}_1). \quad (23)$$

Алгоритм (23) не может быть реализован в таком виде, так как функция $\ddot{\xi}_n$ недоступна для измерения. Введем вспомогательную переменную

$$\chi = \hat{\theta}_n - k_n \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_n. \quad (24)$$

Дифференцируя (24), имеем

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= k_n \dot{\xi}_1 (\ddot{\xi}_n - \dot{\xi}_u - \hat{\theta}_n \dot{\xi}_1) - k_n \ddot{\xi}_1 \dot{\xi}_n - k_n \dot{\xi}_1 \ddot{\xi}_n = \\ &= -k_n \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_u - k_n \hat{\theta}_n \dot{\xi}_1^2 - k_n \ddot{\xi}_1 \dot{\xi}_n. \end{aligned} \quad (25)$$

Найдем выражение для расчета $\ddot{\xi}_1$ из (9):

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_1(t) &= -\lambda \dot{\xi}_1(t) + \lambda \dot{x}_1(t) = \\ &= -\lambda \dot{\xi}_1(t) + \lambda x_2(t) + \theta_1 x_1. \end{aligned} \quad (26)$$

На основе (26) найдем алгоритм настройки переменной χ :

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= -k_n \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_u - k_n \hat{\theta}_n \dot{\xi}_1^2 - \\ &- k_n \dot{\xi}_n (-\lambda \dot{\xi}_1(t) + \lambda x_2(t) + \hat{\theta}_1 x_1). \end{aligned} \quad (27)$$

Реализуемый алгоритм оценивания параметра θ_n найдем из (24):

$$\hat{\theta}_n = \chi + k_n \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_n. \quad (28)$$

Получив алгоритм оценивания параметра θ_n , построим наблюдатель возмущающего воздействия в виде

$$\hat{f}(t) = \dot{\xi}_n(t) - \xi_u(t) - \hat{\theta}_n \xi_1(t). \quad (29)$$

Тогда алгоритм управления, компенсирующий возмущение, будет иметь вид

$$u(t) = u_0(t) - \hat{f}(t), \quad (30)$$

где u_0 — первый контур управления, необходимый для стабилизации объекта. Значение составляющей u_0 рассчитывается аналогично (16) по формуле

$$\begin{aligned} u_0(t) &= \\ &= \hat{K}(t) e^{\hat{A}(t)D} x(t) + \hat{K}(t) \int_{t-D}^t e^{\hat{A}(t)(t-\tau)} B u_0(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (31)$$

В силу того, что все параметры объекта оцениваются с нулевой ошибкой, наблюдатель возмущения так же точно оценивает неизвестное возмущение f . Нетрудно видеть, что алгоритм (30) позволяет полностью компенсировать возмущение в замкнутой системе, а выбор параметров $\hat{K}(t)$ обеспечивает стабилизацию нулевого положения равновесия $x = 0$ объекта управления (30).

Численное моделирование. Рассмотрим неустойчивый объект управления вида (20) со следующими параметрами: $n = 3$, $\theta_1 = -2$, $\theta_2 = -4$, $\theta_3 = 1$, $D = 1$, $f = 1$, $x^T(0) = [1 \ 0 \ 1]$. Построим четыре фильтра вида (9), (10) с параметром $\lambda = 15$ и две схемы адаптации вида (13) с параметрами $k_1 = 50$, $k_2 = 50$. Параметр θ_3 будем оценивать по алгоритму (27), (28), выбрав $k_3 = 50$. Алгоритм оценивания возмущения имеет вид (29). Закон управления определяется уравнением (30), где параметры $\hat{K}(t)$ выбираются в соответствии с уравнениями (17)–(19) для случая $\omega = 2$.

На рис. 2 представлены результаты численного моделирования замкнутой системы управления без компенсации возмущения, работает только контур стабилизации. Из рис. 2 видно, что неустойчивый объект стабилизируется, однако из-за возмущения установившееся значение выходной переменной отличается от нуля. На рис. 3 представлены результаты моделирования замкнутой системы с компенсацией возмущения. На рис. 3 видно, что алгоритм (30) обеспечивает стабилизацию объекта и полную компенсацию внешнего возмущения так, что выходная переменная стремится к нулю.

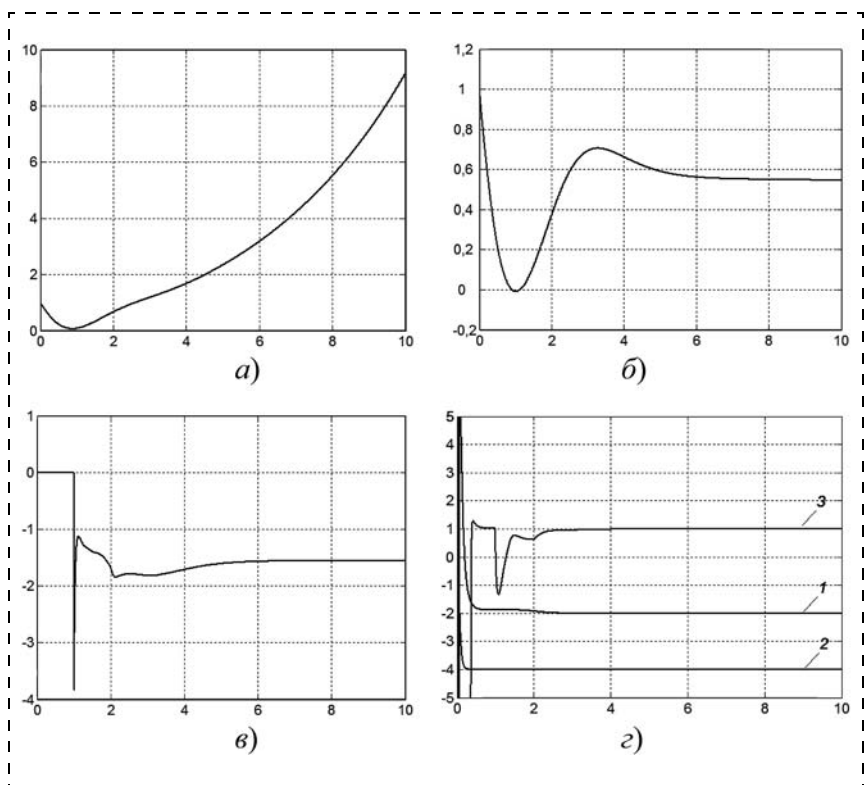


Рис. 2. Переходные процессы в замкнутой системе:

a — выходная переменная объекта $y(t)$ без управления; b — выходная переменная $y(t)$ с управлением без компенсации; v — сигнал управления $u(t)$; z — оценки параметров объекта управления ($1 - \hat{\theta}_1$, $2 - \hat{\theta}_2$, $3 - \hat{\theta}_3$)

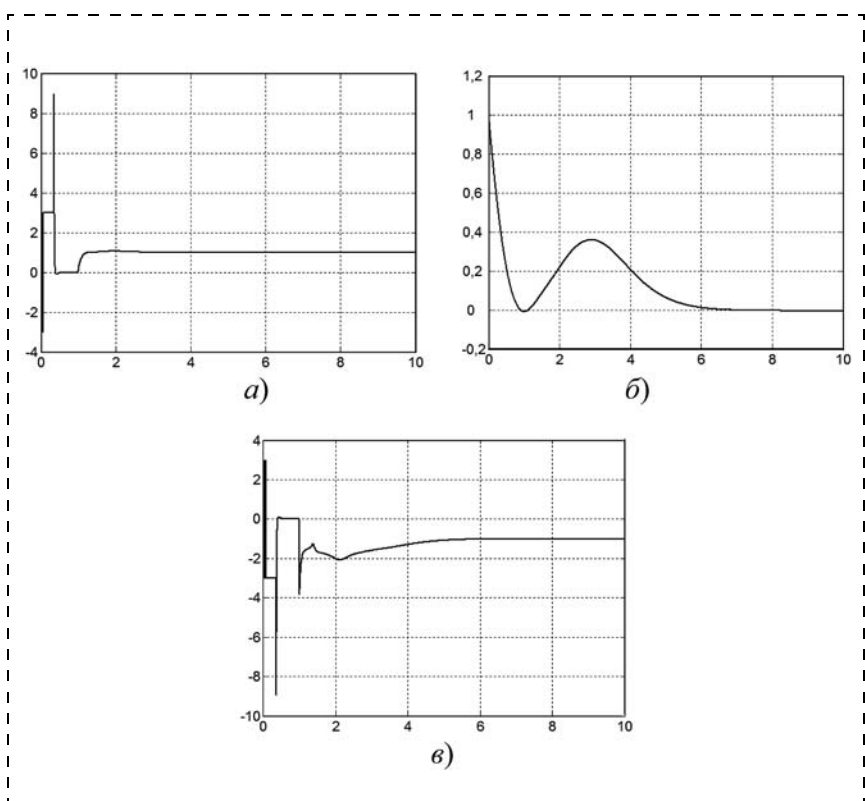


Рис. 3. Переходные процессы в замкнутой системе:

a — оценка возмущения $\hat{f}(t)$; b — выходная переменная $y(t)$ с управлением и компенсацией возмущения; v — сигнал управления $u(t)$

Заключение

С использованием предиктора Смита [4] и на основе результатов работы [1] разработан адаптивный регулятор вида (30), (31), обеспечивающий парирование неизвестного постоянного возмущающего воздействия f и стабилизацию неустойчивого объекта (1) с неточно заданными параметрами. Данный подход может быть развит для случая управления только по выходной переменной (т. е. без измерения всех переменных состояния или производных выходного сигнала), а также парирования более сложных возмущающих воздействий.

Список литературы

1. Krstic M. Delay compensation for nonlinear, adaptive and PDE systems. Birkhauser, 2009.
2. Резван В. Абсолютная устойчивость автоматических систем с запаздыванием. М.: Наука, 97. 216 с.
3. Цыкунов А. М. Адаптивное управление объектами с последействием. М.: Наука, 1984. 245 с.
4. Smith O. J. M. A controller to overcome dead time // ISA. 1959. V. 6. P. 28—33.
5. Niculescu S. I., Annaswamy A. M. An adaptive Smith-controller for time-delay systems with relative degree $n \leq 2$ // Systems & Control Letters. 2004. V. 49. P. 347—358.
6. Цыпкин Я. З. Устойчивость систем с запаздывающей обратной связью // Автоматика и телемеханика. 1947. Т. 7. № 2, 3. С. 107—129.
7. Цыкунов А. М. Управление объектами с последействием. Фрунзе: Илим, 1985.
8. Цыкунов А. М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 268 с.
9. Солодовников В. В., Филимонов А. Б. Упреждающее управление линейными стационарными объектами с запаздыванием // АиТ. 1982. № 11. С. 57—60.
10. Филимонов А. Б. Спектральный метод построения упреждителей для объектов с запаздыванием // МАУ. 2006. № 6. С. 2—9.
11. Паршева Е. А., Цыкунов А. М. Адаптивное управление объектом с запаздывающим управлением со скалярным входом-выходом // АиТ, 2001. № 1. С. 142—149.
12. Pyrkin A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M. Rejection of Sinusoidal Disturbance of Unknown Frequency for Linear System with Input Delay // American Control Conference. Baltimore, 2010.
13. Manitius A. Z., Olbrot A. W. Finite spectrum assignment for systems with delays // IEEE Trans. Autom. Control. 1979. V. 24. P. 541—553.
14. Kwon W. H., Pearson A. E. Feedback stabilization of linear systems with delayed control // IEEE Trans. Autom. Control. 1980. V. 25. P. 266—269.
15. Arstein Z. Linear systems with delayed controls: A reduction // IEEE Trans. Autom. Control. 1982. V. 27. P. 869—879.

Н. Н. Куций, д-р техн. наук, проф.,

Н. Д. Лукьянов, аспирант,

Lukyanov@gmail.com,

Иркутский государственный
технический университет

Параметрическая оптимизация АИМ-систем с помощью генетического алгоритма

Решена задача параметрической оптимизации применительно к дискретным системам, содержащим звенья с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ). Рассмотрены особенности генетического алгоритма при решении задач подобного типа. Особое внимание уделено методике доказательства работоспособности алгоритма. Все вышесказанное проиллюстрировано на примере.

Ключевые слова: АИМ-системы, генетический алгоритм, параметрическая оптимизация

Введение

Все больший интерес к использованию регуляторов, построенных на применении импульсных элементов, наблюдается в настоящее время в практике промышленного регулирования. Внимание исследователей к ним связано с внедрением средств вычислительной техники в промышленности, а также с тем фактом, что их использование обеспечивает приемлемое качество процессов, протекающих в объектах с большим запаздыванием [1], анализ которых может быть проведен с помощью методов классической теории автоматического управления [2]. Так, среди многообразия импульсных систем заслуживают внимания регуляторы, построенные на использовании звеньев с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ), которые сравнительно мало изучены.

Как и для всех иных систем регулирования, для АИМ-систем существует задача параметрической оптимизации, состоящая в определении такого вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$ АИМ-системы, при котором значение критерия качества

$$I(\mathbf{q}) = F(x(t, \mathbf{q}), \varepsilon(t, \mathbf{q}))$$

принимало бы экстремальное значение. Здесь $x(t, \mathbf{q})$ — выходная координата системы, $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ — ошибка системы, F — некоторая функция.

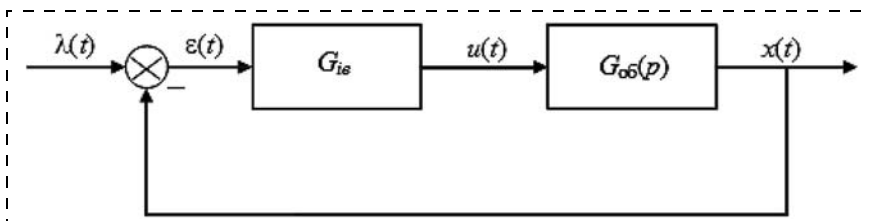


Рис. 1

В данной статье под задачей параметрической оптимизации понимается задача определения вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}$, минимизирующего интегральный критерий качества

$$I(\mathbf{q}) = \int_0^{\infty} F(x(t, \mathbf{q}), \varepsilon(t, \mathbf{q})) dt. \quad (1)$$

Для решения этой задачи существуют несколько методов, например методы, основанные на процедуре градиентного поиска, метод деформируемого многогранника Недлера—Мида и др. [3, 4]. Однако их применение наталкивается на значительные трудности в случае, если функция F — унимодальная, разрывная и т. д. Также необходимо обратить внимание и на тот факт, что указанные выше методы решения задач параметрической оптимизации дискретных автоматических систем требуют достаточно сложных математических подходов, в частности, теории обобщенных функций. Генетические алгоритмы свободны от этих недостатков [5]. Данная статья посвящена решению приведенной выше задачи параметрической оптимизации с помощью генетического алгоритма.

Описание исследуемой системы

Рассмотрим автоматическую систему, структурная схема которой представлена на рис. 1.

Процессы, протекающие в системе, можно описать следующим образом:

$$\begin{aligned} x(t, \mathbf{q}) &= G_{ob}(p)u(t, \mathbf{q}); \\ u(t, \mathbf{q}) &= G_{ie}(\mathbf{q})\varepsilon(t, \mathbf{q}); \\ \varepsilon(t, \mathbf{q}) &= \lambda(t) - x(t, \mathbf{q}), \end{aligned} \quad (2)$$

где $G_{ob}(p)$ — оператор объекта регулирования; $G_{ie}(\mathbf{q})$ — оператор импульсного элемента; $u(t, \mathbf{q})$ — управляющее воздействие; $\lambda(t)$ — задающее воздействие.

Управляющее воздействие $u(t, \mathbf{q})$ определяется следующим образом:

$$u(t, \mathbf{q}) = \begin{cases} A(\varepsilon(t, \mathbf{q})), & \varepsilon(t, \mathbf{q}) > 0, \\ -A(\varepsilon(t, \mathbf{q})), & \varepsilon(t, \mathbf{q}) < 0, \\ 0, & t > (k + \gamma)T, \end{cases} \quad kT < t < (k + \gamma)T; \quad (3)$$

$$\gamma \in (0; 1), k = 0, 1, 2, \dots,$$

где k — номер импульса, T — период цикла импульсного элемента; γ — скважность импульса; $A(\varepsilon(t, \mathbf{q}))$ —

амплитуда управляющего воздействия, значение которой определяется исходя из модуляционной характеристики. Для систем, осуществляющих амплитудно-импульсную модуляцию, введено понятие модуляционной характеристики $A(\varepsilon(t, \mathbf{q}))$ (по аналогии с системами, осуществляющими широтно-импульсную модуляцию).

цию) [6]. В качестве модуляционной характеристики примем следующее выражение:

$$A(\varepsilon(t, \mathbf{q})) = \sum_{j=1}^m q_j |\varepsilon(t, \mathbf{q})|^j. \quad (4)$$

Алгоритм

Алгоритм параметрической оптимизации описанной выше системы построен на основе классического генетического алгоритма [7]. Отличия от классического алгоритма заключаются в разбиении хромосомы на целую и дробную части, так как каждый из настраиваемых параметров представлен дробным числом, а также в необходимости выделения дополнительного бита под знак. Также разработан предварительный этап генетического алгоритма, заключающийся в определении пространства, в котором будет проводиться поиск экстремума критерия (1), что необходимо исходя из самой сути генетического алгоритма.

Сформируем пространство, в котором будет осуществляться поиск оптимального, исходя из критерия (1), вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}$. Это необходимо для того, чтобы определить длину хромосом. Для этого рассмотрим ограничения, накладываемые на каждый элемент этого вектора, которые формируются исходя из конструктивных характеристик используемого АИМ-элемента. Каждый из параметров $q_j, j = 1(1)m$, ограничен некоторым значением S_j сверху и $(-S_j)$ снизу (в случае несимметричных границ выбирается наибольшее по модулю). Также параметр $q_j, j = 1(1)m$, изменяется с некоторым шагом $\delta_j, j = 1(1)m$. Исходя из этих ограничений сформируем конечное m -мерное пространство Q , в котором будет проводиться поиск оптимального значения вектора настраиваемых параметров. При этом мощность каждого измерения пространства Q равна $\frac{S_j}{\delta_j}$. Таким образом, можно описать каждый элемент множества двоичным вектором конечной длины, который называют особью.

Определим длину хромосомы, которая представляет один из настраиваемых параметров в закодированном виде. Для кодирования в двоичной форме каждой точки j -го измерения пространства Q достаточно вектора длины [8]

$$L_j = \left\lceil \log_2 \frac{S_j}{\delta_j} \right\rceil + 1; j = 1(1)m, \quad (5)$$

где под $\lceil x \rceil$ понимается наименьшее целое, большее или равное x [8].

Единица прибавляется в формуле (5) для учета знака настраиваемого параметра. Таким образом, исходя из сути генетического алго-

ритма, маска картирования хромосомы представлена с помощью схемы, изображенной на рис. 2.

После вычисления длины хромосом формируется популяция, состоящая из некоторого числа особей, каждая из которых состоит из m хромосом, и представляющая собой некоторый набор из возможных настроек регулятора. На этом заканчивается предварительный этап генетического алгоритма.

Далее следуют повторяющиеся процедуры вычисления показателя здоровья для каждой особи популяции, отбор родителей, мутация потомков и отбор особей в следующее поколение. Для вычисления показателя здоровья каждой из особей необходимо провести моделирование исследуемой системы с теми параметрами, которые закодированы в ее хромосомах, и определить интегральный критерий качества системы. После этого показатель здоровья i -й особи вычисляется как

$$f_i = \frac{1}{I(\mathbf{q})}; i = 1(1)n. \quad (6)$$

На основании формулы (6) можно сделать вывод о том, что наибольшая вероятность выжить и дать потомство будет у особей, которые обеспечивают системе в текущей популяции минимальное значение критерия качества (1).

После вычисления показателя здоровья всех особей популяции приступают к процедуре отбора родителей и к их скрещиванию. Исходя из предварительных исследований для данной задачи лучшие результаты показывает рулеточная схема отбора родителей. К полученным потомкам применяется оператор мутации.

Для отбора особей в новое поколение применяется стратегия под названием "элитизм". Эта стратегия оберегает лучшие особи в популяции K -го поколения от различных случайных воздействий, а также обеспечивает их безусловный переход в $(K + 1)$ -е поколение. Однако при использовании только этой стратегии перехода особей в $(K + 1)$ -е поколение может произойти преждевременное схождение популяции в локальный экстремум [7]. Поэтому в разработанном алгоритме исходя из предварительных исследований используется следующая комбинация методов: 10 % лучших особей K -го поколения всегда переходят в следующее без отбора, остальные 90 % добираются с использованием порогового метода отбора. Остановка работы алгоритма происходит, когда все особи популяции, за исключением процента особей, подвергшихся мутации, описывают одну и ту же систему в течение 3...5 поколений.

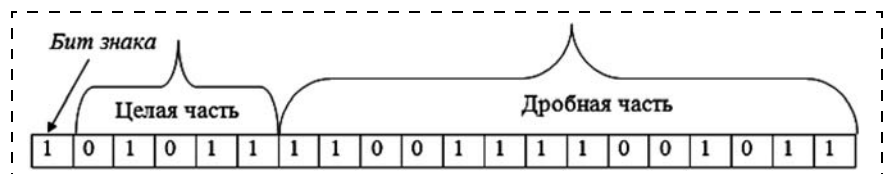


Рис. 2

Методика доказательства нахождения алгоритмом экстремума критерия качества

В качестве доказательства нахождения алгоритмом экстремума критерия качества регулирования воспользуемся способом, который используется при аналогичном доказательстве нахождения экстремума критерия качества импульсных автоматических систем алгоритмами, сформированными на основе градиентных процедур. В этом случае используется тот факт, что графики зависимости модуляционной характеристики $A(\varepsilon)$ от ошибки регулирования при запуске с различных начальных точек должны совпадать на интервале $\varepsilon \in [0; \lambda]$ [9].

Введем понятие характеристической особи поколения — под ней будем понимать такую особь в текущем поколении, у которой показатель здоровья, вычисленный по формуле (6), является наибольшим. Естественно, что как и любой другой особи характеристической особи соответствует определенная модуляционная характеристика $A(\varepsilon(t, \mathbf{q}))$. Таким образом, сформируем два способа доказательства нахождения алгоритмом экстремума критерия качества. Первый способ основан том, что модуляционная характеристика, доставляющая экстремум критерию качества, известна из предварительных исследований. В этом случае формируются две популяции, у которых модуляционные характеристики характеристических особей первого поколения были бы выше и ниже оптимальной на отрезке $\varepsilon \in [0; \lambda]$ соответственно. Таким образом, если при таком способе доказательства обе популяции сходятся к оптимальной на отрезке $\varepsilon \in [0; \lambda]$, то работоспособность алгоритма можно считать доказанной.

Второй способ практически аналогичен первому, с той лишь разницей, что в этом случае оптимальная модуляционная характеристика неизвестна. Здесь формируются несколько различных популяций, характеристические особи первого поколения которых описывают несовпадающие модуляционные характеристики. Если после запуска алгоритма все популяции совпадают на отрезке $\varepsilon \in [0; \lambda]$, то работоспособность алгоритма считается доказанной.

В обоих случаях используются популяции, в которых характеристическая особь первого поколения удовлетворяет каким-либо условиям. Такие популяции будем называть "вырожденными". Вырождение популяции заключается в создании дополнительных условий, накладываемых на вектор параметров $\mathbf{q}$. Согласно исследованиям, проведенным в работе [6], модуляционная характеристика оптимальной системы должна удовлетворять некоторым условиям. Исходя из этих условий можно сформировать такие ограничения, накладываемые на вектор настраиваемых параметров $\mathbf{q}$, что модуляционная характеристика характеристической особи первого поколения была бы выше или ниже оптимальной.

Результаты исследования

Для иллюстрации вышеизложенного рассмотрим систему регулирования, состоящую из инерционного звена второго порядка, звена, осуществляющего АИМ, с четырьмя настраиваемыми параметрами и обратной связи, структура которой приведена на рис. 1. Оператор объекта регулирования $G_{об}$ с запаздыванием может быть записан в виде

$$G_{об}(p) = \frac{k_{им}}{p} \frac{k_{об}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} e^{-\tau p},$$

где $k_{об}$ — коэффициент передачи объекта; T_1, T_2 — постоянные времени объекта; τ — время запаздывания объекта; $k_{им}$ — коэффициент передачи исполнительного механизма. Звено АИМ осуществляет модуляцию по закону (2), скважность импульсов $\gamma = 0,5$, период импульсов $T = 25$ с. Модуляционная характеристика соответствует выражению (4), $m = 4$.

Критерий оптимизации представлен достаточно распространенным квадратичным критерием качества:

$$I = \int_0^L \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) dt, \quad (7)$$

где L — интервал интегрирования.

Пусть верхняя граница каждого из настраиваемых параметров равна $S_j = 50$, $j = 1(1)4$, а шаг изменения равен $\delta_j = 0,01$. Тогда длина L_j каждой хромосомы по формуле (5) равна

$$L_j = \left\lceil \log_2 \frac{50}{0,01} \right\rceil + 1 = \lceil 12,28 \rceil + 1 = 14; j = 1(1)4.$$

Параметры генетического алгоритма исходя из предварительных исследований примем следующими:

- вероятность скрещивания — 85 %;
- вероятность мутации — 30 %;
- число особей в популяции — 40.

Параметры объекта регулирования имели следующие значения: $k_{об} = 1$, $k_{им} = 0,01$, $T_1 = 10$ с, $T_2 = 40$ с, $\tau = 50$ с. Задающее воздействие $\lambda(t) = 1(t) \cdot 0,5$.

Для доказательства работоспособности алгоритма воспользуемся первым способом, описанным в предыдущем разделе. В работе [4] показана оптимальная модуляционная характеристика $A^*(\varepsilon)$ для данного объекта. Таким образом, можно сформировать две вырожденные популяции, у которых характеристическая особь первого поколения гарантированно будет иметь неоптимальную модуляционную характеристику.

На рис. 3 приведены зависимости $A(\varepsilon)$, где цифрами 1 и 2 обозначены соответственно модуляционные характеристики характеристической особи первого поколения первой и второй популяций. Цифрами 3 и 4 обозначены соответственно зависи-

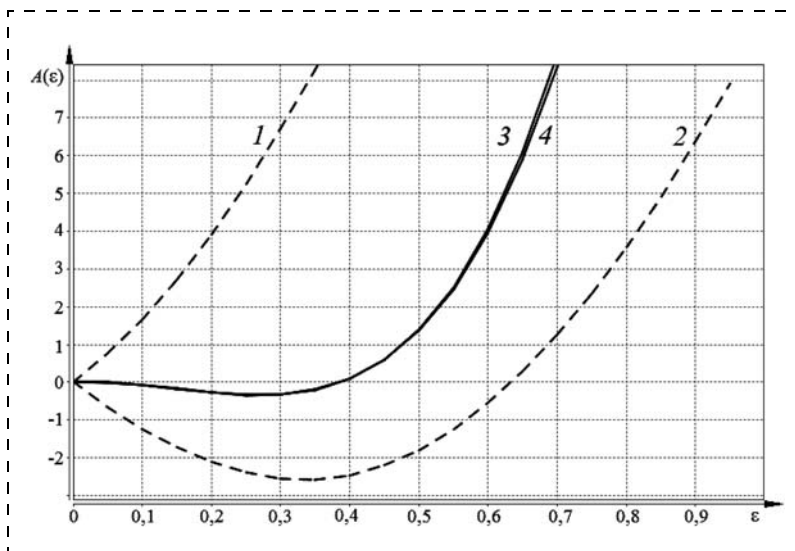


Рис. 3

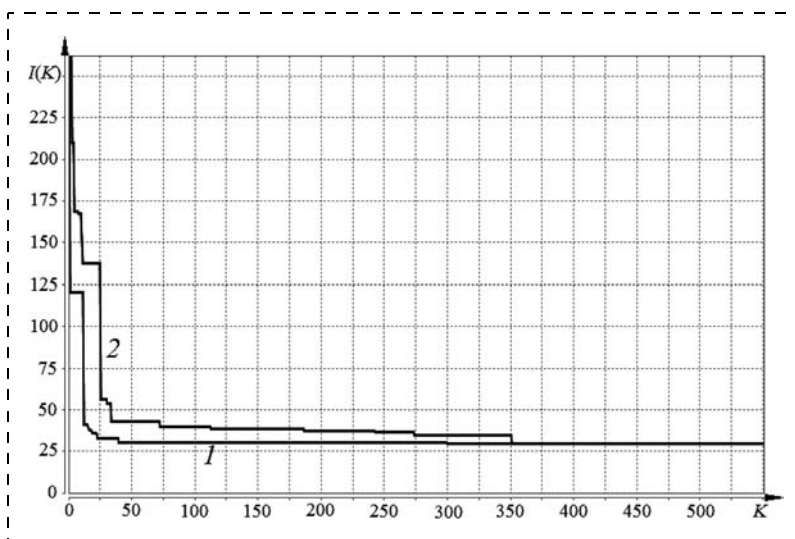


Рис. 4

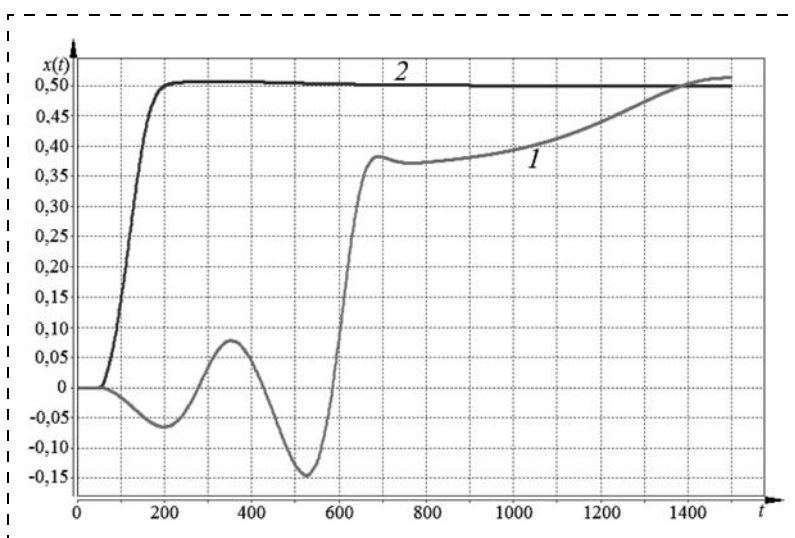


Рис. 5

мости $A(\varepsilon)$ характеристических особенностей последнего поколения.

Как видно из рис. 3, алгоритм сходится к одной форме модуляционной характеристики, а также совпадает с оптимальной характеристикой из работы [4] (линии 3 и 4 совпадают с достаточной на практике точностью на интервале $\varepsilon \in [0; \lambda]$).

На рис. 4 представлены зависимости критерия качества регулирования (7) от числа поколений K . Как видно из этого рисунка, линии 1 и 2, которые соответствуют первой и второй вырожденным популяциям соответственно, практически совпадают после 350-го поколения, что также говорит о том, что алгоритм находит экстремум критерия (7) с достаточной для практики точностью.

На рис. 5 цифрой 1 обозначен график переходного процесса, соответствующего характеристической особи первого поколения, цифрой 2 — последнего поколения.

Из представленных рисунков можно сделать вывод о том, что разработанный алгоритм решает задачу параметрической оптимизации для АИМ-системы с достаточной для практики точностью.

Список литературы

1. Юлиус Ю. Цифровые и импульсные системы автоматического управления: Пер. с англ. Богомолова Ю. Д., Бородин Ю. И. М.: Машиностроение, 1964. 698 с.
2. Иванов В. А., Ющенко А. С. Теория дискретных систем автоматического управления М.: Наука, 1983. 336 с.
3. Nelder J. A., Mead R. A Simplex Method For Function Minimization // Computer J. 1964. N. 7. P. 308—313.
4. Нгуен Дык Тханг. Автоматическая параметрическая оптимизация систем с амплитудно-импульсной модуляцией: Дис. ... канд. тех. наук: 05.13.06: защищена 09.12.10.
5. Abdullah Konak, David W. Colt, Alice E. Smith. Multi-objective optimization using genetic algorithms // A tutorial, Reliability Engineering and System Safety. 2006. N 91. P. 992—1007.
6. Куцый Н. Н. Формирование модуляционной характеристики в импульсных системах (единый подход) // Приборы и системы управления. 1998. № 7. С. 17—20.
7. Вороновский Г. К., Махотило К. В., Петрашев С. Н., Сергеев С. А. Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности. Харьков: ОСНОВА, 1997. 112 с.
8. Грэхем Р., Кнут Д., Пташник О. Конкретная математика. Основание информатики: Пер. с англ. М.: Мир, 1998. 703 с.
9. Куцый Н. Н. Автоматическая параметрическая оптимизация дискретных систем регулирования: Дис. ... доктор тех. наук: 05.13.06: защищена 26.11.97.

УДК 621.746.62.001.57

А. Н. Калитаев, канд. техн. наук, доц.,
alex_mgtu@mail.ru,

В. Д. Тутарова, канд. техн. наук, доц.,
Магнитогорский государственный
технический университет им. Г. И. Носова

Параметрическая идентификация модели внешнего теплообмена заготовки в сортовой машине непрерывного литья заготовок

На основе метода одномерной безусловной оптимизации (метода Фибоначчи) рассмотрена параметрическая идентификация математической модели внешнего теплообмена заготовки в сортовой машине непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) на примере пятиручьевого сортовой МНЛЗ радиального типа фирмы VAI.

Ключевые слова: оптимизация, идентификация, теплообмен, МНЛЗ, моделирование

Введение

В настоящее время объем производства сортовой заготовки составляет более 380 млн тонн в год и постоянно увеличивается. К росту объема непрерывнолитой сортовой заготовки приводит постоянное совершенствование технологии и непрерывное освоение новых машин непрерывного литья. На текущий момент в странах СНГ насчитывается более 30 машин непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) для производства сортовой заготовки.

В 2004 г. в ОАО "Магнитогорский металлургический комбинат" в электросталеплавильном цехе были введены в эксплуатацию две пятиручьевые сортовые МНЛЗ австрийской фирмы VAI с общей проектной производительностью 2 млн тонн заготовки в год. На машине применяется гильзовый многоконусный кристаллизатор "Diamold" высотой 900 мм. На первом участке зоны вторичного охлаждения (ЗВО) применяется водяное охлаждение, а на трех остальных — водовоздушное.

Внешний теплообмен непрерывнолитой заготовки при охлаждении в ЗВО на поверхности характеризуется коэффициентами теплоотдачи по длине МНЛЗ, которые связаны с интенсивностью охлаждения заготовки по периметру, выбранной из условий получения качественного металла на выходе из МНЛЗ.

На коэффициент теплоотдачи влияет значительное число факторов, учесть которые расчетным

путем не представляется возможным. Хотя задача определения коэффициентов теплоотдачи в ЗВО и имеет большую самостоятельную ценность, она не исчерпывает всего круга вопросов организации теплового режима зоны. Тем не менее, получение значений коэффициента теплоотдачи очень важно, так как эти значения являются исходным материалом для последующих экспериментальных уточнений.

Первые практические результаты решения задачи определения коэффициентов теплоотдачи непрерывнолитой заготовки по экспериментальным значениям температуры поверхности при охлаждении заготовки в ЗВО МНЛЗ были получены В. И. Панферовым и К. Н. Вдовиным [1]. Данная методика описана и в работе Д. Х. Девятова [2].

Некоторым исследователям удалось установить примерные количественные соотношения между удельными расходами воды на единицу поверхности заготовки в единицу времени и коэффициентом теплоотдачи. Так, в работах [3, 4] приведена зависимость между коэффициентом теплоотдачи и удельными расходами воды для слябовой МНЛЗ. С использованием тех или иных цифровых моделей авторами получено изменение во времени (или по высоте машины) коэффициента теплоотдачи для выбранной скорости литья, сечения заготовки и марки стали для двумерного и одномерного случаев. Кроме того, были получены аналогичные монотонные зависимости для распределения охлаждающей воды по высоте машины. В связи с тем, что в пределах одной секции зоны вторичного охлаждения расход воды не перераспределяется, коэффициент теплоотдачи в пределах каждой секции постоянный и равен его значению в геометрическом центре секции.

Таким образом, для каждой секции вторичного охлаждения в условиях статического режима литья были получены зависимости коэффициентов теплоотдачи, температуры поверхности заготовки и расходов воды по секциям ЗВО для узких и широких слябов, которые позволяют проводить настройку локальных регуляторов расхода воды на каждую секцию ЗВО.

Общие вопросы физической интерпретации критериев оптимальности для процесса затвердевания слитка и их математическое описание нашли отражение в работах Соболева В. В. и Трефилова П. М. Основные алгоритмы решения подобных задач для медных слитков круглого сечения представлены в работах [5—7].

Однако вопросы параметрической идентификации математических моделей внешнего теплообмена заготовки в сортовых МНЛЗ изучены недостаточно. В связи с этим в данной статье для указанного

типа МНЛЗ решается задача параметрической идентификации (коэффициенты теплоотдачи, расходы охладителя) модели внешнего теплообмена заготовки вдоль технологической оси МНЛЗ на основе распределения температур по поверхности заготовки, заданного из условий ее рационального охлаждения.

Математическая модель особенности процесса внешнего теплообмена заготовки

Для обеспечения равномерного охлаждения заготовки по длине ЗВО предусматривается несколько секций с различной интенсивностью отвода теплоты [8]. Интенсивность охлаждения во вторичной зоне должна выбираться таким образом, чтобы температура поверхности заготовки в процессе ее движения вдоль технологической оси МНЛЗ медленно снижалась.

Для определения характера распределения температуры поверхности заготовки проанализируем процесс теплопереноса в заготовке, на двух границах которой осуществляется теплообмен с внешней средой за счет излучения и конвекции. Область решения представлена на рис. 1.

Математическая модель внешнего теплообмена имеет вид:

$$\rho c_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_{\text{эф}}(T) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad \begin{cases} 0 < x < W; \\ 0 < y < H, \end{cases} \quad (1)$$

где ρ — плотность металла, кг/м³; T — температура заготовки по ее сечению, К; $c_{\text{эф}}(T)$ — эффективная теплоемкость металла, Дж/(кг·К); $\lambda_{\text{эф}}(T)$ — эффективная теплопроводность металла, Вт/(м·К); τ — пространственная координата по времени; x, y — координаты поперечного сечения заготовки; W — 1/2 ширины заготовки, м; H — 1/2 толщины заготовки, м.

Коэффициенты $c_{\text{эф}}(T)$ и $\lambda_{\text{эф}}(T)$ определяются в зависимости от температуры фазового состояния металла [9].

Температура ликвидус определяется с учетом влияния содержания в металле химических элементов, а для определения температуры солидус использовали аппроксимирующие функции линии солидус в области диаграммы состояния системы Fe—C [10].

Начальные и граничные условия запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} T|_{\tau=0} &= T_0, \quad 0 \leq x \leq W, \quad 0 \leq y \leq H; \\ \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=W} = \alpha(T_{\text{повх}} - T_{\text{ср}}) + \\ &+ C \left[\left(\frac{T_{\text{повх}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{ср}}}{100} \right)^4 \right]; \\ \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} &= 0; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=H} = \alpha(T_{\text{пову}} - T_{\text{ср}}) + \\ &+ C \left[\left(\frac{T_{\text{пову}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{ср}}}{100} \right)^4 \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где $C = \varepsilon C_0$ — коэффициент теплообмена излучением, нВт/(м²·К⁴); ε — степень черноты стальной

заготовки; $T_{\text{ср}}$ — температура окружающей среды, К; T_0 — температура металла в промежуточном ковше, К; $T_{\text{повх}}, T_{\text{пову}}$ — температуры поверхностей заготовки, К; α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К).

В начальный момент времени температурное поле заготовки T при $\tau = 0$ принимается однородным: температура во всем объеме постоянна и равна температуре металла в промежуточном ковше T_0 .

Для аппроксимации дифференциального уравнения (1) разностным введем пространственно-временную сетку с координатами

$$x_i = (i - 1)h_x, \quad y_j = (j - 1)h_y, \quad \tau_n = n\tau, \quad l_n = v\tau_n,$$

где h_x, h_y — шаги сетки по координатам x, y соответственно; τ — шаг по времени; $i = \overline{1, N_x}; j = \overline{1, N_y}$,

$n = \overline{0, K}$, K — число итераций по времени τ ; v — скорость вытягивания заготовки, м/мин (рис. 2).

Для решения задачи (1)–(2) введем равномерную пространственно-временную сетку, в результате чего шаг по времени реализуется в два этапа. На промежуточном временном шаге проводим дискретизацию уравнения (1) только в направлении оси x и получаем одномерное уравнение. Затем проводим дискретизацию уравнения (1) в направлении оси y и, решая полученное одномерное уравнение, определяем поле температуры на целом шаге по

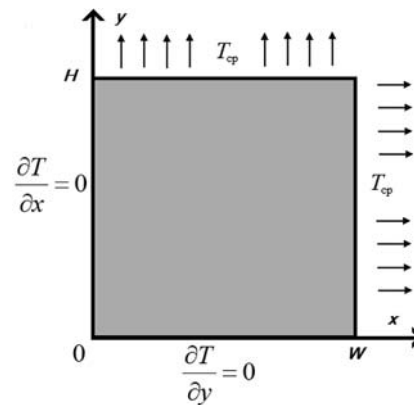


Рис. 1. Область решения задачи теплопереноса в заготовке

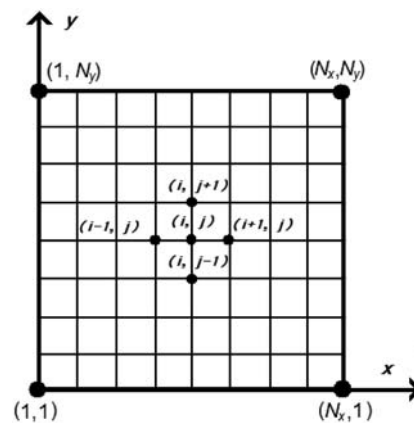


Рис. 2. Разностная сетка области решения

времени [11]. Полученные разностные уравнения сводятся к трехдиагональному виду и решаются последовательно методом прогонки.

Рассчитанное температурное распределение в заготовке вдоль технологической оси МНЛЗ при заданных коэффициентах теплоотдачи позволяет определить расход охладителя в секциях ЗВО по уравнению теплового баланса охлаждающей воды [12]:

$$g_{H_2O} = \frac{\alpha S (T_{пов} - T_1)}{((1 - \omega)(T_2 - T_1) + \omega(640 - T_1))c_{H_2O}}, \quad (3)$$

где g_{H_2O} — расход воды в зоне вторичного охлаждения, м³/ч; S — охлаждаемая площадь заготовки в зоне вторичного охлаждения, м²; T_1 и T_2 — начальная и конечная температуры воды, К; ω — коэффициент испарения воды (0,01...0,05).

