

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

№ 3 (156)

март

2014

Редакционный совет:

АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СИРОТКИН О. С., чл.-корр. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ШЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮШЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ВОСТРИКОВ А. С., д. т. н., проф.
ГОЛУБЯТНИКОВ И. В., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
КУЗЬМИН Н. Н., к. т. н., доц.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс., с. н. с.
ТИМОФЕЕВ А. В., д. т. н., проф.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ШАЛОБАЕВ Е. В., к. т. н., доц.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Ядыкин И. Б.** Частотный метод анализа устойчивости слабоустойчивых линейных динамических систем. 3
Некрасов И. В. Оптимизация ступенчатого управления дискретной системой методом частично-целочисленного программирования 9

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В ЗАДАЧАХ ДИАГНОСТИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

- Каляев И. А., Котов В. Н., Щербинин И. П., Красильщиков М. Н., Евдокименков В. Н.** Особенности программно-аппаратной реализации распределенной информационной системы мониторинга технического состояния элементов подвижного состава РЖД. 14
Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Диане С. А. К., Трипольский П. Э., Карпов С. А. Модели и алгоритмы оценки численности состава мультиагентных робототехнических систем 20

МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ МЕХАТРОННЫМИ СИСТЕМАМИ

- Мартынюк В. А., Трудоношин В. А., Федорук В. Г., Федорук Е. В.** Решение обратной задачи динамики в механике на примере трипода. 24
Зенкевич С. Л., Галустьян Н. К. Разработка математической модели и синтез алгоритма угловой стабилизации движения квадрокоптера 27
Путов В. В., Путов А. В., Андриевский Б. Р. Управление торможением транспортных колес с электромеханическими двигателями. 33

Журнал в журнале

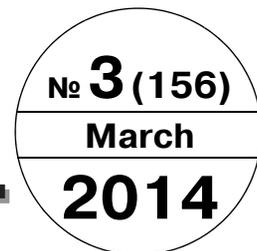
"УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Буряк Ю. И., Скрынников А. А.** Разработка модели классификатора объектов, движущихся в составе группы, на базе использования средств радиочастотной идентификации 42
Лавров А. О., Петров В. В., Федунцов Б. Е. Оперативное конструирование двумерной траектории выхода объекта в заданную точку с заданным курсом. Часть 2 48
Правидло М. Н., Нестеров В. А., Беляев А. Н. Анализ адаптивной замкнутой системы отделения авиационных средств поражения. Часть 2 56
Александровская Л. Н., Борисов В. Г., Мазур В. Н., Хлгатян С. В., Ардалионова А. Е. Непараметрические методы оценки соответствия требований к безопасности автоматической посадки самолетов нормам летной годности. 62
Кушнерик А. А., Михайлов Д. Н., Сергеенко Н. С., Щербатюк А. Ф., Гой В. А., Туфанов И. Е., Дубровин Ф. С. Морской робототехнический комплекс, включающий автономные необитаемые подводный и водный аппараты 67

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Editorial Council:

ALIEV T. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
ANSHAKOV G. P., Dr. Sci. (Tech.), prof.
BOLOTNIK N. N., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
VASILYEV S. N., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
KALYAEV I. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
KRASNEVSKIY L. G., Dr. Sci. (Tech.), prof.
KUZNETSOV N. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
LEONOV G. A., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
MATVEENKO A. M., Dr. Sci. (Tech.), prof.
MIKRIN E. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
PESHEKHONOV V. G., Dr. Sci. (Tech.), prof.
REZCHIKOV A. F., Dr. Sci. (Tech.), prof.
SEBRYAKOV G. G., Dr. Sci. (Tech.), prof.
SIGOV A. S., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
SIROTKIN O. S., Dr. Sci. (Tech.), prof.
SOJFER V. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
SOLOVJEV V. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
SOLOMENTSEV Yu. M., Dr. Sci. (Tech.), prof.
FEDOROV I. B., Dr. Sci. (Tech.), prof.
CHENTSOV A. G., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
CHERNOUSKO F. L., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
SCHERBATYUK A. F., Dr. Sci. (Tech.), prof.
YUSUPOV R. M., Dr. Sci. (Tech.), prof.

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Dr. Sci. (Tech.), prof.

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Dr. Sci. (Tech.), prof.
PUTOV V. V., Dr. Sci. (Tech.), prof.
YUSCHENKO A. S., Dr. Sci. (Tech.), prof.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
ANTONOV B. I.
ARSHANSKY M. M., Dr. Sci. (Tech.), prof.
BUKOV V. N., Dr. Sci. (Tech.), prof.
VITTIKH V. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
VOSTRIKOV A. S., Dr. Sci. (Tech.), prof.
GOLUBYATNIKOV I. V., Dr. Sci. (Tech.), prof.
GRADETSKY V. G., Dr. Sci. (Tech.), prof.
IVCHENKO V. D., Dr. Sci. (Tech.), prof.
ILYASOV B. G., Dr. Sci. (Tech.), prof.
KOLOSOV O. S., Dr. Sci. (Tech.), prof.
KOROSTELEV V. F., Dr. Sci. (Tech.), prof.
KUZMIN N. N., Cand. Sci. (Tech.), ass. prof.
LEBEDEV G. N., Dr. Sci. (Tech.), prof.
LOKHIN V. M., Dr. Sci. (Tech.), prof.
PAVLOVSKY V. E., Dr. Sci. (Phys.-Math.), prof.
PROKHOROV N. L., Dr. Sci. (Tech.), prof.
RAPOPORT E. Ya., Dr. Sci. (Tech.), prof.
SERGEEV S. F., Dr. Sci. (Psychol.), prof.
TIMOFEEV A. V., Dr. Sci. (Tech.), prof.
FILARETOV V. F., Dr. Sci. (Tech.), prof.
FRADKOV A. L., Dr. Sci. (Tech.), prof.
FURSOV V. A., Dr. Sci. (Tech.), prof.
SHALOBAYEV E. V., Cand. Sci. (Tech.), ass. prof.
YUREVICH E. I., Dr. Sci. (Tech.), prof.

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E. V.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Yadykin I. B.** Frequency Method of Ill-Stable Linear Dynamic Systems Analysis. 3
Nekrasov I. V. Implementing a Mixed-Integer Programming Procedure for Optimization of Step Mode Control Process in a Discrete System 9

INTELLECTUAL TECHNOLOGIES

IN PROBLEM OF DIAGNOSTICS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Kalyaev I. A., Kotov V. N., Scherbinin I. P., Krasilschikov M. N., Evdokimenkov V. N.** Features of Firmware Realization of the Distributed Information System of Monitoring of Technical Condition of Components of Russian Railways Rolling Stocks 14
Lokhin V. M., Manko S. V., Romanov M. P., Diane S. A. K., Tripolskiy P. E., Karpov S. A. Models and Algorithms for Agent Number Estimation in Multi-Robot Systems 20

MODELING AND CONTROL OF MECHATRONIC SYSTEMS

- Martunyuk V. A., Trudonoshin V. A., Fedoruk V. G., Fedoruk E. V.** Solving Backward Problem in Mechanical Dynamics by the Example of Tripod. 24
Zenkevich S. L., Galustyan N. K. Angle Stabilization and Flight Modeling of a Quadcopter 27
Putov V. V., Putov A. V., Andrievsky B. R. Control of Braking Vehicle Wheels with Electro-mechanical Propulsion 33

Journal within journal

"CONTROL AND INFORMATICS IN THE AEROSPACE AND MARINE SYSTEMS"

- Buryak Y. I., Skreennikov A. A.** Development of Pattern Classifier Moving a Group of Objects Based on Use of Radio Frequency Identification 42
Lavrov A. O., Petrov V. V., Fedunov B. E. The Operative Design of the Trajectory on the Plane for the Leaving of the Object in the Given Point with the Given Course. Part 2 48
Pravidlo M. N., Nesterov V. A., Belyaev A. N. The Analysis of the Adaptive Closed-Loop Ejection System of Stores. Part 2 56
Aleksandrovskaya L. N., Borisov V. G., Mazur V. N., Khlgatyan S. V., Ardalionova A. E. Non-Parametric Methods for Assessing Compliance with the Safety Requirements of Automatic Landing Aircraft Airworthiness. 62
Kushnerik A. A., Mikhailov D. N., Sergeenko N. S., Scherbatyuk A. F., Goy V. A., Tufanov I. E., Dubrovin F. S. Marine Robotic Complex Including Autonomous Unmanned Underwater and Surface Vehicles 67

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 519.7:51.7:681.518

И. Б. Ядыкин, д-р техн. наук, проф., зав. лаб., Jad@ipu.ru,
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва

Частотный метод анализа устойчивости слабоустойчивых линейных динамических систем

Предложен частотный метод решения прямого дифференциального и алгебраического уравнений Ляпунова во временной и частотной областях. Особенность нового подхода состоит в применении разложения грамианов в виде сумм матричных квадратичных форм, формируемых с помощью матриц Фаддеева, причем каждая форма представляет собой решение линейного матричного алгебраического уравнения, соответствующего отдельному комбинационному собственному числу матрицы. Для слабоустойчивых динамических систем с одним входом и одним выходом, функционирующих на границе устойчивости, получены асимптотические оценки H_2 -нормы передаточной функции системы, которые могут служить оценкой риска потери устойчивости.

Ключевые слова: матричное уравнение Ляпунова, системы с одним входом и одним выходом, H_2 -норма, асимптотические модели слабоустойчивой системы, оценки риска потери устойчивости

I. B. Yadykin

Frequency Method of Ill-stable Linear Dynamic Systems Analysis

Methods for solving of the Lyapunov direct differential and algebraic equations are considered. Feature of the new approach is to use gramians decomposition as sums of matrix quadratic forms that are generated by Faddeev matrices. Each form is a solution of a linear matrix differential or algebraic equation corresponding to separate combinative eigen-value of the system dynamic matrix. Asymptotic estimates for H_2 norm of the system transfer function for ill-stable SISO systems are obtained. The estimates can be considered as assessments of the system stability loss risk.

Keywords: lyapunov matrix equation, SISO (single in single out) systems, transfer function H_2 norm, ill-stable system, stability loss risk assessment

Введение

Проблема устойчивости управляемых систем в настоящее время является одной из важных проблем теории управления [1–3]. Однако эта проблема актуальна не только для теории управления. Она представляет большой теоретический и практический интерес для многих задач исследования динамических систем, имеет приложения в различных областях техники, таких как автоматические системы защиты зданий от землетрясений, большие космические конструкции, автоматизированные системы предупреждения каскадных аварий в электроэнергетике [4–6]. Ниже рассматривается задача анализа устойчивости слабоустойчивых непрерывных линейных динамических систем, под которыми понимаются системы, имеющие левые корни с достаточно малой вещественной частью. Новизна постановки задачи связана с анализом влияния на устойчивость системы одного или нескольких слабоустойчивых корней, которые соответствуют конкретным техническим устройствам. Таким образом, данную задачу можно переформулировать как задачу оценки риска потери устойчивости всей системы вследствие приближения к границе устойчи-

вости одного или нескольких слабоустойчивых технических устройств или систем. Предлагаемый метод решения задачи связан с развитием прямого метода Ляпунова для конечномерных динамических систем и основан на новом частотном методе решения дифференциального и алгебраического матричных уравнений Ляпунова [1–3, 7–8]. Метод основан на разложении решения уравнений Ляпунова в частотной области по комбинационному спектру матрицы динамики системы в виде ряда, образованного матричными квадратичными формами Фаддеева.

Постановка задачи

Рассмотрим линейную непрерывную стационарную динамическую систему вида

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, x(0) = 0, \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^m$.

Будем рассматривать вещественные (если иное не оговорено отдельно) матрицы конечных размеров $A_{[n \times n]}$, $B_{[n \times m]}$, $C_{[m \times n]}$, где m , n — любые целые положительные числа, $m \leq n$. Примем, что система (1) устойчива, полностью управляема и наблюдаема.

Рассмотрим непрерывное прямое дифференциальное и алгебраическое уравнение Ляпунова, связанное с уравнением (1), вида

$$\frac{dP(t)}{dt} = AP(t) + P(t)A^T + R, P(0) = 0; \quad (2)$$

$$AP(\infty) + P(\infty)A^T + R = 0,$$

где R — произвольная, положительно определенная матрица.

Для слабоустойчивых динамических систем важно проанализировать влияние слабоустойчивых корней характеристического уравнения на поведение решений вида (1). Для решения этой задачи вначале найдем разложение указанных матриц P по собственным числам матрицы A и исследуем свойства полученных разложений. Как известно, разложение резольвенты матриц имеет вид [9]

$$(Is - A)^{-1} = \sum_{j=0}^{n-1} s^j A_j N^{-1}(s),$$

где $N(s)$ обозначен характеристический многочлен матрицы A . Матрицы A_j $[n \times n]$ называются матрицами Фаддеева, они могут быть найдены с помощью алгоритма Фаддеева—Леврье.

Первый метод решения прямого дифференциального и алгебраического уравнений Ляпунова

Первый способ решения дифференциального и алгебраического уравнений Ляпунова в частотной и временной областях дается следующей теоремой [7].

Теорема 1. Пусть устойчивая непрерывная стационарная линейная динамическая система со многими входами и многими выходами представлена в пространстве состояний уравнением (1). Пусть собственные числа матрицы A различны: $s_i \neq s_j$, $i = 1, 2, \dots, n$, и принадлежат открытой левой полуплоскости: $s_i \in C_-$.

Рассмотрим прямые дифференциальные уравнения Ляпунова с нулевыми начальными условиями, в которых P_0, W являются симметричными положительно полуопределенными матрицами. Тогда справедливо следующее утверждение:

решения уравнений в частотной и временной областях имеют вид

$$P(s) = \sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{(s_k + s_\lambda) N'(s_k) N'(s_\lambda)} \times \left[\frac{1}{(s - s_k - s_\lambda)} - \frac{1}{s} \right] A_j B B^T A_\eta^T; \quad (3)$$

$$P(t) = \sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{(s_k + s_\lambda) N'(s_k) N'(s_\lambda)} \times [e^{(s_k + s_\lambda)t} - 1] A_j B B^T A_\eta^T,$$

где $N' = \frac{dN}{ds}$.

Следствие 1. Для систем (1) с одним входом и одним выходом передаточная функция может быть представлена в виде

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{CA_{n-1}B^{n-1} + \dots + CA_1Bs + CA_0B}{N(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0}{s^n + \dots + a_1s + a_0}$$

и имеют место равенства

$$\|W(s)\|_2^2 = \text{tr}(CPC^T) = \text{tr} \left(- \sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{(s_k + s_\lambda) N'(s_k) N'(s_\lambda)} \times CA_j B B^T A_\eta^T C^T \right) =$$

$$= - \sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{(s_k + s_\lambda) N'(s_k) N'(s_\lambda)} b_j b_\eta;$$

$$\|W(s)\|_2^2 = \tilde{b}^T \tilde{G} \tilde{b}, \quad \tilde{b}^T = [b_{n-1} \dots b_1 b_0];$$

$$\tilde{G} = \sum_{\lambda=1}^n \sum_{k=1}^n \tilde{G}_{k,\lambda},$$

$$\tilde{G}_{k,\lambda} = \left[- \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{(s_k + s_\lambda) N'(s_k) N'(s_\lambda)} \right]. \quad (4)$$

Следствие 2. Пусть выполнены условия теоремы 1. Рассмотрим систему с одним входом и одним выходом. Определим матрицу Грама для системы (1) в виде [10]

$$P(\infty) = \begin{bmatrix} \langle k_1(\tau), k_1(\tau) \rangle & \langle k_1(\tau), k_2(\tau) \rangle & \dots & \langle k_1(\tau), k_n(\tau) \rangle \\ \langle k_1(\tau), k_2(\tau) \rangle & \langle k_2(\tau), k_2(\tau) \rangle & \dots & \langle k_2(\tau), k_n(\tau) \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle k_1(\tau), k_n(\tau) \rangle & \langle k_2(\tau), k_n(\tau) \rangle & \dots & \langle k_n(\tau), k_n(\tau) \rangle \end{bmatrix},$$

где внутренние произведения определяются в виде

$$\langle k_j(\tau), k_\eta(\tau) \rangle = \int_0^\infty k_j(\tau) k_\eta(\tau) d\tau,$$

$$k_1(\tau) = \sum_{k=1}^n [N'(s_k)]^{-1} e^{s_k \tau}, \quad (5)$$

$$k_j(\tau) = \frac{d^{(j-1)}}{d\tau^{(j-1)}} [k_1(\tau)], \quad k_\eta(\tau) = \frac{d^{(\eta-1)}}{d\tau^{(\eta-1)}} [k_1(\tau)],$$

$$j = 2, \dots, n; \quad \eta = 2, \dots, n.$$

Тогда справедливо равенство

$$P(\infty) = \tilde{G}_{k,\lambda} = \left[- \sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{(s_k + s_\lambda) N'(s_k) N'(s_\lambda)} \right].$$

Таким образом, матрица комбинационной моды квадратичной формы представляет собой грамиан, образованный скалярными произведениями вида (5).

Второй метод решения прямого дифференциального уравнения Ляпунова

Теорема 2. Предположим, что выполнены все условия теоремы 1. Тогда справедливы следующие утверждения.

1. Конечный субграмиан управляемости, соответствующий отдельному k -му корню s_k характеристического уравнения $P_k^c(t)$, является решением обыкновенного дифференциального уравнения вида

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_k^c(t) &= s_k I P_k^c(t) + P_k^c(t) A^T + A_{(k)} B B^T, \\ P_k^c(0) &= 0_n, \end{aligned} \quad (6)$$

где $A_{(k)} = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{s_k^j A_j}{N'(s_k)}$.

2. Конечный субграмиан управляемости $P_{k\lambda}^c(t)$, соответствующий комбинации корней характеристического уравнения $\langle k, \lambda \rangle$, является решением обыкновенного дифференциального уравнения вида

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_{k\lambda}^c(t) &= e^{(s_k + s_\lambda)t} A_{(k)} A_{(\lambda)} = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{s_k^j A_j}{N'(s_k)} B B^T A_{(\lambda)}^T, \\ P_{k\lambda}^c(0) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Для гурвицевых матриц A решения этих уравнений всегда существуют и единственны, причем справедливы равенства

$$P_k^c(t) = \int_0^t A_{(k)} B B^T e^{s_k \tau} e^{A^T \tau} d\tau,$$

$$P_k^c(\infty) = \int_0^\infty A_{(k)} e^{s_k t} B B^T e^{A^T t} dt,$$

$$A_{(k)}(\infty) = \lim_{s \rightarrow s_k} \frac{(s - s_k) \sum_{j=0}^{n-1} s^j A_j}{N(s - s_k)} = \text{Res}(Is - A)^{-1} \Big|_{s=s_k},$$

$$\begin{aligned} P_{k\lambda}^c(t) &= \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{(s_k + s_\lambda) N'(s_k) N'(s_\lambda)} \times \\ &\times [e^{(s_k + s_\lambda)t} - 1] A_j B B^T A_\eta^T. \end{aligned}$$

3. Для пар комплексно-сопряженных корней s_{k1}, s_{k1+1} имеет место соотношение

$$\begin{aligned} P_{k1}^c(t) + P_{k1+1}^c(t) &= 2\text{Re} P_{k1}^c(t) = \\ &= -2\text{Re}(A_{k1}) B B^T (A^T + s_{k1} I)^{-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Следствие 1. Результаты теоремы верны не только для вещественных, но и для комплексных квадратных матриц с заменой матрицы A^T на матрицу A^* .

Следствие 2. Результаты теоремы верны не только для субграмианов и грамианов управляемости, но и для субграмианов и грамианов наблюдаемости с заменой матрицы $B B^T$ на матрицу $C^T C$.

Свойства матриц квадратичных форм Фаддеева и асимптотические оценки риска потери устойчивости

Рассмотрим проблему анализа устойчивости слабоустойчивой динамической системы с точки зрения влияния отдельных мод матрицы динамики на оценку риска потери системой устойчивости. Хотя для линейных динамических систем проблема анализа устойчивости изучена достаточно полно, данная постановка задачи анализа устойчивости возникает в технических приложениях в тех случаях, когда отдельная мода связана с конкретным техническим устройством, и важно оценить, каким образом данное устройство влияет на риск потери устойчивости. Введем следующий функционал риска потери устойчивости:

$$J = \sum_{i=1}^l \|W(s)\|_2^2 \Big|_{s=s_i}, \quad i = 1, 2, \dots, l,$$

где s_i — слабоустойчивые корни. Предположим, что один или несколько слабоустойчивых корней характеристического уравнения стремятся к мнимой оси, при этом мнимые части корней не меняются. Рассмотрим несколько типичных случаев. Первым шагом в решении данной задачи является анализ свойств матриц вещественных квадратичных форм (4). Для простоты ограничимся случаем систем с одним входом и одним выходом.

Для знаменателя передаточной функции имеем:

$$N'(s_k) = (s_k - s_1) \dots (s_k - s_{k-1})(s_k - s_{k+1}) \dots (s_k - s_n);$$

$$N'(s_\lambda) = (s_\lambda - s_1) \dots (s_\lambda - s_{\lambda-1})(s_\lambda - s_{\lambda+1}) \dots (s_\lambda - s_n).$$

Отсюда следует

$$\begin{aligned} N'(s_k) N(s_\lambda) &= \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n (s_k - s_i) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq \lambda}}^n (s_\lambda - s_i), \\ k, \lambda &= 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Вместе с тем, для числителя передаточной функции получаем следующие выражения:

$$M(s_k) = \prod_{j=1}^{n-1} (s_k - \beta_j) = (-1)^{n-1} \prod_{j=1}^{n-1} (\beta_j - s_k),$$

где β_j означает i -й корень полинома числителя передаточной функции системы. Конечный грамиан управляемости комбинационной моды представляет собой матричную квадратичную форму, образованную матрицами Фаддеева для разложения резольвенты матрицы динамики системы и матрицами входа. Матрица указанной квадратичной формы имеет вид

$$S = [s_k^j s_\lambda^\eta].$$

Эта матрица имеет единичный ранг и, вообще говоря, не является симметричной.

Рассмотрим несколько типичных случаев.

Случай А. Слабоустойчивый апериодический корень $s_1 = -\alpha$, $\alpha \rightarrow 0$. Предполагаем, что все остальные корни не изменяются.

Тогда

$$\|W\|_2^2 \underset{\alpha \rightarrow 0}{\sim} G_1 \underset{\alpha_1 \rightarrow 0}{\sim} \frac{b_0^2}{2\alpha \prod_{j=2}^{n-1} s_j^2}, \lim_{\alpha \rightarrow 0} \|W\|_2^2 = \infty.$$

Знак " \sim " выше означает асимптотическое равенство.

Случай В. Два аperiодических корня: $s_1 = -\alpha$, $\alpha \rightarrow 0$; $s_2 = -\alpha_1$, $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_1 - \alpha > 0$. Предполагаем, что все остальные корни не изменяются.

Тогда

$$N'(\alpha, \alpha_1)N'(\alpha, \alpha_1) \underset{\alpha_1 \rightarrow 0, \alpha \rightarrow 0}{\sim} \alpha\alpha_1 \prod_{i=3}^n s_i^2,$$

$$\|W\|_2^2 \underset{\alpha \rightarrow 0, \alpha_1 \rightarrow 0}{\sim} G_{12} \underset{\alpha \rightarrow 0, \alpha_1 \rightarrow 0}{\sim} \frac{b_0^2}{-(\alpha_1 + \alpha)\alpha\alpha_1 \prod_{i=3}^n s_i^2},$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0, \alpha_1 \rightarrow 0} \|W\|_2^2 = \infty.$$

Квадрат нормы передаточной функции асимптотически обратно пропорционален третьей степени модуля вещественной части одного из слабоустойчивых аperiодических корней. Таким образом, взаимовлияние двух несовпадающих слабоустойчивых корней проявляется в гораздо большей степени, чем в случае одного слабоустойчивого корня. Иными словами, имеет место отрицательная синергия взаимовлияния двух близкорасположенных аperiодических корней.

Случай С. Случай двух слабоустойчивых колебательных корней $s_1 = -\alpha_2 + j\omega_1$, $s_2 = -\alpha_2 - j\omega_1$, $\alpha_2 \rightarrow 0$.

Предполагаем, что все остальные корни не изменяются: $s_i = \text{const}$, $i = 3, 4, \dots, n$.

После несложных выкладок получаем

$$N'(s_1)N'(s_2) \underset{\alpha_2 \rightarrow 0}{\sim} 4\omega_1^2 \prod_{i=3}^n (\omega_1^2 - s_i^2);$$

$$G_1 = G_2 \underset{\alpha_2 \rightarrow 0}{\sim} \frac{b_{n-1}^2 \prod_{i=3}^{n-1} (\beta_i^2 + \omega_1^2)}{8\alpha_2 \omega_1^2 \prod_{i=3}^{n-1} (s_i^2 - \omega_1^2)};$$

$$\|W(s)\|_2^2 \underset{\alpha_2 \rightarrow 0}{\sim} \frac{b_{n-1}^2 \prod_{j=1}^{n-1} (\beta_j^2 + \omega_1^2)}{4\alpha_2 \omega_1^2 \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k, i \neq k+1}}^n (s_i^2 - \omega_1^2)},$$

$$\lim_{\alpha_2 \rightarrow 0} \|W(s)\|_2^2 = \infty. \quad (9)$$

Таким образом, при приближении слабоустойчивой колебательной системы к границе устойчивости квадрат нормы передаточной функции растет

обратно пропорционально модулю вещественной части пары колебательных корней характеристического уравнения. Если в последнем выражении устремить частоту к нулю, то получим асимптотическое равенство

$$\|W\|_2^2 \underset{\omega \rightarrow 0}{\sim} \frac{b_{n-1}^2 \prod_{j=1}^{n-1} \beta_j^2}{4\alpha_2 \omega^2 (\omega_1) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k, i}}^n s_i^2}.$$

Если на рассматриваемом режиме частота низкочастотных слабоустойчивых колебаний стремится к нулю, то рост квадрата нормы передаточной функции происходит обратно пропорционально произведению модуля вещественной части пары колебательных корней на квадрат частоты. Таким образом, риск потери устойчивости для низкочастотных слабоустойчивых колебаний увеличивается многократно.

Случай D. Случай четырех слабоустойчивых колебательных корней:

$$s_1 = -\alpha_1 + j\omega_1, \alpha_1 \rightarrow 0; s_2 = -\alpha_1 - j\omega_1, \alpha_1 \rightarrow 0;$$

$$s_3 = -\alpha_2 + j\omega_2, \alpha_2 \rightarrow 0, \alpha_1 - \alpha > 0;$$

$$s_4 = -\alpha_2 - j\omega_2, \alpha_2 \rightarrow 0.$$

Предполагаем, что все остальные корни не изменяются. Примем, что нули передаточной функции — ограниченные по модулю комплексные числа. Для пар корней, которые соответствуют первым и вторым двум сопряженным корням характеристического уравнения, применимы результаты предыдущего случая, поэтому имеют место следующие равенства:

$$G_{12} + G_{21} = 2G_{12} \underset{\alpha_1 \rightarrow 0}{\sim} \frac{b_{n-1}^2 \prod_{j=1}^{n-1} (\beta_j^2 + \omega_1^2)}{4\alpha_1 \omega_1^2 \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 1, i \neq 2}}^n (s_i^2 - \omega_1^2)},$$

$$G_{34} + G_{43} = 2G_{34} \underset{\alpha_2 \rightarrow 0}{\sim} \frac{b_{n-1}^2 \prod_{j=1}^{n-1} (\beta_j^2 + \omega_2^2)}{4\alpha_2 \omega_2^2 \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 3, i \neq 4}}^n (s_i^2 - \omega_2^2)}.$$

В отличие от предыдущего случая мы не предполагаем, что мнимые части сопряженных корней стремятся к нулю. Рассмотрим далее две пары комбинационных мод, соответствующих несимметричным относительно вещественной оси корням характеристического уравнения:

$$s_5 = -\alpha_1 - \alpha_2 + j(\omega_1 + \omega_2), \alpha_1 \rightarrow 0, \alpha_2 \rightarrow 0;$$

$$s_6 = -\alpha_1 - \alpha_2 - j(\omega_1 + \omega_2), \alpha_1 \rightarrow 0, \alpha_2 \rightarrow 0;$$

$$s_7 = -\alpha_1 - \alpha_2 + j(\omega_2 - \omega_1), \alpha_1 \rightarrow 0, \alpha_2 \rightarrow 0;$$

$$s_8 = -\alpha_1 - \alpha_2 - j(\omega_2 - \omega_1), \alpha_1 \rightarrow 0, \alpha_2 \rightarrow 0.$$

Сгруппируем пары комбинационных мод таким образом, чтобы они стали симметричными относительно вещественной оси. Получаем комбинации

$$(s_5 - s_6), (s_6 - s_5); (s_7 - s_8), (s_8 - s_7).$$

Применим к ним результаты предыдущего случая и получим новые асимптотические равенства:

$$\begin{aligned} G_{56} + G_{65} &= \\ &= 2G_{56} \underset{\alpha_1, \tilde{\alpha}_2 \rightarrow 0}{\frac{b_{n-1}^2 \prod_{j=1}^{n-1} (\beta_j^2 + (\omega_2 + \omega_1)^2)}{4(\alpha_1 + \alpha_2)(\omega_2 + \omega_1)^2 \prod_{i=5}^n (s_i^2 - (\omega_2 + \omega_1)^2)}}; \\ G_{78} + G_{87} &= \\ &= 2G_{78} \underset{\alpha_1, \tilde{\alpha}_2 \rightarrow 0}{\frac{b_{n-1}^2 \prod_{j=1}^{n-1} (\beta_j^2 + (\omega_2 - \omega_1)^2)}{4(\alpha_1 + \alpha_2)(\omega_2 - \omega_1)^2 \prod_{i=5}^n (s_i^2 - (\omega_2 - \omega_1)^2)}}. \end{aligned}$$

Если в последнем равенстве перейти к пределу при $(\omega_2 - \omega_1) \rightarrow 0$, то получим еще одно асимптотическое равенство

$$\begin{aligned} G_{78} + G_{87} &= \\ &= 2G_{78} \underset{\substack{\alpha_1, \tilde{\alpha}_2 \rightarrow 0 \\ (\omega_2 - \omega_1) \rightarrow 0}}{\frac{b_{n-1}^2 \prod_{j=1}^{n-1} \beta_j^2}{4o(\max(\alpha_1, \alpha_2))o^2[(\omega_2 - \omega_1)] \prod_{i=5}^n s_i^2}}. \end{aligned}$$

Взаимовлияние двух пар близкорасположенных слабоустойчивых колебательных мод в этом случае можно оценить в виде асимптотического равенства

$$\begin{aligned} G_{56} + G_{65} + G_{78} + G_{87} & \underset{\substack{\alpha_1, \tilde{\alpha}_2 \rightarrow 0 \\ (\omega_2 - \omega_1) \rightarrow 0}}{\frac{b_{n-1}^2 \prod_{j=1}^{n-1} (\beta_j^2 + (\omega_2 + \omega_1)^2)}{4o(\max(\alpha_1, \alpha_2))4\omega_2^2 \prod_{i=5}^n (s_i^2 - (\omega_2 + \omega_1)^2)}} + \\ & + \left. \frac{b_{n-1}^2 \prod_{j=1}^{n-1} \beta_j^2}{4o(\max(\alpha_1, \alpha_2))o^2[(\omega_2 - \omega_1)] \prod_{i=5}^n s_i^2} \right\}, \\ \lim_{\substack{\alpha_1, \alpha_2 \rightarrow 0 \\ (\omega_2 - \omega_1) \rightarrow 0}} \|W(s)\|_2^2 &= \infty. \end{aligned}$$

Анализ последних выражений показывает, что взаимовлияние колебательных мод проявляется в большей степени, чем взаимовлияние апериодических мод, и это влияние намного увеличивает риск потери устойчивости в случае, когда частоты слабоустойчивых колебаний близки друг другу. Нули передаточной функции увеличивают риск потери устойчивости пропорционально произведению квадратов нулей передаточной функции, но при этом формируемый ими числитель асимптотических оценок остается ограниченным, не равным нулю, ве-

ществленным числом. Оценка доминирующей части H_2 -нормы передаточной функции в виде суммы положительно определенных вещественных квадратичных форм, образованных субграмианами комбинационных мод, в которых хотя бы одна мода является слабоустойчивой, может считаться оценкой риска потери устойчивости для слабоустойчивой динамической системы. В самом деле, чем больше положительное число, равное значению данной суммы, тем выше риск потери устойчивости. Кроме того, в технических приложениях оценки риска потери устойчивости для отдельных мод позволяют по значению указанной суммы на ранней стадии развития возможной аварии определить критичные комбинационные моды. Это дает возможность локализовать конкретную систему или устройство в качестве главной причины уязвимости динамической системы в отношении угрозы потери устойчивости. Предложенный метод субграмианов дает возможность оценить влияние на оценку риска потери устойчивости не только полюсов, но и нулей передаточной функции системы.

Заключение

Исследование частотных свойств субграмианов дает ключ к решению задачи оценки риска потери устойчивости на основе информации о матрицах динамики, входа и выхода модели системы в пространстве состояний. Не менее важна информация о передаточной функции системы, которая позволяет предложить более реалистичные критерии оценки риска потери устойчивости в виде вещественных квадратичных форм, зависящие от нулей и полюсов передаточной функции. В отличие от метода передаточных функций метод субграмианов дает возможность оценить влияние комбинационных мод на энергию динамической системы вблизи границы устойчивости. Определенным недостатком обоих методов является необходимость вычисления спектра исходной матрицы. В работе рассмотрен важный класс задач, где этот недостаток в большей мере устранен: это задачи оценки устойчивости грамианов и субграмианов систем, находящихся вблизи границы устойчивости. Для этого класса задач необходимо знать только слабоустойчивые корни характеристического уравнения, поскольку основная энергия движения в слабоустойчивой системе аккумулируется в слабоустойчивых модах. Метод, используемый при этом, позволяет естественным образом построить аппроксимирующие модели системы на границе устойчивости. Метод грамианов по сравнению с другими методами дает возможность анализировать взаимовлияние слабоустойчивых мод энергетической системы на процесс развития неустойчивости, приводящий, в частности, к развитию каскадных аварий в энергетике. Субграмианы слабоустойчивых мод являются удобным инструментом обнаружения угрозы потери устойчивости. Анализ трендов нормы Фро-

бениуса субграмианов опасных мод позволяет в ранней стадии развития предаварийного режима определить и локализовать место возникновения угрозы потери устойчивости энергетической системы [12—14].

Список литературы

1. **Ляпунов А. М.** Общая задача об устойчивости движения. М.: ОНТИ, 1935.
2. **Андреев Ю. Н.** Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976.
3. **Поляк Б. Т., Шербаков П. С.** Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
4. **Востриков И. В., Дарьин А. Н., Куржанский А. Б.** Об успокоении многозвенной колебательной системы в условиях неопределенности // Дифф. уравнения. 2006. 42. 11. С. 1452—1463.
5. **Заславская Т. Б., Путилова А. Т., Тагиров М. А.** Функция Ляпунова как критерий синхронной динамической устойчивости // Электричество. 1967. № 7.
6. **Баринов В. А., Совалов С. А.** Режимы энергосистем: методы анализа и управления. М.: Энергоатомиздат, 1990.
7. **Ядыкин И. Б.** О свойствах грамианов непрерывных систем управления // А и Т. 2010. № 6. С. 39—50.
8. **Ядыкин И. Б., Галяев А. А.** О методах вычисления грамианов и их использовании в анализе линейных динамических систем // А и Т. 2013. № 2. С. 53—74.
9. **Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н.** Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Физматгиз, 1963.
10. **Sreeram V. and Agathoklis P.** On the Properties of GramMatrix // IEEE Transactions on Circuits and Systems — I: Fundamental Theory and Applications. March 1994. V. 41, N 3. P. 234—237.
12. **Inter-area oscillations in GE/Turkey and IPS/UPS Power systems CD / E. Gaglioti, A. Iaria, D. Panasetky, N. I. Voropai et al. // Proc. SIGRE 2011 Bologna Symposium September 13—15 2011, Bologna, Italy. Electric Power System of Future. Integrating supergrids and microgrids. P. 272—276.**
13. **Yadykin I. B., Iskakov A. B., Akhmetzyanov A. V.** Stability analysis of large-scale dynamical systems by sub-Gramian approach // Int. J. Robust. Nonlinear Control (2013), DOI: 10.1002/rnc.3116. URL: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/rnc.3116/abstract>
14. **Grobovovi A., Shipilova V., Atestova A., Yadykin I., Afanasyev V., Iskakov A., Kataev D.** Application of Gramians method for Smart Grid investigations on the example of the Russky Island Power Network // Proc. of IREP 2013 Symposium "Bulk Power Systems Dynamics and Control". August 25—30 2013. Rethymno, Greece. P. 1—6.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теорем 1 и 2. Предположим, что множество простых корней характеристического уравнения системы s_k состоит из l вещественных корней, соответствующих индексу $k = 1, 2, \dots, l$, и m пар комплексно-сопряженных корней, соответствующих индексу $\tilde{k} 1 = 1, 2, \dots, 2m, l + 2m = n$. Учитывая спектральное разложение для матричной экспоненты, в соответствии с теоремой 1 имеем

$$P^c(t) = \sum_{k=1}^n P_k^c(t) = \int_0^t e^{A\tau} BB^T e^{A^T\tau} d\tau = \int_0^t \sum_{k=1}^n \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} A_{(k)} e^{s_k\tau} BB^T e^{A^T\tau} d\tau, A_{(k)} = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{s_k^j A_j}{N^j(s_k)}$$

Отсюда следует формула для конечного субграмиана управляемости отдельной моды (корня характеристического уравнения):

$$P_k^c(t) = \int_0^t A_{(k)} e^{s_k\tau} BB^T e^{A^T\tau} d\tau.$$

Интегрируя по частям, получим

$$P_k^c(t)A^T = A_{(k)} e^{s_k t} BB^T e^{A^T t} - A_{(k)} BB^T + A_{(k)} e^{s_k t} BB^T K - A_{(k)} BB^T K - s_k P_k^c(t) - A_{(k)} e^{s_k t} BB^T K + A_{(k)} BB^T K = \frac{d}{dt} P_k^c(t) - s_k I P_k^c(t) - A_{(k)} BB^T.$$

Последнее равенство перепишем в виде обыкновенного дифференциального уравнения относительно матрицы $P_k^c(t)$:

$$\frac{d}{dt} P_k^c(t) = s_k I P_k^c(t) + P_k^c(t)A^T + A_{(k)}(t)BB^T, P_k^c(0) = 0.$$

Найдем решение этого дифференциального уравнения, используя преобразование Лапласа:

$$P_k^c(s) = \frac{1}{s} A_{(k)} BB^T [I(s - s_k) - A^T]^{-1},$$

$$P_k^c(t) = \int_0^t A_{(k)} BB^T e^{s_k\tau} e^{A^T\tau} d\tau.$$

Поскольку для гурвицевых матриц матрица $(s_k I + A^T)^{-1}$ всегда существует и единственна, это уравнение имеет единственное решение. По доказанному выше для каждого комплексного корня (моды) соответствующий субграмиан можно вычислить в виде

$$P_{\tilde{k}1}^c(\infty) = -A_{\tilde{k}1} BB^T (A^T + s_{\tilde{k}1} I)^{-1},$$

$$P_{\tilde{k}1+1}^c(\infty) = -A_{\tilde{k}1} BB^T (A^T + s_{\tilde{k}1+1} I)^{-1}.$$

Поскольку $\bar{A}_{\tilde{k}1+1} = A_{\tilde{k}1}$, то $\bar{P}_{\tilde{k}1+1}^c = P_{\tilde{k}1}^c$. Учитывая грамианы, соответствующие вещественным корням, окончательно получаем равенство (8). Запишем интеграл Ляпунова в виде

$$P^c(t) = \int_0^t e^{A\tau} BB^T e^{A^T\tau} d\tau = \sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n \int_0^t \sum_{j=0}^{n-1} \frac{s_k^j A_j}{N^j(s_k)} e^{s_k\tau} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_\lambda^\eta BB^T A_\eta^T}{N^\eta(s_\lambda)} e^{s_\lambda\tau} d\tau = \sum_{k=1}^n \sum_{\lambda=1}^n P_{k\lambda}^c(t), P_{k\lambda}^c(t) = \int_0^t \sum_{j=0}^{n-1} \frac{s_k^j A_j}{N^j(s_k)} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_\lambda^\eta BB^T A_\eta^T}{N^\eta(s_\lambda)} e^{(s_k+s_\lambda)\tau} d\tau.$$

Вычислив интеграл в последнем равенстве, получим

$$P_{k\lambda}^c(t) = \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{(s_k + s_\lambda) N'(s_k) N'(s_\lambda)} \times \\ \times [e^{(s_k + s_\lambda)t} - 1] A_j B B^T A_\eta^T. \quad (10)$$

Матрица $P_{k\lambda}^c(t)$ является решением обыкновенного дифференциального уравнения

$$\dot{P}_{k\lambda}^c(t) = e^{(s_k + s_\lambda)t} A_{(k)} B B^T A_{(\lambda)}^T, \quad P_{k\lambda}^c(0) = 0.$$

Для случая гурвицевой матрицы A из равенства (10) следует выражение для бесконечного грамиана управляемости комбинационной моды

$$P_{k\lambda}^c(\infty) = - \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{(s_k + s_\lambda) N'(s_k) N'(s_\lambda)} A_j B B^T A_\eta^T.$$

Для конечного грамиана управляемости k -й моды имеем

$$P_k^c(t) = \sum_{\lambda=1}^n \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{(s_k + s_\lambda) N'(s_k) N'(s_\lambda)} \times \\ \times [e^{(s_k + s_\lambda)t} - 1] A_j B B^T A_\eta^T.$$

Матрица конечного грамиана управляемости k -й моды является решением обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{d}{dt} P_k^c(t) = \sum_{\lambda=1}^n \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{\eta=0}^{n-1} \frac{s_k^j s_\lambda^\eta}{N'(s_k) N'(s_\lambda)} e^{(s_k + s_\lambda)t} A_j B B^T A_\eta^T, \\ P_k^c(0) = 0.$$

Конец доказательства.

УДК 517.977.58

И. В. Некрасов, канд. техн. наук, вед. специалист, ivannekr@mail.ru
ООО "ПСИ", г. Москва

Оптимизация ступенчатого управления дискретной системой методом частично-целочисленного программирования

Обсуждаются вопросы синтеза алгоритмов оптимального цифрового управления динамическими системами с применением методов математического программирования. Рассмотрен частный случай многопозиционного релейного закона управления (ступенчатое управление). Синтез оптимальной стратегии управления осуществлен на основе решения задачи частично-целочисленного программирования. В процессе решения оптимизационной задачи требования дискретности накладываются только на искомые значения управляющего сигнала. Непосредственно вычислительная процедура алгоритма оптимального управления основывается на методе ветвей и границ.

Ключевые слова: дискретные системы, оптимальное управление, многопозиционное реле, ступенчатое управление, целочисленное программирование, метод ветвей и границ

I. V. Nekrasov

Implementing a Mixed-Integer Programming Procedure for Optimization of Step Mode Control Process in a Discrete System

The paper concerns some problems of using the mathematical programming approach for building optimal control algorithms in discrete dynamic systems. The research is focused on a special case of a multiposition relay regulation law (step mode control). The author designs an optimal closed-loop control strategy using the mixed-integer optimization background. The optimization problem includes the additional integer constrains for the variables that represent the control signal. The computational procedure of the designed control algorithm bases on the standard branch-and-bound principle.

Keywords: discrete systems, optimal control, multiposition relay, step mode control, mixed-integer programming, branch-and-bound principle

Введение

В рамках парадигмы прогнозного модельного управления (model predictive control) успешно развивается алгоритмический метод синтеза программно-позиционных стратегий управления. Основной особенностью данного подхода является представление процесса управления в виде дискретной многошаговой последовательности, каждый шаг которой характеризуется мгновенным управляющим

воздействием и соответствующим состоянием системы [1—5]. При этом одним из наиболее интересных результатов развития описанного подхода является формирование нового направления в теории оптимального управления, которое опирается на прямые методы оптимизации процессов управления [6—9], изначально базирующиеся на аппарате математического программирования. Указанные методы позволяют формализовать и решить задачи опти-

мального управления относительно более эффективных критериев качества, предъявляющих прямые требования к переходным процессам в системе.

Одним из указанных критериев оптимального управления является функция минимизации отклонения состояния системы от желаемой точки (в некоторых постановках задачи — вокруг области). В данной работе рассматривается частный случай задачи минимизации удаленности состояния системы от целевой точки с модульной целевой функцией

$$J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i |x_i - x_i^*| \rightarrow \min,$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ — вектор текущего состояния объекта; $\mathbf{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ — вектор желаемого состояния объекта; $\alpha_i \geq 0$ — весовые коэффициенты.

Различные вариации данной целевой функции использованы авторами в следующих работах:

- в работе [10] в качестве минимизируемой целевой функции оптимизации процесса управления стационарным дискретным линейным объектом использован предел модуля скалярного выхода объекта;
- в работе [11] разработан алгоритм дискретного оптимального управления с модульным критерием ошибки, основанный на решении задачи полиэдрального программирования;
- в работе [12] задача управления с терминальными ограничениями сведена к задаче минимизации выпуклой функции конечного состояния, решение которой осуществлено симплексным методом;
- статья [13] посвящена оптимизации управления линейной системой, в которой качество переходных процессов оценивается минимаксным терминальным критерием по состоянию;
- в исследованиях, проведенных в работе [14], модульный критерий ошибки положен в основу итеративной процедуры поиска оптимальной траектории разворота космического аппарата под управлением релейного регулятора;
- в работах [15, 16] модульные критерии минимизации ошибки по состоянию системы использованы при синтезе алгоритмов оптимального управления, основанных на процедурах ограниченного перебора. Похожая задача перебора состояний в вершинах бинарного дерева релейного управляющего процесса рассмотрена в работе [17].

Постановка задачи, рассматриваемая в рамках данной статьи, наиболее близка к работам [11, 15, 16]. Настоящая работа посвящена решению задачи оптимизации ступенчатого управления, являющейся естественным обобщением задачи дискретного релейного управления, решенной в работах [14, 15, 17]. В отличие от работ [14, 15, 17], в данной статье используется более универсальное множество ограничений управляющего сигнала, а поиск решения ведется с применением метода целочисленного программирования. В то же время результаты настоящего исследования могут быть рассмотрены

как развитие метода, предложенного в работе [11], на случай дополнительных ограничений, накладываемых на управляющее воздействие (в частности, для случаев применения релейных регуляторов, устройств со ступенчатым управляющим воздействием и т. п.).

