

# Программная инженерия

Пр 10  
2014  
ИН

Учредитель: Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

Издается с сентября 2010 г.

## Редакционный совет

Садовничий В.А., акад. РАН, проф. (председатель)  
Бетелин В.Б., акад. РАН, проф.  
Васильев В.Н., чл.-корр. РАН, проф.  
Жижченко А.Б., акад. РАН, проф.  
Макаров В.Л., акад. РАН, проф.  
Михайленко Б.Г., акад. РАН, проф.  
Панченко В.Я., акад. РАН, проф.  
Стемпковский А.Л., акад. РАН, проф.  
Ухлинов Л.М., д.т.н., проф.  
Федоров И.Б., акад. РАН, проф.  
Четверушкин Б.Н., акад. РАН, проф.

## Главный редактор

Васенин В.А., д.ф.-м.н., проф.

## Редколлегия:

Авдошин С.М., к.т.н., доц.  
Антонов Б.И.  
Босов А.В., д.т.н., доц.  
Гаврилов А.В., к.т.н.  
Гуриев М.А., д.т.н., проф.  
Дзегеленок И.И., д.т.н., проф.  
Жуков И.Ю., д.т.н., проф.  
Корнеев В.В., д.т.н., проф.  
Костюхин К.А., к.ф.-м.н., с.н.с.  
Липаев В.В., д.т.н., проф.  
Махортов С.Д., д.ф.-м.н., доц.  
Назирова Р.Р., д.т.н., проф.  
Нечаев В.В., к.т.н., доц.  
Новиков Е.С., д.т.н., проф.  
Нурминский Е.А., д.ф.-м.н., проф.  
Павлов В.Л.  
Пальчунов Д.Е., д.ф.-м.н., проф.  
Позин Б.А., д.т.н., проф.  
Русаков С.Г., чл.-корр. РАН, проф.  
Рябов Г.Г., чл.-корр. РАН, проф.  
Сорокин А.В., к.т.н., доц.  
Терехов А.Н., д.ф.-м.н., проф.  
Трусов Б.Г., д.т.н., проф.  
Филимонов Н.Б., д.т.н., с.н.с.  
Шундеев А.С., к.ф.-м.н.  
Язов Ю.К., д.т.н., проф.

## Редакция

Лысенко А.В., Чугунова А.В.

Журнал издается при поддержке Отделения математических наук РАН, Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН, МГУ имени М.В. Ломоносова, МГТУ имени Н.Э. Баумана, ОАО "Концерн "Сириус".

## СОДЕРЖАНИЕ

- Васенин В. А., Пирогов М. В., Чечкин А. В.** Радиальное моделирование и инженерия сложных программных систем. . . . . 3
- Бухтияров И. В., Зыбарев Ю. М.** Сервис-ориентированная среда для организации виртуального предприятия по производству программных продуктов. . . . . 11
- Грудинин С. Н., Фроловский В. Д.** Разработка и сравнение алгоритмов построения параметризованных моделей виртуальных манекенов с учетом геометрических характеристик формы. . . . . 19
- Лиманова Н. И., Серов В. А.** Кросс-платформенный поисковый информационно-библиографический web-сервис. . . . . 27
- Астапов И. С., Астапов Н. С.** Решение алгебраических уравнений третьей и четвертой степеней с помощью компьютерной алгебры. . 33
- Липаев В. В.** Кросс-системы программирования для оборонных целей: по страницам истории 1970-х годов . . . . . 43

Журнал зарегистрирован

в Федеральной службе

по надзору в сфере связи,

информационных технологий

и массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации

ПИ № ФС77-38590 от 24 декабря 2009 г.

Журнал распространяется по подписке, которую можно оформить в любом почтовом отделении (индексы: по каталогу агентства "Роспечать" — 22765, по Объединенному каталогу "Пресса России" — 39795) или непосредственно в редакции.

Тел.: (499) 269-53-97. Факс: (499) 269-55-10.

Http://novtex.ru/pi.html E-mail: prin@novtex.ru

Журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования.

Журнал входит в Перечень научных журналов, в которых по рекомендации ВАК РФ должны быть опубликованы научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

© Издательство "Новые технологии", "Программная инженерия", 2014

# SOFTWARE ENGINEERING

## PROGRAMMAYA INGENERIA



Published since September 2010

### Editorial Council:

SADOVNICHY V. A., Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
Acad. RAS (*Head*)  
BETELIN V. B., Dr. Sci. (Phys.-Math.), Acad. RAS  
VASIL'EV V. N., Dr. Sci. (Tech.), Cor.-Mem. RAS  
ZHIZHCENKO A. B., Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
Acad. RAS  
MAKAROV V. L., Dr. Sci. (Phys.-Math.), Acad. RAS  
MIKHAILENKO B. G., Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
Acad. RAS  
PANCHENKO V. YA., Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
Acad. RAS  
STEMPKOVSKY A. L., Dr. Sci. (Tech.), Acad. RAS  
UKHLINOV L. M., Dr. Sci. (Tech.)  
FEDOROV I. B., Dr. Sci. (Tech.), Acad. RAS  
CHETVERTUSHKIN B. N., Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
Acad. RAS

### Editor-in-Chief:

VASENIN V. A., Dr. Sci. (Phys.-Math.)

### Editorial Board:

AVDOSHIIN V. V., Cand. Sci. (Tech.)  
ANTONOV B. I.  
BOSOV A. V., Dr. Sci. (Tech.)  
GAVRILOV A. V., Cand. Sci. (Tech.)  
GURIEV M. A., Dr. Sci. (Tech.)  
DZEGELENOK I. I., Dr. Sci. (Tech.)  
ZHUKOV I. YU., Dr. Sci. (Tech.)  
KORNEEV V. V., Dr. Sci. (Tech.)  
KOSTYUKHIN K. A., Cand. Sci. (Phys.-Math.)  
LIPAEV V. V., Dr. Sci. (Tech.)  
MAKHORTOV S. D., Dr. Sci. (Phys.-Math.)  
NAZIROV R. R., Dr. Sci. (Tech.)  
NECHAEV V. V., Cand. Sci. (Tech.)  
NOVIKOV E. S., Dr. Sci. (Tech.)  
NURMINSKIY E. A., Dr. Sci. (Phys.-Math.)  
PAVLOV V. L.  
PAL'CHUNOV D. E., Dr. Sci. (Phys.-Math.)  
POZIN B. A., Dr. Sci. (Tech.)  
RUSAKOV S. G., Dr. Sci. (Tech.), Cor.-Mem. RAS  
RYABOV G. G., Dr. Sci. (Tech.), Cor.-Mem. RAS  
SOROKIN A. V., Cand. Sci. (Tech.)  
TEREKHOV A. N., Dr. Sci. (Phys.-Math.)  
TRUSOV B. G., Dr. Sci. (Tech.)  
FILIMONOV N. B., Dr. Sci. (Tech.)  
SHUNDEEV A. S., Cand. Sci. (Phys.-Math.)  
YAZOV YU. K., Dr. Sci. (Tech.)

### Editors:

LYSENKO A. V., CHUGUNOVA A. V.

## CONTENTS

<b>Vasenin V. A., Pirogov M. V., Chechkin A. V.</b> Radical Modeling and Engineering of Complex Program System . . . . .	3
<b>Bukhtiyarov I. V., Zybarev Y. M.</b> Service-Oriented Environment for Organizing a Virtual Enterprise for the Software Production . . . . .	11
<b>Grudin S. N., Frolovsky V. D.</b> Development and Comparison of Algorithms of Creation the Virtual Mannequin Parametrized Models Taking into Account the Geometric Form Features . . . . .	19
<b>Limanova N. I., Serov V. A.</b> Cross-Platform Information-Bibliographic Search Web-Service . . . . .	27
<b>Astapov I. S., Astapov N. S.</b> Solving Third- and Fourth-Order Algebraic Equations by Methods of Computer Algebra . . . . .	33
<b>Lipae V. V.</b> Cross-Programming Systems for Defense Purposes: through the Pages of the 1970s History . . . . .	43

Information about the journal is available online at:  
<http://novtex.ru/pi.html>, e-mail: [prin@novtex.ru](mailto:prin@novtex.ru)

**В. А. Васенин**, д-р физ.-мат. наук, проф., зав. отделом, Институт проблем информационной безопасности МГУ им. М. В. Ломоносова, e-mail: vassenin@msu.ru,

**М. В. Пирогов**, канд. физ.-мат. наук, инженер, НПО им. С.А. Лавочкина, г. Москва, e-mail: pmv\_mvpr@mail.ru,

**А. В. Чечкин**, д-р физ.-мат. наук, проф., Военная академия РВСН имени Петра Великого, г. Москва, e-mail: A.Chechkin@mail.ru

## Радикальное моделирование и инженерия сложных программных систем

*Рассмотрены вопросы, связанные с сопровождением сложных целенаправленных аппаратно-программных систем, возникающие на различных этапах их жизненного цикла. Несмотря на многочисленные и значительные достижения, широкое применение программно-технических средств, состояние этой области характеризуется как неудовлетворительное. Выделяется ключевая проблема целенаправленных систем — обеспечение информационно-системной безопасности. Рассматриваются аспекты информационно-системной безопасности, включающие информационную и системную безопасность. Предлагается подход к обеспечению информационно-системной безопасности с помощью интеллектуального управления, которое основано на моделировании нового типа — радикальном моделировании. Основа радикального моделирования — концепция среды радикалов, специальный формализм схем радикалов — универсальный язык информатики RADICAL и широкое применение программно-технических средств. Кратко рассмотрены основы языка RADICAL, символическое, геометрическое и табличное представление схем радикалов. С помощью схем радикалов единообразно представляются цели, ресурсы, конфликты, правила, алгоритмы, запросы, задачи, методы решения задач, программно-технические средства, все значимые составляющие проблемной области, их свойства и связи. Радикальная модель, описывающая процесс функционирования целенаправленной системы, имеет многоуровневую структуру. Рассмотрены основные структурные уровни радикальной модели. Интеллектуальное управление на основе радикальной модели проблемной области позволяет обеспечить информационно-системную безопасность целенаправленной системы.*

**Ключевые слова:** сложная система, целенаправленная система, критическая система, информационно-системная безопасность, интеллектуальное управление, среда радикалов, схема радикалов, универсальный язык информатики, язык RADICAL, радикальное моделирование, программно-технические средства, программная инженерия

### Вопросы сопровождения целенаправленных систем

Настоящая статья посвящена обсуждению вопросов, относящихся к созданию, эксплуатации и модернизации сложно организованных (целенаправленных) аппаратно-программных систем. Вначале рассмотрим определения основных сущностей, которые будут использованы далее в тексте. В том числе будет пояснен термин "радикальное моделирование", который присутствует в заголовке данной статьи.

**Система** — множество элементов, находящихся в отношениях и во взаимодействиях друг с другом, которое образует устойчивую целостность применительно к функциональному назначению системы. Отметим, что это определение не единственное — существует большое число (по меньшей мере несколько

десятков) определений понятия "система" [1]. Такое положение дел характерно для рассматриваемой проблемной области. **Сложная система (СС)** — система, состоящая из большого числа взаимодействующих составляющих — подсистем, вследствие чего СС приобретает новые свойства, которые отсутствуют на подсистемном уровне и не могут быть сведены к свойствам подсистемного уровня. Отметим также, что структура многих сложных систем изменяется во времени. Существует мнение, что окончательно строгое определение СС еще не найдено [2]. **Целенаправленная система (ЦС)** — система, имеющая свое целевое предназначение. Часто ЦС создают и поддерживают люди (возможно, с применением других ЦС). **Критическая система (КС)** — это такая ЦС, для которой недопустимы сбои режимов ее функционирования. Такая система должна выполнять свое целевое назначение всег-

да, поскольку в противном случае наступает неприемлемый ущерб или катастрофические последствия. Как правило, КС не только являются СС, но и имеют статус национальной значимости. Их сопровождение на всех этапах жизненного цикла требует разнообразных ресурсов, включая финансовые и технические, интеллектуальные и человеческие, а также ряд других.

**Система управления (СУ)** — система, имеющая своей целью обеспечение целостности, гомеостаза другой системы, объекта управления. Так как всякая замкнутая система имеет тенденцию к разрушению, повышению энтропии, то для сохранения ее целостности, в частности, целенаправленности, необходима надстройка в виде ее СУ. Таким образом, СУ являются определяющими для существования любых систем.

Системы управления, в свою очередь, различаются сложностью. Наиболее простые СУ называют **регуляторами**. Они обычно управляют отдельными параметрами системы. Более сложные СУ называют **адаптивными**. Они управляют тоже отдельными параметрами, но с учетом различных ситуаций, например, сезонности или с учетом различных сред.

Наконец, наиболее сложные СУ образуют класс **интеллектуальных СУ**. Например, интеллектуальные СУ необходимы для безопасной эксплуатации систем, в первую очередь, КС.

Представляется, что проблема обеспечения безопасности является ключевой для ЦС. В контексте целей настоящей статьи предлагается особо выделить две основные стороны безопасности: информационную и системную, которые определяются с учетом основных особенностей на всех этапах жизненного цикла ЦС [3].

- **Информационная безопасность ЦС:** решение любой штатной задачи жизненного цикла ЦС должно быть обеспечено независимо от формы и полноты исходной информации путем защиты имеющейся информации и логического получения необходимой дополнительной информации из имеющейся. Решение любой нештатной задачи ЦС должно начинаться попытками ее решения, самообучением и, тем самым, развитием ЦС.

Обеспечение информационной безопасности требует не только защиты информации, но и глубокой обработки имеющейся информации о всей проблемной области ЦС.

- **Системная безопасность ЦС:** решение любой задачи жизненного цикла ЦС должно учитывать не только эту задачу, но и соответствующие последствия во всей проблемной области ЦС, требование бесконфликтности в течение всего жизненного цикла ЦС, в том числе системную целостность, гомеостаз ЦС. Обеспечение системной безопасности требует системного подхода к описанию и учету всех важных сторон проблемной области ЦС.

Эта комплексная характеристика ЦС, имеющая две отмеченные выше тесно связанные стороны безопасности, именуется **информационно-системной безопасностью (ИСБ) ЦС**. Именно обеспечение ИСБ ЦС требует интеллектуальной СУ для такой ЦС.

С одной стороны, знания и опыт в области создания и эксплуатации ЦС достаточно велики. С другой стороны, с помощью средств массовой информации постоянно становятся доступными все новые и новые данные, свидетельствующие о глубинном, системном неблагополучии в рамках существующих представлений о подобных системах ЦС. В лучшем случае, это перерасход ресурсов на их создание и поддержку. В худшем случае — катастрофы различной природы и человеческие жертвы. Современные ЦС нередко конфликтны и даже опасны. Отметим, что положение еще более усугубляется для КС, к которым предъявляются жесткие требования по эффективности, безотказности и безопасности их функционирования [4].

Еще совсем недавно (по историческим меркам) не было ни компьютеров, ни космических аппаратов, ни многих других целенаправленных сложных систем, ставших в настоящее время привычными. В то же время достаточно ознакомиться даже с основными, общедоступными материалами средств массовой информации по рассматриваемой проблематике за несколько последних десятилетий/лет, чтобы прийти к выводу о принципиальной ненадежности сложных ЦС, которые, как показывает практика, могут отказать в любую минуту. Тем не менее положение дел вовсе не безвыходное.

В настоящей статье предлагается подход к решению вопросов ИСБ ЦС путем интеллектуального управления ЦС, основанного на новом типе моделирования таких систем, которое в контексте данной статьи будем именовать **радикальным моделированием**. Такой подход позволяет ответить на целый ряд вопросов, которые возникают при обеспечении ИСБ ЦС, в том числе критически важных.

Новое качество радикального моделирования состоит в том, что в модель ЦС предлагается включить разнообразные ресурсы и многие факторы расширенной проблемной области ЦС. С учетом этого обстоятельства радикальная модель является локально (ограниченно) избыточной и локально (разумно) открытой.

Напомним, что **моделирование** — это исследование объектов познания на их моделях [5]. Выделяют вербальное, математическое, компьютерное и другие виды моделирования. **Модель объекта** — некоторый (другой) объект, обладающий существенными для исследования свойствами и заменяющий исходный объект в этом смысле.