Постановка задачи параметрической идентификации

Задача подготовки данных для расчета уточненных режимов охлаждения, таким образом, представляет собой задачу идентификации коэффициентов теплоотдачи по длине заготовки на основе распределения температур по ее поверхности, заданного из условий рационального охлаждения по Д. П. Евтееву [13]:

$$T_{пов}(x, l) = \frac{T_{пов}^0(x, l)}{(l - h_k + 1)^n}, \quad (4)$$

где $n = \ln(T_{пов}^0(x, l)/800)/\ln(L - h_k + 1)$, L — полная длина заготовки от мениска в кристаллизаторе до конца зоны вторичного охлаждения, мм; l — текущая длина заготовки, мм; h_k — рабочая высота кристаллизатора, мм; $T_{пов}^0(x, l)$ и $T_{пов}(x, l)$ — температуры поверхности заготовки соответственно при текущем значении l и при значении $l = h_k$, К.

Целью решения задачи параметрической идентификации является подбор таких числовых значений коэффициентов теплоотдачи по длине технологической оси МНЛЗ $\alpha(l)$, при которых температурное поле по поверхности заготовки, полученное при решении уравнения теплопроводности с граничными условиями (1)–(2), соответствовало рекомендуемому распределению (4), т. е. минимуму функционала [2]:

$$J(\alpha) = \int_0^L \int_0^L (T^*(x, l) - T(\alpha, x, l))^2 dx dl, \quad (5)$$

где $T^*(x, l)$ — рекомендуемое распределение температуры по поверхности заготовки, рассчитанное по формуле (4), К; $T(\alpha, x, l)$ — распределение температуры по поверхности заготовки, полученное при решении уравнения теплопроводности с заданными коэффициентами теплоотдачи α , К; x — координата по поверхности заготовки со стороны малого радиуса МНЛЗ.

Нахождение оптимальных коэффициентов теплоотдачи с поверхности заготовки вдоль ее техно-

логической оси из условия минимизации данного критерия позволит рассчитать технологические режимы вторичного охлаждения, обеспечивающие:

- умеренную интенсивность снижения температуры поверхности заготовки, особенно на этапе формирования оболочки (для устранения поверхностных трещин);
- уменьшение градиентов температуры по толщине оболочки (для предотвращения трещинообразования и искажения профиля заготовки);
- медленный рост затвердевшей оболочки в начальный период и затем быстрое ее утолщение (для уменьшения осевой пористости и ликвации);
- выравнивание скорости охлаждения в любом поперечном сечении оболочки (для предотвращения трещинообразования и искажения профиля заготовки);
- недопускание разогрева внешних поверхностей заготовки на каком-либо участке (для предотвращения трещинообразования и искажения профиля заготовки);
- выбор интенсивности охлаждения заготовки в районе окончания затвердевания, при которой получается плотная без сосредоточенной пористости осевая зона и не возникают осевые трещины;
- постоянство температуры по периметру любого поперечного сечения заготовки, что является важным условием для борьбы с искажением профиля заготовки и уменьшением таких дефектов, как осевые трещины и осевая пористость.

Для идентификации коэффициентов теплоотдачи применяется метод одномерной безусловной оптимизации — метод Фибоначчи. Данный метод при заданном интервале неопределенности (диапазон изменения коэффициентов теплоотдачи в ЗВО МНЛЗ) позволяет за определенное число итераций найти решение с заданным уровнем точности.

На основе математической модели была разработана компьютерная программа для проведения параметрической идентификации математической модели внешнего теплообмена заготовки в сортах МНЛЗ на языке Object Pascal.

Результаты моделирования

Численный эксперимент проводился для заготовки сечением 170 × 152 мм при следующих условиях. Была выбрана марка стали СтЗсп, разливаемая со скоростью вытягивания 2,8 м/мин, с химическим составом, представленным в табл. 1.

Для данного химического состава температура ликвидус составляет 1512 °С, температура солидус — 1492 °С. В соответствии с рекомендациями техно-

Таблица 1

Химический состав стали марки СтЗсп

Химический элемент	C	Mn	Si	S	P	Cr	Ni	Cu
Содержание, %	0,18	0,52	0,23	0,014	0,012	0,15	0,15	0,15

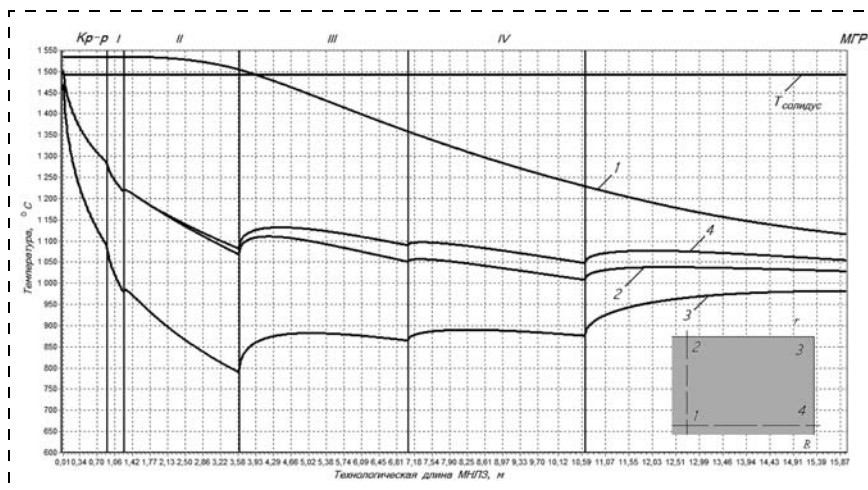


Рис. 3. Распределение температуры заготовки вдоль оси МНЛЗ

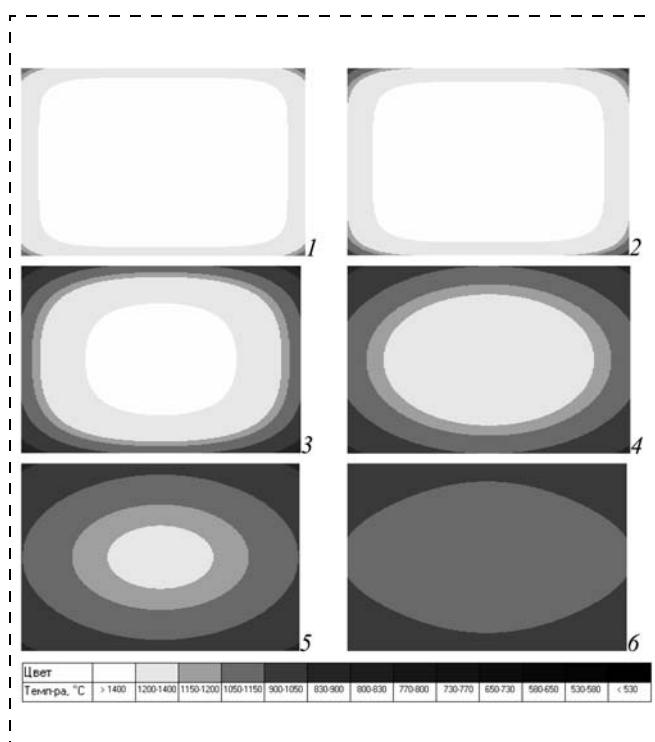


Рис. 4. Температура заготовки по ее сечению при "мягком" режиме охлаждения: 1 — на выходе из кристаллизатора; 2 — на выходе из I зоны; 3 — на выходе из II зоны; 4 — на выходе из III зоны; 5 — на выходе из IV зоны; 6 — перед МГР

Таблица 2

Параметры теплообмена в сортовой МНЛЗ

Параметр	I зона	II зона	III зона	IV зона
Расход воды, л/мин	66 (91,3)*	67,4 (60,9)*	38,6 (49,4)*	25,6 (30)*
Коэффициент теплоотдачи, Вт/(м ² · К)	565,6	468,5	194,4	127,5

* В скобках указан расход воды в соответствии с инструкцией [14]

логической инструкции принимаем температуру металла в промежуточном ковше 1535 °С. Моделирование проводили для "мягкого" режима охлаждения (температура заготовки на выходе 950 °С). По результатам моделирования были получены распределения температуры заготовки в заданных точках по ее сечению вдоль технологической оси МНЛЗ (рис. 3, 4).

При рекомендуемом распределении температур выполнена идентификация коэффициентов теплоотдачи с поверхности заготовки и выполнен расчет расхода охладителя для каждой ЗВО (табл. 2).

Заключение

Применение рассмотренного метода позволит реализовать серию расчетов параметров теплообмена непрерывнолитой заготовки, расширить знание основных особенностей тепловой работы зоны вторичного охлаждения и на этом основании прогнозировать основные параметры режимов охлаждения заготовок на действующих сортовых машинах при повышении их производительности, а также обоснованно использовать полученные знания при проектировании новых машин и технологий непрерывной разливки.

Список литературы

1. Вдовин К. Н., Панферов В. И., Горосткин С. В. Идентификация математической модели процесса охлаждения и затвердевания непрерывнолитых слябовых заготовок // Изв. вузов. Черная металлургия. 1998. № 8. С. 58—60.
2. Девятков Д. Х., Пантелеев И. И. Определение коэффициентов теплоотдачи в зоне вторичного охлаждения МНЛЗ с помощью идентифицируемой математической модели // Изв. вузов. Черная металлургия. 1999. № 8. С. 62—65.
3. Самойлович Ю. А. Формирование заготовки. М.: Металлургия, 1977. 160 с.
4. Марченко И. К. Полунепрерывное литье стали М.: Металлургия, 1986. 246 с.
5. Клявинь Я. Я., Шмит Я. Р. Некоторые решения задач затвердевания, полученные с использованием метода оптимального управления. // Изв. АН Латвийской ССР. 1974. № 5. С. 84—87.
6. Берзинь В. А. Оптимизация режимов затвердевания непрерывнолитой заготовки. Рига: Зинатне, 1977. 248 с.
7. Девятков Д. Х. Оптимальное управление тепловой обработкой в непрерывной разливке стали. Магнитогорск: МГМА, 1998. 130 с.
8. Смирнов А. Н., Подкорытов А. Л. Современные сортовые МНЛЗ: Перспективы развития технологии и оборудования. URL: <http://uas.su/articles/continuouscasting/00001.php>.
9. Теория двухфазной зоны сплавов и ее применение к задачам непрерывного слитка / В. Т. Борисов и др. // Непрерывная разливка стали. 1974. № 2. С. 5—28.
10. Температура плавления стали. Лаборатория крупного слитка. Внутренняя обработка и разливка стали. Технологии и агрегаты. URL: http://steelcast.ru/melting_temperature.
11. Кузнецов Г. В., Шеремет М. А. Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие. Томск: Изд-во ТПУ. 2007. 172 с.
12. Шмрга Л. Затвердевание и кристаллизация стальных слитков: Пер. с чеш. / Под ред. В. И. Кашина. М.: Металлургия, 1985. 248 с.
13. Тепловые процессы при непрерывном литье стали / Ю. А. Самойлович и др. М.: Металлургия, 1982. 152 с.
14. Разливка стали на сортовых машинах непрерывного литья заготовок МНЛЗ № 1 и 2 (МНЛЗ № 1 и 2) маргеновского цеха: Временная технологическая инструкция. Магнитогорск, 2004. 35 с.

В. С. Титов, д-р техн. наук, проф., зав. каф.,
М. В. Бобырь, канд. техн. наук, доц.,
 fregat_mn@rambler.ru,
А. В. Анциферов, аспирант,
 antsiferov.artem@gmail.com,
 Юго-Западный государственный университет

Адаптивный мультисетевой алгоритм нечетко-логического вывода в задачах управления оборудованием с ЧПУ*

Предложен адаптивный мультисетевой алгоритм нечетко-логического вывода для решения задач управления оборудованием с ЧПУ, увеличивающий оперативность процесса принятия решения. Предложена нейронечеткая модель алгоритма и приведен пример его численного моделирования.

Ключевые слова: нечетко-логический вывод, нейронечеткая система вывода, адаптивный мультисетевой алгоритм нечетко-логического вывода, ANFIS, адаптация

Введение

В условиях вступления России в ВТО и сокращения экспорта отечественного станкостроительного оборудования, а также повышения конкуренции в области машиностроения вопросы, связанные с внедрением перспективных технологий и разработкой новейших средств автоматизации прецизионного оборудования, позволяющих вывести его на мировой уровень, становятся весьма актуальными в масштабах экономики всей страны. Снижение конкурентоспособности машиностроительного оборудования объясняется непрерывно увеличивающимся объемом использования импортных комплектующих при сборке российских станков. Следует отметить, что одним из перспективных направлений повышения точности станков является применение адаптивного нейронечеткого управления [1] (ANFIS — Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System), позволяющего сократить анализ сложных нелинейных систем дифференциальных уравнений, который используют традиционные методы управления оборудованием с ЧПУ [2]. Основой такого подхода является модель Такаги—Сугэно [3], на базе которой создан широкий класс автоматизированных систем управления технологическими процессами [4, 5], что свидетельствует о ее высокой научно-технической значимости. Однако практическая реализация данной модели затруднена вследствие невысокой точности ее обучения. Так, в работе [6, стр. 377, рис. 5.48] решена задача автоматической парковки грузовика. При этом погрешность

обучения нейронечеткой сети составляет 8 % при 35 итерациях обучения. Следует отметить, что данная ошибка свойственна любому АСУ, использующим в своей структуре традиционный алгоритм Такаги—Сугэно. Таким образом, повышение оперативности принятия решения за счет снижения погрешности обучения нейронечеткой сети для данного класса моделей возможно при модификации системы нечетко-логического вывода, лежащей в ее основе [7, 8]. Для снижения погрешности обучения в статье предложена нейронечеткая сетевая модель вывода.

Нейронечеткая сетевая модель вывода

Механизм нечетко-логического вывода (НЛВ), который является основой нейронечетких систем вывода, работает на основе данных, записанных в базу знаний, формируемую с помощью экспертной информации [9], и отображающих взаимосвязь между ними в виде нечетких правил управления (НПУ):

НПУ₁: Если a есть A_1 , Тогда b есть B_1 ,

НПУ₂: Если a есть A_2 , Тогда b есть B_2 ,

⋮

НПУ _{n} : Если a есть A_n , Тогда b есть B_n ,

где a — входная переменная (числовое значение по оси абсцисс); b — выходная переменная; $A_i, i = \overline{1, n}$, — степень истинности функции принадлежности (ФП); n — число термов ФП; $B_i, i = \overline{1, n}$, — степень истинности ФП выходной переменной.

Системы управления, использующие НПУ, имеют ряд недостатков. Наиболее значимый из них — это отсутствие реакции системы на внешние факторы, т. е. нечетко-логическая система не способна корректировать диапазоны входных значений в зависимости от выходных данных (отсутствие обратной связи). Например, в современных системах с ЧПУ число входных параметров, получаемых с датчиков, может достигать нескольких десятков. При этом число НПУ, описывающих взаимосвязь между ними, возрастает в геометрической прогрессии, что приводит к значительному увеличению оперативности принятия управляющего решения. Например, в традиционных моделях НЛВ (Мамдани, Ларсена, Тсукамото, Сугэно) максимальное число заключений определяется по формуле $a^b + ab$ [1], где a — число термов у входных переменных, b — число входных переменных, т. е. для рассмотренного ниже примера число заключений составит $3^6 + 18 = 747$. В предлагаемом алгоритме число заключений с помощью матрицы нечетких отношений трансформируется таким образом, чтобы оно всегда равнялось числу термов выходной переменной, т. е. пяти. Это увеличивает быстродействие процесса принятия управляющего решения, что особенно ценно для систем, работающих в режиме реального времени.

* Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ МК-277.2012.8 и Федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009—2013 годы" № 14.740.11.1003.

Структура нейронечеткой сети для разработанного и представленного ниже адаптивного мульти-сетевого алгоритма приведена на рис. 1. При этом алгоритм позволяет снизить число нечетких отношений, вычисляемых за один шаг адаптации, и, как следствие, число итераций, необходимых для его обучения. Как известно, в процессе обучения традиционных нейронечетких сетей значения ве-

сов в результате коррекции могут значительно увеличиться, и это приведет к тому, что большинство внутренних нейронов сети станут функционировать при очень больших значениях выходов нейронов в области, где производная сжимающей функции мала. В процессе обучения ошибка станет пропорциональна этой производной, поэтому процесс обучения может остановиться.

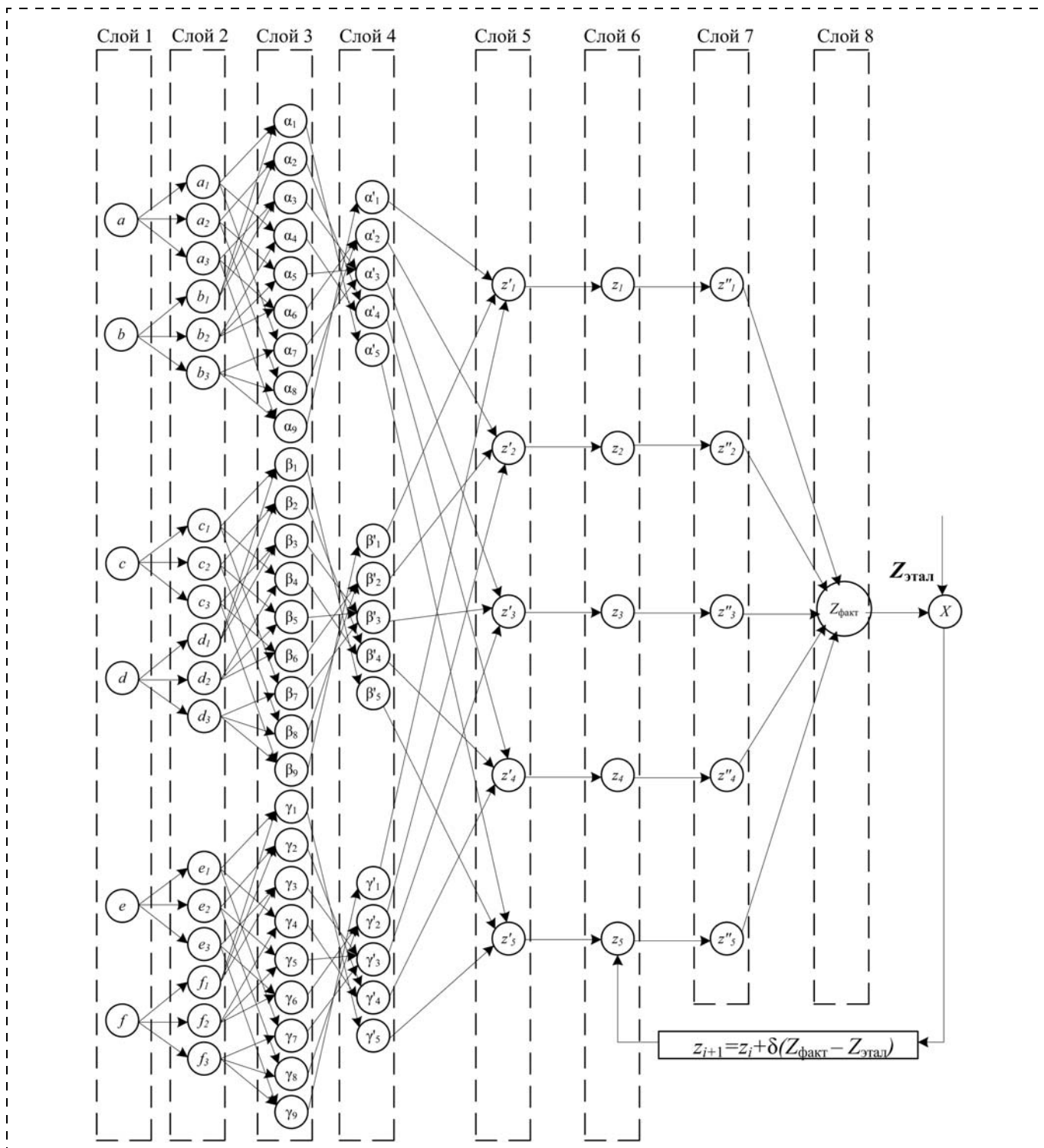


Рис. 1. Нейронечеткая структура сети

Рассмотрим систему управления оборудованием с ЧПУ, имеющую шесть датчиков, т. е. контролирующую шесть входных параметров, например, смещение детали в трехмерной системе координат (x, y, z), скорость вращения детали, подачу режущего инструмента и диаметр детали. Выходным параметром, на основе которого осуществляется управление процессом обработки, является сила в зоне резания.

Тогда **первый слой** нейронечеткой сети представляет собой входные переменные a, b, c, d, e, f , характеризующие значения, полученные от датчиков активной системы ЧПУ и сгруппированные попарно.

Второй слой. Каждая из входных переменных описывается тремя термами, имеющими ФП вида

$$f(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left(\frac{a_k - c_k}{x}\right)^{2b_k}}, \quad (1)$$

где c_k — середина терма; x, b_k — параметры, задающие округление терма ФП; a_k — координата по оси абсцисс.

Третий слой описывает взаимосвязь между каждой парой входных переменных a и b, c и d, e и f с помощью матрицы нечетких отношений (МНО) (табл. 1). В качестве операции "И" используется нечетко-логическая конъюнкция (операция нахождения минимума).

Таблица 1

Матрица нечетких отношений

Для первой пары	Для второй пары	Для третьей пары
$\alpha_1 = \min(a_1, b_1)$	$\beta_1 = \min(c_1, d_1)$	$\gamma_1 = \min(e_1, f_1)$
$\alpha_2 = \min(a_1, b_2)$	$\beta_2 = \min(c_1, d_2)$	$\gamma_2 = \min(e_1, f_2)$
$\alpha_3 = \min(a_1, b_3)$	$\beta_3 = \min(c_1, d_3)$	$\gamma_3 = \min(e_1, f_3)$
$\alpha_4 = \min(a_2, b_1)$	$\beta_4 = \min(c_2, d_1)$	$\gamma_4 = \min(e_2, f_1)$
$\alpha_5 = \min(a_2, b_2)$	$\beta_5 = \min(c_2, d_2)$	$\gamma_5 = \min(e_2, f_2)$
$\alpha_6 = \min(a_2, b_3)$	$\beta_6 = \min(c_2, d_3)$	$\gamma_6 = \min(e_2, f_3)$
$\alpha_7 = \min(a_3, b_1)$	$\beta_7 = \min(c_3, d_1)$	$\gamma_7 = \min(e_3, f_1)$
$\alpha_8 = \min(a_3, b_2)$	$\beta_8 = \min(c_3, d_2)$	$\gamma_8 = \min(e_3, f_2)$
$\alpha_9 = \min(a_3, b_3)$	$\beta_9 = \min(c_3, d_3)$	$\gamma_9 = \min(e_3, f_3)$

Четвертый слой. На основе матриц нечетких отношений формируются частные уровни отсечений (табл. 2).

Таблица 2

Частные уровни отсечений

Для первой пары	Для второй пары	Для третьей пары
$\alpha'_1 = \alpha_9$	$\beta'_1 = \beta_9$	$\gamma'_1 = \gamma_9$
$\alpha'_2 = \max(\alpha_6, \alpha_8)$	$\beta'_2 = \max(\beta_6, \beta_8)$	$\gamma'_2 = \max(\gamma_6, \gamma_8)$
$\alpha'_3 = \max(\alpha_3, \alpha_5, \alpha_7)$	$\beta'_3 = \max(\beta_3, \beta_5, \beta_7)$	$\gamma'_3 = \max(\gamma_3, \gamma_5, \gamma_7)$
$\alpha'_4 = \max(\alpha_2, \alpha_4)$	$\beta'_4 = \max(\beta_2, \beta_4)$	$\gamma'_4 = \max(\gamma_2, \gamma_4)$
$\alpha'_5 = \alpha_1$	$\beta'_5 = \beta_1$	$\gamma'_5 = \gamma_1$

Пятый слой формирует на основе матриц нечетких отношений обобщенные уровни отсечения:

$$z'_1 = \max(\alpha'_1; \beta'_1; \gamma'_1), \quad z'_2 = \max(\alpha'_2; \beta'_2; \gamma'_2),$$

$$z'_3 = \max(\alpha'_3; \beta'_3; \gamma'_3), \quad z'_4 = \max(\alpha'_4; \beta'_4; \gamma'_4),$$

$$z'_5 = \max(\alpha'_5; \beta'_5; \gamma'_5).$$

В **шестом слое** нейронечеткой сети задаются термы для функции принадлежности выходной переменной $z = \{Z_1\} + \{Z_2\} + \{Z_3\} + \{Z_4\} + \{Z_5\}$, описанные уравнением (1).

Седьмой слой. Происходит усечение значений ФП выходной переменной, отображенных в шестом слое нейронечеткой структуры, согласно рассчитанным в пятом слое обобщенным уровням отсечения:

$$z''_1 = \min(z'_1; z_1), \quad z''_2 = \min(z'_2; z_2), \quad z''_3 = \min(z'_3; z_3),$$

$$z''_4 = \min(z'_4; z_4), \quad z''_5 = \min(z'_5; z_5).$$

Далее происходит объединение усеченных термов ФП выходной переменной по формуле

$$Z''' = \bigcup_{i=1}^n (Z'_i) = (z''_1 \vee z''_2 \vee z''_3 \vee z''_4 \vee z''_5), \quad (2)$$

где n — число усеченных ФП.

Восьмой слой. Для объединенной ФП выходной переменной по методу центра тяжести осуществляется дефаззификация выходного результата

$$Z_{\text{факт}} = \frac{z''_1 z_1 + z''_2 z_2 + z''_3 z_3 + z''_4 z_4 + z''_5 z_5}{z''_1 + z''_2 + z''_3 + z''_4 + z''_5}. \quad (3)$$

После вычисления фактического значения выходной переменной выполняется процедура адаптации [10], при которой происходит обучение системы, т. е. корректировка термов выходной переменной Z до тех пор, пока полученное значение $Z_{\text{факт}}$ не станет максимально приближено к заранее известному эталонному значению $Z_{\text{этал}}$ по формуле

$$z_{i+1} = z_i + \delta(z_{\text{факт}} - z_{\text{этал}}), \quad (4)$$

где δ — скорость обучения нейронечеткой системы (по умолчанию $\delta = 0,7$).

После выполнения этапа адаптации система считается обученной, т. е. во время ее работы будет осуществляться корректировка значений термов выходной переменной в случае отклонения дефаззифицированного значения, полученного с помощью адаптивного мультисетевого алгоритма, от эталонной величины.

Адаптивный мультисетевой алгоритм нечетко-логического вывода

Адаптивный мультисетевой алгоритм нечетко-логического вывода представлен на рис. 2.

Численное моделирование работы адаптивного мультисетевого алгоритма нечетко-логического вывода

Рассмотрим пример работы адаптивного мультисетевого алгоритма нечетко-логического вывода. Пусть система активного контроля оборудования с ЧПУ имеет шесть датчиков a, b, c, d, e, f (рис. 3). При этом ФП для входной переменной A задается в виде

$$A = \{A_1\} + \{A_2\} + \{A_3\} = \int_1^{33} \left[1 + \left(\frac{x-15}{5} \right)^4 A_1 \right]^{-1} + \\ + \int_7^{43} \left[1 + \left(\frac{x-25}{5} \right)^4 A_2 \right]^{-1} + \int_{17}^{50} \left[1 + \left(\frac{x-35}{5} \right)^4 A_3 \right]^{-1}.$$

ФП для выходной переменной (рис. 4) записывается в виде

$$Z = \{Z_1\} + \{Z_2\} + \{Z_3\} + \{Z_4\} + \{Z_5\} = \\ = \int_1^{20} \left[1 + \left(\frac{x-5}{4} \right)^4 Z_1 \right]^{-1} + \int_1^{30} \left[1 + \left(\frac{x-15}{4} \right)^4 Z_2 \right]^{-1} + \\ + \int_{10}^{40} \left[1 + \left(\frac{x-25}{4} \right)^4 Z_3 \right]^{-1} + \int_{20}^{50} \left[1 + \left(\frac{x-35}{4} \right)^4 Z_4 \right]^{-1} + \\ + \int_{30}^{50} \left[1 + \left(\frac{x-45}{4} \right)^4 Z_5 \right]^{-1}.$$

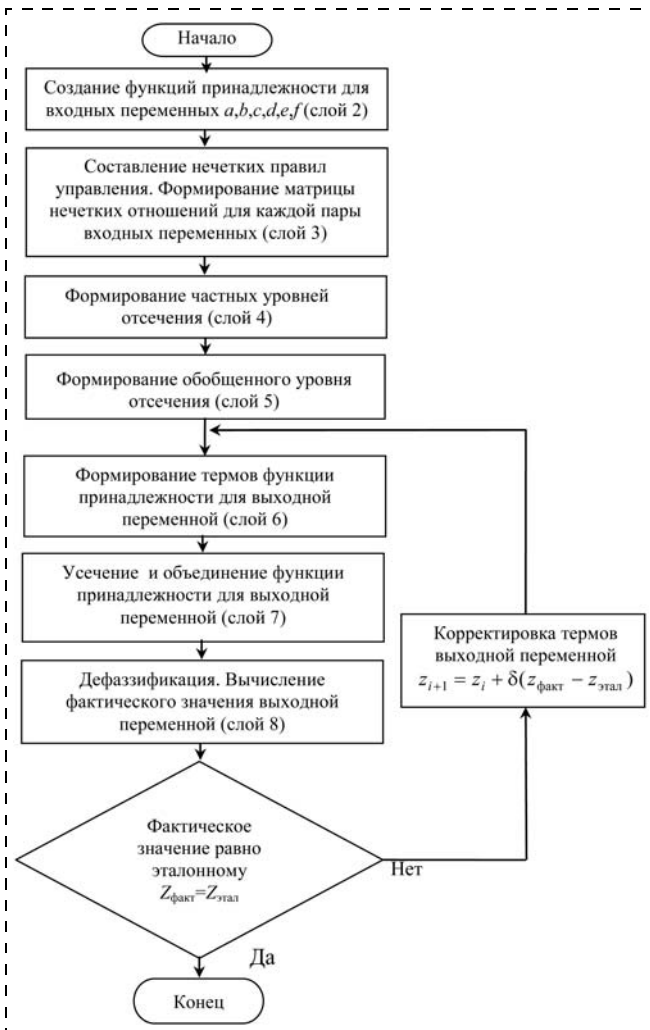


Рис. 2. Адаптивный мультисетевой алгоритм нечетко-логического вывода

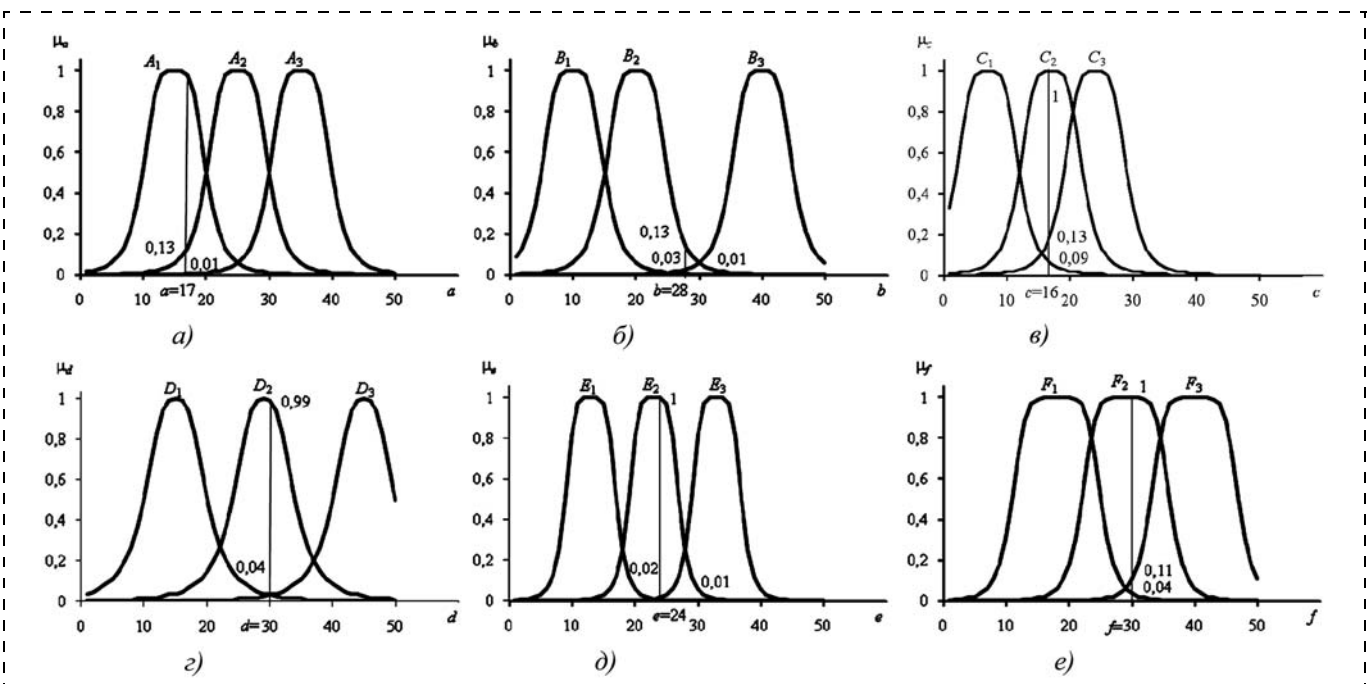


Рис. 3. Функции принадлежности входных переменных

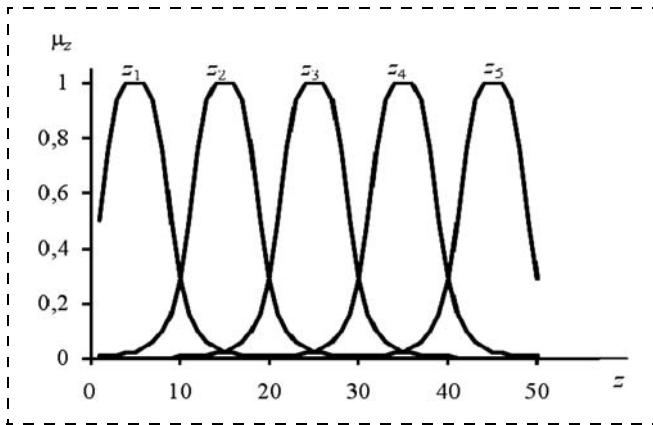


Рис. 4. Функция принадлежности выходной переменной

Пусть датчики активной системы контроля оборудования с ЧПУ определили, что $a = 17$, $b = 28$, $c = 16$, $d = 30$, $e = 24$, $f = 30$. Тогда степени истинности для каждого терма входных переменных следующие:

$$a' = (a_1, a_2, a_3) = (0,98; 0,13; 0,01);$$

$$b' = (b_1, b_2, b_3) = (0,01; 0,13; 0,03);$$

$$c' = (c_1, c_2, c_3) = (0,09; 1,00; 0,13);$$

$$d' = (d_1, d_2, d_3) = (0,04; 0,99; 0,04);$$

$$e' = (e_1, e_2, e_3) = (0,01; 1,00; 0,02);$$

$$f' = (f_1, f_2, f_3) = (0,04; 1,00; 0,11).$$

Далее с помощью МНО (см. табл. 1) рассчитываются параметры нейронечеткой сети:

$$\alpha_1 = 0,01; \alpha_2 = 0,13; \alpha_3 = 0,03; \alpha_4 = 0,01; \alpha_5 = 0,13; \\ \alpha_6 = 0,03; \alpha_7 = 0,01; \alpha_8 = 0,01; \alpha_9 = 0,01;$$

$$\beta_1 = 0,04; \beta_2 = 0,09; \beta_3 = 0,04; \beta_4 = 0,04; \beta_5 = 0,99; \\ \beta_6 = 0,04; \beta_7 = 0,04; \beta_8 = 0,13; \beta_9 = 0,04;$$

$$\gamma_1 = 0,01; \gamma_2 = 0,01; \gamma_3 = 0,01; \gamma_4 = 0,04; \gamma_5 = 1; \\ \gamma_6 = 0,11; \gamma_7 = 0,02; \gamma_8 = 0,02; \gamma_9 = 0,02.$$

Затем определяются частные уровни отсечения (табл. 2):

$$\alpha'_1 = 0,01; \alpha'_2 = 0,03; \alpha'_3 = 0,13; \alpha'_4 = 0,13; \alpha'_5 = 0,01;$$

$$\beta'_1 = 0,04; \beta'_2 = 0,13; \beta'_3 = 0,99; \beta'_4 = 0,09; \beta'_5 = 0,04;$$

$$\gamma'_1 = 0,02; \gamma'_2 = 0,11; \gamma'_3 = 1; \gamma'_4 = 0,04; \gamma'_5 = 0,01.$$

После этого рассчитываются обобщенные уровни отсечения.

$$z'_1 = 0,04; z'_2 = 0,13; z'_3 = 1; z'_4 = 0,13; z'_5 = 0,04.$$

Затем выполняется усечение значений ФП выходной переменной согласно обобщенным уровням отсечения и объединения усеченных термов функции принадлежности выходной переменной по формуле (2) (рис. 5).

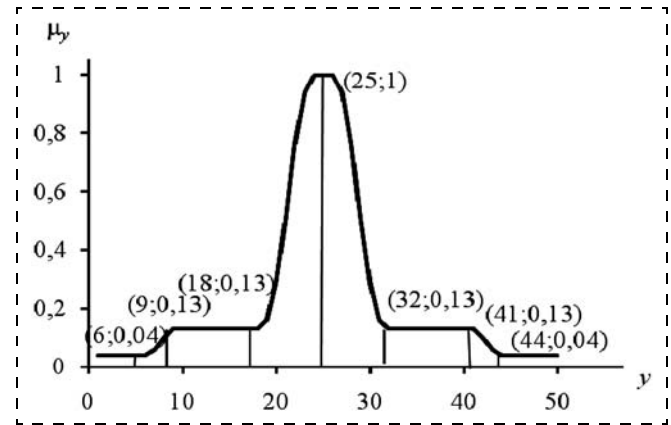


Рис. 5. Объединенные термы функции принадлежности выходной переменной

Дефазификация выходной переменной осуществляется согласно формуле (3):

$$Z_{\text{факт}} = \frac{6 \cdot 0,04 + 9 \cdot 0,13 + 18 \cdot 0,13 + 25 \cdot 1 +}{0,04 + 0,13 + 0,13 + 1 +} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{+ 32 \cdot 0,13 + 41 \cdot 0,13 + 44 \cdot 0,04}{+ 0,13 + 0,13 + 0,04} = 25.$$

При более точном вычислении с большим числом промежуточных точек было получено значение 25,09.

Предположим, основываясь на экспертной информации, что при данных значениях входных переменных значение выходной переменной должно быть 30. Проведем обучение системы, приняв данное значение как эталонное: $z_{\text{этал}} = 30$.

В процессе обучения происходит корректировка параметра c_k формулы (1) функции принадлежности выходной переменной. Скорректируем с учетом формулы (4) значение каждого терма:

$$z_1 = 5 + 0,70|25,09 - 30| = 8,437;$$

$$z_2 = 18,437; z_3 = 28,437; z_4 = 38,437; z_5 = 48,437.$$

После корректировки ФП выходной переменной будет иметь вид (рис. 6)

$$Z = \int_1^{20} \left[1 + \left(\frac{x-8,437}{4} \right)^4 z_1 \right]^{-1} + \\ + \int_1^{30} \left[1 + \left(\frac{x-18,437}{4} \right)^4 z_2 \right]^{-1} + \\ + \int_{10}^{40} \left[1 + \left(\frac{x-28,437}{4} \right)^4 z_3 \right]^{-1} + \\ + \int_{20}^{50} \left[1 + \left(\frac{x-38,437}{4} \right)^4 z_4 \right]^{-1} + \\ + \int_{30}^{50} \left[1 + \left(\frac{x-48,437}{4} \right)^4 z_5 \right]^{-1}.$$

На рис. 6 сплошной линией обозначены скорректированные термы ФП выходной переменной, штриховой линией обозначено состояние термов на исходном шаге итерации. Процесс обучения для рассматриваемого примера составил шесть итера-

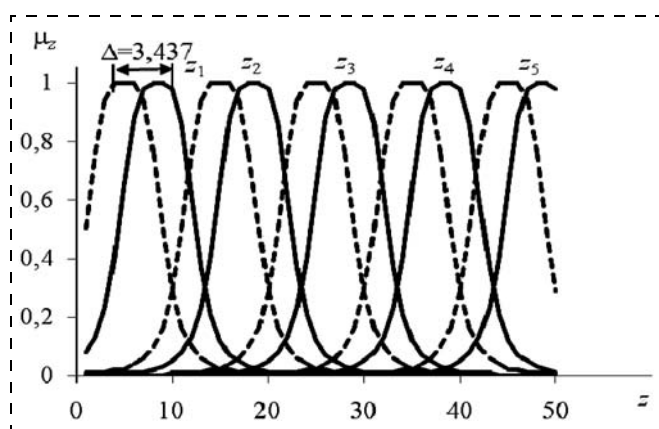


Рис. 6. Скорректированные термы ФП выходной переменной

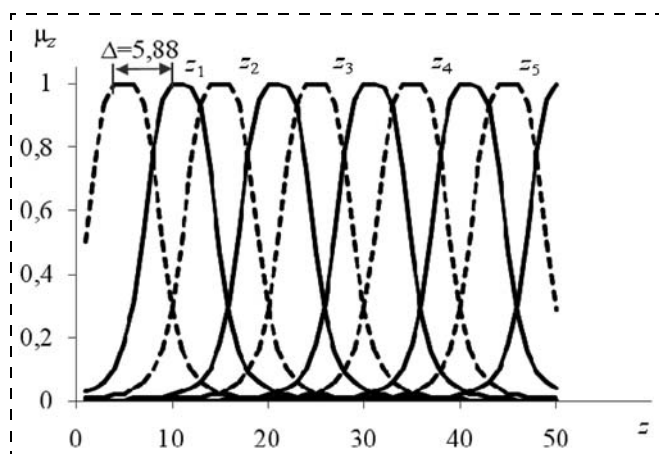


Рис. 7. ФП выходной переменной после обучения

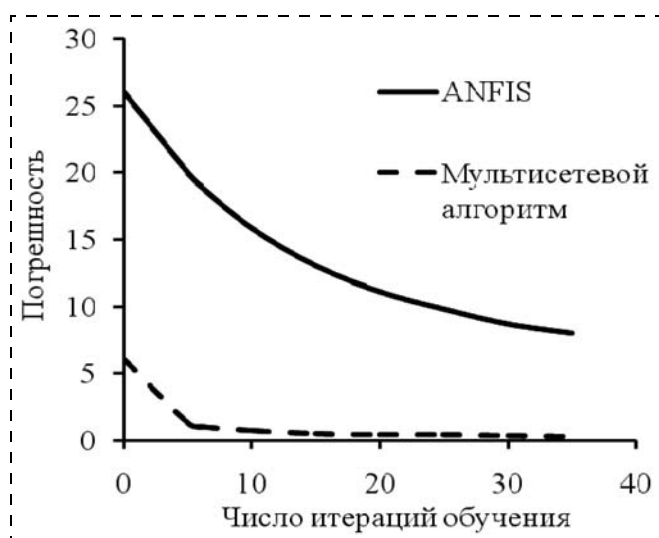


Рис. 8. График сравнения характеристик традиционного алгоритма ANFIS и разработанного мультисетевого алгоритма

ций, при этом фактическое значение выходной переменной стало равно эталонному. Коррекция составила $\Delta_6 = 10,88 - 5 = 5,88$ (рис. 7).