Особенности ступенчатого управления. Постановка задачи

При управлении реальными техническими объектами часто наблюдается ситуация, когда сигнал управления не только ограничен по мощности (ресурсные ограничения), но также имеет дополнительные ограничения в виде конечного ряда значений, которые он физически может принимать. Особенно актуальна данная постановка задачи для силовых агрегатов большой мощности — например, при управлении мощностью электрооборудования, приводом механической коробки передач, пусках электродвигателей и т. п. Дискретность множества значений управляющего сигнала в перечисленных случаях может быть продиктована конструктивными особенностями управляемого объекта (режимами работы исполнительных механизмов), соображениями безопасности функционирования оборудования (защита от перегрузок), требованиями плавного нарастания потребляемой мощности в сети (силовые агрегаты) и т. п. Заметим, что частным случаем ступенчатого управления является двухпозиционное и трехпозиционное реле [14, 15, 17]. В данной работе рассматривается общий случай ступенчатого управления (многопозиционного реле), при котором управляющий сигнал в каждый момент времени может принимать значение из некоторого счетного множества.

Рассмотрим постановку задачи ступенчатого управления дискретной системой. Пусть описание динамики объекта управления задано разностными уравнениями состояния [18] вида

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi \mathbf{x}(k) + \Gamma u(k), \quad (1)$$

где Φ — $n \times n$ -матрица; Γ — $n \times 1$ -вектор; $k = \frac{t}{\Delta t}$ — дискретное время процесса; Δt — период квантования; $\mathbf{x}(k)$ — $n \times 1$ -вектор состояния объекта в момент времени k ; $u(k)$ — управляющее воздействие в момент времени k .

Управляющий сигнал может принимать строго дискретные значения из некоторого счетного множества:

$$u(k) \in U, \quad U = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}. \quad (2)$$

Переменные состояния объекта имеют ограничения, согласно которым могут принимать значения из некоторого сплошного непрерывного множества

$$\mathbf{x}(k) \in X. \quad (3)$$

Пусть необходимо синтезировать алгоритм позиционного управления, оптимального в смысле

модульного критерия минимальной удаленности состояния системы от желаемой точки:

$$J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i |x_i - x_i^*| \rightarrow \min, \quad (4)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ — вектор текущего состояния объекта; $\mathbf{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ — вектор желаемого состояния объекта; $\alpha_i \geq 0$ — весовые коэффициенты.

Формализация задачи оптимального ступенчатого управления

Следует отметить, что рассматриваемая постановка задачи в общих чертах повторяет подход, представленный в работах [11, 16], накладывая дополнительные ограничения на управляющее воздействие (2). Следовательно, при решении текущей задачи вполне логично за основу взять алгоритм полиэдрального программирования, реализованный в работе [11].

Подход, реализованный в работе [11], является примером реализации стратегии управления по эталонной модели "model-predictive control" [3] и осуществляется путем решения в реальном масштабе времени следующей задачи линейного программирования:

минимизировать линейную целевую функцию

$$(\alpha_i z_{N+1} + \dots + \alpha_n z_{N+n}) \rightarrow \min$$

с учетом системы ограничивающих неравенств

$$-\begin{pmatrix} z_{N+1} \\ \vdots \\ z_{N+n} \end{pmatrix} \leq \Phi^N x(0) + \sum_{k=1}^N \Phi^{N-k} \Gamma z(k) \leq \begin{pmatrix} z_{N+1} \\ \vdots \\ z_{N+n} \end{pmatrix}$$

и ресурсных ограничений

$$-M \leq z_k \leq M, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

где $z_k = u(k-1)$, $k = \overline{1, N}$, N — число тактов управления (горизонт прогноза); $z_k = |x_k(N) - x_k^*(N)|$, $k = \overline{(N+1), (N+n)}$, n — порядок системы; $M = \text{const}$.

Для случая ступенчатого управления оптимизационная задача является частично дискретной, а именно, переменные состояния объекта могут принимать значения из непрерывного диапазона $z_k \in X$, $k = \overline{(N+1), (N+n)}$; управляющие воздействия дискретны: $z_k \in \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$, $k = \overline{1, N}$.

Решение задачи оптимального ступенчатого управления

Полученная оптимизационная задача является стандартной задачей частично дискретного программирования [19]. Заметим, что частным случаем задачи дискретного программирования является задача целочисленного линейного программирования (ЦЛП). Для решения рассматриваемой в данной статье задачи будем использовать классический алгоритм ветвей и границ [19], модифицированный для работы с произвольным набором значений дис-

кретных переменных¹. Сущность алгоритма заключается в следующем:

1. Создается список задач линейного программирования (ЛП), которые подлежат решению. В список помещается исходная задача без учета требований целочисленности.

2. Осуществляется решение первой задачи линейного программирования из списка (с ее удалением из списка после решения). Полученное решение имеет вид:

$$z_k = z_k^{opt}, \quad k = \overline{1, (N+n)}.$$

3. Переменные z_k , $k = \overline{1, N}$, проверяются на целочисленность.

4. Если все переменные целочисленные, то решение исходной задачи целочисленного программирования найдено, переход на п. 7.

5. Если имеются нецелочисленные переменные, то среди них выбирается произвольная переменная z_m , $1 \leq m \leq N$, по которой осуществляется ветвление и получение двух новых задач ЛП:

а. Для первой ветки к текущей задаче добавляется условие $z_m \geq Z^+$, где Z^+ — ближайшее большее целое значение.

б. Для второй ветки добавляется условие $z_m \leq Z^-$, где Z^- — ближайшее меньшее целое значение.

Если ветвление по данной переменной осуществляется впервые, то обе новые задачи добавляются в список решения. В противном случае ветка решений считается тупиковой, переход к п. 6 осуществляется без каких-либо действий.

6. Если список задач не пуст, то переход к п. 2.

7. Окончание расчетов.



Рис. 1. Алгоритм оптимального ступенчатого управления

¹ Модификация алгоритма может быть осуществлена двумя способами:

— заменой переменных, ставящей заданный набор дискретных значений во взаимно однозначное соответствие некоторому подмножеству целых чисел;

— использованием в качестве условия ветвления процедуры прямого сравнения переменных задачи с заданными дискретными значениями (вместо процедуры определения принадлежности множеству целых чисел).

Реализовав данный метод в виде исполняемого кода цифрового микроконтроллера, получим алгоритм управления, блок-схема которого представлена на рис. 1.

Ниже приведены результаты апробирования описанного подхода на примерах решения задач оптимального управления объектами различного порядка с использованием исполнительных устройств, генерирующих управляющие сигналы различной степени дискретности.

Примеры решения задач оптимизации ступенчатого управления

Оценим работоспособность предложенного метода решения задачи ступенчатого управления на нескольких модельных примерах. В частности, исследуем процессы управления неустойчивым объектом второго порядка, а также результаты применения разработанного алгоритма на "колебательном звене" и на устойчивом объекте третьего порядка. В качестве целевой функции используем модульный критерий (4).

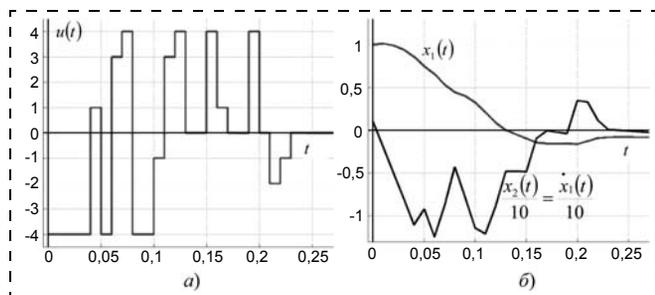


Рис. 2. Сигналы управления (а) и переменных состояния (б) для начальных условий $(x_1(0) \ x_2(0))^T = (1 \ 1)^T$

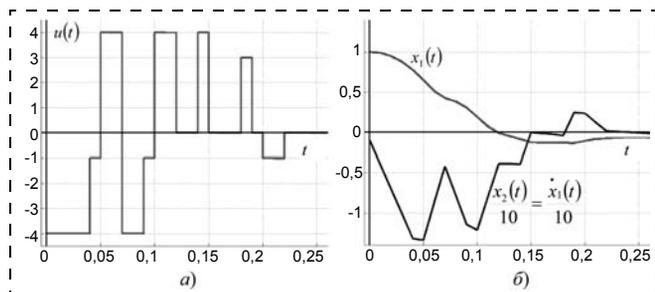


Рис. 3. Сигналы управления (а) и переменных состояния (б) для начальных условий $(x_1(0) \ x_2(0))^T = (1 \ -1)^T$

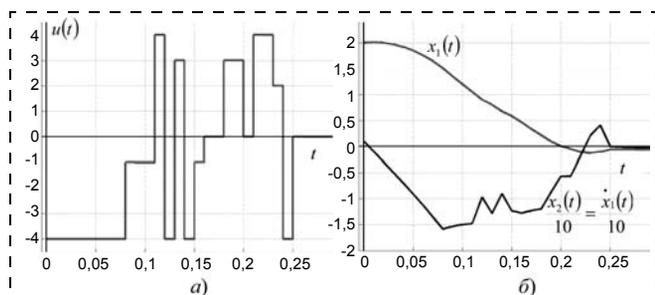


Рис. 4. Сигналы управления (а) и переменных состояния (б) для начальных условий $(x_1(0) \ x_2(0))^T = (2 \ 1)^T$

Пример 1. Управление неустойчивым объектом второго порядка с помощью девятипозиционного регулятора

Необходимо перевести динамическую систему вида¹

$$W(s) = \frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s - 1)}$$

из начального состояния $(x_1(0) \ x_2(0))^T$ в целевое состояние $(x_1^* \ x_2^*)^T = (0 \ 0)^T$, при условии, что управляющий сигнал может принимать строго дискретные значения

$$u_k = \left\{ -M; -\frac{3}{4}M; -\frac{1}{2}M; -\frac{1}{4}M; 0; \frac{1}{4}M; \frac{1}{2}M; \frac{3}{4}M; M \right\}.$$

В процессе управления обеспечить на каждом такте минимум целевой функции (4).

На рис. 2—4 представлены диаграммы переходных процессов и сигналов управления в системе под управлением алгоритма целочисленного программирования для различных начальных условий. При моделировании задавали следующие числовые параметры: $T_1 = T_2 = 0,1$ с, $M = 4$, частота дискретизации модели и управления $\nu = 100$ Гц, коэффициенты целевой функции $\alpha_1 = 0,9$, $\alpha_2 = 1 - \alpha_1 = 0,1$, точность минимизации по обемим переменным состояния принята на уровне $\varepsilon = 0,05$.

Пример 2. Управление устойчивым объектом третьего порядка с помощью пятипозиционного реле

Необходимо перевести динамическую систему вида²

$$W(s) = \frac{1}{(T_1^2 s^2 + 2\xi T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

из начального состояния $(x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0))^T$ в целевое состояние $(x_1^* \ x_2^* \ x_3^*)^T = (0 \ 0 \ 0)^T$, используя в качестве исполнительного органа пятипозиционный релейный элемент $u_k = \left\{ -M; -\frac{M}{2}; 0; +\frac{M}{2}; +M \right\}$.

В процессе управления обеспечить на каждом такте минимум целевой функции (4).

На рис. 5—7 представлены переходные процессы в системе под управлением алгоритма целочисленного программирования для различных начальных условий. При моделировании задавали следующие числовые параметры: $T_1 = 0,1$ с, $T_2 = 0,2$ с, $M = 5$, частота дискретизации модели и управле-

¹В ходе реализации алгоритма математическое описание объекта управления, представленное в виде передаточной функции, должно быть приведено к разностным уравнениям вида (1). Соответствующие преобразования подробно описаны, например, в работе [18].

²В ходе реализации алгоритма математическое описание объекта управления, представленное в виде передаточной функции, должно быть приведено к разностным уравнениям вида (1). Соответствующие преобразования подробно описаны, например, в работе [14].

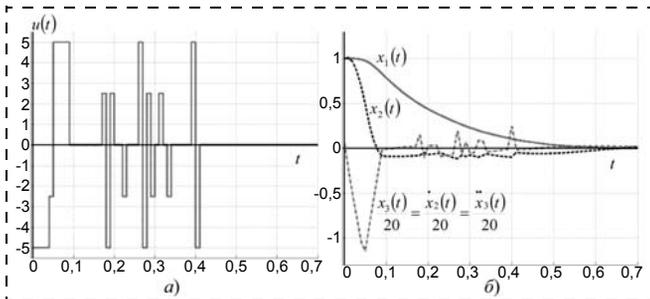


Рис. 5. Сигналы управления (а) и переменных состояния (б) для начальных условий $(x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0))^T = (1 \ 1 \ 1)^T$

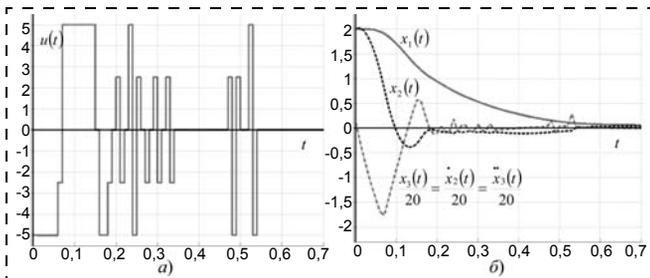


Рис. 6. Сигналы управления (а) и переменных состояния (б) для начальных условий $(x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0))^T = (2 \ 2 \ 2)^T$

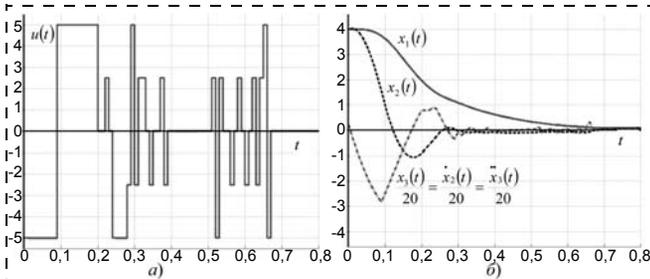


Рис. 7. Сигналы управления (а) и переменных состояния (б) для начальных условий $(x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0))^T = (4 \ 4 \ 4)^T$

ния $\nu = 100$ Гц, коэффициенты целевой функции $\alpha_1 = 0,9$, $\alpha_2 = 1 - \alpha_1 = 0,1$, $\alpha_3 = 0,01$, точность минимизации по переменным x_1 и x_2 принята на уровне $\varepsilon = 0,1$.

Заключение

Разработанный алгоритм предназначен для синтеза оптимального управления объектами с сильно дискретизованным входным сигналом. Поиск оптимального решения задачи дискретного управления ведется на основе вычислительной процедуры линейного программирования, предложенной в работе [11] для объекта с непрерывным входом. Используя стандартный метод ветвей и границ, удалось адаптировать указанную вычислительную процедуру для управления объектами с сильным квантованием входного сигнала (для случая ступенчатого управления). В результате получено решение задачи частично-целочисленного программирования. Работоспособность метода подтверждена результатами математического моделирования процессов управления устойчивыми и неустойчивыми

динамическими объектами второго и третьего порядка. С математической точки зрения решенная задача относится к классу частично-целочисленных задач линейного программирования, решаемых стандартным симплекс-методом. Платой за успешное решение задач указанного типа является рост вычислительной трудоемкости, повышающейся кратно числу переменных, на которые наложено требование целочисленности (дискретности).

Список литературы

1. Филимонов Н. Б. Локальный и глобальный аспекты в задачах управления нелинейными объектами // Труды МВТУ № 513. Системы автоматического управления / Под ред. В. В. Соловникова. М.: Изд-во МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1988. С. 3—11.
2. Срочко В. А. Итерационные методы решения задач оптимального управления. М.: Наука, 2000. 160 с.
3. Maciejowski J. M. Predictive Control with Constraints. Pearson Education, 2001. 346 p.
4. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Поясок Е. И. Оптимальное управление в реальном времени // Известия Иркутского государственного университета. 2009. Т. 2. Сер. "Математика". № 1. С. 132—169.
5. Моржин О. В. Нелокальное улучшение управлений нелинейными дискретными системами // Программные системы: теория и приложения: электронный научный журнал. 2010. № 1(1). С. 21—44.
6. Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971. 424 с.
7. Табак Д., Куо Б. Оптимальное управление и математическое программирование: Пер. с англ. / Под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Наука, 1975. 280 с.
8. Погонин В. А., Оневский П. М., Третьяков А. А., Иванов А. М. Прогнозирующие алгоритмы управления динамическими объектами // Информационно-управляющие системы. 2012. № 1. С. 27—32.
9. Смагин С. В. Динамические следящие системы управления выходом объекта при неизвестных возмущениях // Вестник Томского государственного университета. Сер. "Управление, вычислительная техника и информатика". 2008. № 1(2). С. 28—32.
10. Соколов В. Ф. Адаптивное минимаксное управление на основе рекуррентного линейного программирования // Автоматика и телемеханика. 1993. № 12. С. 127—139.
11. Филимонов Н. Б. Оптимизация дискретных процессов управления с полиэдральными критериями качества // Вестник МГТУ. Сер. Приборостроение. 2000. № 1. С. 20—38.
12. Болдырев В. И. Решение линейной задачи оптимального управления с терминальными ограничениями // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2003. № 5. С. 41—50.
13. Аиден М., Воробьев И. Л., Оукача Б. Алгоритм решения линейной задачи оптимального управления с минимаксным критерием качества // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2005. Т. 42, № 10. С. 1756—1765.
14. Шубин А. Б., Александров Е. Г., Харченков Г. Г. Синтез прогнозирующего алгоритма программного разворота большой космической конструкции с изменяющимися параметрами // Проблемы управления. 2008. № 2. С. 70—75.
15. Кукин Н. С., Некрасов И. В. Применение стратегии перебора состояний при оптимизации релейного управления дискретной системой // Известия института инженерной физики. 2011. Т. 2. № 20. С. 28—32.
16. Некрасов И. В. Многошаговая оптимизация дискретного процесса управления методом ограниченного перебора возможных состояний системы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 10. С. 8—14.
17. Курбанов В. Г. Алгоритм поиска оптимальных управляющих воздействий на динамические объекты // Тр. СПИИРАН. Вып. 2. Т. 2. 2005. С. 317—327.
18. Стрейтс В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления: Пер. с англ. / Под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Наука, 1985. С. 10—41.
19. Ковалев М. М. Дискретная оптимизация (целочисленное программирование). М.: Едиториал УРСС, 2003. С. 132—150.

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЗАДАЧАХ ДИАГНОСТИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

УДК 681.518:629.4

И. А. Каляев, д-р техн. наук, директор, **В. Н. Котов**, канд. техн. наук, зам. директора,
И. П. Щербинин, вед. конструктор, ivan_tech@mail.ru,
НИИ многопроцессорных вычислительных систем имени академика А. В. Каляева ЮФУ,
М. Н. Красильщиков, д-р техн. наук, зав. кафедрой, **В. Н. Евдокименков**, д-р техн. наук, проф.,
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Особенности программно-аппаратной реализации распределенной информационной системы мониторинга технического состояния элементов подвижного состава РЖД¹

Рассмотрен подход к построению встраиваемой системы диагностики подвижного состава (ПС) на основе мультиагентных технологий. В качестве основы реализации системы рассмотрено использование интеллектуальных датчиков (ИД) физических величин, обеспечивающих непрерывный контроль параметров состояния ПС. Для такой реализации определены форма представления общей задачи системы по оценке технического состояния и пути ее решения за счет консолидации ресурсов ИД. Рассмотрены особенности аппаратного обеспечения системы. Определена структура программной реализации системы и предложен обобщенный алгоритм функционирования агента ИД, а также указаны направления его дальнейшего совершенствования в целях практической реализации.

Ключевые слова: встраиваемая система диагностики подвижного состава, сеть интеллектуальных датчиков, мультиагентные технологии

I. A. Kalyaev, V. N. Kotov, I. P. Scherbinin, M. N. Krasilschikov, V. N. Evdokimenkov

Features of Firmware Realization of the Distributed Information System of Monitoring of Technical Condition of Components of Russian Railways Rolling Stocks

In the paper we consider an approach to design of an Embedded system of rolling stock (RS) diagnostics based on multi-agent technologies. Smart sensors (SS) of physical quantities, which provide continuous control of RS condition, are considered as a basis of implementation of the system. For such implementation we have defined the form of the general task of the system which consists in evaluation of technical condition and the way of its solution using consolidated resource of smart sensors. Features of system hardware are considered. The structure of software implementation of the system is defined. The generalized algorithm of operation of an SS agent is suggested. Directions of its further improvement for practical implementation are specified.

Keywords: embedded system of rolling stock diagnostics, network of smart sensors, multi-agent technologies

Введение

По характеру взаимодействия средств диагностирования с элементами подвижного состава в общем случае выделяют два класса систем технического диагностирования [1]: системы рабочего диагностирования, в которых информация о техническом состоянии объекта поступает в процессе его нормального функционирования, и системы тестового диагностирования, в которых данная информация поступает в процессе подачи на объект специальных тестовых воздействий. По используемым техническим средствам указанные системы подразделяют на системы с внешними средствами

диагностирования, расположенными на постах диагностирования, где связь с объектом осуществляется через стыковочные узлы, и системы со встроенными средствами диагностирования, составляющими единое целое с объектом контроля.

В настоящий момент наиболее распространены тестовые системы с внешними средствами, расположенными на постах диагностирования. Подобные системы реализуют, как правило, лишь отдельные методы диагностирования части агрегатов или групп однородных параметров. Так, например, в компании РЖД внедрены следующие системы контроля и диагностики: аппаратура контроля буксовых узлов подвижного состава (КТСМ-02), автоматизированный диагностический комплекс для измерения геометрических параметров колесных пар грузовых вагонов, автоматизированная система акусти-

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 12-08-13119-офи_м_РЖД).

ческого контроля подшипников (ПАК) и т. п. Еще одной особенностью этих систем является то, что контроль объектов возможно осуществлять лишь эпизодически при прохождении подвижным составом (ПС) пунктов контроля. Такие методы диагностики, опирающиеся на данные, полученные "здесь и сейчас" по конкретной составной части объекта и не учитывающие эксплуатационную предысторию, способны выявлять только присутствующие на момент контроля неисправности без возможности формирования выводов о пригодности объекта в целом к дальнейшей эксплуатации в конкретных условиях, а также о допустимой длительности этой эксплуатации (потенциальном ресурсе). В то же время актуальные требования к ПС по уровню безопасности и эффективности эксплуатации подразумевают создание новых систем технического диагностирования, не только обеспечивающих сокращение времени диагностирования и повышение точности локализации возникших дефектов, но также способных к обнаружению зарождающихся неисправностей и обладающих возможностью прогнозирования остаточного ресурса. Реализация таких систем с учетом сложности, многообразия и большого числа объектов ПС (одних локомотивов на данный момент в РЖД насчитывается порядка 20 000 единиц) возможна только при использовании встроенной системы многопараметрического контроля, основанного на принципах рабочего диагностирования. Концепция подобной информационно-диагностической системы, реализующей новый метод контроля и учета фактического технического состояния ПС в целях прогнозирования их остаточных ресурсов, представлена авторами в работах [2, 3], отражающих результаты исследований первого этапа проекта № 12-08-13119-офи_м_РЖД. В предложенной системе непрерывный контроль и оценка текущего состояния осуществляется встраиваемыми в объект ПС автономными подсистемами (кластерами), образующими нижний распределенный уровень, а обобщение и комплексирование информации от кластеров за весь период эксплуатации в целях прогнозирования остаточного ресурса реализуются на верхнем едином информационном уровне системы. В большей степени возможность практического внедрения и экономическая эффективность предложенной системы будут зависеть от решений, положенных в основу реализации встраиваемых кластеров. В связи с этим данная работа направлена на рассмотрение особенностей программно-аппаратного обеспечения встраиваемого кластера и на поиск путей его практической реализации.

1. Аппаратное обеспечение встраиваемого кластера

В работе [2] показано, что наиболее перспективным является построение встраиваемого кластера в виде распределенной децентрализованной информационно-вычислительной сети на основе интеллектуальных датчиков (ИД). При такой организации

кластер содержит только функционально-необходимые узлы — ИД — и не содержит центральных блоков, что обеспечивает эффективную реализацию следующих ключевых требований: измерение всех параметров объекта ПС РЖД; простая адаптация средств контроля к разнородным объектам с сохранением общности структуры и подхода; оптимальность структуры с точки зрения числа и типов используемых устройств; обеспечение высокой надежности и отказоустойчивости; минимальная стоимость реализации. При этом решение достаточно сложной общей функциональной задачи кластера по обработке измерительной информации в целях формирования интегральных данных по текущему состоянию объекта ПС планируется осуществлять за счет объединения вычислительных, коммуникационных и информационных ресурсов ИД с использованием мультиагентных технологий. Структура такого кластера представляет собой одноранговую сеть из "равноправных" ИД, где все ИД связаны друг с другом двусторонними каналами обмена данными. Схематично подобная структура изображена на рис. 1.

Все системные свойства кластера обеспечиваются только за счет взаимодействия ИД. Таким образом, практическая реализация кластера подразумевает разработку особого класса ИД, к программно-аппаратному обеспечению которых предъявляются специфические требования.

Аппаратная реализация подобных ИД помимо компонентов, обеспечивающих основную функциональность (измерительный сенсор и тракты преобразования), должна предусматривать наличие:

- вычислительно-управляющего модуля (ВУМ), обеспечивающего интеллектуальное преобразование сигналов в соответствии с заданными алгоритмами, а также обеспечивающего синхронное управление всеми прочими элементами ИД;
- оперативного запоминающего устройства (ОЗУ) для хранения промежуточных данных и результатов обработки в рамках задачи мониторинга

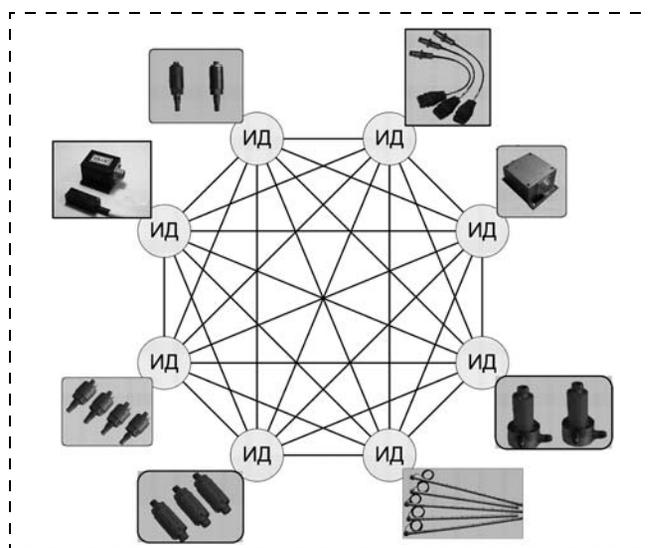


Рис. 1. Коммуникационная структура кластера

технического состояния объекта ПС, а также предназначенного для буферизации данных при обмене между ИД;

- энергонезависимой памяти (ЭП) для постоянного хранения программ обработки, различных параметров и коэффициентов;
- блока таймеров (БТ), обеспечивающих работу ИД в реальном времени как в части выполнения функций измерения, так и в части взаимодействия ИД в рамках кластера;
- коммуникационного контроллера (КК), обеспечивающего цифровую двустороннюю связь ИД.

Указанные элементы, образующие ИД, взаимодействуют в соответствии со структурой, представленной на рис. 2.

Выбор комплектующих элементов ИД осуществляется с учетом необходимости как обеспечения решения задачи измерения физической величины, так и наличия дополнительных ресурсов для выполнения общих задач кластера по обработке данных. Выбор коммуникационного интерфейса ИД должен проводиться с учетом требований структуры, представленной на рис. 1, т. е. используемый коммуникационный стандарт должен поддерживать мультимастерный доступ к среде обмена данными. Типовыми представителями таких стандартов являются CAN 2.0B, RS485. Для применения других стандартов, в том числе и беспроводных, программное обеспечение (ПО) ИД должно быть дополнено соответствующими модулями, обеспечивающими поддержку структуры, представленной на рис. 1.

Необходимо отметить, что в настоящее время электронная промышленность активно осваивает

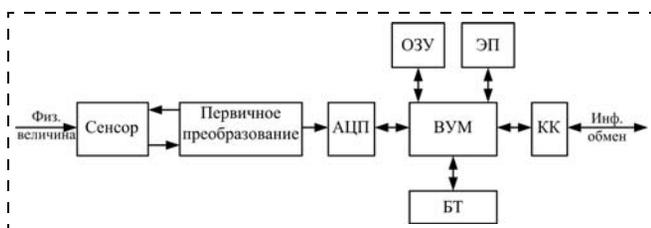


Рис. 2. Обобщенная структурная схема ИД

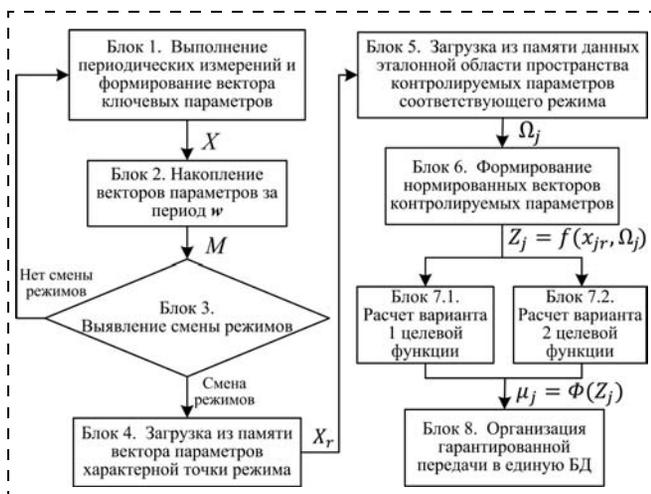


Рис. 3. Алгоритм общей задачи кластера

выпуск специализированных микросхем для измерительной аппаратуры, объединяющих функции не только цифровой части, но и трактов первичной обработки аналогового сигнала. Такой класс устройств получил название "системы на кристалле" (СНК). Лидерами в производстве СНК являются компании Anadigm (США), Analog Devices (США), Texas Instruments (США), кроме того, отечественная компания ПМК "Миландр" представила набор серийно выпускаемых бескорпусных решений для ИД [4]. Таким образом, все указанные на рис. 2 модули ИД могут быть реализованы на основе нескольких стандартных микросхем высокой степени интеграции (возможно в бескорпусном исполнении), что позволяет создавать ИД с малыми габаритными размерами и массой, а также невысокой стоимостью.

2. Программно-алгоритмическое обеспечение встраиваемого кластера

По критерию функциональной направленности ПО кластера можно условно разделить на три части: функциональное ПО ИД, ПО общей задачи кластера (прикладное ПО) и системное ПО ИД (программный агент).

Функциональное ПО ИД предназначено для реализации процессов измерения соответствующей физической величины, а также первичной обработки полученных сигналов с учетом требований к частоте измерения, диапазонам измеряемого сигнала и допустимой ошибке измерения. Структура и состав функционального ПО ИД в большей степени определяются типом контролируемой физической величины. Функциональное ПО ИД кластера РЖД схоже с ПО ИД общего применения, и, как следствие, при разработке этого ПО могут быть использованы стандартные методы и подходы к построению ПО датчиковых и измерительных систем.

Прикладное ПО предназначено для решения общей задачи кластера по оценке текущего технического состояния ПС. В работе [3] предложен алгоритм оценки текущего технического состояния и прогнозирования остаточного ресурса ПС РЖД. Часть этого алгоритма по оценке текущего технического состояния, ориентированная на реализацию в кластере, приведена на рис. 3.

Данный алгоритм может рассматриваться как графическое описание общей функциональной задачи кластера. В связи с отсутствием в сетевой структуре кластера центрального блока обработки, в который общая функциональная задача могла бы быть загружена целиком, разработка прикладного ПО должна выполняться с учетом подходов теории распределенных вычислений. Наиболее полно специфике кластера с децентрализованной структурой соответствует представление общей задачи в виде графа. Для этого общая функциональная задача предварительно должна пройти процедуру декомпозиции (разделение на отдельные элементарные подзадачи). После этого может быть сформирован граф, узлами которого являются полученные в результате декомпозиции отдельные элементарные

подзадачи (математические, логические, измерительные операции и пр.), а плечами — информационные связи между подзадачами. При декомпозиции общей функциональной задачи контроля технического состояния объекта РЖД необходимо руководствоваться следующими критериями:

- объем операций в подзадачах должен быть таким, чтобы их выполнение за заданный промежуток времени могло быть обеспечено одним ИД кластера;
- с учетом того фактора, что основная измерительная задача ИД является приоритетной, объем передаваемых данных между подзадачами должен быть минимальным.

На рис. 4 представлен граф общей задачи кластера, реализующий алгоритм, приведенный на рис. 3.

В данном примере первый уровень графа соответствует измерению физической величины и обеспечивает формирование результатов измерений в виде исходных параметров y_i . Подзадачами второго уровня реализуются функции расчета ключевых параметров x_j , наиболее полно характеризующих текущее техническое состояние ПС:

$$x_j = f(y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n). \quad (1)$$

На этом же уровне графа осуществляется формирование вектора контролируемых параметров. При этом в соответствии с подходами распределенных вычислений вектор представляется в виде распределенной информационной структуры. Объединение ключевых параметров в группы и размещение этих групп в одном узле (ИД) осуществляется исходя из целесообразности их последующей совместной обработки:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{1\dots k} \\ \mathbf{X}_{(k+1)\dots(k+p)} \\ \dots \\ \mathbf{X}_{(m-l)\dots m} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Третий уровень графа обеспечивает процедуру накопления векторов параметров, при этом формируется матрица состояния \mathbf{M} , описываемая выражением

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1r} & \dots & x_{1w} \\ x_{21} & \dots & x_{2r} & \dots & x_{2w} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & \dots & x_{mr} & \dots & x_{mw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{1\dots k} \\ \mathbf{M}_{(k+1)\dots(k+p)} \\ \dots \\ \mathbf{M}_{(m-l)\dots m} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Столбцами данной матрицы являются векторы ключевых параметров, число столбцов w (глубина сохранения параметров) должно обеспечивать однозначное выявление события смены режимов работы ПС, а при фиксации этого события — выделение характеристической контрольной точки последнего

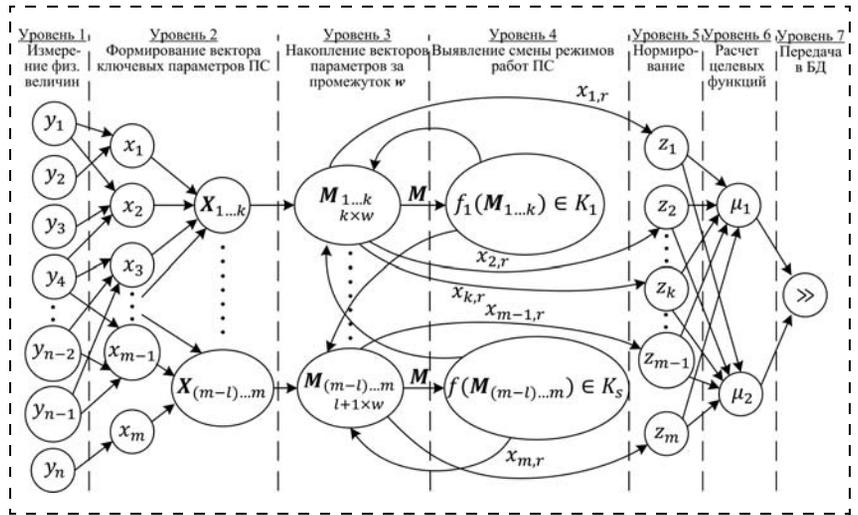


Рис. 4. Граф общей функциональной задачи кластера

режима функционирования в соответствии с процедурами метода оценки технического состояния [3].

Четвертый уровень графа обеспечивает выяснение смены режима работы ПС. В общем случае условие изменения режима может быть представлено логическим выражением:

$$(f_1(\mathbf{M}_{1\dots k}) \in k_1) \vee (f_2(\mathbf{M}_{(k+1)\dots(k+p)}) \in k_2) \vee \dots \vee (f_s(\mathbf{M}_{(m-l)\dots m}) \in k_s). \quad (4)$$

После выявления смены режима работы ПС из матрицы состояния \mathbf{M} выделяются значения ключевых параметров характерной точки $x_{j,r}$. Данные параметры нормируются и обрабатываются в рамках подзадач пятого и шестого уровней графа в соответствии с процедурами метода оценки технического состояния [3]. Результаты расчета целевых функций μ , являющиеся интегральными характеристиками текущего технического состояния, передаются в базу данных (БД) единой информационной распределенной системы контроля для последующей оценки остаточного ресурса ПС.

Для практической реализации предложенного графа прикладное ПО ИД может быть представлено в виде набора взаимодействующих программных объектов. При этом каждый объект должен включать в себя процедуры (исполняемый код), поля входных и выходных данных, а также дополнительные поля, содержащие константы, конфигурационные данные, ограничения, характеристические коэффициенты сложности подзадачи и т. п. Процедуры объектов представляют собой программную реализацию подзадач, размещенных в узлах графа (реализацию выражений (1)–(4)), а поля входных и выходных данных обеспечивают взаимодействие объектов. Прикладное ПО в виде набора объектов загружается в ИД при инициализации. Координация выполнения процедур объектов осуществляет системное ПО ИД.

Системное ПО ИД, представляющее собой программный агент и определяющее общее поведение ИД в кластере, является объединяющим элементом

программного обеспечения ИД. Именно это ПО обеспечивает организацию кластера за счет взаимодействия ИД для решения общей функциональной задачи. ПО агента должно быть унифицировано для применения во всех ИД кластера. ПО агента предназначено для реализации следующих функций:

- инициализации ИД для использования в конкретном кластере;
- контроля целостности выполнения общей задачи кластера с перераспределением подзадач между ИД при отказе или существенном изменении ресурсов одного или нескольких ИД;

- контроля собственного состояния ИД и взаимного контроля исправности ИД в кластере;
- обеспечения своевременного выполнения функционального и прикладного ПО.

Общий алгоритм программного агента представлен на рис. 5.

В данном алгоритме предполагается, что начальное оптимальное распределение задач между узлами кластера выполняется при участии оператора на этапе подготовки прикладного ПО. Предложенный алгоритм определяет работу агента в двух режимах. Начальным является режим инициализации. В этом

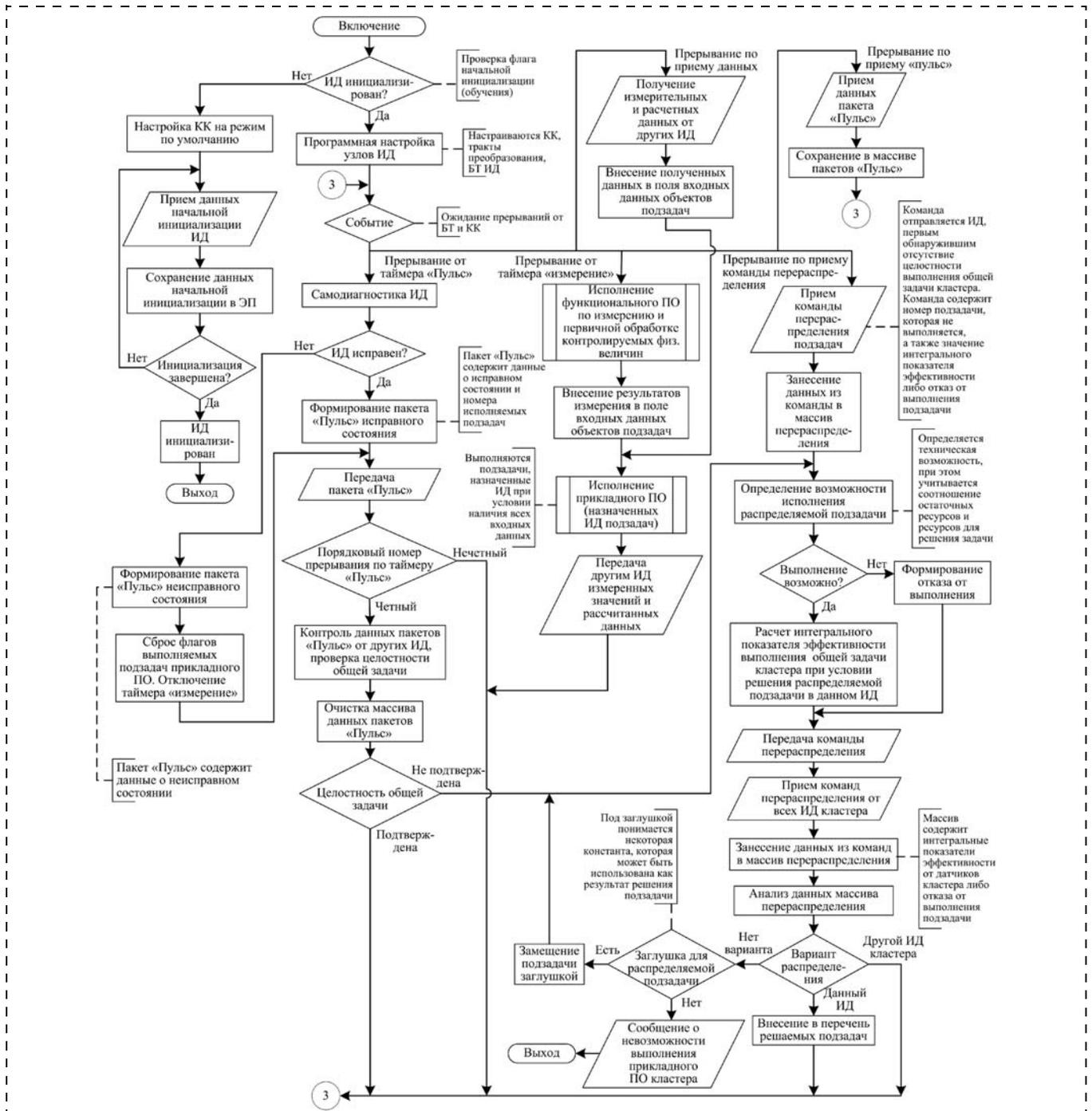


Рис. 5. Алгоритм работы программного агента

режиме происходит обучение ИД для работы в конкретном кластере ПС. Процесс обучения заключается в загрузке в ИД данных, содержащих настройки всех модулей ИД (см. рис. 2) и описания объектов подзадач, состоящих из вычислительных процедур и полей данных.

Основная работа ИД осуществляется в рабочем режиме агента. В этом режиме решается общая задача кластера путем реализации измерений физической величины с последующей совместной обработкой данных, а также поддерживается работоспособность кластера путем использования процедур обмена статусными сообщениями (пакетами "Пульс") и своевременного перераспределения подзадач между ИД. Реализация этого режима в ИД осуществляется в виде обработчика двух категорий программных событий (прерываний): событий от встроенных таймеров, что обеспечивает работу ИД в реальном времени, и событий по приему данных от других ИД, что обеспечивает взаимодействие ИД в целях организации работы кластера.

Алгоритм определяет обработку следующих прерываний:

- прерывания от таймера "Пульс", в рамках которого реализуются процедуры формирования и передачи собственного статусного пакета "Пульс", также анализа пакетов "Пульс" других ИД, что обеспечивает контроль целостности выполнения общей задачи и работоспособности узлов кластера. Анализ статусных сообщений от других ИД должен проводиться с пониженной частотой по отношению к передаче собственного пакета "Пульс" для гарантированного учета данных от всех исправных ИД кластера. В случае выявления отказа или нарушения целостности решения задачи запускается процедура восстановления работоспособности кластера;
- прерывания от таймера "измерение", в рамках которого обеспечивается периодический контроль физической величины. Измеренный исходный параметр y_i используется (при необходимости) в качестве входных данных при выполнении подзадач, реализуемых ИД. Результаты измерения и расчетов (при их наличии) передаются другим ИД кластера;
- прерывания по приему данных от других ИД, запускающего процедуру решения подзадач ИД с использованием полученных данных;
- прерывания по приему пакетов "Пульс" от других датчиков, в рамках которого обеспечивается формирование массива статусных сообщений, используемого при контроле работоспособности узлов кластера и целостности решаемой задачи контроля технического состояния;
- прерывания по приему команды "перераспределение", в рамках которого реализуется механизм восстановления работы кластера при возникновении отказа или существенном сокращении ресурсов отдельных ИД кластера. Восстановление работоспособности кластера выполняется путем перераспределения подзадач общей задачи кла-

стера между исправными ИД. В случае существования нескольких вариантов перераспределения выбор конкретного осуществляется с учетом критерия эффективности распределения, который в общем виде может быть представлен выражением

$$K_3 = f\{S, \varepsilon, E, \dots\},$$

где S — скорость выполнения задачи кластера; ε — точность решения задачи кластера; E — оценка равномерности использования ресурсов ИД кластера.

В случае отсутствия варианта перераспределения (ни один ИД не может взять на себя выполнение перераспределяемых подзадач) предлагается использовать подход, основанный на упрощении задачи путем замены ряда реальных процедур расчета или измерения некоторыми константами, обозначенными в алгоритме в виде подзадач-"заглушек". Возможность замены тех или иных процедур общей задачи "заглушками" определяется исходя из граничных требований по точности оценки технического состояния ПС. В качестве примера можно привести возможность замены истинного значения температуры в процедурах температурной компенсации на значения номинальных рабочих температур контролируемых агрегатов. Использование подзадач-заглушек позволяет значительно повысить уровень безотказности работы кластера.

Представленный алгоритм, обеспечивающий периодическое измерение контролируемых параметров, своевременное выполнение возложенных на ИД подзадач, а также взаимодействие в реальном времени ИД кластера в целях решения общей функциональной задачи и поддержания работоспособности кластера, позволяет сформировать представление об общей архитектуре программного агента. При реализации данного алгоритма необходимо обратить внимание на вопросы, связанные с синхронизацией работы агентов, рассмотреть возможность обработки отказов, характеризующихся частичным сохранением работоспособности ИД, конкретизировать критерий оценки эффективности распределения подзадач в кластере.

Заключение

Предложенный подход к программно-аппаратной реализации кластера, в полной мере учитывающий особенности предметной области (а именно, железнодорожного транспорта), позволяет оптимальным образом выполнить разработку унифицированного семейства ИД. В работе показано, что реализация предложенных аппаратных решений возможна на основе стандартных радиоэлектронных компонентов и не требует создания специализированных изделий. Результаты рассмотрения функционального и системного ПО ИД подтверждают возможность реализации этого ПО в рамках концепции императивного программирования с использованием существующих интегральных сред разработки (IDE) (конкретная IDE выбирается в зависимости от используемого микроконтроллера).