Радикальное моделирование базируется на **концепции среды радикалов** [6—8] и использует **формализм схем радикалов (язык RADICAL)**, ориентированный на программную реализацию радикальной модели [3, 9, 10].

Основу радикального моделирования составляют перечисленные далее сущности (понятия).

- **Радикал** — основное понятие (отсюда термины "радикальное моделирование" и "радикальное программирование"). Под радикалом понимается любая ЦС с двумя состояниями — активным (включена, ис-

пользуется по назначению) и пассивным (выключена, в запасе, в резерве).

- **Среда радикалов или радикальная система** — любая система из элементов, являющихся радикалами.

- **Системоквант среды радикалов** — система из всех активных радикалов среды, работающая часть среды радикалов.

- **Потенциал среды радикалов** — система из всех пассивных радикалов среды, запасы среды радикалов.

- **Радикальная модель (РМ) ЦС** — среда радикалов, каждый из которых является частной моделью ЦС.

- **Система управления (операционная система) среды радикалов** — система активации и деактивации радикалов.

- **Интеллектуальная надстройка ЦС (мозг ЦС)** — средство обеспечения ИСБ ЦС, включающее РМ ЦС вместе с ее системой управления.

Основные требования к интеллектуальной надстройке ЦС включают следующие положения:

- **охват в радикальной модели ЦС расширенной проблемной области ЦС**, включающей все существенные факторы, влияющие на ИСБ ЦС, в частности, все значимые объекты, их свойства и связи с учетом их изменчивости и необходимости обработки последствий изменений, включая персонал, разработчиков, пользователей, снабженцев, конкурентов ЦС, всю используемую документацию и многое другое;

- **охват в РМ ЦС всех штатных задач, методов, алгоритмов и компьютерных программ, обеспечивающих решения штатных целевых задач жизненного цикла (ЖЦ) ЦС;**

- **организация в рамках РМ ЦС попыток решения нештатных целевых задач ЖЦ ЦС и закрепление результатов таких попыток в режиме самообучения, развития РМ;**

- **обеспечение процесса тестирования и сертификации РМ, анализа и синтеза РМ;**

- **обеспечение сбора, хранения, адекватности и избыточности информации РМ;**

- **обеспечение программного представления РМ ЦС с помощью существующих программно-технических средств (ПТС) в условиях их быстрого развития;**

- **обеспечение бесконфликтного развития, эволюции РМ;**

- **представление как для руководителей, так и для специалистов в РМ полного набора материалов, документирующих всю проблемную область ЦС и основанного на использовании формальных описаний в РМ.**

## Язык радикального моделирования — универсальный язык информатики

Радикальная модель проблемной области ЦС является основой инструментального средства интеллектуального управления ЦС. Такая модель представляет собой изменяющуюся и развивающуюся среду моделей (радикалов), которая описывается схемой радикалов. Схема радикалов — это семантическая сеть моделей проблемной области ЦС. Описание схем ра-

дикалов основывается на специальном формализме схем радикалов — языке RADICAL [3, 9].

В рамках формализма схем радикалов фиксируется алфавит. Из символов алфавита строят имена радикалов. Из имен радикалов и символа ‘→’ строят цепочки радикалов, например,  $N0 \rightarrow N1 \rightarrow abc \rightarrow N3 \rightarrow N4$ ; (здесь ‘;’ — завершающий символ цепочки). Схемой радикалов называется любое множество цепочек радикалов. Вводят стандартные схемы радикалов (стандартные радикалы) — уникамы (*u*) и контейнеры (*c*). Уникамы соответствуют объектам проблемной области, контейнеры — свойствам (связям) таких объектов.

Приведем пример схемы радикалов, имеющий упрощенный, демонстрационный характер. В этом примере использованы следующие уникамы: уникам — запускаемый модуль *uA*; уникам — база данных *uDB1*; уникамы — таблицы *uTB11* и *uTB12*; уникам — файл *uFILE1*. База данных *uDB1* содержит таблицы *uTB11* и *uTB12*. Соответствующая связь представляется контейнером *c\_db\_tb*. Модуль *uA* использует таблицу *uTB11* в качестве источника данных (контейнер *c\_exe\_source*), а файл *uFILE1* — в качестве приемника данных (контейнер *c\_exe\_receiver*). Соответствующая схема радикалов в сетевом представлении имеет вид, представленный на рис. 1.

На рис. 1  $d[1]$ ,  $d[2]$ ,  $d[3]$  — служебные радикалы, идентифицирующие направления, доступные в используемых контейнерах.

Для схем радикалов кроме рассмотренного сетевого представления удобно использовать и геометрическое отображение (векторное представление) см. рис. 2, а также представление с помощью таблиц (таблиц баз данных), см. рис. 3. На рис. 2 *H* и *V* — горизонтальная и вертикальная оси координат. На рис. 3 поля *A*, *D*, *E*, *F* — целочисленные; поля *B* и *C* — строковые; первичный ключ составляет поле *A*.

Отметим, что рассматриваемые представления не являются единственно возможными. Представления схем радикалов ориентированы на компьютерную реализацию, на использование цвета и движения, на быстрый переход от представления одного типа к представлению другого типа.

Представления схем радикалов — основа пользовательского интерфейса РМ. Рассмотренные представления демонстрируют возможность применения

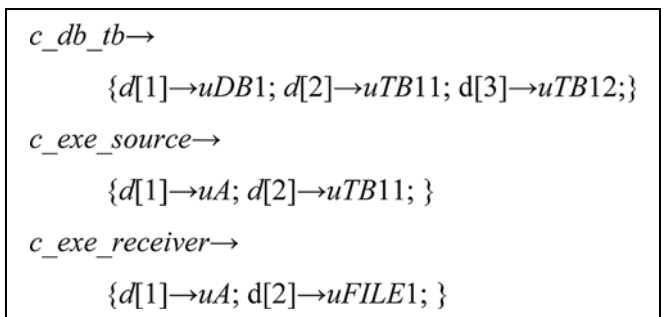


Рис. 1. Сетевое представление схемы радикалов

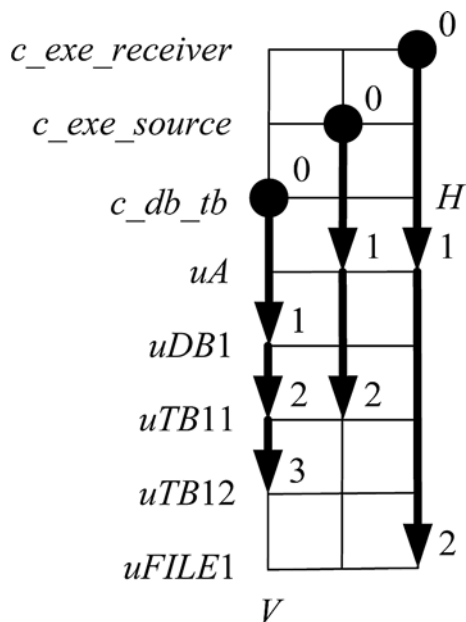


Рис. 2. Геометрическое отображение схемы радикалов

A	B	C	D	E	F
-3	c	c_exe_receiver			0
-2	c	c_exe_source		0	
-1	c	c_db_tb	0		
1	u	uA		1	1
2	u	uDB1	1		
3	u	uTB11	2	2	
4	u	uTB12	3		
5	u	uFILE1			2

Рис. 3. Представление схемы радикалов с помощью таблиц

для схем радикалов теории графов, а также развитого инструментария баз данных. Схемы радикалов удобны для манипулирования, для формирования "сечений" среды радикалов (для быстрого изменения "точки зрения" на среду радикалов, выделения структурных уровней РМ), что исключительно важно для работы со сложной проблемной областью.

С помощью схем радикалов аналогичным образом представляются цели, ресурсы, конфликты, правила (ультраконтейнеры), запросы, задачи, методы решения задач, программные средства, программно-технические средства, активаторы (специализированные схемы радикалов, предназначенные для поиска ответов на запросы — к активаторам в конечном счете приводит использование методов решения задач), все

значимые составляющие проблемной области (включая библиотечные составляющие), а также их свойства и связи.

### Основные структурные уровни радикальной модели

Рассматриваемая РМ ЦС имеет многоуровневую структуру. Приведем описание основных уровней (сечений) РМ. Для каждого уровня кроме наименования приведены его объекты, которые представляются с помощью радикалов (схем радикалов), а также, в некоторых случаях, краткие пояснения. Вначале дадим описание уровней начального ядра РМ, а затем уровней развития РМ ЦС.

1. **Уровень цепочек радикалов** включает: имена радикалов, построенные из символов фиксированного алфавита; цепочки радикалов (они состоят из имен радикалов); множества цепочек радикалов — схемы радикалов.

2. **Уровень стандартных радикалов и библиотеки радикалов** содержит уникамы, контейнеры и ультраконтейнеры, являющиеся в терминологии РМ стандартными радикалами. Уникамы соответствуют компонентам проблемной области, контейнеры — свойствам (связям) таких компонентов. Ультраконтейнеры соответствуют правилам-продукциям и обеспечивают детерминированный характер среды радикалов. Этому уровню принадлежат представленные с помощью уникамов и контейнеров константы и переменные, параметры компонентов ЦС, в том числе одномерные параметры, их значения, размерности и единицы измерения.

Далее, на рассматриваемом уровне "располагаются" координатные системы контейнеров (КСК), состоящие из других КСК и контейнеров одномерных параметров. Относительно таких КСК рассматриваются, "координируются" уникамы среды радикалов. Здесь следует отметить необходимость глубокого и всестороннего исследования КСК, характерных для ЦС и составляющих сущность семантических сетей РМ ЦС.

На этом же уровне вводятся различные представления схем радикалов, включая геометрическое (векторное), табличное и другие виды представления. Они служат средством геометризации и визуализации среды радикалов с обеспечением построения ее сечений. Представления схем радикалов составляют основу для универсального пользовательского интерфейса среды радикалов, предназначенного как для руководителей, так и для других задействованных в процессе сопровождения РМ специалистов. Такой интерфейс ориентирован на использование цвета, движения и звука с учетом медийных возможностей ПТС.

3. **Уровень дискретных объектов** охватывает любые дискретные объекты, их оценки и преобразования. Здесь "находятся" массивы, матрицы (таблицы), тензоры, структуры, списки, графы. На этом уровне доступны алгоритмы сортировки и т. п. Здесь же "размещаются" объекты нейроматематики. Отметим из-

быточность объектов этого уровня, характерную для многих других уровней РМ и для РМ в целом.

4. **Уровень непрерывных объектов** представляет собой уровень любых непрерывных объектов (представляемых с помощью дискретных объектов), уровень оценок и преобразований непрерывных объектов.

5. **Уровень времени** включает схемы радикалов, обеспечивающие представление моментов времени, временных промежутков и состоящих из них структур. Схемы радикалов этого уровня дают возможность использовать при моделировании уникамы и контейнеры, представляющие настоящее время, а также вариантное будущее время (если речь идет о синтезе и прогнозировании) и вариантное прошедшее время в тех случаях, когда речь идет об анализе и диагностике.

6. **Уровень 2D-геометрических моделей** содержит 2D-геометрические объекты, схемы радикалов, представляющие их оценки и преобразования.

7. **Уровень 3D-геометрических моделей и геометрических моделей высших размерностей** охватывает 3D-геометрические объекты и геометрические объекты высших размерностей, построенные на основе схем радикалов для 2D-геометрических объектов. Представлены оценки и преобразования для геометрических объектов размерности 3 и выше.

8. **Уровень преобразований схем радикалов** охватывает средства выделения и активации радикалов. Здесь вводят преобразования схем радикалов, выделяют тождественные и нетождественные преобразования. Введение на этом уровне преобразований должно предшествовать, например, введению преобразований для геометрических объектов.

Далее, на данном уровне представлены средства выделения (окраски) схем радикалов; средства формирования запросов и поиска ответов на них; средства "развертывания" среды радикалов — генерирование новых схем радикалов с помощью запросов, специализированной схемы поиска ответов на запросы (радикал-активатора) и ультраконтейнеров.

На рассматриваемом уровне также имеются схемы, представляющие запросы к таблицам (и сами таблицы с данными); управляющие структуры алгоритмов (последовательная структура, ветвления, циклы); функции (процедуры) со средствами их активации; классы, объединяющие переменные и функции (процедуры); регулярные выражения; конечные автоматы и сети Петри.

9. **Уровень сенсорных (терминальных) радикалов** содержит датчики и исполнители.

10. **Уровню задач, методов их решения и штатных конфликтов** принадлежат задачи, подзадачи и методы их решения, с учетом возможности последовательного и параллельного решения задач и использования радикал-активаторов на нижних уровнях схем-методов.

Здесь же представлены схемы для классификаций задач (задач анализа и синтеза, задач обработки последствий изменений схем радикалов, задач разбиения задач на подзадачи, штатных и нештатных задач) и, шире, схемы для классификаций схем радикалов. От-

метим, что классы схем, характерных для ЦС, необходимо исследовать.

Рассматриваемый уровень — это также уровень представления конфликтов (штатных и нештатных) и связанных с ними задач, требующих решения. Имеются в виду следующие задачи: задачи прогнозирования и оценки конфликтов; задача классификации преобразований среды радикалов с точки зрения приближения ее к конфликту (удаления от конфликта); задачи разрешения конфликта, ухода от конфликта.

Начальное ядро РМ построено. Далее следуют уровни развития РМ ЦС при прохождении ЖЦ ЦС.

11. **Уровень развития среды радикалов, двунаправленного метода (ДНМ) синтеза уникама разрешения конфликтов и нештатных конфликтов** включает контейнеры построения (реализации) одних радикалов с помощью других радикалов, схемы обеспечения постепенного (пошагового) построения и сертификации (верификации) целевых уникамов.

Имеются схемы, обеспечивающие создание и в дальнейшем пополнения библиотеки стандартных радикалов, содержащей как обобщенные, так и конкретные составляющие.

Этому уровню принадлежат схемы ДНМ, с помощью которых решается задача синтеза уникама, разрешающего нештатные конфликты, уводящего среду радикалов от конфликтов. Доступны схемы, позволяющие представлять промежуточные и окончательные описания, возникающие при решении задачи синтеза разрешающего уникама с обеспечением полноты и непротиворечивости таких описаний.

Схемы радикалов рассматриваемого уровня направлены на обеспечение систематического и постоянного исследования среды радикалов с использованием при этом виртуальных угроз, мутаций схем, синергетического подхода, автоматического агрегирования радикалов, автоматизированного (автоматического) генерирования схем контрольных примеров (тестов).

С помощью схем этого уровня осуществляется постоянное самообучение и развитие РМ в процессе решения нештатных задач.

12. **На уровне модификации РМ** сосредоточены средства, позволяющие реализовывать схемы-процессы корректного добавления, изменения и удаления схем РМ с обработкой соответствующих последствий. Доступны схемы-активаторы и схемы-регуляторы. С помощью схем этого уровня обеспечивается построение системоквантов поведения — активированных схем радикалов, определяющих поведение ЦС.

13. **На уровне (уровнях) системы и ее подсистем** представлена расширенная проблемная область ЦС, погружение ЦС в окружающую среду (надсистему) и взаимодействия с ней. Доступны описания, составляющие ЦС (включая коллективы специалистов и отдельные специалисты), их свойства, параметры, связи, взаимодействие. Представлено целевое назначение ЦС и ее подсистем — составляющих ЦС. Имеются описания процессов, протекающих в ЦС (в ее подсистемах, во всей проблемной области). Формализован-

ными описаниями охватывается весь ЖЦ ЦС и всех ее подсистем.

Уровень включает схемы обеспечения сборки/разборки, контролируемости подсистем и системы в целом. Схемы рассматриваемого уровня охватывают соответствующие процессы, в результате которых ЦС собирается, контролируется и разбирается.

Предусмотрена возможность временного использования при создании ЦС виртуальных составляющих — подсистем (представленных схемами радикалов), реализуемость которых пока не обоснована, но должна быть обоснована в дальнейшем, а виртуальные составляющие должны быть на заключительном этапе заменены схемами, соответствующими реальным составляющим.