Обсуждение результатов моделирования

Предложенный адаптивный мультисетевой алгоритм нечетко-логического вывода позволяет увеличить точность обучения нейронечеткой сети с 8 до 1 % по сравнению с традиционным алгоритмом ANFIS за счет рационализации процесса вычисления нечетких отношений и применения процедуры адаптации (рис. 8).

Анализ рис. 8 показывает, что предложенный мультисетевой алгоритм позволяет по сравнению с традиционным ANFIS за меньшее число итераций получить меньшую погрешность обучения нейронечеткой сети. Положительные характеристики разработанного адаптивного алгоритма получены за счет редукции числа заключений в структуре нечетко-логического вывода. Данное свойство позволяет повысить скорость обучения нейронечеткой сети и тем самым увеличить оперативность принятия управляющих решений в случае воздействия внешних факторов, действующих в режиме реального времени на процесс механической обработки изделий на оборудовании с ЧПУ.

Список литературы

1. **Пегат А.** Нечеткое моделирование и управление: Пер. с англ. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. 798 с.
2. **Вороненко В. П., Рязанов Д. Ю., Горский С. С.** Повышение эффективности изготовления деталей типа тел вращения при нейросетевом управлении // *Технология машиностроения*. 2010. № 3. С. 49–52.
3. **Takagi T., Sugeno M.** Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control // *IEEE Trans, on SMC*. 1985. V. 15. N 1. P. 116–132.
4. **Косинский М. Ю., Шихин В. А.** Разработка нейронечеткой модели для задач анализа эксплуатационной надежности автоматизированных систем // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2012. № 6. С. 16–21.
5. **Булгаков А. Г., Рахим Ф. А.** Адаптивное нейронечеткое оперативное управление манипуляционным роботом в неизвестной среде // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2007. № 12. С. 2–8.
6. **Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л.** Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. М.: Горячая линия-Телеком, 2006. 452 с.
7. **Бобырь М. В.** Модифицированный алгоритм нечетко-логического вывода в задачах управления оборудованием с ЧПУ // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2011. № 4. С. 26–32.
8. **Титов В. С., Бобырь М. В., Анциферов А. В.** Алгоритм высокоскоростной обработки деталей на основе нечеткой логики // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2012. № 6. С. 21–26.
9. **Бобырь М. В.** Методы построения функций принадлежности для нечетких баз знаний // *Промышленные АСУ и контроллеры*. 2011. № 2. С. 27–33.
10. **Бобырь М. В., Титов В. С., Червяков Л. М.** Адаптация сложных систем управления с учетом прогнозирования возможных состояний // *Автоматизация и современные технологии*. 2012. № 5. С. 3–10.

УДК 521.1, 681.51.011

Е. В. Письменная,

канд. техн. наук, доц., ст. науч. сотр.,

EPismen@yandex.ru,

И. Е. Митрофанов, мл. науч. сотр.,

П. А. Комаров, мл. науч. сотр.,

Г. Е. Аведиков, мл. науч. сотр.,

НИИ механики МГУ

Система управления движением мобильного робота по произвольным траекториям¹

Проводится аналитический синтез алгоритмов управления движением автономного трехколесного мобильного робота по заданной траектории, интерполированной сплайнами. Дано описание цифровой системы управления роботом и его сенсорной системы. Представлены результаты экспериментальных исследований процесса движения робота.

Ключевые слова: мобильные роботы, нелинейное управление, движение по траектории, управление движением, устойчивость движения

Введение

Колесные роботы — типичные неголономные механические системы — применяются достаточно широко для различных целей и интенсивно исследуются. Один из распространенных типов таких роботов имеет одно ведущее колесо, которое является и поворотным. Продольное движение и поворот вилки колеса выполняются отдельными двигателями.

В статье рассматривается задача выхода мобильного объекта на заданную траекторию, которая задается таблично и интерполируется кубическим сплайном или сплайном Безье.

Проводится аналитический синтез управления движением трехколесного мобильного робота, кинематика и динамика которого описаны нелинейными дифференциальными уравнениями неголономной механики. Синтез выполнен с учетом требований к устойчивости и качеству процесса движения робота по траектории. Исследовано влияние возможных внешних воздействий, приводящих к линейным и угловым отклонениям аппарата от заданной траектории. Показано, что предлагаемые алгоритмы обеспечивают устойчивый характер возвращения робота на траекторию и желаемое качество движения.

¹ Работа выполнена при поддержке государственного контракта 07.524.11.4012.

Траектория движения мобильного объекта

В ряде случаев необходимо задать траекторию движения мобильного объекта, имея в распоряжении только опорные точки. Поэтому требуется аппроксимировать искомый путь гладкой кривой, удовлетворяющей дифференциальным ограничениям, наложенным на исследуемую неголономную систему. Такая задача возникает, например, в случае, когда информация передается мобильному объекту с некоторых сенсоров и запоминается в виде массива опорных точек (измерений), а потом объект должен построить и проделать этот путь в автоматическом режиме. Следовательно, необходимо построить некоторую интерполяционную функцию, проходящую через заданные точки. Выберем интерполяцию сплайнами третьего порядка как быстрый, эффективный и устойчивый способ интерполяции функций.

В основе сплайн-интерполяции лежит следующий принцип: интервал интерполяции разбивается на небольшие отрезки, на каждом из которых функция задается полиномом третьей степени. Коэффициенты полинома подбираются таким образом, чтобы выполнялись определенные условия (какие именно, зависит от способа интерполяции). Общие для всех типов сплайнов третьего порядка требования — непрерывность функции и, разумеется, прохождение через предписанные ей точки. Дополнительными требованиями могут быть линейность функции между узлами, непрерывность высших производных и т. д.

Целесообразно в качестве интерполяционной функции строить кубический полином с непрерывной первой и второй производными, который обеспечит плавное движение робота по траектории.

Построение интерполяционного кубического сплайна

Рассмотрим один из наиболее распространенных вариантов интерполяции — кубический сплайн, который между соседними узлами проходит по линии, удовлетворяющей уравнению [1, 2]

$$\xi^{(IV)}(x) = 0. \quad (1)$$

Функцию $\xi(x)$ и будем использовать для аппроксимации зависимости $f(x)$, заданной значениями $f_0, f_1, \dots, f_n$ в узлах $x_0, x_1, \dots, x_n$ при условии монотонно возрастающей последовательности x_i (т. е. $x_0 < x_1 < \dots < x_n$).

Если в качестве функции $\xi(x)$ выбрать полином, то в соответствии с уравнением (1) степень полинома должна быть не выше третьей. Этот полином

называют кубическим сплайном, который на интервале $x \in [x_{i-1}, x_i]$ записывают в виде

$$\xi_i(x) = a_i + b_i(x - x_{i-1}) + c_i(x - x_{i-1})^2 + d_i(x - x_{i-1})^3, \quad (2)$$

где a_i, b_i, c_i, d_i — коэффициенты сплайна, определяемые из дополнительных условий, $i = 1, 2, \dots, n$ — номер сплайна. В качестве дополнительных условий для определения коэффициентов выбираем непрерывность первой и второй производных, которые будут обеспечивать наиболее благоприятные режимы работы приводной системы мобильного объекта.

Следует отметить, что на практике при движении траектория мобильного объекта может содержать петли и зигзаги. В этом случае условие монотонности изменения аргумента нарушается, а следовательно, и условие использования кубического сплайна вида (2) не удовлетворяется.

Поэтому для описания такого вида траекторий рассмотрим применение сплайнов Безье. Сплайн Безье — плавная кривая, которая проходит через две или более опорные точки, а также имеет расположенные вне ее управляющие точки, влияющие на форму сплайна [2].

Математическое параметрическое представление кривой Безье имеет вид [2]

$$B(t) = \sum_{i=0}^n P_i J_{n,i}(t), \quad 0 \leq t \leq 1. \quad (3)$$

Здесь базис Безье или Бернштейна, или функция аппроксимации, задается в виде

$$J_{n,i}(t) = C_n^i t^i (1-t)^{n-1}, \quad (4)$$

$$C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}, \quad (5)$$

где $J_{n,i}(t)$ — это i -я функция базиса Бернштейна порядка n ; P_i — опорные точки, $i = \overline{0, n}$. В случае $n = 3$ кривая Безье будет иметь вид

$$B(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t) P_2 + t^3 P_3, \quad (6)$$

где P_0, P_3 — векторы координат граничных точек интервала, через которые проходит кривая Безье, точки P_1, P_2 являются настроечными (опорными) и позволяют задавать форму кривой.

При задании траектории движения объекта в виде множества точек они разбиваются на интервалы, на которых строятся кривые Безье. Например, возьмем три точки на траектории, задающие два интервала i и $i+1$. В этом случае плавная кривая должна пройти через точки $P_{i0}, P_{i3} = P_{(i+1)0}, P_{(i+1)3}$ (рис. 1), т. е. кривая будет состоять из двух кривых Безье. Для обеспечения плавности движения, аналогично кубическому сплайну, определим условия, при которых будет возможно сопряжение кривых Безье с соблюдением непрерывности по двум первым производным (рис. 2). Если задать расположение

опорных точек на i -м интервале, то векторы координат управляющих (опорных) точек для $(i+1)$ -го интервала могут быть определены через координаты точек предыдущего интервала как

$$P_{(i+1)1} = 2P_{i3} - P_{i2}; \quad (7)$$

$$P_{(i+1)2} = P_{i1} - 4P_{i2} + 4P_{i3}. \quad (8)$$

В этом случае движение по сплайну Безье будет осуществляться с непрерывным ускорением, что важно при построении систем управления мобильным устройством. Кроме того, еще одной дополнительной возможностью при использовании сплайна Безье, которая может оказаться полезной при планировании траектории робота, является возможность прокладывать маршрут, объезжая препятствия, которые указываются дополнительными управляющими точками. Однако в этом случае порядок сплайна следует увеличить.

Далее рассмотрим построение законов управления движением по траектории, задаваемой кубическим сплайном (2), который является функцией декартовых координат, и по траектории, описываемой кубическим сплайном Безье (6), который имеет параметрическое задание.

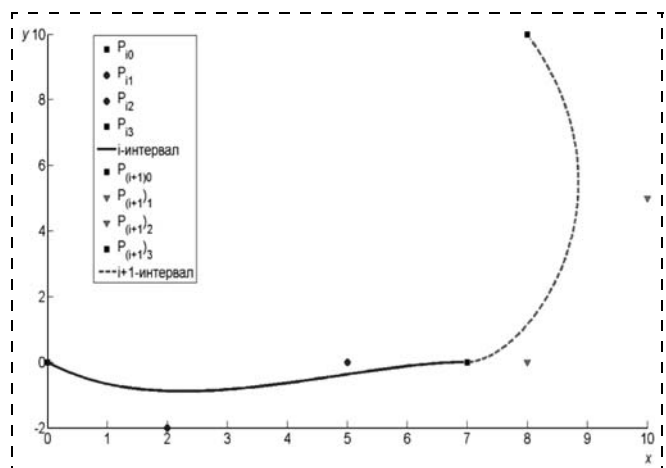


Рис. 1. Сплайн Безье. Сопряжение по первой производной

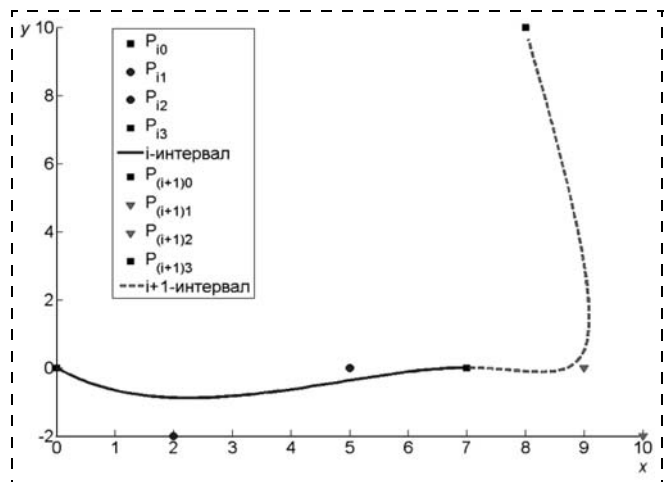


Рис. 2. Сплайн Безье. Сопряжение по первой и второй производным

Синтез законов управления сопровождающим трехгранником при движении по траектории, заданной в декартовой системе координат

Пусть на некотором отрезке оси абсцисс $x_1 \leq x \leq x_2$ траектория может быть представлена в виде

$$y^* = f(x). \quad (9)$$

Назовем сопровождающим трехгранником трехгранник, образованный касательной, нормалью и бинормалью к траектории в точке (x, y) .

Кинематические уравнения движения этой точки имеют вид

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \varphi; \quad (10)$$

$$\frac{dy}{dt} = V \sin \varphi; \quad (11)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega. \quad (12)$$

Здесь x, y — координаты точки A ; φ — курсовой угол подвижного объекта; V — продольная скорость корпуса мобильного объекта и соответствующего трехгранника; Ω — угловая скорость сопровождающего трехгранника.

Если на отрезке $x_1 \leq x \leq x_2$ перейти к независимой переменной x , то с использованием известного выражения для кривизны плоской кривой $k = \frac{\Omega}{V}$ получаем

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \pm \frac{\Omega}{V} \left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right)^{3/2}. \quad (13)$$

Введем отклонение точки A робота от целевой траектории $y^* = f(x)$ по координате y как разность между текущим положением по ординате точки A робота и ее положением на желаемой траектории в соответствующей точке x , т. е. $e(x) = y(x) - f(x)$. Далее потребуем, чтобы отклонение $e(x)$ асимптотически стремилось к нулю, удовлетворяя уравнению

$$e(x) = \sum_{i=1}^2 C_i e^{\lambda_i x}, \quad \lambda_1, \lambda_2 < 0, \quad (14)$$

или, иначе, удовлетворяло бы дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2(y(x) - f(x))}{dx^2} - (\lambda_1 + \lambda_2) \frac{d(y(x) - f(x))}{dx} + \lambda_1 \lambda_2 (y(x) - f(x)) = 0, \quad (15)$$

где $f(x)$ — желаемая траектория движения робота; λ_1, λ_2 — постоянные отрицательные коэффициенты; $y(x)$ — текущее положение точки A .

Выражение (15) позволяет системе, начиная с некоторого момента, экспоненциально приближаться к желаемой траектории, а соответствующий выбор

показателей экспонент обеспечивает необходимое время регулирования и вид переходного процесса.

Подставляя (13) в (15) и учитывая выражения (10), (11), найдем желаемое значение угловой скорости движения трехгранника:

$$\Omega^* = \frac{\pm V}{(1 + (\operatorname{tg} \varphi)^2)^{3/2}} \left(\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + (\lambda_1 + \lambda_2) \times \right. \\ \left. \times \left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{df(x)}{dx} \right) - \lambda_1 \lambda_2 (y(x) - f(x)) \right). \quad (16)$$

Для вычисления угловой скорости по выражению (16) необходимо измерять линейную скорость V , значение координаты $y(x)$, курсовой угол φ , а также вычислить значения $f(x)$ и ее первой и второй производных.

Величины λ_1, λ_2 выбираются отрицательными и определяют время переходного процесса возврата трехгранника на траекторию.

В качестве примера рассмотрим синтез законов управления трехколесным роботом, траектория которого описывается кубическим сплайном (2) и сплайном Безье (6).

Уравнения движения робота с ведущим поворотным колесом

Конструкция робота представляет собой платформу, на которой расположены два неподвижных относительно платформы задних колеса и поворотное переднее рулевое колесо, которое является ведущим (рис. 3, см. вторую сторону обложки). Колесо установлено на вилке, которая, в свою очередь, закреплена на платформе (рис. 4, см. вторую сторону обложки).

Для синтеза законов управления роботом необходимо иметь кинематические и динамические уравнения движения робота.

Кинематические соотношения робота имеют вид

$$\dot{x} = V \cos(\psi + \beta), \quad \dot{y} = V \sin(\psi + \beta), \quad \dot{\psi} = \frac{V}{b} \sin \beta, \quad \dot{\beta} = \Omega, \\ \dot{\gamma}_3 = V \frac{b \cos \beta + l \sin \beta}{b r_0}, \quad \dot{\gamma}_4 = V \frac{b \cos \beta - l \sin \beta}{b r_0}, \quad \dot{\gamma}_5 = \frac{V}{r}. \quad (17)$$

Здесь $\dot{x}, \dot{y}$ — скорости точки B ; $\dot{\gamma}_3, \dot{\gamma}_4, \dot{\gamma}_5$ — угловые скорости двух задних пассивных и переднего ведущего колес; ψ — курсовой угол робота; β — угол поворота вилки колеса. Геометрические параметры указаны на рис. 4 (см. вторую сторону обложки). Для получения динамических уравнений в качестве псевдоскорости выберем V — продольную скорость точки B — центра ведущего колеса робота. Уравнение Аппеля имеет вид

$$\frac{\partial S}{\partial \dot{V}} = M_V; \quad \frac{\partial S}{\partial \dot{\beta}} = M_\beta,$$

где S — энергия ускорения; M_V — момент двигателя ведущего колеса; M_β — момент управления вилкой.

Конкретный вид уравнений Аппеля следующий:

$$(m + m_0 \sin^2 \beta) \dot{V} + \frac{J_2}{b} \sin \beta \dot{\Omega} + m_0 \sin \beta \cos \beta V \Omega = \frac{M_V}{r};$$

$$\frac{J_2}{b} \sin \beta \dot{V} + J_2 \dot{\Omega} + \frac{J_2}{b} \cos \beta V \Omega = M_\beta, \quad (18)$$

где m, m_0, J_2 — постоянные инерционные параметры, подлежащие идентификации в эксперименте; M_V, M_β — моменты, развиваемые двигателями;

$$J_2 = J_B^{\text{верт}} + J_{\text{вилка}};$$

$$m = M + m_B + m_{\text{вилка}} + \frac{J_B^{\text{гор}}}{r^2} + 2 \frac{J_0}{r_0^2};$$

$$m_0 = M \frac{a}{b} \left(\frac{a}{b} - 2 \right) + \frac{J}{b^2} +$$

$$+ \frac{J_B^{\text{верт}} + J_{\text{вилка}}}{b^2} + 2 \frac{J_0}{r_0^2} \left(\frac{l^2}{b^2} - 1 \right),$$

где $J_B^{\text{верт}}, J_B^{\text{гор}}$ — моменты инерции ведущего колеса относительно вертикальной и горизонтальной осей; J, J_0 — моменты инерции платформы и задних колес относительно оси вращения соответственно; M — масса платформы и двух задних колес; $m_{\text{вилка}}$ — масса вилки переднего колеса; m_B — масса переднего (ведущего) колеса; r, r_0 — радиусы переднего и задних колес.

Задачи построения динамических уравнений для аналогичных устройств рассмотрены, например, в работах [4, 5].

Уравнения движения привода примем в виде

$$M_{\text{дв}} + \tau_e \frac{dM_{\text{дв}}}{dt} = \frac{k_m}{R} (k_y U - \dot{q}_{\text{дв}} k_\omega), \quad (19)$$

где U — напряжение в цепи якоря; k_ω, k_m — коэффициенты противоЭДС и вращательного момента; $M_{\text{дв}}, q_{\text{дв}}$ — момент и угол поворота двигателя соответственно; k_y — коэффициент усилителя мощности; $\tau_e = \frac{L}{R}$ — электрическая постоянная времени; L, R — индуктивность и активное сопротивление якорной цепи; J_a, n — момент инерции и коэффициент редукции двигателя.

Для двигателя постоянного тока с независимым возбуждением справедливо условие

$$\tau_e \ll \tau_m,$$

где $\tau_m = \frac{J_a + \frac{J_r}{n^2} + \frac{J_N}{n^2}}{K_m K_\omega}$ — механическая постоянная времени.

Синтез управления движением робота по интерполяционному кубическому сплайну

Поставим задачу построения такого закона управления напряжениями, подаваемыми на двигатели ро-

бота, который обеспечивал бы устойчивое движение по предписанной траектории заданной точки B робота, при этом скорость этой точки оставалась бы постоянной. Ограничения на управление не учитываются.

Пусть функция задана таблично парами $\{x_i, f_i\}$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$, и аппроксимирована кубическим сплайном вида

$$\xi_i(x) = a_i + b_i(x - x_{i-1}) + c_i(x - x_{i-1})^2 + d_i(x - x_{i-1})^3, \quad (20)$$

который задан на отрезке $x \in [x_{i-1}, x_i]$, $i = 1, \dots, n$.

Кривизна траектории записывается в соответствии с (13), где выражение для первой производной $\frac{dy}{dx}$ может быть найдено из уравнений кинематики (10), (11), т. е.

$$\frac{dy}{dx} = \text{tg}(\psi + \beta). \quad (21)$$

Свяжем естественный трехгранник, образованный касательной и нормалью к траектории, с точкой $B(x_B, y_B)$. Угловой скорости трехгранника Ω , как следует из рис. 3 (см. вторую сторону обложки), соответствует угловая скорость вращения вилки колеса β . Ранее было показано, что выражение значения угловой скорости Ω^* , которое соответствует движению сопровождающего трехгранника по траектории (20), может быть представлено в виде (16).

Запишем выражение (16) для функции, заданной в явной форме:

$$\Omega^* = \frac{\pm V}{(1 + (\text{tg}(\psi + \beta))^2)^{3/2}} \cdot \left(\frac{d^2 \xi_i(x)}{dx^2} + (\lambda_1 + \lambda_2) \times \right.$$

$$\left. \times \frac{d(y - \xi_i(x))}{dx} - \lambda_1 \lambda_2 (y - \xi_i(x)) \right). \quad (22)$$

С учетом (21) получим

$$\Omega^* = \pm V \cos^3(\psi + \beta) (\xi_i''(x) + (\lambda_1 + \lambda_2) (\text{tg}(\psi + \beta) - \xi_i'(x)) - \lambda_1 \lambda_2 (y - \xi_i(x))). \quad (23)$$

Выражение (23) задает желаемую угловую скорость при движении робота по траектории (20).

Перейдем к синтезу законов управления роботом, уравнения движения которого описываются уравнениями (18). Потребуем, чтобы выполнялись условия, обеспечивающие поддержание заданных значений продольной V^* и угловой Ω^* скоростей, которые запишем следующим образом:

$$\frac{dV}{dt} = \alpha_V (V - V^*); \quad (24)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \gamma_\Omega (\Omega - \Omega^*), \quad (25)$$

где α_V и γ_Ω отрицательны.

Получим управляющие воздействия на приводную систему робота, для чего подставим выражения (24), (25) в уравнения (18):

$$M_V = r(m + m_0 \sin^2 \beta)(\alpha_V(V - V^*)) + \frac{rJ_2}{b} \sin \beta(\gamma_\Omega(\Omega - \Omega^*)) + m_0 r \sin \beta \cos \beta V \Omega; \quad (26)$$

$$M_\beta = \frac{J_2}{b} \sin \beta(\alpha_V(V - V^*)) + J_{2\gamma_\Omega}(\Omega - \Omega^*) + \frac{J_2}{b} \cos \beta V \Omega. \quad (27)$$

Получим теперь выражения для расчета управляющих напряжений на двигатели робота. Для этого подставим найденные выражения для желаемых моментов (26) и (27) в уравнение движения двигателя (19) с учетом редукции и при условии пренебрежения электрической постоянной времени ввиду ее малости. Обозначим $c_1 = \frac{k_y k_m}{R}$, $c_2 = \frac{k_\omega k_m}{R}$, тогда искомые уравнения имеют вид

$$U_V = \frac{c_2 V^n V}{c_1 V} \frac{V}{r} + \frac{1}{n_V c_1 V} \cdot \left\{ r(m + m_0 \sin^2 \beta)(\alpha_V(V - V^*)) + \frac{J_2}{b} \sin \beta(\gamma_\Omega(\Omega - \Omega^*)) + m_0 \sin \beta \cos \beta V \Omega \right\}; \quad (28)$$

$$U_\Omega = \frac{c_2 \Omega^n \Omega}{c_1 \Omega} \dot{\beta} + \frac{1}{n_\Omega c_1 \Omega} \left\{ \frac{J_2}{b} \sin \beta(\alpha_V(V - V^*)) + J_{2\gamma_\Omega}(\Omega - \Omega^*) + \frac{J_2}{b} \cos \beta V \Omega \right\}, \quad (29)$$

где $c_{i\Omega}$, c_{iV} — конструктивные параметры двигателей, индексы Ω и V обозначают принадлежность данных параметров поворотному или маршевому двигателю. Выражение (28) задает напряжение для управлений маршевым двигателем, а формула (29) — поворотным двигателем.

Построение законов управления движением робота при движении по кубическому сплайну

Рассмотрим построение законов управления, когда движение робота задается сплайном Безье, который является параметрической функцией.

Пусть траектория задается в параметрическом виде

$$\begin{aligned} x &= \xi(t); \\ y &= \eta(t), \end{aligned} \quad (30)$$

или, с учетом (6), в виде

$$x(t) = (1 - t)^3 P_{0x} + 3t(1 - t)^2 P_{1x} + 3t^2(1 - t) P_{2x} + t^3 P_{3x}; \quad (31)$$

$$y(t) = (1 - t)^3 P_{0y} + 3t(1 - t)^2 P_{1y} + 3t^2(1 - t) P_{2y} + t^3 P_{3y}, \quad (32)$$

где P_{ix} и P_{iy} — координаты точек в декартовой системе координат.

Тогда первая и вторая производные имеют вид

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}; \quad (33)$$

$$y''_x = \frac{(y'_t)'_t}{x'_t} = \frac{y'_t x'_t - y_t x''_t}{(x'_t)^3}; \quad (34)$$

$$(y(t) - y^*(t))''_t - (\lambda_{1y} + \lambda_{2y})(y(t) - y^*(t))'_t + \lambda_{1y} \lambda_{2y} (y(t) - y^*(t)) = 0; \quad (35)$$

$$(x(t) - x^*(t))''_t - (\lambda_{1x} + \lambda_{2x})(x(t) - x^*(t))'_t + \lambda_{1x} \lambda_{2x} (x(t) - x^*(t)) = 0. \quad (36)$$

Из уравнений (35) и (36) найдем значения вторых производных y''_t , x''_t и y''_x :

$$(x(t))''_t = (\lambda_{1x} + \lambda_{2x})(x(t) - x^*(t))'_t - \lambda_{1x} \lambda_{2x} (x(t) - x^*(t)) + (x^*(t))''_t; \quad (37)$$

$$(y(t))''_t = (\lambda_{1y} + \lambda_{2y})(y(t) - y^*(t))'_t - \lambda_{1y} \lambda_{2y} (y(t) - y^*(t)) + (y^*(t))''_t; \quad (38)$$

$$y''_x = \frac{y'_t x'_t - y_t x''_t}{(x'_t)^3}. \quad (39)$$

Далее задача сводится к описанному выше случаю, когда требуется найти выражение желаемого Ω^* , которое будет обеспечивать устойчивое движение трехгранника по траектории (30). Запишем выражение Ω^* с учетом соотношения (18):

$$\Omega^* = \frac{\pm V \left(\frac{y'_t x'_t - y_t x''_t}{(x'_t)^3} \right)}{\left(1 + \left(\frac{y'_t}{x'_t} \right)^2 \right)^{3/2}}. \quad (40)$$

Переменные, входящие в формулу (40), вычисляются по формулам (33)—(39).

Поскольку полученные ускорения (37) и (38) обеспечивают устойчивое движение по заданной траектории, то угловая скорость (40) является программной, и система управления робота должна с заданным качеством отслеживать ее. Для этого потребуем, чтобы слежение происходило в соответствии с выражением

$$\frac{d\Omega}{dt} = \gamma_\Omega(\Omega - \Omega^*). \quad (41)$$

Найдем теперь выражение для продольного ускорения $\dot{V}(t)$ из кинематических уравнений (17):

$$\dot{V} = x''_t \cos(\psi + \beta) + y''_t \sin(\psi + \beta); \quad (42)$$

$$(\psi + \beta)'_t = \frac{1}{V} (y''_t \cos(\psi + \beta) - x''_t \sin(\psi + \beta)). \quad (43)$$

Найдем желаемые моменты, способные двигать робот по выбранной траектории:

$$\begin{aligned} \frac{M_V}{r} &= (m + m_0 \sin^2 \beta)(x_t'' \cos(\psi + \beta) + y_t'' \sin(\psi + \beta)) + \\ &+ \frac{J_2}{b} \sin \beta (\gamma_\Omega (\Omega - \Omega^*)) + m_0 \sin \beta \cos \beta V \Omega; \\ M_\beta &= \frac{J_2}{b} \sin \beta (x_t'' \cos(\psi + \beta) + y_t'' \sin(\psi + \beta)) + \\ &+ J_2 (\gamma_\Omega (\Omega - \Omega^*)) + \frac{J_2}{b} \cos \beta V \Omega. \end{aligned} \quad (44)$$

И наконец, подставляя (44) в уравнения движения привода (19) при условии $\tau_e \ll \tau_m$, получаем искомые управляющие моменты на приводную систему робота.

Экспериментальное исследование движения робота по траектории, заданной кубическим сплайном

Рассмотренные алгоритмы управления движением робота по кубическому сплайну со свободными концами (20) были реализованы на описанном выше роботе. На этом роботе два задних колеса снабжены сенсорами углов поворота. На рулевом и маршевом двигателях постоянного тока установлены сенсоры углов и угловых скоростей. Схема системы управления роботом представлена на рис. 5. Она состоит из бортового компьютера и двух вспомогательных контроллеров. Бортовой компьютер служит для организации беспроводной связи с удаленным компьютером, через который бортовой системе управления роботом передается текущее задание и выполняется мониторинг ее состояния. Кроме того, бортовой компьютер осуществляет сбор информации о состоянии робота через вспомогательные контроллеры и рассчитывает программные воздействия Ω^* , V^* . Контроллер координат проводит сбор информации с сенсоров углов поворота задних колес, рассчитывает текущие ко-



Рис. 5. Схема системы управления роботом

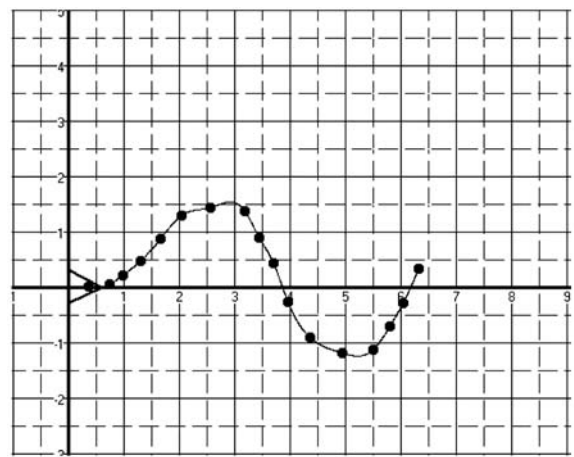


Рис. 7. Желаемая траектория — кубический сплайн

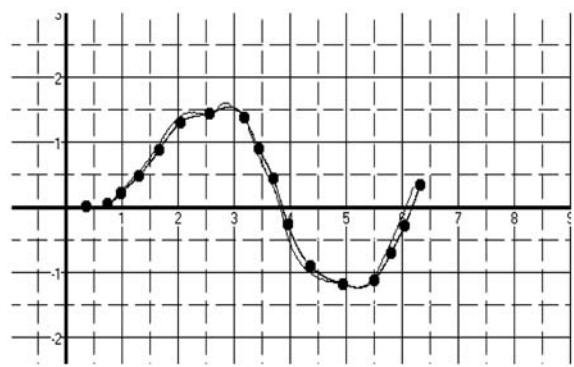


Рис. 8. Реальное движение робота по кубическому сплайну. $V^* = 0,6$ м/с

ординаты робота и отправляет их на бортовой компьютер. Контроллер управления приводами принимает с бортового компьютера программные воздействия Ω^* , V^* и рассчитывает по формулам (26), (27) моменты, а затем напряжения (28), (29), которые подаются на двигатели робота через усилители в виде ШИМ-сигнала.

На удаленном компьютере создана программа, реализующая интерфейс оператора, показанный на рис. 6 (см. вторую сторону обложки). Экран отображает полигон, на котором происходит движение робота. На координатной сетке полигона задаются узловые точки траектории робота (точки на полигоне), по которым выполняется расчет траектории сплайна. Робот в начальный момент времени находится около прямой (рис. 7), а затем под воздействием управления движется по заданной траектории (рис. 8). Анализ качества движения робота по заданной траектории был проведен посредством записи данных с сенсоров в бортовой компьютер и построения соответствующих графиков траектории, продольной (рис. 9) и угловой скоростей (рис. 10). Кроме того, реальная траектория движения робота контролировалась по точкам, соответствующим экранным, которые были нанесены на полигоне. Из графиков и визуального наблюдения

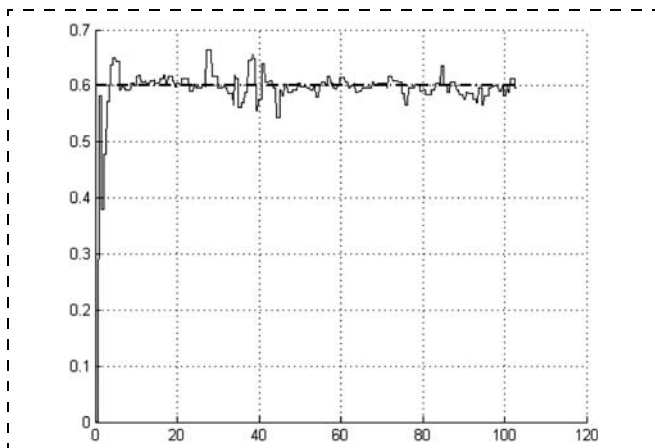


Рис. 9. Графики изменения продольной скорости $V(t)$ робота, желаемая скорость $V^* = 0,6$ м/с

следует, что траектория движения достаточно точно соответствует желаемой (см. рис. 8), продольная скорость (см. рис. 9) соответствует программному значению $V^* = 0,6$ м/с. Относительно угловой скорости можно наблюдать хорошее соответствие программным значениям с небольшим запаздыванием $\Omega(t)$ от $\Omega^*(t)$, показанной штрих-пунктиром. Это запаздывание обусловлено наличием запаздывания передачи данных между бортовым компьютером и контроллером управления приводами, которое составляет приблизительно 20 мс в одном направлении.

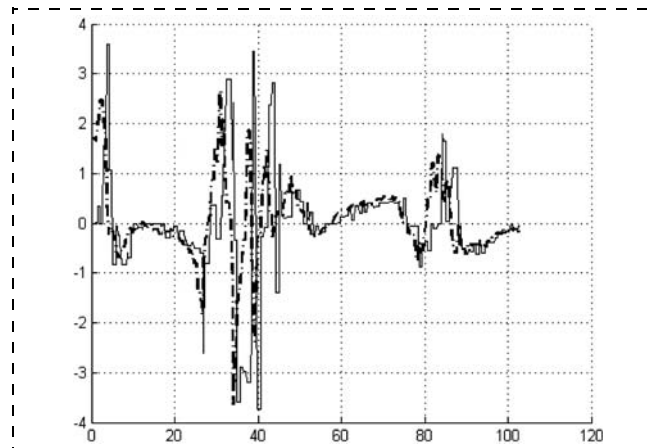


Рис. 10. Графики изменения желаемой Ω^* (штрих-пунктир) и действительной $\Omega(t)$ угловых скоростей робота (сплошная линия)

Список литературы

1. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
2. Ролджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. М.: Мир, 2001.
3. Пестерев А. В., Гилимьянов Р. Ф. Планирование пути для колесного робота // Труды Института системного анализа РАН. Т. 25. М.: КомКнига, 2006. С. 204—211.
4. Лурье А. И. Аналитическая механика // М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1961. С. 824.
5. Зацепин М. Ф., Мартыненко Ю. Г., Тиньков Д. В. Уравнения Лагранжа, Воронца, Чаплыгина в задачах динамики мобильных роботов. М.: Изд. МЭИ, 2005. С. 32.

УДК 62-503.57

В. Ф. Филаретов, д-р техн. наук, проф., зав. лаб.,
filaret@pma.ru,

А. С. Губанков, ст. преподаватель,
gubankov@iacp.dvo.ru,

Институт автоматики
и процессов управления ДВО РАН,
Дальневосточный федеральный университет

Синтез системы формирования программных сигналов для электроприводов многозвенных манипуляторов*

Предложен метод синтеза системы формирования входных сигналов для электроприводов многозвенных манипуляторов. Этот метод в зависимости от расположения обрабатываемых объектов в рабочей зоне многозвенника позволяет формировать такие программные сигналы управления, которые обеспечивают движение рабочих инструментов с максимальной скоростью без снижения заданной динамической точности. При этом обеспечивается подход рабочих органов к объектам работ без перегрузивания.

Ключевые слова: многозвенный манипулятор, адаптивная система, программный сигнал, заданная точность, максимальная скорость

Введение

Робототехническое оборудование, используемое в современном производстве, должно выполнять рабочие операции с максимально возможной скоростью, а при переходе от одной детали или изделия к другому должно обеспечиваться плавное перемещение рабочего органа с его точной остановкой вблизи объектов работ без перегрузивания.

В настоящее время при формировании траекторий движения рабочего инструмента точки рабочей зоны, в которых расположены детали, интерполируются сплайнами не ниже третьего порядка, а при необходимости обеспечения плавного движения порядок сплайнов может повышаться до пятого [1]. При произвольных и постоянных изменениях координат деталей в рабочей зоне манипуляторов вычислительная нагрузка на управляющие ЭВМ существенно возрастает. При этом для сохранения требуемой точности движения рабочих органов на всех участках траекторий средняя скорость их движения часто специально занижается, настраиваясь

* Работа выполнена в ходе реализации комплексного проекта при финансовой поддержке Правительства Российской Федерации (Минобрнауки России, ГК № 02.G25.31.0025) и грантов РФФИ.

на самый неблагоприятный случай, с целью исключить брак на отдельных участках этих траекторий даже тогда, когда она может быть существенно повышена. В результате резко снижается производительность работы манипулятора.

В работе [2] предложен метод планирования траекторий движения рабочих органов манипуляторов с помощью В-сплайнов четвертого порядка. Для задания этих сплайнов используется алгоритм многопараметрической оптимизации, позволяющий решать поставленную задачу, однако предложенный алгоритм имеет очень большую вычислительную сложность, требующую использования мощных процессоров для реализации управления в реальном масштабе времени.

В работе [3] рассмотрен метод синтеза системы управления (СУ) режимом движения рабочего инструмента многозвенного манипулятора, которая автоматически формирует максимально возможную текущую скорость его перемещения вдоль траектории с заданной динамической точностью. Однако для эффективного использования этой СУ необходимо постоянно определять отклонение рабочего инструмента от задаваемой траектории, что в процессе движения манипулятора сложно реализуемо.

В работе [4] предложен метод подстройки параметров программных сигналов движения манипулятора на основе амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) его приводов, обеспечивающий максимально возможную скорость движения без снижения заданной динамической точности управления. Указанный метод можно применить и для синтеза системы формирования программных сигналов движения многозвенных манипуляторов, однако при этом необходимо учитывать кинематические и динамические особенности рассматриваемого сложного многосвязного динамического объекта управления и непрерывное изменение его конфигурации в процессе выполнения требуемых технологических операций.

Постановка задачи

Целью данной работы является создание метода синтеза легко реализуемых информационно-управляющих систем многостепенных манипуляторов, которые в зависимости от текущего расположения обрабатываемых объектов должны формировать такие программные сигналы для всех электроприводов этих манипуляторов, которые будут обеспечивать движение рабочих органов с максимально возможной скоростью и заданной динамической точностью. При этом подход к объектам работ должен совершаться плавно и без перерегулирования.

Описание объекта управления

Синтез предлагаемой системы формирования программных сигналов рассмотрим на примере двухстепенного манипулятора 1 (рис. 1), совершающе-

го технологические операции с объектами 2, расположенными на паллете 3, которая находится в рабочей зоне манипулятора. Каждый рабочий цикл в рабочую зону манипулятора подается новая паллета с расположением объектов, отличным от предыдущего. Технологические операции со всеми объектами выполняются только тогда, когда скорость движения рабочего органа манипулятора относительно них равна нулю. Телекамера 4 находится над паллетом и позволяет определять текущее расположение всех объектов на ней (координаты x_j и y_j в абсолютной системе координат Oxy , где j — число объектов на паллете).

Исполнительными элементами манипулятора (рис. 1) являются электроприводы постоянного тока независимого возбуждения или с постоянными магнитами. С учетом дифференциального уравнения электрической цепи якоря электродвигателя и уравнения моментов на его валу [5], а также взаимовлияний между всеми степенями подвижности многозвенника [6] i -й электропривод можно описать уравнением (здесь индекс i для удобства опущен):

$$L(J_{\Sigma} + H^*)\ddot{\alpha} + (L\dot{H}^* + Lh^* + RJ_{\Sigma} + RH^*)\dot{\alpha} + (Rh^* + L\dot{h}^* + K_{\omega}K_M)\dot{\alpha} + R(M_{\text{стр}} + M_{\text{вн}}^*) + L(\dot{M}_{\text{стр}} + \dot{M}_{\text{вн}}^*) = K_M K_y u, \quad (1)$$

где R, L — соответственно активное сопротивление и индуктивность якорной цепи электродвигателя; K_M, K_{ω} — соответственно коэффициенты крутящего момента и противоЭДС; K_y — коэффициент усиления усилителя мощности; u — входной сигнал; $H^* = H(q)/i_p$; $h^* = h(q, \dot{q})/i_p$; $M_{\text{вн}}^* = M_{\text{вн}}(q, \dot{q}, \ddot{q})/i_p$; $H(q)$ — компонента, характеризующая инерционные свойства соответствующей степени подвижности манипулятора; $h(q, \dot{q})$ — компонента кориолисовых сил; $M_{\text{вн}}(q, \dot{q}, \ddot{q})$ — моментное воздействие, учитывающее гравитационные силы и эффекты взаимовлияния между всеми степенями подвижности манипулятора в процессе его движения; i_p — передаточное отношение редуктора; $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i$ — соответствующие обобщенные координаты, скорости и ускорения звеньев манипулятора ($i = 1, 2$ — число степеней подвижности манипулятора); J_{Σ} — суммарный момент инерции, приведенный к валу электродвигателя; $\dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$ — соответственно скорость и ускорение вращения вала электродвигателя; $M_{\text{стр}}$ — нелинейная характеристика момента сухого трения, приведенного к валу электродвигателя.