Показано, что разработка прикладного ПО возможна в рамках подходов объектно-ориентированного программирования. При этом необходимо отметить, что для обеспечения эффективной отладки прикладного ПО в настоящий момент коллективом авторов разрабатывается специализированная программная среда функционального моделирования кластера, учитывающая физические ограничения ИД и коммуникационных линий связей. Таким образом, представленные результаты показывают, что в настоящий момент уже существует вся необходимая производственно-технологическая и программно-математическая база для создания встраиваемой части единой распределенной системы контроля, внедрение которой способно обеспечить переход на новые современные принципы эксплуатации ПС РЖД по реальному техническому состоянию.

1. **Бобровников Я. Ю., Стецюк А. Е.** Диагностические комплексы электроподвижного состава. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2012. 94 с.
2. **Котов В. Н., Щербинин И. П.** Формирование облика современной интеллектуальной мультисенсорной распределенной системы непрерывного мониторинга технического состояния элементов подвижного состава и участков пути // Тр. "ИСУЖТ-2012". М.: НИИАС, 2012. С. 208—211.
3. **Евдокименков В. Н., Каляев И. А., Красильщиков М. Н., Котов В. Н., Щербинин И. П.** Система непрерывного мониторинга технического состояния элементов подвижного состава и железнодорожной инфраструктуры: программно-математическое обеспечение и аппаратная реализация // Тр. третьей Междунар. науч.-практ. конф. "Интеллектуальные системы на транспорте" (ИнтеллектТранс 2013). СПб., 2013. С. 33—40.
4. **Ануфриев В.** Микропроцессорные наборы бескорпусных микросхем ПМК "Миландр" для интеллектуальных датчиков физических величин // Компоненты и технологии. 2013. № 12. С. 82—85.

УДК 004.896

В. М. Лохин, д-р техн. наук, проф., **С. В. Манько**, д-р техн. наук, проф., зав. лаб.,
М. П. Романов, д-р техн. наук, проф., декан, **С. А. К. Диане**, аспирант, ассистент,
П. Э. Трипольский, канд. техн. наук, доц., **С. А. Карпов**, аспирант
 cpd@mirea.ru, МГТУ МИРЭА

Модели и алгоритмы оценки численности состава мультиагентных робототехнических систем

Предлагаются методика и алгоритмы для расчета оценок численности состава мультиагентных робототехнических систем с учетом особенности решаемых прикладных задач и специфики используемых моделей планирования заданий. Приводятся результаты моделирования, подтверждающие адекватность развиваемого подхода.

Ключевые слова: мультиагентная робототехническая система, групповое управление роботами, графовые модели планирования заданий, численность робототехнической группировки

V. M. Lokhin, S. V. Manko, M. P. Romanov, S. A. K. Diane, P. E. Tripolskiy, S. A. Karpov

Models and Algorithms for Agent Number Estimation in Multi-Robot Systems

Methods and algorithms are suggested for estimation of number of robots in multi-agent robotic systems, taking into account particularities of applied problems being solved and specificity of task planning models. Results of modeling are presented that confirm the adequacy of investigated approach.

Keywords: multi-robot system, multi-agent control, graph task planning models, number of robots

Введение

Исследования и разработки, активно ведущиеся во всем мире в области мультиагентных робототехнических систем (МАРС), подтверждают возможность их создания и целесообразность применения для широкого круга приложений. Полученные результаты свидетельствуют о существовании ряда альтернативных подходов к построению МАРС [1—3], специфика каждого из которых определяется не только выбором базовых принципов, но и развитием соответствующих методов и алгоритмов группового управления, координации действий,

сетевого информационного обмена и т. д. В любом случае одним из важнейших аспектов разработки и применения МАРС было и остается обоснование численности состава, необходимого для выполнения конкретной прикладной задачи.

Данная статья продолжает цикл оригинальных авторских публикаций, посвященных проблемам группового управления роботами, которые должны обеспечивать совместное решение поставленных прикладных задач, взаимодействуя друг с другом [4—6]. В ней обсуждаются вопросы обоснованного выбора численного состава МАРС, предлагаются методика и алгоритмы для расчета оценок необхо-

димой численности робототехнической группировки с учетом специфики сценарной модели планирования заданий, реализуемой на основе конечных автоматов.

Анализ эффективности функционирования мультиагентных робототехнических систем в зависимости от численности их состава

Многообразие применений МАРС включает обширный класс практических задач, решение которых должно подчиняться априорно установленным сценариям выполнения требуемых операций [4, 6]. Эти сценарии описываются древовидными графами, вершины которых соответствуют отдельным операциям или этапам, а дуги определяют поэтапную технологическую очередность (рис. 1).

Планирование целесообразных действий МАРС в подобных приложениях может осуществляться на основе анализа сценария выполнения поставленной прикладной задачи с контролем его поэтапной реализации. Соответствующая модель, позволяющая определить текущий набор допустимых действий с учетом фактических результатов функционирования МАРС при отработке заданного сценария, формируется в виде иерархической сети конечных автоматов со структурой взаимосвязей, адекватно отражающих логику последовательно-параллельной очередности технологических операций [6].

Работоспособность и целесообразность развиваемого подхода полностью подтверждаются данными компьютерного моделирования, на практике показавшими, что предложенные модели планирования заданий обеспечивают надежное функционирование МАРС и позволяют существенно сократить время решения поставленной задачи за счет параллельного выполнения требуемых технологических операций отдельными исполнителями.

Вместе с тем, проведенные исследования убедительно свидетельствуют о том, что выбор численности состава МАРС во многом обуславливает эффективность ее применения.

Так, в таблице приведены результаты экспериментов по моделированию тестовой задачи сборки кубиков в пирамиду с использованием мультиагентной системы, построенной на базе автономных роботов (рис. 2). Анализ полученных данных, обобщение которых в виде гистограмм показано на рис. 3, позволил выделить следующие основные особенности функционирования МАРС рассматриваемого типа:

- возможность параллельного выполнения операций, технологическая очередность которых задается древовидным сценарным графом, при прочих равных условиях определяется числом роботов, входящих в мультиагентную систему;
- наряду с сокращением общей продолжительности времени решения поставленной прикладной задачи увеличение числа роботов в составе мультиагентной системы сопровождается ростом значения их суммарного простоя;
- возникновение простоев при функционировании МАРС обуславливается ситуациями, когда число

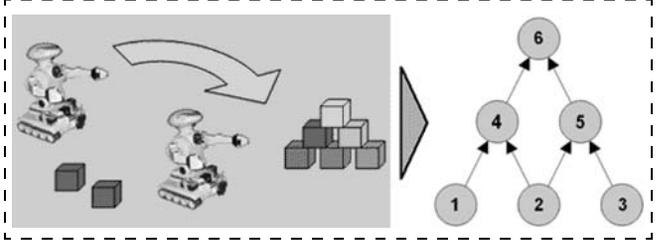


Рис. 1. Представление задачи сборки пирамиды в виде графа

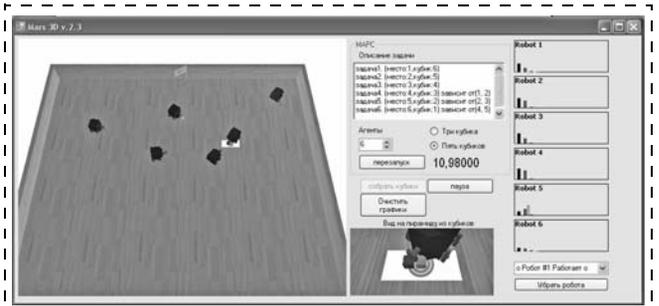


Рис. 2. Моделирование задачи сборки кубиков в пирамиду с использованием мультиагентной системы на базе автономных роботов



Рис. 3. Экспериментальные данные по выполнению задачи сборки пирамиды группой роботов с различной численностью состава

Экспериментальные оценки эффективности МАРС

| № эксперимента | Время выполнения задачи, с/ Время простоев, с | | | | |
|---|--|----------|-----------|-----------|-----------|
| | Число роботов | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 574/0 | 347/48 | 315/216 | 311/560 | 372/985 |
| 2 | 508/0 | 344/62 | 276/183 | 298/524 | 405/1115 |
| 3 | 611/0 | 298/66 | 254/192 | 276/464 | 394/1160 |
| 4 | 545/0 | 352/56 | 295/186 | 305/596 | 435/1260 |
| 5 | 567/0 | 346/62 | 247/162 | 293/540 | 421/1030 |
| Средние значения времени выполнения задачи и времени простоев, с | 561/0 | 337/58 | 277/189 | 297/536 | 405/1110 |
| Средние значения времени выполнения задачи и времени простоев, в относительных единицах | 1,0/0 | 0,6/0,11 | 0,49/0,33 | 0,53/0,96 | 0,72/1,98 |

свободных исполнителей превышает текущее число операций, разрешенных для выполнения согласно текущей стадии отработки сценария, регламентирующего решение прикладной задачи;

- увеличение среднего числа роботов в расчете на единицу площади в зоне их активного функционирования приводит к возникновению "эффекта толпы", когда деятельность одного начинает ограничивать действия другого, что обуславливает повышение времени выполнения соответствующих операций.

Методика и алгоритмы оценки численности необходимого состава мультиагентных робототехнических систем

Представленные выводы позволяют предположить, что эффективность применения MAPC для решения поставленной задачи с установленным сценарием последовательно-параллельной очередности выполнения операций при прочих равных условиях определяется совокупностью трех ключевых факторов:

- временными затратами, требуемыми для решения задачи с учетом возможностей параллельного выполнения операций имеющейся группой роботов;
- временем суммарного простоя роботов при заданной численности их состава;
- влиянием повышенной скученности роботов на продолжительность выполняемых ими операций.

Следует отметить, что реальные значения времени выполнения роботами отдельных операций, а следовательно, и общие показатели эффективности применения мультиагентной системы в целом, являются трудно предсказуемыми.

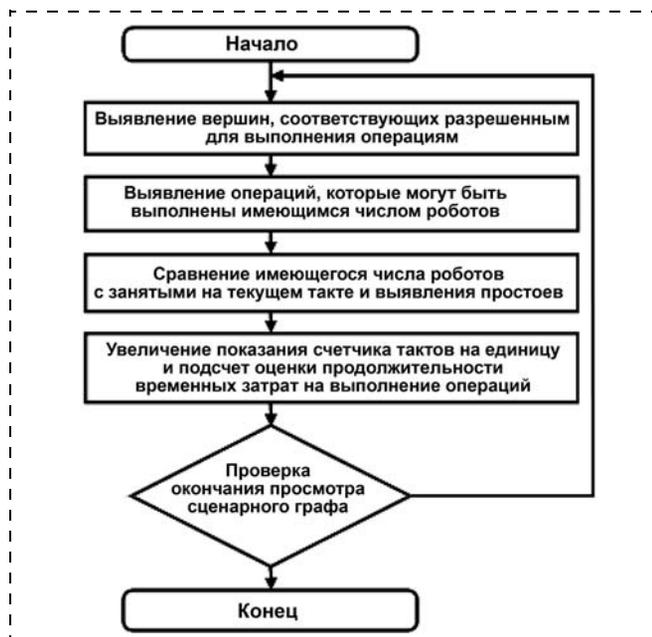


Рис. 4. Обобщенная блок-схема алгоритма определения оценок эффективности применения MAPC с априорно заданным численным составом для выполнения поставленной задачи по установленному сценарию

Тем не менее, при допущении об одинаковой продолжительности выполнения операций всеми роботами искомые оценки могут быть получены путем потактового просмотра сценарного графа.

Организация такого просмотра предполагает выявление и разметку вершин, соответствующих тем операциям, которые на данной стадии могут быть выполнены имеющимся числом роботов. Одновременное сравнение исходного числа роботов и занятых на текущем такте позволяет оценить объективно возникающие простои. В свою очередь, оценка общей продолжительности решения задачи будет определяться суммой тактов, требующихся для полного просмотра графа.

Предложенный алгоритм, блок-схема которого представлена на рис. 4, позволяет рассчитать значения оценок эффективности применения MAPC с априорно заданным численным составом для выполнения поставленной задачи по установленному сценарию.

В качестве примера можно рассмотреть оценку временных затрат на решение задачи сборки шести кубиков в трехуровневую пирамиду с помощью двух роботов, как показано на рис. 1.

При начальном просмотре графа сборки в качестве разрешенных для выполнения операций выявляются первые три, две из которых распределяются между роботами имеющегося набора.

На следующем такте просмотра графа в качестве разрешенных фигурируют третья и четвертая операции, обе из которых будут подлежать выполнению.

Третий такт просмотра графа сборки позволяет выделить в качестве разрешенной для выполнения пятую операцию, что обуславливает возможность загрузки только одного робота с фиксацией простоя другого.

На четвертом такте, где в качестве разрешенной будет выступать шестая операция, загрузке может подлежать только один робот при неизбежном простое второго.

По итогам завершения процедуры оценка временных затрат на сборку пирамиды двумя роботами составляет четыре такта, а суммарный простой — два такта.

Полученные таким образом оценки должны быть скорректированы с учетом поправочного коэффициента, отражающего влияние фактических значений плотности распределения роботов в зоне их активного функционирования на время выполнения отдельных операций и всей задачи в целом.

Будем считать, что необходимым условием для маневрирования робота без уклонения от препятствий является наличие свободного пространства, в девять раз превышающего площадь разворота с минимальным радиусом (рис. 5)

$$s_H = 9s_p,$$

где s_p — площадь разворота робота с минимальным радиусом; s_H — площадь, необходимая для свободного маневрирования робота.

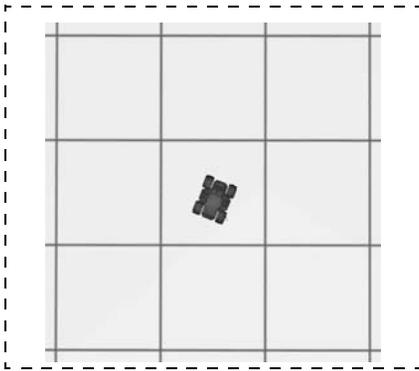


Рис. 5. Свободное пространство, необходимое для маневрирования робота без уклонения от препятствий (в девять раз превышает площадь разворота с минимальным радиусом)

В свою очередь, средняя площадь пространства, приходящегося на один робот из состава многоагентной системы, будет определяться как частное от деления общей площади рабочей зоны на численность всей группировки:

$$s_{\text{ср}} = \frac{S}{N},$$

где $s_{\text{ср}}$ — средняя площадь рабочего пространства, приходящегося на один робот из состава многоагентной системы; S — общая площадь рабочей зоны, отведенной для решения поставленной задачи с использованием МАРС; N — численность роботов в составе многоагентной системы.

Очевидно, что если средняя площадь $s_{\text{ср}}$, приходящаяся на один робот, превышает размеры зоны $s_{\text{н}}$, необходимой для его свободного маневрирования, то поправочный коэффициент k должен быть равен единице, а в противном случае соответствовать отношению второго показателя к первому:

$$k = \begin{cases} 1 & \text{при } s_{\text{ср}} \geq s_{\text{н}}; \\ \frac{s_{\text{н}}}{s_{\text{ср}}} & \text{при } s_{\text{ср}} < s_{\text{н}}. \end{cases}$$

Тогда результирующие значения оценки эффективности применения МАРС той или иной численности будут вычисляться следующим образом:

$$T_{\text{в}}^{\text{рез}} = kT_{\text{в}};$$

$$T_{\text{п}}^{\text{рез}} = kT_{\text{п}},$$

где $T_{\text{в}}$, $T_{\text{в}}^{\text{рез}}$ — оперативная и результирующая оценки времени выполнения задачи в целом; $T_{\text{п}}$, $T_{\text{п}}^{\text{рез}}$ — оперативная и результирующая оценки времени суммарного простоя роботов.

Сравнение оценок, оперативно получаемых для различных по численности группировок, позволяет определить численный состав МАРС, необходимый для решения поставленной задачи с заданным сценарием выполнения.

В качестве примера на рис. 6 представлены оценки эффективности применения МАРС с различной численностью для решения той же самой задачи,

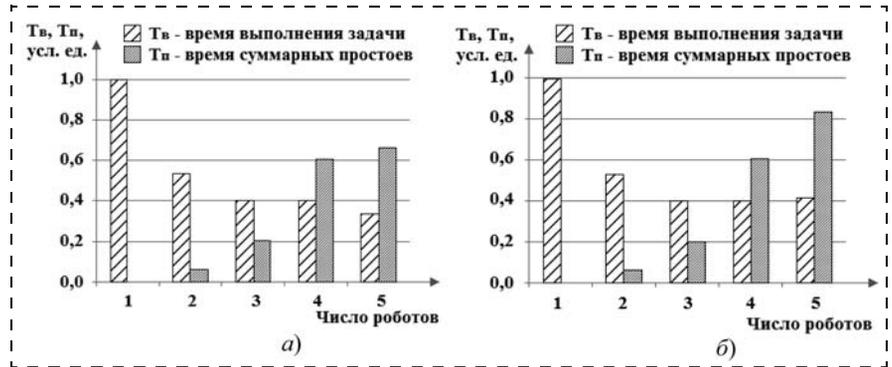


Рис. 6. Оценки времени выполнения задачи сборки пирамиды группой роботов с различной численностью состава: на основе анализа сценарного графа (а); после коррекции с учетом поправочного коэффициента (б)

результаты моделирования которой отражены в таблице и на рис. 2.

Сопоставление гистограмм, приведенных на рис. 3 и рис. 6, б свидетельствует о полном качественном соответствии сформированных с помощью предлагаемой методики оценок с реальными данными, полученными при моделировании.

Заключение

Обоснованный выбор численного состава МАРС является крайне важной и актуальной задачей, имеющей целый ряд возможных постановок. Решение, обсуждаемое в данной статье, априорно предполагает наличие сетевой связи между роботами в любой точке рабочей зоны и связано с формированием оценок необходимой численности многоагентной группировки на основе анализа поставленной задачи с учетом установленного сценария ее решения.

Перспективы продолжения начатых исследований сопряжены с рассмотрением принципиально иных ситуаций, когда состав многоагентной группировки будет определяться не только исходя из требований выполнения прикладной задачи, но и из условий обеспечения надежных каналов связи при ограниченной дальности действия приемопередаточных устройств отдельных роботов.

Список литературы

1. Тарасов В. Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информатика. М.: Эдуториал УРСС, 2002. 352 с.
2. Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: Физматлит, 2009. 280 с.
3. Multi-robot systems, trends and development / Edited by Toshiyuki Yasuda, In Tech, 2011. 586 p.
4. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Крюченков Е. Н., Кучерский Р. В., Диане С. А. Мультиагентные робототехнические системы: примеры и перспективы применения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 2. С. 22–32.
5. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов И. П. Принципы построения и проблемы разработки мультиагентных робототехнических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 3. С. 11–16.
6. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Крюченков Е. Н., Кучерский Р. В., Худак Ю. И. Модели и алгоритмы планирования действий и распределения заданий в мультиагентных робототехнических системах // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 5. С. 44–50.

УДК 004.3, 004.942, 519.876.5

В. А. Мартынюк, канд. техн. наук, доц., martrk6@gmail.com,
В. А. Трудоношин, канд. техн. наук, доц., trudonoshin@mail.ru,
В. Г. Федорук, канд. техн. наук, доц., fedoruk.bmstu@mail.ru,
Е. В. Федорук, ст. преподаватель, evfedoruk@gmail.com,
МГТУ им. Н. Э. Баумана

Решение обратной задачи динамики в механике на примере трипода

Рассмотрена методика решения обратной задачи динамики в механике с помощью программных систем моделирования сложных технических объектов. Показаны математические основы ее решения, приведен тестовый пример, подтверждающий корректность методики.

Ключевые слова: САПР, моделирование, математическая модель, механические системы, динамика, обратная задача

V. A. Martunyk, V. A. Trudonoshin, V. G. Fedoruk, E. V. Fedoruk

Solving Backward Problem in Mechanical Dynamics by the Example of Tripod

The paper introduces new approach for solving backward problem in mechanical dynamics with assistance of program systems for simulation of complex technical objects. Mathematical backgrounds are described, test example (mechanical tripod) is produced. Numerical experiment confirms the correctness of the approach.

Keywords: CAE, modeling, mathematical model, mechanical systems, dynamics, backward problem

Введение

В данной статье под обратной задачей динамики в механике понимается следующая задача: дана зависимость координат некоторой точки механической системы от времени, необходимо найти силы (моменты сил), обеспечивающие перемещение этой точки по заданной траектории в заданном темпе. Для материальной точки эта задача решается элементарно — путем двукратного дифференцирования функции перемещения по времени для получения ускорения и умножения результата на массу, но если речь идет о двумерных и трехмерных механических устройствах решение задачи становится сложным и неоднозначным. Пример практического приложения — определение сил, необходимых для обеспечения необходимой траектории движения схвата робота-манипулятора.

Об одном варианте решения этой задачи с помощью систем моделирования динамических объектов идет речь в данной статье.

Математическая модель

В настоящее время в мире используется много программ многоаспектного моделирования динамических объектов, наиболее известными являются

AMESim [1], MathModelica [2], SimulationX [3], ПА9 [4], PRADIS [5] и др. По характеру реализованного в них математического обеспечения эти программы близки к комплексу ПА-9. Ни в одной из этих программ явным образом не заявлено о возможности решения обратной задачи динамики, кроме того, необходима методика решения, изложенная ниже.

Математическая модель сложной системы представляет собой совокупность компонентных и топологических уравнений. Топологическими уравнениями для механической системы могут служить уравнения принципа Даламбера ("сумма всех сил, действующих на любое тело, равна нулю"). Компонентные уравнения описывают поведение отдельных элементов системы. Простейшие компонентные уравнения имеют вид: для трения $F = kV$; для массы $F = m \frac{dV}{dt}$; для пружины $V = \frac{1}{c} \frac{dF}{dt}$, где F — сила, V — скорость, t — время, k — коэффициент трения, m — масса, c — жесткость пружины. С учетом того, что в качестве метода численного интегрирования используется неявный метод Эйлера, дискретизованные компонентные уравнения реактивных ветвей (массы и пружины) примут вид: массы

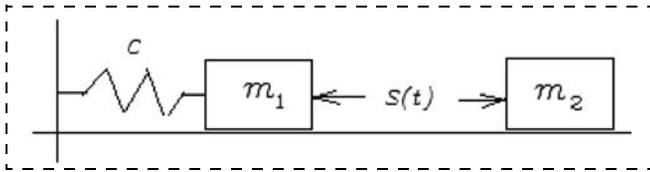


Рис. 1. Механическая система

$F = \frac{m}{\Delta t} (V - V^{n-1})$; пружины $F = F^{n-1} + c\Delta t V$, где Δt — шаг численного интегрирования, V и F — значения фазовых переменных на текущем шаге численного интегрирования, V^{n-1} и F^{n-1} — значения фазовых переменных на предыдущем шаге. Компонентные уравнения приводятся к виду $F = F(V)$ для того, чтобы их можно было использовать в уравнениях принципа Даламбера.

Рассмотрим возможность задания перемещения на примере одномерной задачи. Пусть есть две массы (m_1 и m_2), между которыми нужно обеспечить заданное расстояние $s(t)$ (t — время), одна из масс соединена с неподвижной системой с помощью пружины C (рис. 1).

Эквивалентная схема [6] этой механической системы показана на рис. 2.

Здесь m_1, m_2 — массы; k_1, k_2 — трения масс m_1, m_2 о неподвижную систему отсчета, c — пружина, $s(t)$ — источник перемещения; V_1, V_2 — скорости масс m_1, m_2 (потенциалы узлов); два интегратора из зависимых источников тока I_1 и I_2 и единичных емкостей C_1 и C_2 необходимы для получения перемещений X_1 и X_2 из скоростей V_1 и V_2 . Интегратор получается согласно компонентному уравнению емкости:

$$I_c = \frac{dV_c}{dt} \text{ или } V_c = V_{c0} + \int I_c dt,$$

если I_c численно равен скорости V , то напряжение на емкости будет численно равно перемещению X .

Получим математическую модель объекта для систем моделирования, в которых реализован узловой модифицированный метод формирования математической модели [3]. Базис (вектор неизвестных) этого метода составляют узловые потенциалы (для механики — скорости) и токи идеальных источников ЭДС (для механики — силы идеальных источников скорости). Будем считать, что силы (токи) в пассивных элементах направлены к базовому узлу, для активных — направления указаны стрелочками.

Тогда, с учетом того, что для интегрирования системы дифференциальных уравнений используется неявный метод Эйлера, имеем:

$$F_c^{n-1} + c\Delta t V_1 + m_1(V_1 - V_1^{n-1})/\Delta t + k_1 V_1 + F_{s(t)} = 0 - \text{уравнение движения } m_1;$$

$$m_2(V_2 - V_2^{n-1})/\Delta t + k_2 V_2 - F_{s(t)} = 0 - \text{уравнение движения } m_2;$$

$$c_1(X_1 - X_1^{n-1})/\Delta t - V_1 = 0 - \text{уравнение равновесия для узла } X_1;$$

$$c_2(X_2 - X_2^{n-1})/\Delta t - V_2 = 0 - \text{уравнение равновесия для узла } X_2;$$

$$x_1 - x_2 - s(t) = 0 - \text{уравнение источника перемещений.}$$

Получили замкнутую систему алгебраических уравнений для одного шага численного интегрирования с неизвестными $V_1, V_2, X_1, X_2, F_{s(t)}$.

Непривычным здесь с точки зрения построения эквивалентных схем является включение источника перемещений между узлами с потенциалами, численно равными скоростям, но, тем не менее, сам источник служит для передачи усилия, а его компонентное уравнение может включать в себя любые переменные базиса.

Для программных комплексов, в базис которых включены перемещения, интеграторы не нужны. Так, для расширенного узлового метода для механических систем [7], базис которого составляют ускорения, перемещения, скорости всех узлов и силы идеальных источников скорости, математическая модель для одного шага интегрирования Эйлера будет выглядеть следующим образом:

- формулы вычисления ускорений:

$$a_1 - \frac{V_1 - V_1^{n-1}}{\Delta t} = 0,$$

$$a_2 - \frac{V_2 - V_2^{n-1}}{\Delta t} = 0;$$

- формулы вычисления перемещений:

$$X_1 - (X_1^{n-1} + V_1 \Delta t) = 0,$$

$$X_2 - (X_2^{n-1} + V_2 \Delta t) = 0;$$

- уравнения движения m_1 и m_2 :

$$cX_1 + m_1 a_1 + k_1 V_1 + F_{s(t)} = 0,$$

$$m_2 a_2 + k_2 V_2 - F_{s(t)} = 0;$$

- уравнение источника перемещений:

$$X_1 - X_2 - s(t) = 0,$$

т. е. имеем замкнутую систему уравнений относительно переменных $a_1, a_2, X_1, X_2, V_1, V_2, F_{s(t)}$.

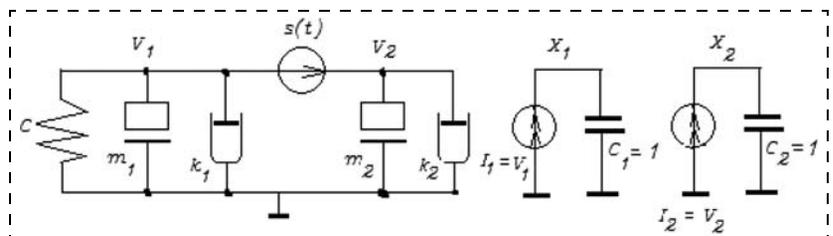


Рис. 2. Эквивалентная схема механической системы

После решения вышеуказанных систем уравнений будем иметь в том числе и значение усилия $F_{s(t)}$ для текущего шага интегрирования.

Вычислительный эксперимент

Для проверки работоспособности данного подхода к решению обратной задачи динамики механизмов был выполнен численный эксперимент с помощью программного комплекса ПА8, разработанного на кафедре САПР МГТУ им. Н. Э. Баумана. В качестве объекта исследования выступал трипод, представленный на рис. 3.

Здесь A, B, C и D — штанги, состоящие каждая из двух цилиндрических тел, объединенных скользящей связью без возможности относительного вращения. Большой ("левый") цилиндр штанг A, B и C имеет массу $0,067$ кг и центральные моменты инерции — $1,81 \cdot 10^{-6}$, $171 \cdot 10^{-6}$, $171 \cdot 10^{-6}$ кг \cdot м², соответственно. Меньший ("правый") цилиндр штанг A, B и C имеет массу $0,093$ кг и центральные моменты инерции $1,25 \cdot 10^{-6}$, $253,7 \cdot 10^{-6}$, $253,7 \cdot 10^{-6}$ кг \cdot м², соответственно. Относительному перемещению цилиндров в этих штангах препятствует вязкое трение с коэффициентом $0,02$ м \cdot Н/с. Левые концы штанг A, B и C связаны с неподвижным основанием в плоскости yOz идеальными карданными шарнирами по дуге окружности с радиусом $0,151$ м (угол смещения 120°) так, что неподвижная ось карданов ориентирована по касательной к окружности. Пра-

вые концы штанг A, B и C связаны с подвижной платформой идеальными сферическими шарнирами [8] по дуге окружности радиусом $0,95$ м.

Подвижная платформа имеет массу $4,9$ кг и центральные моменты инерции $0,087817$, $0,044385$ и $0,044385$ кг \cdot м². Ее плоскость параллельна плоскости yOz , а центр масс отстоит от основания на расстояние $0,1922$ м. С подвижной платформой связана маркерная точка M , расположенная на $0,17$ м правее по оси x . Центральная штанга D ориентирована вдоль оси x и левым своим концом закреплена на неподвижном основании. Правый конец этой штанги связан с подвижной платформой карданным шарниром, оси которого параллельны осям y и z . Подвижная часть штанги D обладает массой $0,073$ кг и центральными моментами инерции $0,771 \cdot 10^{-6}$, $129 \cdot 10^{-6}$ и $129 \cdot 10^{-6}$ кг \cdot м². Веса всех элементов трипода не учитывались (хотя сделать это труда не составляет).

Численный эксперимент выполнялся в четыре этапа. На первом этапе моделировалось поведение динамической системы при принудительном удлинении штанг A, B и C по колоколообразному закону в течение 30 с модельного времени (рис. 4).

В ходе моделирования в специальном файле фиксировались в табличном виде зависимости координат маркерной точки от модельного времени. Графики этих зависимостей приведены на рис. 5. Суммарная работа, выполненная источниками перемещений в штангах A, B и C , составила $0,467$ Дж.

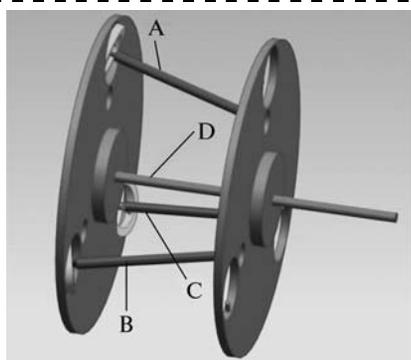


Рис. 3. Трипод

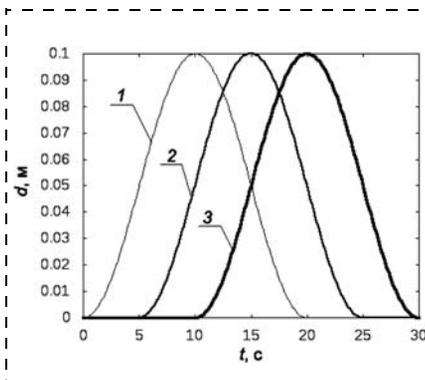


Рис. 4. Колоколообразные удлинения штанг A (1), B (2) и C (3)

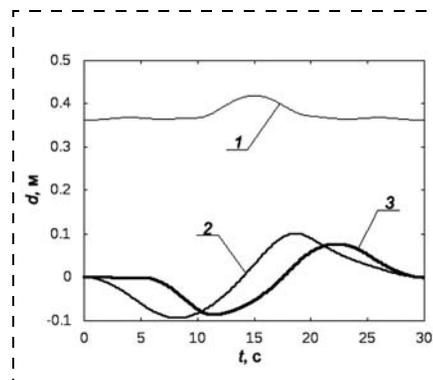


Рис. 5. Координаты маркерной точки x (1), y (2), z (3)

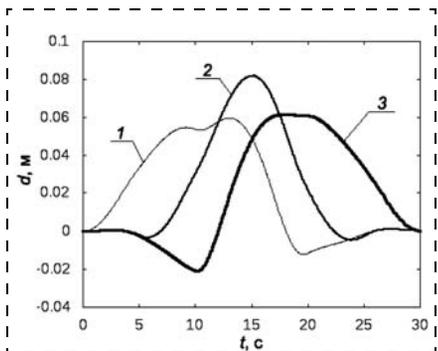


Рис. 6. Удлинения штанг A (1), B (2) и C (3)

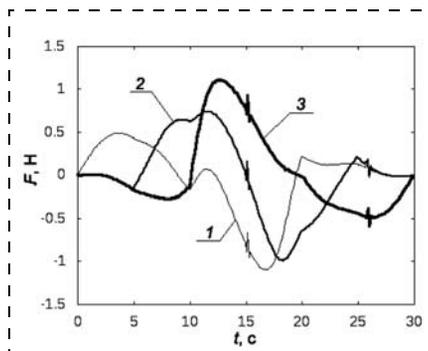


Рис. 7. Зависимости сил, обеспечивающих удлинения штанг A (1), B (2) и C (3)

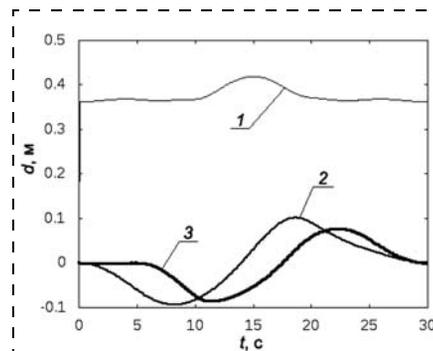


Рис. 8. Координаты маркерной точки (поверочный расчет) x (1), y (2), z (3)

На втором этапе выполнялся динамический анализ уже при принудительном движении маркерной точки по полученному ранее закону. При этом фиксировались в соответствующих файлах зависимости удлинений штанг A , B и C от модельного времени. Графики этих зависимостей представлены на рис. 6. Обращает внимание тот факт, что данные зависимости не совпадают с исходными (см. рис. 4).

На третьем этапе моделировалось поведение динамической системы при принудительном удлинении штанг A , B и C согласно законам рис. 6. Замерялись значения сил, обеспечивающих необходимые удлинения. Графики зависимости этих сил от модельного времени представлены на рис. 7. Эти зависимости и являются решением обратной задачи динамики, сформулированной на втором этапе вычислительного эксперимента. Суммарная работа, выполненная источниками перемещений в штангах A , B и C , составила 0,298 Дж, что существенно меньше работы на первом этапе.

Четвертый этап использовался для проверки полученного решения. Здесь удлинения штанг A , B и C обеспечивались усилиями, полученными на предыдущем этапе (см. рис. 7). Фиксировались зависимости координат маркерной точки от времени. Графики этих зависимостей представлены на рис. 8.

Заключение

Проведенный вычислительный эксперимент показал, что решение обратной задачи динамики возможно путем двухкратного обращения к математической модели объекта (второй и третий этапы, см. выше). Продемонстрирована работоспособность предлагаемого подхода, однако для оценки его практической значимости необходима апробация на реальных механических системах. Кроме того,

необходимо отметить важную особенность подхода: все воздействия на механический объект в виде перемещений должны быть дважды дифференцируемы. По этой причине, например, все генераторы перемещений, участвующие в модели объекта на первых трех этапах, используют кубическую интерполяцию данных из файлов.

Двумя важными направлениями в исследовании предлагаемого метода являются следующие. Во-первых, необходимо выяснить, являются ли перемещения в исполнительных элементах, полученные на втором этапе, "наилучшими" с точки зрения энергетических затрат. И, во-вторых, требуется предложить способ корректного моделирования упругости элементов механических систем на том же втором этапе.

Список литературы

1. **The integrated** platform for multi-domain system simulation. URL: <http://www.lmsintl.com/LMS-Imagine-Lab-AMESin> (дата обращения 05.07.2013).
2. **A New Era of Integrated Design Optimization**. URL: <http://www.wolfram.com/system-modeler> (дата обращения 05.07.2013).
3. **Multi-domain System Simulation and Modeling**. URL: <http://www.itisim.com/simulationx/system-simulation> (дата обращения 05.07.2013).
4. **Применение** комплекса ПА9 для проектирования объектов машиностроения. URL: <http://www.cdl.bmstu.ru/Press/Press.html> (дата обращения 05.07.2013).
5. **PRADIS** — программный комплекс для анализа динамики систем различной физической природы. URL: <http://www.laduga.ru/pradis/pradis.shtml> (дата обращения 05.07.2013).
6. **Трудоношин В. А., Пивоварова Н. В.** Математические модели технических объектов // САПР: учеб. пособие в 9 кн. / Под ред. И. П. Норенкова. Кн. 4. М.: Высшая школа, 1986. 160 с.
7. **Норенков И. П., Трудоношин В. А., Федорук В. Г.** Метод формирования математических моделей для адаптируемых программных комплексов анализа радиоэлектронных схем // Радиотехника. 1986. № 9. С. 67—72.
8. **Трудоношин В. А., Федорук В. Г.** Сравнение математических моделей шарнирного соединения // Информационные технологии. 2012. № 8. С. 20—23.

УДК 681.51

С. Л. Зенкевич, д-р физ.-мат. наук, проф., zenkev@bmstu.ru,

Н. К. Галустян, аспирант, nakergalustyan@gmail.com

Научно-учебный центр "Робототехника" МГТУ им. Н. Э. Баумана

Разработка математической модели и синтез алгоритма угловой стабилизации движения квадрокоптера

Обсуждается задача угловой стабилизации квадрокоптера — беспилотного летательного аппарата, выполненного по вертолетной схеме с четырьмя пропеллерами. Рассмотрено решение этой задачи, включающее в себя следующие этапы: разработка и верификация математической модели движения квадрокоптера, линеаризация математической модели, синтез алгоритма угловой стабилизации квадрокоптера методом аналитического конструирования оптимального регулятора. Приведены результаты моделирования с применением разработанного алгоритма угловой стабилизации.

Ключевые слова: квадрокоптер, математическая модель, угловая стабилизация

Angle Stabilization and Flight Modeling of a Quadcopter

This article presents the design of angle stabilization system for a quadcopter (quadrotor helicopter), which includes the following stages: the design and verification of mathematical model of a quadcopter; the linearization of mathematical model; the design of a linear quadratic regulator for stabilization under arbitrary angles. Flight tests in MATLAB and "Universal Mechanism" are presented and suggest that Angle Stabilization System works properly.

Keywords: quadcopter, mathematical model, angle stabilization system

Введение

В настоящее время беспилотные летательные аппараты (БПЛА) составляют каждую часть научных исследований в различных областях. Заменяя пилотируемые транспортные средства, БПЛА имеют преимущество в сложных и опасных средах. Их надежность в тяжелых для человека условиях намного выше.

Мультикоптеры, в частности квадрокоптеры, являются одним из видов микроБПЛА и могут выполнять следующие задачи: инспекция в зонах пожаров, бедствий и разрушений; поисковые и спасательные операции; мониторинг воздушного пространства; построение карт окружающей среды и др.

Особенный интерес к квадрокоптерам объясняется его способностью зависать в пространстве, осуществлять вертикальный взлет и посадку, высокой маневренностью в закрытых помещениях, простотой конструкции и технического обслуживания, а также дешевизной в сравнении с аналогами.

Квадрокоптеры получили широкое распространение в начале 2000-х годов, и с тех пор все чаще появляются новые работы, посвященные исследованиям данной летательной платформы. Например, в работах [1–5] рассматриваются математические модели (ММ) движения, задачи стабилизации, управления и навигации квадрокоптера. При исследовании динамики полета квадрокоптера в работах [2, 3] в целях упрощения вывода ММ игнорируются некоторые аэродинамические эффекты (аэродинамика корпуса летающей платформы, эффект "биения лопасти" и др.), тогда как в работе [4] показано, что эти допущения оправданы на малых скоростях, например при зависании, однако уже на средних скоростях влияние аэродинамических эффектов значительно. Касательно управления ориентацией и высотой полета квадрокоптера анализ литературы показал, что, как правило, используются следующие типы регуляторов: линейно-квадратичный регулятор (АКОР) [2, 3], ПД регулятор, ПИД регулятор, нечеткий регулятор [5], нейросетевой адаптивный регулятор. В статье [10] решается задача синтеза управления для движения квадрокоптера по заданной траектории.

В данной работе последовательно решены следующие задачи: разработка и верификация ММ; линейризация ММ в окрестности программной траектории; синтез алгоритма угловой стабилизации движения квадрокоптера методом АКОР; проверка работоспособности алгоритма угловой стабилизации с помощью компьютерного моделирования в средах "MATLAB" и "Universal Mechanism".

Математическая модель движения квадрокоптера

Особенности движения квадрокоптера. Квадрокоптер выполнен в виде креста с равными сторонами, расположенными перпендикулярно друг другу, на концах которых установлены пары пропеллер—привод. Все пропеллеры имеют фиксированную ось. Подъемная сила, возникающая в результате вращения пропеллера, перпендикулярна к платформе квадрокоптера.

При вращении пропеллера возникает момент, вращающий квадрокоптер вокруг собственной оси. Если вращать пропеллеры попарно в противоположные стороны с одинаковыми угловыми скоростями, то и момент, действующий на квадрокоптер и возникающий в результате вращения пары пропеллеров по часовой стрелке, будет компенсироваться моментом, вызванным вращением другой пары пропеллеров против часовой стрелки.

Вертикальный полет квадрокоптера осуществляется за счет вертикальных составляющих подъемных сил, которые суммарно преодолевают силу тяжести.

Горизонтальный полет осуществляется за счет горизонтальных составляющих подъемных сил, возникающих при наклоне квадрокоптера. Наклонить квадрокоптер можно с помощью регулирования скоростей вращения пропеллеров, создавая опрокидывающий момент относительно осей x или y (рис. 1, а, б).

На рис. 1, в, г приведены схемы регулирования скоростей вращения пропеллеров для вращения квадрокоптера вокруг собственной оси.

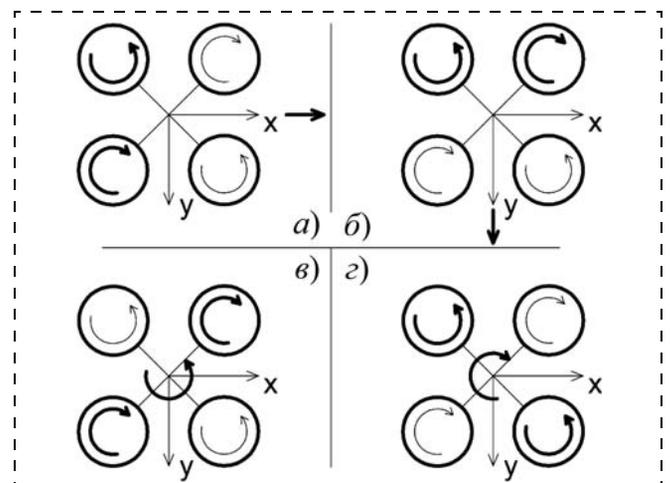


Рис. 1. Принцип полета квадрокоптера

Для управления необходимо получать данные о состоянии квадрокоптера (углы, угловые скорости, местоположение и др.). Обратные связи обеспечиваются с помощью датчиков. Чаще всего используются гироскопы и акселерометры. Для навигации также могут применяться GPS-датчики, сканатор, компас и другие датчики.

Рассматриваются две системы координат (рис. 2): подвижная система координат (ПСК), жестко связанная с квадрокоптером, и неподвижная (инерциальная) система координат (НСК). Начало координат ПСК находится в центре масс квадрокоптера, оси X_b и Y_b направлены по стойкам платформы, а ось Z_b , следовательно, перпендикулярна к платформе.

При выводе математической модели движения квадрокоптера были приняты следующие допущения:

1. Корпус квадрокоптера — твердое тело.
2. Платформа квадрокоптера — симметричная.
3. Зависимости между подаваемыми напряжениями на приводы, вращающими пропеллеры, и подъемными силами определены экспериментальным методом и имеют линейный характер [3].
4. Сила сопротивления воздуха и гироскопический момент, действующие на квадрокоптер, не учитываются при выводе уравнений движения.

Платформа квадрокоптера как твердое тело имеет шесть степеней свободы, поэтому в качестве компонент вектора состояния будем использовать 12 параметров:

- (φ, θ, ψ) — углы вращения вокруг осей ПСК;
- (p, q, r) — проекции вектора угловой скорости на оси ПСК;
- (x, y, z) — координаты центра масс квадрокоптера в НСК;
- (u, v, w) — проекции вектора линейной скорости центра масс относительно НСК на оси ПСК.

Матрицу поворота \mathbf{R} между НСК и ПСК получим тремя элементарными поворотами:

- вокруг оси Z на угол ψ ;
- вокруг новой оси Y на угол θ ;
- вокруг новой оси X на угол φ .

Переход из ПСК в НСК осуществляется следующим образом [6]:

$$\begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\varphi - c_\varphi s_\psi & s_\varphi s_\psi + c_\varphi c_\psi s_\theta & x \\ c_\theta s_\psi & c_\varphi c_\psi + s_\varphi s_\psi s_\theta & c_\varphi s_\psi s_\theta - c_\psi s_\varphi & y \\ -s_\theta & c_\theta s_\varphi & c_\varphi c_\theta & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \\ 1 \end{pmatrix},$$

где для компактности выражения использовалось следующее обозначение: $\sin \alpha = s_\alpha$, $\cos \alpha = c_\alpha$.

Нелинейная модель движения квадрокоптера. Используя законы механики [7], выведем уравнения движения квадрокоптера.