Предусмотрен также случай глубокой иерархии составляющих — подсистем. Учитывается условность понятия атомарной составляющей. При необходимости обеспечивается возможность отказа от атомарности составляющей и перехода к рассмотрению ее структуры.

Обеспечивается выделение любой составляющей в иерархии составляющих РМ ЦС с определением "нагрузки" на нее. На любой момент времени обеспечивается также определение (оценка) состояния контейнеров, характеризующих выделенную составляющую, и определение таким образом состояния составляющей (с учетом ее истории) для принятия решения о дальнейшей эксплуатации.

Рассматриваемому уровню принадлежат ресурсы (типы ресурсов), схемы допустимого и фактического использования ресурсов, схемы для оптимизации ресурсов. С помощью схем данного уровня обеспечивается изменение/неизменность системы и ее составляющих относительно контейнеров (подсистем контейнеров) с использованием доступных ресурсов (в случае изменений — ресурсов для их осуществления; в противном случае — ресурсов для противодействия внутренним и внешним дестабилизирующим факторам).

Схемы рассматриваемого уровня (вместе со схемами предыдущих уровней) обеспечивают постоянное развитие, эволюцию РМ в результате решения практических задач ЖЦ ЦС, исследовательских работ и самообучения.

Широко используются контейнеры реализации одних радикалов с помощью других (библиотечных) радикалов. Обеспечивается автоматизированный (автоматический) синтез уникальных-решений все новых и новых задач, возникающих в ЖЦ ЦС. Обеспечивается, таким образом, появление требуемых интегративных свойств (фиксируемых с помощью контейнеров) у новых уникальных, синтезированных с помощью имеющихся библиотечных радикалов. Как результат, обеспечивается переход ко все новым и новым уров-

ням РМ в развивающейся иерархии схем радикалов языка RADICAL.

Кроме реализации перечисленных выше функций схемы рассматриваемого уровня обеспечивают документирование ЦС с помощью схем радикалов, создание справочных и обучающих подсистем.

14. *На уровне взаимодействия систем* кроме исходной ЦС "располагаются" различные другие ЦС, целенаправленно и бесконфликтно взаимодействующие между собой в окружающей их среде (с которой они также взаимодействуют). Обеспечивается постепенное объединение радикальных моделей (сред радикалов) в единую глобальную радикальную модель — среду радикалов всех задействованных ЦС, которая рассматривается как единая развивающаяся и расширяющаяся языковая среда.

15. *Уровню методического, организационного, эргономического и правового обеспечения* принадлежат компоненты методического, организационного, эргономического и правового обеспечения автоматизированных систем [11, 12].

16. *Уровень программно-технических средств реализации схем радикалов, программного, технического, информационного и лингвистического обеспечения* представляют собой уровень автоматизации интеллектуального управления ЦС, уровень схем радикалов, адекватно описывающих возможности реальных, эксплуатируемых ПТС. Доступны схемы, представляющие следующие средства: процедурного, объектно-ориентированного, компонентного, визуального, не процедурного (логического) и функционального программирования; баз данных (с учетом их использования в приложениях); графики; аналоговых ЭВМ; нейрокомпьютеров и других ПТС. Отметим, что при этом учитывается изменчивость таких средств. Уровень включает компоненты следующих видов обеспечения автоматизированных систем: программного, технического, информационного и лингвистического [11, 12].

Будем рассматривать РМ ЦС на всех этапах ее ЖЦ, начиная с начального ядра РМ. При этом будем предполагать доступными все когда-либо опубликованные математические (алгоритмические, программные) знания. Здесь следовало бы употребить слово "все", поскольку речь идет о радикальном моделировании любых ЦС. Знания, о которых идет речь, зафиксированы в виде текстов на естественном языке (языках) с использованием той или иной математической символики и графических иллюстраций, а также в виде текстов алгоритмов и программ на формальных языках. Эти знания назовем *математическим обеспечением 1 (МО-1)*.

С учетом изложенного выше в процессе радикального моделирования следует действовать следующим образом.

1. С помощью языка RADICAL построим и реализуем, используя имеющиеся в РМ ПТС, две вспомо-



гательные схемы радикалов — *активатор развития* и *активатор сертификации*. Назначение этих схем — обеспечение построения новых схем радикальной модели в автоматизированном (автоматическом) режиме, реализованных с помощью ПТС и сертифицированных.

2. Используя активатор развития и активатор сертификации, сначала строим начальную схему радикалов РМ, которую назовем начальным *ядром* РМ ЦС.

3. Основываясь на построенном начальном ядре и используя активатор развития и активатор сертификации, будем в течение всего ЖЦ ЦС расширять, модифицировать (и сертифицировать) единую РМ проблемной области ЦС. Будем наполнять ее (с избытком) знаниями/данными, компонентами описанных выше видов обеспечения автоматизированных систем в целях успешного решения как штатных, так и нештатных задач ЦС. Схемы радикалов активатора развития и активатора сертификации, а также схемы РМ проблемной области ЦС, построенные с их помощью, составляют *математическое обеспечение 2 (МО-2)*.

Таким образом, новое МО должно состоять из двух частей — внешнего МО-1 и внутреннего МО-2. Разработка такого МО, включая его реализацию с помощью ПТС, обеспечение его модификации и развития представляет собой в настоящее время, по мнению авторов, *главную задачу программной инженерии*. Есть основания полагать, что без решения этой задачи в принципе невозможно эффективное решение других задач программной инженерии, начиная с задачи управления требованиями к ПО и заканчивая задачей его проверки. С учетом значимости МО для ПТС современных ЦС такой подход представляется правильным как с тактических, так и со стратегических позиций.

## Выводы

В основу интеллектуального управления ЦС, обеспечивающего ее ИСБ, положена радикальная модель проблемной области ЦС.

Предлагаемый универсальный язык схем радикалов (язык радикального моделирования) является единой универсальной информационной основой моделирования ЦС различного назначения. Он позволяет добиться полноты (избыточности) представления проблемной области ЦС, необходимой для ИСБ-решения как штатных, так и нештатных задач ЖЦ таких систем, т. е. для интеллектуального управления ЦС.

Среда радикалов содержит в себе запасы, резервы и является *локально избыточной системой*, а тем самым, *локально открытой системой*.

Использование РМ позволяет для таких систем организовать целенаправленный обмен радикалами между системоквантом (активной частью) и запаса-

ми, резервами (пассивной частью). Тем самым, в среде радикалов можно организовать интеллектуальное изменение поведения среды радикалов, т. е. развитие ЦС.

Подчеркнем здесь глубокую внутреннюю общность уровней РМ, выраженную понятиями радикала, уникама, контейнера и схемы радикалов — среды радикалов. На всех уровнях РМ наблюдается необходимость конструирования новых, целевых радикалов из уже имеющихся радикалов. Для всех уровней РМ характерна тройка радикалов "цель, ресурсы, конструирование".

В связи с автоматизацией управления ЦС следует также отметить, что при работе с информацией активно используются как средства вычислительной техники, электронные носители, так и документы на бумажных носителях. Информация дублируется. Одна и та же информация вводится по нескольку раз. Задачи ЦС, многочисленные промежуточные и окончательные описания проблемной области, в том числе описания доступных ресурсов и методов их использования, традиционно формулируются в текстовых документах, в значительной степени на естественном языке. На практике это чрезвычайно затрудняет или вообще исключает эффективную автоматизацию работы с такими описаниями.

На языке схем радикалов удобно представляются *программные средства* ЦС и *программно-технические средства* ЦС с учетом прохождения их ЖЦ. Представление осуществляется *рекурсивно* на основе радикального моделирования ЦС с учетом иерархичности проблемной области и постоянного включения в радикальную модель ЦС нового создаваемого программного средства и программно-технического средства, с учетом степени их "реализованности" (степени "проработки" проблемной области). Более подробная информация об этом будет представлена в следующей статье по данной тематике.

## Список литературы

1. *Свободная* энциклопедия Википедия. Система. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D1%E8%F1%F2%E5%EC%E0>
2. *Свободная* энциклопедия Википедия. Сложная система. URL: [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D1%EB%EE%E6%ED%E0%FF\\_%F1%E8%F1%F2%E5%EC%E0](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D1%EB%EE%E6%ED%E0%FF_%F1%E8%F1%F2%E5%EC%E0)
3. **Чечкин А. В., Пирогов М. В.** Метод интеллектуализации критических систем с использованием таблиц радикалов // *Нейрокомпьютеры: разработка, применение*. 2012. № 2. С. 3—12.
4. **Критически** важные объекты и кибертерроризм. Часть 1. Системный подход к организации противодействия / под ред. В. А. Васенина. М.: МЦНМО, 2008. 398 с.
5. *Свободная* энциклопедия Википедия. Моделирование. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5>
6. **Чечкин А. В.** Математическая информатика. М.: Наука, 1991. 412 с.
7. **Чечкин А. В.** Обеспечение информационно-системной безопасности сложной системы на основе среды нейрорадикалов

ее проблемной области // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2008. № 7. С. 6—11.

8. **Соболева Т. С., Чечкин А. В.** Дискретная математика. М.: Издательский центр "Академия", 2012. 256 с.

9. **Чечкин А. В., Пирогов М. В.** Активаторы и регуляторы среды радикалов // Нейрокомпьютеры: разработка, применение 2012. № 5. С. 3—8.

10. **Пирогов М. В.** Радикальное программирование // Программная инженерия. 2013. № 4. С. 2—15.

11. **ГОСТ 34.003—90.** Информационная технология. Комплекс стандартов на автоматизированные системы. Автоматизированные системы. Термины и определения.

12. **ГОСТ 23501.101—87.** Системы автоматизированного проектирования. Основные положения.

**V. A. Vasenin**, Professor, Head of Department, Lomonosov Moscow State University, e-mail: [vasenin@msu.ru](mailto:vasenin@msu.ru),  
**M. V. Pirogov**, Engineer, NPO Lavochkin, Moscow, e-mail: [pmv\\_mvp@mail.ru](mailto:pmv_mvp@mail.ru),  
**A. V. Chechkin**, Professor, Military Academy by Great Pieter, Moscow, e-mail: [A.Chechkin@mail.ru](mailto:A.Chechkin@mail.ru)

## Radical Modeling and Engineering of Complex Program System

*Discuss issues related to support of complex purposeful hardware-software systems arising at various stages of their life cycle. Despite the fact that there are numerous considerable achievements in this area, and hardware and software solutions are widely used, the state of the area of complex purposeful systems is characterized as unsatisfactory. The key problem of purposeful system is marked out: it is a problem of the information system security ensuring. The aspects of information system security are described. These aspects are the information security and the system safety. The offered approach to ensuring the information system security is an intelligent management based on a new type of modelling called "radical modelling". The conception of radical environment, the special formalism of schemes of radicals ("RADICAL" — universal language of informatics) and the wide use of hardware and software are the basis of radical modelling. The basics of language "RADICAL" are symbolic, geometric, and tabular presentations of schemes of radicals. Goals, resources, conflicts, rules, algorithms, questions, tasks, problem-solving procedures, hardware and software, all significant components of the problem area, their properties and connections, they are all uniformly presented with the schemes of radicals. Radical model describing the process of functioning of the purposeful system has a multilevel structure. The main structural levels of the radical models are discussed. The intelligent management based on the radical model of problem area allows to provide information system security of complex purposeful systems. The offered universal language "RADICAL" is a common information base of purposeful systems modelling. "RADICAL" allows to reach the completeness (redundancy) of presenting the problem area of purposeful systems, which is necessary to solve both standard and non-standard tasks during the life cycle of such systems.*

**Keywords:** complex system, purposeful system, critical system, information system security, intelligent management, radical environment, scheme of radicals, universal language of informatics, "RADICAL", radical modeling, hardware and software, software engineering

### References

1. **Svobodnaja** jenciklopedija Wikipedia. Sistema. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D1%E8%F1%F2%E5%EC%E0>

2. **Svobodnaja** jenciklopedija Wikipedia. Slozhnaja sistema. URL: [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D1%EB%EE%E6%ED%E0%FF\\_%F1%E8%F1%F2%E5%EC%E0](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D1%EB%EE%E6%ED%E0%FF_%F1%E8%F1%F2%E5%EC%E0)

3. **Chechkin A. V., Pirogov M. V.** Metod intellektualizacii kriticheskikh system s ispol'zovaniem tablic radikalov. *Nejrokomputery: razrabotka, primenenie*. 2012. N. 2. P. 3—12.

4. **Kriticheski** vazhnye ob'ekty i kiberterrorizm. Part 1. Systemnyj podhod k organizacii protivodejstviya / Eds. by V. A. Vasenin. M.: MCNMO, 2008. 398 p.

5. **Svobodnaja** jenciklopedija. Wikipedia. Modelirovanie. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/%CC%EE%E4%E5%EB%E8%F0%EE%E2%E0%ED%E8%E5>

6. **Chechkin A. V.** *Matematicheskaja informatika*. M.: Nauka, 1991. 412 p.

7. **Chechkin A. V.** Obespechenie informacionno-sistemnoj bezopasnosti slozhnoj sistemy na osnove sredy neyroradikalov ee problemnoj oblasti. *Nejrokomputery: razrabotka, primenenie*. 2008. N. 7. P. 6—11.

8. **Soboleva T. S., Chechkin A. V.** *Diskretnaja matematika*. M.: Izdatel'skij centr "Akademija", 2012. 256 p.

9. **Chechkin A. V., Pirogov M. V.** Aktivatory i regulatory sredy radikalov. *Nejrokomputery: razrabotka, primenenie*. 2012. N. 5. P. 3—8.

10. **Pirogov M. V.** Radikal'noe programmirovanie. *Programmaja inzhenerija*. 2013. N. 4. P. 2—15.

11. **ГОСТ 34.003—90.** Informacionnaja tehnologija. Kompleks standartov na avtomatizirovannye sistemy. Avtomatizirovannye sistemy. Terminy i opredelenija.

12. **ГОСТ 23501.101—87.** Sistemy avtomatizirovannogo projektirovanija. Osnovnye polozhenija.

**И. В. Бухтияров**, мл. науч. сотр., e-mail: bukhtiyarov\_i@mail.ru,  
**Ю. М. Зыбарев**, канд. техн. наук, зам. директора, e-mail: ymz@sscc.ru,  
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,  
г. Новосибирск

## **Сервис-ориентированная среда для организации виртуального предприятия по производству программных продуктов**

*Изложены концептуальные положения по организации виртуального предприятия/виртуальной команды по производству программных продуктов и созданию специализированной сервис-ориентированной информационной среды в Интернет/интранет, которая обеспечивает информационно-технологическую и организационную поддержку совместной проектной деятельности виртуальным командам специалистов. Сформулированы специфические факторы, которые влияют на организацию и логику производственных систем рассматриваемого типа. Изложена функциональная модель предложенной специализированной сервис-ориентированной информационной среды. Рассмотрен комплекс реализованных в рамках данной работы программно-технологических решений согласно разработанной функциональной модели, направленных на создание предлагаемой информационной среды в виде виртуальной технологической площадки. Приведен обобщенный сценарий разработки и выпуска релизов программных продуктов в условиях использования базовых сервисов площадки, обеспечивающих поддержку версионности объектов производства — файлов исходного кода и документации.*

**Ключевые слова:** виртуальное предприятие, логистика, виртуальная команда, программная инженерия, производство программного продукта, проектная деятельность, информационная среда

### **Концептуальные положения виртуального предприятия для разработки программного обеспечения**

В современной экономической теории развитие экономики связывается с теорией смены длинных волн экономической конъюнктуры Н. Д. Кондратьева, которая была развита С. Ю. Глазьевым [1], и соответствующих им технологических укладов. Технологический уклад определяется освоением принципиально новых технологий, инноваций и изобретений, которые и формируют базис новой экономики. В результате реализации четвертого и пятого технологических укладов в мире сформировалась современная индустриальная экономика с производственными корпорациями, ориентированными, прежде всего, на переработку и выпуск материальной продукции. Переход к очередному, шестому технологическому укладу, от индустриального общества к постиндустриальному, характеризуется кардинальными изменениями в производственно-технологической сфере. В рамках такого перехода производственная деятельность трансформируется из материально-ориентированной в сторону интеллектуально-ориентированной. Это означает, что

деятельность включает производство/создание "нематериальных активов": знаний и компьютерных баз знаний; информации и компьютерных БД, программной продукции для компьютерных систем и т. д.