Для обеспечения инвариантности показателей качества работы каждого электропривода к эффектам взаимовлияния между всеми степенями подвижности перемещающегося манипулятора (для стабилизации их параметров, а значит, и коэффициентов уравнения (1) на номинальном уровне) в СУ каждым электроприводом введены самона-

страиваемые корректирующие устройства, описанные в работах [7, 8].

Для обеспечения требуемых показателей качества работы в прямую цепь обоих электроприводов с уже застabilизированными с помощью самонастройки параметрами введены типовые последовательные корректирующие устройства с передаточными функциями вида [5]

$$W_{ki}(s) = \frac{T_{1i}s + 1}{T_{2i}s + 1}, \quad (2)$$

где T_{1i} и T_{2i} — постоянные времени, зависящие от конкретных параметров электроприводов, $T_{1i} > T_{2i}$. Их выбор будет пояснен ниже.

Формирование программных сигналов для электроприводов манипулятора

Алгоритм работы предлагаемой системы описан ниже.

После определения координат (x_j, y_j) j -го изделия в рабочей зоне двухзвенного манипулятора 1 с помощью телекамеры 4 (рис. 1) и решения обратной задачи кинематики по методике, описанной, например, в работе [9], несложно найти обобщенные

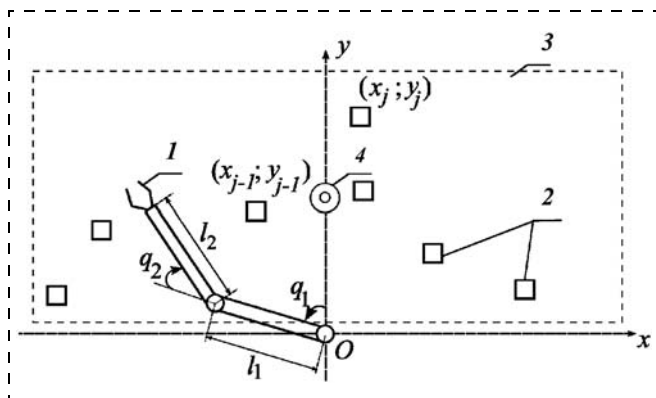


Рис. 1. Схема технологического процесса

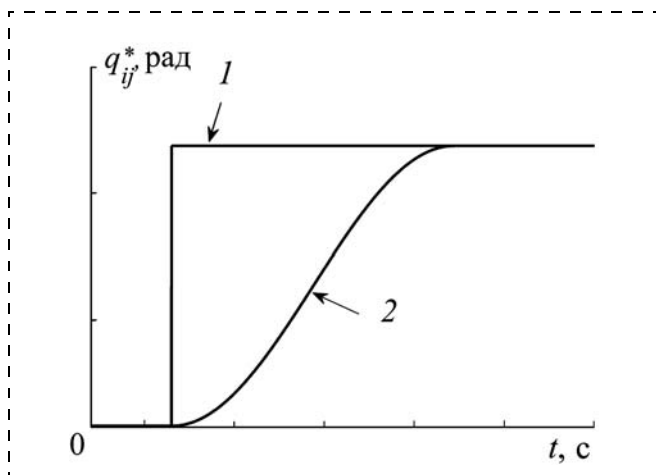


Рис. 2. Формы входных сигналов

координаты $\tilde{q}_{1j}^*(x_j, y_j)$ и $\tilde{q}_{2j}^*(x_j, y_j)$ этого манипулятора, соответствующие рассматриваемому изделию. Очевидно, что перенос рабочего инструмента от одного изделия к другому может осуществляться путем последовательной подачи на входы соответствующих электроприводов ступенчатых воздействий 1 (рис. 2), соответствующих обобщенным координатам, вычисленным с учетом положения в плоскости каждого из рассматриваемых изделий.

Однако, как показано в работе [4], при ступенчатых воздействиях приходится существенно увеличивать время выполнения каждого из этапов рабочего цикла, специально ограничивая резко возрастающий ток в обмотках электроприводов в начале движения и обеспечивая приемлемое значение перерегулирования на конечных участках перемещения рабочего органа, которое должно находиться в заданных пределах даже при использовании простейшей коррекции вида (2).

Но высокое качество переходных процессов и требуемую точность в рассматриваемой системе можно обеспечить и при наличии простейших регуляторов (2), формируя программные сигналы в виде отдельных участков плавных кривых (участков гармонических сигналов). В качестве таких воздействий, подаваемых на входы каждого электропривода, в работе предлагается использовать сигналы, являющиеся участками гармонических кривых разной частоты (см. кривую 2 на рис. 2):

$$\begin{aligned} \dot{q}_{ij}^* = & \begin{cases} A_{pij}(1 - \cos(\omega_{pij}\tilde{t}_j)) + \tilde{q}_{i,j-1}, & \text{если } \tilde{t}_j \leq \pi/\omega_{pij}; \\ 2A_{pij}, & \text{если } \dot{q}_{ij}^* = 0, \dot{q}_{kj}^* \neq 0, i \neq k, \end{cases} \quad (3) \end{aligned}$$

где A_{pij} , ω_{pij} — амплитуды и частоты программных сигналов $\dot{q}_{ij}^*$; $\tilde{t}_j$ — время выполнения j -й операции, которое обнуляется в начале каждой операции; $\tilde{q}_{i,j-1}$ — обобщенные координаты степеней подвижности манипулятора, соответствующие нахождению его рабочего органа у $(j-1)$ -го объекта. При этом полагается, что время переходных процессов во всех приводах манипулятора меньше времени перемещения его рабочего органа от одного объекта к другому.

В начале рабочего цикла манипулятор находится в исходном положении, в котором $\dot{q}_{i0}^* = 0$. При этом амплитуды входных программных сигналов для всех его электроприводов вычисляются по формуле $A_{pij} = 0,5(\tilde{q}_{i,j} - \tilde{q}_{i,j-1})$.

В работе [4] показано, что без снижения динамической точности управления частоту ω_{pij} можно изменять в зависимости от текущих значений параметров манипуляторов и амплитуд гармонического входного сигнала, существенно повышая скорость работы и, соответственно, производительность используемого технологического оборудо-

дования без изменения структуры и параметров используемых регуляторов. При этом величина ω_{pij} для очередного перемещения рабочего органа может рассчитываться по формуле

$$\omega_{pij} = \frac{\sqrt{-1 + \sqrt{1 + 4T_i^2 K_i^2 \varepsilon_{di}^2 A_{pij}^2}}}{T_i \sqrt{2}}, \quad (4)$$

$$\text{где } T_i = \frac{T_{3i}}{2} + \sqrt{\frac{T_{3i}^2}{2} - T_{4i}}; T_{3i} = \frac{R_i J_{\Sigma i}}{K_{Mi} K_{\omega i}}; T_{4i} = \frac{L_i J_{\Sigma i}}{K_{Mi} K_{\omega i}};$$

$$K_i = \frac{K_{yi}}{K_{\omega i} i_{pi}}; \varepsilon_{di} — \text{допустимая динамическая ошибка}$$

перемещения рабочего органа.

В указанном случае при движении рабочего органа манипулятора от одного объекта к другому в ходе одного рабочего цикла i -й электропривод манипулятора, согласно выражению (3), будет обрабатывать часть гармонической траектории, двигаясь с максимальной частотой (скоростью). При этом каждый из двух электроприводов должен обработать угол $2A_{pij}$. Закончив свой поворот, один из них останавливается, ожидая остановки другого.

Исследование системы формирования программных сигналов

При моделировании исследовали процесс установки манипулятором некоторых деталей на шесть объектов, размещенных на паллете (см. рис. 1). Указанные детали помещали в накопитель манипулятора. Движениями звеньев манипулятора одинаковой длины $l_1 = l_2 = 0,4$ м управляли одинаковые электроприводы, построенные на основе электродвигателей постоянного тока. Эти электроприводы имеют следующие параметры: $K_y = 800$, $K_M = 0,02$ Н·м/А; $K_{\omega} = 0,02$ В·с; $R = 0,4$ Ом; $L = 0,004$ Гн; $T_1 = 0,07$ с; $T_2 = 0,0035$ с; $i_p = 100$.

В исходном положении манипулятора $q_{i0}^* = 0$, т. е. все его звенья расположены вдоль оси y . Его рабочий орган (накопитель) последовательно подходит к объектам, которые располагаются на паллете в следующих точках: $(-0,7; 0,1)$, $(-0,15; 0,65)$, $(-0,6; 0,3)$, $(0,1; 0,7)$, $(0,2; 0,5)$, $(0,1; 0,4)$. При этом J_{Σ} у каждого электропривода манипулятора при введении самонастраивающихся корректирующих устройств [7, 8] остается неизменным и равным $0,0005$ кг·м², а $\varepsilon_d = 0,0015$ рад.

На рис. 3 показаны сформированные предлагаемой системой (в соответствии с выражением (3) и рас-

смотренной методикой) входные программные сигналы электроприводов манипулятора (см. рис. 1), а на рис. 4 — законы изменения ω_p в этих сигналах, которые рассчитываются с помощью выражения (4).

Из рис. 3 видно, что при движении к первому объекту первому звену манипулятора необходимо отработать почти вдвое больший угол, чем его второму звену. Иными словами, амплитуда входного сигнала, подаваемого на первый электропривод, в два раза больше амплитуды сигнала, подаваемого на второй электропривод. Поэтому для сохранения заданной точности подхода рабочего органа к этому объекту (рис. 5) СУ, используя выражение (4), автоматически снижает частоту (скорость) поворота первого звена. В результате второе звено, не превышая ε_d и поворачиваясь на заданный угол с большей скоростью, останавливается и ждет подхода первого звена. Из рис. 5 также видно, что при переходе к пятому объекту уже первое звено поворачивается быстрее и ожидает второе.

Следует отметить, что наибольшее увеличение (в 4...9 раз) ω_p (рис. 4) наблюдается при повороте звеньев манипулятора на углы менее 30° . Результаты проведенных исследований показали, что при использовании во всех электроприводах рассматриваемого двухзвенного манипулятора корректирующих устройств вида (2) общее время выполнения работы с шестью объектами при формировании

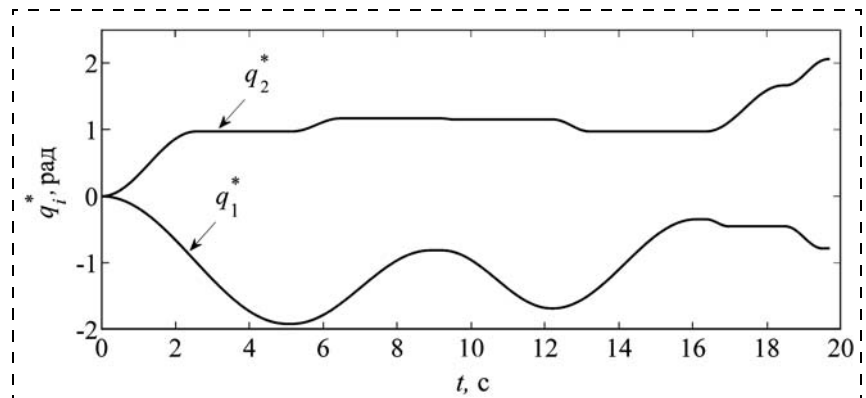


Рис. 3. Сформированные программные сигналы электроприводов манипулятора

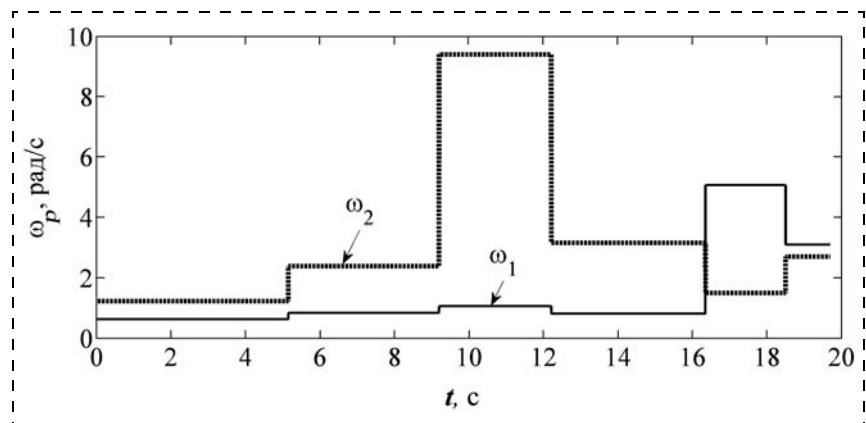


Рис. 4. Частоты входных программных сигналов

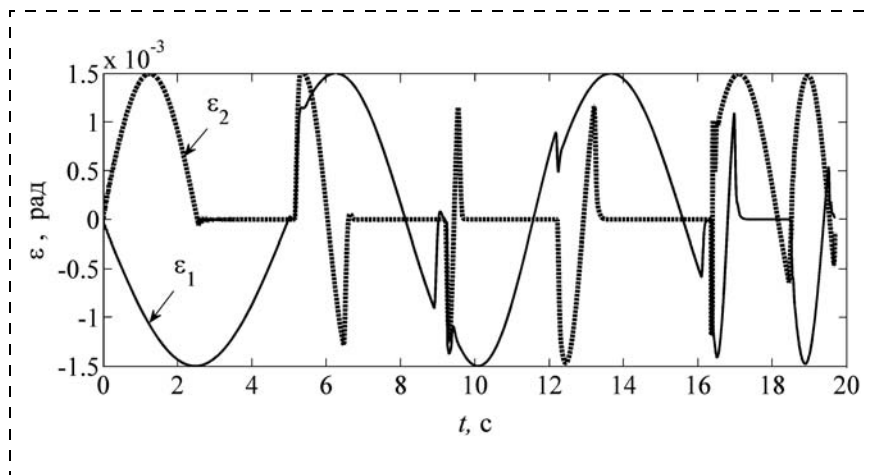


Рис. 5. Динамические ошибки движения электроприводов манипулятора

В работе предложен метод построения системы формирования программных сигналов для электроприводов многозвенных манипуляторов, при обработке которых указанные электроприводы обеспечивают движения его звеньев с максимальной скоростью (частотой) без снижения заданного уровня динамической точности. При этом выполняется плавный подход рабочего органа манипулятора к объектам работ (без перерегулирования). Реализация предлагаемой системы не вызывает затруднений.

программных сигналов с помощью выражений (3) и ω_p — по формуле (4) составляет 19,7 с. Если ω_p выбираются постоянными с учетом заданной точности работы всех электроприводов, то время выполнения этой работы увеличивается до 30,5 с. Если же на входы всех электроприводов манипулятора будут подаваться ступенчатые сигналы, то с учетом того, что очередная ступенька на соответствующий привод будет формироваться только тогда, когда установившаяся ошибка ее отработки не будет превышать $\varepsilon_d = 0,0015$ рад, время выполнения указанной работы возрастает до 55 с. Иными словами, за счет подстройки только ω_p удастся в 1,55 раза повысить быстродействие работы всей системы, а с учетом введения гармонических программных сигналов это быстродействие может быть повышено в 2,79 раза. Указанный факт подтверждает высокую эффективность разработанной системы, позволяющей формировать программные сигналы электроприводов многозвенных манипуляторов в виде отрезков гармоник с переменной амплитудой и подстраиваемой частотой.

Список литературы

1. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 624 с.
2. K. Koray Ayten, P. Iravani, M. Necip Sahinkaya. Optimum trajectory planning for industrial robots through inverse dynamics // Proc. of 8th International conference on Informatics in Control, Automation and Robotics. Noordwijkerhout. The Netherlands. 2011. V. 1. P. 105—110.
3. Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А., Конопкин А. Ю. Метод синтеза системы автоматического управления режимом движения схвата манипулятора по сложным пространственным траекториям // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 6. С. 47—54.
4. Филаретов В. Ф., Губанков А. С. Синтез адаптивных систем управления, настраиваемых по амплитудным частотным характеристикам объектов с переменными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 1. С. 15—21.
5. Андреев В. Д., Ивкин А. М., Кулешов В. С. и др. / Под ред. Н. А. Лакоты. Основы проектирования следящих систем. М.: Машиностроение, 1978. 391 с.
6. Филаретов В. Ф. Самонастраивающиеся системы управления приводами манипуляторов. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2000. 304 с.
7. Патент РФ № 2057001. Устройство для управления приводом робота / В. Ф. Филаретов. Бюл. № 9. 1996.
8. Патент РФ № 2057002. Устройство для управления приводом робота / В. Ф. Филаретов. Бюл. № 9. 1996.
9. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2004. 478 с.

ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ

В журнале "Мехатроника, автоматизация, управление" № 4, 2013 г. в статье И. Б. Фуртата "Управление электроэнергетической сетью с учетом ее топологии" по вине редакции была допущена ошибка при указании ссылок на номера государственных контрактов, при поддержке которых проводилось исследование. Вместо текста ссылки на стр. 33 "Исследование проводится в рамках программы ОЭММПУ РАН "Анализ и оптимизация функционирования систем многоуровневого, интеллектуального и сетевого управления в условиях неопределенности" № 14, а также в рамках Федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009—2013 гг.", проводимых в РГУ нефти и газа им. М. А. Губкина, и государственных контрактов № 14.740.11.0942, № 14.740.11.0042" следует читать: "Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 12-01-00808, программы ОЭММПУ РАН "Анализ и оптимизация функционирования систем многоуровневого, интеллектуального и сетевого управления в условиях неопределенности" № 14 и в рамках ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009—2013 гг.", проводимых в РГУ им. М. А. Губкина, и соглашений 14.B37.21.0871, 14.B37.21.1480, № 8846, № 8855".

Редакция журнала приносит извинения автору статьи и читателям за допущенную опечатку.

УДК 621.313.17

В. А. Кондратьев, канд. техн. наук, доц.,
kondr@ait.cs.nstu.ru,
Новосибирский государственный
технический университет

Сравнительный анализ динамических сил электромагнитного привода

Представлено сопоставление выражений для электромагнитных сил, полученных с использованием перехода от полных производных к частным производным.

Показано, что для электромагнитных двигателей пространственно-временное описание электромеханических процессов в частных производных на основе фундаментальных положений электродинамики позволяет количественно оценивать различие электромагнитных сил в динамике и электромагнитных сил, которые вычисляют традиционно на основе статического магнитного поля.

Расширены существующие представления о динамике электромагнитного привода.

Ключевые слова: электромагнитные силы, пространственно-временное описание электромеханического процесса

Введение

Одним из способов удовлетворения потребностей в компактном, управляемом электромеханическом оборудовании служит создание мехатронных систем как комплектных электромагнитных приводов (КЭМП) поступательного движения на основе электромагнитных преобразователей постоянного тока (ЭМП). Свойства ЭМП в процессе разработки электромагнитных механизмов (ЭММ) на основе КЭМП должны быть подчинены условиям конструктивно-параметрической совместности с рабочими органами (РО) и со средствами питания и управления (СПиУ). Качественная разработка КЭМП практически невозможна без использования математических моделей, адекватно отражающих процесс преобразования энергии в ЭМП на основе положений электродинамики.

Существующий подход к решению задач математического моделирования электропривода повсеместно, в том числе и при структурном моделировании средствами Simulink в вычислительной среде *MATLAB*, ориентирован на вычисления в координатах Лагранжа, соответственно, с использованием аппарата полных (материальных) производных. Необходимые при этом расчеты электромагнитных сил разными методами, в том числе и по результа-

там моделирования магнитного поля на компьютере, выполняются по условиям магнитостатики. Вместе с тем, в ряде работ, например [1–4], показано принципиальное отличие выражений для расчета электромагнитных сил, развиваемых якорем ЭМП в динамике и в статике. В работе [5] представлено экспериментальное подтверждение различия этих сил. Переход от координат Лагранжа к координатам Эйлера и наоборот, широко используемый в математической физике вследствие его эффективности, к сожалению, в электромеханике практически не применяется.

Указанные обстоятельства обуславливают актуальность исследования, результаты которого излагаются ниже.

Целью статьи является анализ выражений для определения электромагнитных сил в ЭМП постоянного тока, выполненный с использованием перехода от координат Лагранжа к координатам Эйлера.

Для достижения цели рассматриваются задачи оценивания взаимного соответствия параметров, определяющих в динамике электромагнитное состояние ЭМП в различных системах координат с применением безразмерного обобщенного параметра, позволившего:

- представить количественную оценку соотношения динамических электромагнитных сил с силами, определяемыми на основе положений магнитостатики, т. е. традиционным способом;
- охарактеризовать динамические свойства КЭМП исходя из особенностей ЭМП как составной части электромагнитного двигателя (ЭМД), составленного из двух ЭМП, развивающих встречно направленные усилия;
- сформировать для математической модели динамики КЭМП методологию определения потокоцепления обмотки ЭМП при питании ее от источников стабильного напряжения либо тока.

Анализ выполнен при допущениях отсутствия влияния вихревых токов, гистерезиса стали и податливости элементов ЭММ [2]. В связи с многообразием существующих способов расчета электромагнитных сил безотносительно статики либо динамики КЭМП сопоставление динамических сил выполнено для ненасыщенной магнитной системы ЭМП. С достаточной для практических целей точностью это соответствует условиям работы КЭМП со сложной траекторией движения РО:

- перемещения происходят вблизи середины возможного хода якоря ЭМП, т. е. при относительно больших рабочих зазорах;

- весогабаритные и тепловые ограничения, учитываемые при исполнении ЭМД и СПиУ в ЭММ, обуславливают раздельное управление ЭМП и за счет этого уменьшение доли намагничивающих сил их обмоток на сталь.

При исследовании не учитывается и влияние изменяющегося при перемещении якоря рассеяния магнитного потока, что в некоторой степени отражается на электромагнитном состоянии ЭМП. Возможность учета этого явления в математической модели КЭМП представлена в [4].

Основные расчетные выражения и критерии их применения

Уравнение электрического равновесия цепи питания обмотки с сопротивлением R при постоянном напряжении U источника питания и при использовании интерполированных характеристик потокосцепления $\psi = \psi(i, x)$ в осях тока i и перемещения x , рассматриваемых как параметры состояния ЭМП, имеет вид

$$U = iR + \frac{d\psi(i, x)}{dt}. \quad (1)$$

Данное уравнение с учетом выражения

$$i = \frac{\psi[t, x(t)]}{L[x(t)]},$$

где $\psi[t, x(t)]$, $L[x(t)]$ — мгновенные значения потокосцепления и индуктивности обмотки соответственно, может быть приведено к виду

$$\frac{d\psi[t, x(t)]}{dt} + \frac{\psi[t, x(t)]}{T[x(t)]} = U. \quad (2)$$

Здесь $T[x(t)]$ — обобщенный параметр ЭМП, характеризующий его электромагнитную инерцию:

$$T[x(t)] = \frac{L[x(t)]}{R}.$$

Дифференциальное уравнение (2) записано в координатах Лагранжа. При одномерном движении якоря ЭМП по закону $x(t)$ для (2) независимыми переменными являются время t и начальное потокосцепление ψ_0 , соответствующее времени t_0 (момент трогания якоря). В соответствии с работой [6] решение уравнения (2) с точностью до постоянной C имеет вид

$$\psi = Ce^{-\int \frac{dt}{T[x(t)]}} + Ue^{-\int \frac{dt}{T[x(t)]}} \int e^{\int \frac{dt}{T[x(t)]}} dt. \quad (3)$$

Все величины уравнения (1) инвариантны относительно системы координат. На основе инвариантности полного дифференциала $d\psi$ потокосцепление ψ может рассматриваться как функция двух независимых переменных t и x , поэтому возможен переход к координатам Эйлера. В этом случае спра-

ведливо: $L[x(t)] \Rightarrow L(x)$, $T[x(t)] \Rightarrow T(x)$, и решение $\psi = \psi(t, x)$, как это следует из (3), имеет вид

$$\psi = \psi(t, x) = Ce^{-\frac{t}{T(x)}} + Ue^{-\frac{t}{T(x)}} \int e^{\frac{t}{T(x)}} dt, \quad (3a)$$

т. е.

$$\psi = Ce^{-\frac{t}{T(x)}} + UT(x),$$

что при начальном условии ψ_0

$$\psi = \psi_0 e^{-\frac{t}{T(x)}} + UT(x) \left[1 - e^{-\frac{t}{T(x)}} \right] \quad (4)$$

обуславливает ток

$$i = \frac{\psi_0}{L(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} + \frac{U}{R} \left[1 - e^{-\frac{t}{T(x)}} \right]. \quad (5)$$

Для упрощения преобразований используется новая независимая переменная $y = 1/T(x)$ и рассматривается потокосцепление в виде

$$\psi = \psi(t, y) = \psi_0 e^{-ty} + \frac{U}{y} (1 - e^{-ty}). \quad (6)$$

На основе (5) и (6) частные производные по времени при $y = \text{const}$ ($x = \text{const}$) представляются формулами

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} \Big|_{y=\text{const}} &= \frac{\partial \psi}{\partial t} \Big|_{x=\text{const}} = \\ &= Ue^{-ty} - \psi_0 y e^{-ty} = Ue^{-\frac{t}{T(x)}} - \frac{\psi_0}{T(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial t} \Big|_{x=\text{const}} &= \frac{1}{L(x)} \frac{\partial \psi}{\partial t} \Big|_{x=\text{const}} = \\ &= \frac{U}{L(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} - \frac{\psi_0}{L(x)T(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}}. \end{aligned}$$

Для получения выражений частных производных потокосцепления и тока по перемещению при $t = \text{const}$ целесообразно исходить из выражения

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{t=\text{const}} = -\psi_0 t e^{-ty} + U \frac{t}{y} e^{-ty} - \frac{U}{y^2} (1 - e^{-ty}).$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{t=\text{const}} &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{t=\text{const}} \frac{dy}{dx} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{t=\text{const}} \frac{dy}{dx} = \\ &= \left[-\frac{1}{T^2(x)} \frac{\partial T(x)}{\partial x} \right] \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{t=\text{const}}, \end{aligned}$$

а $\frac{\partial T(x)}{\partial x} = \frac{1}{R} \frac{\partial L(x)}{\partial x}$ при $y = \frac{1}{T(x)}$, можно записать

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right|_{t=\text{const}} &= \frac{\Psi_0 t}{L(x) T(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x} + \\ &+ \frac{U}{R} \left[1 - e^{-\frac{t}{T(x)}} \right] \frac{\partial L(x)}{\partial x} - \frac{U}{R} \frac{t}{T(x)} \frac{\partial L(x)}{\partial x} e^{-\frac{t}{T(x)}} = \\ &= \frac{\Psi_0}{L(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x} + \frac{U}{R} \left[1 - e^{-\frac{t}{T(x)}} \right] \frac{\partial L(x)}{\partial x} - \\ &- \frac{\Psi_0}{L(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x} + \frac{\Psi_0 t}{L(x) T(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x} - \\ &- \frac{U t}{L(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x} = i \frac{\partial L(x)}{\partial x} + L(x) \frac{\partial i}{\partial x}. \end{aligned}$$

На основе последнего выражения имеем

$$i \frac{\partial L(x)}{\partial x} = \left\{ \frac{\Psi_0}{L(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} + \frac{U}{R} \left[1 - e^{-\frac{t}{T(x)}} \right] \right\} \frac{\partial L(x)}{\partial x};$$

$$\begin{aligned} L(x) \frac{\partial i}{\partial x} &= \frac{\Psi_0 t}{L(x) T(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x} - \\ &- \frac{\Psi_0}{L(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x} - \frac{U t}{L(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x}, \end{aligned}$$

следовательно

$$\begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial x} &= - \frac{U t}{L^2(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x} + \\ &+ \frac{\Psi_0 t}{L^2(x) T(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x} - \frac{\Psi_0}{L^2(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x}. \end{aligned}$$

Выражение $\partial i / \partial x$ можно получить и дифференцируя (5). Это свидетельствует о правильности введенных выше формул и их взаимных соответствий. В результате легко определяются значения полных производных

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{dx}{dt} \text{ и } \frac{di}{dt} = \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial i}{\partial x} \frac{dx}{dt}$$

при любых законах изменения $x(t)$, которые соответствуют (вследствие инвариантности) уравнению (2) в координатах Лагранжа.

Прикладная значимость выполненного анализа

Уравнение (3) требует знания зависимости $T[x(t)]$ в отличие от уравнения (3а), для которого необходимо располагать статической характеристикой $T(x)$. Эта характеристика может быть получена, например, с использованием программных средств пакета *Femm*, позволяющего выполнять расчет статического магнитного поля, и вычислительной

среды *MATLAB* для сплайн-интерполяции. Аналитические выражения, полученные для расчета частных производных, позволяют в полном соответствии с положениями электродинамики движущихся сред выполнять расчет ЭДС, тока обмотки и электромагнитного усилия при движении якоря ЭМП, например, по формулам работ [2, 3].

В соответствии с целью исследования здесь имеет смысл отметить следующее. На основе корректно составленного баланса энергий, характеризующих процесс электрохимического преобразования энергии [1–4], электромагнитное усилие ЭМП с абсолютно жесткими элементами ЭММ при движении якоря можно определить по формуле

$$f_{\text{эм.д}} = i \frac{\partial \Psi}{\partial x} = i^2 \frac{\partial L(x)}{\partial x} + L(x) i \frac{\partial i}{\partial x}.$$

Поскольку выражение электромагнитной силы при движении отличается от традиционной формулы, используемой безотнositельно состояния (статика или динамика) якоря ЭМП

$$f_{\text{эм}} = \frac{i^2}{2} \frac{\partial L(x)}{\partial x},$$

оценку соотношения сил можно выполнить с помощью выражения

$$f_* = \frac{f_{\text{эм.д}}}{f_{\text{эм}}} = \frac{i^2 \frac{\partial L(x)}{\partial x} + L(x) i \frac{\partial i}{\partial x}}{\frac{i^2}{2} \frac{\partial L(x)}{\partial x}} = 2 \left(1 + \frac{L(x) \frac{\partial i}{\partial x}}{i \frac{\partial L(x)}{\partial x}} \right) = 2A.$$

Из предшествующего анализа при $U = \text{const}$ получено:

$$L(x) \frac{\partial i}{\partial x} = e^{-\frac{t}{T(x)}} \frac{\partial L(x)}{\partial x} \frac{1}{L(x)} \left[\Psi_0 \left(\frac{t}{T(x)} - 1 \right) - U t \right];$$

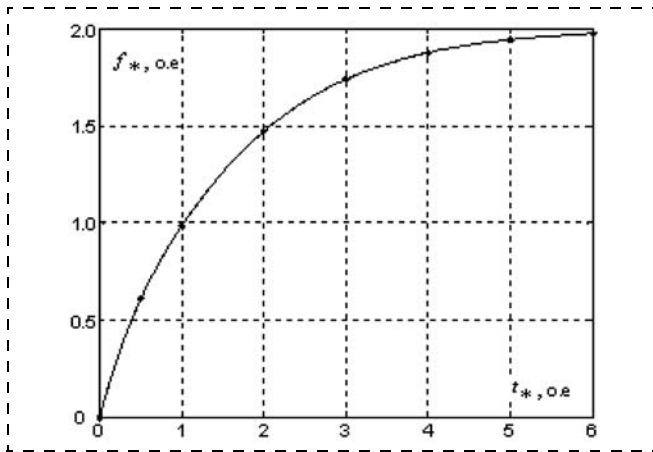
$$i \frac{\partial L(x)}{\partial x} = \frac{\partial L(x)}{\partial x} \frac{1}{L(x)} \left\{ \Psi_0 e^{-\frac{t}{T(x)}} + U T(x) \left[1 - e^{-\frac{t}{T(x)}} \right] \right\},$$

следовательно,

$$\begin{aligned} A &= 1 + \frac{\Psi_0 \frac{t}{T(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} - \Psi_0 e^{-\frac{t}{T(x)}} - U t e^{-\frac{t}{T(x)}}}{\Psi_0 e^{-\frac{t}{T(x)}} + U t - U t e^{-\frac{t}{T(x)}}} = \\ &= \frac{\frac{t}{T(x)} \left[\frac{\Psi_0}{T(x)} - 1 \right] e^{-\frac{t}{T(x)}} + 1 - e^{-\frac{t}{T(x)}}}{\frac{\Psi_0}{U T(x)} e^{-\frac{t}{T(x)}} + 1 - e^{-\frac{t}{T(x)}}}. \end{aligned}$$

Оценка безразмерного обобщенного параметра $\Psi_0 / U T(x)$ может быть выполнена по формуле

$$\frac{\Psi_0}{U T(x)} = \frac{i_0}{I_y} \frac{T_0}{T(x)},$$



Соотношение сил в динамике и статике

где i_0 — ток трогания якоря; $I_y = U/R$ — установившееся значение тока; T_0 — обобщенный параметр, характеризующий электромагнитную инерцию ЭМП на момент трогания якоря.

Для ЭМП реальны отношения $i_0/I_y \approx 0,3...0,5$ и $T_0/T(x) \approx 0,8...0,5$, поэтому для средних значений i_0/I_y и $T_0/T(x)$ можно принять $\psi_0/UT(x) = 0,25$.

С использованием безразмерного аргумента $t_* = t/T(x)$ зависимость $f_*(t_*)$ иллюстрируется рисунком и аппроксимирующим выражением

$$f_* = 2(1 - e^{-t_*}/1,5). \quad (7)$$

Количественная оценка возможного соотношения $f_{\text{эм.д}}$ и $f_{\text{эм}}$, ранее теоретически всесторонне обоснованная в работах [1–4], способствует пониманию причин расхождения динамических свойств ЭМП, электромагнитные силы которых определяются на основе положений магнитостатики.

При большой электромагнитной инерции ($t_* \leq 1$, $f_* \leq 1$) в формировании $f_{\text{эм.д}}$ преобладают затраты мощности источника питания на создание магнитного поля (обменной мощности) по сравнению с мощностью, затрачиваемой на движение (электромагнитной мощностью). Снижение электромагнитной инерции ($t_* > 1$, $f_* > 1$) с соответствующим уменьшением обменной мощности не только уменьшает время трогания из-за увеличения темпа нарастания тока в обмотке, но и повышает быстродействие КЭМП за счет увеличения электромагнитной мощности, затрачиваемой на совершение механической работы. Это явление расширяет существующие представления о возможностях улучшения динамических свойств ЭММ. Опираясь на электромагнитными силами, определенными по условиям магнитостатики, указанное явление выявить и объяснить нельзя. Здесь целесообразно также подчеркнуть, что процесс разгона электромагнитного привода принципиально отличается от процесса разгона электромеханического привода, например, с двигателем постоянного тока и независимым возбуждением. В соответствии с классическими представлениями до момента трогания

неподвижное состояние электромагнитного привода обусловлено преобладанием сил сопротивления движению над статическим электромагнитным усилием. Однако с момента трогания, даже при появлении в силах сопротивления движению веса подвижных частей, устойчивое движение привода обусловлено преобладанием электромагнитного усилия движения над статическим электромагнитным усилием.

В практике разработки КЭМП выражение (7) может использоваться для оценки свойств обмотки ЭМП, питаемой от источника напряжения, с учетом ограничений реализации СПиУ по току.

Выражение для расчета потокоцепления обмотки при ее питании от источника напряжения

Для ответа на интересующий вопрос целесообразно рассмотреть решение (3а) при условии переменного напряжения СПиУ $u = u(t)$, что соответствует условиям $du/dt = \partial u/\partial t$ и, соответственно, $\partial u/\partial x = 0$.

Применение к интегралу (3а) двукратного интегрирования по частям позволяет получить выражение для потокоцепления в координатах Эйлера:

$$\begin{aligned} \psi = & C e^{-\frac{t}{T(x)}} + uT(x) - \frac{du}{dt} T^2(x) + \\ & + T^2(x) e^{-\frac{t}{T(x)}} \int e^{-\frac{t}{T(x)}} d\left(\frac{du}{dt}\right). \end{aligned}$$

Пренебрегая членом, содержащим интеграл, имеем

$$\psi = C e^{-\frac{t}{T(x)}} + uT(x) - \frac{du}{dt} T^2(x).$$

Это решение является точным для постоянного напряжения (см. выше) и линейного изменения напряжения во времени.

Очевидно, что, выполняя многократное интегрирование по частям, можно учесть влияние высших производных напряжения, т. е. использовать оговоренные выше приемы для любого изменения напряжения питания во времени. Реально достаточно учета второй производной напряжения:

$$\psi = C e^{-\frac{t}{T(x)}} + uT(x) - \frac{du}{dt} T^2(x) + \frac{d^2u}{dt^2} T^3(x).$$

Постоянная C определяется из начального условия ($t = 0$, $\psi = \psi_0$). Процесс движения рассматривается с точки статического равновесия при токе трогания i_0 и потокоцеплении ψ_0 , которое определяется по результатам расчета статического магнитного поля. Этот расчет позволяет получить также характеристики $L(x)$ и $T(x)$. С учетом известных на момент достижения i_0 величин u_0 и du_0/dt выражения для определения потокоцепления в динамике ЭМП окончательно представляются в виде

- для постоянного ($u_0 = U$) либо линейного законов изменения напряжения

$$\psi = \left[\psi_0 - u_0 T(x) + \frac{du_0}{dt} T^2(x) \right] e^{-\frac{t}{T(x)}} + u T(x) + \frac{du}{dt} T^2(x); \quad (8)$$

- для общего случая изменения напряжения (в приводе со сложной траекторией движения)

$$\psi = \left[\psi_0 - u_0 T(x) + \frac{du_0}{dt} T^2(x) + \frac{d^2 u_0}{dt^2} T^3(x) \right] e^{-\frac{t}{T(x)}} + u T(x) + \frac{du}{dt} T^2(x) + \frac{d^2 u}{dt^2} T^3(x).$$

Использование полученных формул не вызывает каких-либо затруднений при структурном моделировании свойств ЭМП в динамике.

Выражение для расчета потокосцепления обмотки при ее питании от источника тока

Напряжение на источнике стабильного тока I определяется не свойствами самого источника (как это имеет место в случае источника напряжения), а произведением I на R . Поэтому в динамике с использованием понятий скорости v , ускорения a , напряжения u_0 при токе трогания i_0 и последующем изменении напряжения $u_1(x, t)$ можно записать:

$$u = IR + I \frac{dL(x)}{dx} v = u_0 + u_1(x, t); \quad \frac{du}{dt} = I \frac{dL(x)}{dx} a.$$

Для решения рассматриваемой задачи можно использовать формулу (8). Начальные условия определяются точкой статического равновесия, характеризуемого величинами $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $a_0 = 0$, $u_0 = i_0 R$, $du_0/dt > 0$ и $\psi_0 > 0$.

Выражение для потокосцепления в координатах Эйлера имеет вид

$$\psi = i_0 L(x) e^{-\frac{t}{T(x)}} - IL(x) \left[1 - e^{-\frac{t}{T(x)}} \right] + \frac{IL(x)}{R} \frac{dL(x)}{dx} v - \frac{IL^2(x)}{R^2} \frac{dL(x)}{dx} a. \quad (9)$$

Если привод работает на "ползучих" скоростях, то $u = u_0$, $du/dt = 0$. В этом случае можно воспользоваться результатом представленного выше анализа при $U = IR$ и, соответственно, выражением для потокосцепления в виде

$$\psi = \psi_0 e^{-\frac{t}{T(x)}} + IRT(x) \left[1 - e^{-\frac{t}{T(x)}} \right].$$

Использование представленных в данном разделе формул также не вызывает каких-либо затруднений при структурном моделировании свойств ЭМП в динамике.

Заключение

Рассмотрение явлений процесса электромеханического преобразования энергии в пространственно-временной форме позволяет учитывать характерную особенность работы ЭМД в КЭМП, обусловленную изменением не только силы тока в обмотке от СПиУ, но и геометрии рабочего пространства при перемещении якоря ЭМП.

В развитие положений работ [1–5] обоснована практическая возможность составления корректной математической модели динамики КЭМП путем аналитического представления параметров электромагнитного состояния ЭМП в координатах Эйлера. Сформированы критерии и выполнена оценка соотношения электромагнитных сил ЭМП, развиваемых в динамике, с электромагнитными силами, определяемыми по условиям магнитостатики. Показано, что это соотношение изменяется в широких пределах (до 100 %) в зависимости от обобщенного параметра, характеризующего электромагнитную инерцию ЭМП вследствие изменения обменной мощности, затрачиваемой на возмущение электромагнитного поля в статике и динамике привода.

Получено объяснение появления ускорения электромагнитного привода с момента трогания якоря именно из-за отличия электромагнитных сил в динамике от электромагнитных сил, определяемых по условиям магнитостатики для пускового режима.

Сформирована методология расчета потокосцепления обмотки ЭМП в динамике КЭМП при ее питании от источников напряжения либо тока.

Приведенные в статье выражения и рекомендации могут быть использованы в практике структурного моделирования динамики КЭМП при разработке ЭММ различного целевого назначения, что способствует уменьшению трудозатрат при настройке регуляторов СПиУ, обусловленных некорректным подходом к расчету динамических электромагнитных сил по условиям магнитостатики.

Список литературы

1. Малинин Л. И., Кондратьев В. А., Малинин В. Л. Исследование моделей процесса энергопреобразования в электромагнитном механизме постоянного тока // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 12 (129). С. 28–35.
2. Малинин Л. И., Кондратьев В. А., Малинин В. Л. Определение электромагнитных сил в электромеханических системах на основе физических законов // Электричество. 2012. № 2. С. 44–50.
3. Малинин Л. И., Кондратьев В. А., Малинин В. Л. Статические и динамические силы электромагнитных механизмов // Транспорт: наука, техника, управление. Научный информационный сборник, РАН ВИНТИ. 2008. № 6. С. 24–27.
4. Кондратьев В. А. Электромагнитные силы в нестационарных процессах // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. № 1. Новосибирск: Из-во НГАСУ, 2010. С. 238–244.
5. Кондратьев В. А. Исследование электромагнитных сил в динамике электромагнитного механизма // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 1 (94). С. 31–35.
6. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы: справочник: Пер. с англ. СПб.: Лань, 2005. 232 с.