Производные координат центра масс (\dot{x} , \dot{y} , \dot{z}) можно записать следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{X_e} \\ V_{Y_e} \\ V_{Z_e} \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

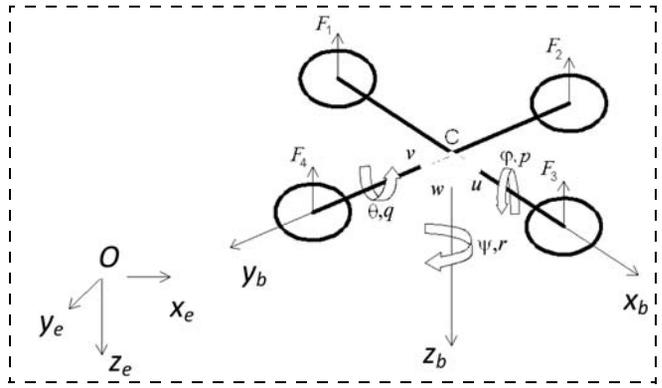


Рис. 2. Квадрокоптер в режиме зависания

или

$$\begin{cases} \dot{x} = (c_\theta c_\psi)u + (s_\varphi s_\theta c_\psi - c_\varphi s_\psi)v + (s_\varphi s_\theta c_\psi + s_\varphi s_\psi)w; \\ \dot{y} = (c_\theta s_\psi)u + (s_\varphi s_\theta s_\psi + c_\varphi c_\psi)v + (c_\varphi s_\theta s_\psi - s_\varphi c_\psi)w; \\ \dot{z} = (-s_\theta)u + (c_\theta s_\varphi)v + (c_\varphi c_\theta)w. \end{cases} \quad (1)$$

Производные углов ($\dot{\varphi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$) можно найти из следующего соотношения:

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{\Omega}(\omega)\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{Z_e} & \omega_{Y_e} \\ \omega_{Z_e} & 0 & -\omega_{X_e} \\ -\omega_{Y_e} & \omega_{X_e} & 0 \end{pmatrix} \mathbf{R},$$

где (ω_{X_e} , ω_{Y_e} , ω_{Z_e}) — проекции вектора угловой скорости на оси НСК. Получаем (при условии $c_\theta \neq 0$)

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = p + (s_\varphi \operatorname{tg} \theta)q + (c_\varphi \operatorname{tg} \theta)r; \\ \dot{\theta} = (c_\varphi)q + (-s_\varphi)r; \\ \dot{\psi} = (s_\varphi/c_\theta)q + (c_\varphi/c_\theta)r. \end{cases} \quad (2)$$

Производные проекций вектора линейной скорости центра масс на оси ПСК (\dot{u} , \dot{v} , \dot{w}) можно найти, используя второй закон Ньютона и формулу Бура:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}; \quad \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\tilde{d}\mathbf{V}}{dt} + \omega \times \mathbf{V},$$

где $\frac{\tilde{d}\mathbf{V}}{dt}$ — локальная производная \mathbf{V} в ПСК.

Имеем:

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{1}{m} F_x + (-s_\theta)g - (qw - rV); \\ \dot{v} = \frac{1}{m} F_y + (c_\theta s_\varphi)g - (ru - pw); \\ \dot{w} = \frac{1}{m} F_z + (c_\theta c_\varphi)g - (pv - qu), \end{cases} \quad (3)$$

где (F_x , F_y , F_z) — проекции главного вектора системы подъемных сил, действующего в центре масс квадрокоптера, на оси ПСК:

$$F_x = 0; \quad F_y = 0; \quad F_z = -(F_1 + F_2 + F_3 + F_4),$$

где (F_1 , F_2 , F_3 , F_4) — подъемные силы, вызванные вращением пропеллеров. Подъемные силы согласно (3) линейно зависят от напряжений (u_1 , u_2 , u_3 , u_4),

подаваемых на приводы, следовательно, имеют следующий вид:

$$F_i = a_i + g_i u_i, \quad i = \overline{1,4}, \quad (4)$$

где a_i, g_i — константы.

Производные проекций вектора угловой скорости на оси ПСК ($\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$) можно найти, используя закон изменения кинетического момента для центра масс и формулу Бура:

$$\frac{d\mathbf{K}_c}{dt} = \mathbf{L}; \quad \frac{d\mathbf{K}_c}{dt} = \frac{\tilde{d}\mathbf{K}_c}{dt} + \omega \times \mathbf{K}_c,$$

где \mathbf{K}_c — кинетический момент для центра масс;

$\frac{\tilde{d}\mathbf{K}_c}{dt}$ — локальная производная \mathbf{K}_c в ПСК; \mathbf{L} — главный момент системы подъемных сил относительно центра масс. С учетом (2), что матрица инерции — диагональная, получаем

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{L_x}{I_{xx}} + \frac{qr}{I_{xx}} (I_{yy} - I_{zz}); \\ \dot{q} = \frac{L_y}{I_{yy}} + \frac{pr}{I_{yy}} (I_{zz} - I_{xx}); \\ \dot{r} = \frac{L_z}{I_{zz}}, \end{cases} \quad (5)$$

где (I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}) — осевые моменты инерции; (L_x, L_y, L_z) — проекции главного момента системы подъемных сил на оси ПСК:

$$\begin{cases} L_x = (F_2 - F_4) \frac{l}{2}; \\ L_y = (F_3 - F_1) \frac{l}{2}; \\ L_z = c(-F_1 + F_2 - F_3 + F_4), \end{cases}$$

где константа c находится экспериментальным методом и зависит от масс-инерционных характеристик квадрокоптера; $l/2$ — расстояние между центром масс квадрокоптера и осью вращения пропеллеров.

Системы (1)–(3), (5) представляют собой 12 уравнений, описывающих движение квадрокоптера.

Нетрудно видеть, что полученные уравнения движения позволяют независимо рассмотреть угловые движения, выбирая в качестве вектора состояния $\mathbf{x} = (\varphi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r)^T$.

Уравнения, определяющие угловые параметры, имеют вид

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = p + (s_\varphi \operatorname{tg} \theta) q + (c_\varphi \operatorname{tg} \theta) r; \\ \dot{\theta} = c_\varphi q + (-s_\varphi) r; \\ \dot{\psi} = (s_\varphi / c_\theta) q + (c_\varphi / c_\theta) r; \\ \dot{p} = \frac{(F_2(u_2) - F_4(u_4))l/2}{I_{xx}} + \frac{qr}{I_{xx}} (I_{yy} - I_{zz}); \\ \dot{q} = \frac{(F_3(u_3) - F_1(u_1))l/2}{I_{yy}} + \frac{pr}{I_{xx}} (I_{zz} - I_{xx}); \\ \dot{r} = \frac{c(-F_1(u_1) + F_2(u_2) - F_3(u_3) + F_4(u_4))}{I_{zz}}. \end{cases} \quad (6)$$

В векторной форме система уравнений (6) имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \quad (7)$$

Полученные уравнения представляют собой нелинейную систему шести дифференциальных уравнений относительно вектора состояния \mathbf{x} с вектором управления $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4)^T$.

Линейная модель движения квадрокоптера. Будем решать задачу угловой стабилизации квадрокоптера относительно заданного программного движения

$$\mathbf{x}^*(t) = (\varphi^* \ \theta^* \ \psi^* \ 0 \ 0 \ 0)^T; \quad \mathbf{u}^*(t) = (u_1^* \ u_2^* \ u_3^* \ u_4^*)^T,$$

где $\mathbf{x}^*(t)$ — программный (желаемый) вектор состояния; $\mathbf{u}^*(t)$ — вектор программных напряжений.

Программные напряжения находятся из следующих условий: главный момент системы подъемных сил равен нулю; вертикальная составляющая главного вектора равна силе тяжести и направлена в обратную сторону. Важно отметить, что $(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t))$ является решением (7). Заметим, что при этом мы не обеспечиваем постоянство декартовых координат объекта.

Линеаризованная в окрестности программного движения система будет иметь следующий вид:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{G} \Delta \mathbf{u}, \quad (8)$$

где $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^*$; $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \mathbf{u}^*$; $\mathbf{F} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_*$; $\mathbf{G} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_*$.

Учитывая (4) и (6), имеем:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & s_{\varphi^*} \operatorname{tg} \theta^* & c_{\varphi^*} \operatorname{tg} \theta^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{\varphi^*} & -s_{\varphi^*} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{s_{\varphi^*}}{c_{\theta^*}} & \frac{c_{\varphi^*}}{c_{\theta^*}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 & -g_4 \\ -g_1 & 0 & g_3 & 0 \\ -cg_{6,1} & cg_{6,2} & -cg_{6,3} & cg_{6,4} \end{pmatrix},$$

где $g_{6,1}, \dots, g_{6,4}$ — константы.

Таким образом, система уравнений (6) после линеаризации примет вид

$$\begin{cases} \Delta \dot{\varphi} = \Delta p + s_{\varphi^*} \operatorname{tg} \theta^* \Delta q + c_{\varphi^*} \operatorname{tg} \theta^* \Delta r; \\ \Delta \dot{\theta} = c_{\varphi^*} \Delta q - s_{\varphi^*} \Delta r; \\ \Delta \dot{\psi} = s_{\varphi^*} / c_{\theta^*} \Delta q + c_{\varphi^*} / c_{\theta^*} \Delta r; \\ \Delta \dot{p} = g_2 \Delta u_2 - g_4 \Delta u_4; \\ \Delta \dot{q} = -g_1 \Delta u_1 + g_3 \Delta u_3; \\ \Delta \dot{r} = c(-g_1 \Delta u_1 + g_2 \Delta u_2 - g_3 \Delta u_3 + g_4 \Delta u_4). \end{cases}$$

Отметим, что данная линейная система уравнений описывает движение лишь в предположении малых отклонений от заданного программного движения.

Синтез алгоритма угловой стабилизации движения квадрокоптера методом АКОР

Воспользуемся классическими методами теории оптимального управления [8, 9] и проведем синтез алгоритма угловой стабилизации квадрокоптера методом АКОР.

Квадратичный функционал для линейной системы уравнений (8) имеет вид

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\Delta \mathbf{x} + \mathbf{G}\Delta \mathbf{u}; \quad \mathfrak{J} = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\Delta \mathbf{x}^T \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}) dt,$$

где \mathbf{A} и \mathbf{B} — матрицы, подбираемые экспериментально.

Управление \mathbf{u} , обеспечивающее стабилизацию квадрокоптера относительно постоянных параметров \mathbf{x}^* и минимизирующее значение квадратичного критерия качества, имеет вид

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^* - \mathbf{K}\Delta \mathbf{x}; \quad (9)$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1^* - (k_{11}\Delta\phi + k_{12}\Delta\theta + \dots + k_{16}\Delta r) \\ u_2^* - (k_{21}\Delta\phi + k_{22}\Delta\theta + \dots + k_{26}\Delta r) \\ u_3^* - (k_{31}\Delta\phi + k_{32}\Delta\theta + \dots + k_{36}\Delta r) \\ u_4^* - (k_{41}\Delta\phi + k_{42}\Delta\theta + \dots + k_{46}\Delta r) \end{pmatrix},$$

где матрица коэффициентов обратной связи \mathbf{K} имеет размерность 4×6 и находится следующим образом:

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{S},$$

\mathbf{S} — матрица размерности 6×6 является решением уравнения Рикатти

$$\dot{\mathbf{S}} = -\mathbf{S}\mathbf{F} - \mathbf{F}^T \mathbf{S} + \mathbf{S}\mathbf{G}\mathbf{B}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{S} - \mathbf{A}.$$

Структурная схема алгоритма угловой стабилизации показана на рис. 3.

Теперь рассчитаем матрицу обратных связей \mathbf{K} для двух разных программных траекторий.

1. Программная траектория "зависание в воздухе". Параметры вектора состояния и вектора управления следующие:

$$\mathbf{x}^* = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T; \quad \mathbf{u}^* = (3,989 \ 3,980 \ 3,975 \ 3,960)^T.$$

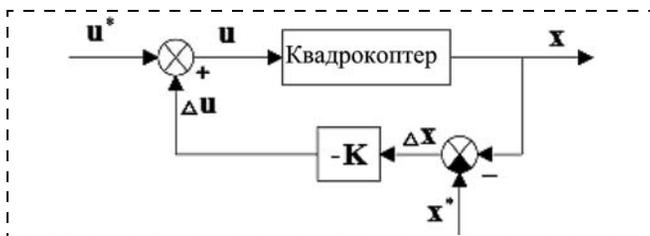


Рис. 3. Структурная схема системы угловой стабилизации

Для вычисления матрицы обратных связей линейного квадратичного регулятора был использован "Control System Toolbox" в программе "MATLAB". Для данной программной траектории матрица обратных связей будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{pmatrix} 0 & -4,987 & -0,501 & 0 & -0,708 & -0,237 \\ 4,987 & 0 & 0,501 & 0,708 & 0 & 0,237 \\ 0 & 5,013 & -0,499 & 0 & 0,711 & -0,235 \\ -5,013 & 0 & 0,499 & -0,711 & 0 & 0,235 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

2. Программная траектория (ненулевые программные углы):

$$\mathbf{x}^* = (0,1 \ 0,1 \ 0,1 \ 0 \ 0 \ 0)^T; \\ \mathbf{u}^* = (3,989 \ 3,980 \ 3,975 \ 3,960)^T.$$

Матрица обратных связей в данном случае будет иметь вид

$$\mathbf{K}_2 = \begin{pmatrix} -0,27 & -4,691 & -0,554 & -0,012 & -0,696 & -0,201 \\ 5,21 & -0,289 & 0,452 & 0,708 & -0,008 & 0,287 \\ -0,198 & 5,276 & -0,44 & -0,009 & 0,72 & -0,285 \\ -4,769 & -0,27 & 0,543 & -0,7 & -0,011 & 0,198 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Ясно, что для стабилизации относительно новых программных углов необходимо находить новую матрицу \mathbf{K} , что, безусловно, серьезным образом усложняет вычислительные процессы. Далее, однако, будем предполагать, что эта зависимость слабая, и примем в качестве коэффициентов усиления в обратных связях те, которые получены для стабилизации относительно нулевых программных углов и угловых скоростей.

Компьютерная апробация алгоритма угловой стабилизации

На первом этапе проводили верификацию полученной выше математической модели. Для этого в программных пакетах MATLAB и Universal Mechanism (UM) [11] были созданы модели движения квадрокоптера. Все масс-инерционные характеристики (масса, размеры, осевые моменты инерции) и функции зависимости подъемных сил от напряжений для моделирования были взяты на основе реального квадрокоптера. В пакете MATLAB модель движения построена на основе 12 уравнений движения квадрокоптера, тогда как UM сам строит модель объекта. Результаты проведенной серии моделирования режимов движения квадрокоптера в обеих программах были идентичными, что косвенно подтверждало правильность ММ.

Следующим этапом было подключение MATLAB, где была построена модель блока управления напряжениями, к UM, где проводилось моделирование движения квадрокоптера (рис. 4).

Рассмотрим теперь результаты моделирования движения квадрокоптера и работоспособность алгоритма угловой стабилизации:

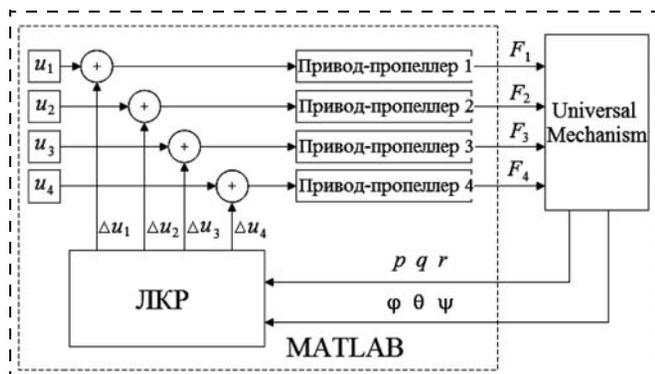


Рис. 4. Упрощенная схема подключения "MATLAB" и "UM"

1) стабилизация относительно нулевых углов — программная траектория

$$\mathbf{x}^* = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T; \quad \mathbf{u}^* = (3,989 \ 3,980 \ 3,975 \ 3,960)^T;$$

2) стабилизация относительно ненулевых углов — программная траектория

$$\mathbf{x}^* = (0,1 \ 0,1 \ 0,1 \ 0 \ 0 \ 0)^T;$$

$$\mathbf{u}^* = (3,989 \ 3,980 \ 3,975 \ 3,960)^T.$$

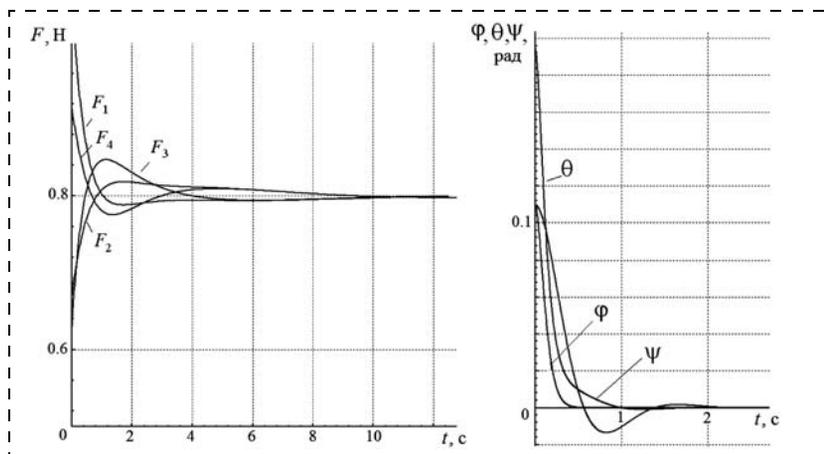


Рис. 5. График изменения подъемных сил и углов от времени (стабилизация относительно нулевых углов) в программном пакете UM

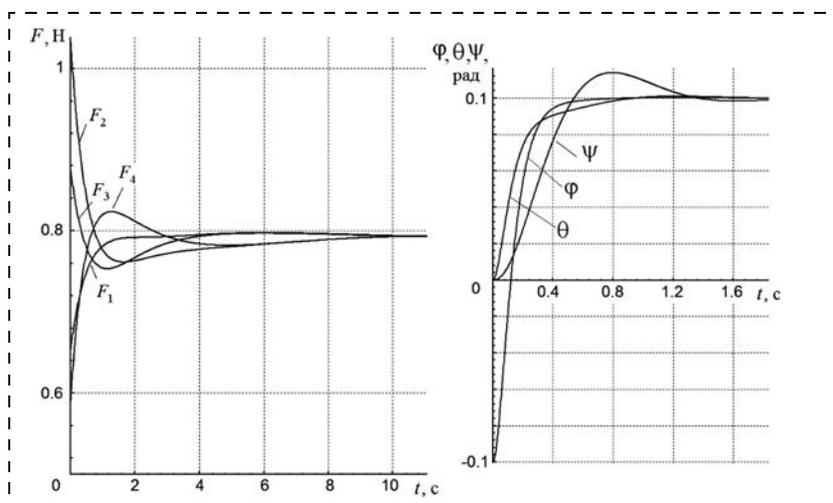


Рис. 6. График изменения подъемных сил и углов от времени (стабилизация относительно ненулевых углов) в программном пакете UM

Управление осуществляется в соответствии с формулой (9). Упрощенная схема управления приведена на рис. 4. Матрицы обратных связей \mathbf{K}_1 и \mathbf{K}_2 для обеих программных траекторий найдены выше (формулы (10) и (11) соответственно).

На рис. 5 и 6 приведены результаты моделирования: изменения подъемных сил и углов от времени при начальных отклонениях. Длительность переходных процессов составила около 2 с.

Результаты моделирования подтверждают работоспособность регулятора угловой стабилизации.

Заключение

В работе получена ММ движения квадрокоптера, проведена ее линеаризация в окрестности программной траектории. Решена задача угловой стабилизации относительно произвольных углов. С помощью компьютерного моделирования проверены правильность ММ и работоспособность регулятора угловой стабилизации.

В дальнейшем планируется разработать метод управления движением квадрокоптера вдоль заданной траектории.

Список литературы

1. Cutler M., How J. P. Actuator Constrained Trajectory Generation and Control for Variable-Pitch Quadrotors // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference (CNC), Minneapolis, Minnesota, August 2012.
2. Thorhallur T. B., Dagur Gretarsson. Construction of a Four Rotor Helicopter Control System // S. M. Thesis, Technical University of Denmark, February 2009.
3. Arda Ozgur Kivrak. Design of Control Systems for a Quadrotor flight vehicle equipped with inertial sensors // S. M. Thesis, Atılım University, December 2006.
4. Hoffman G. M., Huang H., Waslander S. L., Tomlin C. J. Quadcopter Helicopter Flight Dynamics and Control: Theory and Experiment // AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, August 2007, Hilton Head, South Carolina.
5. Hong S. K. Fuzzy logic based closed-loop strap down attitude system for unmanned aerial vehicle (UAV) // Department of Aerospace Engineering, Sejong University, 2005.
6. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами. М.: Изд-во МГТУ, 2004.
7. Голубев Ю. Ф. Основы теоретической механики. 2-е изд. М.: Изд-во МГУ, 2000.
8. Иванов В. А., Медведев В. С. Математические основы теории оптимального и логического управления. М.: Изд-во МГТУ, 2011.
9. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. 4-е изд. СПб.: Профессия, 2007.
10. Белоконь С. А., Золотухин Ю. Н., Мальцев А. С., Нестеров А. А., Филиппов М. Н. Управление параметрами полета квадрокоптера при движении по заданной траектории // Автометрия. 2012. № 5. С. 32—41.
11. Universal Mechanism — the software for modeling of dynamics. URL: <http://www.universalmechanism.com>

В. В. Путов, д-р техн. наук, проф., декан, зав. кафедрой, vputov@mail.ru, **А. В. Путов**, канд. техн. наук, доц., Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ",

Б. Р. Андриевский, д-р техн. наук, проф.,
Институт проблем машиноведения РАН

Управление торможением транспортных колес с электромеханическими двигателями

Предлагается математическая модель, описывающая динамическое поведение тормозящего транспортного колеса с пневматической шиной и электромеханическим двигателем, одновременно учитывающая упругие свойства механической трансмиссии и шины с падающей характеристикой сухого трения (эффект Штрибека). Строятся прямая, непрямая и комбинированная системы адаптивного управления тормозными режимами транспортного колеса с одновременным подавлением средстами управления влияния упругих деформаций трансмиссии. Приводятся некоторые результаты исследований и дается сравнительный анализ эффективности построенных адаптивных систем.

Ключевые слова: торможение транспортного колеса с электромеханическим двигателем; математическая модель, учитывающая упругие свойства пневматической шины и сухое трение с падающей характеристикой; прямая, непрямая и комбинированная адаптивные системы управления торможением; сравнительный анализ эффективности адаптивных систем.

V. V. Putov, A. V. Putov, B. R. Andrievsky

Control of Braking Vehicle Wheels with Electromechanical Propulsion

A mathematical model describing the dynamic behavior of the vehicle braking wheels with pneumatic tires and electro-mechanical propulsion, while taking into account the elastic properties of a manual transmission and tires with falling characteristic of dry friction (Stribeck effect). Built direct, indirect and combined adaptive control of the braking modes of transport wheels with simultaneous suppression controls the influence of elastic deformation of the transmission and some results of research, and provides a comparative analysis of the effectiveness of building adaptive systems.

Keywords: inhibition of the transport wheel with electro-propulsion; mathematical model that takes into account the elastic properties of the tire and dry friction with falling characteristic; direct, indirect and combined adaptive brake control system; a comparative analysis of the effectiveness of adaptive systems

Введение

История электрического транспорта насчитывает более полутора веков от времени создания первого электромобиля — громоздкой движущейся платформы с источником электроэнергии в виде ванны с электродами, погруженными в серную кислоту (1838 г.), однако только в настоящее время динамика развития гибридного и экологически чистого транспорта становится таковой, что его производство обещает стать доминирующим в развитии транспортной отрасли во всем мире уже в ближайшие десятилетия XXI века. Среди главных направлений научных и прикладных исследований, связанных с разработкой гибридного и экологически чистого электрического транспорта новых поколений, ведущихся во многих развитых странах, включая Россию, заметное место занимают направления, связанные с созданием новых схем энергоэффективных двигателей колесного (шинного и рельсового) транспорта, выполненных на базе электрических машин постоянного и переменного тока, а также электронных и компьютерных систем автоматизации и интеллектуализации режимов их работы, в том числе энергосберегающих и экстренных режимов торможения [1, 2].

С проблемами повышения эффективности торможения сталкиваются и разработчики автоматов торможения колес авиашасси пассажирских и транспортных воздушных судов гражданской авиации, так как самолеты при посадке тормозят коле-

сами [3]. Электромеханические устройства торможения измерительных колес разрабатываются также и для современных мобильных установок измерения коэффициента сцепления колес транспортных средств с аэродромными и дорожными покрытиями, позволяя формировать режимы торможения измерительных колес, приближающиеся к реальным режимам торможения транспортных колес, и способствуя, тем самым, повышению точности измерений [4].

В СПбГЭТУ на кафедре систем автоматического управления ведутся работы по созданию схем энергоэффективных двигателей, выполненных на базе бесколлекторных машин переменного тока: синхронных вентильных электрических машин с возбуждением на постоянных магнитах и асинхронных электрических машин с короткозамкнутым ротором. Для последних разрабатываются оригинальные схемы управляемых источников реактивной энергии, необходимых для поддержания генераторных (тормозных) режимов асинхронной машины с короткозамкнутым ротором в широком диапазоне изменения ее скорости. Кроме того, разрабатываются адаптивные аналитические, построенные на базе прямых и не прямых (идентификационных) беспысковых алгоритмов параметрической и сигнальной настройки, и интеллектуальные, построенные на базе нейросетевых и нейронечетких алгоритмов настройки, системы управления электромеханическими двигателями для подвижных объектов промышленного и специального назначения [5].

Обобщенная функциональная схема торможения транспортного колеса с электромеханическим двигателем

На рис. 1 показана обобщенная функциональная схема управляемого электромеханического устройства торможения, которое состоит из катящегося по покрытию транспортного колеса (ТК), нагруженного нормальной силой $F_{\text{норм}}$, ось которого движется с линейной скоростью $V_{\text{лин}}$, и двигателя, соединенного со ступицей ТК посредством редуктора (РЕД). Двигатель выполнен на базе бесколлекторной электрической машины переменного тока (синхронной с индуктором на постоянных магнитах или асинхронной с короткозамкнутым ротором и управляемым источником реактивной энергии), работающей в режиме тормозного генератора (ТГ).

Трехфазная обмотка статора электрической машины подключена через трехфазный выпрямитель (В) к блоку преобразования энергии торможения (БПЭТ) (аккумуляторной батарее, батарее конденсаторов (ионисторов) или нагрузочному сопротивлению $R_{\text{н}}$). В цепь выпрямленного тока торможения I_{T} включены датчик тока (ДТ) и управляемый электронный ключ (УЭК). Датчики угловых ско-

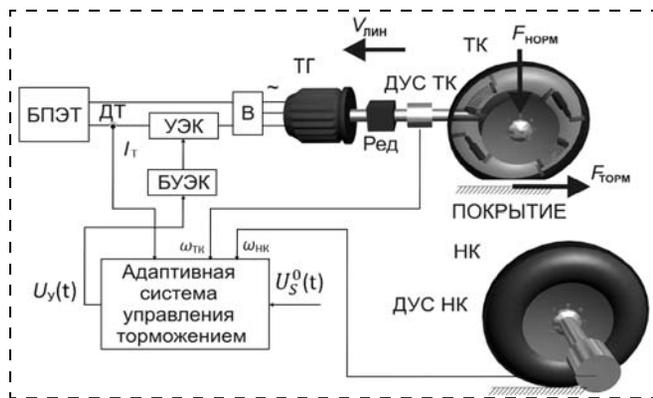


Рис. 1

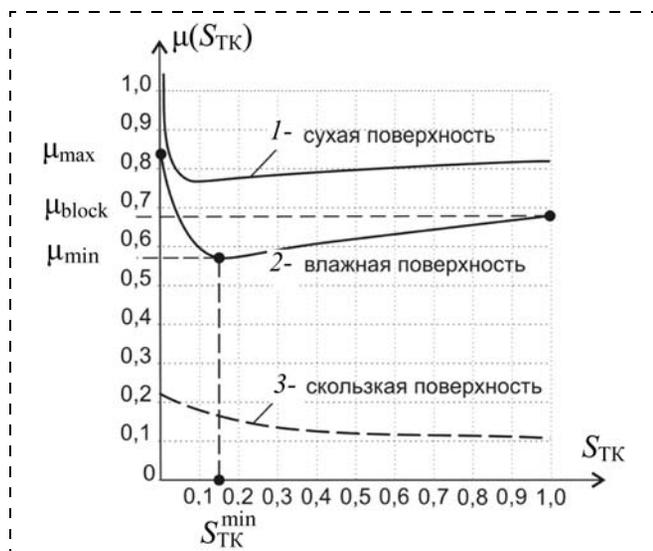


Рис. 2

ростей (ДУС НК и ДУС ТК) измеряют угловые скорости $\omega_{\text{НК}}$ и $\omega_{\text{ТК}}$ свободно катящегося несущего колеса (НК) и ТК соответственно. Выходы обоих датчиков угловых скоростей, датчика тока и сигнал программного управления $U_s^0(t)$ соединены со входами адаптивной системы управления торможением (скольжением), а ее выход, вырабатывающий сигнал управления $U_y(t)$, соединен с блоком управления электронным ключом (БУЭК), который управляет включением-выключением УЭК, осуществляя широтно-импульсную модуляцию выпрямленного тока I_{T} и, тем самым, управляя силой (моментом) торможения двигателя, приложенного к ступице ТК и пропорционального силе торможения $F_{\text{торм}}$, замедляющей движение транспортного средства.

Математическая модель динамики торможения транспортного колеса с электромеханическим двигателем, учитывающая особенности трения скольжения пневматической шины по покрытию

Для описания характеристики трения скольжения ТК с пневматической шиной, нагруженного нормально приложенной к его оси вращения силой $F_{\text{норм}}$, вводят понятия сухого, полусухого и жидкостного видов трения, формирующих совокупную нелинейную характеристику трения скольжения [6]. Скольжение тормозящего ТК по сухому гладкому покрытию носит неравномерный "срывной" характер, и колесо движется толчками, которые при определенных условиях приобретают периодический характер так называемых фрикционных автоколебаний [7]. Эффект "срывного" трения впервые был исследован и описан Штрибеком и назван его именем. В зоне контакта сжатых с некоторой постоянной силой сухих трущихся поверхностей при попытке их сдвига значение силы (момента) трения покоя сначала возрастает до некоторого максимального значения — силы (момента) страгивания, соответствующей моменту начала пробуксовки, а после начала движения сила (момент) трения резко падает до значения силы (момента) трения скольжения (кулоновой силы), пропорциональной силе (моменту) прижатия. Далее, благодаря действию жидкой смазки трущихся поверхностей с дальнейшим увеличением относительной скорости трущихся поверхностей сила (момент) трения подчиняется закону так называемого жидкостного, в частности вязкого, трения [7].

На рис. 2 показан типичный вид графиков зависимости коэффициента сцепления $\mu(S_{\text{ТК}})$ от скольжения $S_{\text{ТК}}$ ТК с жестким ободом (без учета упругости пневматической шины) по сухому, влажному и скользкому покрытиям при постоянной силе

$$^1 \text{Скольжение } S_{\text{ТК}} \text{ ТК вычисляется по формуле } S_{\text{ТК}} = \frac{\omega_{\text{ТК}}^{\text{св}} - \omega_{\text{ТК}}}{\omega_{\text{ТК}}^{\text{св}}}, \text{ где } \omega_{\text{ТК}}^{\text{св}} \text{ — угловая скорость свободно катящегося}$$

колеса, а $\omega_{\text{ТК}}$ — его действительная угловая скорость (при движении с проскальзыванием).

прижатия $F_{\text{норм}} = \text{const}$. Из рис. 2 (например, из кривой 2, характеризующей влажное покрытие) видно, как в зоне эффекта Штрибека коэффициент сцепления при возрастании силы торможения достигает своего максимума $\mu = \mu_{\text{max}}$ в начале страгивания ($S_{\text{ТК}} = 0 + 0$), затем резко падает до минимального значения μ_{min} , а далее может следовать горизонтальный участок (зона кулонова (полусухого) трения), после чего коэффициент сцепления начинает постепенно возрастать в соответствии с законом Рейнольдса (зона жидкостного трения), достигая значения $\mu = \mu_{\text{blok}}$ при $S_{\text{ТК}} = 1$, что соответствует полной блокировке колеса и его движению "юзом".

Рассмотрим приближенное математическое описание кривых $\mu(S_{\text{ТК}})$, изображенных на рис. 2. Отметим характерные точки, соответствующие трем значениям коэффициента сцепления; ($\mu = \mu_{\text{max}}$, $S_{\text{ТК}} = 0$); ($\mu = \mu_{\text{min}}$, $S_{\text{ТК}} = S_{\text{ТК}}^{\text{min}}$); ($\mu = \mu_{\text{blok}}$, $S_{\text{ТК}} = 1,0$). Силу трения (скольжения), приложенную к измерительному колесу в зоне контакта, будем вычислять по формуле $F_{\text{тр}}(\cdot) = \mu(\cdot)F_{\text{норм}}$ и определим момент трения скольжения $M_{\text{тр}}$ транспортного колеса по формуле $M_{\text{тр}}(\cdot) = m_f \mu$; $m_f = 9,81 i_{\text{ТК}}^{-1} R_{\text{ТК}} F_{\text{норм}}$, $F_{\text{норм}} = \text{const}$, где $\mu = \mu(S_{\text{ТК}})$ — коэффициент сцепления, характеризующий фрикционные свойства аэродромного (автодорожного) покрытия; $R_{\text{ТК}}$ — радиус ТК; $i_{\text{ТК}}$ — коэффициент редукции.

Приближенную аналитическую зависимость коэффициента сцепления, а значит, и момента трения скольжения, отвечающую виду показанных на рис. 2 графиков, учитывающих эффекты сухого, полусухого и жидкостного трения, предлагается определить следующим выражением [5]:

$$\begin{aligned} \mu(S_{\text{ТК}}) &= M_3 \exp(-M_2 S_{\text{ТК}}) + M_1 S_{\text{ТК}} + M_0; \\ M_{\text{тр}}(S_{\text{ТК}}) &= m_f \mu(S_{\text{ТК}}), \end{aligned} \quad (1)$$

где коэффициенты M_0 , M_1 , M_2 , M_3 в соответствии с характерными точками кривой $\mu(S_{\text{ТК}})$ равны

$$\begin{aligned} M_0 &= \mu_{\text{min}}; M_1 = \mu_{\text{blok}} - \mu_{\text{min}}; \\ M_2 &= \frac{d}{S_{\text{min}}}; M_3 = \mu_{\text{max}} - \mu_{\text{min}}; \end{aligned} \quad (2)$$

числовой коэффициент d определяет крутизну экспоненциальной зависимости, аппроксимирующей график кривой в зоне эффекта Штрибека.

Таким образом, коэффициент сцепления (момента трения) имеет максимальное значение, как следует из вышесказанного, при качении колеса без скольжения ($S = 0$), когда отсутствует относительный сдвиг поверхностей колеса и покрытия (трение покоя). Близкие же к наихудшим условия торможения имеют место при полной блокировке ("юзе") колеса ($S = 1$), когда контактное "пятно" шины перемещается относительно покрытия со скоростью $V_{\text{лин}}$. Однако при проектировании антиюзных автоматических систем торможения (автома-

тов торможения) принято считать, что зависимости момента (силы) трения от скольжения ТК с пневматической шиной имеют выраженный максимум не в точке страгивания ($S = 0 + 0$), а при значениях скольжения в диапазоне $S_{\text{max}} \in 0,05 \dots 0,2$. Например, в работе [3] делается попытка объяснить смещение максимального значения момента трения, соответствующего моменту страгивания, в область малых, не равных нулю значений скольжения допущением окружной упругой деформации пневматической шины, предшествующей страгиванию ее участка внешнего обода, контактирующего с покрытием. В то же время не приводится удовлетворительная математическая модель трения скольжения колеса, учитывающая упругие свойства пневматической шины, объясняющая смещение максимума момента трения в область малых ненулевых скольжений, а делаются ссылки на то, что на твердых покрытиях максимальное значение момента трения соответствует обычно значениям скольжения $0,05 \dots 0,2$, которые, видимо, опираются на экспериментальные данные. Однако такие зависимости вряд ли могут быть достоверно получены экспериментальным путем в зоне малых скольжений, так как явление эффекта Штрибека трудно поддается экспериментальному подтверждению в силу невозможности получить установившиеся режимы в точках на падающих участках кривых.

Отметим, что указанными смещениями максимального значения сухого трения, соответствующими моменту страгивания, в область ненулевых значений скольжения характеризуются также и, например, параметризованные зависимости коэффициента сцепления колеса, полученные из известной математической модели трения скольжения ТК с учетом упругих свойств пневматической шины, предложенной Лу Гре [8].

Построим математическую модель, описывающую динамическое поведение тормозящего колеса с пневматической шиной, одновременно учитывающую упругие свойства шины и падающую характеристику сухого трения, что позволит автоматически (в отличие, например, от модели Лу Гре) учесть явление сдвига максимума момента страгивания из точки $S_{\text{ТК}} = 0(+0)$ в область малых положительных значений $S_{\text{ТК}} > 0$. Рассмотрим кинематическую схему подвески ТК с электромеханическим двигателем, учитывающую упругие свойства шины и механической трансмиссии (рис. 3).

Она состоит из кинематически последовательно соединенных ротора тормозного генератора (ТГ), трансмиссии, содержащей мультипликатор (редуктор) или цепную передачу, и транспортного колеса (ТК), состоящего из ступицы диска и пневматической шины. Будем учитывать упругие деформации пневматической шины при передаче тормозного момента с диска ТК через упругую деформацию внутренних элементов пневматической шины на обод шины, состоящей из элементов шины, жестко связанных с перемещающимся по ее внешней окружности пятном контакта. Будем учитывать также

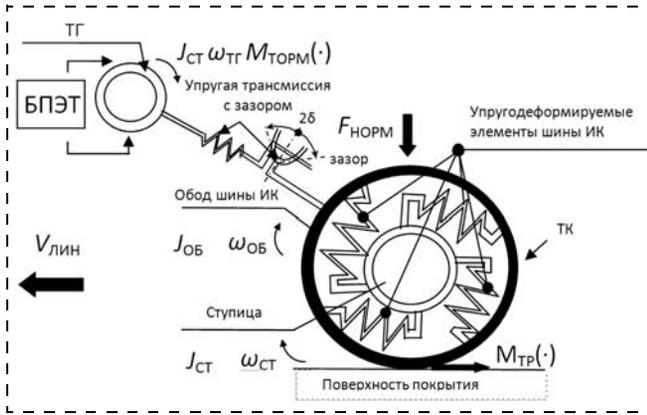


Рис. 3

упругие деформации механической трансмиссии, возникающие при передаче тормозного момента $M_{\text{Торм}}(\cdot)$ с оси ротора генератора на ось ступицы ТК. Для составления математической модели упругих крутильных колебаний ТК условимся учитывать упругие деформации трансмиссии и пневматической шины (далее — пневматик) невесомыми упругими связями с коэффициентами упругости $p_{\text{Тр}}$ и $p_{\text{Пн}} = p_{\text{Пн}}(\cdot)$ соответственно, причем (\cdot) обозначают неопределенную нелинейную зависимость параметра от неназванных аргументов. Введем также крутильные диски, соединенные этими упругими связями и отвечающие моментам инерции $J_{\text{ТГ}}$ ротора ТГ с частью жестко соединенных с ним элементов трансмиссии, ступицы ТК $J_{\text{СТ}}$ с другой частью жестко соединенных с ним элементов трансмиссии и некоего условного момента инерции обода шины $J_{\text{Об}} = J_{\text{Об}}(\cdot)$, прилегающего к внешней окружности шины и состоящего из элементов шины, жестко связанных с перемещающимся по внешней окружности шины "пятном" контакта. Введем также угловые скорости $\omega_{\text{ТГ}}$, $\omega_{\text{СТ}}$ и $\omega_{\text{Об}}$, соответственно ротора генератора, ступицы и обода шины (равные друг другу при отсутствии упругих деформаций). Учтем также зазоры в трансмиссии суммарной величиной 2δ .

Составим систему нелинейных дифференциальных уравнений динамики упругого движения ТК, используя так называемую "скоростную форму" описания движения — "цепного" многомассового упругого механического объекта [9]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\omega}_{\text{Об}} &= J_{\text{Об}}^{-1}(m_{y2} - M_{\text{Тр}}(\cdot)); \\ \dot{m}_{y2} &= p_{\text{Пн}}(\omega_{\text{СТ}} - \omega_{\text{Об}}); \\ \dot{\omega}_{\text{СТ}} &= J_{\text{СТ}}^{-1}(f_{y1} - m_{y2}); \\ \dot{m}_{y1} &= p_{\text{Тр}}(\omega_{\text{ТГ}} - \omega_{\text{СТ}}); \\ \dot{\omega}_{\text{ТГ}} &= -J_{\text{ТГ}}^{-1}f_{y1} + J_{\text{ТГ}}^{-1}M_{\text{Торм}}(\cdot); \\ f_{y1} &= \begin{cases} m_{y1} - p_{\text{СТ}}\delta, & \text{если } m_{y1} \geq p_{\text{СТ}}\delta; \\ 0, & \text{если } |m_{y1}| < p_{\text{СТ}}\delta; \\ m_{y1} + p_{\text{СТ}}\delta, & \text{если } m_{y1} \leq -p_{\text{СТ}}\delta, \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где m_{y1}, f_{y1} — упругие моменты, возникающие при деформации упругой трансмиссии и описываемые без учета и при учете зазора 2δ соответственно; m_{y2} — упругий момент, возникающий при деформации пневматической шины. Заметим, что можно в уравнениях (3) ввести для дисков $J_{\text{ТГ}}$, $J_{\text{СТ}}$, $J_{\text{Об}}$ соответствующие их угловым скоростям скольжения:

$$S_{\text{ТГ}} = \frac{\omega_{\text{Об}} - \omega_{\text{ТГ}}}{\omega_{\text{Об}}}; \quad S_{\text{СТ}} = \frac{\omega_{\text{Об}} - \omega_{\text{СТ}}}{\omega_{\text{Об}}}; \quad S_{\text{Об}} = \frac{\omega_{\text{Об}} - \omega_{\text{Об}}}{\omega_{\text{Об}}};$$

$$\omega_{\text{Об}} = V_{\text{Лин}} R_{\text{ТК}}^{-1}.$$

Для полного описания динамики процессов торможения транспортного колеса к системе (3) необходимо присоединить нелинейные алгебраические уравнения (1), (2), описывающие сухое, полусухое и жидкостное трение, а также записать уравнения динамического поведения момента торможения $M_{\text{Торм}}$, формируемого тормозными режимами электромеханического движителя, реализованного, например, как в нашем случае, на базе синхронной или асинхронной электрической машины:

$$\dot{M}_{\text{Торм}}(\cdot) = k_M \dot{I}_{\text{Т}} =$$

$$= L_{\text{Я}}^{-1} [k_e k_M \omega_{\text{ТГ}} - (R_{\text{Я}} + R_{\text{Н}}) M_{\text{Торм}} - k_M u_{\text{УЭК}}], \quad (4)$$

где $L_{\text{Я}}$, $R_{\text{Я}}$, $I_{\text{Т}}$ — индуктивность, активное сопротивление и выпрямленный ток якорной цепи; k_e, k_M — конструктивные параметры электрической машины; $u_{\text{УЭК}}$ — управляющее напряжение, подаваемое на электронный ключ и формируемое системой подчиненного управления торможением (скольжением) ТК по следующим соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{УЭК}} &= k_{\text{УЭК}} u_{\text{Т}}; \\ u_{\text{Т}} &= W_{\text{Т}}(u_{\text{С}} - k_{\text{Т}} I_{\text{Т}}); \\ u_{\text{С}} &= W_{\text{С}}(u_{\text{С}}^0 - k_{\text{С}} S_{\text{ТК}}), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $k_{\text{УЭК}}$ — коэффициент скважности включений цепи выпрямленного тока торможения; $k_{\text{С}}, k_{\text{Т}}$ — коэффициенты передачи датчиков — измерителей скольжения ТК и тока торможения; $W_{\text{С}}, W_{\text{Т}}$ — передаточные функции (в частности, постоянные коэффициенты усиления) контурных регуляторов скольжения и тока торможения. Отметим, что уравнения (5) определяют базовую (первичную) структуру общепринятой в технике автоматизированного электропривода системы автоматического управления скольжением S (торможением) ТК в виде двухконтурной системы с подчиненным контуром тока торможения, являющейся неотъемлемой частью рассматриваемой математической модели (1)–(5).

Таким образом, построена математическая модель динамического поведения тормозящего ТК с электромеханическим движителем как объекта управления, представленного системой (1)–(5) нелинейных дифференциальных уравнений шестого порядка, учитывающих нелинейные упругие свойства пневматической шины и трансмиссии, зазор и сухое трение с падающей характеристикой. При этом

важно отметить, что явления сдвига максимума срывной силы сухого трения, принятые в научно-техническом обиходе как несомненные и которые вряд ли могут быть достоверно изучены экспериментальным путем в силу невозможности получить установившиеся режимы в точках, соответствующих ниспадающему участку зависимости силы трения от скольжения, в предлагаемых уравнениях (1)–(5) учитываются автоматически и, таким образом, присущи самой построенной математической модели.

Отметим также, что в силу построения объекта управления (1)–(5) правые части его дифференциальных уравнений содержат неопределенные параметры и функциональные характеристики, поэтому для построения системы автоматического управления, обеспечивающей повышение динамической точности и быстродействия процессов торможения ТК с одновременным принудительным подавлением средствами управления нелинейных упругих деформаций, правомерно применить адаптивный подход, изложенный, например, в работах [9–11]. Наконец укажем, что такие переменные состояния построенного объекта, как $\omega_{об}$, $\omega_{ст}$, m_{y1} , m_{y2} в принципе недоступны непосредственному измерению с помощью датчиков, поэтому реализация предлагаемых далее адаптивных систем управления возможна только с одновременным решением задачи идентификации переменных состояния объекта в текущем времени [10, 11].

Прямая адаптивная система управления торможением транспортного колеса

Построим прямую адаптивную систему управления торможением ТК в соответствии с работами [9, 10]. Для этого выделим линеаризованный объект (1)–(5), который будет иметь следующий вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \mathbf{b}_0 u_\Sigma, \mathbf{y} = \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \quad (6)$$

где постоянная 6×6 -мерная матрица \mathbf{A}_0 и 6×1 -мерные столбцы \mathbf{b}_0 , \mathbf{c} составлены из ненулевых постоянных коэффициентов, получаемых из (1)–(5) после линеаризации и подстановки усредненных величин:

$$\begin{aligned} J_{об} &\rightarrow J_{об}^0; J_{ст} \rightarrow J_{ст}^0; J_{тг} \rightarrow J_{тг}^0; \\ p_{тр} &\rightarrow p_{тр}^0; p_{па} \rightarrow p_{пн}^0, \delta = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

u_Σ — составное управление (см. далее выражение (11)).

Стационарный идентификатор (наблюдатель) состояния может быть построен для линеаризованного описания (6) по измерению угловой скорости $\omega_{тг}$ ТГ, на валу которого может быть установлен датчик, и имеет следующий вид:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{I} \mathbf{c}^T (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) + \mathbf{b}_0 u_\Sigma; \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (\hat{M}_{торм}, \hat{\omega}_{об}, \hat{m}_{y2}, \hat{\omega}_{ст}, \hat{m}_{y1}, \hat{\omega}_{тг})^T, \quad (9)$$

где \mathbf{I} — 6×1 -мерный вещественный вектор линейной обратной связи наблюдателя по ошибке изме-

рения $(\hat{\omega}_{тг} - \omega_{тг})$; $\mathbf{c}^T = (0, 0, 0, 0, 0, k_{ст})^T$; $k_{ст}$ — коэффициент передачи датчика скорости ТГ.