Логистика, которая определяется структурой, организацией и механизмами функционирования системы, для обозначенных двух типов производственных систем существенным образом отличается по причине различий природы и значимости в производственном процессе их основных (системообразующих) элементов. К их числу относятся: предмет производства; продукт; инструменты и средства производства; работник; технологии и т. д. Далее рассматриваются производственные системы, ориентированные на создание программной продукции (программного обеспечения компьютерных систем). Производственные процессы для данного класса систем включают разработку проекта (проектной документации); разработку программного кода согласно проекту; разработку эксплуатационной и сопроводительной технической документации; тиражирование программного обеспечения (ПО) и (или) предоставление сервиса на его основе; техническую поддержку [2—5]. К наиболее характерным (специфическим) факторам для систем рассмат-

риваемого класса, которые, с точки зрения авторов, существенным образом влияют на их организацию и логику, следует отнести следующие.

1. Конечная продукция относится к категории нематериальных активов (программный код, проектная и эксплуатационно-техническая документация на электронном носителе).

2. Продукция может тиражироваться и доставляться потребителю современными средствами компьютерных телекоммуникаций (Интернет) с минимальными издержками.

3. Проектная документация и программный код для конкретного ПО носят оригинальный характер (единичное, заказное производство, которое может быть организовано по проектному принципу).

4. Основные затраты и требуемые ресурсы относятся к трем основным этапам проектной деятельности (разработка проектной и технической документации, программного кода ПО).

5. Информационная сетевая среда Интернет, "облачные технологии" и другой инструментарий создают предпосылки и реальную возможность работы над созданием конкретного ИТ-продукта (ПО) территориально разобщенным коллективам специалистов.

6. Рабочее место специалиста для таких систем, в основном, включает рабочую станцию (компьютер) с необходимым системным и инструментальным ПО с доступом в Интернет и (или) интранет.

Изложенная выше специфика рассматриваемого класса производственных систем (ПС) и опыт реализации открытых проектов по разработке свободного программного обеспечения (СПО) указывают на перспективы и эффективность концепции виртуальных предприятий для организации производства ПО [6–8]. Технологии Интернет и инструментарий организации дистанционной деятельности специалиста создают предпосылки привлечения в рамках виртуальной команды к проекту квалифицированных специалистов различных организаций и/или регионов с использованием преимуществ международного, регионального и корпоративного разделения труда. Одновременно концепция виртуальных предприятий предполагает наличие специализированной сервис-ориентированной информационной среды в Интернет/Интранет, которая обеспечивает информационно-технологическую и организационную поддержку.

### **Функциональная модель виртуальной технологической площадки в виде сервис-ориентированной информационной среды**

Для обеспечения проектной деятельности виртуальных команд авторами была разработана информационная среда (в дальнейшем именуемая **виртуальная технологическая площадка — ВТП**), используемая в целях разработки ПО и, как следствие, выпуска законченных программных продуктов в режиме удаленного доступа через сеть Интернет.

Как отмечалось выше, в основе организации деятельности любого коллектива специалистов по производству ПО (в том числе виртуального коллектива/предприятия), как правило, лежит проектный подход. При этом каждый проект направлен на создание конкретного программного продукта и регламентируются процессы поэтапного итерационного выполнения набора взаимосвязанных и контролируемых задач, ориентированных на конечный результат с учетом сформулированных конкретных требований и целей, ограничений по времени, затратам и ресурсам. Итоговой целью завершения проектной деятельности является получение конечного программного продукта (программный код, проектная и эксплуатационно-техническая документация), его тиражирование и техническая поддержка в процессе эксплуатации.

Объектами производственного процесса в производственных системах рассматриваемого класса являются текстовые файлы двух типов:

- документ — электронная версия документа проектной и эксплуатационно-технической документации;

- файл программного кода программного модуля (программы, подпрограммы) — электронная версия текста компьютерной программы на каком-либо языке программирования или языке разметки, который может быть прочитан человеком; текстовый файл этого типа содержит исходный код (или исходный текст).

В целях обеспечения сохранности в ходе реализации проекта объектов производственного процесса необходимо обеспечить версию организацию их производства и хранения, подразумевающую предоставление следующих функций:

- итерационный процесс работы над одним и тем же объектом производства, в том числе возвращение к более ранним версиям (отмена изменений);

- хранение нескольких версий электронного документа (история версий);

- хранение истории изменения текстов исходного кода и структуры каталогов программного продукта;

- определение, кто и когда сделал изменение (поиск "виновного");

- совмещение изменений, сделанных разными разработчиками (синхронизация работы виртуальной команды специалистов);

- реализация альтернативных/экспериментальных вариантов проекта (релизы и ветки).

В разработанной авторами версии ВТП ее функциональная модель, с учетом изложенного выше, включает следующие функциональные подсистемы (рис. 1, см. вторую сторону обложки):

- поддержки управления организационно-информационной деятельностью в проекте;

- управления версионностью объектов производственного процесса электронных документов и файлов программного кода;

- обеспечения коммуникаций участников виртуальных команд специалистов;

• регистрации и авторизации участников виртуальных команд;

• отслеживания ошибок программного кода.

В рамках реализованной версии ВТП предполагается, что инструментальная поддержка и сами процессы разработки (написания) программного кода, а также его тестирования реализуются на локальных рабочих станциях (и/или серверах) членов виртуальной проектной команды. Аналогично обстоит дело и с поддержкой процессов тиражирования (распространения) и технической поддержкой созданного ПО. В перспективе предполагается интеграция данных подсистем виртуального предприятия в единую систему на основе облачных технологий.

В общем случае архитектура ВТП представляет собой связанную систему веб-серверов, которая взаимодействует с локальными рабочими станциями клиентов ВТП — зарегистрированных и потенциальных членов виртуальной команды проекта (рис. 1, см. вторую сторону обложки).

Рассмотрим функциональные подсистемы ВТП более подробно.

**Подсистема "Поддержка управления организационно-информационной деятельностью в проекте"** опирается на использование понятия "задача", которое определяет элементарный процесс (технологическая операция/работа над созданием объекта производства) в производстве ПО. Инструментарий подсистемы включает реализацию следующих основных функций:

• формирование общего списка задач проекта, согласованных сроков их реализации и распределения ресурсов;

• сервисы календарного планирования задач (сетевые диаграммы Ганта, календарь и т. д.);

• организация совместной работы членов команды проекта;

• формирование списка задач для участников проектного коллектива (с учетом их роли в проекте) и информации о сроках их выполнения;

• учет и предоставление информации о ходе выполнения всего проекта, отдельных показателях и их прогнозирование;

• информационный сервис новостной службы проекта (с реализацией редактора на базе технологии wiki-разметки), используемый в целях опубликования удобной для восприятия (структурированной) актуальной информации о проекте.

Примерами подобных программных систем с открытым исходным кодом, реализующих перечисленные функции в той или иной степени, являются OpenProj (<https://www.openproject.org/>); Trac (<http://trac.edgewall.org/>); Redmine (<http://www.redmine.org/>) и др.

**Подсистема "Управление версиями электронных документов/ Управление версиями исходного кода"** реализует функции создания и сопровождения баз данных (БД) объектов проектной деятельности и организации доступа к данным БД. Подсистема реализуется в виде двух блоков: БД "документы" и БД "программные коды". Каждый из блоков позволяет хра-

нить несколько версий текстового файла, возвращаться к более ранним версиям, проводить их автоматическое слияние и построчное сравнение и т. д. Примерами систем такого рода с открытым исходным кодом являются: CVS (<http://www.nongnu.org/cvs/>), Subversion (<http://subversion.apache.org/>), Bazaar (<http://bazaar.canonical.com/>), Mercurial (<http://mercurial.selenic.com/>), Git (<http://git-scm.com/>).

**Подсистема "Отслеживание ошибок программного кода"**. Ее назначение в составе ВТП заключается в обеспечении и реализации следующих функций:

• регистрация и контроль ошибок разработчиками ПО, найденных в файлах программного кода (программы, подпрограммы) и пожеланий пользователей;

• отслеживание процесса устранения выявленных ошибок и выполнения пожеланий. Наиболее известные представители подобных программных систем с открытым исходным кодом: Bugzilla (<http://www.bugzilla.org/>); Mantis Bug Tracker (<https://www.mantisbt.org/>); Trac; Redmine.

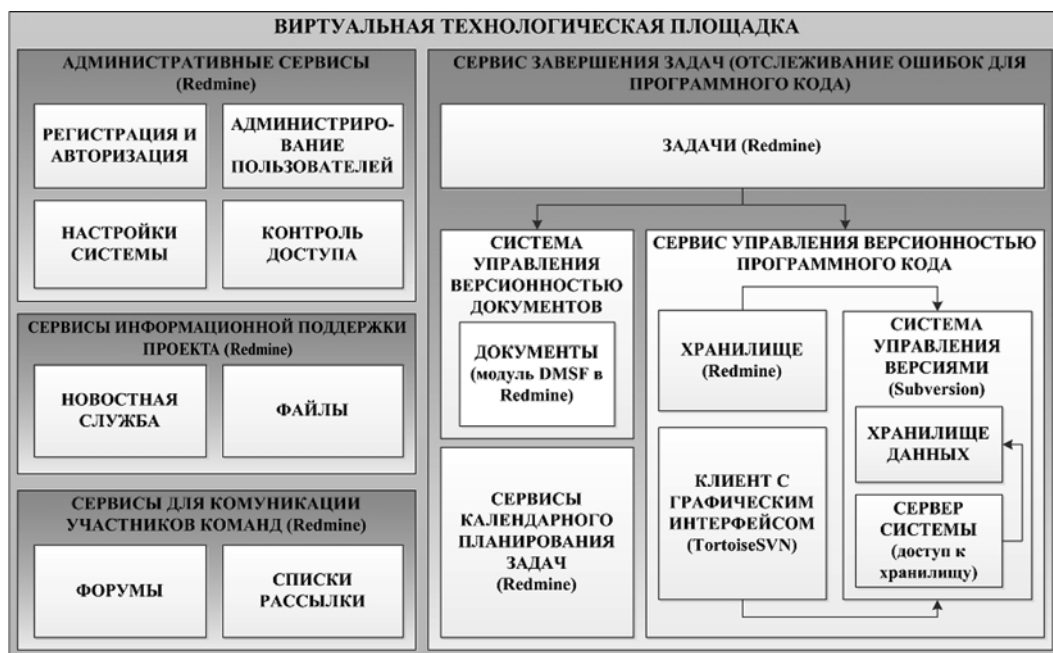
**Подсистема "Коммуникация участников команды проекта"** содержит следующие традиционные сервисы для виртуального общения участников проектной команды: списки рассылки; дискуссионные форумы для каждого отдельного проекта, содержащие тематические разделы по проблематике проекта создания программного продукта.

**Подсистема "Регистрации и авторизации участников виртуальных команд"** реализует функции по регистрации на ВТП пользователей с последующим обеспечением авторизованного ролевого доступа к ресурсам и сервисам ВТП. Публичный доступ организован без регистрации (следовательно, без авторизации) с доступом для произвольного пользователя только к открытым сервисам и информационным ресурсам.

## Программно-информационный комплекс ВТП

При создании программно-информационного комплекса ВТП на основе описанной выше функциональной модели авторами за основу были взяты принципы сервис-ориентированных архитектур (SOA), для которых архитектура информационной среды реализуется в виде совокупности взаимосвязанных сервисов на клиент-серверных технологиях [9]. С учетом представленного ранее анализа имеющегося программно-инструментария с открытым исходным кодом (преимущественно из категории СПО) был сделан выбор базовых прикладных программных систем, которые в совокупности обеспечивают выполнение основных заявленных функций. В их число вошли следующие пакеты: Redmine Subversion TortoiseSVN (<http://tortoisesvn.net/>); DMSF (Document Management System Features; <http://www.redmine.org/plugins/dmsf>).

За счет интеграции выбранных базовых программных пакетов и их функциональных модулей в качестве сервисов SOA был разработан и реализован про-



**Рис. 2. Структура программно-информационного комплекса ВТП**

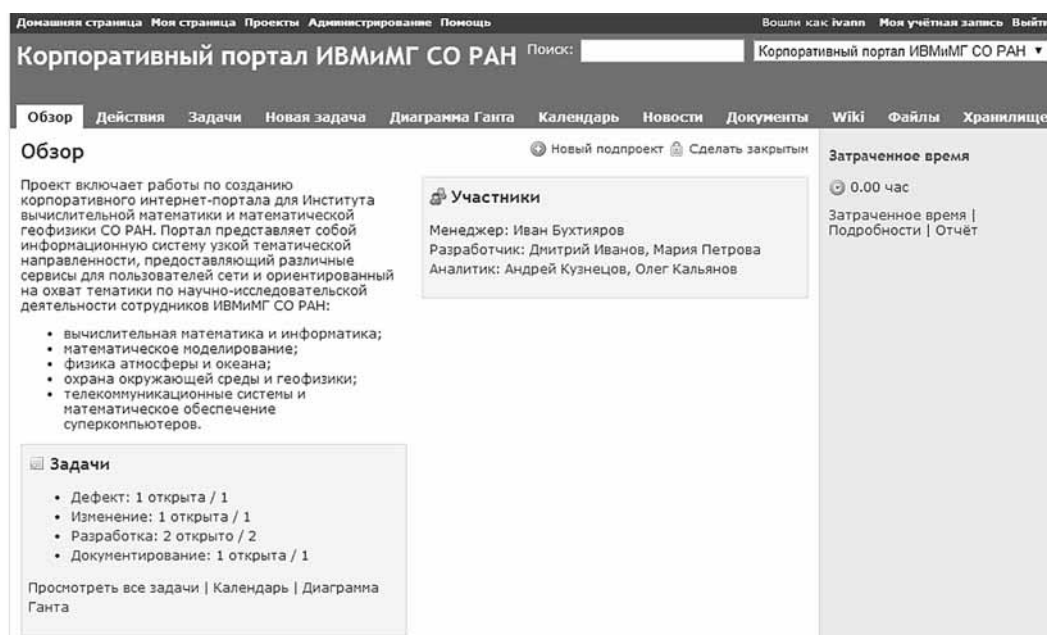
граммно-информационный комплекс ВТП, его структура приведена на рис. 2.

Кратко остановимся на описании предложенных решений в рамках сформулированного подхода при реализации программно-информационного комплекса ВТП, сервисы которого обеспечиваются через веб-страницы (всего более 20, некоторые примеры приведены ниже).

- Пакет Redmine является объединяющим сервисом для всех сервисов ВТП. Используется для реализации основных сервисов по организации и управле-

нию проектной деятельностью с возможностями инсталляции проектов. Пример страницы проекта на ВТП представлен на рис. 3.

- Система управления версиями исходных кодов реализована интегрированным с Redmine пакетом Subversion. Данное программное обеспечение вместе с программным модулем "Хранилище" Redmine (рис. 4) обеспечивает версионное хранение исходных кодов программных продуктов и поддерживает набор различных операций с содержимым версионного хранили-



**Рис. 3. Страница проекта на ВТП (пример)**

Домашняя страница Моя страница Проекты Администрирование Помощь

Вошли как Иван | Моя учётная запись Выйти

Корпоративный портал ИВМиМГ СО РАН

Поиск:  Корпоративный портал ИВМиМГ СО РАН

Обзор Действия Задачи Новая задача Диаграмма Ганта Календарь Новости Документы Wiki Файлы Хранилище Настройки

root Статистика | Редакция:

Имя	Размер	Редакция	Возраст	Автор	Комментарий
branches		1	около 1 часа	Дмитрий Иванов	"Autocreate tags"
tags		1	около 1 часа	Дмитрий Иванов	"Autocreate tags"
trunk		2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
includes		2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
sites		2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
themes		2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
README.txt	3,412 КБ	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
UPGRADE.txt	8,604 КБ	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
authorize.php	6,45 КБ	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
cron.php	720 байта	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
index.php	529 байта	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
install.php	688 байта	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
phpinfo.php	100 байта	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
robots.txt	1,524 КБ	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
update.php	17,616 КБ	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
web.config	2,003 КБ	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала
xmlrpc.php	417 байта	2	около 1 часа	Иван Бухтияров	Импорт дистрибутива портала

Рис. 4. Страница обзора хранилища исходного кода проекта

ща (обновление, извлечение, фиксация, удаление, слияние и др.). Функциональные возможности системы управления версиями для файлов программного кода доступны благодаря тому, что исходный код в них представляется в неформатированном виде (text/plain). Упрощение работы участников проектной команды с версионным хранилищем SVN достигается использованием команд Subversion не через командную строку, а посредством специального клиентского программного обеспечения TortoiseSVN, которое является расширением оболочки Windows и интегрируется непосредственно в "Проводник". Его графический интерфейс, содержащий полный список команд Subversion и не требующий от пользователей дополнительных знаний их синтаксиса, представлен на рис. 5, см. вторую сторону обложки.