А. Т. Когут, д-р техн. наук, проф.,
kogutat@gmail.com,

А. А. Лаврухин, канд. техн. наук, доц.,
lavruhinaa@gmail.com,
Омский государственный
университет путей сообщения

Приближенные алгоритмы траекторного управления в системах диагностирования технического состояния электрохимических объектов подвижного состава

Рассматривается система автоматической стабилизации частоты вращения вала тягового двигателя постоянного тока, включенного на испытательном стенде по методу взаимной нагрузки. В системе реализуются двухступенчатые приближенные алгоритмы траекторного управления нелинейными динамическими объектами, которые не требуют аналитического решения обратных задач динамики. Разработанные алгоритмы получены в виде достаточно просто программируемых рекуррентных выражений.

Ключевые слова: тяговый электрический двигатель, испытательная станция, стабилизация скорости, траекторное управление, приближенные алгоритмы, линеаризация, двухступенчатая процедура

Введение

В подавляющем большинстве электрохимических систем, связанных с преобразованием электрической энергии в механическую, основными исполнительными элементами являются электродвигатели [1]. Широкое применение двигатели постоянного тока находят на железнодорожном транспорте. Одной из основных актуальных задач

при эксплуатации электровозов постоянного тока является поддержание в работоспособном состоянии тяговых электродвигателей (ТЭД), что связано с жесткими условиями их работы и наличием вредных факторов.

В локомотивных депо диагностирование проводится согласно технологической карте испытаний электрических машин электровоза, соответствующей ГОСТ 11828—86 [2]. Для диагностирования ТЭД разработана автоматизированная испытательная станция, которая предназначена для проведения испытаний на нагрев под нагрузкой, проверки частоты вращения, измерения активных сопротивлений обмоток и изоляции двигателя [3]. Вывод двигателя на требуемый режим работы и поддержание его в стабильном состоянии необходимо автоматизировать, и для этого можно использовать разработанные в работе [4] приближенные алгоритмы траекторного управления. Объектом управления является тяговый электродвигатель, а задающей траектории соответствует установившееся значение скорости 790 мин^{-1} [2].

Траекторное управление обычно сводится к обратной задаче динамики [5, 6], и решение существует только для линейных и аффинных объектов. В общем случае аналитическое решение возможно в классе нелинейных функций, обладающих свойством диффеоморфизма [5]. В приближенных алгоритмах траекторного управления, основанных на различных схемах линеаризации, учитывающих первые [7] и вторые частные производные по управлению [1, 8], требуется существование только этих непрерывных производных.

Постановка задачи

Структурная и принципиальная схемы испытательной станции электродвигателей автоматизированного диагностического комплекса приведены на рис. 1. Здесь реализуется наиболее экономичный способ или метод взаимной нагрузки при испытаниях тяговых электродвигателей (ТЭД) подвижного состава [3].

Две одинаковые электрические машины соединяются между собой механически и электрически и подключаются к линейному преобразователю (ЛП). Одна из машин работает в режиме генератора и отдает всю вырабатываемую электрическую энергию другой машине, которая работает в режиме двигателя и расходует всю свою механическую энергию на вращение первой машины. Компенсацию электрических потерь выполняет вольтодобавочный преобразователь (ВДП) путем регулирования тока в контуре "двигатель — генератор".

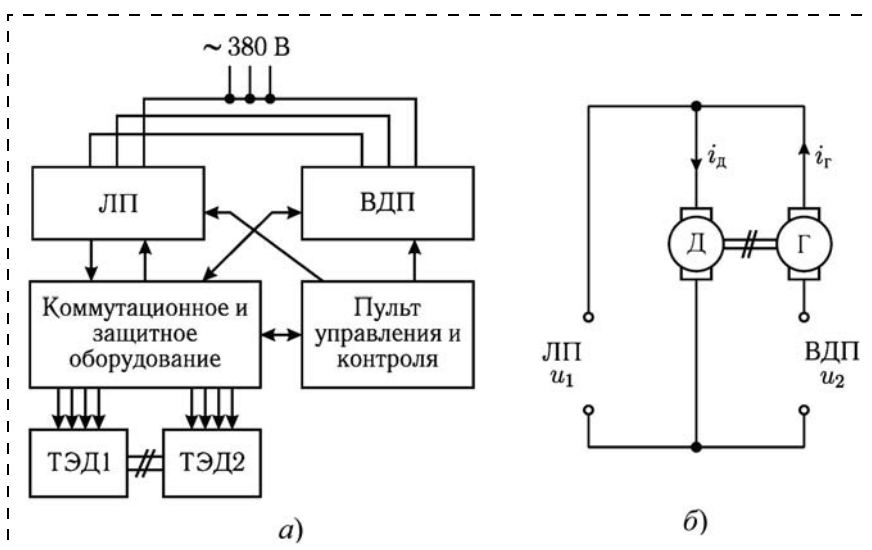


Рис. 1. Структурная (а) и принципиальная (б) схемы испытательной станции

Электрохимический объект управления в соответствии с рис. 1, а имеет два управляющих воздействия — $u_1(t)$ от ЛП и $u_2(t)$ от ВДП, поэтому необходимо получить динамическую модель для переменных состояния $x_1(t)$, $x_2(t)$ в виде дифференциальных и разностных уравнений. Обычно в качестве переменных состояния выбираются фазовые координаты объекта: угол поворота $\varphi(t)$ и угловую скорость $\omega(t)$ вала системы "двигатель — генератор". В стандарте [2] приводится только значение постоянной скорости $\omega_0 = 790 \text{ мин}^{-1}$ и не указывается вид динамических процессов $\varphi(t)$ и $\omega(t)$. Поэтому при траекторном управлении можно рассматривать динамическую модель только для скорости, а желаемую траекторию задавать постоянной: $g(t) = g$.

Модель объекта управления должна быть записана в виде

$$x(k+1) = f[x_1(k), x_2(k), u_1(k), u_2(k)], \quad (1)$$

где k — текущее значение дискретного времени (шаг принят равным единице); $f[x_1(k), x_2(k), u_1(k), u_2(k)]$ — нелинейная дважды непрерывно дифференцируемая по u_1 и u_2 функция.

Синтез управляющих воздействий необходимо осуществить в виде закона обратной связи $u_1 = u_1(x)$ и $u_2 = u_2(x)$, обеспечивающего изменение переменной состояния $x(k)$ в соответствии с желаемой траекторией $g(k+1) = g$. При траекторном управлении [1] должно выполняться равенство

$$g = f[x(k), u_1(k), u_2(k)]. \quad (2)$$

Предлагается использовать при синтезе приближенные алгоритмы управления, основанные на схемах линеаризации $f(\cdot)$, приведенные в работе [4].

Динамическая модель электрохимического объекта системы траекторного управления

При диагностировании тяговых двигателей постоянного тока на испытательную станцию устанавливаются две электрические машины, одна из которых работает в режиме двигателя, другая — генератора. Соответствующая электрическая схема замещения показана на рис. 2. В цепи двигателя включены последовательно обе обмотки двигателя (Д): якорная с сопротивлением $R_{я.д}$ и индуктивностью $L_{я.д}$ и обмотка возбуждения с сопротивлением $R_{в.д}$ и индуктивностью $L_{в.д}$, а также обмотка возбуждения генератора (Г) с сопротивлением $R_{в.г}$ и индуктивностью $L_{в.г}$. В цепи генератора включена только якорная обмотка генератора с сопротивлением $R_{я.г}$ и индуктивностью $L_{я.г}$. ЭДС e_d и e_g действуют в якорных цепях двигателя и генератора, в которых также протекают токи i_d и i_g соответственно.

На основании второго закона Кирхгофа, записанного для контуров К1 и К2, выполняются уравнения электрического баланса:

$$u_1 = i_d(R_{в.д} + R_{я.д} + R_{в.г}) + \frac{di_d}{dt}(L_{в.д} + L_{я.д} + L_{в.г}) + e_d; \quad (3)$$

$$u_2 = i_d(R_{в.д} + R_{я.д} + R_{в.г}) + \frac{di_d}{dt}(L_{в.д} + L_{я.д} + L_{в.г}) + i_g R_{я.г} + \frac{di_g}{dt} L_{я.г} + e_d - e_g, \quad (4)$$

где u_1 — напряжение линейного преобразователя; u_2 — напряжение вольтодобавочного преобразователя.

Динамика механической части электрической машины описывается уравнением

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_d - M_g - M_c}{J}, \quad (5)$$

где ω — угловая скорость вращения валов электрохимической системы; M_d — момент, создаваемый ЭДС двигателя; M_g — момент ЭДС генератора; M_c — момент сопротивления, включающий моменты вязкого и сухого трения; J — момент инерции системы.

Моментам двигателя и генератора соответствуют формулы

$$M_d = c_m i_d^2; \quad M_g = c_m i_g i_d,$$

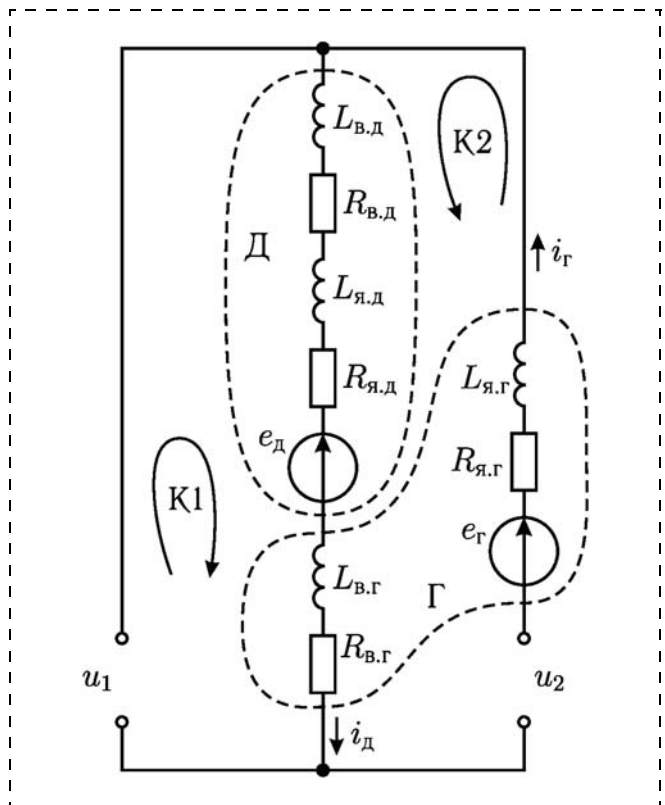


Рис. 2. Электрическая схема замещения

где i_d и i_Γ — токи в цепи якоря соответственно двигателя и генератора; c_m — конструктивная постоянная машины.

Для ЭДС справедливы зависимости

$$e_d = c_e i_d \omega; e_\Gamma = c_e i_\Gamma \omega,$$

где c_e — конструктивная постоянная электродвигателя, зависящая от магнитного параметра двигателя.

Динамическая модель, описываемая уравнениями (3)–(5), соответствует системе "двигатель — генератор" при включении их методом взаимной нагрузки. Практически можно считать, что электрическая часть системы имеет значительно меньшую постоянную времени по сравнению с электромеханической, поэтому будем использовать редуцированную модель, полученную при допущении $L_{я.д} = 0$, $L_{я.г} = 0$, $L_{в.д} = 0$, $L_{в.г} = 0$.

Подстановка формул для M_d , M_Γ в уравнение (5) и формул для e_d , e_Γ — в выражения (3), (4) приводит к следующему виду модели:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{c_m i_d^2 - c_m i_d i_\Gamma - M_c}{J}; \quad (6)$$

$$u_1 = i_d R_1 + c_e i_d \omega; \quad (7)$$

$$u_2 = i_d R_1 + i_\Gamma R_2, \quad (8)$$

где использованы обозначения $R_1 = R_{в.д} + R_{я.д} + R_{в.г}$ и $R_2 = R_{я.г}$.

Уравнение (6) после подстановки в него выражений для токов i_d и i_Γ , полученных из формул (7) и (8), примет вид

$$\frac{dx}{dt} = \alpha u_1^2 + \beta u_1 u_2 + \gamma, \quad (9)$$

где переменная состояния x в соответствии с принятыми обозначениями введена для угловой скорости ω .

В непрерывной динамической модели (9) введены следующие обозначения:

$$\alpha = \frac{c_m}{J(R_1 + c_e x)^2} \left(1 + \frac{R_1 + c_e x}{R_2} - \frac{c_e x}{R_2} \right);$$

$$\beta = -\frac{c_m}{J(R_1 + c_e \omega) R_2}; \gamma = -\frac{M_c}{J}.$$

На основании выражения (9), используя для производной $\dot{x}(t)$ численные формулы первой разности, получим динамическую модель электромеханического объекта в виде разностного уравнения:

$$x(k+1) = x(k) + T_0 \alpha u_1^2(k) + T_0 \beta u_1(k) u_2(k) + T_0 \gamma, \quad (10)$$

в котором параметры $\alpha = \alpha(k)$, $\beta = \beta(k)$ и $\gamma = \gamma(k)$ являются нестационарными.

Синтез приближенных алгоритмов траекторного управления второго порядка и их реализация в автоматической системе диагностического стенда

Положим, что для k -го шага известны значения $x = x(k)$, $u_1 = u_1(k-1)$ и $u_2 = u_2(k-1)$. В этом случае в формуле (1) нелинейную функцию $f(\cdot)$ можно заменить аппроксимацией второго порядка, содержащей как первые, так и вторые производные, следующего вида:

$$f^{(2)} = f_0 + f'_1 \Delta u_1 + f'_2 \Delta u_2 + 0,5[f''_{11} \Delta u_1^2 + f''_{22} \Delta u_2^2 + f''_{12} \Delta u_1 \Delta u_2 + f''_{21} \Delta u_2 \Delta u_1], \quad (11)$$

где $f_0 = f[x, u_1, u_2]$; $f'_i = \frac{\partial f[x, u_1, u_2]}{\partial u_i}$; $f''_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial u_i \partial u_j}$, $i, j = 1, 2$, при $x = x(k)$; $u_1 = u_1(k-1)$; $u_2 = u_2(k-1)$.

В выражении (11) разности $\Delta u_1 \rightarrow 0$ и $\Delta u_2 \rightarrow 0$, поэтому запишем их в следующей форме:

$$\Delta u_1 = u_1^{(2)}(k) - u_1^{(2)}(k-1)$$

и

$$\Delta u_2 = u_2^{(2)}(k) - u_2^{(2)}(k-1).$$

Для получения выражения (11) в линейном виде выполним в квадратных скобках его нелинейной части замену вида

$$\Delta u_1^2 = \delta_1 \Delta u_1; \Delta u_2^2 = \delta_2 \Delta u_2;$$

$$\Delta u_1 \Delta u_2 = \delta_2 \Delta u_1; \Delta u_2 \Delta u_1 = \delta_1 \Delta u_2.$$

Как и в работе [4], будем полагать, что значения δ_1 и δ_2 известны и являются постоянными величинами, поэтому для приближения (11) можно записать

$$f^{(2)} = f_0 + [f'_1 + 0,5(f''_{11} \delta_1 + f''_{12} \delta_2)] \Delta u_1 + [f'_2 + 0,5(f''_{22} \delta_2 + f''_{21} \delta_1)] \Delta u_2$$

или

$$f^{(2)} = f_0 + r_1(\delta_1, \delta_2) \Delta u_1 + r_2(\delta_1, \delta_2) \Delta u_2, \quad (12)$$

где $r_1(\delta_1, \delta_2) = f'_1 + 0,5(f''_{11} \delta_1 + f''_{12} \delta_2)$; $r_2(\delta_1, \delta_2) = f'_2 + 0,5(f''_{22} \delta_2 + f''_{21} \delta_1)$.

Аппроксимация второго порядка (12) относительно неизвестных переменных Δu_1 и Δu_2 линейна.

Используя основное равенство траекторного управления (2), имеем

$$g = f_0 + r_1(\delta_1, \delta_2) \Delta u_1 + r_2(\delta_1, \delta_2) \Delta u_2. \quad (13)$$

Уравнение (13) линейно относительно неизвестных Δu_1 и Δu_2 , поэтому его явное решение имеет вид

$$\begin{cases} \Delta u_1 = \frac{r_1(\delta_1, \delta_2)}{r_1^2(\delta_1, \delta_2) + r_2^2(\delta_1, \delta_2)}; \\ \Delta u_2 = \frac{r_2(\delta_1, \delta_2)}{r_1^2(\delta_1, \delta_2) + r_2^2(\delta_1, \delta_2)}. \end{cases} \quad (14)$$

Проверка правильности формул (14) выполняется путем подстановки Δu_1 и Δu_2 в уравнение (13).

Приближенный алгоритм второго порядка, вычисляющий управляющие воздействия $u_1(k)$ и $u_2(k)$, можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} u_1^{(2)}(k) = u_1(k-1) + K_1^{(2)}(\delta_1, \delta_2)[g - f_0]; \\ u_2^{(2)}(k) = u_2(k-1) + K_2^{(2)}(\delta_1, \delta_2)[g - f_0]. \end{cases} \quad (15)$$

Здесь нестационарные коэффициенты передачи $K_1^{(2)}$ и $K_2^{(2)}$ определяются в соответствии с выражениями

$$K_1^{(2)}(\delta_1, \delta_2) = \frac{r_1(\delta_1, \delta_2)}{r_1^2(\delta_1, \delta_2) + r_2^2(\delta_1, \delta_2)};$$

$$K_2^{(2)}(\delta_1, \delta_2) = \frac{r_2(\delta_1, \delta_2)}{r_1^2(\delta_1, \delta_2) + r_2^2(\delta_1, \delta_2)}.$$

При реализации регулятора второго порядка необходимо знать числовые значения δ_1 и δ_2 . Для этих целей, как и в работе [4], предлагается использовать двухступенчатую процедуру реализации алгоритмов второго порядка, когда на первой ступени реализуются управляющие воздействия $u_1^{(1)}(k)$ и $u_2^{(1)}(k)$ с помощью регулятора первого порядка.

Регулятор первого порядка строится на основе линейной аппроксимации нелинейной функции $f(\cdot)$ следующего вида:

$$f^{(1)} = f_0 + f'_1 \cdot \delta u_1 + f'_2 \cdot \delta u_2. \quad (16)$$

Разности управлений δu_1 и δu_2 будем задавать следующим образом:

$$\delta u_1 = u_1^{(1)}(k) - u_1^{(2)}(k-1)$$

и

$$\delta u_2 = u_2^{(1)}(k) - u_2^{(2)}(k-1).$$

Приближение (16) при $\delta u_1 \rightarrow 0$ и $\delta u_2 \rightarrow 0$ является линейным полиномом ряда Тейлора для функции $f(\cdot)$, поэтому, используя основное условие траекторного управления (2) и по аналогии с выражением (13), получим, что

$$g = f_0 + f'_1 \cdot \delta u_1 + f'_2 \cdot \delta u_2. \quad (17)$$

Из формулы (17) определим разности управлений:

$$\begin{cases} \delta u_1 = \frac{f'_1}{(f'_1)^2 + (f'_2)^2} [g - f_0]; \\ \delta u_2 = \frac{f'_2}{(f'_1)^2 + (f'_2)^2} [g - f_0]. \end{cases}$$

Приближенные алгоритмы первого порядка, формирующие на k -м шаге управляющие воздействия $u_1(k)$ и $u_2(k)$, запишем в рекуррентном виде:

$$\begin{cases} u_1^{(1)}(k) = u_1(k-1) + K_1^{(1)}[g - f_0]; \\ u_2^{(1)}(k) = u_2(k-1) + K_2^{(1)}[g - f_0], \end{cases} \quad (18)$$

где

$$K_1^{(1)} = \frac{f'_1}{(f'_1)^2 + (f'_2)^2}; \quad K_2^{(1)} = \frac{f'_2}{(f'_1)^2 + (f'_2)^2}.$$

В формулах (18) нестационарные коэффициенты $K_1^{(1)}$, $K_2^{(1)}$ и параметр f_0 зависят только от текущего значения переменной состояния $x(k)$, поэтому регулятор первого порядка (18) может быть использован на первой ступени формирования управляющего воздействия регулятором второго порядка (15).

Таким образом, на первой ступени вычисляются δ_1 и δ_2 , а на второй — по известным значениям δ_1 и δ_2 рассчитываются коэффициенты передачи $K_1^{(2)}$, $K_2^{(2)}$ и управляющие воздействия $u_1^{(2)}(k)$ и $u_2^{(2)}(k)$, которые и подаются на вход объекта замкнутой системы.

Двухступенчатая процедура позволяет рационально использовать экономичные с вычислительной точки зрения алгоритмы первого порядка и более точные, но требующие определения вторых производных, приближенные методы вида (15). Во время переходных процессов, когда в системе ошибки достаточно большие, управление осуществляется по алгоритму второго порядка. Как только ошибки перестанут превышать некоторый допустимый уровень $e_{\text{доп}}$, в регуляторе уже реализуется алгоритм первого порядка, и управляющие воздействия $u_1(k)$ и $u_2(k)$ вычисляются по формулам (18).

В приближенных алгоритмах первого (18) и второго (15) порядков на основе дискретной математической модели электромеханического объекта (10) первые и вторые частные производные вычисляются по формулам

$$f'_1 = 2T_0\alpha u_1 + T_0\beta u_2; \quad f'_2 = T_0\beta u_1;$$

$$f''_{11} = 2T_0\alpha; \quad f''_{12} = T_0\beta; \quad f''_{21} = T_0\beta; \quad f''_{22} = 0.$$

Имитационное моделирование проводили для тягового электродвигателя ТЛ2К1 с использованием следующих данных [10]:

$$R_{\text{я.д}} = R_{\text{я.г}} = 0,0317 \text{ Ом}; \quad R_{\text{в.д}} = R_{\text{в.г}} = 0,0268 \text{ Ом};$$

$$u_1 = 1500 \text{ В}; \quad u_2 = 200 \text{ В}; \quad c_e = 21,01; \quad c_m = 19,85.$$

В результате получены диаграммы, отражающие процессы изменения во времени координаты x , и управляющих напряжений u_1 , u_2 , изображенные соответственно на рис. 3—5.

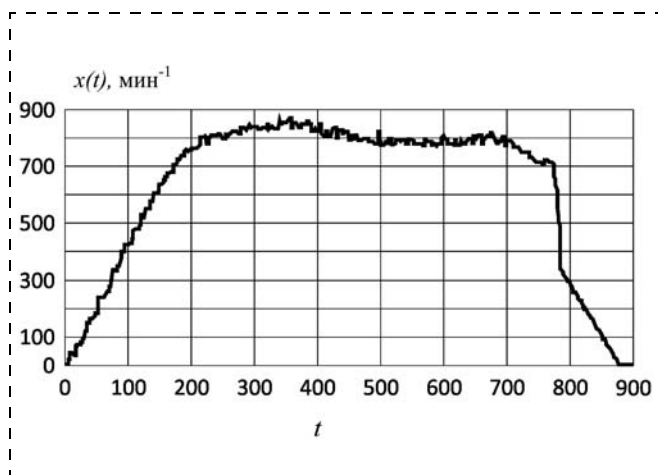


Рис. 3. Временная диаграмма координаты x

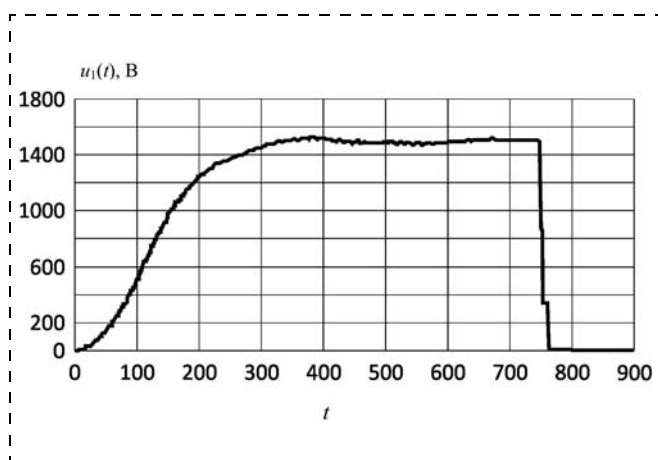


Рис. 4. Временная диаграмма управляющего напряжения u_1

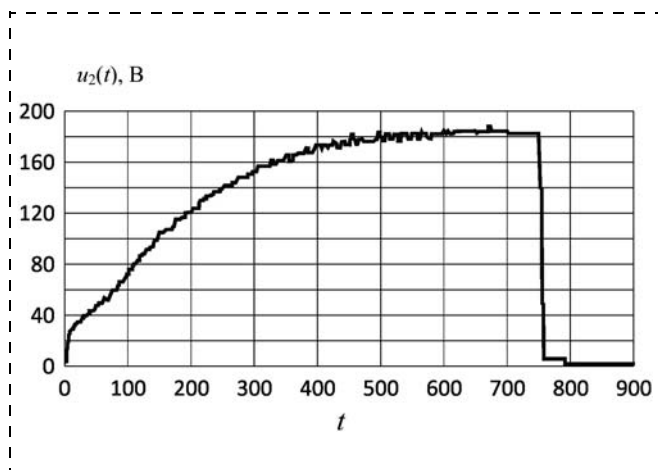


Рис. 5. Временная диаграмма управляющего напряжения u_2

Таким образом, моделирование показало принципиальную возможность вывода двигателя в номинальный режим работы и поддержания заданной скорости. Рассматриваемые алгоритмы управления могут использоваться в задаче диагностирования тяговых двигателей методом взаимной нагрузки.

Заключение

В работе предлагается решать задачу автоматической стабилизации угловой скорости вала тягового электрического двигателя при его техническом диагностировании методами траекторного управления нелинейным объектом, описываемым дискретными моделями. Приближенные алгоритмы построены на основе процедур линеаризации путем разложения дважды непрерывно дифференцируемых функций в ряд Тейлора, учитывающего первые и вторые производные. Алгоритмы формирования управляющих воздействий получены в виде рекуррентных соотношений, достаточно просто программируются и реализуются в микропроцессорных регуляторах. Приближенные алгоритмы являются двухступенчатыми и позволяют рационально использовать более точные, но требующие на каждом шаге управления большего времени для вычислений, методы второго порядка.

Список литературы

1. Терехов В. М., Осипов О. И. Системы управления электроприводов. М.: Академия, 2005. 304 с.
2. ГОСТ 11828—86. Машины электрические вращающиеся. Общие методы испытаний. М.: Изд-во стандартов, 1986. 32 с.
3. Авилов В. Д., Беляев В. П., Исмаилов Ш. К., Харламов В. В. Диагностирование и настройка коммутации тяговых и других коллекторных электрических машин. Омск: Изд. Омского гос. ун-та путей сообщения, 2002. 134 с.
4. Когут А. Т. Синтез приближенных алгоритмов двойного управления двигателями постоянного тока на основе процедур линеаризации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 3. С. 45—50.
5. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 2: Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. М.: Физматлит, 2004. 464 с.
6. Методы классической и современной теории автоматического управления. Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. Т. 5. 784 с.
7. Рубан А. И. Адаптивное управление с идентификацией. Томск: Изд-во Томского университета, 1983. 170 с.
8. Когут А. Т. Полиномиальная аппроксимация в некоторых задачах оптимизации и управления. Омск: Изд. Омского гос. ун-та путей сообщения, 2003. 243 с.
9. Котеленец Н. Ф., Акимов Н. А., Антонов М. В. Испытания, эксплуатация и ремонт электрических машин. М.: Академия, 2003. 384 с.
10. Справочник по электрическим машинам / Под ред. И. П. Копылова, Б. К. Клокова. М.: Энергоатомиздат, 1989. Т. 2. 688 с.

УДК 519.6

А. А. Ченцов, канд. физ.-мат. наук,
главный программист,

А. Г. Ченцов, д-р физ.-мат. наук,
чл.-корр. РАН, зав. отделом,
chentsov@imm.uran.ru,

П. А. Ченцов, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр.,
Институт математики и механики УрО РАН,
г. Екатеринбург

Задачи маршрутизации с ограничениями и сложными функциями стоимости

Рассматриваются задачи последовательного обхода мегаполисов, осложненные ограничениями, необходимостью выполнения работ в пределах мегаполисов и зависимостью стоимостей от списка заданий, не выполненных на текущий момент.

Ключевые слова: маршрут, условия предшествования, динамическое программирование

Введение

Статья посвящена исследованию задач маршрутизации перемещений при наличии ограничений и усложненных функциях стоимости; эти задачи имеют своим прототипом известную труднорешаемую задачу коммивояжера (ЗК) [1–3], но содержат существенные особенности, связанные с приложениями. Имеются в виду ограничения в виде условий предшествования, а также функции стоимости, включающие зависимость от списка заданий. Данная зависимость может возникать при перемещениях и работах в агрессивной среде в случае осуществления последовательного "выключения" источников вредных воздействий и, в частности, источников радиации. Последнее может быть связано с задачей о демонтаже энергоблока атомной электростанции (АЭС), выведенного из эксплуатации. Возможны, однако, и другие содержательные постановки, приводящие к вышеупомянутой особенности в задании функций стоимости. Наконец, помимо учета перемещений следует учитывать работы в пунктах прибытия; последние, впрочем, могут не определяться однозначно, а быть, в свою очередь, предметом нашего выбора. В результате получаем задачу о посещении мегаполисов, причем допускается несовпадение точек прибытия и отправления из мегаполиса, что отвечает выполнению той или иной работы в его пределах. В дальнейшем будут рассматриваться также постановки, включающие некоторые отличия по сравнению с основной задачей маршрутизации

(ОЗМ), содержательный смысл которой мы обсудили выше. Тем не менее, именно вышеупомянутая комплексная задача маршрутизации (именуем ее ОЗМ) будет базовой; будет показано, что целый ряд постановок, ориентированных на другие содержательные задачи, допускает сведение к ОЗМ.

Особое внимание уделяется также методу динамического программирования (МДП) (оригинальные результаты, относящиеся к применению МДП для решения ЗК, получены в работах [4, 5]; отметим здесь же широкое использование метода ветвей и границ [6]). Для построения надлежащего варианта МДП используется специальное преобразование ограничений (см., например, работу [7, часть 2]). На этой основе конструируется расширение ОЗМ, доставляющее соответствующую функцию Беллмана (см. работы [8–12] и др.). Построена версия МДП, не предусматривающая построение всего массива значений функции Беллмана [7, 4.9], которая, в частности, использовалась в работах [8–12]. В связи с решением ОЗМ особо отметим статью [12]; вариант другой по смыслу задачи, допускающей сведение к ОЗМ, см. в работах [13, 14].

В данной статье рассматривается аддитивный способ агрегирования затрат (потерь), или, короче, аддитивный критерий. В связи с использованием для задач такого рода неаддитивных вариантов агрегирования затрат отметим работы [15–17] (задача на узкие места) и [18], где рассматривалась абстрактная функция агрегирования. В настоящем исследовании мы сосредоточимся на конструкциях, использующих МДП, отметив только подход на основе преобразования исходной задачи маршрутизации со связанными (зависимыми) переменными к эквивалентной экстремальной задаче с независимыми переменными и построенный на его основе метод итераций (допускающий аналогии с методом покоординатного спуска, используемым в общей теории экстремальных задач) [19, 20]. Упомянутый метод включает элементы декомпозиции при построении решения в виде упорядоченной пары (УП) маршрут–трасса и также использует (см. работу [19]) МДП на этапах решения более простых экстремальных задач.

Отметим, что сама ОЗМ ориентирована идейно на исследование процессов, возникающих в атомной энергетике при последовательном выполнении разнородных работ, связанных с перемещением в радиационных полях.

1. Общие определения

В статье будем использовать кванторы, пропозициональные связки; знак " $\equiv$ " означает равенство по определению, def заменяет слова "по определе-

нию". Через $P(H)$ (через $P'(H)$) обозначим семейство всех (всех непустых) подмножеств (п/м) множества H ; $\text{Fin}(H)$ есть def семейство всех конечных множеств из $P'(H)$. Если a и b — объекты, то $\{a; b\}$ обозначим (единственное) множество, содержащее a , b и не содержащее никаких других элементов. Тогда для всякого объекта z $\{z\} \equiv \{z; z\}$ есть одноэлементное множество, содержащее z . Множества суть объекты, а потому, следуя работе [21], сопоставляем любым двум объектам u, v УП $(u, v) = \{\{u\}; \{u; v\}\}$ с первым элементом u и вторым элементом v . В ряде случаев для обозначения той или иной УП используем одну букву; если z есть УП, то через $\text{pr}_1(z)$ и $\text{pr}_2(z)$ обозначим соответственно первый и второй элементы z , однозначно определяемые условием $z = (\text{pr}_1(z), \text{pr}_2(z))$. Если a, b и c — объекты, то, как обычно [22, с. 17], полагаем, что $(a, b, c) \equiv ((a, b), c)$; получаем представление триплета в виде УП. Для всяких трех множеств A, B и C имеем [22, с. 17] $A \times B \times C \equiv (A \times B) \times C$; поэтому для всяких УП $z \in A \times B$ и элемента $c \in C$ имеем $(z, c) \equiv A \times B \times C$. Используем обычные правила экономии скобок в обозначении функций двух и трех переменных, а также индексную форму записи функций [23].

Обозначим R вещественную прямую с полуосью $[0, \infty[\equiv \{\xi \in R | 0 \leq \xi\}$; для каждого непустого множества S через $R_+[S]$ обозначим множество всех функций из S в $[0, \infty[$. Пусть $N = \{1, 2, \dots\}$, $N_0 = \{0\} \cup N = \{0; 1; 2, \dots\}$ и

$$\overline{p, q} \equiv \{s \in N_0 | (p \leq s) \& (s \leq q)\} \quad \forall p \in N_0 \quad \forall q \in N_0.$$

Для каждого непустого множества K через $|K|$ обозначим мощность K , $|K| \in N$, а через $(\text{bi})[K]$ — множество всех биекций [24] "отрезка" $\overline{1, |K|}$ на K , $(\text{bi})[K] \neq \emptyset$. Если X и Y — непустые множества, а κ — биекция X на Y , то через κ^{-1} обозначим биекцию Y на X , обратную к κ . Перестановкой непустого множества A называется [24] биекция A на себя. Как обычно, $|\emptyset| \equiv 0$.

Если H — непустое множество, $g \in R_+[H]$ и $L \in P'(H)$, то $g|L \in R_+[L]$ есть сужение g на L , определяемое правилом $(g|L)(l) \equiv g(l) \quad \forall l \in L$.

2. Некоторые специальные обозначения

В данном разделе введем ряд объектов (параметров), которые будут общими для всех рассматриваемых ниже постановок. Итак, фиксируем непустое множество X , $x^0 \in X$, $n \in N$: $2 \leq n$, а также множества $M_1 \in \text{Fin}(X)$, ..., $M_n \in \text{Fin}(X)$, называемые далее мегаполисами. Полагаем, что

$$(x^0 \notin M_j \quad \forall j \in \overline{1, n}) \& \\ \& (M_p \cap M_q = \emptyset \quad \forall p \in \overline{1, n} \quad \forall q \in \overline{1, n} \setminus \{p\}). \quad (2.1)$$

В виде $X \equiv \{x^0\} \cup (\bigcup_{i=1}^n M_i)$ получаем фазовое пространство процесса

$$x^0 \rightarrow (\text{pr}_1(z_1) \in M_{\alpha(1)} \mapsto \text{pr}_2(z_1) \in M_{\alpha(1)} \rightarrow \dots \rightarrow \\ \rightarrow (\text{pr}_1(z_n) \in M_{\alpha(n)} \mapsto \text{pr}_2(z_n) \in M_{\alpha(n)}), \quad (2.2)$$

где α — перестановка множества $\overline{1, n}$. Конкретный выбор α может быть стеснен условиями предшествования. В связи с этим введем в рассмотрение множество $K \in P(\overline{1, n} \times \overline{1, n})$ (случай $K = \emptyset$ не исключается и отвечает ситуации, когда условия предшествования отсутствуют), для которого

$$\forall K_0 \in P'(K) \quad \exists z_0 \in K_0: \text{pr}_1(z_0) \neq \text{pr}_2(z_0) \quad \forall z \in K_0. \quad (2.3)$$

Элементы K именуем адресными УП, у каждой из которых первый элемент является индексом "отправителя" (груза, сообщения и т. п.), а второй — индексом "получателя". Каждый "отправитель" должен посещаться раньше соответствующего "получателя"; тогда

$$A \equiv \{\alpha \in P | \alpha^{-1}(\text{pr}_1(z)) < \alpha^{-1}(\text{pr}_2(z)) \quad \forall z \in K\},$$

где $P \equiv (\text{bi})[\overline{1, n}]$ есть множество всех допустимых по предшествованию перестановок $\overline{1, n}$, именуемых ниже маршрутами. Из (2.3) следует, что $A \neq \emptyset$, т. е. $A \in P'(P)$, см. работу [7, часть 2]. Итак, допустимые по предшествованию маршруты существуют. Возвращаясь к (2.2), введем множество трасс в $X \times X$, согласованных с наперед выбранным маршрутом: если $\alpha \in A$, то Z_α обозначаем множество всех кортежей $(z_i)_{i \in \overline{0, n}} : \overline{0, n} \rightarrow X \times X$ таких, что $z_0 = (x^0, x^0)$ и

$z_t \in M_{\alpha(t)} \times M_{\alpha(t)} \quad \forall t \in \overline{1, n}$. Каждую пару $(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}})$ упомянутого типа рассматриваем как дерево решения (ДР); такие ДР могут использоваться в различных задачах маршрутизации. Нам требуется также рассматривать частичные, в некотором смысле, задачи, а это, в свою очередь, потребует построения частичных ДР (т. е. решений, используемых для выполнения не всех, вообще говоря, заданий). Для этого построения потребуется, однако, редукция системы ограничений в духе работы [7, часть 2], которую сейчас рассмотрим совсем кратко, определяя отображение I , действующее в N , где (здесь и ниже) $N \equiv P'(\overline{1, n})$: если $K \in N$, то $I(K) \equiv K \setminus \{\text{pr}_2(z) : z \in \Xi[K]\}$, где $\Xi[K] \equiv \{z \in K | (\text{pr}_1(z) \in K) \& (\text{pr}_2(z) \in K)\}$. С учетом этого полагаем, что

$$(I - \text{bi})[\tilde{K}] \equiv \{\alpha \in (\text{bi})[\tilde{K}] | \alpha(j) \in \\ \in I(\{\alpha(t) : t \in \overline{j, |\tilde{K}|}\}) \quad \forall \tilde{K} \in N. \quad (2.4)$$

Элементы множества (2.4) рассматриваем как частичные маршруты. При этом [7, с. 33] $A = (I - \text{bi})[\overline{1, n}]$.

Используем ниже частичные или "укороченные" трассы: если $x \in \mathbf{X}$, $K \in \mathbf{N}$ и $\alpha \in (\mathbf{I} - \text{bi})[K]$, то через $\mathbf{Z}(x, K, \alpha)$ обозначаем множество всех коротежей $(z_i)_{i \in \overline{0, |K|}} : \overline{0, |K|} \rightarrow \mathbf{X}$, для каждого из которых $z_0 = (x, x)$ и $z_t \in M_{\alpha(t)} \times M_{\alpha(t)} \forall t \in \overline{1, |K|}$; получаем непустое конечное множество. Если $x \in \mathbf{X}$ и $K \in \mathbf{N}$, то каждую УП

$$(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, |K|}}), \alpha \in (\mathbf{I} - \text{bi})[K], (z_i)_{i \in \overline{0, |K|}} \in \mathbf{Z}(x, K, \alpha),$$

рассматриваем как ДР задачи обслуживания мегаполисов $M_k, k \in K$, из состояния x , т. е. как ДР частичной задачи. Отметим при этом, что $\mathbf{Z}_\alpha = \mathbf{Z}(x^0, \overline{1, n}, \alpha)$ при $\alpha \in \mathbf{A}$. Итак, "полные" ДР можно рассматривать как вариант частичных. В дальнейшем данное обстоятельство используется для построения расширений соответствующих задач маршрутизации.

В заключение раздела напомним положения работы [7, 4.9], касающиеся построения слоев пространства позиций. Эта конструкция оказывается применимой для широкого класса задач маршрутизации при построении слоев соответствующей функции Беллмана. Пусть

$$\mathbf{G} \equiv \{K \in \mathbf{N} | \forall z \in \mathbf{K} (\text{pr}_1(z) \in K) \Rightarrow (\text{pr}_2(z) \in K)\}; \quad (2.5)$$

элементы семейства (2.5) называем существенными списками. Они ранжируются по мощности: вводим семейства $\mathbf{G}_s \equiv \{K \in \mathbf{G} | s = |K|\} \forall s \in \overline{1, n}$. Тогда $\mathbf{G}_n = \{\overline{1, n}\}$ и $\mathbf{G}_1 = \{\{t\} : t \in \overline{1, n} \setminus K_1\}$, где $K_1 \equiv \{\text{pr}_1(z) : z \in \mathbf{K}\}$. Наконец [25–27], $\mathbf{G}_{s-1} = \{K \setminus \{j\} : K \in \mathbf{G}_s, j \in \mathbf{I}(K)\} \forall s \in \overline{2, n}$. Тем самым реализуется цепочка $\mathbf{G}_n \rightarrow \dots \rightarrow \mathbf{G}_1$. Полагая, что $\mathbf{M}$ есть объединение всех множеств $M_i, i \in \overline{1, n} \setminus K_1$, введем $D_0 \equiv \{(x, \emptyset) : x \in \mathbf{M}\}$; кроме того, $D_n \equiv \{(x^0, \overline{1, n})\}$. Если $s \in \overline{1, n-1}$ и $K \in \mathbf{G}_s$, то [7, §4.9] множества $J_s(K) \equiv \{t \in \overline{1, n} \setminus K | \{t\} \cup K \in \mathbf{G}_{s+1}\}$ и

$$M_s[K] \equiv \bigcup_{j \in J_s(K)} M_j$$

реализуют клетку $\mathbf{D}_s[K] \equiv \{(x, K) : x \in M_s[K]\}$. Из клеток "составляются" слои:

$$D_s \equiv \bigcup_{K \in \mathbf{G}_s} \mathbf{D}_s[K] \forall s \in \overline{1, n-1}.$$

При $\mathbf{N} \equiv P(\overline{1, n})$ имеем с очевидностью (см. [7, §4.9]), что $D_s \in P'(\mathbf{X} \times \mathbf{N}) \forall s \in \overline{0, n}$. Отметим важное свойство инвариантности:

$$(y, K \setminus \{k\}) \in D_{s-1} \forall s \in \overline{1, n} \quad \forall (x, K) \in D_s \quad \forall k \in \mathbf{I}(K) \quad \forall y \in M_k. \quad (2.6)$$

Таким образом, "проведена" подготовительная работа для введения маршрутных задач и конструкций их решения на основе экономичной версии МДП [7, §4.9].