Если мы располагаем оценкой (9) вектора состояния объекта, вырабатываемой наблюдателем (8), то можно вычислить линейную составляющую составного управления u_Σ в виде, например, модального управления (линейной обратной связи по состоянию)

$$\begin{aligned} u_{л} = \mathbf{k}^T \hat{\mathbf{x}} &= k_1 \hat{M}_{торм} + k_2 \hat{\omega}_{об} + k_3 \hat{m}_{y2} + \\ &+ k_4 \omega_{ст} + k_5 \hat{m}_{y1} + k_6 \omega_{тг}. \end{aligned} \quad (10)$$

Будем рассматривать составное адаптивно-линейное уравнение прямой адаптивной системы в виде

$$u_\Sigma(t) = u_s^0(t) + u_{л}(t) + u_a(t), \quad (11)$$

где u_s^0 — программное задание скольжения; $u_{л}$ — модальное управление, эффективное при параметрах объекта, близких к усредненным вида (7), а u_a — адаптивное управление, подлежащее определению; вещественный 6×1 -мерный вектор линейной обратной связи \mathbf{k} вычисляется по известной методике, приведенной, например, в работе [11].

За эталонную модель в так называемых "физических переменных" [10] можно принять замкнутую систему, состоящую из линеаризованного объекта (6) и модального управления (10). Это весьма удобно для исследования при моделировании эффективности построенного адаптивного управления, которое в соответствии с постановкой задачи адаптивного управления должно сближать траектории нелинейного объекта (1)–(5) с неопределенными параметрами с траекториями эталонной модели при $t \rightarrow +\infty$, и при предлагаемом выборе эталонной модели можно наглядно изучать физическую реализуемость построенной системы адаптивного управления. Эталонная модель "в физических переменных" имеет следующий вид:

$$\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{b}_M u_s^0; \mathbf{A}_M = \mathbf{A}_0 + \mathbf{b}_0 \mathbf{k}; \quad (12)$$

$$\mathbf{x}_M = (M_{торм}^M, \omega_{об}^M, m_{y2}^M, \omega_{ст}^M, m_{y1}^M, \omega_{тг}^M)^T, \quad (13)$$

где вектор \mathbf{k} есть вектор линейной обратной связи из уравнения (10).

При построении рассматриваемых здесь и далее адаптивных структур для нелинейного упругого объекта (1)–(5) необходимо указать конкретный вид мажорирующих функций, учитывающих существенные нелинейности упругого объекта. Здесь в качестве мажорирующих функций целесообразно выбрать степенные (любой нечетной степени) функции переменных состояния объекта [10, 11]

$$f_r(x_p) = x_p^p, p = 0, 1, 3, \dots; r = \overline{1, 6}. \quad (14)$$

Отметим, что, согласно уравнениям объекта (1)–(5), аргументами мажорирующих функций (14) являются такие переменные состояния, входящие в нелинейные характеристики объекта, как m_{y1} , $\omega_{об}$, $I_{вд}$, m_{y2} , мажорирующие функции по остальным

переменным могут быть приняты единичными. С учетом сказанного, диагональная матрица мажорирующих функций (14) будет иметь вид

$$\text{diag}\{f_r(\hat{x}_r)\}_1^6 = \text{diag}\{1, \hat{\omega}_{об}^p, \hat{m}_{y2}^p, 1, \hat{m}_{y1}^p, 1\}, \quad (15)$$

и адаптивная система с мажорирующими функциями вида (15) будет непосредственно ориентирована на подавление дестабилизирующего влияния указанных нелинейностей (наряду с подавлением влияния на динамику параметрической неопределенности всех числовых параметров системы).

Принимая во внимание, что порядок рассматриваемого объекта (1)—(5) равен шести и задающее воздействие $u_s^0(t)$ является скалярной величиной, построим адаптивную систему с параметрической настройкой и мажорирующими функциями вида (15), наблюдателем состояния (8), модальным управлением (10) и эталонной моделью (12), (13) для управления нелинейным объектом (2)—(5) следующим образом [9, 10]:

$$u_a(t) = \mathbf{k}_A(t) \text{diag}\{f_p(\hat{x}_r)\}_1^6 \hat{\mathbf{x}} + k_b(t) u_s^0(t); \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{k}}_A(t) &= -\gamma_a \delta(\hat{\mathbf{e}}) \hat{\mathbf{x}}^T \text{diag}\{f_p(\hat{x}_r)\}_1^6 - \lambda_a \mathbf{k}_A(t); r = \overline{1,6}, \\ \dot{k}_b(t) &= -\gamma_b \delta(\hat{\mathbf{e}}) u_s^0(t) - \lambda_b k_b(t), \end{aligned} \right\} (17)$$

где $\mathbf{k}_A(t)$ — вектор-строка настраиваемых коэффициентов, а $k_b(t)$ — настраиваемый входной коэффициент адаптивного закона (16); $\gamma_a, \lambda_a, \gamma_b, \lambda_b$ — положительные коэффициенты усиления контуров настроек; $\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_M$ — вектор ошибок — разностей между вектором (9) переменных состояния наблюдателя (8) и вектором (13) переменных состояния эталонной модели (12); $\delta(\hat{\mathbf{e}}) = \mathbf{b}_M^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{e}}$; \mathbf{P} — матрица — решение известного уравнения Ляпунова [9, 10].

Итак, на основе структур наблюдателя (8), оценивающего угловую скорость тормозного генератора, линейного модального управления (10), эталонной модели (12), адаптивного закона управления (16) и алгоритмов параметрической настройки (17) с мажорирующими функциями (15) построена прямая адаптивная система с параметрической настройкой и мажорирующими функциями для управления динамикой торможения ТК с пневматической шиной, учитывающая нелинейные упругие свойства трансмиссии и пневматической шины, а также сухое трение с падающей характеристикой.

Непрямая адаптивная система управления торможением транспортного колеса

В данном разделе рассмотрим непрямую адаптивную систему с сигнальной настройкой, в которую входят [10]:

1) настраиваемая модель вида

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_0 \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{L} \hat{\mathbf{e}}(t) + \mathbf{b}_0 u(t) + \mathbf{u}_z(t); \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{x}} = (\bar{M}_{\text{торм}}, \bar{\omega}_{об}, \bar{m}_{y2}, \bar{\omega}_{ст}, \bar{m}_{y1}, \bar{\omega}_{\Gamma\Gamma})^T; \quad (19)$$

2) стационарный идентификатор состояния (наблюдатель) 6-го порядка вида (8);

3) векторный закон сигнальной настройки настраиваемой модели (18) вида

$$\mathbf{u}_z(t) = \left[h_0 + \sum_{r=1}^6 (h_r f_r) \right] \text{sign}\{\mathbf{P} \hat{\mathbf{e}}(t)\}; \quad (20)$$

4) составное адаптивно-линейное управление непрямо адаптивной системы в виде

$$u_{\Sigma}(t) = u_a^z(t) + u_{\Gamma}(t) + u^0(t), \quad (21)$$

где линейное управление u_{Γ} — такое же, как (10), но состоит не из переменных (9), вырабатываемых наблюдателем (8), который играет здесь вспомогательную роль, а из переменных (19), вырабатываемых настраиваемой моделью (18), которая выполняет роль настраиваемого (адаптивного) наблюдателя; скалярный закон сигнальной адаптации объекта (1)—(5) вычисляется по формуле

$$u_a^z(t) = -\mathbf{b}_M^+ \mathbf{u}_z(t). \quad (22)$$

В выражениях (18)—(21), обозначено: $\hat{\mathbf{e}}(t) = \hat{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}$ — вектор ошибки переменных (9) наблюдателя (8) и переменных (19) настраиваемой модели (18); \mathbf{L} — матрица формирования независимой динамики настраиваемой модели (18); $h_0, h_r, r = \overline{1,6}$, — положительные коэффициенты усиления; \mathbf{P} — матрица-решение уравнения Ляпунова; $f_r = f_r(\bar{x}_r)$ — мажорирующие функции вида (15), но с заменой переменных (9) наблюдателя (8) на переменные (19) настраиваемой модели (18); sign — векторная знаковая функция, состоит из знаковых функций компонент вектора, стоящего под ее знаком; \mathbf{b}_M^+ — вектор-строка, псевдообратная вектору-столбцу \mathbf{b}_M .

Комбинированная адаптивная система управления торможением транспортного колеса

Комбинированная система будет состоять из объединения построенных прямой адаптивной системы управления торможением с параметрической настройкой и непрямо адаптивной системы управления торможением с сигнально настраиваемой моделью, а именно, она состоит из эталонной модели вида (12), сигнально настраиваемой модели (18), стационарного наблюдателя (8), закона сигнальной настройки (20), закона сигнальной адаптации (22) и линейного управления, сформированного по переменным настраиваемой модели объекта (1)—(5). Прямое параметрически настраиваемое управление комбинированной адаптивной системы состоит из закона (16) и алгоритмов параметрической настройки (17), причем здесь важно то, что при реализации закона (16) и алгоритмов настройки (17) оценки стационарного наблюдателя (8) следует заменить на более точные оценки (9) настраиваемой модели (18). При этом само собой ра-

зумеется, что такая комбинированная система реализует составное управление

$$u_{\Sigma}(t) = u_a^0(t) + u_{\Gamma}(t) + u_a(t) + u_a^z(t),$$

скомбинированное из различных (не одинаковых) составляющих составных управлений (11) и (21).

Результаты исследования моделированием эффективности построенных адаптивных систем торможения транспортного колеса с электромеханическим двигателем

Приведем некоторые результаты исследования построенной комбинированной адаптивной системы управления динамикой торможения ТК с помощью моделирования в среде Simulink, показанные на рис. 4–9 (в объекте (1)–(5) исключена упругость трансмиссии).

На каждом из рис. 4–9 показаны графики процессов торможения (скольжения) колеса при реакции на ступенчатое входное воздействие $u_S^0 = 0,1$; ($S_0 = 0,1$) при постоянном M_0 (кривые 1) и срывном согласно (1) (кривые 2) характере момента трения ТК с упругим пневматиком и сухим трением и при условии, что транспортное средство движется по гладкой однородной поверхности с коэффициентом сцепления $\mu = 0,7$ (сухой асфальт) для следующих случаев:

- в неадаптивной системе с подчиненным управлением (5) и усредненными (номинальными) параметрами $J_{\text{СТ}}^0, p_{\text{ПН}}^0$ (рис. 4);

- в неадаптивной системе с модальным управлением (10) и усредненными (номинальными) параметрами (рис. 5);
- в неадаптивной системе с модальным управлением при изменении упругости пневматика в четыре раза $p_{\text{ПН}} = 0,25p_{\text{ПН}}^0$ (рис. 6) или при изменении момента инерции присоединенных масс к ТК в четыре раза ($J_{\text{ТГ}} = 0,25J_{\text{ТГ}}^0$) (рис. 7);
- в комбинированной адаптивной системе при изменении упругости в четыре раза ($p_{\text{ПН}} = 0,25p_{\text{ПН}}^0$) (рис. 8) или при изменении момента инерции присоединенных масс к ТК в четыре раза ($J_{\text{СТ}} = 0,25J_{\text{СТ}}^0$) (рис. 9).

Из приведенных результатов исследования построенной комбинированной адаптивной системы видно, что в системе с подчиненным управлением упругие колебания не подавляются (см. рис. 4); система с модальным управлением удовлетворительно функционирует только при номинальных значениях параметров, на которые рассчитаны настройки наблюдателя и модального управления (см. рис. 5–7); в адаптивной системе упругие колебания эффективно подавляются даже при четырехкратном изменении параметров (см. рис. 8, 9).

Таким образом, исследования показывают высокую эффективность построенной комбинированной адаптивной системы в принудительном подавлении упругих деформаций пневматика в задаче управления торможением ТК с электромеханическим двигателем, которое дает повышение эффективности торможения и соответствующее снижение величины тормозного пути при любом состоянии автодорожных или аэродромных покрытий.

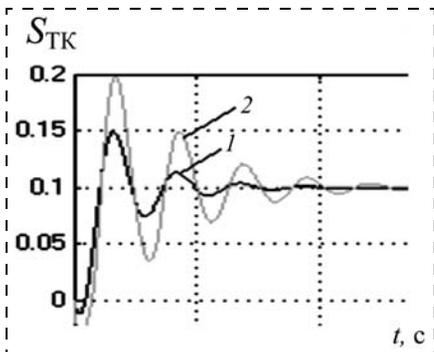


Рис. 4

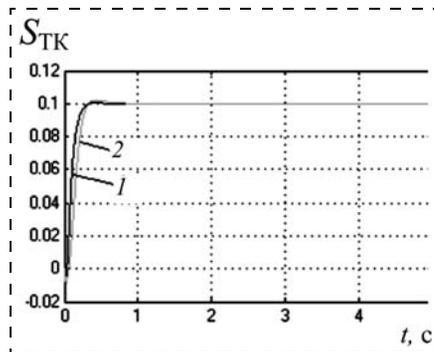


Рис. 5

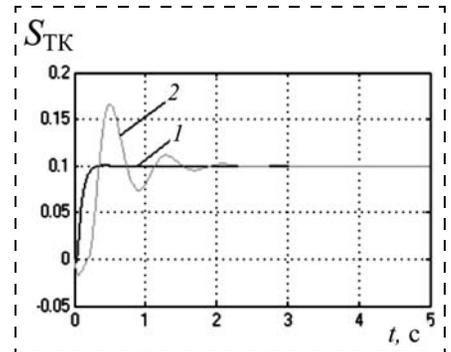


Рис. 6

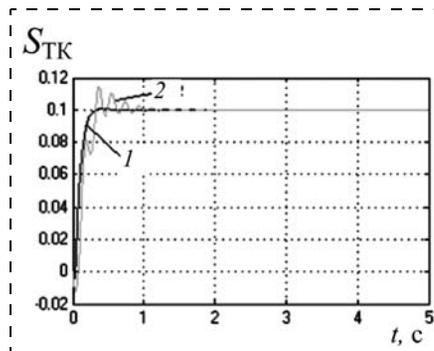


Рис. 7

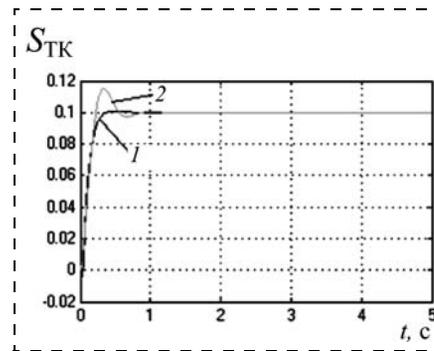


Рис. 8

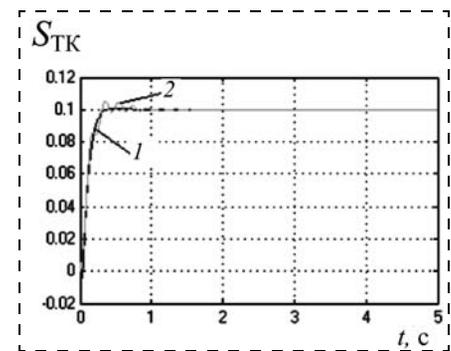


Рис. 9

Заключение. Сравнительный анализ прямых, не прямых и комбинированных адаптивных систем управления

1. Прямые адаптивные системы с параметрической настройкой параметров адаптивного закона и явной эталонной моделью, особенно построенной в форме "физических переменных", обладают способностью сохранять работоспособность при наибольших изменениях параметрических рассогласований (до 20 крат) по сравнению с прямыми адаптивными системами с сигнальной (релейной) настройкой.

Непрямые адаптивные системы с параметрически настраиваемой моделью (в статье не приводятся) обладают сравнимой с прямыми адаптивными системами с параметрической настройкой способностью сохранять работоспособность при больших параметрических рассогласованиях, и, кроме того, алгоритмы параметрической настройки не прямых систем не "стеснены" условиями адаптируемости (в линейном случае, условиями Эрцбергера [9, 10]). Однако не прямые структуры, в сравнении с прямыми структурами, проигрывают последним из-за гораздо большего числа настраиваемых параметров, т. е. числа дифференциальных уравнений алгоритмов параметрической настройки.

2. Прямые (в статье не приведены) и не прямые адаптивные системы с сигнальной (релейной) настройкой обладают несравненной простотой реализации, так как в них нет громоздких алгоритмов параметрической настройки, однако обладают и гораздо меньшей "глубиной" подавления параметрических рассогласований объектов (до 4...5 крат). Принципиальные недостатки адаптивных систем с сигнальной настройкой кроются в том, что адаптивные свойства релейных систем достигаются на "скользящих" режимах, типичных для систем с бесконечно большими коэффициентами усиления [10]. При этом степень "адаптивности" систем с сигнальной настройкой определяется степенью близости реальных скользящих режимов к "идеальным", при которых движение адаптивных процессов характеризуется вырожденными уравнениями с постоянными коэффициентами. Однако в контурах сигнальной (релейной) прямой адаптации объекта инерция электромагнитных процессов в электрических машинах препятствует реализации скользящих режимов, близких к "идеальным", а сами переключения токов в силовых цепях приводят к дополнительным потерям мощности, делая прямые адаптивные системы с сигнальной настройкой энергонеэффективными.

Не прямые адаптивные системы с сигнальной настройкой более целесообразны, чем прямые системы с сигнальной настройкой, так как скользящие режимы в них сосредоточены в маломощных измерительных контурах релейной адаптации настраиваемой модели, превращая ее в средство получения на скользящих режимах адаптивных оценок вектора состояния не полностью измеримого объекта, в результате модель, по существу, является адаптивным наблюдателем. При этом контур сиг-

нальной адаптации в силовых цепях электромеханических объектов в не прямой адаптивной системе с сигнальной настройкой рассматривается как вспомогательный или исключается вовсе (в силу энергонеэффективности). Свойства адаптивного наблюдателя настраиваемой модели в не прямых адаптивных системах становятся решающими в построении адаптивных систем с не полностью измеримыми упругими объектами, так как упругие колебания в принципе являются не полностью измеримыми в силу невозможности измерения с помощью датчиков упругих сил (моментов) и угловых скоростей промежуточных (виртуальных) дисков.

3. Сравнительное исследование двух рассмотренных структур адаптивных систем — прямой с параметрической настройкой и не прямой с сигнальной настройкой — привело к рассмотрению новой комбинированной (по существу, составной) адаптивной системы управления многомассовым нелинейным упругим механическим объектом произвольной размерности с неопределенными параметрами и не полными измерениями, естественно объединяющей достоинства построенных прямой и не прямой адаптивных структур и обладающей наилучшей, по сравнению с каждой из них, эффективностью в управлении. Таким образом, комбинированную адаптивную систему с параметрически настраиваемой адаптацией не полностью измеримого объекта и сигнально настраиваемой моделью, играющей роль адаптивного наблюдателя, следует признать наиболее целесообразной из рассматриваемых адаптивных систем.

Список литературы

1. Zhao Yan-e, Zhang Jianway and Han Xu. Development of a High Performance Electric Vehicle with Four — Independent — Wheel Drives / SAE 2008-01-1829, 2008.
2. Suzuki M., Sakai K., Okada K., Makino Y. Development of an In Wheel Motor Axle Unit // NTN Technical Review. 2007. N 75. P. 46—52.
3. Бураков В. М., Коновалов А. С., Шумилов П. Е. Интеллектуальные системы авиационной антиюзовой автоматики: учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2005. 242 с.
4. Путов В. В., Хильченко В. Е., Путов А. В., Шелудько В. Н. Мобильная электромеханическая установка нового поколения для оперативного контроля аэродомных покрытий // Мехатроника, автоматизация и управление. 2007. № 10. С. 25—30.
5. Путов В. В., Шелудько В. Н., Путов А. В., Друян Е. В. Адаптивная система управления торможением электромеханических движителей транспортных колес с пневматическими шинами // Известия СПбГЭТУ. СПб.: СПбГЭТУ "ЛЭТИ". 2011. № 9. С. 73—81.
6. Кибец И. Н., Кибец В. Н. Физика: Справочник. Харьков: Фолио, 1997. С. 43—44.
7. Первозванский А. А. Трение — сила знакомая, но таинственная // Соросовский образовательный журнал. 1998. № 2. С. 129—134.
8. Canudas de Wit C., Tsotras P. Dynamic tire models for vehicle traction control // Proc. of the 38th IEEE Control and Decision Conference. 1999.
9. Андриевский Б. Р., Стоцкий А. А., Фрадков А. Л. Алгоритмы скоростного градиента в задачах управления // Автоматика и телемеханика. 1988. № 12. С. 3—39.
10. Путов В. В. Прямые и не прямые беспоисковые адаптивные системы с мажорирующими функциями и их приложения к управлению нелинейными механическими объектами с упругими деформациями // Мехатроника, автоматизация и управление. 2007. № 10. С. 4—11.
11. Путов В. В., Шелудько В. Н. Адаптивные и модальные системы управления многомассовыми нелинейными упругими механическими объектами. СПб.: ООО "Техномедиа" / Элмор, 2007. 244 с.

ЖУРНАЛ В ЖУРНАЛЕ



Управление и информатика в авиакосмических и морских системах



Главный редактор:

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСЕЕВ В. В.
БАРАНОВ Л. А.
БЕЛОКОНОВ И. В.
БУКОВ В. Н.
ВАСИЛЬЕВ В. И.
ГОДУНОВ В. А.
ГУРЕВИЧ О. С.
ГУРСКИЙ Б. Г.
ЕФИМОВ В. В.
ЗАЙЦЕВ А. В.
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.
НЕСТЕРОВ В. А.
ОХТИЛЕВ М. Ю.
ПАНКРАТОВ В. М.
РАСПОПОВ В. Я.
САБО Ю. И.
СТЕПАНОВ О. А.
СОЛДАТКИН В. М.
ФИЛИМОНОВ Н. Б.
ХИМЕНКО В. И.
ЧЕБУРАХИН И. Ф.
ШИРЯЕВ В. И.
ШКОЛИН В. П.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

Буряк Ю. И., Скрынников А. А.

Разработка модели классификатора объектов, движущихся в составе группы, на базе использования средств радиочастотной идентификации. 42

Лавров А. О., Петров В. В., Федун Б. Е.

Оперативное конструирование двумерной траектории выхода объекта в заданную точку с заданным курсом. Часть 2 48

Правидло М. Н., Нестеров В. А., Беляев А. Н.

Анализ адаптивной замкнутой системы отделения авиационных средств поражения. Часть 2 56

**Александровская Л. Н., Борисов В. Г., Мазур В. Н.,
Хлгатян С. В., Ардалионова А. Е.**

Непараметрические методы оценки соответствия требований к безопасности автоматической посадки самолетов нормам летной годности. 62

**Кушнерик А. А., Михайлов Д. Н., Сергеенко Н. С.,
Щербатюк А. Ф., Гой В. А., Туфанов И. Е., Дубровин Ф. С.**

Морской робототехнический комплекс, включающий автономные необитаемые подводный и водный аппараты 67

Ю. И. Буряк, канд. техн. наук, нач. подразделения, buryak@gosniias.ru,

А. А. Скряников, канд. техн. наук, вед. инженер, A1260@mail.ru,

Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, г. Москва

Разработка модели классификатора объектов, движущихся в составе группы, на базе использования средств радиочастотной идентификации

Предложен подход к решению задачи оценки очередности движения маркированных радиочастотными метками объектов посредством обработки откликов, полученных после их периодического зондирования опросными импульсами. Сформирован критерий выбора объекта, стоящего первым в очереди, проведена оценка риска применения данного критерия с использованием математического аппарата статистического анализа и проверки гипотез. Приведены результаты экспериментальных исследований и параметрического анализа в широком диапазоне изменения условий движения объектов в группе, доказывающие применимость предложенного подхода.

Ключевые слова: радиочастотная идентификация, авиационные компоненты, статистический анализ, проверка гипотез

Yu. I. Buryak, A. A. Skreennikov

Development of Pattern Classifier Moving a Group of Objects Based on Use of Radio Frequency Identification

There was proposed an approach to solving the problem of estimating the order of movement of marked with RFID tags objects by processing feedback from the questionnaires probing their periodic pulses. There was formed the selection criteria of the object, standing first in line, there was done the estimation of the risk of this criterion using the mathematical tools of statistical analysis and hypothesis testing. There were demonstrated the experimental results and parametric analysis in the wide range of conditions of the movement of objects in a group, proving the applicability of the proposed approach.

Keywords: radio frequency identification, aviation components, statistical analysis, hypothesis testing

Введение

Одним из основных условий обеспечения безопасной эксплуатации авиационной техники является отсутствие на борту компонентов с "неустановленным жизненным циклом", поэтому разработки методов и средств по определению летальности происхождения компонентов и прослеживания их в производственных и логистических процессах являются весьма актуальными [1].

Применение технологий радиочастотной идентификации, основанных на взаимодействии пассивных радиочастотных меток, закрепленных на компонентах, и считывателей, формирующих опросные сигналы и обрабатывающих полученные отклики, обеспечивает решающие преимущества по достоверности и оперативности идентификации объектов при организации автоматизированных процессов различного назначения [2].

Современные метки производственного назначения содержат большое количество информации об авиационном компоненте, например, данные о производителе, основных характеристиках, ресурсах, логистике и т. п. Поэтому на основе их использования в авиационной индустрии развитых стран уже реализован ряд автоматизированных процессов по контролю ключевых показателей продукции, в том числе в цепочках поставок, приемке на сборочном предприятии и собственно процессах сборки.

Однако возможности использования радиочастотных меток в задачах маршрутизации авиационных компонентов, решение которых связано с необходимостью согласованной идентификации подмножества движущихся объектов в удаленном режиме, в "реальном времени" и в условиях произвольной пространственной ориентации антенн метки и считывателя, далеко не исчерпаны.

В данной работе предлагается подход к решению одной из задач классификации — задаче оценки очередности движения объектов на основе информации о числе откликов за время перемещения объекта в поле действия антенны считывателя.

Постановка задачи

В поле действия антенны (рис. 1) находится некоторая совокупность движущихся друг за другом с постоянной скоростью v в направлении антенны объектов (A, B, C, \dots). Каждый из объектов оснащен радиочастотной меткой. Периодически антенна в течение t_{rad} излучает пачку импульсов для обнаружения меток, а затем в течение t_{proc} обрабатывает полученные отклики, после чего цикл длительностью $t_{cycle} = t_{rad} + t_{proc}$ повторяется. В силу того, что объекты находятся на различном расстоянии от антенны, а радиочастотные метки имеют различную ориентацию относительно антенны, а также вследствие различной чувствительности меток и влияния

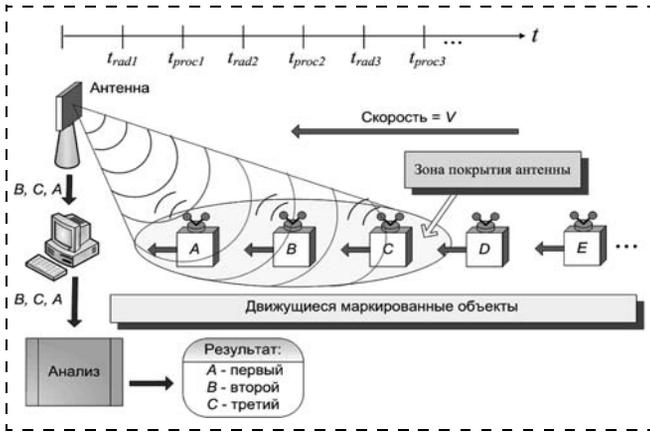


Рис. 1. Схема организации зондирования группы движущихся объектов

сложного переотражения радиоволн число ответных импульсов на каждую пачку импульсов запроса будет случайным. Более того, случайным будет и момент первого отклика при входе объекта в зону покрытия антенны.

По результатам зондирования собирается информация о группе объектов (A, B, C), находящихся в поле зрения антенны, и числе полученных от них ответных импульсов. Эта информация направляется в компьютерную систему для последующего анализа. Необходимо по полученной статистике ответных импульсов в течение всего периода наблюдения за движущимися объектами выявить объект (A), находящийся первым в очереди.

Статистический подход к решению задачи оценки очередности движения объектов по данным о числе откликов

Рассмотрим последовательность движущихся друг за другом с постоянной скоростью v в направлении антенны объектов. В какой-то случайный момент времени t_i^{beg} радиочастотная метка i -го объекта, войдя в поле зрения антенны, посылает первый отклик на пачку зондирующих импульсов. К текущему моменту времени t радиочастотная метка сформировала отклики для n_{pack} пачек импульсов, где

$$n_{pack} = \frac{t - t_i^{beg}}{t_{cycle}}$$

Число ответных импульсов на j -ю пачку зондирующих импульсов — случайная величина X_{ij} ($j = 1, \dots, n_{pack}$). Дискретная случайная величина X_{ij} подчиняется биномиальному закону и принимает значения $k = 0, 1, \dots, n_{imp}$ с вероятностями

$$P\{X_{ij} = k\} = C_{n_{imp}}^k p^k (1 - p)^{n_{imp} - k}, \quad (1)$$

где p — параметр биномиального закона (вероятность положительного исхода); n_{imp} — число импульсов в пачке.

Значение вероятности p — вероятности того, что в ответ на импульс запроса будет сформирован ответный импульс, — может быть определено в однородных условиях (например, на заданном расстоянии объекта от антенны) как относительная частота, т. е. как отношение числа ответных импульсов к числу зондирующих импульсов. В условиях однородности и независимости испытаний имеет место статистическая устойчивость частот, согласно которой при большом числе опытов относительная частота в разных сериях наблюдений колеблется около одного и того же числа [3]. Таким образом, значение вероятности p может быть определено для заданного объекта в заданных условиях экспериментально. В силу того, что по мере перемещения объекта в направлении к антенне условия изменяются, имеет смысл говорить о вероятности p_j — вероятности того, что в ответ на импульс запроса j -й пачки будет сформирован ответный импульс. Тогда формулу (1) запишем в виде

$$P\{X_{ij} = k\} = C_{n_{imp}}^k p_j^k (1 - p_j)^{n_{imp} - k}.$$

Так как общее время нахождения объекта в поле зрения антенны гораздо больше длительности цикла t_{cycle} , то число n_{pack} пачек импульсов будет большим. Рассмотрим случайную величину $X_{i\Sigma}$ — суммарное число ответных импульсов i -го объекта, полученных к текущему моменту времени t :

$$X_{i\Sigma} = \sum_{j=1}^{n_{pack}} X_{ij}.$$

Так как значения каждого из слагаемых X_{ij} сравнимы по порядку своего влияния на рассеивание суммы, и число слагаемых достаточно велико, то согласно центральной предельной теореме закон распределения суммы достаточно большого числа независимых случайных величин сколь угодно близок к нормальному [4]. Центральная предельная теорема может применяться не только к непрерывным, но и к дискретным случайным величинам, которыми являются слагаемые X_{ij} . Так как математическое ожидание суммы нескольких случайных величин равно сумме их математических ожиданий, а дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых, то параметры m_x и σ_x нормального закона распределения случайной величины $X_{i\Sigma}$ определяются по формулам:

$$m_x = M[X_{i\Sigma}] = \sum_{j=1}^{n_{pack}} M[X_{ij}] = \sum_{j=1}^{n_{pack}} n_{imp} p_j = n_{imp} \sum_{j=1}^{n_{pack}} p_j;$$

$$\sigma_x = \sqrt{D[X_{i\Sigma}]}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{где } D[X_{i\Sigma}] &= \sum_{j=1}^{n_{pack}} D[X_{ij}] = \sum_{j=1}^{n_{pack}} n_{imp} p_j (1 - p_j) = \\ &= n_{imp} \sum_{j=1}^{n_{pack}} p_j (1 - p_j). \end{aligned}$$

Таким образом, суммарное число X_{iS} ответных импульсов i -го объекта, полученных к текущему моменту времени t — это нормально распределенная случайная величина с параметрами m_x и σ_x . Поскольку объект, который дольше находился в поле зрения антенны, получит больше пачек n_{pack} зондирующих импульсов, решающее правило выбора объекта, стоящего первым в очереди, сформулируем в следующем виде: первым в очереди принимается объект с максимальным значением суммарного числа ответных импульсов. Как следует из зависимости (2), для такого объекта среднее значение m_x его суммарного числа будет также наибольшим. Поскольку суммарное число ответных импульсов является случайной величиной, могут быть случаи, когда значение реализации случайной величины с большим математическим ожиданием окажется меньше ее значения с меньшим математическим ожиданием.

Для оценки степени риска использования такого решающего правила рассмотрим следующую задачу. Пусть в нашем распоряжении имеются одна реализация x_1 случайной величины X , распределенной по нормальному закону с параметрами m_x и σ_x , и одна реализация y_1 случайной величины Y , распределенной по нормальному закону с параметрами m_y и σ_y , причем считаются известными только лишь собственно значения x_1 и y_1 , а о том, какое из этих значений является реализацией случайной величины X , а какое — реализацией случайной величины Y — неизвестно.

Решение задачи проверки гипотезы о равенстве математического ожидания двух выборок достаточно известно [5], но в силу специфики рассматриваемой проблемы проведем детальный анализ. Примем гипотезу, что при выполнении условия $m_x > m_y$ большее значение из пары чисел в реализации соответствует величине X , и определим надежность

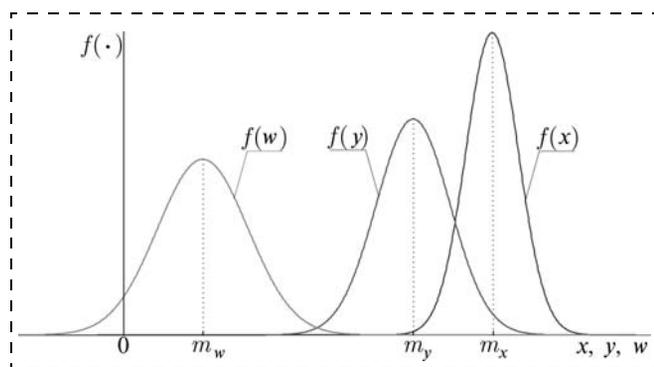


Рис. 2. Распределение множества возможных значений случайной величины W

такого вывода. Рассмотрим разность $W = X - Y$ случайных величин X и Y . Величина W также будет случайной и будет подчиняться нормальному закону распределения с математическим ожиданием m_w , определяемым разностью $m_x - m_y$, и с дисперсией σ_w^2 , определяемой суммой $\sigma_x^2 + \sigma_y^2$. Плотность вероятности $f(w)$ разности случайных величин X и Y будет иметь вид

$$f(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp\left\{-\frac{(w - m_w)^2}{2\sigma_w^2}\right\}.$$

Как видно (рис. 2), множество возможных значений случайной величины W включает в себя как положительные, так и отрицательные значения. Положительные значения случайная величина W будет принимать в случае, когда $X > Y$; отрицательные — когда $X < Y$.

Область определения случайной величины $U = |W|$, определяющей разность между большим и меньшим значениями, — множество неотрицательных чисел. Найдем условный закон распределения разности между большим и меньшим значениями из пары чисел, полученных реализаций при условии выполнения неравенства $X > Y$ и закон распределения этой разности для случая $X < Y$.

Так как условие $X > Y$ выполняется в области $w \in (0, \infty)$, то условный закон распределения $f(w|X > Y)$ можно получить из исходного нормального закона $f(w)$ путем усечения области определения слева:

$$f(w|X > Y) = \frac{1}{\gamma_1 \sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp\left\{-\frac{(w - m_w)^2}{2\sigma_w^2}\right\}, \quad w > 0,$$

где $\gamma_1 = 0,5 + \Phi_0\left(\frac{m_w}{\sigma_w}\right)$, $\Phi_0(\cdot)$ — функция Лапласа.

Условие $X < Y$ выполняется в области $w \in (-\infty, 0)$, поэтому условный закон распределения $f(w|X < Y)$ можно получить из исходного путем усечения области определения справа:

$$f(w|X < Y) = \frac{1}{\gamma_2 \sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp\left\{-\frac{(w - m_w)^2}{2\sigma_w^2}\right\}, \quad w < 0,$$

где $\gamma_2 = -\Phi_0\left(\frac{m_w}{\sigma_w}\right)$, и последующего его отражения в область положительных значений $f(-w|X < Y) =$

$$= \frac{1}{\gamma_2 \sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp\left\{-\frac{(w - m_w)^2}{2\sigma_w^2}\right\}, \quad w < 0.$$

Тогда условный закон распределения случайной величины U — разности между большим и меньшим

значением пары чисел полученных реализаций — можно записать в виде

$$f(u|X > Y) = \frac{1}{\gamma_1 \sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp\left\{-\frac{(u - m_w)^2}{2\sigma_w^2}\right\}, u > 0;$$

$$f(u|X < Y) = \frac{1}{\gamma_2 \sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp\left\{-\frac{(-u - m_w)^2}{2\sigma_w^2}\right\}, u > 0.$$

Полученные условные законы распределения могут быть использованы для проверки статистической гипотезы. Пусть исходя из того, что $m_x > m_y$, мы предполагаем, что большее число из пары чисел в реализации — реализация именно случайной величины X . Сформулируем проверяемую H_0 и альтернативную H_1 статистические гипотезы:

$$H_0: X > Y; H_1: X < Y.$$

Зададимся значением уровня значимости статистического критерия, который представляет собой вероятность α ошибочного отклонения нулевой гипотезы. Исходя из смысла решаемой задачи необходимо выбрать область допустимых значений (ОДЗ) критерия и критическую область (КРО) (рис. 3). В нашем случае критическая область будет левосторонней. Поэтому граничное значение u_0 , отделяющее КРО от ОДЗ, определяется из соотношения

$$\int_0^{u_0} f(u|X > Y) du = \alpha.$$

Правило статистического вывода будет формулироваться следующим образом:

- если полученная разность между парой чисел реализации превышает значение u_0 , то можно считать, что гипотеза $H_0: X > Y$ считается не противоречащей опытным данным и принимается;
- если разность меньше, чем значение u_0 , то принимается решение об отклонении гипотезы H_0 как противоречащей опытным данным в пользу гипотезы H_1 .

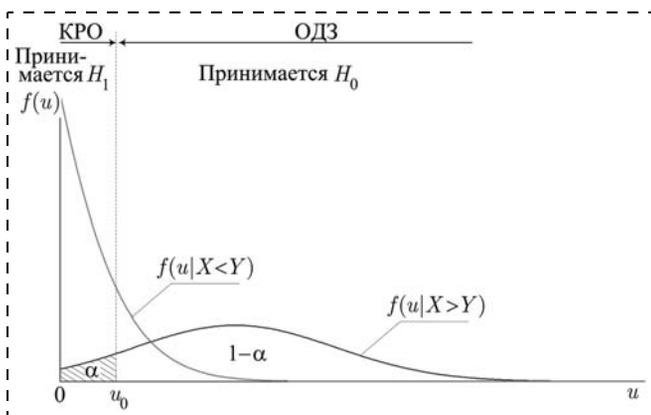


Рис. 3. Пример расположения ОДЗ и КРО проверяемой гипотезы

Ошибка первого рода заключается в неоправданном отклонении правильной (истинной) нулевой гипотезы. Вероятность α ошибки первого рода (уровень значимости статистического критерия) задается заранее исходя из последствий такой ошибки. Ошибка второго рода заключается в принятии неверной нулевой гипотезы, что эквивалентно непринятию верной альтернативной гипотезы H_1 . Вероятность ошибки второго рода обозначается β и определяется формулой

$$\int_{u_0}^{\infty} f(u|X < Y) du = \beta.$$

Полученные условные законы распределения $f(u|X > Y)$ и $f(u|X < Y)$ предлагается использовать также и для определения степени достоверности суждения $X > Y$, т. е. суждения "большее число из полученной пары в реализации является реализацией именно случайной величины X ".

Очевидно, чем больше разница между числами, полученными в реализации, тем более достоверно суждение, определяемое неравенством $X > Y$.

Таким образом, в качестве показателя достоверности определения первого в очереди объекта предлагается рассматривать значение функции распределения $F(u|X > Y)$ в точке u , где u — получаемая положительная разность между двумя числами в реализации. Функция распределения $F(u|X > Y)$ связана с плотностью распределения соотношением

$$F(u|X > Y) = \int_0^u f(z|X > Y) dz.$$

Полученный результат можно распространить на случай, когда в нашем распоряжении имеются реализации $x_{1S}, x_{2S}, \dots, x_{nS}$ случайных величин $X_{1S}, X_{2S}, \dots, X_{nS}$ — суммарные числа ответных импульсов первого, второго, ..., n -го объектов, где n — число объектов в поле зрения антенны. С какой достоверностью можно утверждать, что максимальное значение реализации случайной величины X_{iS} соответствует именно объекту (с каким-то индексом i), стоящему первым в очереди при движении по направлению к антенне? Для этого должно выполняться условие $X_{iS} > X_{kS}$ для всех $k = 1 \dots n$. Вероятность $k \neq i$ совместного выполнения всех условий может быть определена как произведение

$$\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n F(u|X_{iS} > X_{kS}).$$

Предложенный подход может быть реализован при известных параметрах m_{iS} и s_{iS} для всех $i = 1, \dots, n$. Для того чтобы их определить, необходимо провести экспериментальные исследования, по результатам которых была бы собрана статистика числа ответных импульсов для различных объектов в различных условиях. Обработка этой статистики позволила бы определить оценки искомых параметров законов распределения.

Экспериментальные исследования для оценки параметров законов распределения накопленного числа ответных импульсов

Состав экспериментального оборудования средств радиочастотной идентификации (рис. 4) включает пассивные радиочастотные метки, считыватели/ридеры и элементы компьютерной техники (компьютеры, средства связи и пр.), обеспечивающие их согласованное функционирование в рамках заданных производственных процессов [6]. В диапазоне допустимых значений характеристик считывателей по мощности излучения (< 2 Вт) и габаритных размеров радиочастотных меток ($< 150...200$ мм) и при скорости перемещения исследуемых объектов не выше $2...3$ м/с дальность обнаружения составляет $10...15$ м. Соответственно, на дальней границе обнаружения, где имеет место невысокая плотность мощности электромагнитной энергии антенны, относительная частота откликов от метки невелика и сильно зависит от привходящих факторов, а по мере приближения метки к антенне ее значение увеличивается до единицы. Необходимо отметить, что при получении хотя бы одного отклика от радиочастотной метки уже можно сделать однозначный



Рис. 4. Примеры используемого экспериментального оборудования

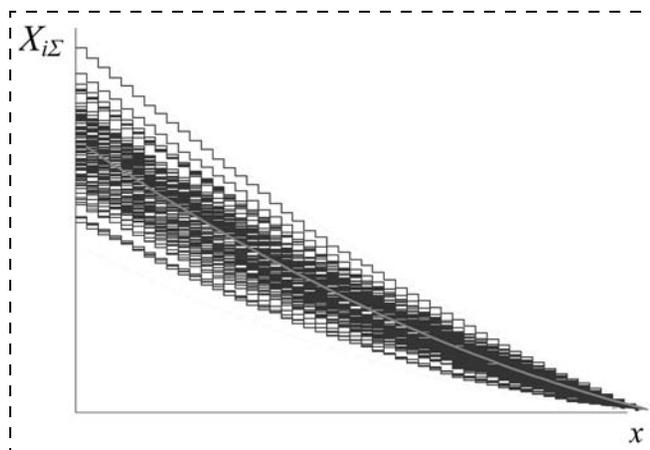


Рис. 5. Распределение числа накопленных импульсов в зависимости от расстояния до места расположения антенны

вывод о ее физическом присутствии в зоне покрытия антенны. Однако в условиях реальных производственных процессов метка может одновременно находиться в зонах покрытия нескольких антенн, последовательно переходить из одной зоны в другую, двигаться по направлению к антенне или от нее и пр. Поэтому для всех случаев использования метки антенна формирует пакеты зондирующих импульсов и подсчитывает число полученных откликов, а соответствующее математическое обеспечение считывателя по уникальным алгоритмам проводит их статистическую обработку в интересах решаемой задачи.

Для оценки необходимых параметров закона распределения проведены эксперименты, организованные следующим образом. Число накопленных импульсов фиксируется в зависимости от расстояния x от места размещения антенны. По серии реализаций, полученных для различных объектов (соответственно с разными метками), определено среднее значение и среднее квадратическое отклонение числа накопленных импульсов при изменении координаты x , а затем построена аналитическая зависимость этих параметров от x (рис. 5).

В процессе испытаний в поле действия антенны попадает определенное число объектов. Момент (координата x) входа i -го объекта в поле действия антенны определяется первым откликом на запрос считывателя. Моменты t_i^{beg} (координаты x) входа каждого объекта в поле действия антенны различны, что определяется различной чувствительностью меток объектов, различной ориентацией меток относительно антенны считывателя. Суммарное число $X_{i\Sigma}$ ответных импульсов, полученных к текущему моменту времени t , определяется чувствительностью метки и длительностью интервала времени $(t - t_i^{beg})$.

Чувствительность конкретной метки может быть охарактеризована средним числом откликов на пакет импульсов запроса в заданных условиях и в конечном виде определяется вероятностью p того, что в ответ на импульс запроса будет сформирован ответный импульс. Вероятность p является параметром биномиального закона (1), и для ее описания целесообразно привлечение байесовского подхода, при котором результаты опытов (выборочные данные x_{ij}) рассматриваются как реализации случайной величины X_{ij} , причем значение параметра p является, в свою очередь, реализацией случайной величины P , имеющей некоторую функцию распределения $F(p)$. Вид закона распределения и его параметры могут быть определены по результатам экспериментов.