• В роли сервиса "Документы" выступает динамически подключаемый в Redmine и независимо компилируемый программный модуль DMSF, предоставляющий в ВТП функциональные возможности по обеспечению электронного документооборота проекта и управлению версионностью для электронных документов. Выбор этого модуля в качестве отдельного сервиса ВТП обусловлен следующим фактором. При выполнении этапов программного проекта, требующих его документирования, участники виртуальных команд создают электронные документы проектной и технологической документации в форматированном или размеченном виде (например, в форматах .pdf, .rtf, .doc), т. е. такие файлы являются бинарными. Ввиду того, что при такой организации информации каждый символ текста является кодированной последовательностью других, механизмы автоматического слияния и построчного сравнения нескольких версий одного и того же документа становятся недоступными в условиях использования функциональных возможностей пакета Subversion.

Модуль DMSF решает отмеченные вопросы за счет предоставления следующих функций:

- создание участниками команды структуры каталогов на сервере ВТП, отображаемой в веб-интерфейсе

Redmine (вариант страницы категоризации документов по технической направленности и (или) этапам проекта приведен на рис. 6, см. третью сторону обложки);

- выбор автоматически инкрементно увеличенного номера версии для файла-документа при добавлении его новой версии в ВТП. Страница модуля DMSF для загрузки документа на сервер ВТП приведена на рис. 7. При такой реализации версионного хранения электронных документов сравнение файлов происходит в ручном режиме, а актуальной версией документа является та, которая содержит в имени максимальный числовой номер.

- Программный модуль Redmine "Задачи" с комбинированным использованием одного из сервисов — модуля DMSF и/или пакета Subversion является сервисом для завершения задач проекта в ВТП. Любая задача, зарегистрированная в ВТП в ходе выполнения программного проекта, соответствует одному из двух представленных далее типов (пример страницы с формой создания задачи в Redmine представлен на рис. 8).

- Документ — задача, возникающая при документировании проекта на любом этапе его выполнения. При завершении задачи этого типа ответственным членом проектного коллектива ей ставится в соответствие документ, созданный и добавленный им с помощью модуля DMSF.

- Codefix — задача, связанная с модификацией исходного кода программной системы. По мере разрешения задачи осуществляется изменение содержимого файлов программного кода с сохранением истории (добавление новой версии файла) и связывание файла с задачей, доступное благодаря программной интеграции Redmine с Subversion. Таким образом, модуль "Задачи" с использованием пакета Subversion реализует функции подсистемы отслеживания ошибок.

Участники проекта могут следить за ходом выполнения задач на диаграмме Ганта (тип столбчатых диаграмм, который используется для иллюстрации графика задач по конкретному проекту). Страница с при-

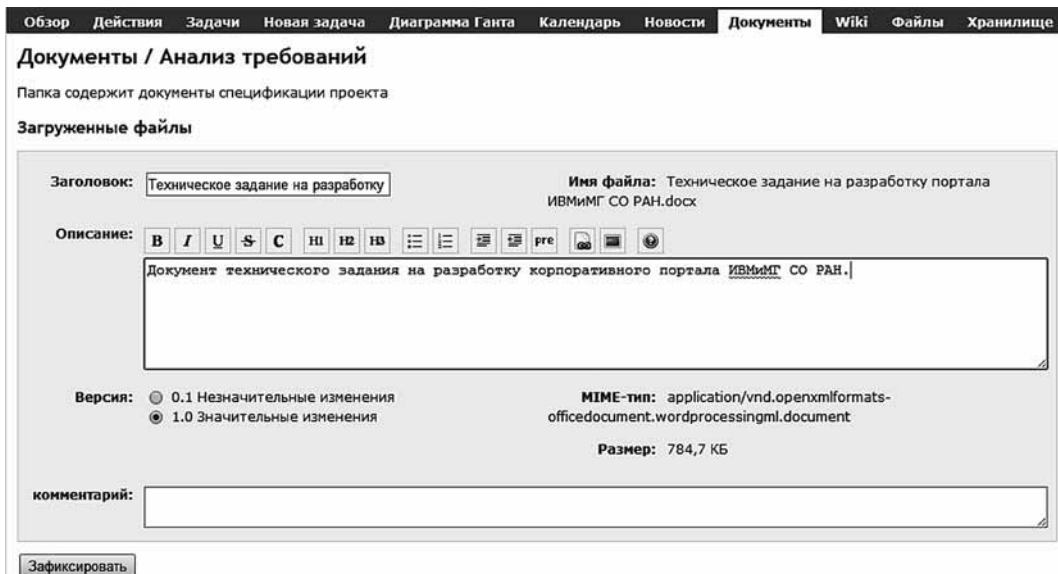


Рис. 7. Страница Redmine для загрузки документа на сервер ВТП (модуль DMSF)

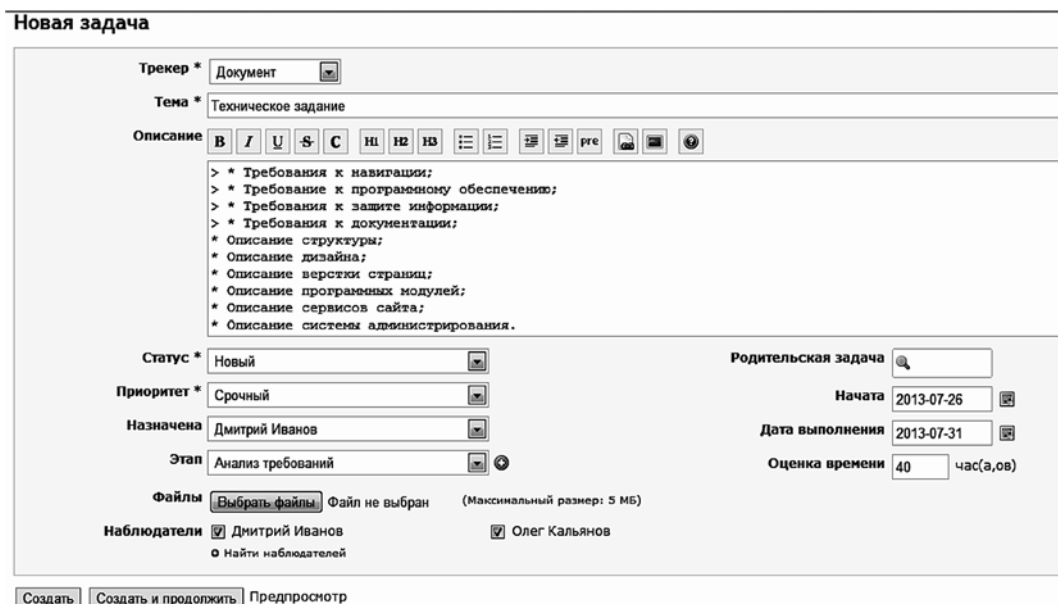


Рис. 8. Страница создания задачи в Redmine

мером диаграммы Ганта (для конкретного проекта), который реализуется модулями Redmine, приведена на рис. 9, см. третью сторону обложки.

Реализованный вариант архитектуры программно-аппаратного комплекса ВТП представлен на рис. 10, см. третью сторону обложки.

### Обобщенный сценарий деятельности на ВТП (по результатам апробации)

В результате инсталляции созданного программно-информационного комплекса ВТП автоматически создается пользователь admin, права учетной записи которого соответствуют максимальным правам конфигурирования и администрирования функциональных возможностей ВТП.

Пользователь admin средствами веб-интерфейса Redmine создает список глобальных ролей для зарегистрированных пользователей (потенциальных участников проектов): менеджер, аналитик и разработчик.

**Менеджер** осуществляет инициирование, планирование и управление проектом, в том числе после инициирования проекта, формирование этапов выполнения проекта и сроков их выполнения, создание задач, определение сроков выполнения задач проекта на различных этапах, завершение задач, выпуск версий проекта.

**Аналитик** выполняет разработку и анализ функциональных, архитектурных, алгоритмических и других проектных решений (задач), включая актуализацию и управление списком задач обоих типов (документ и codefix).



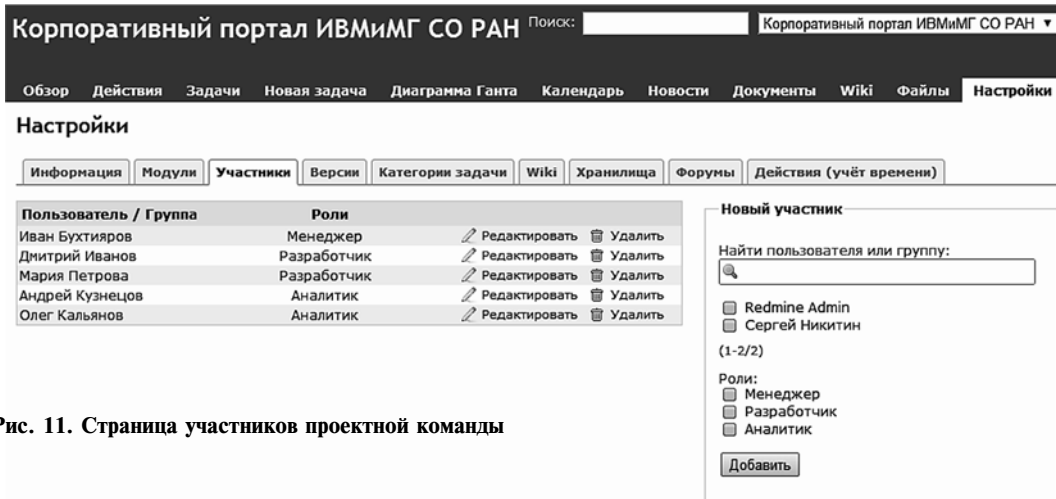


Рис. 11. Страница участников проектной команды



Рис. 12. Укрупненная схема выполнения проекта в ВТП

**Разработчик** осуществляет реализацию проектных решений (задач), в том числе разработку программного кода и его изменений, каталогизацию в версионном хранилище SVN; разработку и добавление документов с использованием модуля DMSF; ведение веток разработки в Subversion.

Работа над конкретным проектом начинается с момента регистрации на ВТП пользователя и присвоением ему роли менеджера проекта. Менеджер создает проект. Команда проекта на ВТП формируется по мере необходимости, с регистрацией и получением прав, соответствующих роли члена команды в проекте (пример страницы приведен на рис. 11).

В результате, полученные права предоставляют функциональные возможности по ограничению ролевого доступа участников проектных команд к следующим проблемно-ориентированным сервисам и ресурсам ВТП: фиксированным версиям проекта; хранилищу исходных кодов программного продукта; определенным элементам документации (проектной и эксплуатационно-технической документации). На ВТП

командой формируется контролируемая программа действий, которая при необходимости актуализируется. При этом хранятся все результаты проектной деятельности (с учетом их версионности), что создает предпосылки для организации работы над проектом территориально распределенного коллектива.

Обращаем внимание на то, что ВТП поддерживает возможность одновременного хранения нескольких версий результатов проекта. При готовности определенной версии, сервисы ВТП позволяют осуществить выпуск релиза результатов проекта. В процессе реализации проекта происходит динамическое формирование требований, успешная реализация которых в результате взаимодействия внутри небольших самоорганизующихся рабочих групп из специалистов различного профиля приводит к наращиванию функциональных возможностей проекта. Таким образом, процесс реализации проекта имеет характер гибких (Agile) методологий разработки ПО [10]. Решение о выпуске нового релиза проекта или его закрытия принимает менеджер проекта, поскольку только у него есть максимальные права по данному про-

екту на ВТП. В результате реализации проекта команда получает: комплект проектной и эксплуатационно-технической документации (репозиторий документов); репозиторий программного кода дистрибутива программного продукта, представляющего собой древовидную структуру каталогов. Укрупненная схема выполнения проекта в ВТП представлена на рис. 12.

Открытая координация участников проектных команд при выполнении проекта на ВТП-площадке создает предпосылки для ее использования при разработке свободного ПО и ПО с открытым исходным кодом. Одновременно ВТП ориентирована на поддержку реализации Стартап-проектов (start-up), процессов бизнес-инкубирования ИТ-компаний. В настоящее время апробация разработанной версии ВТП проводится в рамках деятельности Фонда алгоритмов и программ СО РАН (<http://fap.sbras.ru/>) [11].

#### Список литературы

1. Глазьев С. Ю. Экономическая теория технического развития. М.: Наука, 1990. 231 с.
2. Липаев В. В. Программная инженерия. Методологические основы. М.: ТЕИС, 2006. 608 с.

3. Вендров А. М. Современные технологии создания программного обеспечения (обзор). *Jet Info Online*. 2004. № 4. URL: <http://citforum.ru/programming/application/program/>

4. Соммервилль И. Инженерия программного обеспечения. М.: Вильямс, 2002. 624 с.

5. ГОСТ Р ИСО/МЭК 12207—2010. Информационная технология. Системная и программная инженерия. Процессы жизненного цикла программных средств. М.: Изд-во стандартов, 2010.

6. Тимашова Л. А., Тур Л. П., Лешенко В. А., Вовк Л. Б. Модели проектирования и управления логистикой виртуального предприятия. URL: [http://vs.irtc.org.ua/papers/2009\\_Tim\\_Tur\\_book.pdf](http://vs.irtc.org.ua/papers/2009_Tim_Tur_book.pdf)

7. Ляпина С., Быков М. Виртуальные организации — требование времени // *Вестник НАУФОР*. 2002. № 7. С. 52—61.

8. Ермаков И. А. Логистическая поддержка процесса разработки интеллектуальной продукции в сфере производства программного обеспечения: дис. ... канд. экон. наук. М., 2004. 193 с.

9. Westerman J. SOA Today: Introduction to Service-Oriented Architecture. BEA WebLogic Integration. URL: [http://www.dmreview.com/article\\_sub.cfm?articleId=7992](http://www.dmreview.com/article_sub.cfm?articleId=7992), 2004.

10. Мартин Р. К., Ньюкирк Дж. В., Косс Р. С. Быстрая разработка программ: принципы, примеры, практика. М.—СПб.: Вильямс, 2004. 752 с.

11. Кратов С. В., Бухтияров И. В. Технологическая площадка разработки ПО в СО РАН // *Тр. ИВМ и МГ СО РАН. Сер. Информатика. Материалы VII азиатской Междунар. школы-семинара "Проблемы оптимизации сложных систем"*. 2011. № 10. С. 68—73.

I. V. Bukhtiyarov, Junior Researcher, e-mail: [bukhtiyarov\\_i@mail.ru](mailto:bukhtiyarov_i@mail.ru),

Y. M. Zybarev, Deputy Director, e-mail: [ymz@sscc.ru](mailto:ymz@sscc.ru),

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk

## Service-Oriented Environment for Organizing a Virtual Enterprise for the Software Production

*The article is devoted to conceptual provisions on the organization of virtual enterprise/virtual team for the software production and the creation a specialized service-oriented informational environment in the Internet/Intranet. This environment provides informational technological and organizational support for joint project activities of virtual expert teams. Specific factors affecting the organization and logistics of considered type production systems are formulated. The functional model of the proposed specialized service-oriented informational environment is described. According to the developed functional model the complex of implemented software and technology solutions is considered in this research. The aim of these solutions is creation of the proposed information environment as a virtual technological platform. Generalized scenario of production and releasing software products in conditions of use of basic platform services is presented. These services provide support for versioning such production objects like source code and documentation files.*

**Keywords:** virtual enterprise, logistics, virtual team, software engineering, software production, project activity, informational environment

#### References

1. Glaz'ev S. Ju. *Jekonomicheskaja teorija tehničeskogo razvitiya*. M.: Nauka, 1990. 231 p.

2. Lipaev V. V. *Programmaja inzhenerija. Metodologičeskie osnovy*. M.: TEIS, 2006. 608 p.

3. Vendrov A. M. *Sovremennye tehnologii sozdaniya programmnoo obespečenija (obzor)*. *Jet Info Online*. 2004. N. 4. URL: <http://citforum.ru/programming/application/program/>

4. Sommerville I. *Software Engineering*. Edinburgh: Pearson Education, 2007. 840 p.

5. **GOST R ISO/IEC 12207—2010**. *Informacionnaja tehnologija. Sistemnaja i programmaja inzhenerija. Processy zhiznennogo cikla programmnyh sredstv*. M.: Izd-vo standartov, 2010.