3. Основная задача маршрутизации

Рассмотрим постановку, ориентированную на использование в инженерной задаче о демонтаже энергоблока АЭС, выведенного из эксплуатации. Далее будет показано, что к данной постановке сводятся и другие содержательные задачи, поэтому имеет смысл рассмотрение общей схемы решения на основе МДП. Пусть

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{c}} &\in R_+[\mathbf{X} \times \mathbf{X} \times \mathbf{N}], \tilde{c}_1 \in R_+[M_1 \times M_1 \times \mathbf{N}], \dots, \\ \tilde{c}_n &\in R_+[M_n \times M_n \times \mathbf{N}], \\ f &\in R_+[\bigcup_{i=1}^n M_i]. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Функция $\tilde{\mathbf{c}}$ используется для оценивания внешних перемещений, функции $\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_n$ — для оценивания внутренних работ, а f — для оценивания терминального состояния (см. (2.2)). Среди аргументов $\tilde{c}_1, \tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_n$ присутствует элемент $\mathbf{N}$, т. е. тот или иной список (заданий). Если $\alpha \in \mathbf{A}$ и $(z_i)_{i \in \overline{0, n}} \in \mathbf{Z}_\alpha$, то посредством значения

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}}) &\equiv \\ &\equiv \sum_{k=1}^n [\tilde{\mathbf{c}}(\text{pr}_2(z_{k-1}), \text{pr}_1(z_k), \{\alpha(t) : t \in \overline{k, n}\}) + \\ &+ \tilde{c}_{\alpha(k)}(z_k, \{\alpha(t) : t \in \overline{k, n}\})] + f(\text{pr}_2(z_n)) \end{aligned} \quad (3.2)$$

оцениваем качество ДР $(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}})$. Возникает следующая ОЗМ:

$$\tilde{\Pi}(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}}) \rightarrow \min, \alpha \in \mathbf{A}, (z_i)_{i \in \overline{0, n}} \in \mathbf{Z}_\alpha. \quad (3.3)$$

Через $\tilde{V}$ обозначаем значение ОЗМ (3.3): $\tilde{V}$ есть наименьшее из $\tilde{\Pi}(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}}), \alpha \in \mathbf{A}, (z_i)_{i \in \overline{0, n}} \in \mathbf{Z}_\alpha$. Оптимальным в ОЗМ называем всякое ДР $(\alpha^0, (z_i^0)_{i \in \overline{0, n}})$, для которого $\tilde{\Pi}(\alpha^0, (z_i^0)_{i \in \overline{0, n}}) = \tilde{V}$.

Используя построения раздела 2, введем расширение задачи (3.3), полагая при $u \in \mathbf{X}, \tilde{K} \in \mathbf{N}, \beta \in (\mathbf{I} - \text{bi})[\tilde{K}]$ и $h \in \mathbf{Z}(u, \tilde{K}, \beta)$, что

$$\begin{aligned} \tilde{\pi}[u; \tilde{K}; \beta, h] &\equiv \\ &\equiv \sum_{k=1}^{|\tilde{K}|} [\tilde{\mathbf{c}}(\text{pr}_2(h(k-1)), \text{pr}_1(h(k)), \{\beta(t) : t \in \overline{k, |\tilde{K}|}\}) + \\ &+ \tilde{c}_{\beta(k)}(h(k), \{\beta(t) : t \in \overline{k, |\tilde{K}|}\})] + f(\text{pr}_2(h(|\tilde{K}|))). \end{aligned} \quad (3.4)$$

В этих терминах (см. (3.4)) вводим частичные (вообще говоря) задачи маршрутизации: если $x \in \mathbf{X}$ и $K \in \mathbf{N}$, то рассматриваем задачу

$$\tilde{\pi}[x; K; \alpha, \mathbf{z}] \rightarrow \min, \alpha \in (\mathbf{I} - \text{bi})[K], \mathbf{z} \in \mathbf{Z}(x, K, \alpha); \quad (3.5)$$

через $\tilde{v}(x, K)$ обозначаем значение (3.5): $\tilde{v}(x, K)$ есть наименьшее из $\tilde{\pi}[x; K; \alpha, z], \alpha \in (I - bi)[K], z \in Z(x, K, \alpha)$. Легко видеть, что $\tilde{v}(x^0, \overline{1, n}) = \tilde{V}$. Полагаем, кроме того, что $\tilde{v}(x, \emptyset) = f(x) \forall x \in X$. Тем самым введена функция $\tilde{v} : X \times N \rightarrow [0, \infty]$, согласующаяся с $\tilde{V}$. Мы рассматриваем систему задач (3.5) как расширение ОЗМ (3.3). Справедлива следующая

Теорема 3.1. Если $x \in X$ и $K \in N$, то

$$\tilde{v}(x, K) = \min_{t \in I(K)} \min_{z \in M_t \times M_t} [\tilde{c}(x, pr_1(z), K) + \tilde{c}_t(z, K) + v(pr_2(z), K \setminus \{t\})].$$

Доказательство теоремы осуществляется по схеме, подобной используемой в работах [8, 9, 11].

Введем в рассмотрение слои функции $\tilde{v}$, полагая, что при $s \in \overline{0, n}$ функция $\tilde{V}_s = (\tilde{v}|D_s) \in R_+[D_s]$ такова, что $\tilde{V}_s(x, K) = \tilde{v}(x, K) \forall (x, K) \in D_s$. Тогда (см. раздел 2) $\tilde{V}_0(x, \emptyset) = f(x) \forall x \in M$; итак, функция $\tilde{V}_0$ известна. По свойствам $\tilde{v}$ имеем, что $\tilde{V}_N(x^0, \overline{1, n}) = \tilde{V}$. Наконец, из (2.6) и теоремы 3.1 получаем, что при $s \in \overline{1, n}$ преобразование $\tilde{V}_{s-1}$ в $\tilde{V}_s$ реализуется по правилу:

$$\tilde{V}_s(x, K) = \min_{t \in I(K)} \min_{z \in M_t \times M_t} [\tilde{c}(x, pr_1(z), K) + \tilde{c}_t(z, K) + \tilde{V}_{s-1}(pr_2(z), K \setminus \{t\})] \forall (x, K) \in D_s. (3.6)$$

Правило (3.6) может (как показано в работах [26, 27]) в принципе "расщепляться" в локальные правила поведения гипотетических процессоров, действующих независимо, но с возможными повторами потоковых вычислений, подобных (3.6). Основной недостаток данного подхода к организации распараллеливания связан с жесткими требованиями к ресурсам памяти. Отметим, что другие конструкции параллельной реализации процедур типа (3.6) для более частных задач использовались в работах [25, 28].

Возвращаясь к общей процедуре (3.6), отметим, что она позволяет найти $\tilde{V}$, а затем по достаточно понятной схеме, подобной используемой [7, с. 74–79] (см., например, [8, 9, 11]) и естественной для МДП, построить оптимальное ДР.

4. Преобразование задач маршрутизации

В данном разделе рассматривается схема сведения к ОЗМ других по форме задач маршрутизации. Оказывается, что модель ОЗМ, определяемая под-

ходящим набором (3.1), обладает достаточной общностью и по этой причине может выступать в качестве некоторой канонической задачи. Итак, рассмотрим сначала некоторое усложнение постановки, фиксируя отображение

$$(s, t) \mapsto c_{s, t} : \overline{1, n} \times \overline{1, n} \rightarrow R_+[X \times X \times N], (4.1)$$

используемое для оценивания внешних перемещений, а также отображения

$$t \mapsto c_{1, t} : \overline{1, n} \rightarrow R_+[M_1 \times M_1 \times N], \dots, t \mapsto c_{n, t} : \overline{1, n} \rightarrow R_+[M_n \times M_n \times N], (4.2)$$

которые служат для оценивания внутренних работ; отображение f понимаем в смысле (3.1). В сравнении с (3.1) в (4.1), (4.2) добавлена зависимость от параметра t , который будет обозначать номер в очереди, т. е. своеобразное дискретное "время" [13, 14]. Если $\alpha \in A$ и $(z_i)_{i \in \overline{0, n}} \in Z_\alpha$, то полагаем, что

$$\begin{aligned} \Pi(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}}) &= \sum_{t=1}^n [c_{\alpha(t), t}(pr_2(z_{t-1}), pr_1(z_t), \\ &\{\alpha(j) : j \in \overline{t, n}\}) + \tilde{c}_{\alpha(t), t}(z_t, \{\alpha_j : j \in \overline{t, n}\})] + \\ &+ f(pr_2(z_n)). \end{aligned} (4.3)$$

Рассматриваем (4.3) как критерий следующей задачи маршрутизации:

$$\Pi(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}}) \rightarrow \min, \alpha \in A, (z_i)_{i \in \overline{0, n}} \in Z_\alpha. (4.4)$$

Пусть V — значение (4.4), т. е. наименьшее из $\Pi(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}})$, $\alpha \in A, (z_i)_{i \in \overline{0, n}} \in Z_\alpha$. Обычным образом определяются оптимальные в задаче (4.4) ДР.

Рассмотрим теперь следующую конкретизацию функций в (3.1):

1) полагаем, что $\tilde{c} \in R_+[X \times X \times N]$ определяется выражениями

$$\begin{aligned} (\tilde{c}(x, y, K) &= \\ &= c_{s, n-|K|+1}(x, y, K) \forall x \in X \forall s \in \overline{1, n} \forall y \in M_s \forall K \in N) \& \\ &\& (\tilde{c}(x, x^0, K) = 0 \forall x \in X \forall K \in N) \end{aligned} (4.5)$$

(учитываем (2.1) и определение X);

2) при $s \in \overline{1, n}$ определяем $\tilde{c}_s \in R_+[M_s \times M_s \times N]$ по правилу

$$\begin{aligned} \tilde{c}_s(h, K) &= \\ &= c_{s, n-|K|+1}(h, K) \forall h \in M_s \times M_s \forall K \in N. \end{aligned} (4.6)$$

Итак, посредством (4.5), (4.6) вводится вариант задачи (3.3). В этих условиях справедливо следующее

Предложение 4.1. Если $\alpha \in A$ и $(z_i)_{i \in \overline{0, n}} \in Z_\alpha$,

то $\Pi(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}}) = \tilde{\Pi}(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}})$.

Доказательство следует из определений. Из предложения 4.1 следует, что задача (4.4) сводится к задаче (3.3) при условиях (4.5), (4.6). Как следствие можно использовать соответствующий вариант теоремы 3.1: полагая, что v есть конкретизация ве-

личины $\tilde{v}$, рассмотренной в разделе 3, соответствующая (4.5), (4.6), мы получаем уравнение Беллмана для задачи (4.4) в виде

$$v(x, K) = \min_{\tau \in I(K)} \min_{z \in M_\tau \times M_\tau} [c_{\tau, n-|K|+1}(x, pr_1(z), K) + c_{\tau, n-|K|+1}(z, K) + v(pr_2(z), K \setminus \{\tau\})] \quad \forall x \in X \quad \forall K \in N.$$

При этом, конечно, $V = v(x^0, \overline{1, N})$ и, кроме того, $v(x, \emptyset) = f(x) \quad \forall x \in X$. Полагаем при $s \in \overline{0, n}$, что $V_s \equiv (v|_{D_s})$; тогда $V_s \in R_+[D_s]$ совпадает с $\tilde{V}_s$ при условиях (4.5), (4.6). Функция V_0 определяется явным образом в терминах f , а рекуррентная процедура $V_0 \rightarrow V_1 \rightarrow \dots \rightarrow V_n$ реализуется на основе соответствующей конкретизации (3.6): если $s \in \overline{1, n}$, то V_{s-1} преобразуется в V_s по правилу

$$V_s(x, K) = \min_{\tau \in I(K)} \min_{z \in M_\tau \times M_\tau} [c_{\tau, n-|K|+1}(x, pr_1(z), K) + c_{\tau, n-|K|+1}(z, K) + V_{s-1}(pr_2(z), K \setminus \{\tau\})] \quad \forall (x, K) \in D_s. \quad (4.7)$$

Заметим, что $V = V_n(x^0, \overline{1, N})$, а потому процедура на основе (4.7) позволяет определить V ; после построения $V_0, V_1, \dots, V_n$ обычным для МДП способом (см. работы [8, 9, 11]) определяется оптимальное ДР (вновь используются соотношения типа (4.7)).

В заключение раздела рассмотрим частный случай задачи (4.4), соответствующий постановке, представленной в работах [13, 14]. Речь пойдет о ситуации, когда функции (4.1), (4.2) не зависят от списка заданий. В постановке работ [13, 14] имеется несущественная особенность: предполагаются заданными функции

$$\begin{aligned} \hat{c}_1 &\in R_+[X \times M_1 \times \overline{1, n}], \dots, \\ \hat{c}_n &\in R_+[X \times M_N \times \overline{1, n}], \end{aligned} \quad (4.8)$$

а не "единое" отображение (4.1). Кроме того, вместо (4.2) полагаем, следуя работам [13, 14], заданными функции

$$\begin{aligned} \hat{c}_1 &\in R_+[M_1 \times M_1 \times \overline{1, n}], \dots, \\ \hat{c}_n &\in R_+[M_n \times M_n \times \overline{1, n}] \end{aligned} \quad (4.9)$$

(см. обсуждение в [14]). Учитывая (2.1) и представление X , введем отображение (4.1) по следующему правилу: если $s \in \overline{1, n}$, $t \in \overline{1, n}$, $x \in X$ и $K \in N$, то

$$\begin{aligned} (c_{s, t}(x, y, K) &\equiv \hat{c}_s(x, y, t) \quad \forall y \in M_s) \& \\ \& (c_{s, t}(x, y, K) &\equiv 0 \quad \forall y \in X \setminus M_s). \end{aligned} \quad (4.10)$$

В отношении (4.2) полагаем, имея в виду задачу, рассмотренную в работах [13, 14], что при $s \in \overline{1, n}$ и $t \in \overline{1, n}$ функция $c_{s, t} \in R_+[M_s \times M_s \times N]$ такова, что

$$c_{s, t}(h, K) \equiv \hat{c}_s(h, t) \quad \forall h \in M_s \times M_s \quad \forall K \in N. \quad (4.11)$$

Из (4.10), (4.11) видно, что в рассматриваемом случае функции стоимости от списка заданий явным способом не зависят; однако элемент нестационарности, присутствующий в (4.1), (4.2), сохранен. Из (4.3), (4.10) и (4.11) вытекает, что в рассматриваемом случае

$$\begin{aligned} \Pi(\alpha, (z_i)_{i \in \overline{0, n}}) &= \sum_{t=1}^n [\hat{c}_{\alpha(t)}(pr_2(z_{t-1}), pr_1(z_t), t) + \\ &+ \hat{c}_{\alpha(t)}(z_t, t)] + f(pr_2(z_n)) \quad \forall \alpha \in A \quad \forall (z_i)_{i \in \overline{0, n}} \in Z_\alpha. \end{aligned}$$

Получили критерий [13, (2)]. Задача (4.4) сводится теперь к рассматриваемой в работах [13, 14]; разумеется, это означает, что в силу предложения 4.1 мы имеем частный случай задачи (3.3). В нашем случае функция v , являющаяся конкретизацией $\tilde{v}$ и определенная на $X \times N$, такова, что

$$\begin{aligned} v(x, K) &= \min_{\tau \in I(K)} \min_{z \in M_\tau \times M_\tau} [\hat{c}_\tau(x, pr_1(z), n-|K|+1) + \\ &+ \hat{c}_\tau(z, n-|K|+1) + \\ &+ v(pr_2(z), K \setminus \{\tau\})] \quad \forall x \in X \quad \forall K \in N \end{aligned} \quad (4.12)$$

($V = v(x^0, \overline{1, n})$, а значения $v(x, \emptyset)$, $x \in X$, определяются прежними соотношениями); разумеется, (4.12) соответствует теореме 1, см. работу [13]. При этом, конечно, из (4.7) и (4.12) имеем свойство (3) [см. 13], т. е.

$$\begin{aligned} V_s(x, K) &= \min_{\tau \in I(K)} \min_{z \in M_\tau \times M_\tau} [\hat{c}_\tau(x, pr_1(z), n-|K|+1) + \\ &+ \hat{c}_\tau(z, n-|K|+1) + \\ &+ V_{s-1}(pr_2(z), K \setminus \{\tau\})] \quad \forall s \in \overline{1, n} \quad \forall (x, K) \in D_s. \end{aligned} \quad (4.13)$$

В частности, из (4.13) следует очевидная цепочка равенств

$$\begin{aligned} V = V_n(x^0, \overline{1, n}) &= \min_{\tau \in I(K)} \min_{z \in M_\tau \times M_\tau} [\hat{c}_\tau(x_0, pr_1(z), 1) + \\ &+ \hat{c}_\tau(z, 1) + V_{n-1}(pr_2(z), \overline{1, n} \setminus \{\tau\})], \end{aligned} \quad (4.14)$$

что соответствует результатам работ [13, 14]. Итак, процедура (4.13), (4.14) извлекается из построений раздела 3 (см., в частности, (3.6)), связанных с решением ОЗМ.

5. Модельный пример 1

Рассмотрим случай, когда $X = R \times R$ (плоская задача), $x^0 = (0, 0)$, $n, M_1, \dots, M_n$ и X описаны в разделе 2. Будем полагать заданными функции (4.8), (4.9); функцию f определяем в виде евклидовой нормы (соответствующего плоского вектора). Полагаем, что имеются некоторые клиенты, заинтересованные в обслуживании мегаполисов: при $i \in \overline{1, n}$ мегаполис M_i является "подведомственным" i -му клиенту. У каждого из клиентов имеется желаемый вариант обслуживания в очереди: если $j \in \overline{1, n}$, то j -й клиент хотел бы, чтобы его мегаполис M_j обслуживался в "момент" $t_j \in \overline{1, n}$ (возможно, что на-

бор индексов $t_1, \dots, t_n$ отвечает некой предварительной договоренности клиентов между собой). Если же реальное обслуживание M_j осуществляется в "момент" $t \in \overline{1, n}$, то исполнитель, осуществляющий внешние перемещения и внутренние работы, штрафуются, что приводит к увеличению его затрат; полагаем данное увеличение пропорциональным величине $|t - t_j|$. Причиной возможного несовпадения t и t_j могут, в частности, быть условия предшествования, которые обязан соблюдать исполнитель; возникает своеобразный конфликт интересов. Так, например, все клиенты могут настаивать на скорейшем обслуживании, что соответствует случаю $t_j \equiv 1$ (данное требование может быть связано с соображениями престижа); реализовать упомянутые условия исполнитель не может и при отсутствии ограничений; последние еще более осложняют ситуацию. В этих условиях оптимизация маршрутов и трасс может рассматриваться как поиск разумных компромиссов.

Для вычислений использовали программу, написанную на Microsoft Visual C++ 2010. Вычисления проводили на ПЭВМ с процессором Intel i7-2630QM с 8 Гбайт оперативной памяти, работающей под управлением Windows 7 (64-bit).

В качестве $\rho: X \times X \rightarrow [0, \infty[$ используем функцию евклидова расстояния: при $x_1 \in X$ и $x_2 \in X$ число $\rho(x_1, x_2)$ есть евклидово расстояние между плоскими векторами x_1 и x_2 .

Полагаем, что $n = 29$. Каждый мегаполис M_i , $i \in \overline{1, 29}$, задается равномерной сеткой на окружности радиуса 7,5. Полагаем, что $|M_i| = 30$, $i \in \overline{1, 29}$. Центры окружностей определены на плоскости случайным образом, но так, что получающиеся при этом мегаполисы не пересекаются и не содержат базу. Точки M_i можно рассматривать как входы—выходы в помещение. Внутри помещения есть точка, в которой исполнитель начинает внутреннюю работу, и точка, в которой исполнитель заканчи-

вает внутреннюю работу. Стоимость работы между точками начала и завершения внутренней работы есть константа, равная числу 50, к которому прибавлен номер мегаполиса. Таким образом, исполнитель посещает выбранный порт входа на мегаполис, далее идет в точку начала внутренней работы. Завершив внутреннюю работу, перемещается из точки завершения работы к выбранному порту выхода. Фиксируем точки $a_i \in X$, $i \in \overline{1, 29}$, определяющие положения начала внутренних работ, и точки $b_i \in X$, $i \in \overline{1, 29}$, определяющие положения завершения внутренних работ.

Далее вводятся непосредственно функции стоимости. Полагаем, что при каждом $s \in \overline{1, 29}$ функция $\hat{c}_s$ определяется условием: при $x \in X$, $y \in M_s$ и $t \in \overline{1, 29}$

$$\hat{c}_s(x, y, t) = \rho(x, y)|t - 1|$$

(подразумевается, что $t_s \equiv 1$). Таким образом определены стоимости внешних перемещений. Для оценивания внутренних работ используются функции $\hat{c}_i$, $i \in \overline{1, 29}$, определяемые следующим образом:

если $s \in \overline{1, 29}$, $x \in M_s$, $y \in M_s$ и $t \in \overline{1, 29}$, то

$$\hat{c}_s(x, y, t) = (\rho(x, a_s) + (50 + s) + \rho(b_s, y))|t - 1|.$$

Наконец, функцию f отождествляем с евклидовой нормой на плоскости X . Таким образом, определены функции стоимости $\hat{c}_1, \dots, \hat{c}_{27}, \hat{c}_1, \dots, \hat{c}_{27}, f$.

Кроме того, задано множество K , $|K| = 27$.

Точные координаты мегаполисов и точки внутренних работ, а также адресные пары не приводятся в связи с ограниченным объемом статьи. То же самое относится и к полученному в ходе решения маршруту.

Время счета — 11 мин 32 с. Решение отображено на рис. 1. Тонкими стрелками отображается маршрут и трасса движения, толстыми — адресные пары.

6. Модельный пример 2

Как и в предыдущем разделе, полагаем $X = \mathbf{R} \times \mathbf{R}$, однако будем рассматривать здесь решение ОЗМ (3.3). Исследуемая далее постановка ориентирована на применение для целей решения задачи о демонтаже энергоблока АЭС, что будет отражено в соглашениях относительно функций $\tilde{c}$, $\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_n$. Функцию f полагаем здесь тождественно равной нулю. Полагаем, что с каждым из мегаполисов связан некоторый источник излучения, а са-

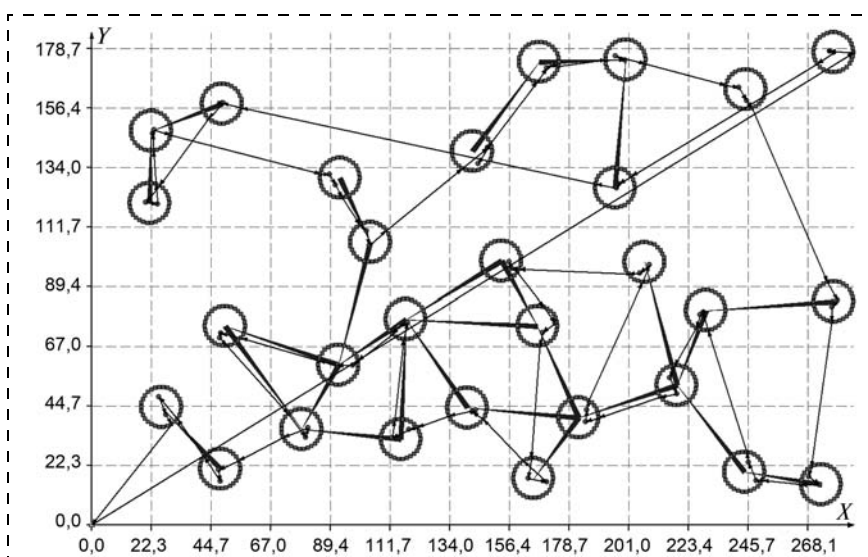


Рис. 1. Маршрут и трасса обхода множеств

ми точки — "города" мегаполиса — играют по сути дела роль входов — выходов для помещения, в пределах которого выполняются работы, связанные с демонтажем источника. Интенсивности источников различны. Кроме того, полагаем, что скорость перемещений от базы к мегаполисам и между мегаполисами больше, чем скорость перемещения в помещениях, связанных с мегаполисами. Итак, скорость внешних перемещений больше скорости перемещений при внутренних работах. Воздействие (одного) источника на исполнителя в норме обратно пропорционально квадрату расстояния; есть, однако, особенности, характеризующие воздействие "в ближних зонах", отождествляемых с помещениями, связанными каждое с соответствующим мегаполисом. Так, в частности, деление на квадрат расстояния заменяется делением на сумму упомянутой величины и единицы (гарантированно исключается деление на ноль). С точки зрения детализации (2.2) естественно выделить два типа характерных перемещений, соответствующих слагаемым в (3.2):

- 1) перемещение на мегаполис извне (из x^0 , либо из точки другого мегаполиса), не связанное с внутренними работами и выполняемое (поэтому) "быстро";
- 2) внутреннее перемещение, связанное с демонтажем (а по сути, выключением) источника и осуществляемое в пределах помещения, связанного с мегаполисом.

В случае 1), отвечающем оцениванию на основе $\tilde{c}$, исполнитель подвергается в основном фоновому воздействию (возможны "быстрые" прохождения ближних зон "по пути", т. е. без выполнения работ по демонтажу). В случае 2), отвечающем оцениванию посредством $\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_n$, доминирует воздействие демонтируемого источника. В обоих случаях осуществляется интегрирование зависимости, определяющей дозу, вдоль соответствующего "отрезка" пути исполнителя. При этом общая доза облучения получается суммированием доз, отвечающих воздействию отдельных источников. Таким образом, определяются значения $\tilde{c}, \tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_n$, выступающие в качестве оценок совокупного радиационного воздействия на соответствующих фрагментах перемещений.

По соображениям ограничения объема статьи опускаем точное описание модели, ограничиваясь в этой части краткими замечаниями в отношении существенных деталей. Итак, при $j \in \overline{1, n}$ с мегаполисом M_j связываем плоский вектор a_j , для которого $a_j \notin M_j$; рассматриваем a_j в качестве локализации соответ-

ствующего источника. Работы по демонтажу последнего, характеризующие случай 2), связываем с "медленным" перемещением из пункта прибытия (в мегаполис M_j) в точку a_j , выполнением нужной операции в данной точке и последующим перемещением к "выходу" из мегаполиса. На последнем этапе (и далее) полагаем воздействие данного источника отсутствующим, поскольку он демонтирован.

В случае, когда при осуществлении внешних перемещений исполнитель попадает в ближнюю зону (помещение), связанную каким-либо мегаполисом, и не выполняет работы по демонтажу соответствующего источника, мы используем модель, отвечающую случаю 1), т. е. "фоновую" модель, имея в виду "быстрое" перемещение (исполнитель "не отвлекается" на выполнение внутренних работ).

Приведенный в данной статье алгоритм на основе МДП был реализован в виде программы для ПЭВМ, написанной на языке программирования C++ (была использована версия C++ Builder XE2 из пакета Embarcadero RAD Studio XE2), работающей в 32-разрядной операционной системе семейства Windows (начиная с Windows XP). Вычислительная часть программы реализована в отдельном от интерфейса пользователя потоке. Для случая решения задачи на плоскости программа позволяет получить графическое представление траектории движения по мегаполисам; имеется возможность увеличения отдельных участков графика, а также возможно сохранение файл графического формата bmp.

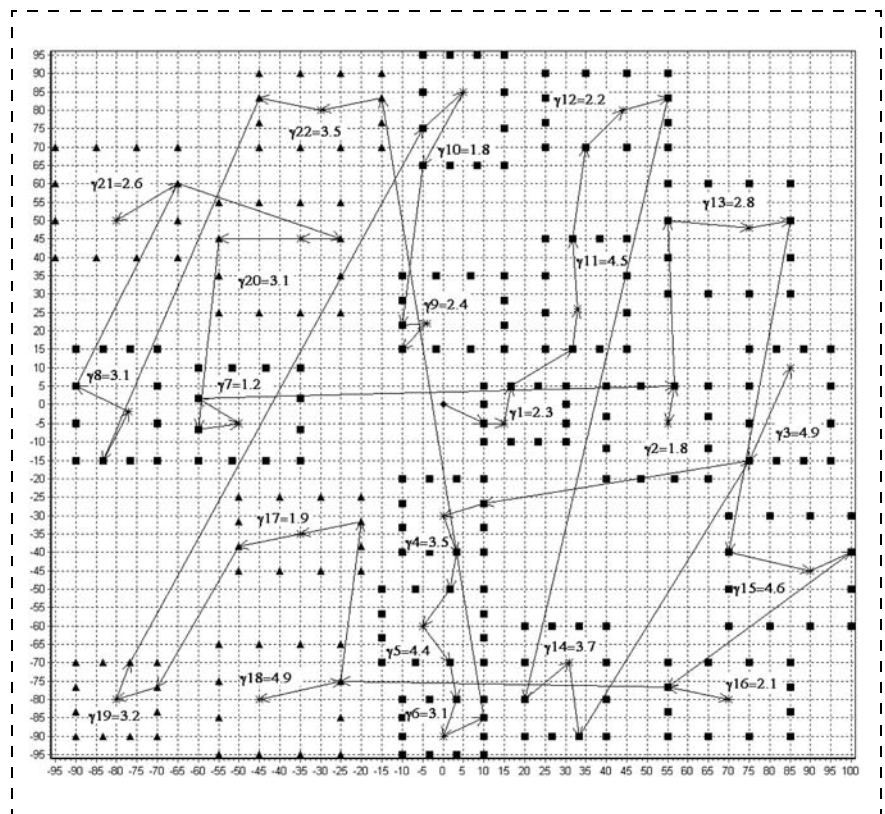


Рис. 2. Маршрут и трасса обхода множеств

Вычислительный эксперимент проводили на ПЭВМ с процессором Intel Core2Duo E8400 с тактовой частотой 3 ГГц, с объемом ОЗУ 2 Гбайт и с установленной операционной системой Windows XP Professional SP3.

Пусть мегаполисы заданы в виде "сеток", получаемых размещением на каждой стороне прямоугольника по четыре точки, включая вершины прямоугольника, на равных расстояниях друг от друга. Начальная точка x^0 совпадает с началом координат. По соображениям объема опустим точное описание мегаполисов, ограничиваясь их графическим изображением на рис. 2. Полагаем, что $n = 22$ и заданы положительные коэффициенты $\gamma_1, \dots, \gamma_{22}$, определяющие интенсивность источников.

Заданы семнадцать пар индексов, играющие роль условий предшествования. Маршрут и трасса не приводятся по соображениям объема. График маршрута и трассы изображен на рис. 2 (интенсивности излучения указаны возле каждого мегаполиса).

Время вычисления: 36 мин 23 с.

Время вычисления матриц затрат на внутренние работы: 10 мин 41 с.

Время вычисления матриц затрат на внешние работы: 22 мин 17 с.

Заключение

В работе установлена структура решения целого ряда задач маршрутизации перемещений, осложненная ограничениями и сложной зависимостью стоимостей. Указана базовая задача (ОЗМ), которая, с одной стороны, важна с точки зрения инженерных приложений (проблема демонтажа энергоблока АЭС, выведенного из эксплуатации), а с другой стороны, реализует варианты оптимального поведения для иных, в содержательном отношении, задач при должной интерпретации последних в терминах ОЗМ. Последнее обстоятельство позволяет извлекать нужные конструкции решения из соответствующих построений для ОЗМ. Данные конструкции доведены до компьютерной реализации, включая реализацию на многоядерных ПЭВМ.

Список литературы

1. Меламед И. И., Сергеев С. И., Сигал И. Х. Задача коммивояжера. Вопросы теории // Автоматика и телемеханика. 1989. № 9. С. 3—34.
2. Меламед И. И., Сергеев С. И., Сигал И. Х. Задача коммивояжера. Точные алгоритмы // Автоматика и телемеханика. 1989. № 10. С. 3—29.
3. Меламед И. И., Сергеев С. И., Сигал И. Х. Задача коммивояжера. Приближенные алгоритмы // Автоматика и телемеханика. 1989. № 11. С. 3—26.
4. Беллман Р. Применение динамического программирования к задаче о коммивояжере // Кибернетический сборник. 1964. Т. 9. С. 219—228.
5. Хелд М., Карп Р. М. Применение динамического программирования к задачам упорядочения // Кибернетический сборник. 1964. Т. 9. С. 202—218.

6. Литл Дж., Мурти К., Суини Д., Кэрел К. Алгоритм для решения задачи о коммивояжере // Экономика и математические методы. 1965. Т. 1. Вып. 1. С. 94—107.
7. Ченцов А. Г. Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории. М.—Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Ижевский институт компьютерных исследований, 2008. 240 с.
8. Ченцов А. А., Ченцов А. Г., Ченцов П. А. Экстремальная задача маршрутизации с внутренними потерями // Тр. Института математики и механики УрО РАН. 2008. Т. 14. № 3. С. 183—201.
9. Ченцов А. А., Ченцов А. Г., Ченцов П. А. Экстремальная задача маршрутизации перемещений с ограничениями и внутренними потерями // Изв. вузов. Математика. 2010. № 6. С. 64—81.
10. Ченцов А. Г. Об оптимальной маршрутизации в условиях ограничений // Доклады РАН. 2008. Т. 423. № 3. С. 303—307.
11. Ченцов А. Г. Метод динамического программирования в экстремальных задачах маршрутизации с ограничениями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2010. № 3. С. 52—66.
12. Сесекин А. Н., Ченцов А. А., Ченцов А. Г. Обобщенная задача курьера с функцией затрат, зависящей от списка заданий // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2010. № 2. С. 68—77.
13. Ченцов А. Г., Ченцов П. А. Динамическое программирование в одной нестационарной задаче маршрутизации // Известия Института математики и информатики УдГУ. Ижевск. 2012. Вып. 1 (39). С. 151—154.
14. Ченцов А. Г., Ченцов П. А. Маршрутизация перемещений с ограничениями и нестационарными функциями стоимости // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2012. № 4. С. 88—93.
15. Ченцов А. А., Ченцов А. Г. Экстремальные задачи маршрутизации "на узкие места" с ограничениями в виде условий предшествования // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2008. Т. 14. № 2. С. 129—142.
16. Сесекин А. Н., Ченцов А. А., Ченцов А. Г. Об одной задаче маршрутизации "на узкие места" // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2010. Т. 16. № 1. С. 152—170.
17. Салий Я. В., Ченцов А. Г. Об одной маршрутной задаче на узкие места с внутренними работами // Вестник Тамбовского университета. 2012. Т. 17. Вып. 3. С. 827—847.
18. Сесекин А. Н., Ченцов А. А., Ченцов А. Г. Маршрутизация с абстрактной функцией агрегирования стоимостей перемещений // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2010. Т. 16. № 3. С. 240—264.
19. Ченцов А. А., Ченцов А. Г., Ченцов П. А. Метод итераций в задаче маршрутизации с внутренними потерями // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2009. Т. 15. № 4. С. 270—289.
20. Ченцов А. А., Ченцов А. Г. Об одной итерационной процедуре решения задачи маршрутизации с ограничениями // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2012. Т. 18. № 3. С. 261—281.
21. Куратовский К., Мостовский А. Теория множеств. М.: Мир, 1970. 416 с.
22. Дьедонне Ж. Основы современного анализа. М.: Мир, 1964. 430 с.
23. Варга Дж. Оптимальное управление дифференциальными и функциональными уравнениями. М.: Наука, 1977. 624 с.
24. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 1999. 960 с.
25. Григорьев А. М., Иванко Е. Е., Ченцов А. Г. Динамическое программирование в обобщенной задаче курьера с внутренними работами: элементы параллельной структуры. Моделирование и анализ информационных систем. Ярославль. 2011. Т. 18. № 3. С. 101—124.
26. Ченцов А. Г. Одна параллельная процедура построения функции Беллмана в обобщенной задаче курьера с внутренними работами // Автоматика и телемеханика. 2012. № 3. С. 134—149.
27. Ченцов А. Г. Одна параллельная процедура построения функции Беллмана в обобщенной задаче курьера с внутренними работами // Вестник Южно-Уральского государственного университета. 2012. № 18 (277). С. 53—75.
28. Григорьев А. М., Иванко Е. Е., Князев С. Т., Ченцов А. Г. Динамическое программирование в обобщенной задаче курьера, осложненной внутренними работами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 7. С. 14—21.

Р. М. Алгулиев¹,д-р техн. наук, проф., член-корр. НАНА, директор,
rasim@science.az,**А. Б. Пашаев**², канд. физ.-мат. наук,
adalat@kiber.az,**Н. А. Панахов**¹, диссертант,
namigpan@gmail.com,¹ Институт информационных технологий НАНА,
г. Баку,² Kiber Ltd, г. Баку

О задаче определения пунктов для установки передающих станций цифрового телевидения

Рассматривается задача определения пунктов для установки передающих станций при организации одночастотной сети цифрового телевидения с учетом расположения действующих станций. Полагается, что станции должны располагаться в узлах равномерной треугольной сетки. С этой целью построена математическая модель параметрической треугольной сетки. Сформулирована задача определения соответствующих параметров для генерации оптимальной сетки. Предложен алгоритм и разработан соответствующий программный модуль для решения задачи.

Ключевые слова: наземное цифровое телевизионное вещание, однородная регулярная сеть передатчиков, эффективное (оптимальное) планирование, расположение передающих станций

Введение

Стандарты цифрового телевидения предусматривают использование дециметрового диапазона радиоволн для наземного вещания. Это обстоятельство из-за различий свойств распространения радиоволн по диапазонам приводит к уменьшению зон обслуживания действующих станций, которые используют метровый диапазон радиоволн по стандартам аналогового телевидения. Пороговый характер приема цифровых сигналов также лишает возможности приема цифрового вещания на расстояниях, приемлемых для приема аналогового телевидения с пониженным качеством [1, 2].

Сохранение прежней зоны обслуживания станции телевидения или ее увеличение может быть осуществлено с применением принципов создания одночастотных сетей вещания. Они подразумевают создание структуры разнесенных по территории прежней зоны обслуживания дополнительных станций вещания, работающих на одинаковых телеканалах [3]. Выбор такой структуры обусловлен существующей инфраструктурой телевидения, в которой мощные станции аналогового вещания нередко расположены вне границ населенных пунктов и обслуживают максимально возможную территорию. На вышках-опорах этих станций, как правило, также размещены антенны различных телекомму-

никационных систем. Это обстоятельство, а также возможность сохранения структуры прежней распределительной сети наземного телевидения и, конечно, экономические предпосылки делают нецелесообразным отказ от этих опор в пользу создания с нуля новой инфраструктуры вещания [4].

В научной литературе можно найти множество работ, например [5, 6], посвященных исследованию различных аспектов территориального размещения телекоммуникационных, а также вещательных станций. В них рассматриваются разные методы решения задачи размещения по различным критериям оптимальности, например, по электромагнитной совместимости, экономической эффективности, характеристике местности. На практике нередко очень трудно формализовать всевозможные требования и условия, предъявляемые к проекту, и конечное слово остается за специалистами-экспертами. А им иногда достаточно просто показать местность предполагаемого размещения объектов связи или вещания.

В нашем случае можно предположить, что местоположение и фигура зоны обслуживания станции вещания дают достаточную информацию о рельефе, населенности, электромагнитной обстановке и т. д. окружающей местности, так как станция в свое время прошла тщательную экспертную проверку. Это значит, что местность достаточно населена, электрифицирована, хорошо просматривается и т. д., т. е. прежняя зона обслуживания полностью подходит для сплошного покрытия цифровым телевидением. Предполагается, что структура сети телевидения с разнесенными по территории прежней зоны обслуживания станциями вещания, работающими на частоте основной станции, более приемлема для этого случая. В таком случае наиболее экономичным вариантом является размещение станций с применением универсальной модели однородной регулярной сети (a uniform transmitter network), где передающие станции располагают в вершинах одинаковых равносторонних треугольников [7]. Если зоны вещания значимых станций планируемой территории примыкают друг к другу, то можно применить общую регулярную сетку, в узлах которой с определенными допустимыми отклонениями располагались бы ныне действующие значимые станции вещания. Свободные узлы регулярной сетки укажут на пункты, которые по замыслу больше подходят для установки планируемых станций и могут служить эксперту первичным ориентиром для принятия решения.

Таким образом, для решения задачи реорганизации наземной сети телевидения по описанной выше методике необходимо решать задачу определения подходящей по размеру и ориентации регулярной сетки, в которую вписались бы ныне действующие станции вещания. Говоря другими словами, необходимо нанести на карту территории такую сетку правильных треугольников (назовем их "Т-ячейками"), в узлах которой с определенным

допустимым отклонением располагались бы ныне действующие станции телевидения.

Данная статья посвящена описанию алгоритма определения соответствующей сетки Т-ячеек, с привязкой к реальным координатам ныне действующих станций телевидения.

Математическая постановка задачи

Будем считать, что размеры рассматриваемой территории таковы, что кривизной Земной поверхности можно пренебречь. Для исследования поставленной задачи воспользуемся прямоугольной системой координат. Введем систему координат Ox , располагая ее начало в точке расположения одной из станций вещания, и на плоскости определим параметры сетки Т-ячеек.

Параметры Т-ячейки (рис. 1):

- r — характерный размер Т-ячейки, т. е. сторона равностороннего треугольника;
- (x_0, y_0) — координаты базового узла сетки Т-ячеек;
- φ — угол ориентации, т. е. угол между осью Ox и основанием базового треугольника.

Алгоритм генерации сетки Т-ячеек. Пусть заданы x_0, y_0, r, φ . Для случая $\varphi = 0$ координаты узлов сетки Т-ячеек можно определить как

$$(x, y)_{i,j} = \left(x_0 + \left(i - \frac{j \bmod 2}{2} \right) r, y_0 + \frac{j\sqrt{3}}{2} \cdot r \right),$$

где $i, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. (1)

При повороте сетки Т-ячеек на угол $\varphi \neq 0$ вокруг начала координат [8, стр. 83] точка с координатами $(x, y)_{i,j}$ переходит в точку

$$(\tilde{x}_{ij}, \tilde{y}_{ij}) = T \cdot (x, y)_{i,j}, \quad (2)$$

где

$$T = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Таким образом, уравнение (2) определяет координаты $(\tilde{x}_{ij}, \tilde{y}_{ij})$ узловых точек сетки Т-ячеек.

Множество изменения параметров. Нужно определить некоторые разумные значения для пределов изменения r , при которых потребуется меньшее число станций вещания. Эти пределы обусловли-

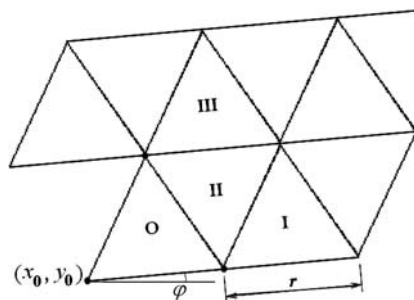


Рис. 1. Параметры сетки Т-ячеек

ваются техническими характеристиками комплектов вещающей техники и расположением действующих станций на исследуемой территории. Таким образом, можно полагать, что имеются некоторые числа r_0 и r_1 , которыми можно ограничить размер Т-ячейки, т. е. $r_0 \leq r \leq r_1$. Здесь r_1 определяется значением теоретически возможного максимального расстояния между соседними передатчиками в одночастотной сети вещания (в случае цифрового стандарта вещания DVB-T это 67 км). Значение r_0 влияет на число планируемых станций, и по экономическим соображениям ограничимся 25 км.