В простейшем случае — когда p не меняется — зависимость $X_{i\Sigma}(n_{pack})$ будет иметь вид "линейной" функции, состоящей из множества ступенек, где величина каждой ступеньки — случайная величина, определяемая параметром p . Очевидно, что даже при одном и том же значении параметра p зависимости $X_{i\Sigma}(n_{pack})$ будут различны, а при изменении

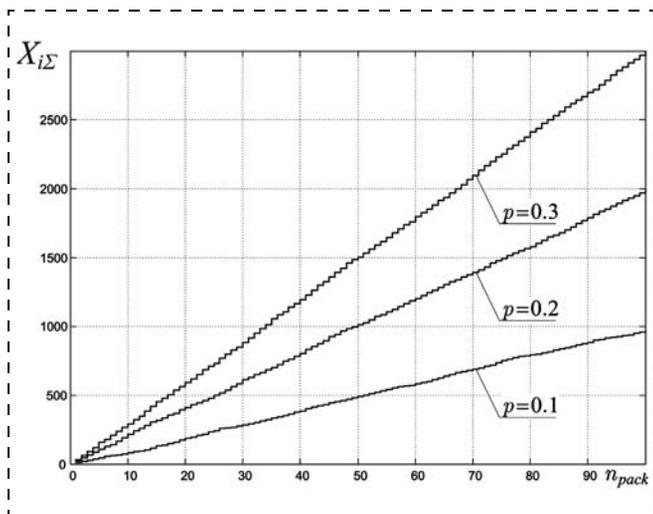


Рис. 6. Зависимость суммарного числа ответных импульсов при изменении вероятности формирования ответного импульса

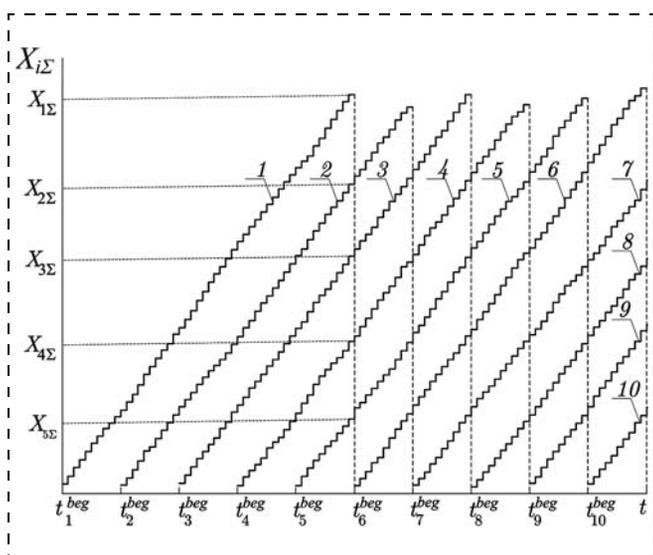


Рис. 7. Разброс суммарного числа накопленных импульсов при постоянном значении p

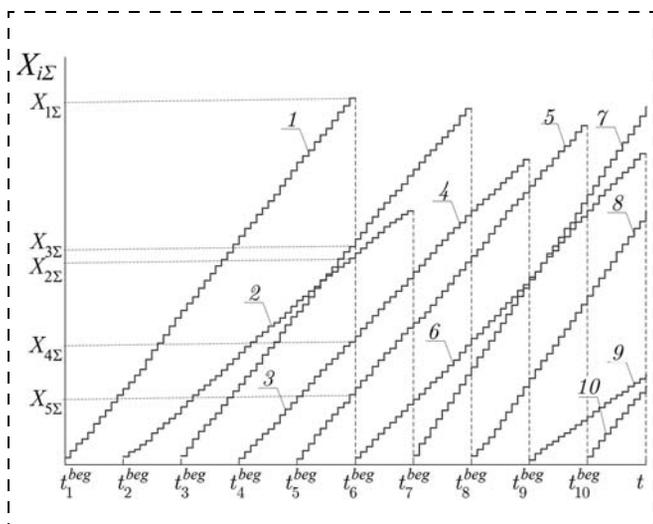


Рис. 8. Разброс суммарного числа накопленных импульсов в условиях случайных значений p

значения параметра p изменяется интенсивность роста величины $X_{i\Sigma}$ (рис. 6).

Рассмотрим процесс изменения значения $X_{i\Sigma}$ в динамике. При постоянном значении вероятности p (рис. 7) в процессе прохождения объектов через поле покрытия антенны имеет место разброс суммарного числа ответных импульсов, накопленных к моменту принятия решения, однако соответствие "объект, большее время находящийся в поле зрения антенны, имеет большее число накопленных импульсов отклика" сохраняется.

Если вероятность p принимает случайное значение (рис. 8), в момент времени подхода первого объекта к точке принятия решения соответствие "большее время — большее число накопленных импульсов отклика" не сохраняется (так как $X_{3\Sigma} > X_{2\Sigma}$), однако максимальное значение импульсов отклика именно у первого объекта.

В момент времени подхода второго объекта к точке принятия решения (момент времени t_7^{beg}) не только не выполняется указанное соответствие, но и максимальное значение накопленных импульсов соответствует не тому объекту, который к этому моменту находится дольше всех в поле зрения антенны. Поэтому достоверность оценки очередности движения объектов в этом случае определяется с помощью приведенного выше статистического подхода.

Заключение

Предложен подход для решения одной из задач классификации — оценки очередности движения объектов на основе информации о числе откликов за время перемещения объекта в поле действия антенны радиочастотного считывателя. Сформирован критерий выбора объекта, стоящего первым в очереди, на основе обработки суммарного числа ответных импульсов. Проведена оценка риска применения такого решающего правила с использованием математического аппарата статистического анализа и проверки гипотез. Приведены результаты экспериментальных исследований и параметрического анализа в широком диапазоне изменения условий движения объектов в группе, доказывающие применимость предложенного подхода.

Список литературы

1. Буряк Ю. И., Желтов С. Ю. Опыт использования современных средств автоматической идентификации в задачах управления качеством промышленной продукции и обеспечения безопасности ее эксплуатации и потребления // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2006. № 9. С. 2—7.
2. Пути использования RFID в технологическом цикле. URL: http://www.rf-id.ru/using_rfid/71.html.
3. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969.
5. Справочник по прикладной статистике. В 2-х т.: Пер. с англ. / Под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, Ю. Н. Тюрина. М.: Финансы и статистика, 1989.
6. Шурыгина В. Новые возможности известной технологии // Электроника: Наука, Технология, Бизнес. 2006. № 2.

А. О. Лавров¹, нач. лаб., **В. В. Петров**², аспирант, pitt.oldcastle@gmail.com,
Б. Е. Федун¹, д-р техн. наук., проф.,

¹ФГУП ГосНИИАС, ²Московский авиационный институт (национальный исследовательский институт)

Оперативное конструирование двумерной траектории выхода объекта в заданную точку с заданным курсом. Часть 2

Представлен синтез управления объектом, позволяющий объекту выйти из текущего положения в заданную точку с заданным курсом при возможном появлении зоны угроз, в которую объект не должен заходить.

Ключевые слова: траектории, обход угрозы, выход из зоны угрозы, заход на цель

A. O. Lavrov, V. V. Petrov, B. E. Fedunov

The Operative Design of the Trajectory on the Plane for the Leaving of the Object in the Given Point with the Given Course. Part 2

It is examined the problems of the construction of trajectories in the real time in the knowledge bases of some on-board operative advising expert systems.

Keywords: the base trajectory, the zone of the threats, design of the trajectories with pass-by of the zone of the threats

В части I статьи были рассмотрены вопросы конструирования траектории движения подвижного объекта (ПО) при отсутствии угрозы (базовая траектория) (раздел 2.1) и конструирование траектории выхода ПО из зоны угрозы (раздел 2.2). Перейдем к рассмотрению вопросов конструирования траектории с участком обхода угрозы.

2.2. Конструирование траектории с участком обхода угрозы

Конструирование траектории для случая, когда угроза пересекает базовую траекторию, но ПО не находится в зоне угрозы, выполняется по-разному в зависимости от радиуса R_y этой зоны. В пункте 2.3.1 описано конструирование траектории для случая, когда радиус R_y окружности угроз (ОУ) равен радиусу R_{Π} окружности разворота (ОР), в пункте 2.3.2 — для случая, в котором радиус ОУ больше, чем радиус ОР. В данной статье не рассматривается случай, когда радиус ОУ меньше, чем радиус ОР.

2.3.1. Конструирование траектории с участком обхода зоны угроз при $R_y = R_{\Pi}$. Определение факта пересечения базовой траекторией появившейся зоны угроз будет описано в части III статьи.

Возможны два варианта обхода зоны угроз, которую пересекает базовая траектория (рис. 1): вариант траектории с правой касательной к ОУ и вариант траектории с левой касательной к ОУ. Выбирается вариант траектории с меньшей длиной. С учетом направления вектора скорости ПО V_1 построим внешнюю (левую) и внутреннюю (правую) касательные к ОР и ОУ (рис. 1).

Находим точки касания общей левой касательной к ОР и ОУ $(x_{1\text{кас}}, z_{1\text{кас}})$ — на ОУ и $(x_{0\text{кас}}, z_{0\text{кас}})$ — на ОР $((x_{0\text{кас}}, z_{0\text{кас}}), (x_{1\text{кас}}, z_{1\text{кас}})$ — первая пара то-

чек), а также точки касания общей касательной ОУ и окружности захода (ОЗ): $(x_{2\text{кас}}, z_{2\text{кас}})$ — на ОУ и $(x_{3\text{кас}}, z_{3\text{кас}})$ — на ОЗ $((x_{2\text{кас}}, z_{2\text{кас}}), (x_{3\text{кас}}, z_{3\text{кас}})$ — вторая пара точек). При этом для внешней касательной ОУ и ОР выбирается внутренняя касательная ОУ и ОЗ, а для внутренней к ОУ и ОР — внешняя к ОУ и ОЗ.

Для каждой из двух пар точек выбранной траектории по рассмотренному выше алгоритму находится нужный угол $\psi_{\text{кас}}$; $x_{\text{ОР}}$ — центр ОР.

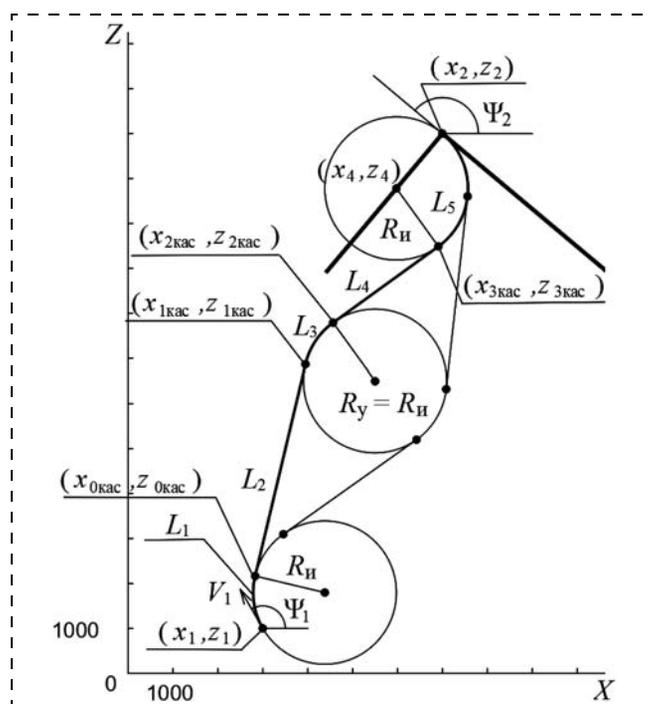


Рис. 1. Траектория ПО с участком обхода угрозы при $R_y = R_{\Pi}$

Первая пара точек:

$$x_{0\text{кас}} = x_{\text{ОР}} + R_{\text{и}} \sin \psi_{\text{кас}}^*; z_{0\text{кас}} = z_{\text{ОР}} - R_{\text{и}} \cos \psi_{\text{кас}}^*,$$

если $x_{\text{ОР}} > x_1$; (1)

$$x_{0\text{кас}} = x_{\text{ОР}} - R_{\text{и}} \sin \psi_{\text{кас}}^*; z_{0\text{кас}} = z_{\text{ОР}} + R_{\text{и}} \cos \psi_{\text{кас}}^*,$$

если $x_{\text{ОР}} < x_1$; (2)

$$x_{1\text{кас}} = x_3 + R_{\text{у}} \sin \psi_{\text{кас}}^*; z_{1\text{кас}} = z_3 - R_{\text{у}} \cos \psi_{\text{кас}}^*,$$

для правой касательной. (3)

Вторая пара точек:

$$x_{2\text{кас}} = x_3 + R_{\text{у}} \sin \psi_{\text{кас}}^*; z_{2\text{кас}} = z_3 - R_{\text{у}} \cos \psi_{\text{кас}}^*, (4)$$

$$x_{3\text{кас}} = x_4 + R_{\text{и}} \sin \psi_{\text{кас}}^*; z_{3\text{кас}} = z_4 - R_{\text{и}} \cos \psi_{\text{кас}}^*. (5)$$

Длина построенной траектории $L_{\text{п}}$ складывается из длин пяти участков: L_1 — длины дуги ОР; L_2 — длины отрезка общей касательной ОР и ОУ; L_3 — длины дуги ОУ; L_4 — длины отрезка общей касательной ОУ и ОЗ; L_5 — длины дуги ОЗ.

Длины участков траекторий по дуге окружности (L_1, L_3, L_5) рассчитываются по формуле:

$$l = R_{\text{и}} \alpha, (6)$$

где l — длина искомой дуги, α — центральный угол искомой дуги;

$$\alpha = 2 \arcsin \left(\frac{c}{2R_{\text{и}}} \right), (7)$$

где c — расстояние между двумя точками, ограничивающими искомую дугу.

При расчете по формулам (6) и (7) этих участков принимаем (рис. 1):

$$c = \sqrt{(x_1 - x_{0\text{кас}})^2 + (z_1 - z_{0\text{кас}})^2} \text{ для участка } L_1;$$

$$c = \sqrt{(x_{1\text{кас}} - x_{2\text{кас}})^2 + (z_{1\text{кас}} - z_{2\text{кас}})^2} \text{ для участка } L_3;$$

$$c = \sqrt{(x_{3\text{кас}} - x_2)^2 + (z_{3\text{кас}} - z_2)^2} \text{ для участка } L_5.$$

Для участков траектории, проходящих по касательным (L_2, L_4), имеем:

$$L_2 = \sqrt{(x_{1\text{кас}} - x_{0\text{кас}})^2 + (z_{1\text{кас}} - z_{0\text{кас}})^2};$$

$$L_4 = \sqrt{(x_{2\text{кас}} - x_{3\text{кас}})^2 + (z_{2\text{кас}} - z_{3\text{кас}})^2}. (8)$$

Суммируя длины L_1, \dots, L_5 , получим полную длину траектории:

$$L_{\text{п}} = \sum_{i=1}^5 L_i (9)$$

Построение траектории с участком обхода ОУ слева (левая касательная к ОУ) выполняется аналогично, исключение составляют следующие точки:

$$x_{1\text{кас}} = x_3 - R_{\text{у}} \sin \psi_{\text{кас}}^*; z_{1\text{кас}} = z_3 + R_{\text{у}} \cos \psi_{\text{кас}}^*, (10)$$

$$x_{2\text{кас}} = x_3 - R_{\text{у}} \sin \psi_{\text{кас}}^*; z_{2\text{кас}} = z_3 + R_{\text{у}} \cos \psi_{\text{кас}}^*, (11)$$

с учетом того, что $\psi_{\text{кас}}^*$ — различный угол для этих точек.

При этом выбирается левая касательная к ОУ и ОР и внутренняя касательная к ОУ и ОЗ. Длина $L_{\text{л}}$ полученной в этом случае траектории рассчитывается из формул (6)–(9).

После того, как найдены длины траекторий обхода ОУ справа ($L_{\text{п}}$) и слева ($L_{\text{л}}$), проверяется условие: $L_{\text{п}} > L_{\text{л}}$. При выполнении этого условия выбирается траектория с левой касательной, при невыполнении — траектория с правой касательной.

2.3.2. Конструирование траектории с участком обхода зоны угроз при $R_{\text{у}} > R_{\text{и}}$. Предварительно определим углы наклона общих касательных к двум окружностям с неравными радиусами (рис. 2).

Найдем угол наклона $\varphi_{\text{к}}^*$ к оси абсцисс ОХ для внешних касательных (рис. 2).

Для этого найдем $\varphi_{\text{О}}$ — угол наклона прямой, проходящей через центры окружностей $O_1(x_{O_1}, z_{O_1})$ и $O_2(x_{O_2}, z_{O_2})$:

$$\varphi_{\text{О}} = \arctg \left(\frac{z_{O_2} - z_{O_1}}{x_{O_2} - x_{O_1}} \right).$$

Построим внешнюю касательную K_1, K_2 (рис. 2). Из центра окружности меньшего радиуса R_1 опустим перпендикуляр O_1H на радиус, проведенный в точку касания K_2 окружности с большим радиусом R_2 . Получим:

- перпендикуляр O_1H , опущенный на радиус, проведенный в точку касания K_2 ;
- прямоугольный треугольник O_2HO_1 с острым углом

$$\widehat{O_2O_1H} = \arcsin \left(\frac{|O_2H|}{|O_2O_1|} \right),$$

где $|O_2O_1| = \sqrt{(x_{O_1} - x_{O_2})^2 + (z_{O_1} - z_{O_2})^2}$; $|O_2H| = R_2 - R_1$.

Тогда угол наклона $\varphi_{\text{к}}^*$ касательной к оси ординат ОХ будет равен:

$$\varphi_{\text{к}}^* = \varphi_{\text{О}} - \widehat{O_2O_1H} \text{ для правой внешней касательной (рис. 2, б); (12)}$$

$$\varphi_{\text{к}}^* = \varphi_{\text{О}} + \widehat{O_2O_1H} \text{ для левой внешней касательной (рис. 2, а). (13)}$$

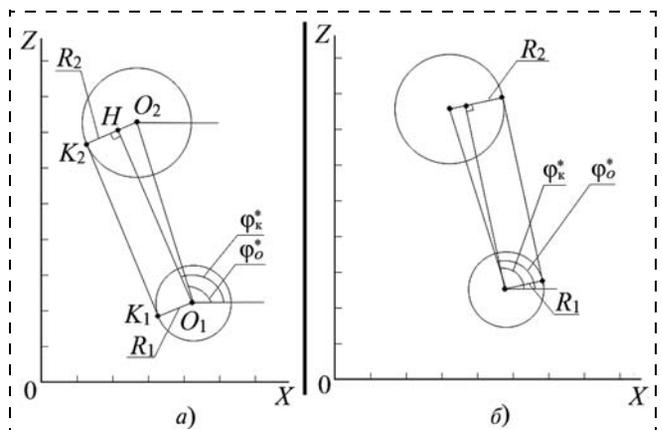


Рис. 2. Внешние касательные к окружностям разных радиусов $R_1 \neq R_2$

Для внутренних касательных при неравных радиусах окружностей углы наклона касательных определяются по формулам, приведенным в предыдущей части статьи, которые даны для равных радиусов в алгоритме построения касательных при $R_1 = R_2$. В случае если окружности O_1 и O_2 касаются ($|O_1 O_2| = R_1 + R_2$), внешние касательные ищутся так же, а внутренняя касательная — одна. Она проходит через точку касания и перпендикулярна отрезку $[O_1 O_2]$.

В случае если окружности пересекаются ($|O_1 O_2| < R_1 + R_2$), внутренних касательных не будет, а внешние ищутся так же, как для случая $R_1 > R_2$ (формула (13)).

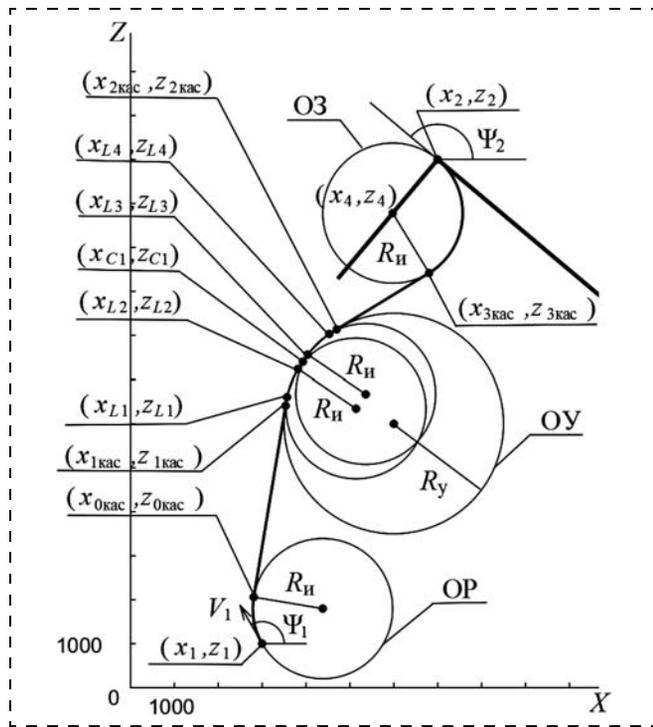


Рис. 3. Полная траектория при $R_y = R_n$

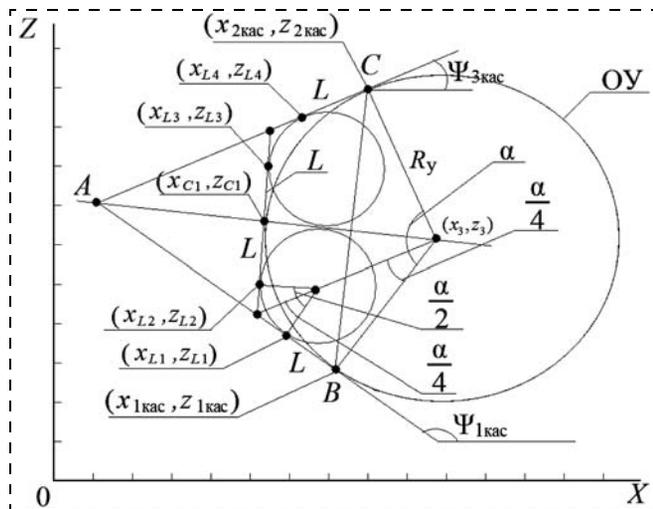


Рис. 4. Траектория обхода зоны угрозы при $R_y > R_n$ (фрагмент рис. 3)

Общая структура траектории с обходом зоны угроз, когда $R_y > R_n$, близка к структуре траектории для случая $R_y = R_n$ (рис. 3). Траектория обхода состоит из:

- дуги ОР от текущего положения ПО до точки касания ОР общей касательной к ОР и ОУ;
- участка обхода ОУ от точки касания ОУ общей касательной к ОР и ОУ до точки касания ОУ общей касательной к ОУ и ОЗ;
- дуги ОЗ от точки касания ОЗ общей касательной к ОУ и ОЗ.

Проблемным участком этой траектории является участок обхода ОУ, на котором возникает задача приближения к дуге окружности ОУ. Для конструирования траектории с обходом зоны угроз следует выбирать одну из двух касательных к ОР и ОУ, рассчитывая по очереди полную длину траектории по каждой касательной с выходом траектории в конечную точку (x_2, z_2) . Затем нужно сравнить эти длины и выбрать касательную, при которой длина траектории меньше.

Для этого участка искомой траектории выберем точность приближения δ траектории обхода зоны угроз к дуге окружности ОУ. Для конструирования траектории с обходом зоны угроз следует выбирать одну из двух касательных к ОР и ОУ, рассчитывая по очереди полную длину траектории по каждой касательной с выходом траектории в конечную точку (x_2, z_2) . Затем нужно сравнить эти длины и выбрать касательную, при которой длина траектории меньше.

Обоснование алгоритма конструирования участка траектории обхода и вывод используемых формул дан в Приложении "Процедура конструирования траектории обхода зоны угроз при $R_n < R_y$ ".

Выбор общей касательной к ОР и ОУ для этого алгоритма осуществляется так же, как описано для случая $R_n = R_y$, точки касания находятся по формулам (1)–(5), (10), (11); длины участков находятся по формулам (6)–(9) с учетом того, что для участка L_3 формула (7) примет вид $\alpha = 2 \arcsin\left(\frac{c}{2R_y}\right)$.

Предварительно (см. рис. 2, 4):

- находятся точки $(x_{1\text{кас}}, z_{1\text{кас}})$ и $(x_{2\text{кас}}, z_{2\text{кас}})$ — точки касания на ОУ общих касательных окружностей ОР и ОУ и ОУ и ОЗ;
- находится угол $\psi_{3\text{кас}}$ — угол наклона общей касательной ОЗ и ОУ и $\psi_{1\text{кас}}$ — угол наклона общей касательной ОР и ОУ (по зависимостям (11)–(12) из п. 2.3.1);
- находится угол α — меньший угол между отрезками, соединяющими центр ОУ с точками касания $(x_{1\text{кас}}, z_{1\text{кас}})$ и $(x_{2\text{кас}}, z_{2\text{кас}})$:

$$\alpha = 2 \arcsin\left(\frac{c}{2R_y}\right), \quad (14)$$

где $c = \sqrt{(x_{1\text{кас}} - x_{2\text{кас}})^2 + (z_{1\text{кас}} - z_{2\text{кас}})^2}$ — длина $[BC]$ (рис. 4);

- задается δ — точность приближения искомой траектории обхода зоны угроз к дуге ОУ, которую траектория огибает;

- определяется наименьшее натуральное число N , удовлетворяющее неравенству (П7, см. Приложение):

$$\left(2^{N} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2^N} - \alpha\right) \leq \frac{\delta}{R_y - R_n}. \quad (15)$$

Представим алгоритм конструирования траектории обхода зоны угроз для траектории второго приближения $N = 2$. Найдем характерные точки этой траектории обхода (рис. 4).

Траектория обхода ОУ по этому алгоритму начинается в точке $(x_{1\text{кас}}, z_{1\text{кас}})$ и заканчивается в точке $(x_{2\text{кас}}, z_{2\text{кас}})$.

Промежуточные характерные точки траектории обхода между $(x_{1\text{кас}}, z_{1\text{кас}})$ и $(x_{2\text{кас}}, z_{2\text{кас}})$ следующие: точки касания первой ОР (x_{L1}, z_{L1}) и (x_{L3}, z_{L3}) , точка касания (x_{C1}, z_{C1}) ОУ, точки касания (x_{L2}, z_{L2}) и (x_{L4}, z_{L4}) второй ОР.

- находится точка $(x_{1\text{кас}}, z_{1\text{кас}})$ начала траектории обхода ОУ — точка касания ОУ общей касательной ОУ и начальной ОР (см. рис. 4);
- находится точка $(x_{2\text{кас}}, z_{2\text{кас}})$ окончания траектории обхода ОУ — точка касаний ОУ общей касательной ОР и ОЗ (см. рис. 2);
- находятся углы наклона $\psi_{1\text{кас}}, \psi_{3\text{кас}}$ названных касательных к оси OX (рис. 4);
- находится угол α между названными касательными, который определяется по (14).

Промежуточные характерные точки находятся по формулам:

$$x_{L1} = x_{1\text{кас}} + L \cos \psi_{1\text{кас}}; \quad z_{L1} = z_{1\text{кас}} + L \sin \psi_{1\text{кас}};$$

$$x_{L2} = x_{C1} - L \cos \left(\psi_{1\text{кас}} - \frac{\alpha}{2} \right);$$

$$z_{L2} = z_{C1} - L \sin \left(\psi_{1\text{кас}} - \frac{\alpha}{2} \right);$$

$$x_{L3} = x_{C1} + L \cos \left(\psi_{3\text{кас}} - \frac{\alpha}{2} \right);$$

$$z_{L3} = z_{C1} + L \sin \left(\psi_{3\text{кас}} - \frac{\alpha}{2} \right);$$

$$x_{L4} = x_{3\text{кас}} - L \cos \psi_{3\text{кас}}; \quad z_{L4} = z_{3\text{кас}} - L \sin \psi_{3\text{кас}},$$

где

$L = R_y \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{4} \right) - R_n \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{4} \right)$ — длина прямолинейного куска траектории обхода;

$$x_{C1} = x_3 - R_y \sin \left(\psi_{1\text{кас}} - \frac{\alpha}{2} \right);$$

$$z_{C1} = z_3 + R_y \cos \left(\psi_{1\text{кас}} - \frac{\alpha}{2} \right).$$

Участки траектории обхода ОУ:

- 1-й участок: отрезок общей касательной к ОР и ОУ от точки $(x_{1\text{кас}}, z_{1\text{кас}})$ до точки (x_{L1}, z_{L1}) ;
- 2-й участок: дуга ОР от точки (x_{L1}, z_{L1}) до точки (x_{L2}, z_{L2}) ;
- 3-й участок: отрезок касательной к ОУ от точки (x_{L2}, z_{L2}) до точки (x_{L3}, z_{L3}) , проходящий через точку (x_{C1}, z_{C1}) касания с ОУ;

- 4-й участок: дуга ОР от точки (x_{L3}, z_{L3}) до точки (x_{L4}, z_{L4}) ;
 - 5-й участок: отрезок общей касательной к ОУ и ОЗ от точки (x_{L4}, z_{L4}) до точки $(x_{2\text{кас}}, z_{2\text{кас}})$.
- Длины участков траектории обхода определяются по формулам, приведенным в Приложении.

Блок-схема алгоритма конструирования траектории с участком обхода зоны угроз при $R_y \geq R_n$ дана на рис. 5.

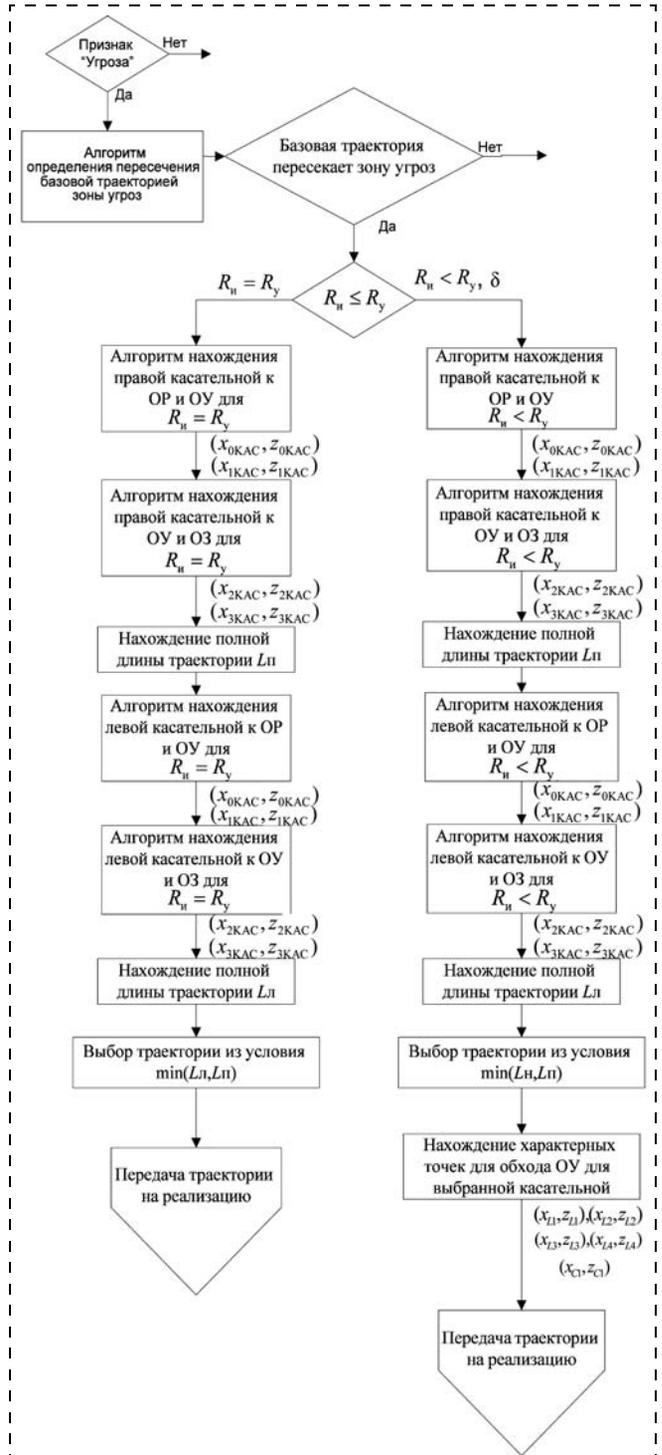


Рис. 5. Блок-схема конструирования траектории И1 с участком обхода зоны угроз в случае $R_y \geq R_n$

На всем протяжении реализации траектории, если выбрана траектория обхода ОУ против часовой стрелки, то управление на этом участке: $n_1 = +n_{доп}$, в противном случае $n_1 = -n_{доп}$, а при движении по прямой $n_1 = 0$.

Приложение. Процедура конструирования траектории обхода зоны угроз при $R_n < R_y$

Построим касательную к ОР и ОУ и касательную к ОУ и ОЗ (рис. П.1). Пусть базовая траектория пересекает зону угроз, а ПО находится вне

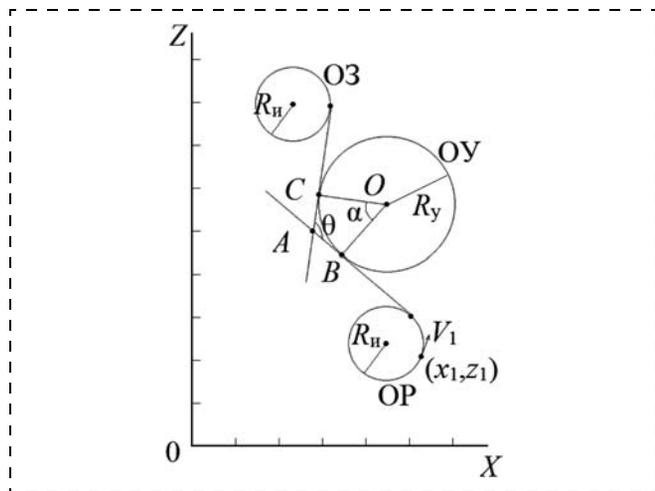


Рис. П.1. Общие касательные к ОР и ОУ, ОУ и ОЗ

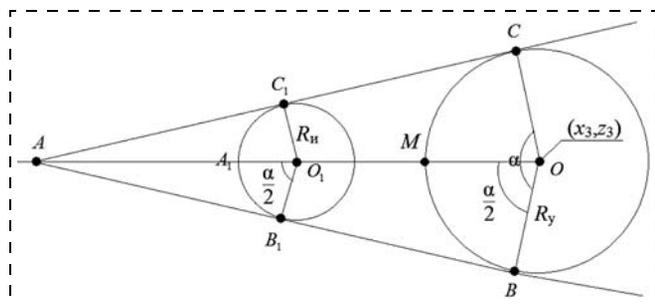


Рис. П.2. Траектория обхода первого приближения ($N = 1$) к зоне угроз $BB_1 + \cup B_1A_1C_1 + C_1C$ (фрагмент рис. П.1)

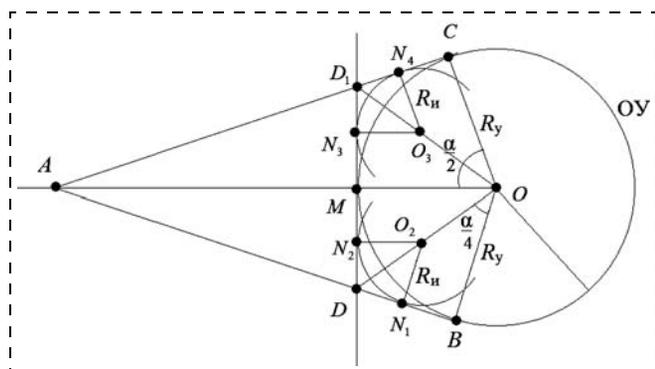


Рис. П.3. Траектория обхода второго приближения ($N = 2$) к зоне угроз $BN_1 + \cup N_1N_2 + N_2M + MN_3 + \cup N_3N_4 + N_4C$

этой зоны. Запишем в общем виде уравнения этих касательных: $z = a_px + b_p$ для общей касательной АВ к ОР и ОУ; $z = a_3x + b_3$ для общей касательной АС к ОЗ и ОУ.

Тогда тангенс угла θ между построенными касательными определяется [4] как

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{a_3 - a_p}{1 + a_3 a_p} \quad (\text{П1})$$

Учитывая (рис. П1), что в четырехугольнике АВОС углы $\angle ACO$ и $\angle ABO$ — прямые, найдем угол α между радиусами BO и OC , проведенными из центра ОУ в точки касания ОУ общей касательной к ОР и ОУ (касательная АВ) и общей касательной к ОУ и ОЗ (касательная АС): $\alpha = \pi - \theta$.

Координаты точек касания С и В определяем по зависимостям (1)–(5), (17), (18) с учетом аналитического представления касательных АС и АВ.

Впишем в $\angle CAB$ (рис. П1 и его фрагмент, представленный на рис. П2) окружность радиуса R_n (окружность разворота). Построим траекторию обхода зоны угроз первого приближения к ОУ ($N = 1$): $[BB_1] + \cup B_1A_1C_1 + [C_1C]$ (рис. П2).

Определим ее длину L_1 . Для этого из прямоугольных треугольников $\triangle OBA$ и $\triangle O_1B_1A$ найдем длину $[B_1B]:|B_1B| = R_y \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - R_n \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ и заметим, что $|C_1C| = |B_1B|$.

Длина дуги $\widehat{OB_1A_1C_1} = R_n \alpha$.

Тогда длина построенной траектории обхода будет равна

$$L_1 = 2(R_y - R_n) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + R_n \alpha \quad (\text{П1})$$

Характерные точки этой траектории обхода — В, B_1 , C_1 , С (рис. П2)

Точки В и С построены ранее, а промежуточные между ними — две точки B_1 и C_1 — найдены при построении траектории обхода первого приближения. Заметим, что в траектории обхода первого приближения к зоне угроз имеется одна дуга ОР. Отметим, что минимальная длина L_y траектории

обхода зоны угроз составляла бы длину \widehat{BMC} окружности угроз: $L_y = R_y \alpha$.

Оценим степень приближения построенной траектории обхода первого приближения ($N = 1$) к минимальной траектории:

$$\Delta L(1) = L(1) - L_y = (R_y - R_n) \left[2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \alpha \right] \quad (\text{П2})$$

Если по практическим соображениям такое приближение траектории обхода к \widehat{BMC} ОУ неприемлемо, построим второе приближение $N = 2$ траектории обхода зоны угроз (рис. П3).

Для этого соединим точку А пересечения касательных к ОУ с центром ОУ (рис. П3), получим прямую АО. Проведем касательную к ОУ, перпен-

дикулярную к прямой AO (рис. П3). Точки пересечения этой касательной с ранее построенными касательными AB и AC к $OУ$ обозначим соответственно D и D_1 (рис. П3).

В результате получим углы $\angle BDM$ и $\angle MD_1C$, образованные касательными к окружности угроз DD_1 , AB и AC . Отметим, что касательные AB и AC были построены при конструировании траектории обхода первого приближения.

В образовавшиеся $\angle BDM$ и $\angle MD_1C$ впишем окружности радиуса $R_{и}$ (окружности разворота). Центры этих вписанных окружностей обозначим O_2 и O_3 (рис. П3). Точки касания OP с центром O_2 с касательными к $OУ$ AB (построена для траектории первого приближения) и DD_1 (построена для траектории второго приближения) обозначим соответственно N_1 и N_2 , а точки касания вписанной OP с центром O_3 с касательными к $OУ$ DD_1 и AC (последняя построена для траектории первого приближения) обозначим соответственно N_3 и N_4 .

В результате получим две однотипные конструкции в углах $\angle BDM$ и $\angle MD_1C$, подобные одной такой конструкции в траектории обхода первого приближения (см. рис. П2). Подчеркнем, что угол BDM (MD_1C) образован двумя касательными к $OУ$ — AB и DD_1 (AC и DD_1) — с точкой пересечения этих касательных $D(D_1)$. В эти углы вписаны OP . Угол между радиусами R_y , проведенными в точки касания к $OУ$ касательных BD и DD_1 , DD_1 и AC , равен $\frac{\alpha}{2}$ (вместо " α " в конструкции, показанной на рис. П2).

В результате такого построения (рис. П3) полученная траектория обхода $OУ$ второго приближения с четырьмя отрезками касательных к $OУ$ и с двумя дугами OP : $BN_1 + \cup N_1N_2 + N_2M + MN_3 + \cup N_3N_4 + N_4C$.

Определим длину L_2 этой траектории и ее приближение $\Delta L(2)$ к минимальной траектории. Как и при построении траектории первого приближения, длину N_1B отрезка касательной N_1B определим из подобных прямоугольных треугольников ΔBDO и ΔMDO (рис. П3):

$$\begin{aligned} |N_1B| &= |DB| - |DN_1| = R_y \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} - R_{и} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} = \\ &= (R_y - R_{и}) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}, \quad |N_2M| = |N_1B|. \end{aligned}$$

Длина дуги $\cup N_1N_2$ OP равна $\widehat{N_1N_2} = R_{и} \frac{\alpha}{2}$.

Для конструкции $\angle MD_1C$ (рис. П3) аналогично получаем:

$$|MN_3| = |N_4C| = |D_1C| - |D_1N_4| = (R_y - R_{и}) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2};$$

$$\widehat{N_3N_4} = R_{и} \frac{\alpha}{2}.$$

Тогда длина $L(2)$ траектории обхода второго приближения равна

$$\begin{aligned} L(2) &= |BN_1| + \widehat{N_1N_2} + |N_2M| + |MN_3| + \widehat{N_3N_4} + \\ &+ |N_4C| = 4(R_y - R_{и}) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} + 2R_{и} \frac{\alpha}{2}, \end{aligned} \quad (\text{П3})$$

а ее приближение к минимальной траектории

$$\Delta L(2) = L(2) - R_y \alpha = (R_y - R_{и}) \left[4 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} - \alpha \right]. \quad (\text{П4})$$

Характерными точками траектории обхода второго приближения являются (рис. П3):

- исходные точки B и C касания $OУ$, полученные при построении траектории обхода первого приближения;
- новая точка M касания $OУ$ прямой DD_1 , касающейся $OУ$ и проходящей перпендикулярно прямой AO , которая соединяет центр $OУ$ с точкой пересечения A касательных к $OУ$, которые были построены для траектории обхода приближения $N = 1$;
- точки N_1, N_2, N_3, N_4 общих касательных к $OУ$ и вписанным OP .

Для построения траектории обхода зоны угроз третьего приближения, проведем касательную к $OУ$, перпендикулярную линии DO (DO_1) (рис. П3). На рис. П4 (фрагменте к $OУ$ рис. П3) показана касательная, обозначенная S_1S_2 (внутри $\angle BDM$). В результате в каждом углу $\angle BDM$ и $\angle MD_1C$ (рис. П4) получим по два новых угла. Для $\angle BDM$ это будут углы $\angle BS_1K_1$ и $\angle K_1S_2M$. Каждый из этих новых углов имеет стороны, являющиеся отрезками соответствующих касательных к $OУ$. Если в эти точки касания провести радиусы R_y из центра $OУ$ (из точки O), то угол между этими радиусами будет равен $\frac{\alpha}{4}$ (рис. П4).

Впишем в каждый построенный угол типа $\angle BS_1K_1$ окружность радиуса $R_{и}$ (окружность разворота) и получим четыре однотипные конструкции. Каждая такая конструкция определяется двумя касательными к $OУ$, углом между радиусами, проведенными из центра $OУ$ к точкам касания.

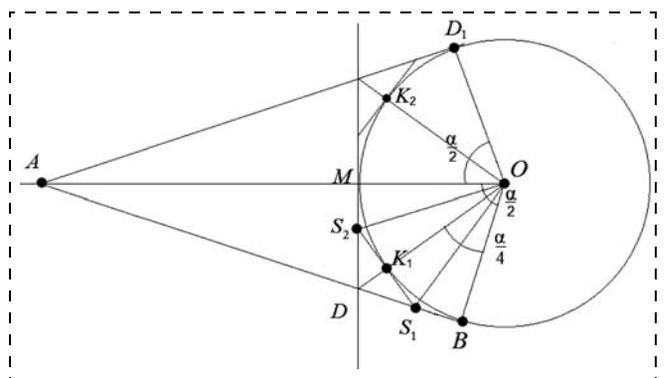


Рис. П4. Фрагмент рис. П3 с проведенной новой касательной к $OУ$ $S_1S_2 \perp DO$

Расчет длин траекторий обхода зоны угроз

| № приближения траектории обхода | Число базовых конструкций | Угол между радиусами R_y , проведенными к точкам касания в базовой конструкции | Длина траектории обхода зоны угрозы | Степень приближения траектории обхода к "минимальной" траектории |
|--|---------------------------|--|--|---|
| 1 | 1 | $\beta = \alpha = \frac{\alpha}{2^{1-1}}$ | $L_{\beta(1)} = 2(R_y - R_{и})\text{tg} \frac{\alpha}{2} + R_{и}\alpha$ (см. П1) | $\Delta L(1) = (R_y - R_{и})\left(2\text{tg} \frac{\alpha}{2} - \alpha\right)$, (см. П2) |
| 2 | 2 | $\beta = \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2^{2-1}}$ | $L_{\beta(2)} = 4(R_y - R_{и})\text{tg} \frac{\alpha}{4} + R_{и}\alpha$ (см. П3) | $\Delta L(2) = (R_y - R_{и})\left(4\text{tg} \frac{\alpha}{4} - \alpha\right)$, (см. П4) |
| Пусть для приближения N выполняется: | | | | |
| N | 2^{N-1} | $\beta = \frac{\alpha}{2^{N-1}}$ | $L_{\beta(N)} = 2^N(R_y - R_{и})\text{tg} \frac{\alpha}{2^N} + R_{и}\alpha$ (докажем далее по индукции) | $\Delta L(N) = (R_y - R_{и})\left(2^N\text{tg} \frac{\alpha}{2^N} - \alpha\right)$ (докажем далее по индукции) |

При построении рассмотренных приближений траектории обхода зоны угроз число таких конструкций удваивается по сравнению с предыдущим приближением, а угол между радиусами, проведенными из центра ОУ к построенным точкам касания, уменьшается вдвое. Назовем такие конструкции базовыми.

Рассмотрим базовую конструкцию в общем виде (рис. П5). К ОУ на траектории обхода предыдущего приближения построены две касательных АВ и АС, которые пересекаются в точке А.

Известен $\angle BAC = \beta$ между радиусами ОУ, проведенными из центра ОУ в точки касания. Впишем в $\angle BAC$ окружность разворота. Точки V и V₁ — точки касания ОР касательных АВ и АС.

Фрагмент траектории обхода состоит из двух отрезков и дуги: $BV + \cup VV_1 + V_1C$. Длина его составляющих:

- $|BV| = |AB| - |AV| = (R_y - R_{и})\text{tg} \frac{\beta}{2}$, получена из свойств подобных прямоугольных треугольников $\triangle OBA$ и $\triangle O_1VA$ (рис. П5);
- длина дуги $\overset{\frown}{VV_1} = R_{и}\beta$.