6. Timashova L. A., Tur L. P., Leshhenko V. A., Vovk L. B. *Modeli proektirovanija i upravlenija logistikoj virtual'nogo predpriyatija*. URL: [http://vs.irtc.org.ua/papers/2009\\_Tim\\_Tur\\_book.pdf](http://vs.irtc.org.ua/papers/2009_Tim_Tur_book.pdf)

7. Ljapina S., Bykov M. *Virtual'nye organizacii na fondovom rynke — trebovanie vremeni*. *Vestnik NAUFOR*. 2002. N. 7. P. 52—61.

8. Eрмаков I. A. *Logisticheskaja podderzhka processa razrabotki intellektual'noj produkcii v sfere proizvodstva programmnoo obespečenija: dis. ... kand. jekon. nauk*. M., 2004. 193 p.

9. Westerman J. *SOA Today: Introduction to Service-Oriented Architecture*. *BEA WebLogic Integration*. URL: [http://www.dmreview.com/article\\_sub.cfm?articleId=7992](http://www.dmreview.com/article_sub.cfm?articleId=7992), 2004.

10. Martin R. C., Newkirk J. W., Koss R. S. *Agile software development: principles, patterns, and practices*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2003. 529 p.

11. Kратов S. V., Bukhtiyarov I. V. *Tehnologicheskaya ploshhadka razrabotki PO v SO RAN. Trudy IVMiMG SO RAN, serija Informatika*. *Materialy VII aziatskoj Mezhdunar. shkoly-seminara "Problemy optimizacii slozhnyh sistem"*. 2011. N. 10. P. 68—73.

**С. Н. Грудинин**, аспирант, e-mail: sn\_grudinin@mail.ru,  
**В. Д. Фроловский**, д-р техн. наук, проф., e-mail: frolovsky@asu.cs.nstu.ru,  
Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск

## Разработка и сравнение алгоритмов построения параметризованных моделей виртуальных манекенов с учетом геометрических характеристик формы

*Рассмотрен метод реконструкции и параметризации трехмерной модели манекена. Предложенные алгоритмы разработаны для создания базовой модели в процессе параметрического моделирования виртуальных манекенов. Исходная модель представляется множеством горизонтальных равноотстоящих друг от друга сечений, которые подвергаются анализу в целях определения геометрических характеристик. Итоговая поверхность строится на основе полученных характеристик и имеет вид четырехугольной сеточной структуры, аппроксимированной патчами Кунса.*

**Ключевые слова:** виртуальный манекен, базовая модель, параметрическое моделирование, поверхность Кунса, характеристики формы

### Введение

В настоящее время практически не существует принципиальных сложностей для создания виртуальных трехмерных объектов. Разработано большое число систем моделирования, решающих задачу проектирования геометрических объектов различного вида. Большое внимание сегодня уделяется задачам параметризации объектов в целях упрощения процесса моделирования. В САД-системах широкое применение нашли параметризованные твердотельные модели и представление объектов в виде теоретико-множественной композиции параметрически описанных примитивов (цилиндр, шар, куб и т. п.). Активно развивается характеристическое моделирование [1], где на взаимодействие между собой описанных заранее моделей (характеристик) накладываются различные ограничения (семантики), проверяемые при каждом цикле моделирования. Однако объекты естественного происхождения, имеющие сложную геометрическую форму и представляемые в общем виде сеточными моделями, требуют для параметризации специализированных технологий, учитывающих информацию о форме и принятые в предметной области метрические характеристики. К таким объектам относится и тело человека.

Среди методов поверхностного моделирования человеческого тела можно выделить три основных группы [2, 3]: создание, реконструкция и интерполяция.

К первой группе относится 3D-сканирование и 3D-скульптинг (моделирование человеческого тела как трехмерной скульптуры с помощью специального программного обеспечения). Оба метода являются до-

рогостоящими: в первом случае по причине высокой стоимости сканирующего оборудования, во втором — в силу необходимости привлечения квалифицированных дизайнеров.

Во второй группе объединены методы, позволяющие получить модель по набору неструктурированных или частично структурированных данных [4]. Полученное представление должно быть верным для исходных данных, без пробелов, с меньшим числом ошибок и меньшим уровнем шума, чем в исходном наборе. Оно также должно быть сохранено таким образом, чтобы была возможность отслеживать особенности и извлекать метрические измерения формы тела.

Третья группа включает методы, создающие модель путем деформации заданной базовой модели, в соответствии с установленными ограничениями. К этому подходу относится параметрическое моделирование [5]. В отличие от других методов, параметрическое моделирование является менее дорогостоящим и вычислительно емким средством, что позволяет интерактивно создавать новые модели, изменяя заданные параметры. Формально такой подход можно описать следующим образом: создание производной модели  $\Omega$  за счет деформации некоторой среднестатистической базовой модели  $\Psi$  согласно набору заданных параметров  $\rho$ . Таким образом, новая производная модель  $\Omega$  после деформации будет удовлетворять набору параметров  $\rho$  [5].

С развитием средств трехмерного сканирования распространение получают базы данных сканов реальных объектов [6]. Модели, полученные сканированием, содержат обильные эмпирические данные, что

дает дополнительные возможности для параметрического моделирования. К числу таких возможностей относятся следующие: выявление закономерностей изменения форм объектов определенного класса (по статистическим данным, собранным со сканов); создание усредненной базовой модели из набора близких по форме сканов. Подобные решения требуют методов и средств извлечения семантической информации. В связи с этим обстоятельством актуальным на сегодня является решение задач параметризации сложных объектов и генерации новых моделей на основе семантической информации [7, 8].

Целью работы, результаты которой представлены в статье, является разработка представления и параметризации базовой модели (БМ) на основе данных о форме объекта, обладающих следующими свойствами:

- наименьшим значением суммарного критерия схожести при сравнении формы БМ и объекта-оригинала;
- возможностью деформации при изменении параметров для проектирования производных моделей;
- ограничением числа используемых геометрических параметров, равным 150.

## 1. Метод моделирования

К настоящему времени разработано большое число методов представления поверхности человеческого тела, из которых можно выделить три основных направления, а именно представления в виде слоев, сеток и патчей.

Послойное представление [2, 9] определяет модель множеством слоев (горизонтальных сечений), высоты слоев обуславливаются расположением характерных для предметной области параметров или точек. Данное представление удобно для определения таких метрических характеристик, как высоты и обхваты (минимальные выпуклые оболочки слоев), поэтому распространено при создании моделей для нужд швейной промышленности [10]. Целиком поверхность восстанавливается за счет построения поверхностей натяжения между соседними слоями.

Сеточное представление [11–13] строится по набору кривых линий, интерполирующих входную модель. Зачастую для моделирования человеческого тела используют четырехугольные сетки, при этом горизонтальные линии равно отстоят друг от друга, а вертикальные линии пересекают характерные для формы точки. Данное представление в меньшей степени отражает особенности формы с точки зрения семантического расположения элементов сетки на поверхности человеческого тела. Для изменения формы модели кривые сетки подвергаются различным видам локальной или глобальной деформации.

Представление патчами несет в себе больше возможностей для передачи БМ особенностей формы исходного объекта, чем точки и кривые. При таком представлении поверхность манекена описывается некоторой сеточной структурой, каждая ячейка которой

аппроксимируется гладким поверхностным патчем — трехмерной ограниченной поверхностью [3, 4, 7, 14, 15]. Для манипулирования формой используется множество управляющих точек, расположение которых зависит от типа патча.

При проектировании представления и параметризации БМ в описанных выше подходах исследователи опираются на метрические характеристики, принятые в предметной области, либо на объективные знания об объекте, такие как симметричность. Представленные модели, в основе которой лежат предметные параметры, позволяет достигать при моделировании достаточной интерактивности и точности. Однако при таком представлении теряется гибкость — изменение набора параметров приводит к изменению представления целиком. Идея метода, излагаемого в настоящей работе, состоит в разделении предметного [16] и геометрического уровней параметризации и построении БМ на основании двух геометрических характеристик — точек и уровней, которые содержат в себе информацию о форме объекта. При этом построение БМ подразумевает выполнение следующих шагов:

- 1) приведение входной модели к формализованному виду;
- 2) выявление геометрических характеристик формы;
- 3) построение на основе геометрических характеристик четырехугольной сеточной структуры (каркаса);
- 4) аппроксимация ребер каркаса полиномами третьей степени;
- 5) аппроксимация ячеек каркаса линейными поверхностями Кунса.

Параметризация БМ в таком представлении сводится к определению координат характерных точек и значений коэффициентов аппроксимирующих полиномов. Поверхность Кунса является одной из разновидностей поверхностей натяжения и не требует для своего построения параметров, кроме ограничивающих ее кривых. Деформация БМ осуществляется путем изменения положения характерных точек, в результате чего происходит перерасчет кривых каркаса и патчей. При этом значения коэффициентов аппроксимирующих полиномов остаются неизменными, соответствующими БМ, что позволяет сохранить в производных моделях особенности формы БМ.

### 1.1. Формализация исходной модели

Исходными данными для построения БМ является 3D-модель женского манекена стандартной формы, полученная трехмерным сканированием из баз данных сканов, или с применением скульптурного моделирования. В общем случае модель может быть произвольной формы, но для целей параметрического моделирования желательнее использовать среднестатистическую для заданных параметров форму. Входная модель имеет полигональную структуру: множество точек  $t_{ij}$ , соединенных в треугольные полигоны  $p_i = (t_{i1}, t_{i2}, t_{i3})$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, 3}$ , где  $N$  — число полигонов (здесь и далее под точкой понимается радиус-вектор точки). Модель не имеет внутренних полиго-

нов, пересечений полигонов и отверстий. Начало глобальной системы координат помещено в точку центра масс модели

$$C = \frac{1}{3N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^3 t_{ij}$$

Задача ориентации модели в пространстве не рассматривается, модель расположена таким образом, что горизонтальная плоскость  $xOy$  разделяет верхнюю и нижнюю части манекена, вертикальная плоскость  $yOz$  отделяет переднюю часть от задней, вертикальная плоскость  $xOz$  разделяет манекен на две половины по оси симметрии [17].

Для реализации алгоритмов параметризации, а также уменьшения возможных ошибок сканирования (построения), входная модель приводится к формальному виду. Исходя из основных особенностей формы — симметричности и протяженности вдоль оси  $Oz$  — модели манекенов достаточно хорошо описываются множеством горизонтальных параллельных сечений, которые, в свою очередь, представляют собой гладкие, симметричные фигуры. Поэтому входная модель разбивается на множество горизонтальных сечений  $h_i$ , которые представляются одинаковым числом точек  $\{v_{ij}\}$ , отсортированных по полярному углу и равноотстоящих друг от друга  $i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$ , где  $N$  — число сечений;  $M$  — число точек в сечениях. Также сечения

$h_i$  подвергаются симметризации — определению средних значений между левыми и правыми половинами относительно плоскости  $xOz$  и сглаживанию — интерполяции сплайнами третьего порядка [17].

По причине того, что исходная модель может иметь различную длину шеи и ног, для БМ вводится ограничение по высоте, которая определяется автоматически — от уровня промежности до уровня основания шеи сбоку. Уровень промежности — это уровень первого сечения снизу, состоящего из одной замкнутой линии. Уровень шеи определяется в два этапа:

1) составление кривой бокового контура из совокупности точек, имеющих максимальное значение  $y$ -координаты в каждом  $i$ -м сечении, представление контура в виде кусочно-линейной функции  $y(z)$ , расчет производных  $y''(z)$ ,  $y'''(z)$ ;

2) поиск уровня основания шеи сбоку, как равного значению аргумента функции  $y(z)$  в первой точке перегиба при обходе снизу от плеча; в этой точке  $y''(z) = 0$ ,  $y'''(z)$  отлична от нуля; в случае, когда точка перегиба не была найдена (например, когда входная модель имеет небольшую шею), за основание шеи сбоку принимается последняя точка бокового контура.

На рис. 1 представлены модели в исходном виде и построенные на их основе множества сечений при  $N = 50$ ,  $M = 200$ .

## 1.2. Определение геометрических характеристик

Множество сечений  $h_i$  используется для анализа формы в целях выявления геометрических характеристик — характерных точек (ХТ) и характерных уровней (ХУ). Под характерными понимаются точки  $i$ -го сечения, наилучшим образом, с точки зрения определенного признака, характеризующие его форму.

Мощным аппаратом для описания характеристик формы является дифференциальная геометрия. Для нахождения ХТ в данной работе используются два схожих между собой критерия:

- равенство нулю первой производной —  $P_{ПП}$ ;
- равенство нулю второй производной —  $P_{ВП}$ .

В целях снижения вычислительной нагрузки расчеты выполняются для множества полусечений  $h'_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  — число точек в полусечении. Каждое  $i$ -е полусечение рассматривается как кусочно-линейная функция  $y(x)$  и выражается в параметризованном виде функциями  $x(s)$  и  $y(s)$ . Параметром  $s$  выступает накопленная (суммарная) длина, т. е. при  $s_0 = 0$

$$s_j = s_{j-1} + \sqrt{(x_j - x_{j-1})^2 + (y_j - y_{j-1})^2}, j = \overline{1, m},$$

где  $m$  — число точек в  $i$ -м полусечении.

Для  $x(s)$  и  $y(s)$  определяются пары точек  $f_a(s_a)$  и  $f_b(s_b)$ , между которыми первая производная  $f'_j(s) = (f(s_{j+1}) - f(s_j)) / (s_{j+1} - s_j)$ ,  $j = \overline{2, m-1}$  меняет знак, далее рассчитывается значение параметра  $s$ , при котором

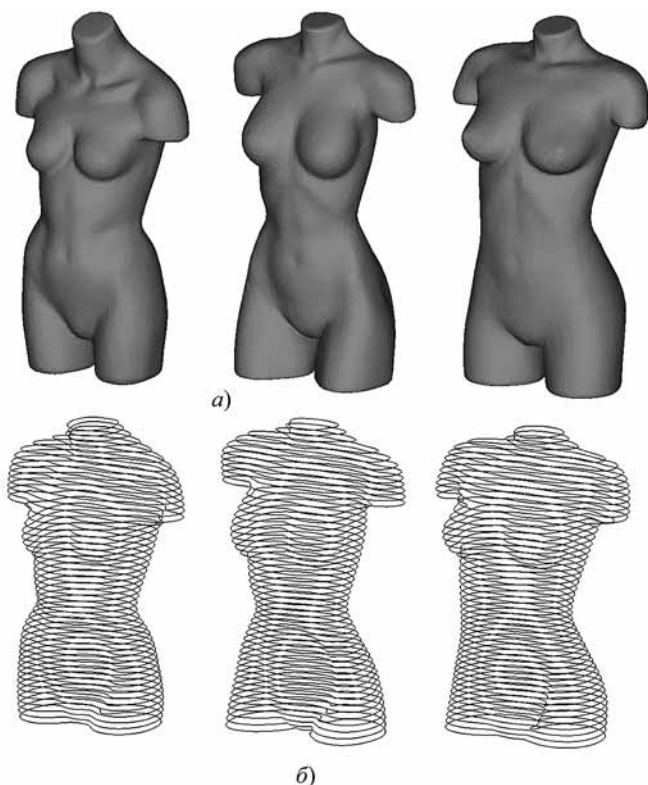


Рис. 1. Исходные модели (а) и построенные на их основе сечения (б)

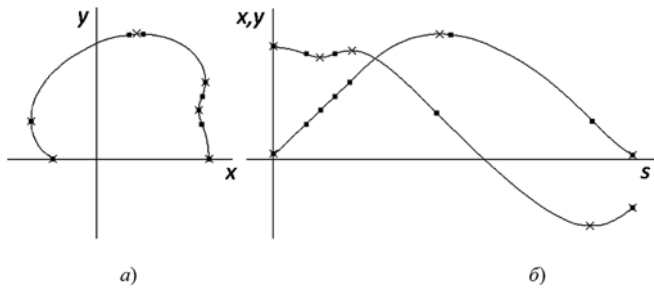


Рис. 2. Полусечение на уровне бедер в исходном (а) и параметризованном (б) видах с отмеченными ХТ:

× — ХТ, определенные по критерию  $P_{ПП}$ ; ■ — ХТ, определенные по критерию  $P_{ВП}$

первая производная равна нулю:  $(f_a s_b - s_a f_b)/(f_a - f_b)$ . Аналогично определяются точки равенства нулю второй производной. Характерными признаются также точки начала и конца  $i$ -го полусечения, располагающиеся соответственно на оси симметрии манекена. На рис. 2 представлено полусечение на уровне бедер в исходном и параметризованном видах с отмеченными ХТ, определенными по критериям  $P_{ПП}$  и  $P_{ВП}$ .