Так как при параллельных переносах Т-ячейки переходят в идентичные с соседними ячейками положения (например, Т-ячейка "О" при переносе $(x_0, y_0) \rightarrow (x_0 + r, y_0)$ переходит в положение Т-ячейки

"I", а при переносе $(x_0, y_0) \rightarrow \left(x_0 + \frac{r}{2}, y_0 + \frac{\sqrt{3}r}{2} \right)$

в положение Т-ячейки "III"), то достаточно рассмотреть следующие интервалы изменения параметров x_0 и y_0 : $0 \leq x_0 < r, 0 \leq y_0 < \frac{\sqrt{3}r}{2}$.

При повороте вокруг точки (x_0, y_0) на угол $\frac{\pi}{3}$ сетка Т-ячеек примет положение, сходное с первоначальным положением (рис. 1). Следовательно, в качестве интервала изменения параметра φ достаточно рассмотреть интервал $0 \leq \varphi < \frac{\pi}{3}$.

Критерий оптимальности. Введем информацию о существующих станциях и пронумеруем их: $k = 1, 2, \dots, k_0$, где k_0 — общее число учитываемых станций. Преобразуем долготу и широту местоположения станций в прямоугольные координаты по известным формулам [9, §2.3]. При этом станцию k обозначим точкой с прямоугольными координатами (ξ_k, η_k) . Обозначим множество координат существующих станций

$$U = \{(\xi, \eta) \in R^2 : (\xi, \eta) = (\xi_k, \eta_k) \text{ для некоторого } k\}.$$

Как было сказано выше, каждый набор (r, x_0, y_0, φ) определяет сетку Т-ячеек, и было бы идеально, если бы при некотором (хотя бы в одном) наборе (r, x_0, y_0, φ) все существующие станции оказались в узловых точках треугольников. Чтобы определить степень близости расположения станции к идеальным точкам, введем **критерий близости**.

Обозначим множество вершин треугольников из сети Т-ячеек, соответствующее набору параметров (r, x_0, y_0, φ) ,

$$V(r, x_0, y_0, \varphi) \subset R^2.$$

Таким образом, имеем два множества дискретных точек. Нашей целью является нахождение таких параметров $r^*, x_0^*, y_0^*, \varphi^*$, чтобы выполнялось вложение $U \subset V(r^*, x_0^*, y_0^*, \varphi^*)$.

Однако простые примеры показывают, что этого достичь удастся не всегда. Предположим, что $V_0 \subset V(r, x_0, y_0, \varphi)$ — некоторое множество, а $H(U, V_0)$ — метрика Хаусдорфа (см. например, [10, с. 96]). В соответствии с поставленной задачей требуется найти такие значения $r^*, x_0^*, y_0^*, \varphi^*$, чтобы для некоторого подмножества $V_0 \subset V(r^*, x_0^*, y_0^*, \varphi^*)$ расстояние $H(U, V_0)$ было удовлетворительно малым. Таким образом, метрика Хаусдорфа определяет некоторый критерий близости. Ниже мы конструктивно построим функционал, основанный на этой метрике.

Пусть (ξ_k, η_k) — координаты k -й станции. Обозначим $\rho_k(r, x_0, y_0, \varphi)$ евклидово расстояние от точки (ξ_k, η_k) до множества $V(r, x_0, y_0, \varphi)$:

$$\rho_k(r, x_0, y_0, \varphi) = \min_{(x, y) \in V(r, \varphi)} \sqrt{(x - \xi_k)^2 + (y - \eta_k)^2}. \quad (4)$$

Критерий близости введем исходя из максимального отклонения существующих станций от узлов генерированной сети Т-ячеек:

$$\mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi) = \max_k \{\rho_k\}. \quad (5)$$

Иногда бывает полезным рассматривать другой критерий близости — суммарное отклонение существующих станций от узлов генерированной сети Т-ячеек. Для этого достаточно суммировать расстояния $\rho_k(r, x_0, y_0, \varphi)$ по всем станциям k :

$$\mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi) = \sum_{k=1}^{k_0} \rho_k. \quad (6)$$

Очевидно, чем ближе расположение станций к идеальным, тем меньше значение принимает функционал $\mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi)$ ((5) или (6)). Таким образом, функционалы $\mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi)$ вступают в качестве критерия близости станций к идеальному расположению.

Теперь сформулируем точную постановку задачи. Требуется определить такое значение набора параметров (r, x_0, y_0, φ) , чтобы функционал $\mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi)$ ((5) или (6)) принимал наименьшее значение, т. е. $\mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi) \rightarrow \min$.

Так как функционал $\mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi)$ — положительный, очевидно, поставленная задача всегда имеет решение. Однако следует отметить, что таких решений может быть несколько. В этом случае выбирается одна из систем Т-ячеек, которая отвечает максимальному значению r .

Как видно из определения функционалов (5) и (6), они являются недифференцируемыми и многоэкстремальными. По этой причине применение методов минимизации, основанных на градиенте функционала, затруднительно. Поэтому для решения поставленной задачи мы применили простой перебор.

Алгоритм реализации

Для определения регулярной сетки, соответствующей (по размеру и ориентации) расположению действующих станций телевидения, предложен алгоритм перебора по спирали узлов сетки Т-ячеек с проверкой близости местоположения какой-то станции к текущему узлу.

1. Задается радиус $r = r_0 + m\Delta r$, где Δr — шаг дискретизации, $m = 0, 1, 2, \dots, r \in [r_0, r_1]$.

2. Определяются значения $x_0 := x_0 + \Delta x$ и $y_0 := y_0 + \Delta y$ в пределах допустимых изменений:

$x_0 \in [0, r]$, $y_0 \in \left[0, \frac{\sqrt{3}}{2}r\right]$, где Δx и Δy — разумно подобранные шаги дискретизации.

3. Задается $\varphi := \varphi + \Delta\varphi$, $\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right)$, и по формуле (3) определяется матрица преобразования Т. $\Delta\varphi$ — шаг дискретизации.

4. При каждом $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ для каждого $j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ определяются точки $(\tilde{x}_{ij}, \tilde{y}_{ij})$ по формулам (1)–(2).

Для каждого $k \in \{1, 2, \dots, k_0\}$ определяется узловая точка $(\tilde{x}_{ij}, \tilde{y}_{ij})$, для которой достигается

$$\min_{i,j} \left\{ \sqrt{(\xi_k - \tilde{x}_{ij})^2 + (\eta_k - \tilde{y}_{ij})^2} \right\}. \text{ Этот узел обозначается } (\tilde{x}_{ij}^k, \tilde{y}_{ij}^k), \text{ и вычисляется значение } \rho_k \text{ по формуле (4). По мере продолжения расчета составляется сумма } \mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi) = \sum_{k=1}^{k_0} \rho_k \text{ или вычисляется}$$

$\mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi) = \max_k \{\rho_k\}$. Затем все повторяется для нового значения r , начиная с пункта 1.

После завершения этих расчетов определяется наименьшее значение $\mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi)$. Таким образом, получаем набор параметров (r, x_0, y_0, φ) , определяющий наиболее подходящую систему Т-ячеек с оценками отклонения месторасположения станций от идеального положения. Как было указано выше, в случае, если минимальных $\mathfrak{R}(r, x_0, y_0, \varphi)$ окажется несколько, выбирается один из наборов (r, x_0, y_0, φ) с наибольшим значением r .

Результаты численных экспериментов

Следует отметить, что для проведения численных экспериментов была разработана программа "Petek", работающая в интерактивном режиме (рис. 2). Программа имеет опции определения критерия близости по Хаусдорфу или по суммарному отклонению, а также жесткой привязки сетки размещения к местоположению какой-то станции.

Результаты расчетов выводятся на монитор в графическом виде. При этом на фоне масштабированной системы Т-ячеек высвечиваются расположения действующих станций вещания. Вычислен-

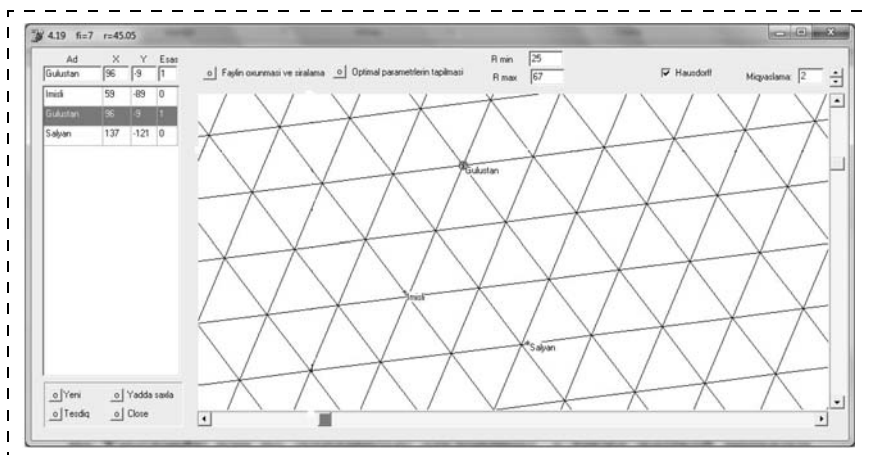


Рис. 2. Интерфейс программы "Petek"

ные значения выводятся в заглавие формы: значение выбранного критерия близости, угол ориентации и характерный размер сетки Т-ячеек.

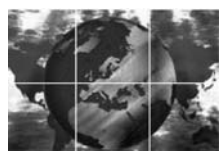
Заключение

В статье рассмотрена задача определения структуры сети наземного вещания, связанная с необходимостью перевода существующих станций телевещания на цифровые технологии. Предложен алгоритм определения мест развертывания для новых станций вещания по структуре, основанной на универсальной модели однородной регулярной сети. Разработана программа расчета и визуализации результатов поиска наиболее подходящей по размеру и ориентации регулярной треугольной сетки, в ко-

торую наилучшим образом вписываются существующие станции телевещания.

Список литературы

1. Носов Ю. Сравнение зон обслуживания аналоговых и цифровых передатчиков. // Broadcasting. Телевидение и радиовещание. — 2008. № 3. С. 42—44.
2. Локшин М. Г. Проблемы построения наземных сетей цифрового телевидения // Электросвязь. 2007. № 3. С. 27—29.
3. Brugger R., Mayer K. RRC-06 — technical basis and planning configurations for T-DAB and DVB-T. // EBU TECHNICAL REVIEW — April, 2005.
4. Опыт внедрения цифрового телерадиовещания в Украине. Интервью с начальником отдела радиовещательной службы Украинского государственного центра радиочастот Александром Бондаренко // Информационные телекоммуникационные сети. 2008. № 6. С. 15—20.
5. Заозерская Л. А., Китриной Е., Колоколов А. А. Задача оптимального размещения центров телекоммуникаций в регионе // Труды XIII Байкальской международной школы-семинара "Методы оптимизации и их приложения", Иркутск, Байкал, 2—8 июля 2005 года. Т. 1. Иркутск, ИСЭМ СО РАН. 2005. С. 469—475.
6. Шербаков Г. И., Линдваль В. Р., Спирина Е. А., Летаяф М. А. Решение задач оптимизации территориального размещения радиопередающих станций при проектировании сетей связи // Elektronika ir Elektrotechnika. 2004. № 3 (52). С. 47—51.
7. Теория телекоммуникационных систем и сетей. Глава 15: Сети телевизионного вещания // URL: http://ndo.sibsutis.m/magistr/courses_work/ttss_work/115.htm
8. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1971, 232 с.
9. Пантелеев В. Л. Теория фигуры Земли. М.: Изд-во МГУ, 2000 // URL: <http://www.astronet.ru/db/msg/1169819>
10. Пшеничный Б. Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. М.: Наука, 1980. 320 с.



26 ноября 2013 г.
в ГК "ИЗМАЙЛОВО" (г. Москва) состоится
Четвертая Межотраслевая конференция
"АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА — 2013"

ИНФОРМАЦИЯ



Конференция посвящена демонстрации новейших разработок для автоматизации предприятий энергетики, металлургии, машиностроения, химической, нефтегазовой и цементной промышленности, современных ИТ-технологий, ERP, MES-систем, контрольно-измерительной техники, систем мониторинга.

Тематика конференции

- Актуальные задачи автоматизации в промышленности. ИТ инфраструктура современного промышленного предприятия.
- Современные информационные технологии для повышения уровня эффективности, экономичности и промышленной безопасности промышленных предприятий.
- Информационно-управляющие системы промышленной автоматизации (АСУТП, АСОДУ, ERP, MES-системы и др.).
- ИТ для повышения безопасности и эффективности технологических процессов.
- Построение автоматизированных систем управления технологическими процессами.
- Практический опыт внедрения информационных систем на предприятиях различных отраслей.
- Технологии и технические средства систем производственного контроля и мониторинга.
- Последние достижения в области контрольно-измерительной техники.
- Новейшие типы газоанализаторов, расходомеров, спектрометров, средств мониторинга, контроля и учета, различные типы датчиков. Автоматизация измерений и испытаний.



По всем вопросам обращаться в ООО "ИНТЕХЭКО":

Директор по маркетингу ООО "ИНТЕХЭКО" — Ермаков Алексей Владимирович,
тел.: +7 (905) 567-8767 факс: +7 (495) 737-7079
admin@intecheco.ru, www.intecheco.ru

ЖУРНАЛ В ЖУРНАЛЕ



Управление и информатика в авиакосмических и морских системах



Главный редактор:

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСЕЕВ В. В.
БАРАНОВ Л. А.
БЕЛОКОНОВ И. В.
БУКОВ В. Н.
ВАСИЛЬЕВ В. И.
ГОДУНОВ В. А.
ГУРЕВИЧ О. С.
ГУРСКИЙ Б. Г.
ЕФИМОВ В. В.
ЗАЙЦЕВ А. В.
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.
НЕСТЕРОВ В. А.
ОХТИЛЕВ М. Ю.
ПАНКРАТОВ В. М.
РАСПОПОВ В. Я.
САБО Ю. И.
СТЕПАНОВ О. А.
СОЛДАТКИН В. М.
ФИЛИМОНОВ Н. Б.
ХИМЕНКО В. И.
ЧЕБУРАХИН И. Ф.
ШИРЯЕВ В. И.
ШКОЛИН В. П.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

**Клейменова Е. М., Скобелев П. О., Ларюхин В. Б.,
Майоров И. В., Косов Д. С., Симонова Е. В.,
Царев А. В., Феоктистов А. Л., Полончук Е. В.**

Мультиагентная технология адаптивного планирования
и управления проектами НИР и ОКР в аэрокосмических
приложениях 58

Лавровский Э. К.

Об одном типе задач оптимальной переориентации орбит . . 64

Е. М. Клейменова¹, зам. руководителя,
Elena.Kleimenova@rsce.ru,

П. О. Скобелев², д-р техн. наук, вед. науч. сотр.,
skobelev@smartsolutions-123.ru,

В. Б. Ларюхин³, директор по разработкам,
vlarukhin@smartsolutions-123.ru,

И. В. Майоров³, ведущий специалист
исследовательского отдела,
imayorov@smartsolutions-123.ru,

Д. С. Косов³, аналитик,
kosov@smartsolutions-123.ru,

Е. В. Симонова³, канд. техн. наук, ведущий аналитик,
simonova.elena.v@gmail.com,

А. В. Царев³, генеральный директор,
at@anarun.net,

А. Л. Феоктистов¹, руководитель,
Alexander.Feoktistov@rsce.ru,

Е. В. Полончук⁴, руководитель сектора отдела,
Evgeny.Polonchuk@rsce.ru

¹ НТЦ-5Ц ОАО "РКК "Энергия",

² ИПУСС РАН,

³ НПК "Разумные решения",

⁴ НТЦ "Корпоративные информационные технологии"

Мультиагентная технология адаптивного планирования и управления проектами НИР и ОКР в аэрокосмических приложениях

Рассматривается метод адаптивного планирования для управления проектами НИР и ОКР в аэрокосмических приложениях, основанный на использовании мультиагентных технологий.

Ключевые слова: управление проектами, научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы, адаптивное планирование, мультиагентные технологии, реальное время

Введение

Задача управления проектами в сфере научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ особенно актуальна для крупных корпораций, работающих в аэрокосмической отрасли и выпускающих сложные, инновационные, уникальные технические изделия.

Одной из самых серьезных проблем в управлении проектами является планирование творческих работ и ресурсов предприятия. Для того чтобы быть успешными на современном глобальном рынке, эти предприятия должны предельно консолидировать все творческие, волевые и другие личностные ресурсы людей. Один из подходов к решению этой задачи связан с развитием интересубъективной те-

рии управления коллективами людей, в которых особую роль приобретают лидеры-акторы, способные брать на себя ответственность и проявлять социальную самоорганизацию [1].

Для планирования работы акторов нужны новые методы, требующие изменения подходов к планированию, например, новые задачи могут вырабатываться и ставиться "снизу", а не "сверху", как это привыкли делать начальники; исполнитель получает право выбирать и менять параметры задачи; план может многократно изменяться и согласовываться в течение дня; в зависимости от развития ситуации меняется распределение ресурсов; оплата каждого исполнителя назначается по результатам выполненной работы с учетом внутреннего рынка предприятия, важности задач и т. д.

На текущий момент существует множество традиционных методов и средств планирования ресурсов (*Microsoft Project*, *PrimaVera* и др.), однако они ориентированы на классические централизованные, иерархические подходы "сверху вниз" и не обеспечивают согласованную, открытую к изменениям, адаптивную и гибкую работу в реальном времени.

В данной статье авторы предлагают метод адаптивного планирования ресурсов для решения задачи управления проектами НИР и ОКР, который реализует важные принципы рассматриваемого интересубъективного подхода на основе мультиагентных технологий, получающих в последнее время все большее развитие и применение для управления ресурсами в реальном времени [2—3].

1. Обзор существующих методов планирования

Планирование проектов в настоящее время — широко востребованная и стремительно развивающаяся отрасль автоматизации. Однако, в сущности, задача планирования проектов — это распределение задач и отдельных работ по исполнителям, что математически эквивалентно задаче построения производственных планов предприятий. Поэтому методы, давно развивающиеся для планирования производства и построения производственных расписаний, с успехом могут применяться и к задачам планирования проектов. В настоящее время такие системы планирования развиваются в двух направлениях — традиционном централизованном и децентрализованном.

Традиционное централизованное планирование основано на мощных математических методах: линейном и нелинейном программировании, математическом и динамическом программировании, дискретной оптимизации, программировании в ограничениях, методах AI-нейросетей, генетических алгоритмах.

Недостатки централизованного планирования — детерминированность и сложность учета быстроменяющихся условий, отсутствие достоверной информации о текущей ситуации, потеря адекватности расписаний с течением времени, что обуслов-

лено принципиально недостаточной достоверностью исходных данных и сложностью систем, состоящих из большого числа подсистем.

Преодоление этих недостатков возможно за счет использования распределенного подхода, в частности, мультиагентного подхода к планированию.

1.1. DCOP-алгоритмы

Distributed Constraint Optimization Problem (DCOP) — это математическая дисциплина, описывающая теорию применения агентов к задачам оптимизации с распределенными ограничениями. *DCOP* является обобщением методологии оптимизация с ограничениями (*Constraint optimization problem (COP)*) применительно к распределенным системам [4].

За последние 10 лет разработан ряд базовых алгоритмов — *Asynchronous Distributed Constraint Optimization (ADOPT)*, *Optimal Asynchronous Partial Overlay (OptAPO)*, *Distributed Pseudo-tree Optimization (DPOP)*, *Asynchronous Backtracking (ABT)*, которые учитывают сетевую структуру задачи. Общий принцип таких алгоритмов — децентрализация в принятии решений, динамический характер формирующихся решений и постепенное стремление к равновесию, когда при наличии внешних воздействий мультиагентная система находит новое положение равновесия. Практически все децентрализованные алгоритмы применяют "возврат" (*backtracking*, *ABT*-алгоритмы), когда путем обмена сообщениями некоторые агенты получают противоречия в ограничениях, вследствие чего происходит возврат к предыдущему состоянию задачи и корректировка решения. Алгоритмы различаются также по способу построения решения. При использовании подхода "сверху вниз" (*ADOPT*-алгоритм) задача декомпозируется на более простые подзадачи, которые затем решаются агентами. Согласно другому подходу (*OptAPO*) решения строятся "снизу вверх", а затем сливаются непротиворечивым образом. Часто используется механизм "распространения ограничений вперед". Однако недостатком распределенных алгоритмов является экспоненциальный рост либо числа сообщений, которыми обмениваются агенты, либо их объема [5, 6].

1.2. Роевая оптимизация в задачах планирования

Одним из современных многообещающих направлений в производственном планировании является применение метафоры "роя" агентов (*Particle Swarm Optimization (PSO)*). Роевая оптимизация (РО) — это эвристические методы, построенные по аналогии с социальным поведением и коммуникациями в природных объектах, например, стаях птиц или рыб, колониях муравьев или пчел. Информация о состоянии агентов роя, называемых в данной интерпретации "частицами", распространяется через взаимодействия между всеми агентами и позволяет найти лучшее состояние агента в про-

странстве состояний. В РО каждая "частица" движется через многомерное пространство с некоторой "скоростью", которая постоянно меняется, приводя к изменениям положения в пространстве состояний. Изменения скорости и положения зависят от значения целевой функции конкретного агента и состояния соседних агентов. Агент-"частица" движется от своей наилучшей предыдущей позиции к наилучшей позиции среди всех "частиц" роя. РО предполагает, как и все эвристические алгоритмы, наличие свободных настраиваемых параметров, например, коэффициентов связи в конкретной топологии системы [7—9].

1.3. Рыночный подход

Наиболее широкое распространение в мультиагентном планировании получил рыночный подход, в котором агенты работ и агенты ресурсов посредством обмена сообщениями участвуют в своеобразных торгах, в результате которых динамически строится расписание, выгодное всем участникам.

Распределенное (децентрализованное) планирование основано на следующих принципах, выполнение которых приводит к достижению Парето-оптимальности:

- агенты, стремящиеся к своей выгоде, создают решения с локальной, частной информацией без детальных сведений о частной информации и о стратегиях других агентов;
- данные, которыми обмениваются агенты, должны быть минимально необходимыми;
- результат должен достигаться за разумное время с разумными вычислительными затратами;
- если агент может улучшить свое состояние без ущерба для других агентов, он делает это.

Рыночный подход (например, через максимизацию прибыли каждого агента или, в более сложном случае, через аукционы) вполне способен обеспечить эти условия. Рынки по своей природе децентрализованы. Агенты принимают решения о заявках и ценах, соотносясь со своим собственным представлением. Объем сообщений ограничивается заявками, ценами и рыночным механизмом согласования, в результате которого агенты могут приходить к взаимоприемлемому соглашению, что в идеале приводит к равновесию и Парето-оптимальности. В мультиагентных системах (МАС) используются распределенные рыночные механизмы, свойства агентов настраиваются через атрибуты на конкретную предметную область.

В МАС реализуется возможность задать практически любую логику выбора действий агента на основании его виртуальной прибыли в системе "торгов" за ресурсы [10].

Мультиагентные системы, применяющие "рыночный" подход к планированию, обладают наибольшим потенциалом для реализации в распределенных системах планирования проектной деятельности в режиме реального времени.

2. Метод адаптивного планирования ресурсов

Предлагаемый метод адаптивного планирования состоит в том, чтобы моделировать процесс распределения ресурсов и построения сложных расписаний через сопряженное взаимодействие в сетях потребностей и возможностей (ПВ-сетях) участников этого процесса, которые по определению имеют различные цели, предпочтения и ограничения [11—13].

При этом каждый участник процесса планирования обладает потребностями (например, задача хочет быть успешно запланированной с учетом ограничений проекта) и возможностью (например, исполнитель обладает умениями для выполнения задачи). В результате каждой потребности или возможности реального мира управления проектами НИР и ОКР может быть поставлен в соответствие программный агент. Программные агенты, способные действовать от лица и по поручению ресурсов, представляющих потребности и возможности, в итоге формируют ПВ-сети.

Важным достоинством этой технологии в планировании и оптимизации ресурсов является возможность адаптивного построения и исполнения планов, когда план не строится всякий раз заново при возникновении новых событий, как это делается в классических методах оптимизации, а только корректируется по мере появления событий в реальном времени.

Такая адаптация осуществляется непрерывно путем выявления конфликтов в расписаниях, проведения переговоров и достижения компромиссов между агентами потребностей и возможностей на виртуальном рынке, что позволяет системе работать в реальном времени. Постоянный поиск соответствий и пересмотр связей между сопряженными парными элементами — агентами потребностей и возможностей — позволяет строить расписание как "неустойчивое равновесие", легко изменяемое в реальном времени.

Агенты потребностей и возможностей могут как конкурировать на виртуальном рынке системы, так и кооперироваться (например, два исполнителя могут конкурировать за одну небольшую задачу или, наоборот, одна большая задача может требовать нескольких исполнителей).

Сложность модели ПВ-сети увеличивается как с ростом числа типов программных агентов, представляющих разнообразные интересы, предпочтения и ограничения различных участников, необходимых для решения задачи, так и с возрастанием числа возможных протоколов взаимодействий между агентами разных типов.

Метод сопряженных взаимодействий для поддержки ПВ-сетей реализуется следующим образом [12]:

- фиксируется множество сопряженных (в общем случае неоднородных) элементов системы (агентов), каждый из которых обладает опреде-

ленными возможностями и потребностями в других ресурсах;

- описываются индивидуальные цели и критерии принятия решения всеми агентами, а также их предпочтения и ограничения;
- определяются правила и протоколы (регламенты) сопряженных взаимодействий между агентами, позволяющие выявлять конфликты и находить компромиссы между элементами при установлении связей;
- с помощью специальных инструментальных средств программирования разрабатывается мультиагентная система моделирования сопряженных взаимодействий;
- с помощью этой системы строится первоначальная ПВ-сеть, определяющая соответствующее распределение ресурсов;
- если состояние ресурсов или потребности в них изменяются с приходом новых событий, то ПВ-сеть перестраивается в целях разрешения конфликтов, причем только в той части, которая непосредственно связана с изменениями;
- работа системы завершается, если агенты ПВ-сети не могут изменить свое состояние или закончилось время, отпущенное на решение задачи планирования.

Предлагаемый метод, описанный выше, во многом интегрирует наиболее современные идеи оптимального планирования, реализуемого в метаэвристиках, фактически создавая среду конкурирующих и кооперирующихся алгоритмов (агентов). Данный метод оказывается применим к динамическому планированию ресурсов любой природы [2—3].

Рассмотрим развитие метода сопряженных взаимодействий для динамического планирования нескольких произвольных задач на одного исполнителя, план которого выстраивается по мере поступления заказов в реальном времени.

Применительно к задаче планирования проектов НИР и ОКР можно выделить следующий перечень основных агентов:

- ◆ агент руководителя проекта — отвечает за предпочтения и ограничения проекта в целом, а также создает агентов отдельных задач, которые автономно планируются, но согласовывают свои решения с агентом проекта, и имеет следующие характеристики:
 - тип — агент потребности;
 - цель — быть выполненным с заданным качеством, в указанные сроки, в рамках бюджета и с минимальным риском;
 - предпочтения и ограничения: для выполнения проекта требуются ресурсы (исполнители) конкретной специализации и квалификации;
- ◆ агент задачи, соответствующий различным задачам частного план-графика;
- ◆ агент исполнителя, соответствующий различным типам ресурсов подразделения (исполнителей), со следующими характеристиками:
 - тип — агент возможности;

- цель — быть максимально загруженным, иметь максимальную оплату, получать задачи согласно своему индивидуальному плану развития и т. д.;
- предпочтения и ограничения: длительность работы (например, восьмичасовой рабочий день), возможность сверхурочных работ, календарь работы и т. д.;
- ◆ агент руководителя подразделения, старающегося равномерно загрузить своих подчиненных и перестраивать расписание в случае выявления "узких мест" на проекте.

Заметим, что если агент задачи является агентом потребности, то агент операции, входящей в состав задачи, который выполняет данную операцию в расписании исполнителя, является агентом ресурса (в данном случае слота времени).

Основные принципы предлагаемого метода адаптивного планирования проектов НИР и ОКР могут быть сформулированы следующим образом:

- каждый проект, задача и исполнитель получают своего программного агента, у которого ведется свое расписание;
- агент задачи получает требования и ограничения на планирование от агента проекта;
- агент задачи начинает планирование путем поиска необходимых ему ресурсов в сцене (сцена — объектная модель данных, отражающая план организации, которая описывает текущую ситуацию в подразделении, а именно, какой сотрудник какие работы и в какое время планирует исполнять);
- если подходящие ресурсы (исполнители) заняты, то фиксируется конфликт и начинаются переговоры по его разрешению путем перемещения задач на другое время или других исполнителей;
- в ходе переговоров возможны варианты: новая задача будет назначена на менее подходящий ресурс (исполнителя), предыдущая задача будет переназначена или сдвинется;
- решающим правилом для изменения плана по событию является условие, по которому сумма всех улучшений должна превосходить сумму всех ухудшений, вызванных новым событием;
- даже после решения своей задачи каждый агент не останавливается и продолжает пытаться улучшить свое положение.

Рассмотрим работу предлагаемого метода адаптивного планирования на примере.

3. Пример работы метода адаптивного планирования ресурсов

На рис. 1 (см. третью сторону обложки) показано исходное расписание: задачи № 1, № 2 и № 3 должны выполняться в рамках одного проекта (данные задачи обозначены одним цветом и соединены линией). Рассмотрим событие — появление задачи № 4, которая должна быть выполнена в указанный период (t_1, t_3), при этом наиболее подходящим ресурсом является ресурс № 1.

Рассмотрим пример переговоров агентов для решения этой задачи. Схема переговоров агентов представлена на рис. 2. На диаграмме стрелки обозначают передачу сообщений агентам, фигуры — действия агентов.

В начальной ситуации создаются (пробуждаются) агенты задач № 4 и № 3, агенты ресурсов № 1 и № 2 и агент проекта. Агент задачи № 4 запрашивает из сцены список доступных ресурсов. В результате он определяет два доступных ресурса, удовлетворяющих его требованиям. Агент задачи № 4 запрашивает у каждого агента ресурса подтверждение возможности выполнения задачи.

Процесс опроса может происходить как последовательно и синхронно, так и параллельно и асинхронно, что особенно важно при наличии несколь-

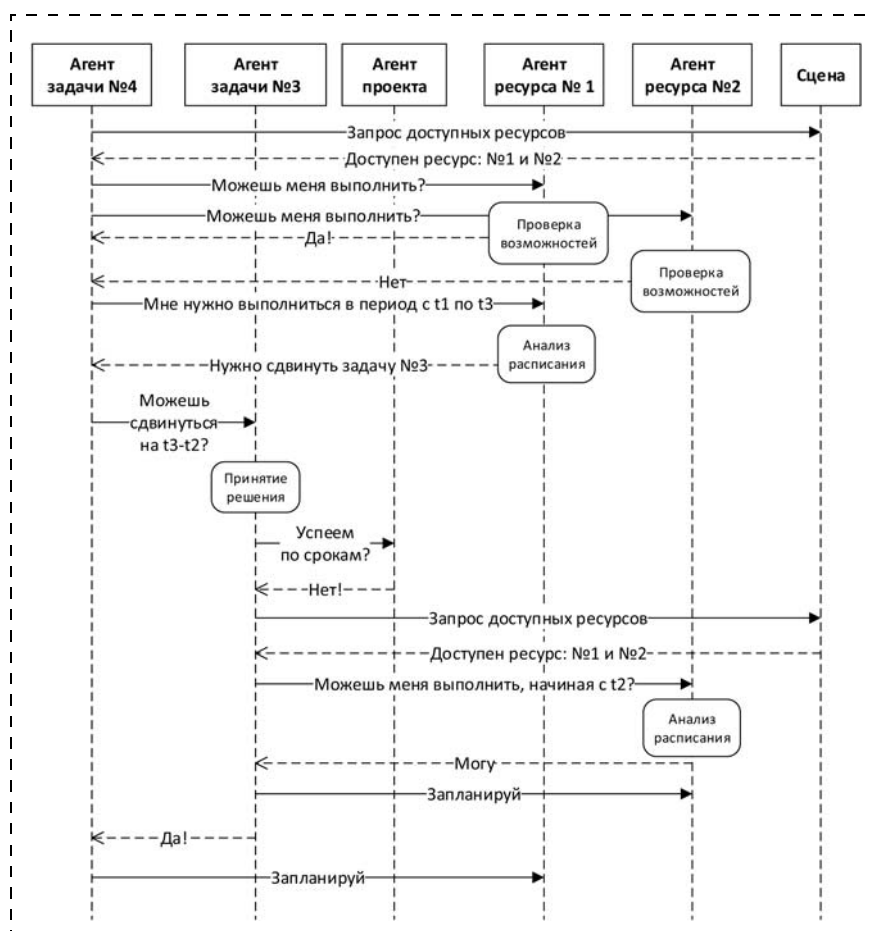


Рис. 2. Переговоры агентов

ких доступных процессоров и возможностей для параллельной обработки процессов планирования.

Получив запрос от агента задачи, агенты ресурсов проводят внутренний анализ возможности выполнения задачи № 4. Анализ возможности выполнения может включать в себя как проверку наличия необходимых навыков у исполнителя, так и более сложную логику, например, заинтересованность данного исполнителя в работе, наличие необходимого оборудования или материала и т. д. При этом на данном этапе не выполняется анализ расписания ресурса, что позволяет предотвратить лишние переговоры, если ресурс не удовлетворяет требованиям. Более того, агент задачи может отправить такое сообщение лишь для формирования начального списка ресурсов, с которыми будет вестись последующий диалог. В результате работы внутренней логики агент ресурса посылает ответное сообщение агенту задачи. Так, в нашем примере агент ресурса № 1 согласился выполнить задачу № 4, а агент ресурса № 2 — нет.

Когда агент задачи получает ответное сообщение от агента ресурса, он формирует список потенциальных ресурсов для планирования. На данном этапе агент задачи может обработать список ресурсов таким образом, чтобы исключить заведомо неоптимальные варианты, например, если текущей целью агента задачи является скорейшее завершение, а ресурс будет выполнять данную работу дольше остальных, то взаимодействие с ним будет происходить в последнюю очередь.

В рассматриваемой ситуации агент задачи № 4 решает взаимодействовать только с агентом ресурса № 1. Для следующего шага планирования агент задачи посылает агенту ресурса запрос на размещение задачи в план ресурса. Данный запрос может быть параметризованным, например, указанием интервалов дат начала и окончания работ.

Получив запрос на размещение в расписании, агент ресурса № 1 выполняет анализ расписания. Процесс анализа расписания заключается в поиске мест размещения, которые удовлетворяют интересам и задачи, и ресурса. В общем случае результатом анализа расписания является список возможных мест размещения с указанием конфликтов и дополнительных характеристик. Данный список отсылается в ответ агенту задачи.

Когда агент задачи получает ответ, он его анализирует и выбирает подходящие варианты. Если вариант размещения содержит информацию о возможном конфликте с другой задачей, агент начинает вести переговоры с ней. Возможным конфликтом будем считать ситуацию, при которой размещение задачи в данной точке плана приведет к нарушению баланса интересов, ранее достигнутого путем переговоров. Так как текущий план построен адаптивно путем переговоров, его изменение необходимо согласовать со всеми участниками, которые

могут быть вовлечены в ожидаемое перестроение плана. В нашем случае вариант размещения содержит информацию о возможном конфликте с задачей № 3. Для решения этой проблемы агент задачи № 4 вступает с ней в переговоры.

Агент задачи № 4 посылает агенту задачи № 3 сообщение с предложением сдвинуться вправо на интервал времени ($t_3 - t_2$), после чего агент задачи № 3 начинает процесс анализа. Агент задачи может обладать достаточно сложной логикой разрешения конфликта, в соответствии с которой агенту могут потребоваться переговоры с другими участниками. Так, агент задачи № 3 запрашивает у агента проекта, в состав которого входит эта задача, успеет ли проект завершиться в срок. В результате внутреннего анализа агент проекта дает отрицательный ответ. Это побуждает агента задачи № 3 искать другое решение. Таким решением является повторный поиск мест размещения в расписании. В результате диалога агент задачи № 3 находит место на ресурсе № 2, причем в то же время, что означает разрешение конфликта.

В общем случае логика разрешения конфликтов может быть более сложной и проходить в несколько раундов переговоров. Например, при использовании рыночного подхода, рассмотренного выше, агенты могут проводить виртуальный аукцион за право быть запланированными на ресурсе в нужное время.

Переговоры заканчиваются тем, что агенты задач № 3 и № 4 посылают утвердительное сообщение ресурсам о размещении задач в их плане.

В данном примере мы рассмотрели активную фазу планирования в ответ на появление новой задачи. Однако изменение плана может изменить общую ситуацию и тем самым возбудить новые события. Например, размещение задачи на другом ресурсе может привести к изменению суммарной загрузки ресурса, тогда агент подразделения должен решить эту проблему.

Итоговый план представлен на рис. 3 (см. третью сторону обложки).

Таким образом, план строится как динамическая сеть (равновесие) агентов задач, которые ведут переговоры о своем положении в расписании и планируют свою работу за счет сдвигов и "перескоков", допустимых отклонений моментов начала выполнения задач от предпочитаемого времени, а также взаимозависимостей между задачами, например, определенной последовательности выполнения задач. Агент задачи будет пытаться улучшить свои позиции про-активно или динамически изменять связи в случае непредвиденных событий.

При этом для разрешения конфликтов, которые могут возникнуть на этом участке, изменения могут затрагивать соседних исполнителей, вносить изменения в работу соседних отделов и т. д. Таким образом, график работ не будет перестроен полностью,

изменения будут максимально гибко встроены в список уже существующих работ. Такой подход позволяет экономить время на изменение плана, внося исправления в отдельные его части и не затрагивая график глобально.

Заметим, что такой подход удобен для последующей полуавтоматической (или полуручной) доработки плана при необходимости, когда не было возможности учесть какие-либо скрытые факторы. Любое действие пользователя может вызывать целую цепочку изменений, которая в последующем позволяет автоматически доработать расписание.

4. Реализация метода адаптивного планирования ресурсов для решения задачи управления проектами НИР и ОКР

Разработанный метод нашел реализацию в интеллектуальной системе управления проектами НИР и ОКР для аэрокосмических приложений. Разработанная система планирования позволяет реагировать на события изменения задач, ресурсов, проектов в реальном времени [14].

Для оценки эффективности работы разработанного метода адаптивного планирования было проведено исследование зависимости времени обработки событий от числа событий.

Для проведения исследования были сделаны следующие допущения:

- все ресурсы могут выполнять любые задачи;
- все ресурсы полностью доступны;
- все задачи имеют одинаковую длительность;
- все задачи имеют одинаковый приоритет;
- все проекты состоят из одинакового числа задач;
- сроки проектов не установлены (случайны).

Под событием поступления проекта будем понимать появление необходимости планирования ресурсов для данного проекта, состоящего из набора последовательно связанных между собой задач. Связь означает, что для выполнения последующей задачи необходимо завершение выполнения предыдущей задачи проекта.

Модельный эксперимент был проведен при следующих условиях:

- моделировали поступление события планирования нового проекта из 10 подзадач;
- рассматривали время обработки события при различном количестве ресурсов;
- эксперимент проводили на общем поле из 500 задач.

Полученный график представлен на рис. 4 (см. третью сторону обложки).

Эксперимент показал, что с увеличением плотности плана время обработки возрастает до определенного предела, после которого все последующие события обрабатываются быстрее из-за сокращения числа возможных опций согласования решений.

Дальнейшее развитие метода предполагает введение механизмов внутренней саморегуляции агентов при построении расписаний.

Выводы

В статье рассмотрены существующие методы планирования и предложен метод адаптивного планирования для управления проектами НИР и ОКР в аэрокосмических приложениях. Разработанный метод позволяет строить и корректировать план динамически, реагируя на события, возникающие во внешней среде, и учитывая особенности каждой задачи и исполнителя, что оказывается особенно важным для применения современных методов командного управления.

Перспективы развития метода связаны с введением механизмов саморегуляции, позволяющей менять стратегии агентов по принятию решений в зависимости от загруженности расписания ресурсов.

Список литературы

1. Виттих В. А. Введение в теорию интерсубъективного управления. Самара: СНЦ РАН, 2013. 64 с.
2. Скобелев П. О. Мультиагентные технологии в промышленных приложениях: к 20-летию основания Самарской научной школы мультиагентных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 12. С. 33–46.
3. Скобелев П. О. Интеллектуальные системы управления ресурсами в реальном времени: принципы разработки, опыт промышленных внедрений и перспективы развития // Информационные технологии. Приложение. 2013. № 1. 32 с.
4. Meisels, Amnon. Distributed Search by Constrained Agents. Springer, 2008.
5. Yokoo M. Distributed Constraint Satisfaction: Foundation of Cooperation in Multi-agent Systems. Springer, 2001.
6. Adrian Petcu. A class of Algorithms For Distributed Constraint Optimization. IOS Press, 2009.
7. Tasgetiren M. F., Sevklı M., Liang Y. C., Yenisey M. M. Particle swarm optimization and differential evolution algorithms for job shop scheduling problem // International Journal of Operational Research. 2006. V. 3. N 2. P. 120–135.
8. Mekni S., B. Fayech Châar, Ksouri M. TRIBES Optimization Algorithm Applied to the Flexible Job Shop Scheduling Problem // 10th IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems, July 1–2, 2010. Lisbon, Portugal. P. 365–370.
9. Pinedo M. L. Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems. Springer. 2008.
10. Multiprocessor Scheduling, Theory and Applications / Edited by Eugene Levner. I-TECH Education and Publishing, 2007.
11. Виттих В. А., Скобелев П. О. Мультиагентные модели взаимодействия для построения сетей потребностей и возможностей в открытых системах // Автоматика и Телемеханика. 2003. № 1. С. 162–169.
12. Виттих В. А., Скобелев П. О. Метод сопряженных взаимодействий для управления распределением ресурсов в реальном масштабе времени // Автоматика. 2009. № 2. С. 78–87.
13. Скобелев П. О. Онтология деятельности для ситуационного управления предприятиями в реальном времени // Онтология проектирования. 2012. № 1 (3). С. 6–38.
14. Феоктистов А. Л., Клейменова Е. М., Скобелев П. О., Сюсин И. А., Ларюхин В. А., Царев А. В., Симонова Е. В. Разработка принципов построения многоуровневой мультиагентной системы для управления проектами НИР и ОКР РКК "Энергия" // Тр. XIV Междунар. конф. "Проблемы управления и моделирования в сложных системах", 19–22 июня 2012, Самара, Россия. Самара: СНЦ РАН. 2012. С. 718–723.