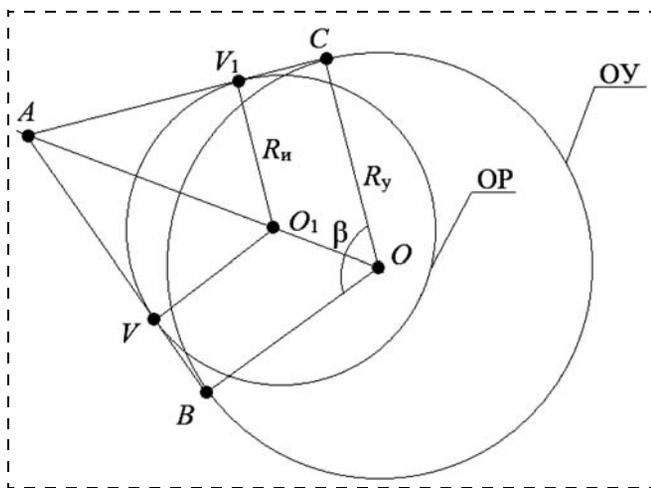


Рис. П5. Вписывание ОР в базовую конструкцию

Из свойств касательных [4], проведенных из одной точки А к окружности ОУ заключаем, что $|V_1C| = |BV|$.

Тогда длина фрагмента траектории обхода зоны угроз, порожденного базовой конструкцией, будет равна

$$L_{\text{фр}}(\beta) = 2(R_y - R_{и})\text{tg} \frac{\beta}{2} + R_{и}\beta. \quad (\text{П5})$$

Для получения зависимостей типа (П3) и (П4) для любого приближения полученные выше результаты сведем в таблицу, в последней строке которой выпишем зависимости, подлежащие доказательству по индукции.

Проведем доказательство по индукции.

Пусть построена траектория обхода для N -го приближения, в ней 2^{N-1} базовых конструкций с углом $\beta = \frac{\alpha}{2^{N-1}}$. Пусть длина этой траектории $L_{\beta(N)}$

и ее степень приближения $\Delta L(N)$ описываются зависимостями, представленными в последней строке таблицы.

Построим траекторию обхода для $(N + 1)$ -го приближения. Каждая из 2^{N-1} базовых конструкций предыдущего приближения при построении новой траектории обхода породит две новых базовых конструкции, вложенных в нее. Всего новых базовых конструкций будет $2^{N-1} \cdot 2 = 2^N$. Угол β в новых базовых конструкциях будет равен $\beta = \frac{\alpha}{2^N}$.

Каждая новая базовая конструкция даст фрагмент новой траектории обхода, длина которого равна (см. П5):

$$L_{\text{фр}}\left(\beta = \frac{\alpha}{2^N}\right) = 2(R_y - R_{и})\text{tg} \frac{1}{2} \frac{\alpha}{2^N} + R_{и} \frac{\alpha}{2^N}.$$

Так как для траектории обхода $(N + 1)$ -го приближения таких фрагментов 2^N , то длина всей построенной траектории обхода равна

$$L_\alpha(N + 1) = 2^N L_{\text{фр}} \left(\frac{\alpha}{2^N} \right) = 2^{N+1} (R_y - R_n) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2^{N+1}} + R_n \alpha,$$

а степень приближения построенной траектории обхода к минимальной траектории равна

$$\Delta L(N + 1) = 2^{N+1} (R_y - R_n) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2^{N+1}} + R_n \alpha - R_y \alpha = (R_y - R_n) \left(2^{N+1} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2^{N+1}} - \alpha \right). \quad (\text{П6})$$

Этим доказано, что структуры зависимостей $L(N + 1)$ и $\Delta L(N + 1)$ совпадают с таковыми для приближения N (см. таблицу).

Если задаться желаемой степенью приближения δ построенной траектории обхода зоны угроз к минимальной траектории, то номер N необходимого приближения определяется из следующего неравенства как минимальное целое число, удовлетворяющее неравенству

$$\left(2^N \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2^N} - \alpha \right) \leq \frac{\delta}{R_y - R_n}. \quad (\text{П7})$$

Опишем для общего случая процедуру построения новых базовых конструкций, вписанных в заданную базовую конструкцию (рис. П6).

Пусть взята одна из базовых конструкций (рис. П6) из траектории обхода предыдущего приближения. Она включает в себя:

а) угол $\angle BAC$, образованный двумя касательными AB и AC к OY , уравнения которых определены и найдены координаты точек их касания OY : точка A и точка C ;

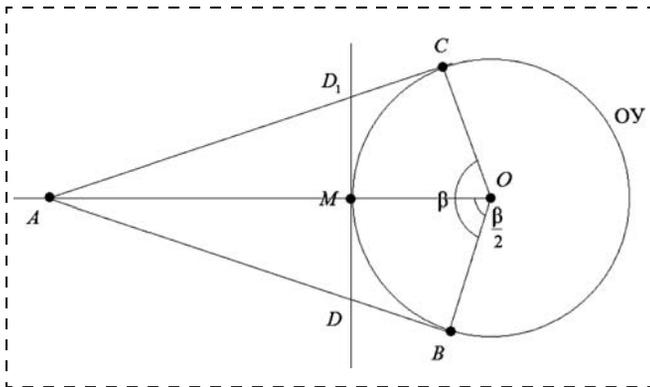


Рис. П6. Базовая конструкция, включаемая в исходную базовую конструкцию

б) угол $\angle BOC = \beta$, образованный прямыми OB и OC , проведенными из центра OY в точки касания B и C соответственно.

Для построения в этой базисной конструкции вписанных в нее новых базовых конструкций:

- определим координаты точки A пересечения заданных касательных AC и AB ;
- соединим точку A с центром O окружности угроз и составим уравнение прямой AO ;
- проведем новую касательную DD_1 к OY , перпендикулярную к прямой AO . Прямая DD_1 касается OY в точке M ;
- найдем координаты точки M , которая располагается на расстоянии R_y от центра OY ;
- составим уравнение прямой DD_1 , проходящей через найденную точку M , перпендикулярно прямой DD_1 , заданной аналитически.

В результате этих построений получим две новые базовые конструкции:

а) $\angle BDM$, определенный касательными AB и DD_1 , уравнения которых известны; угол $\frac{\beta}{2}$ между радиусами OB и OM , проведенными из центра OY в точки касания B и M , координаты которых известны;

б) $\angle MD_1C$, определенный касательными AC и DD_1 , уравнения которых известны, угол $\frac{\beta}{2}$ между радиусами OM и OC , проведенными из центра OY в точки касания M и C , координаты которых известны.

В результате построены все искомые (две) новые базисные конструкции, вписанные в исходную базисную конструкцию. В построенные новые базисные конструкции при построении траектории обхода следующего приближения вписываются OP .

Заключение

В Части 2 рассмотрен алгоритм построения траектории захода на цель с использованием траектории, сконструированной в Части 1, при угрозе, мешающей прохождению по базовой траектории. Рассмотрены случаи:

- радиус OY равен радиусу OP ;
- радиус OY больше радиуса OP .

Список литературы

1. Федун Б. Е. Макромодель пилотируемых летательных аппаратов для разработки алгоритмов бортового интеллекта // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 3. Приложение. С. 13–16.
2. АLEXIN Д. В., ЯКИМЕНКО О. А. Синтез алгоритма оптимизации траектории полета по маршруту прямым вариационным методом. М.: Изв. РАН, ТиСУ. 1999. № 4. С. 150–167.
3. Воронов Е. М., Карпунин А. А. Обеспечение траекторной безопасности в задаче облета динамической круговой зоны // Наука и образование. 2011. № 12.
4. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М.: Физматлит, 1962.

М. Н. Правидло, д-р техн. наук, проф., **В. А. Нестеров**, д-р техн. наук, проф.,
 Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

А. Н. Беляев, начальник конструкторского отдела, alex_jc@mail.ru,
 ОАО "Государственное машиностроительное конструкторское бюро "Вымпел" имени И. И. Торопова"

Анализ адаптивной замкнутой системы отделения авиационных средств поражения. Часть 2

Разрабатывается математическая модель динамики авиационных бомбардировочных средств поражения, отделяемых адаптивной замкнутой системой принудительного отделения, функционирующей без использования априорных данных о действующих на авиационное средство поражения нагрузках с учетом аэродинамической интерференции. Анализируются технические характеристики адаптивной установки авиационного вооружения, а также предлагается структурная схема и основные алгоритмы регулирования, полученные в результате анализа требований к параметрам отделения грузов.

Ключевые слова: установка авиационного вооружения, авиационное средство поражения, адаптивная система катапультирования, принудительное отделение, аэродинамическая интерференция, катапультирование, условия безопасного отделения, пространственная устойчивость, замкнутый контур управления

M. N. Pravidlo, V. A. Nesterov, A. N. Belyaev

The Analysis of the Adaptive Closed-Loop Ejection System of Stores. Part 2

The mathematical model of dynamics of aircraft stores ejecting by adaptive closed loop control system, functioning without use of a priori data about loadings acting on the stores with aerodynamic interference taking into account is developing. Technical characteristics of adaptive installation of aircraft weapons are analyzed, and also the block diagram and the main algorithms of regulation received as a results of the analysis requirement to parameters of ejecting aircraft stores is offered.

Keywords: aircraft store ejector system, aircraft weapons, adaptive ejection system, forced separation, aerodynamic interference, ejection, conditions for safe ejection, dimensional stability, closed loop control

Математическая модель работы адаптивной системы принудительного отделения

Оценка параметров линейного и углового движения авиационного средства поражения (АСП), катапультируемого с помощью замкнутой адаптивной системы принудительного отделения (АСПО) (рис. 1), выполняется с помощью математической модели, представляющей собой связанную задачу внутренней баллистики и механики.

При решении задачи внутренней баллистики пирогидропривода определяем начальное давление жидкости в гидроцилиндре:

$$P_{g0} = \frac{Q(t)}{F_p},$$

где $F_{g0} = F_p$ — площадь поршня; $Q(t) = P_2(t)F_p$ — усилие воздействия на поршень от пиропатрона.

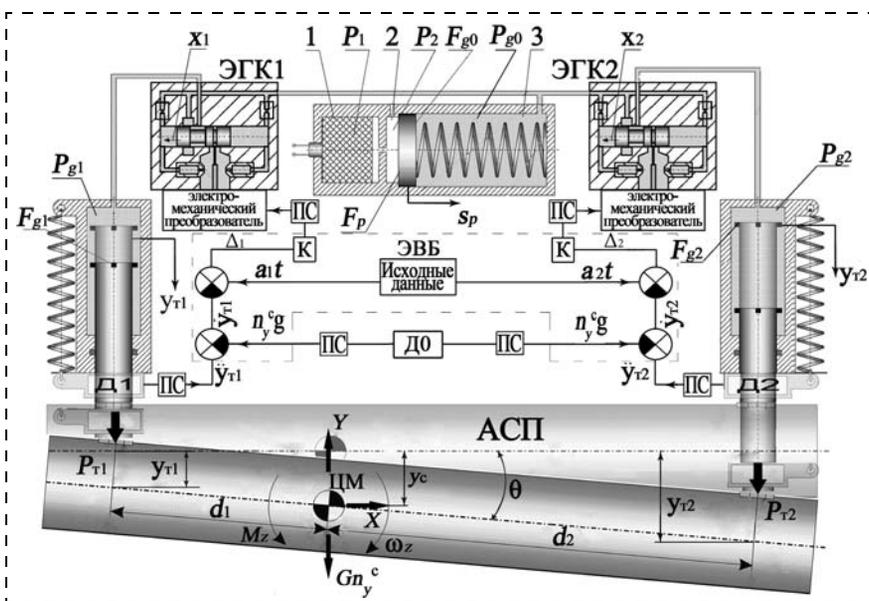


Рис. 1. Расчетная схема катапультирования АСП от АСПО:

1 — объем пирокamеры; 2 — объем промежуточной полости; 3 — объем полости с гидросмесью; ПС — преобразователи сигналов; Д1, Д2 — датчики линейных ускорений (ДЛУ) на подвижных толкателях; Д0 — ДЛУ на неподвижном корпусе АСПО; К — коэффициент усиления; ЭГК — электрогидроклапан; ЭВБ — электронный вычислительный блок

Давление P_2 находится из системы дифференциальных уравнений перетекания газа:

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = \frac{RT_1}{P_1 V_1} \left[G_r(T_V - T_1) - (k-1)T_1 G_{12} - \frac{k-1}{R} \dot{q}_1 \right]; \\ \frac{dP_1}{dt} = \frac{RT_1}{V_1} (G_r - G_{12}) + \frac{P_1}{T_1} \dot{T}_1; \\ \frac{dT_2}{dt} = \frac{RT_2}{P_2 V_2} \left[G_{12}(kT_1 - T_2) - (k-1)T_2 G_{2a} - \right. \\ \left. - \frac{k-1}{R} (P_2 \dot{V}_2 + \dot{q}_2) \right]; \\ \frac{dP_2}{dt} = \frac{RT_2}{V_2} (G_{12} - G_{2a}) + \frac{P_2}{T_2} \dot{T}_2 - \frac{P_2}{V_2} \dot{V}_2, \end{cases}$$

где \dot{q}_j — мощность теплопотерь ($j = 1, 2$); G_{12} — расходы газа между полостями 1 и 2; G_{2a} — расход газа из полосы 2 в атмосферу.

Усилия P_{T1} и P_{T2} — толкания, воздействующие на АСП:

$$P_{Ti}(t) = P_{gi}(t)F_{gi},$$

где $P_{gi}(t)$ — редуцированные управляемые давления в гидроцилиндрах толкателей; F_{gi} — площади толкателей; $i = 1, 2$ — номер толкателя.

Перепад давлений на дросселях ЭГК:

$$\Delta P_i(t) = P_{g0}(t) - P_{gi}(t).$$

Для случая отсутствия разрыва жидкости в гидроцилиндрах скорость ее истечения через дроссель $v_{дpи}$ можно выразить через скорость i -го толкателя \dot{y}_i , установив таким образом связь параметров, определяемых в ходе решения задачи внутренней баллистики, с параметрами движения гидротолкателей:

$$F_{gi}\dot{y}_i = v_{дpи}f_i^*\mu_i,$$

где μ_i — коэффициент расхода; f_i^* — проходное сечение i -го дросселя.

Тогда условные перепады давлений на дросселях $\Delta P'_i$:

$$\Delta P'_i = \frac{1}{2} \rho (1 - \alpha_i^2) \left(\frac{\beta_i y_i}{\gamma_i \alpha_i \mu_i} \right)^2,$$

где γ_i , β_i — отношения площадей толкателей, $\alpha_i = f_i^*/F_{Tpi}$ — относительное сечение дросселя; F_{Tpi} — площадь поперечного сечения i -й трубы.

Реальные перепады давлений ΔP_i совпадают с условными, когда

$$\Delta P_i = \begin{cases} \Delta P'_i, & \text{если } \Delta P'_i \leq P_{g0}; \\ P_{g0}, & \text{если } \Delta P'_i > P_{g0} \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow P_{gi} = \begin{cases} P_{g0} - \Delta P'_i, & \text{если } \Delta P'_i \leq P_{g0}; \\ 0, & \text{если } \Delta P'_i > P_{g0}. \end{cases}$$

Параметры движения катапультируемого АСП от воздействия сил толкания P_{Ti} и внешних нагру-

зок (Y — аэродинамическая сила, M_z — тангажный момент, n_y^c — перегрузка самолета-носителя (СН), G — вес АСП) определяются из следующих уравнений:

$$m\ddot{y}_c = P_{T1} + P_{T2} + (Gn_y^c - Y);$$

$$J_z\ddot{\theta} = P_{T1}d_1 - P_{T2}d_2 + M_z,$$

где m , J_z — масса и момент инерции АСП.

Задающие скорости толкателей:

$$u_1(t) = a_1 t; u_2(t) = a_2 t,$$

где a_i — постоянные ускорения толкателей.

Задающая угловая скорость АСП

$$\dot{\theta}_u(t) = \frac{a_2 - a_1}{d} t,$$

где d — расстояние между точками толкания АСП.

Ускорения толкателей:

$$a_1 = \frac{V_{y1}^2}{2h_1}; a_2 = \frac{V_{y1}}{2h_1} (V_{y1} + d\omega_z^*),$$

где V_{y1} , ω_z^* , h_1 , $V_{y2} = V_{y1} + d\omega_z^*$ — заданные конечные значения параметров отделения.

Время катапультирования:

$$t = \frac{V_{y1}}{a_1} = \frac{2h_1}{V_{y1}}.$$

Текущие ходы, скорости и ускорения толкателей:

$$y_1 = y_c - d_1\theta; y_2 = y_c + d_2\theta;$$

$$\dot{y}_1 = \dot{y}_c - d_1\dot{\theta}; \dot{y}_2 = \dot{y}_c + d_2\dot{\theta};$$

$$\ddot{y}_1 = \ddot{y}_c - d_1\ddot{\theta}; \ddot{y}_2 = \ddot{y}_c + d_2\ddot{\theta},$$

где y_c — перемещение центра масс груза.

Рассогласования между задающими и реальными скоростями толкателей:

$$\Delta_1 = a_1 t - \dot{y}_1; \Delta_2 = a_2 t - \dot{y}_2.$$

Сечения регулируемых дросселей f_i^* устанавливаются быстродействующим механизмом путем перемещения золотника x_i пропорционально разности Δ_i , пропущенной через динамический тракт ЭГК, с передаточной функцией $W(s)$:

$$x'_i = W(s)K\Delta_i \quad (i = 1, 2)$$

при условии:

$$x_i = \begin{cases} x'_i, & \text{если } 0 \leq x'_i < x_{i\max}; \\ x_{i\max}, & \text{если } x'_i > x_{i\max}; \\ 0, & \text{если } x'_i < 0, \end{cases}$$

где x'_i — условное смещение золотника ЭГК; $x_{i\max}$ — максимально возможное смещение золотника ЭГК; K — передаточный коэффициент.

С учетом характеристического уравнения передаточной функции динамического звена второго

порядка перемещение золотника x_i можно найти из соотношения:

$$T_2 \ddot{x}_i' + 2\xi T \dot{x}_i' + x_i' = K \Delta_i; \quad i = (1, 2),$$

где T — постоянная времени; ξ — коэффициент демпфирования.

На выходе имеем ход золотника x_i , который определяет значение проходного сечения дросселя f_{i*} :

$$x_i = \frac{f_{i*}}{b},$$

где b — ширина впускного окна в ЭГК.

Полученные дифференциальные уравнения путем введения соответствующих обозначений для переменных $y = \{y_c, \dot{y}_c, \theta, \dot{\theta}, T_1, P_1, T_2, P_2, x_1, x_2\}^T$ приводится к нормальной форме Коши и численно интегрируется методом Рунге—Кутты при начальных условиях: $y_c(0) = \dot{y}_c(0) = \theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0$, $T_1(0) = T_2(0) = T_a$; $P_1(0) = P_2(0) = p_a$ — атмосферное давление; $x_1(0) = x_2(0) = 0$ до момента $y_1 = h_1$.

Определение требуемых усилий на толкателях и характеристик ЭГК

В целях выбора рационального облика электрогидроклапанов и параметров гидротолкателей необходимо оценить их необходимые характеристики. Результаты ранее проведенных исследований показали, что переходной процесс регулирования параметров отделения АСП проходит с наименьшими колебаниями, когда динамические характеристики электрогидроклапанов соответствуют аperiodическому звену второго порядка [1].

Определим требуемую расходную характеристику ЭГК и площади гидротолкателей на примере отделения АСП со следующими характеристиками: масса $m = 200$ кг; момент инерции относительно оси z $J_z = 1400$ кг · м²; расстояния от центра масс АСП до точек приложения сил от толкателей $d_1 = 34$ см; $d_2 = 100$ см. Для этого найдем максимально необходимое усилие толкания, используя теоремы для количества и момента количества движения:

$$\begin{cases} m \Delta V = J_{\Sigma 1} + J_{\Sigma 2}; \\ J_z \Delta \omega = J_{\Sigma 1} d_1 - J_{\Sigma 2} d_2, \end{cases} \quad (1)$$

где ΔV , $\Delta \omega$ — модули требуемых приращений линейной и угловой относительной скоростей АСП в процессе катапультирования; $J_{\Sigma 1}$, $J_{\Sigma 2}$ — суммарные импульсы сил на переднем и заднем толкателях.

Решая систему уравнений (1), зададим неравенства, выполнение которых обеспечивает необходимые усилия толкания:

$$\begin{cases} J_{\Sigma 1} \geq \frac{m \Delta V d_2 + J_z \Delta \omega}{d_1 + d_2}; \\ J_{\Sigma 2} \geq \frac{m \Delta V d_1 - J_z \Delta \omega}{d_1 + d_2}. \end{cases} \quad (2)$$

Примем первый расчетный случай горизонтального полета СН ($n_y^c = 1$), при этом $\Delta V = 4$ м/с и $\Delta \omega = 40$ °/с. Подставляя данные значения в выражение (2), получаем следующие значения суммарных импульсов: $J_{\Sigma 1} \geq 802,6$ Н · с; $J_{\Sigma 2} \geq 176,4$ Н · с. Сопоставление полученных значений требуемых импульсов с возможными в горизонтальном полете значениями импульсов аэродинамических сил и моментов показывает, что последними в первом случае можно пренебречь.

В качестве второго расчетного случая рассмотрим движение СН с перегрузкой $n_y^c = 4$, а $\Delta \omega = 80$ °/с примем максимальным из диапазона возможных для задания значений.

Для данного случая, очевидно, необходимо задавать условия, чтобы толкатели не увеличивали модуль скорости V_y (который уже имеет существенные значения за счет ускорения СН). Исходя из этого будем обеспечивать управление только вторым толкателем, не существенно влияющим на вертикальную скорость отделения АСП. Тогда из второго уравне-

ния системы (1) имеем: $J_{\Sigma 2} \leq -\frac{J_z \Delta \omega}{d_2}$, откуда, под-

ставив числовые значения, получим $J_{\Sigma 2} \leq -192$ Н · с (знак минус соответствует изменению направления усилия, что возможно при применении сервоклапана реверсивного типа и соответствующей "удерживающей" конструкции толкателя). Во втором расчетном случае возможность пренебрежения импульсами аэродинамической силы и момента не столь очевидна, поэтому полученное значение следует рассматривать как оценку первого приближения.

Таким образом, максимальный потребный суммарный импульс определяется первым с расчетным случаем и составляет 802,6 Н · с (на переднем толкателе). Определим максимальное усилие на толкателе. Дегрессивный закон для усилия на толкателях примем согласно рис. 2.

На рис. 2 обозначено: $t_{\text{пп}}$ — время переходного процесса в системе управления, в конце которого будут достигнуты потребные кинематические параметры отделения АСП.

Требование по расходной характеристике сервоклапана должно обеспечить отношение начального

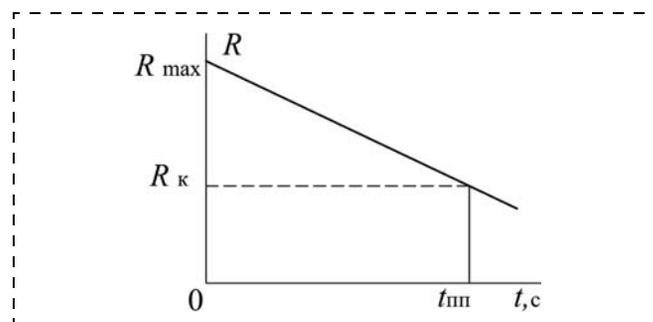


Рис. 2. Закон изменения усилия на толкателях

(R_{\max}) и конечного (R_k при $t = t_{\text{пп}}$) значений силы толкателя (степень деградации) на уровне m , для которого примем $m = \frac{R_{\max}}{R_k} \leq 3$.

Принимаем $t_{\text{пп}} = 0,07$ с, а степень деградации $m = 2,2$.

С учетом рис. 2 получаем:

$$R_{\max} = \frac{2J_{\Sigma\max}}{\left(1 + \frac{1}{m}\right)t_{\text{пп}}} n, \quad (3)$$

где n — коэффициент запаса на динамику регулирования, принятый равным 2.

Подставляя в формулу (3) максимальное значение требуемого суммарного импульса, получим $R_{\max} \geq 31\,530$ Н — максимальное значение требуемой силы на переднем толкателе. Максимальное значение требуемой силы на заднем толкателе $R_{\max 2}^I \geq 7000$ Н. Тогда максимальная перегрузка АСП в плоскости катапультирования, создаваемая толкателями, составляет

$$n_k = \frac{R_{\max} + R_{\max 2}^I}{G} = 15,8.$$

Полученное значение перегрузки вполне приемлемо по условиям прочности для АСП.

Сформулированные требования выполняются при применении в АСПО электрогидроклапана 6Ц225 [2].

Покажем, что расходная характеристика сервоклапана удовлетворяет поставленным требованиям, и определим площади поршней толкателей. Зависимости расходов рабочей жидкости $Q_{x,x}$ на выходе сервоклапана от перепада давления между напорной и сливной линиями на сервоклапане P_0 представлены на рис. 3.

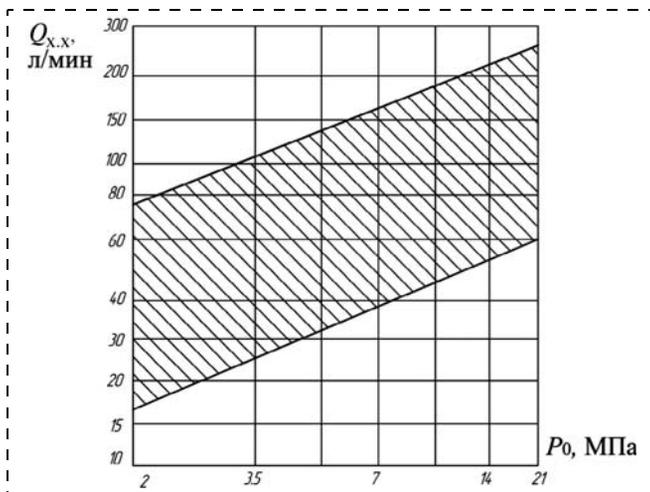


Рис. 3. Номинальные расходы рабочей жидкости в ЭГК 6Ц225 без нагрузки

Для расчета воспользуемся верхней границей заштрихованной на рисунке области расходов, так как эта граница соответствует максимальному расходу $Q_{x,x}$ при максимальном смещении золотника x_{\max} . Указанная граница — прямая линия — представляет в логарифмических масштабах по осям координат известную зависимость для симметричного четырехходового золотника:

$$Q_{x,x \max} = g_{\max} \sqrt{0,5 P_0}, \quad (4)$$

где g_{\max} — максимальная проводимость, т. е. проводимость при x_{\max} одного окна золотника; P_0 — перепад давления на клапане, который приблизительно равен давлению питания (подачи).

Для определения g_{\max} воспользуемся точкой с графика: $P_0 = 20,6$ МПа, $Q_{x,x \max} = 260$ л/мин = 4330 см³/с. Используя эти значения, по формуле (4) получим $g_{\max} = 423$ см⁴/(с · кг^{1/2}).

Рассматриваемая система принудительного отделения имеет нереверсивную конструкцию толкателей. Штатная конструкция данного сервоклапана имеет два канала к нагрузке (А и В) [2], т. е. предполагает использование реверсивного поршня. При применении клапана в нереверсивном режиме один из каналов к нагрузке выходного золотника будет заглушен, в результате чего в режиме холостого хода перепад на одном окне станет равным всему давлению питания, и для максимального расхода будет справедлива формула

$$Q_{x,x \max} = g_{\max} \sqrt{P_0},$$

т. е. величина $Q_{x,x \max}$ увеличится в $\sqrt{2}$ раз в сравнении со штатным применением.

Для давления в цилиндре $P_{ц}$ над поршнем толкателя можно получить следующую формулу:

$$P_{цi} = \Delta P \left[1 - \left(\frac{V_i F_{\text{пи}}}{Q_{x,x i}} \right)^2 \right],$$

где V_i — скорость поршня (толкателя); $F_{\text{пи}}$ — площадь поршня.

Тогда для степени деградации в переднем толкателе имеем

$$m = \frac{P_{0\max}}{P_{ц}} = \frac{P_{0\max}}{P_{01} \left[1 - \left(\frac{V_1 F_{\text{пи}}}{q_{\max} \sqrt{\Delta P}} \right)^2 \right]},$$

где $P_{0\max} = \Delta P$ — давление гидропитания в начале катапультирования, которое предлагается обеспечить на уровне 20,6 МПа (номинальное давление подачи для выбранного сервоклапана); P_{01} — давление питания при $t_{\text{пп}} = 0,07$ с; V_1 — скорость переднего толкателя при $t_{\text{пп}}$: $V_1 = \Delta V + \Delta \omega d_1 = 4,23$ м/с.

Примем, что устройство системы гидропитания должно быть таким, чтобы через 0,07 с после начала катапультирования падение давления подачи

не превышало $k = \frac{P_{0\max}}{P_{01}} = 1,5$. С учетом этого обо-

значения запишем в окончательном виде систему для определения требуемой площади поршня толкателя и соответствующей ей степени дегрессивности:

$$\begin{cases} F_{\Pi i} = \frac{R_{\max i}}{P_{0\max}} \geq \frac{2J_{\Sigma\max} n}{\left(1 + \frac{1}{m}\right) t_{\text{пп}} P_{0\max}}; \\ m = \frac{k g_{\max}^2 P_{0\max}}{g_{\max}^2 P_{0\max} - V_i^2 F_{\Pi i}^2}. \end{cases} \quad (5)$$

Решение систем (5) числовым подбором позволило определить следующие значения неизвестных: $F_{\Pi 1} = 9 \text{ см}^2$; $F_{\Pi 2} = 5,24 \text{ см}^2$; $m = 2,27$. Суммируя изложенное, запишем систему уравнений для сервоклапанов ($i = 1, 2$):

$$x_i = W_{\text{ск}} U_i,$$

где x_i — смещение выходного золотника; $W_{\text{ск}}$ — передаточная функция, суммарно учитывающая инерционность клапана; U_i — управляющий сигнал на входе в клапан;

$$x_i = \begin{cases} x_i, & \text{если } |x_i| \leq x_{\max}; \\ x_{\max} \text{sign} x_i, & |x_i| > x_{\max}. \end{cases}$$

Расход без нагрузки:

$$Q_{x.xi} = k_Q x_i,$$

где $k_Q = \frac{g_{\max} \sqrt{\Delta P}}{x_{\max}}$ — коэффициент раскрытия дроселя ЭГК. Для численного определения коэффициентов k_Q необходимо уточнение значения максимального смещения золотника x_{\max} .

Скорость холостого хода: $V_{x.xi} = \frac{Q_{x.xi}}{F_{\Pi i}}$.

Сила давления, приложенная к поршню толкателя (без учета инерционных сил, приложенных к поршням, сил трения и сил возвратных пружин):

$$P_{Ti} = F_{\Pi i} P_0 \left[1 - \left(\frac{V_i^{\text{отн}}}{V_{x.xi}} \right)^2 \right],$$

где $V_i^{\text{отн}}$ — скорость толкателя в относительном движении.

Определение характеристик измерителей для образования обратных связей АСПО

Для построения замкнутой системы управления АСПО, обеспечивающей высокую точность обработки заданных параметров отделения, необходимо измерить линейные и угловые ускорения, скорости и перемещения в относительном движении. Наиболее просто и точно указанный объем измерений можно реализовать при использовании трех ДЛУ и последующей обработке их измерений в электронно-вычислительном блоке по нижеприво-

димым формулам. Один ДЛУ, которому присвоен индекс "0", располагается на корпусе АСПО и измеряет перегрузку СН в районе подвески, которую будем считать одинаковой на осях первого и второго толкателей вследствие малости углового ускорения носителя. ДЛУ с индексами "1" и "2" перемещаются вместе с поршнями переднего и заднего толкателей соответственно. Линейные ускорения в относительном движении для точек АСП, сопряженных с первым и вторым толкателем, определяются по формуле

$$\hat{a}_i^{\text{отн}} = g(n_i - n_0).$$

где $\hat{a}_i^{\text{отн}}$ — вычисленное относительное ускорение в точке i ($i = 1, 2$); n_i — измерения i -го ДЛУ; n_0 — измерения 0-го ДЛУ.

Угловое ускорение АСП:

$$\hat{\varepsilon} = (\hat{a}_1^{\text{отн}} - \hat{a}_2^{\text{отн}}) \frac{1}{d},$$

где d — расстояние между толкателями; $d = d_1 + d_2$, d_i — расстояние от центра масс АСП до точек приложения усилий от толкателей ($i = 1, 2$).

Линейное ускорение центра масс АСП в относительном движении:

$$\hat{a}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}} = \hat{a}_1^{\text{отн}} - \hat{\varepsilon} d_1.$$

Угловая скорость АСП:

$$\hat{\omega} = \int \hat{\varepsilon} dt.$$

Угол поворота АСП при катапультировании:

$$\hat{\phi} = \int \hat{\omega} dt.$$

Линейная скорость центра масс (ЦМ) (относительная):

$$\hat{V}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}} = \int \hat{a}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}} dt.$$

Перемещение центра масс:

$$\hat{Y}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}} = \int \hat{V}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}} dt.$$

Таким образом, определены текущие кинематические параметры относительного движения по измерениям трех ДЛУ. Точность современных ДЛУ находится на уровне 0,15 % от диапазона измерения. Значение максимальной перегрузки катапультирования, равное ~16 g, позволяет использовать для датчиков "1" и "2" диапазон: (0...20)g. Датчик "0" должен иметь диапазон: (0...+5)g. Сделанная на основании этих данных оценка погрешности определения кинематических параметров дала следующие результаты:

- по угловой скорости — не более 1,4 °/с;
- по смещению центра масс — не более 0,001 м.

Алгоритмы контура управления АСПО

Структурная схема контура управления АСПО включает два канала: канал движения ЦМ АСП и

канал движения вокруг него. Управляющий сигнал на каждый сервоклапан содержит составляющие двух каналов. Структуры каналов в значительной степени подобны. На первом этапе каналы являются следящими системами по соответствующему ускорению (угловому, линейному), на втором — по соответствующей скорости. В угловом канале первый этап длится до момента, когда выполняется условие $\hat{\omega} = \omega_{\text{зад}}$, в поступательном — до момента, когда выполняется условие $\hat{V}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}} = V_{\text{зад}}$, где $\omega_{\text{зад}}$ и $V_{\text{зад}}$ — заданные кинематические параметры отделения. Структура первого этапа, т. е. слежение за заданным ускорением, позволяет

1) форсировать переходные процессы в каналах в целях повышения быстродействия;

2) обеспечить в угловом канале такой характер движения, при котором потеря механической связи АСП с передним и задним толкателями происходит одновременно, что является необходимым условием точной отработки $\omega_{\text{зад}}$.

Выполнение п.2, т. е. синхронизация движения толкателей, достигается благодаря алгоритмам расчета оставшегося времени и расчета заданного углового ускорения. Оба эти алгоритма, а также обратные связи каналов на каждом этапе построены с использованием алгоритма определения кинематических параметров по измерениям перегрузок, который реализует вышеприведенные формулы. Алгоритм расчета оставшегося времени получает в качестве входов величины $\hat{V}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}}$, $\hat{V}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}}$ и $\hat{a}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}}$. Обозначим конечную координату ЦМ в положении синхронной потери механической связи толкателей с АСП через $y_{\text{к}}$. Тогда

$$y_{\text{ост}} = y_{\text{к}} - \hat{V}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}},$$

где $y_{\text{ост}}$ — оставшийся путь ЦМ до положения синхронной потери механической связи. Прогнозируемое значение оставшегося времени $\hat{t}_{\text{ост}}$ получим из квадратного уравнения, описывающего кинематику движения точки:

$$\frac{\hat{a}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}} \hat{t}_{\text{ост}}^2}{2} + \hat{V}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}} \hat{t}_{\text{ост}} = y_{\text{ост}},$$

решение которого приводит к формуле для вычисления $\hat{t}_{\text{ост}}$:

$$\hat{t}_{\text{ост}} = \frac{-|\hat{V}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}}| + \sqrt{|\hat{V}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}}|^2 + 2y_{\text{ост}} \hat{a}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}}}}{|\hat{a}_{\text{ЦМ}}^{\text{отн}}|}.$$

Уровень заданного углового ускорения $\epsilon_{\text{зад}}$ назначим таким, чтобы АСП, вращаясь с этим ускорением до конца первого этапа и продолжая затем движение по инерции, набрала к моменту достижения ЦМ положения $y_{\text{к}}$ соответствующее значе-

ние угла поворота $\varphi_{\text{к}}$, при котором потеря механической связи толкателей происходит синхронно. Входами алгоритма для расчета $\epsilon_{\text{зад}}$ являются величины $\hat{\varphi}$, $\hat{\omega}$ и $\hat{t}_{\text{ост}}$. Обозначим оставшееся время движения с ускорением $\epsilon = \epsilon_{\text{зад}}$ через \hat{t}_{ϵ} . Тогда:

$$\hat{t}_{\epsilon} = \frac{\omega_{\text{зад}} - \hat{\omega}}{\epsilon_{\text{зад}}}; \quad (6)$$

$$\omega_{\text{зад}}(\hat{t}_{\text{ост}} - \hat{t}_{\epsilon}) + \epsilon_{\text{зад}} \frac{(\omega_{\text{зад}} - \hat{\omega})^2}{2\epsilon_{\text{зад}}^2} + \hat{\omega} \hat{t}_{\epsilon} = \varphi_{\text{ост}}, \quad (7)$$

где $\varphi_{\text{ост}}$ — оставшийся угол поворота:

$$\varphi_{\text{ост}} = \varphi_{\text{к}} - \hat{\varphi}.$$

Решая уравнение (7) относительно $\epsilon_{\text{зад}}$ с учетом (6), получим алгоритм вычисления $\epsilon_{\text{зад}}$:

$$\epsilon_{\text{зад}} = \begin{cases} \frac{(\omega_{\text{зад}} - \hat{\omega})^2}{2(\omega_{\text{зад}} \hat{t}_{\text{ост}} - \varphi_{\text{ост}})}, & \text{если } \hat{\omega} \leq \omega_{\text{зад}}; \\ 0, & \text{если } \hat{\omega} > \omega_{\text{зад}}. \end{cases}$$

Заданное ускорение в канале движения ЦМ определяется как

$$a_{\text{зад}} = \frac{V_{\text{зад}}}{t_{\text{п.п}}},$$

где $t_{\text{п.п}}$ — номинальное время переходного процесса.

Таким образом, при соответствующем выборе характеристик передаточных функций в каналах W_i будет достигнута желаемая точность при отработке $\omega_{\text{зад}}$ ($\pm 5...10\%$ от заданного уровня) при одновременном выполнении требования по вертикальной скорости ЦМ АСП.

Выводы

1. Разработана математическая модель АСПО, позволяющая сформировать рекомендации по конструктивным характеристикам АСПО.

2. Разработаны основные алгоритмы замкнутой АСПО, включающие расчет текущих параметров движения АСП, расчет оставшегося времени движения ЦМ АСП, а также заданного углового ускорения, обеспечивающие синхронизацию движения гидротолкателей.

Список литературы

1. **Правдло М. Н., Пресняков В. М.** Численное моделирование адаптивного авиационного катапультного устройства // Техника воздушного флота. 2001. № 3—4. С. 64—75.
2. **Фомичев В. М.** Дросселирующий гидрораспределитель суперкласса для общемашиностроительного применения // Приводная техника. 1998. № 8/9. С. 43—46.

Л. Н. Александровская, д-р техн. наук, проф., гл. науч. сотр.,
В. Г. Борисов, канд. техн. наук, вед. инженер, **В. Н. Мазур**, канд. техн. наук, нач. сектора,
С. В. Хлгатын, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., **А. Е. Ардалионова**, инженер,
 aomiea@aviapribor.ru,
 Московский институт электромеханики и автоматики

Непараметрические методы оценки соответствия требований к безопасности автоматической посадки самолетов нормам летной годности

Рассматриваются особенности, возникающие при работе с большими объемами выборок ($n = 100\ 000 \dots 1\ 000\ 000$), полученных при статистическом моделировании задач оценки безопасности автоматической посадки самолетов по III категории ИКАО, и выдаются рекомендации по обоснованию необходимых объемов статистических испытаний и построению процедур оценивания вероятностных показателей безопасности.

Ключевые слова: система автоматической посадки самолета, требования к безопасности, непараметрический толерантный интервал

L. N. Aleksandrovskaya, V. G. Borisov, V. N. Mazur, S. V. Khlgatyan, A. E. Ardalionova

Non-Parametric Methods for Assessing Compliance with the Safety Requirements of Automatic Landing Aircraft Airworthiness

The article considers the specifics, arising when operating on large volumes of samplings ($n = 100\ 000 \dots 1\ 000\ 000$), obtained during the statistical modeling of aircraft ICAO Cat. III automatic landing safety estimation problems and gives out recommendations on the reasoning of the necessary statistical tests volumes and safety probability measures estimation procedures design.

Keywords: aircraft of automatic landing system, safety requirements, density-free tolerance interval

Приоритетным показателем качества авиационного оборудования является безопасность. Современная теория безопасности базируется на концепции "приемлемого" риска, а риск определен в руководстве [1] как вероятность возникновения определенной нештатной ситуации, связанной с уровнем опасности.

В эксплуатационной авиационной практике такими ситуациями являются нарушения автоматического управления, приводящие к аварийным ситуациям. В связи с этим предъявляются жесткие требования к уровню безопасности системы или так называемым сверхмалым предельно допустимым рискам ($10^{-5} \dots 10^{-8}$).

При сертификации систем автоматической посадки требуется оценка уровня безопасности или значения сверхмалого риска автоматического приземления самолета по критерию точности автоматического управления. Эта задача может быть решена, если выполнены требования к точностным

характеристикам режима автоматической посадки по вероятности недопустимых ошибок управления.

Отечественными и зарубежными нормативными документами по категории III определены следующие требования к точностным характеристикам режима автоматической посадки [2–4].

Должно быть показано, что характеристики приземления таковы, что выход за пределы любого из ограничений, приведенных в табл. 1, является событием маловероятным, если переменные факторы подчиняются ожидаемым для них законам распределения, а также в тех случаях, когда один из них принимает предельно допустимое значение, в то время как остальные подчиняются заданным законам распределения.

Указанными ограничениями являются:

1. Дальность касания поверхности ВПП ($D_{кас}$):
 - приземление в точке, расположенной на продольном расстоянии менее 60 м от порога ВПП;

Таблица 1

Требования к предельно допустимым характеристикам систем автоматической посадки

| Характеристики | Дальность касания поверхности ВПП | Боковое отклонение от осевой линии ВПП | Вертикальная скорость (по модулю) | Угол крена | Угол скольжения |
|---|-----------------------------------|--|-----------------------------------|------------|-----------------|
| Вероятности превышения $1 - R_3$ (в среднем) | 10^{-6} | 10^{-6} | 10^{-6} | 10^{-8} | 10^{-6} |
| Вероятности превышения $1 - R_3$ (в предельном) | 10^{-5} | 10^{-5} | 10^{-5} | 10^{-7} | 10^{-5} |

Здесь R_3 — заданное значение вероятности R .

- касание ВПП в точке на продольном расстоянии от порога ВПП, превышающем 823 м для случая, когда все переменные факторы подчиняются ожидаемым для них законам распределения, и 914 м, когда один из переменных факторов принимает предельное допустимое значение.

2. Боковое отклонение от осевой линии (Z):

- касание ВПП боковым колесом шасси в точке, расположенной на боковом расстоянии, превышающим 21 м от оси ВПП.

3. Вертикальная скорость (V_y):

- вертикальная скорость касания, соответствующая ограничению по прочности.

4. Угол крена (γ):

- крен, представляющий опасность для самолета.

5. Угол скольжения (β):

- боковая скорость или угол скольжения, соответствующие ограничениям по прочности.

В соответствии с нормативными документами должно быть продемонстрировано, что средства автоматической посадки в условиях, для которых предполагается одобрить их применение, обеспечивают точностные характеристики и выдерживание ограничений с учетом, по крайней мере, следующих факторов:

- конфигурации самолета (например, положения закрылков);
- положения центра тяжести;
- посадочного веса;
- условий ветра, турбулентности и сдвига ветра;
- характеристик радиотехнической системы посадки.

Приведенные выше факторы должны быть учтены в математической модели режима автоматической посадки при проведении расчетов по оценке уровня безопасности.

Требования должны быть подтверждены с заданной доверительной вероятностью γ . В математической постановке задача подтверждения требований в такой вероятностной форме сводится к задаче построения толерантного интервала [7]

$$P\left\{\int_A^B f(x)dx \geq R_3\right\} = \gamma,$$

где $f(x)$ — плотность распределения вероятностей исследуемой характеристики, $R_3 = \text{const}$.

Различают параметрические и непараметрические толерантные интервалы. Непараметрический толерантный интервал, не зависящий от закона распределения, получают при выборе

$$A = X_{(r)}; B = X_{(s)},$$

где $X_{(r)}$, $X_{(s)}$ — порядковые статистики.

На непараметрическом толерантном интервале основаны непараметрические методы оценивания рисков.

1. Метод "проходит—не проходит"

Метод "проходит—не проходит", регламентированный в Единых западноевропейских нормах летной годности (ЕЗЕНЛГ) и в методиках летно-испытательного института им. М. Громова, является основным методом подтверждения соответствия точностных характеристик систем автоматической посадки самолетов нормам летной годности. При этом требования к точностным характеристикам при посадке делятся на две группы [5].

Первую группу составляют требования к обеспечению комфортной посадки. В этой группе точностные характеристики должны находиться в допустимых пределах со сравнительно невысокой вероятностью 0,95...0,99 и подтверждаются с доверительной вероятностью 0,9...0,95.

Вторую группу составляют требования к безопасности посадки. В этой группе вероятность нахождения в допуске доходит до 0,99999999, а доверительная вероятность в ЕЗЕНЛГ не регламентирована.

Если для требований первой группы метод "проходит—не проходит" давно и успешно применяется, то для использования его в плане подтверждения соответствия требований второй группы необходимы дополнительные исследования.

Минимально необходимой информацией для выборочной оценки вероятности R этим методом является регистрация числа событий нахождения показателя безопасности (ПБ) в допуске m или выхода за его границы $d = n - m$. При единичном испытании показатель безопасности будет находиться в допуске с вероятностью R , а вне поля допуска — с вероятностью $1 - R$. При проведении n независимых испытаний соответственно имеем $R^m(1 - R)^{n-m}$ или $R^{n-d}(1 - R)^d$. Учитывая, что d отказов среди n испытаний могут реализоваться различными способами, приходим к биномиальному распределению вероятности получения d отказов при проведении n испытаний с постоянной вероятностью R :

$$P(d/n, R) = \frac{n!}{d!(n-d)!} R^{n-d}(1 - R)^d. \quad (1)$$

При проведении выборочных исследований наблюдаемое число отказов d является случайной величиной, на основе которой может быть построена интервальная оценка $[R_H, R_B]$ исследуемой вероятности R , где R_H, R_B — соответственно нижняя и верхняя доверительные границы. Процедура нахождения доверительных границ — общая для всех экспериментальных оценок: необходимо определить такие значения R_H, R_B , при которых вероятности нахождения случайной величины d соответственно меньше или больше наблюдаемой статистики \hat{d} .