В качестве третьего критерия определения ХТ ( $P_{ДТ}$ ) используют так называемые доминантные точки, применяемые во многих приложениях машинного зрения, обработке изображений и распознавания образов. Кратко алгоритм их определения [18] для точек  $i$ -го полусечения из  $h'_i$  можно описать следующим образом:

1) рассчитывается  $b_{jk_j} = \max \left( \left| x_{j-k_j} - 2x_j + x_{j+k_j} \right|, \left| y_{j-k_j} - 2y_j + y_{j+k_j} \right| \right), j = \overline{2, m-1}$ , при этом  $k_j$  определяется итерационно, увеличиваясь начиная с единицы с шагом 1, пока  $b_{ik} \leq b_{ik+1}$ ;

2) определяется  $bv_j = 1/k_j \sum_{i=1}^{k_j} b_{ji}$ ;

3) выполняется проверка условий  $bv_j < \varepsilon, bv_j < bv_{j-1}, bv_j < bv_{j+1}, bv_i = bv_{i-1}$ , при  $k_i < k_{i-1}, bv_i = bv_{i+1}$  при  $k_i \leq k_{i+1}$ , если хотя бы одно из условий выполняется, то точка не является доминантной. Для  $\varepsilon$  в данной работе, как и в работе [18], используется значение 0,25.

На рис. 3 представлено полусечение на уровне груди с отмеченными ХТ, определенными по критериям  $P_{ПП}, P_{ВП}, P_{ДТ}$ .

Модель манекена, как отмечалось выше, хорошо описывается множеством горизонтальных сечений. Для достижения большей схожести модели с объектом-оригиналом к множеству  $h'_i$  добавляются сечения, расположенные на ХУ — уровнях, наилучшим образом, с точки зрения заданной геометрической харак-

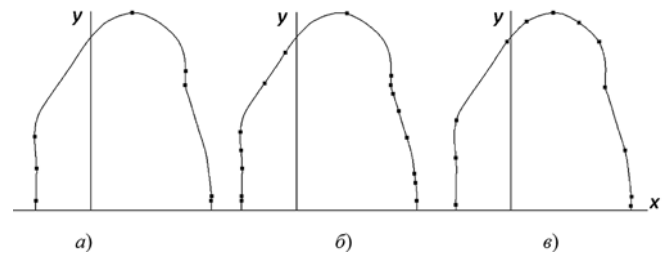


Рис. 3. Полусечение на уровне груди с отмеченными ХТ, определенными с использованием критериев  $P_{ПП}$  (а);  $P_{ВП}$  (б);  $P_{ДТ}$  (в)

теристики, описывающих форму манекена. В работе используются два критерия для определения ХУ:

- равенство нулю первой производной функции обхватов —  $S_{ОБХ}$ ;
- равенство нулю первой производной функции контуров —  $S_{КОН}$ .

Определение ХУ происходит по критерию  $S_{ОБХ}$  путем исследования на экстремум кусочно-линейной функции  $t(z)$ , где аргументом является высота уровня, а значением — периметр минимальной выпуклой оболочки (обхвата) точек сечения на уровне  $z$ . Определение ХУ по критерию  $S_{КОН}$  также осуществляют исследованием на экстремум кусочно-линейных функций  $f(z), b(z), s(z)$ , определяющих зависимость от высоты сечения  $z$  значений координат переднего, заднего и бокового контуров соответственно. Сечения, расположенные на ХУ, добавляются к множеству сечений  $h'_i$ , на них также определяются ХТ.

### 1.3. Построение и аппроксимация каркаса

Под построением каркаса подразумевается алгоритм соединения точек сечений таким образом, чтобы они образовывали четырехугольную сеточную структуру, в узлах которой находятся ХТ. На вход алгоритма поступает  $n$  полусечений  $h'_i$  по  $m$  точек. Построение каркаса осуществляется в несколько этапов:

1) соединение отрезками ХТ, расположенных в соседних полусечениях на оси  $Ox$ ;

2) соединение отрезками ХТ, расположенных в соседних полусечениях и ближайших к боковому контуру модели, а именно имеющих наибольшую координату по оси  $y$  и  $x$ -координату в интервале  $[-L_1, L_1]$ , где  $L_1$  — эмпирически определяемое ограничение;

3) соединение отрезками ХТ, расположенных в соседних полусечениях, ближайших друг к другу — евклидово расстояние  $E$  между ними удовлетворяет условию  $E < L_2$ , где  $L_2$  — эмпирически определяемое ограничение;

4) соединения ХТ по горизонтали по линиям соответствующих полусечений, при этом ХТ соединяется с соседними ХТ слева и справа по линии полусечения, если выполняется одно из двух условий: она

имеет одно вертикальное соединение (снизу или сверху) или вообще не имеет вертикальных соединений.

Каркасные линии аппроксимируются полиномами третьей степени, при этом каждая линия описывает ломаную  $p$  в пространстве. Вектор-функция, описывающая аппроксимирующую кривую, имеет следующий вид [19]:

$$\mathbf{r}(s) = \mathbf{p}_0 + \mathbf{q}_0 s + \mathbf{a} s^2 + \mathbf{b} s^3;$$

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{p} - \mathbf{q}_0}{s_n} - \mathbf{b} s_n, \quad \mathbf{b} = \frac{\mathbf{q}_0 - \mathbf{q}_n - 2\Delta \mathbf{p}}{s_n^2}, \quad \Delta \mathbf{p} = \frac{\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_0}{s_n},$$

где  $\mathbf{p}_0$  и  $\mathbf{p}_n$  — точки начала и конца ломаной  $p$  (являющиеся ХТ);  $\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_n$  — касательные к ломаной  $p$  в точках  $\mathbf{p}_0$  и  $\mathbf{p}_n$  соответственно;  $s$  — накопленная длина ло-

маной  $p$ ;  $s_n$  — длина ломаной  $p$ . На рис. 4 представлен пример каркасных линий, ХТ определялись по критерию  $P_{\text{ПП}}$ , ХУ при построении не использовались.

На каждой четырехугольной ячейке каркаса строится линейная поверхность Кунса, которая описывается векторной функцией [20]

$$\mathbf{r}(u, v) = (1 - v)\mathbf{p}^{(1)}(s_1 u) + (1 - u)\mathbf{p}^{(2)}(s_2 v) + v\mathbf{p}^{(4)}(s_4 v) + u\mathbf{p}^{(3)}(s_3 u) - (1 - u)(1 - v)\mathbf{p}_1 - u(1 - v)\mathbf{p}_2 - (1 - u)v\mathbf{p}_3 - uv\mathbf{p}_4, \quad 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1,$$

где  $\mathbf{p}_i$  —  $i$ -я точка, соединяющая кривые ячейки;  $\mathbf{p}^{(i)}$  — вектор-функция  $i$ -й кривой ячейки,  $s_i$  — длина  $i$ -й кривой ячейки,  $i = \overline{1, 4}$ . На рис. 5 представлены результаты аппроксимации патчами модели манекена с различными критериями определения ХТ и ХУ.

## 2. Исследование результатов моделирования

Эффективность представленных в работе алгоритмов проверялась путем моделирования трех женских манекенов (см. рис. 1), с использованием разработанных для них программных реализаций. Исследовалась степень влияния следующих параметров:

- число сечений разбиения ( $\beta_1$ );
- число точек в сечениях разбиения ( $\beta_2$ )

на следующий ряд критериев:

- число патчей ( $\gamma_1$ );
- среднее число ХТ в сечениях ( $\gamma_2$ );
- отношение числа ХТ в узлах патчей к общему числу ХТ ( $\gamma_3$ );
- суммарный критерий схожести ( $\gamma_4$ ).

Критерий  $\gamma_4$  определяется [17] как сумма среднеквадратических отклонений, рассчитанных для четырех разных метрик:

$$\gamma_4 = \sum_{q=1}^4 \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (I_i^q - B_i^q)^2},$$

где  $I_i^q$  — нормированное значение  $q$ -й метрики для  $i$ -го сечения исходной модели;  $B_i^q$  — нормированное значение  $q$ -й метрики для  $i$ -го сечения БМ. Метрики определяются по набору  $N$  равноотстоящих горизонтальных сечений по  $M$  точек в каждом.

*Периметр  $i$ -го сечения*

$$S^v = \sum_{j=1}^{M-1} \sqrt{(x_j - x_{j+1})^2 + (y_j - y_{j+1})^2}, \quad \text{где } v_j(x_j, y_j) \text{ — } j\text{-я точка сечения.}$$

*Периметр обхвата  $i$ -го сечения*

$$S^w = \sum_{k=1}^{R-1} \sqrt{(x_k - x_{k+1})^2 + (y_k - y_{k+1})^2}, \quad \text{где } R \text{ — число точек обхвата } i\text{-го сечения; } w_k(x_k, y_k) \text{ — } k\text{-я точка обхвата.}$$

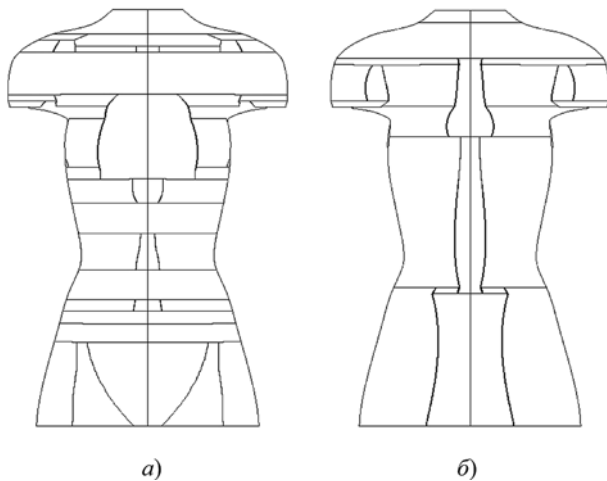


Рис. 4. Каркасные линии: а — вид спереди; б — вид сзади

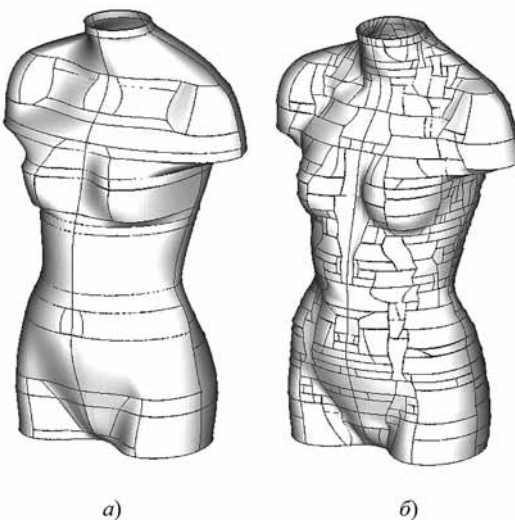


Рис. 5. Аппроксимированная патчами модель с используемыми в качестве критериев определения ХТ и ХУ  $P_{\text{ПП}}$ ,  $S_{\text{Обх}}$  (а) и  $P_{\text{ВП}}$  (б)

Дескриптор формы *i*-го сечения

$$D_i = \sum_{j=1}^{M-1} L_j \cos \alpha_j, \text{ где } L_j \text{ — расстояние в плоскости}$$

сечения от центра масс до *j*-й точки сечения;  $\alpha_j$  — раз-  
ница по модулю между полярным углом *j*-й точки се-  
чения и углом  $(4\pi j)/M$ .

Площадь *i*-го сечения

$$A = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{M-1} L_j^2 \varphi_j, \text{ где } \varphi_j \text{ — угол между радиус-векторами}$$

*j*-й и (*j* + 1)-й точками сечения.

В табл. 1 представлены средние по трем моделям значения критериев  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  при изменении параметров  $\beta_1$  и  $\beta_2$ .

На основании представленных в табл. 1 данных можно сделать вывод о том, что  $\gamma_1$  линейно возрастает при увеличении  $\beta_1$  по причине роста общего числа ХТ. Однако увеличение  $\beta_1$  не приводит к улучшению модели (уменьшению  $\gamma_4$ ) по следующей причине: слишком частое разбиение вызывает появление небольших ячеек сетки каркаса, границы которых после аппроксимации полиномами имеют во многих случаях значительно далекую от линейной форму, аппроксимация таких ячеек линейными поверхностями Кунса приводит к искажению итоговой поверхности манекена. Наилучший уровень схожести обеспечивается при значении  $\beta_1 = 50$ . Следует также отметить, что  $\gamma_2$  уменьшается по закону, близкому к экспоненциальному, что свидетельствует о том, что для определения всех особенностей формы модели достаточно измене-

Таблица 1

Зависимость  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  от параметров  $\beta_1$  и  $\beta_2$

Параметры		Критерии			
		$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$
$\beta_1$	15	70,00	11,38	0,54	0,28
	30	120,67	11,07	0,47	0,23
	50	139,33	10,92	0,34	0,20
	70	167,33	10,98	0,30	0,21
	90	190,00	10,97	0,26	0,22
	110	161,33	10,97	0,20	0,26
	130	192,67	11,01	0,20	0,25
$\beta_2$	50	64,00	9,13	0,24	0,29
	80	60,67	10,20	0,21	0,25
	110	62,00	10,60	0,20	0,30
	140	69,33	10,87	0,22	0,22
	170	71,33	10,85	0,23	0,18
	200	70,67	10,88	0,23	0,24

Таблица 2

Зависимость  $\gamma_1$  и  $\gamma_4$  от способа определения ХТ и ХУ

Способ определения		Критерии	
ХТ	ХУ	$\gamma_1$	$\gamma_4$
$P_{ПП}$	—	77,33	0,19
$P_{ВП}$	—	340,00	0,16
$P_{ДТ}$	—	720,67	0,18
$P_{ПП}$	$S_{ОБХ}$	111,33	0,17
$P_{ПП}$	$S_{КОН}$	154,00	0,18

ния  $\beta_1$  в интервале [50, 70]. По представленным дан-  
ным невозможно определить влияние параметра  $\beta_2$  на  
 $\gamma_1$ . По изменению  $\gamma_2$  можно сделать вывод, что  
при числе точек в сечении больше 150 значительной  
пользы для выявления характерных точек не получа-  
ется. При этом  $\gamma_4$  имеет постоянную, с незначи-  
тельными колебаниями тенденцию к снижению, достигая  
наименьшего значения при  $\beta_2 = 170$ .

На основании изложенных выше замечаний мож-  
но сделать вывод, что увеличение параметров  $\beta_1$  и  $\beta_2$   
не приводит к увеличению сходства БМ с исходной  
моделью, поэтому можно рекомендовать границы измене-  
ния параметров  $\beta_1$  и  $\beta_2$  в интервале [50, 70] и [150,  
170] соответственно.