Э. К. Лавровский,

канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр,

lavrov@imec.msu.ru,

НИИ механики МГУ

Об одном типе задач оптимальной переориентации орбит

Рассматриваются некоторые задачи оптимальной переориентации орбиты спутника с помощью управления, нормального к плоскости орбиты. В ряде случаев удается исследовать качественную сторону оптимальных решений, иногда — построить их численно-аналитическим методом.

Ключевые слова: космический аппарат, ориентация орбиты, нормальное ускорение, быстродействие, затраты топлива

Введение. При решении оптимальных задач перелета между орбитами обычно прибегают к численным методам исследования. Вместе с тем, существует целый ряд предельных случаев, когда удается понять качественный характер отыскиваемых решений, что позволяет решать задачу в аналитической или почти аналитической форме, прибегая к вычислениям с помощью ЭВМ в самый последний момент.

В работах [1–3] были рассмотрены задачи оптимального управления поворотом орбиты спутника с помощью тяги, нормальной к плоскости орбиты. Метод исследования этих задач — численный. Динамические уравнения рассматривались в форме, использующей кватернионы, что позволяло избежать возникновения особенностей в дифференциальных уравнениях. Вместе с тем, в случаях отсутствия у оптимального режима особенностей (а таких случаев, по-видимому, большинство) можно воспользоваться более естественными для механики уравнениями в оскулирующих элементах [4], что иногда заметно упрощает задачу построения требуемого режима.

Запишем общий вид уравнений в оскулирующих элементах, отвечающих данному случаю:

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega}{dt} &= u \sqrt{\frac{r^2}{\mu p}} \frac{\sin(\vartheta + \omega)}{\sin i}; \quad \frac{di}{dt} = u \sqrt{\frac{r^2}{\mu p}} \cos(\vartheta + \omega); \\ \frac{d\omega}{dt} &= -u \sqrt{\frac{r^2}{\mu p}} \sin(\vartheta + \omega) \frac{\cos i}{\sin i}; \quad e = p = \text{const}; \\ r &= \frac{p}{1 + e \cos \vartheta}; \quad \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\sqrt{\mu}}{p^{3/2}} \cdot (1 + e \cos \vartheta)^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где u — компонента управляющего ускорения, приложенного к спутнику перпендикулярно плоскости его орбиты; углы Ω , i , ω — соответственно долгота восходящего узла орбиты, наклонение орбиты и долгота перигея (углы Ω , i могут меняться только под действием нормального к орбите ускорения); e , p — соответственно эксцентриситет и фокаль-

ный параметр орбиты, которые под действием управляющего нормального ускорения не меняются; r — расстояние спутника до центра тяготения; ϑ — истинная аномалия, характеризующая расположение спутника на его (эллиптической) орбите; μ — гравитационная постоянная центрального поля тяготения.

Задача быстродействия. Рассмотрим сначала задачу наискорейшего поворота орбиты: требуется за минимальное время совершить маневр перехода из начала в конец $(\Omega, i, \omega)_0 \rightarrow (\Omega, i, \omega)_f$ при условии, что $|u| \leq u_{\max}$. Переходя от времени к новой независимой переменной ϑ , вместо системы (1) имеем:

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega}{d\vartheta} &= u \frac{p^2}{\mu} (1 + e \cos \vartheta)^{-3} \cdot \frac{\sin(\vartheta + \omega)}{\sin i}; \\ \frac{di}{d\vartheta} &= u \frac{p^2}{\mu} (1 + e \cos \vartheta)^{-3} \cdot \cos(\vartheta + \omega); \\ \frac{d\omega}{d\vartheta} &= -u \frac{p^2}{\mu} (1 + e \cos \vartheta)^{-3} \cdot \sin(\vartheta + \omega) \frac{\cos i}{\sin i}. \end{aligned} \quad (2)$$

Мы будем рассматривать задачу в частном случае круговых орбит, когда $e \equiv 0$. Поэтому уравнения (2) упрощаются и принимают вид

$$\frac{d\Omega}{d\varphi} = u \frac{p^2}{\mu} \frac{\sin \varphi}{\sin i}; \quad \frac{di}{d\varphi} = u \frac{p^2}{\mu} \cos \varphi. \quad (3)$$

Здесь учтен тот факт, что угол ω в данном случае теряет смысл, и потому вместо истинной аномалии введен в рассмотрение угол аргумента широты φ . Легко видеть, что исходная задача быстродействия полностью эквивалентна задаче нахождения минимальной разности $(\varphi_f - \varphi_0)$, при которой может быть реализован переход $(\Omega, i)_0 \rightarrow (\Omega, i)_f$. Уравнения (3) имеют особенность при $\sin i = 0$, связанную с возможным конечным скачком переменной Ω . Мы будем рассматривать те случаи построения оптимальных режимов, которые к данной особенности не приводят.

Запишем условия принципа максимума [5], отвечающие данной неавтономной системе уравнений:

$$\begin{aligned} H &= u \frac{p^2}{\mu} \left[\psi_1 \frac{\sin \varphi}{\sin i} + \psi_2 \cos \varphi \right] \equiv u \frac{p^2}{\mu} H_u; \\ \psi_1 &= \text{const}; \quad \dot{\psi}_2 = \frac{\mu}{p^2} \cdot u \psi_1 \sin \varphi \cdot \frac{\cos i}{\sin^2 i}; \\ u &: H(u) \rightarrow \max_u. \end{aligned}$$

Оптимальное управление $u_{\text{опт}} = u_{\max} \text{sgn}(H_u)$, поскольку режимы особого управления отсутствуют. Действительно, возможный режим особого управления требует, чтобы

$$\begin{aligned} H_u &= \psi_1 \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin i} + \psi_2 \cos \varphi = 0; \\ H'_u &= \psi_1 \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin i} - \psi_2 \sin \varphi = 0. \end{aligned}$$

Определитель данной системы алгебраических уравнений относительно переменных ψ_1, ψ_2 равен $-1/\sin i \neq 0$, а тривиальное решение $\psi_1 = \psi_2 = 0$ противоречит условиям принципа максимума. Тем самым, особые режимы отсутствуют.

Из приведенных формул (3) видно, что максимальные значения производных Ω'_ϕ и i'_ϕ достигаются в существенно различные моменты "времени": либо при $|\sin \phi| = 1$, либо при $|\cos \phi| = 1$. Именно в эти моменты наиболее эффективно управление u по соответствующим переменным. Видно также, что приведению угла Ω в требуемое конечное положение должна "помогать" программа приведения по углу i , обеспечивая как бы уменьшенное значение по $|\sin i|$ в тех случаях, когда приведение по углу i менее критично. Если $u_{\max}$ достаточно мало, то оптимальное u содержит большое число переключений: действительно, тогда переменные задачи мало меняются за один оборот по орбите, т. е. функция переключения H_u периодична по ϕ , а значит, ситуация переключений будет примерно повторяться через обороты. По мере роста значения $u_{\max}$ следует ожидать существенного сокращения числа переключений. При предельно больших значениях $u_{\max}$ процесс приведения спутника должен протекать при практически постоянном угле $\phi = \phi_0$, а само "время" приведения $\Delta\phi$ сколь угодно мало. Удовлетворить краевым условиям в этой ситуации можно с помощью одного переключения — назовем его условно $(-, +)$ (поскольку на первом из двух этапов происходит уменьшение модуля синуса угла i , что должно способствовать росту коэффициента $|1/\sin i|$ в выражении для производной $d\Omega/d\phi$), — а значит, "упростится" процесс приведения по углу Ω . Поскольку краевых условий в задаче два и столько же этапов "длительности" $\Delta\phi$, то процесс рассчитывается точно.

Этот чисто качественный анализ подкрепим результатами непосредственного численного анализа задачи быстрогодействия, представленными на рис. 1.

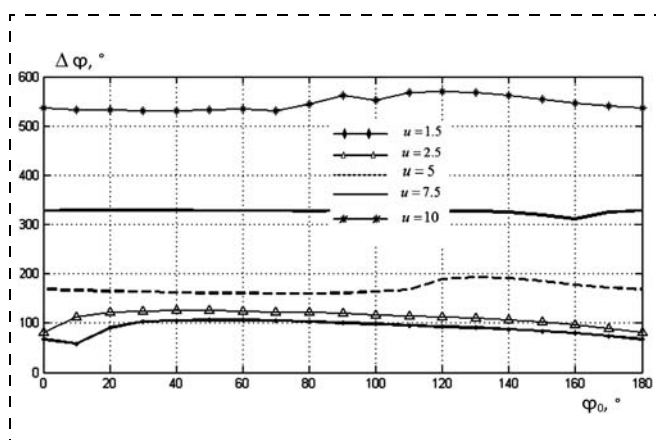


Рис. 1. Приращение угла ϕ в конце процесса переориентации в зависимости от начального значения ϕ_0 для различных u

Была рассмотрена переориентация круговой орбиты спутника Земли на высоте 200 км:

$$i_0 = 30^\circ, \Omega_0 = 0^\circ, i_f = 75^\circ, \\ \Omega_f = 45^\circ, \mu = 398632,9 \text{ км}^3/\text{с}^2, p = 6571 \text{ км}$$

при различных значениях углов $\phi_0 \in [0, \pi]$ и следующем наборе максимальных значений нормального управляющего ускорения: $u = 1,5; 2,5; 5; 7,5; 10 \text{ м/с}^2$. Углы ϕ_0 отложены по горизонтальной оси; по вертикальной оси показаны "времена" быстрогодействия, точнее, приращения $\Delta\phi$ угла ϕ (в градусах) в конце процесса переориентации от начального значения ϕ_0 .

Если при максимальном значении ускорения $u = 10 \text{ м/с}^2$ оптимальный режим имеет, как правило, одно (максимум два) переключения, то режим, отвечающий значению $u = 1,5 \text{ м/с}^2$, реализуется в среднем за 4—5 переключений. Отмечено, что ввиду равенства необходимых конечных изменений за счет маневра по обоим углам Ω и i программа приведения по углу i в целом слабо "помогает" программе приведения по углу Ω — минимальное отмеченное значение угла i на одном из оптимальных режимов составляет примерно 10° .

Задача о минимальном расходе топлива. В работах [1—3] была рассмотрена также задача оптимизации расхода топлива реактивной двигательной установки. Исследуем ту же задачу с функционалом

$$\int_0^T |u| dt \text{ вместо условия быстрогодействия. В качестве}$$

независимой переменной здесь также может быть выбран угол ϕ . Гамильтониан этой задачи отличается от гамильтониана задачи быстрогодействия лишь наличием одного дополнительного слагаемого

$$H = -|u| + u \frac{p^2}{\mu} \left[\psi_1 \frac{\sin \phi}{\sin i} + \psi_2 \cos \phi \right].$$

Если конечный момент времени T фиксирован, то особые участки управления $u(\phi)$ теперь в принципе возможны, и они описываются системой условий

$$\left| \psi_1 \cdot \frac{\sin \phi}{\sin i} + \psi_2 \cos \phi \right| = \mu/p^2; \\ \psi_1 \cdot \frac{\cos \phi}{\sin i} - \psi_2 \sin \phi = 0. \quad (4)$$

Последующее дифференцирование левой части последнего соотношения в (4) позволяет найти явный вид этого управления. Режимы особого управления могут играть здесь существенную роль.

Пусть теперь значение T не фиксировано. При условии $e = 0$ за счет рассмотрения в системе уравнений (1) неограниченного числа проворотов по орбите (т. е. рассмотрения оптимального режима как циклического скользящего; это — миноранта по отношению к задаче в исходной постановке) и введения вместо t "эффективного" времени $\tau \sqrt{\mu/p}$ (т. е. пропорционального чистому времени работы

двигателя) указанную систему уравнений можно преобразовать к более удобному виду:

$$\frac{d\Omega}{d\tau} = u \frac{\sin \varphi}{\sin i}; \quad \frac{di}{d\tau} = u \cos \varphi. \quad (5)$$

Здесь управлениями являются сразу угол $\varphi \in [0, 2\pi]$ и нормальное ускорение $|u| \leq u_{\max}$. Поскольку функционал изменяется только в моменты эффективной работы двигателя, то его прежняя форма

переходит в $\sqrt{p/\mu} \cdot \int_0^{\tau_{\max}} |u| d\tau$, где величина $\tau_{\max}$ — также не фиксирована. Нормирующий множитель $\sqrt{p/\mu}$, естественно, не существует.

Гамильтониан новой задачи $H = -|u| + \left(\psi_{\Omega} \frac{\sin \varphi}{\sin i} + \psi_i \cos \varphi \right) u$. Условия принципа максимума имеют вид

$$\psi_{\Omega} = \text{const}; \quad \frac{d\psi_i}{d\tau} = u \psi_{\Omega} \sin \varphi \cdot \frac{\cos i}{\sin^2 i};$$

$$H = \max_{\varphi, u} H = \max_u \left\{ -|u| + u \sqrt{\psi_{\Omega}^2 \frac{1}{\sin^2 i} + \psi_i^2} \right\} \equiv 0,$$

причем оптимальные значения по углу φ определяются соотношениями

$$\sin \varphi_{\text{опт}} = \frac{\psi_{\Omega} / \sin i}{\sqrt{(\psi_{\Omega} / \sin i)^2 + \psi_i^2}};$$

$$\cos \varphi_{\text{опт}} = \frac{\psi_i}{\sqrt{(\psi_{\Omega} / \sin i)^2 + \psi_i^2}}.$$

Нетрудно убедиться, что оптимальное решение в задаче реализуется на режиме особого управления

$$\sqrt{\psi_{\Omega}^2 \frac{1}{\sin^2 i} + \psi_i^2} \equiv 1, \quad (6)$$

что вытекает из исследования условия $H = \max_{\varphi, \mu} H \equiv 0$.

Однако никаких дополнительных сведений о характере управления на этом режиме за счет дальнейшего дифференцирования функции H здесь установить не удастся. Действительно, дифференцируя левую часть выражения (6) и учитывая динамические условия (5) и сопряженные уравнения для ψ , получаем при любом u , что

$$\frac{d\sqrt{(\psi_{\Omega} / \sin i)^2 + \psi_i^2}}{d\tau} = 0.$$

Можно предложить несколько иную форму принципа максимума, но наиболее простой способ построить здесь оптимальное решение — это воспользоваться методами классического вариацион-

ного исчисления. Заметим, что из соотношений (5) вытекает

$$(\sin i d\Omega)^2 + (di)^2 = u^2 (d\tau)^2 [\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi] = u^2 (d\tau)^2.$$

Пусть для определенности $\Omega_0 < \Omega_f$, нетрудно заметить, что угол Ω можно считать постоянно растущей (неубывающей) переменной. Поэтому получаем классическую задачу на минимум функционала

$$\int_0^{\tau_{\max}} |u| d\tau = \int_{\Omega_0}^{\Omega_f} d\Omega \cdot \sqrt{\sin^2 i + \left(\frac{di}{d\Omega} \right)^2}$$

при фиксированных конечных значениях $i(\Omega_0) = i_0$, $i(\Omega_f) = i_f$. Придадим этому функционалу более распространенную в литературе форму, переобозначив $x = \Omega$, $y = i$. Тогда оптимизируемый функционал имеет вид

$$\int_{x_0}^{x_f} \Phi(y, y') dx \equiv \int_{x_0}^{x_f} dx \sqrt{\sin^2 y + y'^2}. \quad (7)$$

Поскольку подынтегральная функция Φ в (7) не зависит явно от x , вариационное уравнение Эйлера имеет первый интеграл (см., например, работу [6])

$$\Phi - y' \Phi_{y'} = \text{const},$$

т. е. оптимальная функция $y = y(x)$ удовлетворяет условию

$$y'_x = \pm \sin y \cdot \sqrt{\frac{\sin^2 y}{c^2} - 1}, \quad (8)$$

где постоянная c^2 играет роль минимального (формального или фактического) значения величины $\sin^2 y$ на оптимальной траектории. Постоянная c и еще одна константа интегрирования, связанная с уравнением (8), должны быть подобраны так, чтобы выполнялись соответствующие краевые условия на левом и правом концах этой траектории. Из уравнения (8) имеем

$$J(y) = \int \frac{dy}{\sin y \sqrt{\sin^2 y / c^2 - 1}} = \pm \int dx.$$

Обозначим $\lambda^2 = 1/c^2 > 1$, тогда (см. также работу [7])

$$J(y) = -\text{arctg} \frac{\cos y}{\sqrt{\lambda^2 \sin^2 y - 1}}.$$

Выражая отсюда y через x (т. е. i через Ω) и подставляя в выражение (7), можем найти оптимальное значение функционала расхода топлива. Оптимальное значение управляющего угла φ определяется теперь из формул системы (5):

$$\text{ctg} \varphi = \frac{1}{\sin i} \cdot \frac{di}{d\Omega}.$$

Общий случай задачи. В случае свободной величины T задача об оптимальном расходе топлива может быть решена аналогичным образом и в общем случае $e > 0$. Из уравнений (1) имеем

$$\frac{d\Omega}{dt} = u \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{\sin(\vartheta + \omega)}{\sin i (1 + e \cos \vartheta)}; \quad \frac{di}{dt} = u \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{\cos(\vartheta + \omega)}{(1 + e \cos \vartheta)};$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -u \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{\sin(\vartheta + \omega)}{(1 + e \cos \vartheta)} \cdot \frac{\cos i}{\sin i}.$$

Орбитальный маневр ставится здесь как задача перехода из начального положения в конечное в трехмерном фазовом пространстве (Ω, i, ω) . Классический подход не работает. Действуя по аналогии и вводя в рассмотрение новую независимую переменную J

$$\int_0^t |u| dt = \sqrt{\mu/p} \cdot J(t),$$

перепишем систему дифференциальных уравнений в виде

$$\frac{d\Omega}{dJ} = \varepsilon \frac{\sin(\vartheta + \omega)}{\sin i (1 + e \cos \vartheta)}; \quad \frac{di}{dJ} = \varepsilon \frac{\cos(\vartheta + \omega)}{(1 + e \cos \vartheta)};$$

$$\frac{d\omega}{dJ} = -\varepsilon \frac{\sin(\vartheta + \omega)}{(1 + e \cos \vartheta)} \cdot \frac{\cos i}{\sin i}. \quad (9)$$

где $\varepsilon = \pm 1 = \operatorname{sgn} u$, что наряду с углом $\vartheta \in [0, 2\pi]$ является управлением в преобразованной задаче — теперь это задача быстрогодействия на минимум конечного J . Переходя к условиям принципа максимума (для его корректности придется считать вначале, что $\varepsilon \in [-1, 1]$), обозначим

$$A = \psi_{\Omega} \cdot \frac{\cos \omega}{\sin i} - \psi_i \sin \omega - \psi_{\omega} \cdot \frac{\cos i}{\sin i} \cos \omega;$$

$$B = \psi_{\Omega} \cdot \frac{\sin \omega}{\sin i} + \psi_i \cos \omega - \psi_{\omega} \cdot \frac{\cos i}{\sin i} \sin \omega,$$

где ψ — соответствующие сопряженные множители. Тогда зависящая от управлений часть гамильтониана имеет вид

$$H_u = \varepsilon \frac{A \sin \vartheta + B \cos \vartheta}{1 + e \cos \vartheta}.$$

Максимум этого выражения по управлению ε, ϑ легко находится: экстремум коэффициента при ε достигается при

$$\cos(\vartheta_{\text{опт}} + \chi) = -e \cos \chi,$$

где

$$\cos \chi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \sin \chi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Это условие дает два значения по $\vartheta_{\text{опт}}$, а значит, и два значения коэффициента при $\varepsilon_{\text{опт}}$. Максимум H реализуется на том из них, чей модуль больше, причем оптимальное значение ε равно сигнуму этого

наибольшего значения, т. е. $\varepsilon_{\text{опт}} = \pm 1$. Остается заметить, что $\max_{\vartheta} |A \cos \vartheta + B \sin \vartheta| \neq 0$ при одновременно ненулевых A и B .

Если $A = B \equiv 0$, то максимум гамильтониана реализуется при любых углах $\vartheta \in [0, 2\pi]$, и возникает подозрение, что оптимальный режим управления может содержать особые участки. Однако нетрудно показать, что их существование противоречит другим условиям, вытекающим из принципа максимума.

Действительно, на участках с $A = B \equiv 0$ обязаны одновременно выполняться соотношения

$$\psi_i = Z \operatorname{ctg} \omega, \quad \psi_i = -Z \operatorname{tg} \omega, \quad Z \equiv (\psi_{\omega} - \psi_{\omega} \cos i) / \sin i.$$

Отсюда

$$\psi_i = \psi_{\Omega} - \psi_{\omega} \cos i = 0. \quad (10)$$

Кроме того, $\psi_{\Omega} \equiv \text{const}$ (правые части в уравнениях (9) не зависят от Ω). Постоянен и другой множитель ψ_{ω} , так как при $A = B \equiv 0$

$$\dot{\psi}_{\omega} = -\frac{\partial H_u}{\partial \omega} =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial \omega} \frac{A \sin \vartheta + B \cos \vartheta}{(1 + e \cos \vartheta)} = \frac{B \sin \vartheta - A \cos \vartheta}{(1 + e \cos \vartheta)} = 0.$$

С учетом (10) получаем, что и угол i постоянен. Из сопряженного уравнения для множителя ψ_i также имеем

$$(1 + e \cos \vartheta) \dot{\psi}_i = \frac{\sin(\omega + \vartheta)}{\sin^2 i} [\psi_{\Omega} \cos i + \psi_{\omega}] = 0.$$

Последнее равенство, наряду с (10), образует алгебраическую систему уравнений с ненулевым определителем, а значит, все три множителя ψ одновременно равны нулю, что противоречит принципу максимума. При другом способе удовлетворения последнего равенства с учетом условия $di/dJ = 0$ имеем, что $\sin(\omega + \vartheta) = \cos(\omega + \vartheta) = 0$. Последнее также противоречит здравому смыслу.

Следовательно, особые режимы управления в данной задаче отсутствуют — они заменяются на режимы промежуточных значений управления ϑ . Заметим, что помимо не выписанных до конца уравнений для сопряженных множителей, которые необходимо принимать во внимание при численном решении краевой задачи, в задаче имеется еще и первый интеграл

$$H_u = \frac{\sqrt{A^2(1 - e^2) + B^2}}{(1 + e \cos \vartheta_{\text{опт}})} \equiv 1.$$

Численные результаты. К сожалению, дальнейшее решение задачи в аналитической форме вряд ли возможно, но ее численному решению (ввиду отсутствия особых участков) ничто не мешает. Приведем некоторые результаты численного исследования задачи. На рис. 2—4 представлены графики поведения на оптимальных режимах пере-

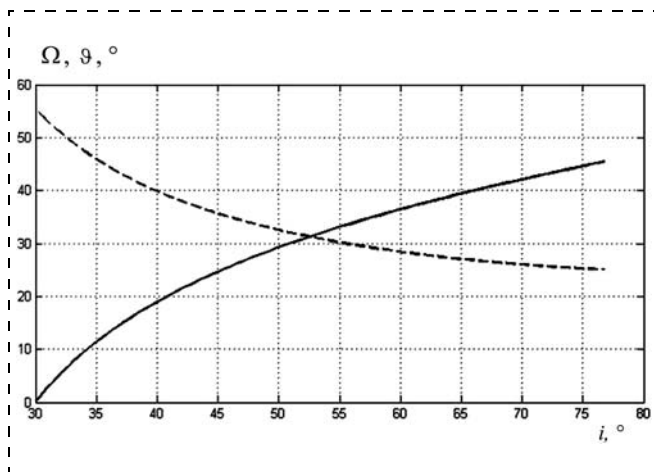


Рис. 2. Долгота восходящего узла орбиты Ω (сплошная линия), истинная аномалия Θ (штриховая линия)

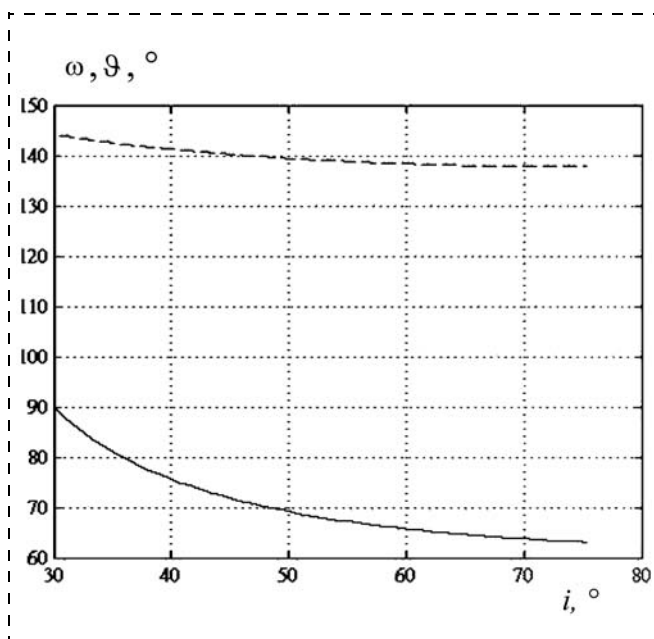


Рис. 3. Долгота перигея ω (сплошная линия), истинная аномалия Θ (штриховая линия)

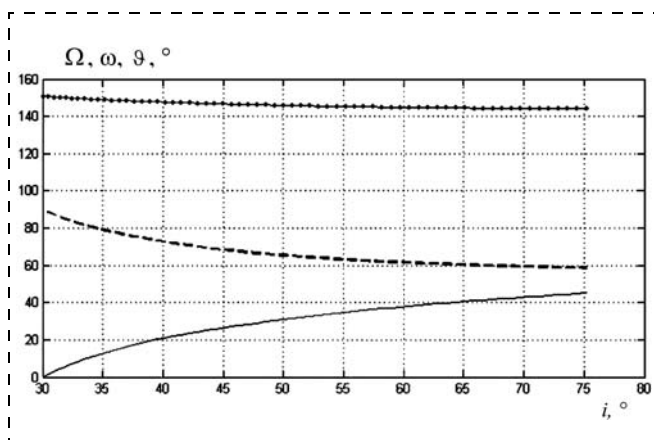


Рис. 4. Долгота восходящего узла орбиты Ω (сплошная линия), долгота перигея ω (штриховая линия), истинная аномалия Θ (маркированная линия)

менных Ω , ω и управления Θ как функций угла наклонения i .

Начальная точка всех этих режимов общая ($i_0 = 30^\circ$, $\Omega_0 = 0^\circ$, $\omega_0 = 90^\circ$). Рис. 2 относится к случаю $e = 0$, поэтому переменная ω здесь не имеет смысла, а вместо управления Θ фактически берется угол аргумента широты. Конечная точка процесса та же, что и в задаче быстрого действия ($i_f = 75^\circ$, $\Omega_f = 45^\circ$). Рис. 3 и 4 относятся к случаю $e = 0,4$ и к общему случаю задачи соответственно. На рис. 3 проиллюстрирован случай свободной переменной Ω . Поскольку эта переменная согласно (9) не входит в правые части ни одного из дифференциальных уравнений, то она и не влияет на поведение других углов i , ω .

Заметим, что на рис. 3 и рис. 4 рассматривался случай свободного конца по ω_f . Выбранное начальное значение $\omega_0 = 90^\circ$ является в каком-то смысле "неудобным" для максимально быстрого по независимой переменной J приведения угла i в требуемое конечное значение i_f . Действительно, при $\omega_0 = 0^\circ$ оптимальным является управление $\Theta \equiv \pi$, при котором, с одной стороны, сохраняется постоянство угла $\omega = 0$, а с другой — обеспечивается максимум модуля правой части в уравнении по углу i , т. е. и максимально "быстрое" приведение в состояние i_f . На рис. 4 показано поведение всех переменных на оптимальной траектории в более "трудном" случае ($i_0 = 30^\circ$, $\Omega_0 = 0^\circ$, $\omega_0 = 90^\circ$) и ($i_f = 75^\circ$, $\Omega_f = 45^\circ$) при свободном конце по ω_f .

Остается заметить, что относительно точная реализация представленных здесь циклических скользящих режимов требует очень больших времен, поскольку связана с многочисленными проворотами по орбите и точечным включением двигательной установки. Однако в ряде случаев при достаточно большой тяге двигателя этот режим можно попытаться реализовать приближенно. Так, из рассмотрения режима управления по углу Θ на рис. 3 и 4 вытекает, что он практически не меняется, а значит, оптимальный режим может быть реализован за счет одного-двух импульсных включений.

Список литературы

1. Челноков Ю. Н., Панкратов И. А. Переориентация орбиты космического аппарата, оптимальная в смысле минимума интегрального качества. Мехатроника, автоматизация, управление, № 8, 2010. С. 73—78.
2. Челноков Ю. Н., Панкратов И. А. Переориентация орбиты космического аппарата с тремя точками переключения управления. Мехатроника, автоматизация, управление, № 1, 2011. С. 70—73.
3. Панкратов И. А. Задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата. Диссертация на соискание ученой степени к.т.н. Саратовский гос. Университет, 2011 г.
4. Дубошин Г. Н. Небесная механика. М., физ.-мат. гиз., 1963. 586 с.
5. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976. 392 с.
6. Цаф Л. Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. М.: Физматгиз, 1970. 191 с.
7. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963. 1094 с.

30 сентября — 05 октября 2013 г.
пос. Дивноморское, Геленджикский район, Краснодарский край

6-я Всероссийская мультikonференция ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ (МКПУ-2013)



Председатель Президиума мультikonференции: акад. РАН В. Г. Пешехонов

Члены Президиума:

С. Н. Васильев	академик РАН (ИПУ РАН, Москва)
С. Ю. Желтов	член-корр. РАН (ГосНИИАС, Москва)
И. А. Каляев	член-корр. РАН (НИИ МВС ЮФУ, Таганрог)
А. Б. Куржанский	академик РАН (МГУ, Москва)
Е. А. Микрин	академик РАН (РКК "Энергия", Королев)
Д. А. Новиков	член-корр. РАН (ИПУ РАН, Москва)
Г. Г. Себряков	член-корр. РАН (ГосНИИАС, Москва)
Ф. Л. Черноусько	академик РАН (ИПМех РАН, Москва)
Р. М. Юсупов	член-корр. РАН (СПИИ РАН, Санкт-Петербург)

Состав и направления работы мультikonференции

Локальная научно-техническая конференция УПРАВЛЕНИЕ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ, ЭРГАТИЧЕСКИХ И ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Председатель — акад. РАН С. В. Васильев

Заместители председателя:

О. П. Кузнецов

Д. А. Новиков

Н. Б. Филимонов

Ученый секретарь — С. Г. Куливец

Направления работы конференции

1. Интеллектуальные системы

- Автоматизация рассуждений и планирования действий
- Машинное обучение и методы дооснащения в условиях неопределенности
- Интеллектуальный анализ данных, распознавание, классификация
- Компьютерная лингвистика, онтологии, семантический поиск и управление знаниями
- Когнитивный анализ, моделирование и автоматизация целеполагания
- Мультиагентные системы, распределенный искусственный интеллект и управление
- Методы и технологии "мягких вычислений"
- Обучающие и экспертные системы
- Прикладные интеллектуальные системы управления и принятия решений

2. Эргатические системы и мехатроника

- Человеко-машинный интерфейс и управление в эргатических системах

- Управление в мехатронных системах
- Управление в робототехнических системах
- Прикладные эргатические и мехатронные системы

3. Организационные системы

- Управление в активных системах
- Оптимизационные и теоретико-игровые модели
- Информационные технологии в организационном управлении
- Модели принятия решений в организационных системах
- Информационное управление, модели социальных сетей
- Системы управления проектами и программами

Локальная научно-техническая конференция УПРАВЛЕНИЕ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ И СЕТЕВЫХ СИСТЕМАХ

Председатель — член-корр. РАН И. А. Каляев

Ученый секретарь — А. П. Кухаренко

Направления работы конференции

- Модели и стратегии сетевого управления
- Управление в сетевых системах
- Мультиагентное управление в сетевых системах
- Управление коммуникационными сетями
- Управление в GRID
- Самоорганизующиеся сетевые системы
- Прикладные задачи управления в сетях
- Сетевое управление объектами социальной инфраструктуры ("умный дом")

Подробную информацию о мультikonференции см. на сайте НИИ МВС ЮФУ:
<http://www.conf.mvs.sfedu.ru>



Международный симпозиум

«ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ РОБОТОТЕХНИКА - РОБОТОТЕХНИКА ДЛЯ РАБОТЫ В УСЛОВИЯХ ОПАСНОЙ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ (ЭР-2013)»

в рамках

VI Петербургского международного инновационного форума
и XVII Международного форума «Российский промышленник»

1-3 октября 2013 года
ЦНИИ РТК, Тихорецкий пр., 21
Санкт-Петербург

ИНФОРМАЦИОННОЕ СООБЩЕНИЕ

Организаторы симпозиума

- ГНЦ РФ ЦНИИ РТК
- ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН
- Королевская военная академия Бельгии

При поддержке

- Минобрнауки России
- МЧС России
- Минобороны России
- Роскосмоса
- РАН
- Международной программы по перспективной робототехнике (IARP)
- Ассоциации мобильных роботов (CLAWAR)
- Европейской ассоциации по робототехнике (EURON)
- Ассоциации ГНЦ «Наука»
- Правительства СПб
- ТПП СПб

Информационная поддержка

- Журнал «Мехатроника, автоматизация, управление», Москва
- Журнал «Нано- и микросистемная техника», Москва
- Журнал «Инновации», Санкт-Петербург
- Газета «Компьютер-Информ», Санкт-Петербург

Оформление участия в симпозиуме

Для участия в симпозиуме необходимо заполнить заявку на участие на сайте мероприятия, а также направить тезисы, материалы доклада и экспертное заключение о возможности публикации на **e-mail: mrspsb@rtc.ru**

Основные этапы и даты

Предоставление заявки на участие и тезисов докладов	до 30 марта 2013г.
Рассмотрение предоставленных материалов Программным комитетом и уведомление участников	до 30 апреля 2013г.
Предоставление доклада, экспертного заключения о возможности публикации	до 30 июня 2013г.
Проведение симпозиума	1-3 октября 2013г.

Финансовые условия

Стоимость участия и условия оплаты на сайте:
<http://er.rtc.ru/>

Тематика симпозиума

- Инспекция в зонах пожаров, бедствий и разрушений
- Противодействие угрозам применения оружия массового поражения (химического, биологического, радиологического, ядерного)
- Разминирование
- Поисковые и спасательные операции
- Мониторинг космического и воздушного пространства
- Построение и реконструкция карт окружающей среды
- Сетевые средства кризисного управления
- Человеко-машинные интерфейсы
- Дистанционно-управляемые, полуавтономные и автономные роботы
- Навигация роботов (наземного, морского, воздушного и космического базирования)
- Сетевое взаимодействие группы роботов

Официальные языки симпозиума

Английский, русский

Требования к докладам

Материалы доклада на английском и русском языках (не более 8 страниц) подаются в электронном виде (документ в редакторе MS Word) и должны содержать: аннотацию, введение, основную часть, заключение, список литературы.

Формат страниц – А4, поля: верхнее и нижнее – 1,8 см, левое и правое – 1,9 см. Шрифт текста – Times New Roman Cyr 11 пунктов, позиция табуляции абзаца – 0,8, единичный междустрочный интервал. Таблицы, рисунки, формулы вставляются в текст как объекты и обязательно должны содержать название. Графики должны быть выполнены в черно-белом цвете.

Фамилии и инициалы авторов – по центру, шрифт – полужирный курсив, интервал после – 9 пунктов; название доклада – по центру, шрифт – прописной полужирный; интервал после – 9 пунктов; название организации, город, e-mail авторов: шрифт – курсив, интервал после – 9 пунктов; основной текст.

Библиографические ссылки даются арабскими цифрами в квадратных скобках. Список литературы – через 6 пунктов после текста доклада, с заголовком, без абзаца.

Секретариат симпозиума

Тел.: (812) 5524162
e-mail: mrspsb@rtc.ru



CONTENTS

Afanasiev V. N., Okunkova E. V. Guaranteed Control of Nonlinear Object (Pressurized Heavy Water Reactor as an Example)	2
---	---

The optimal control task for a large pressurized heavy water reactor (PHWR) with uncontrollable disturbance of the parameters is considered in terms of differential games. The ability to describe the nonlinear system with State Dependent Coefficients (SDC) and quadratic functional allows to go over from partial differential equation (Hamilton—Jacoby—Bellman equation) to State Dependent Ricatti Equation (SDRE). This solution was obtained with the implementation of minmax methodology. The simulation results for the optimal reactor shutdown are presented.

Keywords: nonlinear systems, optimal control, differential games, ricatti equation

Aranovskiy S. V., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A. Control Algorithm for Linear Plant with Parametric Uncertainties, Input Delay and Unknown Constant Disturbance	5
---	---

The stabilization problem for unstable linear plant with parametric uncertainties and the input delay is considered. The approach is proposed that allows to identify the plant and to design the stabilization algorithm with state predictor. The extended stabilization problem for disturbed plant is considered, the identification method and the disturbance compensation scheme are proposed.

Keywords: control in delay conditions, identification, predictor

Kucyi N. N., Lukyanov N. D. Parametric Optimization of Pam-Systems with Genetic Algorithm	10
--	----

We solve the problem of parametric optimization with respect to the discrete systems containing PAM-element and also examined patterns of genetic algorithm for solving problems of this type. Particular attention is paid to the method of proof of performance of the algorithm. All of this is illustrated by an example.

Keywords: PAM-systems, genetic algorithm, parametric optimization

Kalitaev A. N., Tutarova V. D. Parametric Identification Model of External Heat the Billets in the Continuous Casting Machines	14
---	----

On the basis of one-dimensional unconstrained optimization (a method of Fibonacci) considered parametric identification of a mathematical model of external heat transfer in billet continuous casting machine (CCM) as an example of five-streams CCM radial type of firm VAI.

Keywords: optimization, identification, heat transfer, continuous casting machines, modeling

Titov V. S., Bobyr M. V., Antsiferov A. V. Adaptive Multineuro Algorithm Fuzzy-Logic Inference in the Tasks Control of the Equipment with CNC	18
--	----

The article proposes an adaptive multineuro algorithm fuzzy-logic inference for the decision of tasks control of the equipment with CNC, increases the efficiency of the decision-making process. Proposed neuro-fuzzy model of the algorithm and provides an example of the numerical simulation.

Keywords: fuzzy-logic inference, neuro-juzzy system inference, adaptive multineuro algorithm fuzzy-logic inference, ANFIS, adaptation

Pismennaya E. V., Mitrofanov I. E., Komarov P. A., Avedikov G. E. System for Control of Mobile Robot Motion along Arbitrary Trajectories	24
---	----

The paper presents analytic design of algorithms for motion control of autonomous three-wheeled mobile robot along a given trajectory interpolated with splines. Digital control system and sensor system of the robot are described. Results of experimental study of the robot motion are outlined.

Keywords: mobile robots, nonlinear control, motion along a trajectory

Filaretov V. F., Gubankov A. S. Synthesis of Program Signals Forming System for Actuators of Multilink Manipulator	30
---	----

Paper deals with synthesis method of input signals forming for actuators of multilink manipulators. This method allows to form program signals depending on location of processing objects in the working area of manipulator, which provide the maximum speed of working tools without reduction of given dynamic accuracy. It also provides an approach to the processing parts without overshoot.

Keywords: multilink manipulator, adaptive system, program signal, given accuracy, maximum speed

Kondratyev V. A. Comparative Analysis of Dynamic Forces of Electromagnetic Drive	35
---	----

The comparison of expressions for electromagnetic forces received with use of transition from complete derivative to individual derivative is presented. Is shown, that for electromagnetic drives the spatial-temporary description of electromechanical processes in private derivatives on the basis of fundamental positions of electrodynamics allows quantitatively to estimate difference of the electromagnetic forces in dynamics from electromagnetic forces which calculate traditionally on base of static magnetic field. The existing representations about dynamics of an electromagnetic drive are extended.

Keywords: electromagnetic forces, spatial-temporary description of electromechanical process

Kogut A. T., Lavrukhin A. A. Approximate Algorithms for Trajectory Control in the Systems for Diagnostics of Technical State of Electromechanical Rolling-Stock Objects	40
--	----

The automatic stabilization system for shaft velocity of the direct current railway motor that is included on the test station via pumpback method is under consideration. The two-step approximate trajectory control algorithms for nonlinear dynamic objects that do not require an analytical solution of inverse problems of dynamics are realized in the system. The developed algorithms are obtained in the form of simply programmed recurrent expressions.

Keywords: railway motor, test station, velocity stabilization, trajectory control, approximate algorithms, linearization, two-step procedure

Chentsov A. A., Chentsov A. G., Chentsov P. A. The Route Problems with Constraints and Complicated Cost Functions	45
--	----

The problems of the sequential visiting of megalopolises with constraints, interior works in megalopolises and dependence from tasks list that are not fulfilled, to given time.

Keywords: route, preceeding conditions, dynamic programming

Alguliev R. M., Pashayev A. B., Panahov N. A. A Task of Determining the Installation Places for the Terrestrial Digital Television Stations.	53
---	----

The article is devoted to the problem of determining the installation places for the transmitting stations of a digital television broadcast network considering the locations of existing stations. It is believed that the transmitter site positions would be located in the nodes of a uniform triangular mesh. For this purpose, a mathematical model of parametric triangular mesh is developed. The problem of determining the appropriate parameters to generate the optimal mesh is formulated. The algorithm and the corresponding software module for solving the problem are given.

Keywords: terrestrial digital television broadcasting, a uniform transmitter network, effective (optimal) planning, transmitter site position

Kleimenova E. M., Skobelev P. O., Larukhin V. B., Mayorov I. V., Kosov D. S., Simonova E. V., Tsarev A. V., Feoktistov A. L., Polonchuk E. V. MULTI-Agent System for Adaptive Planning and Management of Research and Development Projects for Aerospace Applications	58
--	----

The article describes the method for adaptive planning for management of research and development projects in aerospace applications based on multi-agent technologies.

Keywords: multi-agent technology, adaptive planning, projects management, real-time

Lavrovskiy E. K. About One Problem Of Optimal Orbit Reorientation	64
--	----

Some problems of optimum reorientation of an orbit of the satellite with a control, normal to the orbit plane are considered. In some cases it is possible to investigate the quality of optimum decisions, sometimes to construct them a numerical and analytical method.

Keywords: spacecraft, orbit orientation, normal acceleration, speed time, fuel expending

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Дизайнер *Т. Н. Погорелова*.

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *З. В. Наумова*.

Сдано в набор 04.03.2013. Подписано в печать 11.04.2013. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН513. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,

телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансд солюшнз".

105120, г. Москва, ул. Нижняя Сыромятническая, д. 5/7, стр. 2, офис 2.