Таким образом, выполняются условия:

$$P\{d \leq \hat{d}\} = 1 - \gamma_2;$$

$$P\{d \geq \hat{d}\} = 1 - \gamma_1$$

при $\gamma_1 + \gamma_2 - 1 = \gamma$ — доверительная вероятность.

В общем случае $\gamma_1 \neq \gamma_2$, так как биномиальное распределение (1) несимметрично, однако часто принимается $\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{1-\gamma}{2}$.

$P\{d \leq \hat{d}\}$ определяется интегральным законом биномиального распределения, т. е. должно выполняться условие

$$\sum_{r=0}^{\hat{d}} \frac{n!}{r!(n-r)!} R_H^{n-r} (1-R_H)^r = 1 - \gamma_2. \quad (2)$$

Учитывая, что для дискретного распределения выполняется соотношение

$$P\{r \leq d\} + P\{r \geq d + 1\} = 1,$$

получим

$$P\{d \geq \hat{d}\} = 1 - P\{d \leq \hat{d} - 1\} = 1 - \gamma_1,$$

откуда

$$P\{d \leq \hat{d} - 1\} = \gamma_1$$

или

$$\sum_{r=0}^{\hat{d}-1} \frac{n!}{r!(n-r)!} R_B^{n-r} (1-R_B)^r = \gamma_1. \quad (3)$$

Варьируя в (2) и (3) значениями непрерывной случайной величины R от нижнего значения R_H до верхнего R_B , можно добиться выполнения этих равенств для фиксированных n и \hat{d} . В результате приходим к известным уравнениям Клоппера—

Пирсона для интервальной оценки $\hat{R} = 1 - \frac{\hat{d}}{n}$:

$$\begin{aligned} \sum_{r=0}^d \frac{n!}{r!(n-r)!} R_H^{n-r} (1-R_H)^r &= 1 - \gamma_2; \\ \sum_{r=0}^{d-1} \frac{n!}{r!(n-r)!} R_B^{n-r} (1-R_B)^r &= \gamma_1, \end{aligned} \quad (4)$$

используемым в дальнейшем для построения процедур оценки соответствия.

Относительно оцениваемого неизвестного значения R могут быть сформированы гипотезы, представленные в табл. 2.

Здесь R_3 — заданное значение вероятности R ; пр H_1/H_0 — принятие гипотезы H_1 при условии H_0 .

Для односторонних решающих правил принимается либо $\gamma_1 = 1$ (для R_H), либо $\gamma_2 = 1$ (для R_B).

Выбор нулевой гипотезы имеет важное значение. Так, при выборе нулевой гипотезы № 1 (гипотезы "недоверия") и выполнении условия $R_H > R_3$ вероятность ошибки первого рода α (т. е. вероятность $R \leq R_3$) мала, однако из первого уравнения системы (4) следует, что при подстановке $R_H = R_3$ вероятность получить необходимую для выполнения условия $R_H > R_3$ комбинацию (n, d) также мала, т. е. практически не реализуема, т. е. объект испытаний не будет принят.

Для того чтобы получить высокую вероятность комбинации (n, d) , нужно при фиксированном n либо иметь запас ($R_1 \gg R_3$), либо допускать большее число отказов.

Пример 1

Пусть $R_3 = 0,999999$, $\gamma = 0,9$.

Проверим нулевую гипотезу $R \leq R_3$.

Используя одностороннее решающее правило, из уравнений Клоппера—Пирсона при $d = 0$ получим условие $R_3^n = 1 - \gamma$, откуда $n = 2\,302\,585$.

Однако при таком объеме испытаний получить выборку с отсутствием отказов можно примерно в одном случае из 10 ($1 - \gamma = 0,1$). Получить же $d = 0$ с высокой вероятностью (например 0,9) можно из условия $R_1^n = \gamma$ (выражения для верхней доверительной границы при $d = 1$), откуда $R_1 = 0,999999954$. Таких запасов по вероятности на практике достичь трудно. Следовательно, необходимо допустить большее число отказов. Так, при $R_3 = 0,999999$ высокую вероятность осуществления ($\gamma = 0,9$) имеет комбинация $n = 2\,302\,585$, $d = 5$.

Аналогичные рассуждения могут быть проведены для гипотезы № 2 (гипотеза "доверия"). Так, при выполнении условия $R_B < R_3$ вероятность ошибки первого рода α (т. е. вероятность $R \geq R_3$) также мала, однако из второго уравнения системы (4) следует, что при подстановке $R_B = R_3$ вероятность получить комбинацию $(n, d - 1)$ велика, откуда следует, что при наблюдении большего числа отказов $d > d - 1$ с большой вероятностью будет принята нулевая гипотеза, т. е. объект испытаний не будет забракован. Для браковки необходим "недобор" по вероятности $R_2 \ll R_3$, либо большее число наблюдаемых отказов. Заметим, что для гипотез "доверия" и "недоверия" ошибки первого и второго рода имеют различный смысл. Для первой гипотезы: α — это вероятность $R \leq R_3$ при принятии решения $R > R_3$ (приемка); β — это вероятность $R > R_3$ при принятии решения $R \leq R_3$; для второй гипотезы: α — это вероятность $R \geq R_3$ при решении $R < R_3$ (браковка), β — это вероятность $R < R_3$ при решении $R \geq R_3$.

Таблица 2

Принятие решений в методе "проходит—не проходит"

| № | Нулевая гипотеза H_0 | Альтернативная гипотеза H_1 | Решающие правила | | Ошибки | |
|---|------------------------|-------------------------------|------------------|----------------|----------------------------------|---------------------------------|
| | | | Принятие H_0 | Принятие H_1 | $P\{\text{пр}H_1/H_0\} = \alpha$ | $P\{\text{пр}H_1/H_0\} = \beta$ |
| 1 | $R \leq R_3$ | $R > R_3$ | $R_H \leq R_3$ | $R_H > R_3$ | $1 - \gamma_2$ | γ_2 |
| 2 | $R \geq R_3$ | $R < R_3$ | $R_B \geq R_3$ | $R_B < R_3$ | $1 - \gamma_1$ | γ_1 |

Пример 2

Пусть опять $R_3 = 0,999999$, $\gamma = 0,9$.

Проверим нулевую гипотезу $R \geq R_3$.

Используя одностороннее решающее правило, из уравнений Клоппера—Пирсона при $d = 0$ получим условие $R_B = 1$, т. е. всегда принимается нулевая гипотеза $R \geq R_3$.

При $d = 1$ и $R_B = R_3$ получим условие $R_3^n = \gamma$, откуда $n = 105\ 360$.

Гипотеза $R < R_3$ при таком объеме испытаний будет принята либо при большем числе отказов, либо при $R_2 \ll R_3$, где R_2 определяется из соотношения (выражения для нижней доверительной границы при $d = 0$) $R_2^n = 1 - \gamma$, откуда $R_2 = 0,999978$, т. е. существенно меньше $R_3 = 0,999999$. Такой "недобор" вероятности также недопустим.

В заключение рассмотрения данного метода заметим, что измерения здесь проводятся в самой слабой номинальной шкале, т. е. фиксируется лишь число выхода за границы допуска, при этом не фиксируется расстояние измерений от границ допуска, которое несомненно является важной информацией. Переход к измерениям в другой шкале позволит учесть такую информацию и за счет этого сократить необходимый объем измерений.

2. Использование порядковых статистик

При моделировании систем автоматической посадки самолетов измерение всех характеристик проводится именно в шкале отношений, что позволяет использовать для построения процедур проверки соответствия требований к безопасности нормам летной годности математический аппарат теории порядковых статистик.

При проведении n измерений и расположении их результатов в вариационный ряд $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n-1)}, x_{(n)}$, где $x_{(i)} < x_{(i+1)}$, $i = 1, n$, $x_{(i)}$ является порядковой статистикой, являющейся оценкой квантиля x_{p_i} при $p_i = \frac{i}{n+1}$ [6], т. е. $P\{\text{все } x_i \leq x_{p_i}\} = p_i$.

Множество (x_{p_i}, p_i) определяет эмпирический закон распределения вероятностей $F(x)$. Заметим, что здесь интервал дискретизации $[x_{(i+1)} - x_{(i)}]$ является случайной величиной, а доля распределения $\Delta p_i = p_{i+1} - p_i$, заключенная в каждом интервале,

постоянна: $\Delta p_i = \frac{1}{n+1}$. Кроме того, $p_1 = \frac{1}{n+1}$,

$p_n = \frac{n}{n+1}$, т. е. "хвосты" распределения не отсекаются.

Данный подход к построению эмпирического закона распределения отличается от традиционного подхода, принятого в классической математической статистике и практических исследованиях: здесь выбирается постоянный интервал дискретизации, а число измерений m_i , попавших в каждый интервал, случайно, причем $P\{x \leq x_1\} = P\{x > x_{(n)}\} = 0$, т. е. отсекаются хвосты распределения. При таком втором подходе между $x_{\min} = x_{(1)}$ и $x_{\max} = x_{(n)}$ заключена доля распределения, равная единице, т. е. при любом объеме измерений может быть найдена

оценка параметра x , соответствующая любой, сколь угодно высокой вероятности. Даже интуитивно понятно, что точность такой оценки при малом объеме выборки мала. В математической статистике рассматривается вопрос о распределении максимального (минимального) значения. Это распределение достаточно сложно, причем для получения оценки его параметров необходимо иметь несколько выборок измерений, достаточно большого объема каждая, т. е. сокращения суммарного объема не получается.

Совершенно другой результат имеем при первом подходе. Выборочный квантиль x_{p_i} имеет асимптотически нормальное распределение. В работе [6] на примере оценки точности выборочной медианы предложена простая практическая процедура: для получения доверительного интервала для медианы надо отсчитать в вариационном ряду от выборочной медианы влево и вправо по $\sqrt{R(1-R)n} U_{1-\frac{\alpha}{2}}$

измерений (где $R = 0,5$, $U_{1-\frac{\alpha}{2}}$ — квантиль стандартного нормального распределения) и округлить до следующего целого числа.

Пример 3

Для получения выборочного квантиля $p = 0,999999$ необходим минимальный объем выборки $n = 999999$

($p = \frac{999999}{1000000} = 0,999999$).

В соответствии с приведенной процедурой $\sqrt{0,999999 \cdot 0,000001 \cdot 1000000} \cdot U_{1-\frac{\alpha}{2}} \approx U_{1-\frac{\alpha}{2}} \approx 2$ ($\alpha = 0,1$,

$U_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,64$; $\alpha = 0,05$, $U_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$).

Следовательно, нижней доверительной границей является значение x при $n = 999997$.

На основе свойства симметричности нормального распределения для получения верхней границы к значению $x_{(999999)}$ прибавляем $\Delta x = x_{(999999)} - x_{(999997)}$.

3. Анализ эмпирических законов распределения вероятностей

Функция $\left\{ x_{(i)}, p_i = \frac{i}{n+1} \right\}$ представляет собой

эмпирический закон распределения вероятностей показателя безопасности x . Как известно, наиболее полная информация о поведении случайных величин заключена в их плотности распределения вероятностей или законе распределения вероятностей. Ниже будет показано, что именно анализ законов распределения позволяет получить ценную информацию для задачи оценки соответствия требований к безопасности. При этом эмпирические законы распределения сопоставляются с эталонным нормальным законом распределения. Выбор нормального закона распределения в качестве эталонного обусловлен тем, что подавляющее боль-

шинство методов математической статистики связано именно с условием нормальности исследуемых случайных величин, для нормального закона имеются полные таблицы значений его квантилей и формулы, позволяющие вычислить их значения для любого числа "девяток" [7].

Для более детального графического рассмотрения так называемых "хвостов" желательнее провести нелинейное растяжение вдоль оси вероятности, т. е. отобразить интервал вероятностей (0, 1) в интервал $(-\infty, +\infty)$. Операцию растяжения такого типа можно выполнить многими способами. Если для операции растяжения выбрать функцию, обратную к стандартному нормальному распределению, тогда в случае, если эмпирическое распределение соответствует нормальному распределению, график эмпирического распределения будет иметь прямолинейный вид [8].

На рис. 1–4 приведены экспериментальные функции законов распределения вероятностей одного из промежуточных вариантов основных характеристик, определяющих безопасность при автоматической посадке самолета АН-148 по IIIa категории, и соответствующие законы нормального распределения, полученные по объему выборки $n = 2,3 \cdot 10^6$.

Обозначения на рис. 1–4: 1 — экспериментальное распределение, 2 — нормальное распределение.

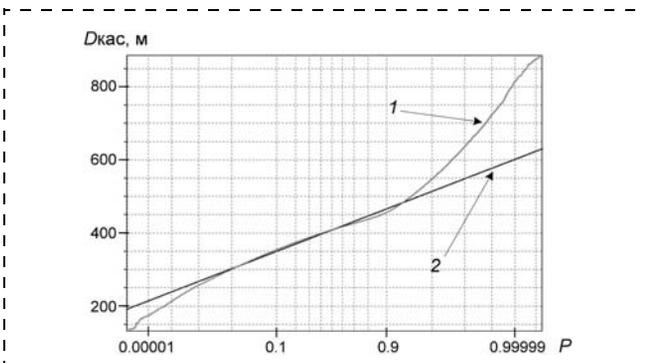


Рис. 1. Функция распределения дальности касания $D_{кас}$ ($N = 2,3 \cdot 10^6$)

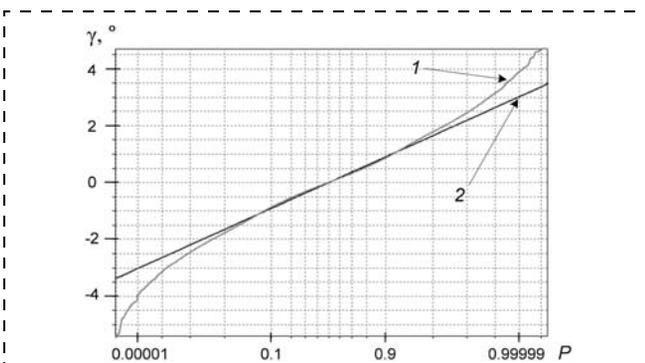


Рис. 2. Функция распределения угла крена (γ) на касании ($N = 2,3 \cdot 10^6$)

Для сравнения этих законов введем понятия "лучше" нормального и "хуже" нормального. Для экспериментальных законов "лучше" нормального в допустимых границах сосредоточена доля распределения большая, чем у нормального распределения, т. е. $R > R_{норм}$, а квантили $x_R < x_{Rнорм}$. Аналогично для экспериментального распределения "хуже" нормального будут выполняться условия $R < R_{норм}$, $x_R > x_{Rнорм}$.

Сравнение эмпирических законов распределения с нормальным подтвердило широко используемое в практике обработки летных испытаний утверждение, что в диапазоне 0,05...0,1; 0,9...0,95 законы распределения точностных характеристик посадки самолета могут быть приняты нормальными.

Кроме того, могут быть выданы полезные рекомендации для подтверждения соответствия требований к безопасности:

- для распределений "лучше" нормального браковка по нормальному распределению не означает браковку по экспериментальному, приемка же по нормальному обеспечивает гарантию приемки по экспериментальному распределению;
- для распределений "хуже" нормального, наоборот, браковка по нормальному соответствует браковке по экспериментальному распределению, приемка же по нормальному не обеспечивает приемку по экспериментальному распределению.

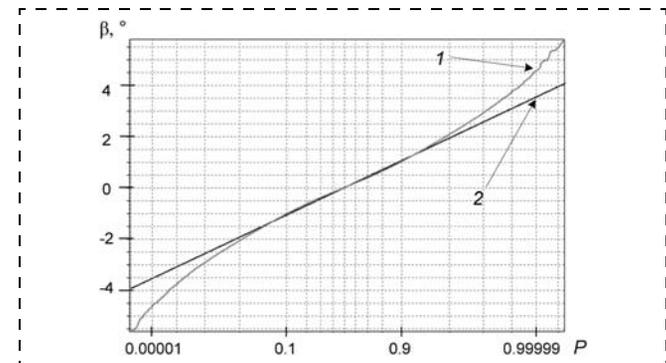


Рис. 3. Функция распределения угла скольжения (β) на касании ($N = 2,3 \cdot 10^6$)

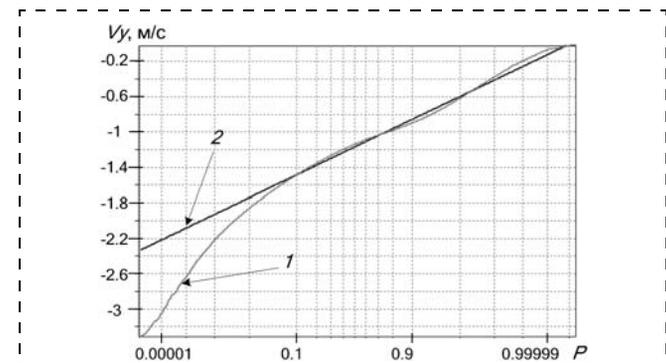


Рис. 4. Функция распределения вертикальной скорости (V_y) на касании ($N = 2,3 \cdot 10^6$)

Рассмотренные выше методы относятся к группе непараметрических методов, не требующих оценки таких характеристик распределений, как математическое ожидание, дисперсия, показатели асимметрии и эксцесса. Общим для этой группы методов является невозможность экстраполяции результатов моделирования на ненаблюдаемые "хвосты" распределений, поэтому необходимый объем выборки должен обеспечить заданную долю распределения, находящегося между минимальным и максимальным значениями случайной величины в этой выборке.

В результате за универсальность методов приходится платить большим объемом статистического моделирования.

Методы могут быть применены для окончательного варианта закона управления в целях дополнительной демонстрации адекватности выбранной статистической модели измерений.

Список литературы

1. **Аэродинамическая** рекомендательная практика AR4761. Процесс оценки безопасности. Руководство и методы (Рекомендации Р4761).
2. **Технические** требования к самолетам транспортной категории, выполняющие всегодные полеты // АРМАК. 2003.
3. **Требования** по сертификации всегодных полетов (CSAWO).
4. **Критерии** одобрения погодных минимумов категории III для взлета, посадки и пробег. Циркуляр FAA AC-120-28D 1999.
5. **Борисов В. Г., Ардалионова А. Е.** Исследование применения "проходит—не проходит" в задачах оценивания малых рисков // Труды ФГУП "НПЦАП". 2013. № 1.
6. **Дейвид Г.** Порядковые статистики. М.: Наука, 1979.
7. **Александровская Л. Н., Борисов В. Г., Ардалионова А. Е.** Использование нормального закона распределения вероятностей в задачах оценки соответствия требованиям к безопасности на примере автоматической посадки самолетов // Труды ФГУП "НПЦАП" 2012. № 4.
8. **Александровская Л. Н., Мазур В. Н., Хлгатын С. В., Ардалионова А. Е.** Метод кусочной аппроксимации функций распределения в задачах оценки соответствия требований к безопасности систем автоматической посадки самолетов нормам летной годности // Труды ФГУП "НПЦАП". 2011. № 3.

УДК 551.46.077:629.584

А. А. Кушнерик¹, инженер-конструктор, **Д. Н. Михайлов**¹, инженер, **Н. С. Сергеенко**¹, аспирант, **А. Ф. Щербатюк**¹, чл.-корр. РАН, зав. лаб., alex-scherba@yandex.ru, **В. А. Гой**², магистрант, **И. Е. Туфанов**², науч. сотр., **Ф. С. Дубровин**², науч. сотр.

¹Институт проблем морских технологий ДВО РАН, г. Владивосток

²Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток

Морской робототехнический комплекс, включающий автономные необитаемые подводный и водный аппараты

Рассмотрены основные системы, входящие в состав морского автономного робототехнического комплекса, который был разработан в 2013 г. в рамках госконтракта 14.А18.21.0283 в научно-образовательном центре (НОЦ) "Подводная робототехника", образованном на основе ДВФУ и ИПМТ ДВО РАН. Представлены системы программного управления и навигации, которые обеспечивают совместную работу разнородных аппаратов в группе. Приведены некоторые результаты морских испытаний.

Ключевые слова: автономные необитаемые подводный и водный аппараты, система программного управления, система навигации и связи

A. A. Kushnerik, D. N. Mikhailov, N. S. Sergeenko, A. F. Scherbatyuk, V. A. Goy, I. E. Tufanov, F. S. Dubrovin

Marine Robotic Complex Including Autonomous Unmanned Underwater and Surface Vehicles

Marine autonomous robotic complex (MARC) was designed in 2013 in "Underwater robotics" Scientific Educational Center based on Far Eastern Federal University and IMTP FEB RAS. It includes autonomous unmanned underwater and surface vehicles. Program control and navigation systems were created for the complex that allows joint operation of heterogeneous vehicles in group. The main systems of the complex are discussed in the paper and some marine trial results are supplemented.

Keywords: autonomous unmanned underwater and surface vehicles, program control system, navigation and communication system

При выполнении морских работ с использованием робототехнических систем важнейшим требованием является обеспечение высокой мобильности и экономической эффективности подводного робототехнического комплекса в целом, включая организацию навигационного обеспечения.

Недостатком бортовой системы счисления пути автономного необитаемого подводного аппа-

рата (АНПА) является постепенное накопление ошибок навигационных датчиков. Для обеспечения требуемой точности навигации АНПА, которая может составлять от 1 до 10 м, в процессе выполнения длительных миссий необходимо периодически осуществлять коррекцию численных координат. Всплытие АНПА на поверхность для уточнения положения с помощью GPS является

слишком затратным по времени и в энергетическом плане.

Для уменьшения накапливающейся со временем ошибки счисления наиболее широкое распространение получили гидроакустические навигационные системы (ГАНС) с длинной базой [1]. ГАНС с длинной базой предполагают развертывание и калибровку сети придонных маяков перед началом выполнения работ, а также их подъем по завершении работ. Данные операции занимают по времени, как правило, более суток. Дальность действия ГАНС с длинной базой обычно не превышает 10 км. При обследовании обширных участков дна и протяженных объектов размером более 100 км возникает необходимость в многократной переустановке системы, что существенно увеличивает время и стоимость выполнения работ.

Одним из способов создания мобильного навигационного комплекса для АНПА является разработка ГАНС с синтезированной длинной базой. Основная его идея состоит в использовании единственного мобильного навигационного маяка, буксируемого обеспечивающим судном или автономным необитаемым водным (движущимся по водной поверхности) аппаратом (АНВА). Работа навигационных систем данного класса основана на применении модемной гидроакустической связи, которая позволяет синхронно обмениваться пакетами навигационных данных между АНПА и АНВА и одновременно измерять время распространения акустического сигнала между ними [2–5] (рис. 1, см. вторую сторону обложки).

Создание комплексов автономных необитаемых подводного и водного аппаратов, наделенных элементами искусственного интеллекта, для выполнения различных подводно-технических работ в настоящее время во всем мире признано важным и актуальным. Возможность автономной эксплуатации комплекса указанных аппаратов без непосредственного присутствия человека в районе работ позволит отказаться от использования судов и существенно снизит стоимость выполнения морских работ. Основными областями использования комплексов АНПА и АНВА являются картографирование дна, поиск затонувших объектов, обследование протяженных объектов (подводных трубопроводов и кабелей), экологический мониторинг, оценка запасов биоресурсов.

Работы по созданию комплексов автономных необитаемых подводного и водного аппаратов интенсивно ведутся за рубежом. В частности, в Масачусетском технологическом институте подобный комплекс разрабатывается на основе АНПА Bluefin и автономного маяка, оснащенного необходимым оборудованием для связи и навигации. В Лиссабонском техническом институте подобный комплекс создается на базе АНВА ROAZ и АНПА MARES. Близкие работы ведутся и в ряде других мировых центров подводной робототехники (MBAR (USA), WHOI (USA), IFREMER (France), ATLAS

(Germany) и др.). Один из последних европейских проектов MORPH [6] посвящен отработке совместных операций с использованием группы АНВА и АНПА. Летом с 22 по 26 июля 2013 г. в Тулоне были проведены испытания, в которых приняли участие девять организаций из пяти стран (Германии, Португалии, Италии, Франции и Испании). Проводились эксперименты, в которых вместе с АНВА одновременно работали до пяти разнородных АНПА.

В данной статье в разделе 1 представлен состав комплекса, приведено краткое описание входящих в него АНПА и АНВА. Вопросы организации систем программного управления и навигации робототехнического комплекса рассмотрены в разделах 2 и 3. Некоторые результаты морских испытаний приведены в разделе 4.

1. Состав морского интеллектуального робототехнического комплекса

В состав робототехнического комплекса входят автономные необитаемые подводный и водный аппараты, а также оборудование берегового центра управления. АНПА МАРК, входящий в данный комплекс (рис. 2, см. вторую сторону обложки), был разработан в НОЦ "Подводная робототехника" ДВФУ и ИПМТ ДВО РАН в 2011 г. [7] и модернизирован в рамках госконтракта 14.А18.21.0283. Данный подводный аппарат имеет массу около 50 кг и предназначен для решения широкого круга задач на глубинах до 200 м. Основные его тактико-технические характеристики приведены ниже:

| | |
|--|------|
| Максимальная рабочая глубина погружения, м | 200 |
| Масса, кг | 50 |
| Длина, мм | 1800 |
| Диаметр корпуса, мм | 230 |
| Максимальная скорость, м/с | 3 |
| Автономность (при скорости хода 1 м/с), ч | 18 |
| Пробег, км | 65 |

В состав АНПА входят непосредственно носитель и информационно-измерительный комплекс. Носитель включает корпусную систему, движительно-рулевой комплекс (ДРК), систему энергообеспечения, систему программного управления и контроля, навигационный комплекс, комплекс средств связи и комплекс средств обнаружения подводного аппарата. Конструкция АНПА включает негерметичные носовой и кормовой отсеки и герметичный центральный отсек, в котором размещена цифровая система программного управления. На нем также установлены антенны гидролокатора бокового обзора (рис. 2). В носовой части расположены системы радиосвязи, GPS, датчики солености, температуры и давления (СТД), а также доплеровский лаг. Длина носовой части аппарата является переменной и зависит от устанавливаемого на аппарат дополнительного пользовательского оборудования.

Кормовая часть АНПА МАРК включает антенну гидроакустической навигационной системы и

системы связи, а также движительно-рулевой комплекс, который состоит из четырех маршевых движителей с фиксированным положением. Каждый движитель включает электронный блок управления и бесколлекторный двигатель с трехлопастным винтом. Движительный комплекс обеспечивает максимальную скорость движения аппарата около 3 м/с. В кормовой части АНПА также установлены четыре стабилизатора, расположенные в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Корпус аппарата и основная часть прочных контейнеров изготовлены из алюминиевого сплава. Пустоты между элементами конструкции и прочными корпусами во всех негерметичных отсеках АНПА свободно заполняются водой.

Для обнаружения подводного аппарата используются проблесковый светомаяк (на поверхности моря) и акустический пингер (в толще воды). При этом на поверхности моря система радиосвязи обеспечивает передачу на дистанции до 5 км координат АНПА, полученных от GPS.

АНВА, входящий в рассматриваемый комплекс, представляет собой движущийся по поверхности автономный аппарат катамаранного типа (рис. 3, см. вторую сторону обложки). В его состав входят поплавки, обеспечивающие необходимую плавучесть комплекса. Поплавки устанавливаются на рамную конструкцию, собранную из алюминиевых труб диаметром 40 мм. К раме крепятся радио- и GPS-антенны, панели солнечных батарей и прочее оборудование (устройство стыковки, дополнительные датчики). В поплавках носителя встроены отсеки для блоков электроники и аккумуляторных батарей. Поплавки АНВА изготовлены из вспененного пенополистирола плотностью 20 кг/м³. Каждый бортовой поплавок имеет положительную плавучесть около 80 кг. Масса АНВА составляет около 55 кг. Основные его тактико-технические характеристики приведены ниже:

| | |
|---|------|
| Остаточная плавучесть, кг | 160 |
| Масса, кг | 55 |
| Длина (с выступающими движителями), мм | 2700 |
| Ширина, мм | 1520 |
| Максимальная скорость, м/с. | 3 |
| Автономность (при скорости хода 2,5 м/с), ч | 13,5 |
| Пробег (при скорости хода 2,5 м/с), км. | 120 |

Элементы конструкции АНВА показаны на рис. 4. ДРК АНВА включает два маршевых движителя "Torqeedo Ultralight", которые устанавливаются в кормовой части носителя на поплавки. Каждый движитель имеет свой электронный блок управления. В движителях Torqeedo используются электромоторы бесколлекторного типа, что обеспечивает их высокую надежность. Каждый движитель имеет индивидуальную аккумуляторную батарею, которая подзарядается от солнечных панелей. Это позволяет в светлое время суток существенно увеличить автономность АНВА.

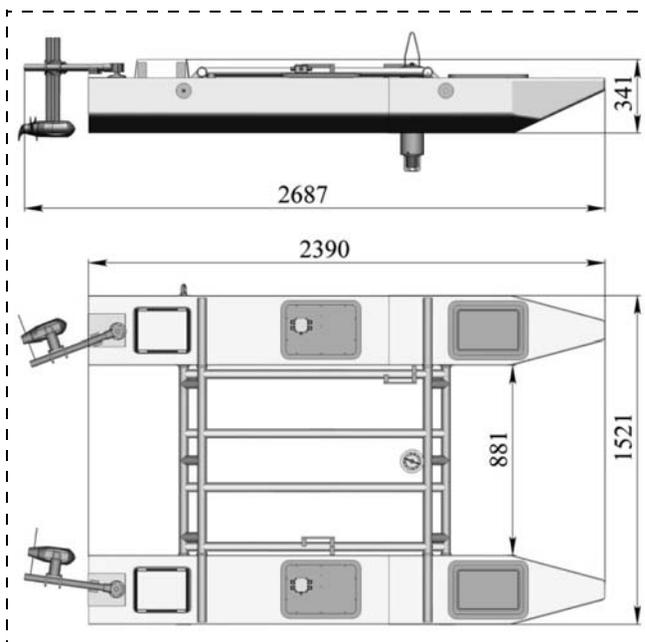


Рис. 4. Элементы конструкции АНВА МАРК

В состав оборудования берегового центра управления входят пост оператора и навигатора комплекса, а также рабочее место для оперативной обработки получаемой информации. Вспомогательное оборудование включает зарядные устройства АНПА и АНВА, комплект кабелей, а также моторную резиновую лодку для сопровождения робототехнического комплекса в процессе экспериментов и обслуживания его в случае нештатных ситуаций.

Указанный комплекс предназначен для работы в автоматическом режиме в соответствии с введенной перед его запуском программой-заданием (миссией). АНВА и АНПА объединены единой распределенной интеллектуальной системой управления и навигации. Если в процессе работы возникнет необходимость, то оператор имеет возможность перевести комплекс на ручное управление и в телеуправляемом режиме выполнить детальное обследование обнаруженных объектов. Режимы автоматического и супервизорного управления могут произвольно чередоваться по командам оператора в зависимости от характера текущих работ, выполняемых комплексом.

2. Система программного управления

Цифровые системы программного управления (СПУ) каждого отдельного аппарата комплекса однотипны и основаны на локальной вычислительной сети (ЛВС) с программным обеспечением, которая включает РС-совместимый бортовой компьютер и набор микроконтроллеров (рис. 5). Бортовой компьютер предназначен для реализации системы управления и навигации аппарата, выполнения программы-задания, а также обеспечения работы информационно-измерительного комплекса. Мик-

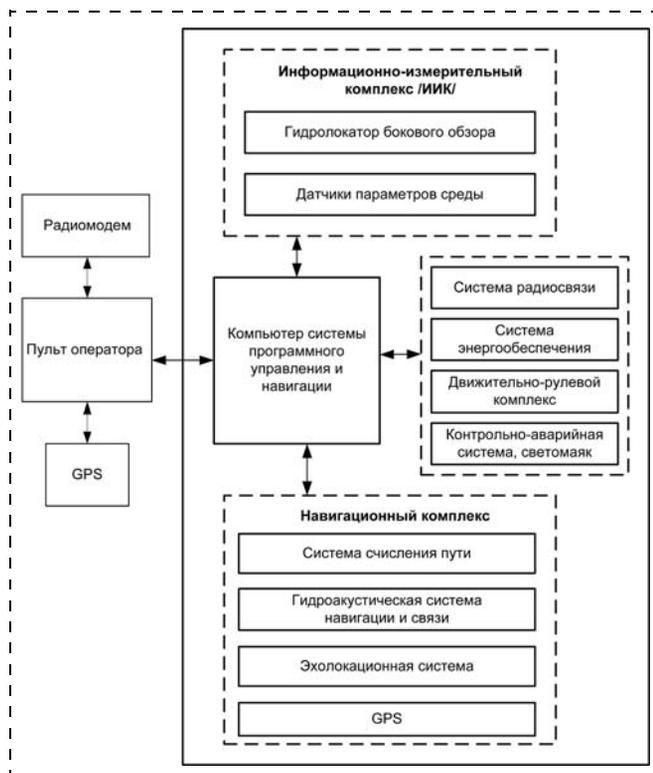


Рис. 5. Структурная схема ЛВС аппаратов комплекса

роконтроллеры предназначены для управления работой отдельных устройств и систем аппарата, предобработки данных и обеспечения их связи с бортовым компьютером. Локальная сеть включает линию Ethernet и несколько сегментов последовательных интерфейсов RS, USB и CAN.

Когда АНПА находится на поверхности моря, связь между АНПА, АНВА и постом оператора осуществляется посредством радиомодема со скоростью до 115 кбод. Обмен информацией между находящимся в подводном положении АНПА и АНВА выполняется по гидроакустическому каналу. Система гидроакустической связи действует под водой на дистанциях до 3,5 км.

СПУ предназначена для выполнения программы-задания (миссии) каждого аппарата, управления всеми системами во всех режимах, загрузки миссии каждого аппарата и ее тестирования перед запуском, обеспечения информационного обмена с постом оператора и другими подводными аппаратами, контроля состояния (диагностики) систем аппарата в процессе выполнения миссии и обеспечения считывания накопленной информации после завершения миссии.

Структура СПУ состоит из постоянной и переменной частей. Постоянная часть включает программу "менеджер миссии", программу управления движением, навигационную программу, бортовой архиватор данных и программу диагностики. Переменная часть представляет собой программу-задание (миссию) для текущего запуска. Для управления устройствами используется набор управляю-

щих программ — драйверов. Драйвер осуществляет связь с устройством посредством последовательного протокола через RS- или USB-порты.

Для передачи сообщений как между параллельно работающими процессами, реализующими указанные выше программные модули, так и для связи между отдельными аппаратами и постом оператора используется механизм IPS [8]. С его помощью осуществляется обмен по принципу "публикатор—подписчик". Каждый процесс имеет возможность публиковать в системе пакеты с данными, а также подписываться на получение интересующих сообщений и использовать содержащиеся в них данные. Предусмотрена ситуация, когда один аппарат может полностью захватывать управление другим, вплоть до формирования упоров на его движители. Драйверы также имеют возможность получать и публиковать IPC-сообщения.

В процессе обмена сообщениями между отдельными аппаратами и с постом оператора драйвер модема системы радио- или гидроакустической связи, получив локальное IPC-сообщение для отправки на другой узел, формирует на его основе байтовый поток и осуществляет его передачу. На принимающей стороне драйвер модема из получаемого потока байтов формирует исходное IPC-сообщение и публикует его в своей сети. Все программное обеспечение работает под управлением ОС Linux.

Процесс "менеджер миссии" служит для управления миссией. Он получает команды с судового поста управления о загрузке новой миссии и готовит ее к выполнению. На него также возложены функции приостановки или восстановления миссии, отмены текущего задания, полной отмены или смены миссии. Миссия представляет собой программу, содержащую вызовы специальных функций — команд управления аппаратом, которые делятся на три класса: команды управления движением, команды управления бортовыми устройствами, команды запроса данных.

Вызов команды управления движением для каждого аппарата сводится к заполнению специальной структуры с параметрами движения и ее публикации. На это сообщение подписана программа управления движением, которая вычисляет упоры движителей с учетом данных о текущем состоянии и местоположении. Когда желаемые параметры движения достигнуты, программа управления движением посылает сообщение "Команда выполнена". Получив его, менеджер миссии продолжает дальнейшее выполнение программы-задания. Контроль достижения цели может осуществляться по времени (команда движения в заданном направлении в течение определенного времени), по координатам, глубине или высоте (для АНПА) или другому условию. Диагностика подсистем отдельных аппаратов в режиме реального времени также реализована в виде отдельного процесса.

3. Навигационная система робототехнического комплекса

Как отмечалось выше, при разработке робототехнического комплекса одной из основных целей было обеспечение высокой мобильности навигационного обеспечения. Для комплекса разработана синхронная гидроакустическая навигационная система с синтезированной длинной базой, использующая в качестве единственного мобильного навигационного маяка гидроакустическую антенну, буксируемую АНВА. Структурная схема системы навигации показана на рис. 6. Работа данной навигационной системы основана на использовании модемной акустической связи, которая позволяет синхронно обмениваться пакетами навигационных данных между АНПА и АНВА и одновременно измерять время распространения акустического сигнала между ними. В процессе выполнения задания АНПА и АНВА поочередно обмениваются навигационными данными, на основе которых АНПА определяет свое местоположение, а АНВА отслеживает траекторию движения АНПА. Информационная посылка от АНВА содержит координаты гидроакустической антенны, рассчитанные с использованием данных от GPS (ГЛОНАСС или DGPS). Основными задачами АНВА в робототехническом комплексе являются навигационное обеспечение работы АНПА и организация связи между АНПА и наземным пунктом управления.

Для описания алгоритма формирования траектории движения АНВА в целях повышения точности оценивания координат АНПА рассмотрим два положения АНПА и мобильного маяка (рис. 7), соответствующие двум последовательным тактам работы ГАНС, где $P(x_A, y_A)_1$ и $P(x_A, y_A)_2$ — положения АНПА, $K(x_M, y_M)_1$ и $K(x_M, y_M)_2$ — положения буксируемого маяка. После коррекции местоположения АНПА на основе информации о дальности R_1 до навигационного маяка круг начальных погрешностей будет сжат в эллипс с радиально направленной малой осью. На рис. 7 для положения 1 показаны начальная круговая область ошибки и эллиптическая область ошибки, полученная в результате коррекции местоположения АНПА на основе информации о дальности R_1 .

Для обеспечения высокой точности навигации АНПА мобильному маяку на каждом такте работы ГАНС следует находиться в такой позиции, которая бы позволяла значительно уменьшить эллипс ошибки. Максимальному уменьшению области неопределенности соответствует такой ал-

горитм формирования траектории движения мобильного маяка, при котором в каждый момент излучения навигационного сигнала он находится на большой оси эллипса ошибок. Начальный эллипс и скорректированный эллипс ошибок, полученный на основе информации о дальности R_2 , также показаны на рис. 7.

Для реализации данного алгоритма автономный необитаемый водный аппарат, буксирующий мобильный маяк, периодически по гидроакустическому каналу связи должен получать от АНПА пакет данных, включающий оценку его координат, ковариационную матрицу ошибок координат, а также текущие курс и скорость движения АНПА. С использованием этих данных оценивается местоположение АНПА в момент времени, соответствующий следующему циклу ГАНС, а на основе полученных элементов ковариационной матрицы рассчитывается ориентация эллипса ошибок и вычисляется направление его большой оси. Используя оценку местоположения АНПА и направление большой оси эллипса ошибок, можно определить прямую, находясь на которой мобильный маяк позволит выполнить эффективное сжатие эллипса ошибок местонахождения АНПА в очередном цикле ГАНС [5].

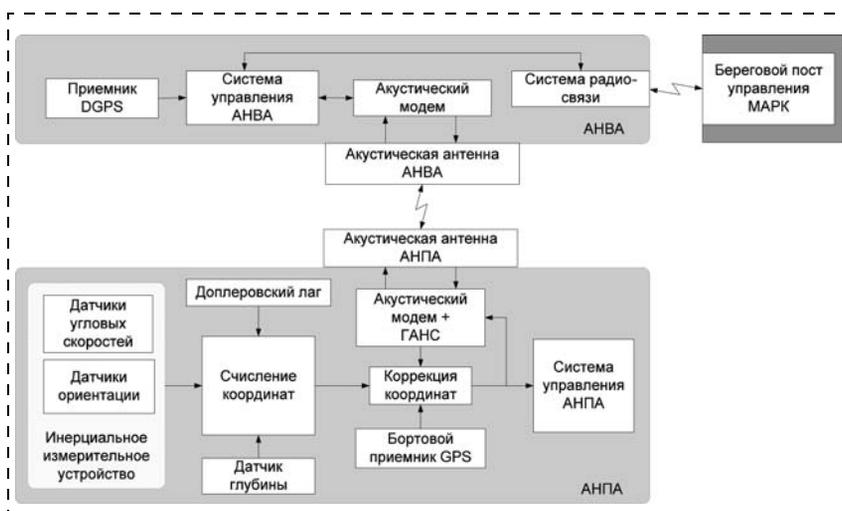


Рис. 6. Структурная схема навигационного обеспечения робототехнического комплекса, включающего АНПА и АНВА

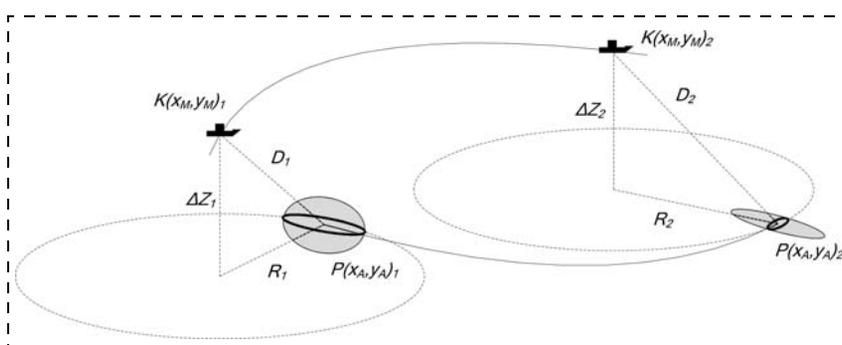


Рис. 7. Изменение эллипса ошибок при движении навигационного маяка вокруг АНПА

4. Некоторые результаты морских испытаний

Морские испытания работы рассмотренного робототехнического комплекса были выполнены в августе—сентябре 2013 г. в заливе Петра Великого Японского моря. Для оценки точности разработанной навигационной системы робототехнического комплекса в процессе экспериментов осуществлялось движение АНПА на небольшой глубине (1...5 м). С помощью GPS определяли координаты точек погружения и всплытия. Координаты точки всплытия сравнивали с координатами, полученными системой счисления пути АНПА и интегральной навигационной системой, использующей данные от ГАНС с гидроакустическим маяком, буксируемым АНВА.

Скорость звука в воде оценивали на основе показаний датчика давления, температуры и солености Citadel CTD (Teledyne RD Instruments, США), установленного на борту АНПА. На рис. 8 (см. третью сторону обложки) показан график изменения скорости звука в зависимости от глубины погружения АНПА в процессе выполнения одного из экспериментов. Для оценки точности работы GPS была проанализирована трехчасовая запись показаний расположенного на берегу неподвижного приемника GPS. Накопленные данные в виде графика приведены на рис. 9 (см. третью сторону обложки). Среднеквадратическое отклонение составило около 2,5 м, а максимальное отклонение за время наблюдения — около 6 м.

На рис. 10 (см. третью сторону обложки) приведены результаты одного из экспериментов, в котором АНПА двигался прямолинейным галсом на глубине 1 м. Траектория движения АНВА представляла собой зигзагообразную кривую вдоль траектории движения АНПА (на рис. 10 отмечена фиолетовым цветом). Следует отметить неустойчивую работу ГАНС в условиях мелкого моря и движения АНПА вблизи поверхности (желтыми точками на графике показаны результативные циклы, в которых был получен сигнал от ГАНС). Это связано с высоким уровнем шумов и многочисленными преотражениями акустического сигнала в условиях мелкого моря (глубина 10...15 м). Синим цветом на рис. 10 показана траектория, полученная на основе

работы бортовой системы счисления пути АНПА, а зеленым — траектория, полученная интегральной навигационной системой с использованием данных от ГАНС с мобильным гидроакустическим маяком. Разница для точки всплытия АНПА между показаниями GPS и счисленным положением составила около 16 м, а между показаниями GPS и интегральной навигационной системы — около 8 м.

В дальнейшем для повышения точности оценки работы интегральной навигационной системы предполагается использовать показания DGPS, а для повышения надежности и устойчивости работы ГАНС необходимо повысить качество фильтрации шумов в целях более надежного выделения сигнала ГАНС.

Заключение

Описанный в статье морской робототехнический комплекс разработан в рамках государственного контракта 14.А18.21.0283 при поддержке грантов РФФИ 130800967а и 100800249а. Авторы выражают свою признательность всем сотрудникам ИПМТ ДВО РАН и ДВФУ, принимавшим участие в подготовке и проведении морских испытаний с применением рассмотренного робототехнического комплекса.

Список литературы

1. **Автоматические** подводные аппараты / М. Д. Агеев, Б. А. Касаткин, Л. В. Киселев и др. Л.: Судостроение, 1981. 223 с.
2. **Eustice R. M., Whitcomb L. L., Singh H., Grund M.** Experimental Results in Synchronous-Clock One-Way-Travel-Time Acoustic Navigation for Autonomous Underwater Vehicles. // Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Rome, Italy, 2007.
3. **Ваулин Ю. В., Матвиенко Ю. В., Щербатюк А. Ф.** Навигационное обеспечение автономного необитаемого подводного аппарата ММТ-3000 // XIV международная конференция по интегрированным навигационным системам: материалы докл. СПб., 2007. С. 251—256.
4. **Underwater** Transponder Positioning and Navigation of Autonomous Underwater Vehicles / Hageh O. K. et al. // Proc. of OCEANS'09 MTS / IEEE, October 26—29, Biloxi, USA, 2009.
5. **Щербатюк А. Ф., Дубровин Ф. С.** Алгоритмы определения местоположения АНПА на основе информации о дальности до одного мобильного гидроакустического маяка // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2012. № 9. С. 26—39.
6. URL: <http://morph-project.eu/>
7. **Ваулин Ю. В., Дубровин Ф. С., Кушнерик А. А., Туфанов И. Е., Щербатюк А. Ф.** Малогабаритный автономный необитаемый подводный аппарат МАРК нового поколения для выполнения групповых операций // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 6. С. 59—65.
8. URL: <http://www.cs.cmu.edu/~ipc/>

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Дизайнер Т. Н. Погорелова.

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Е. В. Комиссарова.

Сдано в набор 26.12.2013. Подписано в печать 27.02.2014. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН314. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансд солюшнз".

119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.