Результаты сопоставления различных способов оп-  
ределения ХТ и ХУ в среднем для трех моделей пред-  
ставлены в табл. 2. По этим данным можно сделать вы-  
вод, что использование критериев  $P_{ВП}$  и  $P_{ДТ}$  позволяет  
достигать большей схожести с исходной моделью, чем  
использование критерия  $P_{ПП}$ . Однако при этом появ-  
ляется большое число патчей, что противоречит самой  
идее метода. Сочетание критериев  $P_{ПП}$  и  $S_{ОБХ}$  дает  
лучшие результаты, чем сочетание  $P_{ПП}$  и  $S_{КОН}$ .

## Заключение

Описан метод построения и параметризации БМ  
заданной структуры по полигональной модели исход-  
ного объекта. Рассмотрена оригинальная параметри-  
зация модели трехмерного объекта со сложной струк-  
турой, сохраняющая геометрическую информацию об  
объекте. Авторами исследованы основные способы  
определения геометрических характеристик формы  
моделей. Рассматриваемые алгоритмы и их програм-  
мные реализации могут быть использованы в процес-  
се параметрического моделирования виртуальных ма-  
некенов. При этом создание производных моделей  
будет происходить за счет изменения положения уз-  
ловых точек каркаса с последующим пересчетом кар-  
касных линий и аппроксимирующих поверхностей.

Перспективным развитием рассмотренных реше-  
ний является:

- расширение списка исследуемых критериев для  
определения характеристик формы модели;



- разработка процесса параметрического моделирования виртуальных манекенов на основе предложенного представления и геометрической параметризации;
- определение зависимостей предметных и геометрических параметров в контексте моделирования манекенов для целей швейной промышленности.

#### Список литературы

1. Bronsvoort W. F., Bidarra R., Nyirenda P. J. Developments in Feature Modelling // Computer-Aided Design & Applications. 2006. Vol. 2, N. 5. P. 655–664.
2. Li S.-F., Chien S.-C. Create a Virtual Mannequin Through the 2-D Image based Anthropometric Measurements and Radius Distance Free Form Deformation // International Journal of Advanced Computer Science and Applications (IJACSA). 2011. Vol. 2, N. 4. P. 60–67.
3. Seo H., Magnenat-Thalman N. An example-based approach to human body manipulation // Graphical Models. 2004. Vol. 66, N. 1. P. 1–23.
4. Buxton B., Dekker L., Douros I., Vassilev T. Reconstruction and Interpretation of 3D Whole Body Surface Images. 2000. [Электронный ресурс]. URL: [http://douros.org/publications/buxton\\_dekker\\_douros\\_vassilev\\_scan2000.pdf](http://douros.org/publications/buxton_dekker_douros_vassilev_scan2000.pdf) (дата обращения: 10.06.2014)
5. Фроловский В. Д. Компьютерное проектирование манекенов и одежды. Трехмерные модели и математические методы. Germany, Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 269 с.
6. The most comprehensive source for body measurement data [Электронный ресурс]. URL: <http://store.sae.org/caesar/> (дата обращения: 10.06.2014).
7. Wang C. C. L. Parameterization and parametric design of mannequins // Computer-Aided Design. 2005. Vol. 37, N. 1. P. 83–98.
8. Leong I.-F., Fang J.-J., Tsai M.-J. Automatic body feature extraction from a marker-less scanned human body // Computer-Aided Design. 2007. Vol. 39, N. 7. P. 568–582.
9. Абдуллин П. К., Фроловский В. Д. Сжатие геометрической информации сложных объектов на основе порождающих моделей // Тр. 15-й Междунар. конф. по компьютерной графике и ее приложениям "ГРАФИКОН — 2005". Новосибирск. (20–24 июня 2005 г.). Новосибирск, 2005. С. 175–178.
10. Дунаевская Т. Н., Коблякова Е. Б., Ивлева Г. С., Ивлева Р. В. Размерная типология населения с основами анатомии и морфологии. М: Мастерство; Издательский центр "Академия", 2001. 288 с.
11. Lee W., Gu J., Magnenat-Thalman N. Generating Animatable 3D Virtual Humans from Photographs // Computer Graphics Forum. 2000. Vol. 19, N. 3. P. 1–10.
12. Kasap M., Magnenat-Thalman N. Skeleton-aware size variations in digital mannequins // The Visual Computer. 2011. Vol. 27, N. 4. P. 263–274.
13. Wang C. C. L., Chang T. K. K., Yuen M. M. F. From laser-scanned data to feature human model: a system based on fuzzy logic concept // Computer-aided design. 2003. Vol. 35, N. 3. P. 241–253.
14. Xu B., Huang Y., Yu W., Chen T. Three-dimensional body scanning system for apparel mass-customization // Optic Engineering. 2002. Vol. 41, N. 7. P. 1475–1479.
15. Wu L. A., Zhang X. Parameterized Mannequin for Apparel Design // Journal of Fiber Bioengineering and Informatics (JFBI). 2008. Vol. 1, N. 2. P. 117–124.
16. Грудинин С. Н., Фроловский В. Д. Предметная параметризация виртуальных манекенов // Автоматика и программная инженерия. 2014. № 1 (7). С. 53–56.
17. Грудинин С. Н., Фроловский В. Д. Параметрическое моделирование и оценка близости виртуальных манекенов // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. 2014. № 1 (22). С. 62–72.
18. Wu W.-Y. Dominant point detection using adaptive bending value // Image and Vision Computing. 2003. Vol. 21. P. 517–525.
19. Ильин М. Е. Аппроксимация и интерполяция. Методы и приложения: учеб. пособ. Рязань, 2010. 56 с.
20. Голованов Н. Н. Геометрическое моделирование. М.: Изд-во физико-математической литературы, 2002. 472 с.

S. N. Grudinin, Postgraduate Student, e-mail: [sn\\_grudinin@mail.ru](mailto:sn_grudinin@mail.ru),

V. D. Frolovsky, Professor, e-mail: [frolovsky@asu.cs.nstu.ru](mailto:frolovsky@asu.cs.nstu.ru), Novosibirsk State Technical University

## Development and Comparison of Algorithms of Creation the Virtual Mannequin Parametrized Models Taking into Account the Geometric Form Features

*The paper describes a method of reconstruction and parameterization of three-dimensional mannequin models. The proposed algorithms were developed for the purpose of creation the base model in the virtual mannequin parametric modeling. The initial model is represented by a set of the horizontal equidistant sections which are analyzed to determine the geometric features: the characteristic levels and the characteristic points. The diverse methods for determining features are considered. A resulting surface is based on the resulting features and has the form of the frame (a quadrangular grid structure) which is approximated by the linear Koons surfaces. The research of the influence of different ways of choosing the geometric features on the modeling results is carried out. Evaluation of similarity of the resulting model and the original object is based on the total criterion which includes four metrics calculated on a set of horizontal sections. The proposed parameterization allows deformation of the mannequin base model by changing the position of the characteristic points while preserving inalterability of the framework parameters which are coefficients of the approximating polynomials.*

**Keywords:** a virtual mannequin, a base model, the parametric modeling, the Koons surface, the form features, the criterion of similarity

---

---

## References

1. Bronsvort W. F., Bidarra R., Nyirenda P. J. Developments in Feature Modelling. *Computer-Aided Design & Applications*. 2006. V. 2, N. 5. P. 655–664.
2. Lin S.-F., Chien S.-C. Create a Virtual Mannequin Through the 2-D Image based Anthropometric Measurements and Radius Distance Free Form Deformation. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications (IJACSA)*. 2011. V. 2, N. 4. P. 60–67.
3. Seo H., Magnenat-Thalmann N. An example-based approach to human body manipulation. *Graphical Models*. 2004. V. 66, N. 1. P. 1–23.
4. Buxton B., Dekker L., Douros I., Vassilev T. Reconstruction and Interpretation of 3D Whole Body Surface Images. 2000. URL: [http://douros.org/publications/buxton\\_dekker\\_douros\\_vassilev\\_scan2000.pdf](http://douros.org/publications/buxton_dekker_douros_vassilev_scan2000.pdf) (accessed 10.06.2014)
5. Frolovskii V. D. *Komp'uternoe proektirovanie manekenov i odezhdy. Trekhmernye modeli i matematicheskie metody*. Germany, Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 269 p.
6. The most comprehensive source for body measurement data. URL: <http://store.sae.org/caesar/> (accessed 10.06.2014).
7. Wang C. C. L. Parameterization and parametric design of mannequins. *Computer-Aided Design*. 2005. V. 37, N. 1. P. 83–98.
8. Leong I.-F., Fang J.-J., Tsai M.-J. Automatic body feature extraction from a marker-less scanned human body. *Computer-Aided Design*. 2007. V. 39, N. 7. P. 568–582.
9. Abdulin P. K., Frolovskii V. D. Szhatie geometricheskoi informatsii slozhnykh ob'ektov na osnove porozhdaiushchikh modelei. *Trudy 15-i Mezhdunar. konf. po komp'uternoi grafike i ee prilozheniiam "GRAFIKON—2005"* (20–24 june 2005). Novosibirsk. P. 175–178.
10. Dunaevskaia T. N., Kobliakova E. B., Ivleva G. S., Ievleva R. V. *Razmeraia tipologii naseleniia s osnovami anatomii i morfologii*. M.: Masterstvo; Izdatel'skii tsentr "Akademii", 2001. 288 p.
11. Lee W., Gu J., Magnenat-Thalmann N. Generating Animatable 3D Virtual Humans from Photographs. *Computer Graphics Forum*. 2000. V. 19, N. 3. P. 1–10.
12. Kasap M., Magnenat-Thalmann N. Skeleton-aware size variations in digital mannequins. *The Visual Computer*. 2011. V. 27, N. 4. P. 263–274.
13. Wang C. C. L., Chang T. K. K., Yuen M. M. F. From laser-scanned data to feature human model: a system based on fuzzy logic concept. *Computer-aided design*. 2003. V. 35, N. 3. P. 241–253.
14. Xu B., Huang Y., Yu W., Chen T. Three-dimensional body scanning system for apparel mass-customization. *Optic Engineering*. 2002. V. 41, N. 7. P. 1475–1479.
15. Wu L. A., Zhang X. Parameterized Mannequin for Apparel Design. *Journal of Fiber Bioengineering and Informatics (JFBI)*. 2008. V. 1, N. 2. P. 117–124.
16. Grudin S. N., Frolovskii V. D. Predmetnaia parametrizatsiia virtual'nykh manekenov. *Avtomatika i programmnaia inzheneriia*. 2014. N. 1 (7). P. 53–56.
17. Grudin S. N., Frolovskii V. D. Parametricheskoe modelirovanie i otsenka blizosti virtual'nykh manekenov. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii*. 2014. N. 1 (22). P. 62–72.
18. Wu W.-Y. Dominant point detection using adaptive bending value. *Image and Vision Computing*. 2003. V. 21. P. 517–525.
19. Il'in M. E. *Approksimatsiia i interpoliatsiia*. Metody i prilozheniia: ucheb. posob. Riazan', 2010. 56 p.
20. Golovanov N. N. *Geometricheskoe modelirovanie*. M.: Izd-vo Fiziko-matematicheskoi literatury, 2002. 472 p.

---

---

**ИНФОРМАЦИЯ**

**19–21 февраля 2015, г. Минск,**

**Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники**

**V Международная научно-техническая конференция**

**"Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем"  
(Open Semantic Technologies for Intelligent Systems, OSTIS-2015)**

Целью конференции является обсуждение проблем создания открытой комплексной семантической технологии компонентного проектирования интеллектуальных систем. Этим определяется и формат ее проведения, предполагающий пленарные доклады, секционные заседания, круглые столы, посвященные обсуждению различных вопросов создания указанной технологии, выставочные презентации докладов.

*Рабочие языки конференции: русский, белорусский, английский.*

**Подробная информация на сайте конференции: <http://conf.ostis.net/>**

**Н. И. Лиманова**, д-р техн. наук, проф., **В. А. Серов**, аспирант,  
e-mail: serov@rozhdestveno.info, Поволжский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики, г. Самара

## Кросс-платформенный поисковый информационно-библиографический web-сервис

*Рассмотрены вопросы, связанные с применением модуля программы "Марк", а именно его SQL-Internet-варианта (Windows) библиотечными учреждениями на собственных информационных сайтах в случае использования сторонних хостингов.*

*Предложен новый метод, который использует базы данных библиографических записей, созданной автоматизированной информационной библиографической системой Марк-SQL, для реализации кросс-платформенного поискового информационно-библиографического web-сервиса.*

*Предложенный метод реализован на языке программирования PHP с помощью системы управления базами данных MySQL. Это дает возможность использовать информационно-библиографический web-сервис непосредственно на web-сайтах библиотечных учреждений, находящихся на хостингах.*

**Ключевые слова:** web-сервис, MySQL, PHP, поиск, библиография

В настоящее время библиотеки активно используют в своей работе информационные технологии. Например, для автоматизации системы учета фондов библиотек применяют автоматизированные информационные библиотечные системы (АИБС). Пакет программ АИБС представляет собой продукт с существенно разветвленной структурой, созданный с использованием СУБД Microsoft SQL.

Муниципальные бюджетные библиотеки Самарской области ведут учет библиографических единиц в АИБС Марк-SQL [1]. Данная АИБС введена повсеместно в таких библиотеках для унификации упомянутых записей и создания единого областного корпоративного каталога [2].

Для предоставления информации о новых поступлениях в книжный фонд со страниц собственных библиотечных сайтов учреждениям необходимо дополнительно приобрести, установить и использовать модули, выполняющие роль поисковых информационно-библиографических web-сервисов. Данные модули работают только во взаимодействии с программными механизмами той базы данных, которая предоставляется АИБС. Это означает, что библиографический поиск ведется именно в той базе данных, в которую внесены записи о фонде.

В связи с отмеченным выше для создания на своих сайтах поисковых информационно-библиографических web-сервисов библиотечным учреждениям Самарской области необходимо приобретать модуль семейства Марк, SQL-Internet-вариант (Windows). Данный модуль поставляется отдельно от основного программного комплекса АИБС Марк-SQL и служит для интеграции поискового сервиса с механизмами

упомянутой АИБС. Покупка АИБС Марк-SQL для библиотек Самарской области была профинансирована из областного бюджета, а приобретение модуля АИБС Марк-SQL-Internet библиотекам необходимо оплачивать из собственных средств. Для небольших городских и районных библиотек стоимость этого модуля является существенной. Это обстоятельство — одна из причин, почему поисковый информационно-библиографический web-сервис установлен только на сайтах крупных областных библиотек Самарской области, а именно на сайте Самарской областной универсальной научной библиотеки [3], на сайте Самарской областной юношеской библиотеки [4] и на сайте Самарской областной детской библиотеки [5].

Кроме отмеченных выше вопросов финансового плана, возникают сложности с использованием модуля Марк-SQL-Internet на информационных сайтах библиотечных учреждений, арендующих хосты. В первую очередь это связано со следующими жесткими требованиями к системным ресурсам поддерживаемой такой модуль ЭВМ:

- 1) web-сервер: Microsoft IIS;
- 2) операционная система: Windows 2008 и выше;
- 3) СУБД: MS SQL, Oracle, Access.

Перенос сайта в систему, совместимую с перечисленными выше требованиями Марк-SQL, связан с существенными трудозатратами. Дополнительным препятствием для использования Марк-SQL-Internet является требование применять выделенный сервер. В руководстве по установке АИБС Марк-SQL-Internet написано: "На компьютере, где установлен web-сервер IIS, произвести установку системы Марк-SQL (например, в каталог "C:\Program Files\Inform-Systema\MarcSQL\..." [6]. Это

означает, что для успешного внедрения поискового информационно-библиографического web-сервиса на основе модуля АИБС Марк-SQL-Internet необходимо иметь полные административные права. На настоящее время эти вопросы решались одним из двух способов:

- аренда выделенного сервера и установка на него модуля АИБС Марк-SQL-Internet с последующим переносом сайта;
- приобретение собственного сервера с сопутствующим программным обеспечением и использование его в качестве web-сервера.

Первый способ более распространен, так как содержание виртуального выделенного сервера является наиболее экономичным на сегодня вариантом.

Второй способ менее распространен по причине больших ресурсозатрат при реализации и высоких требований к квалификации обслуживающих сервер специалистов. Однако для случая большого числа одновременных подключений в целях поиска и редактирования записей, приобретение собственного сервера может стать единственно возможным вариантом.

Стоимость аренды выделенных серверов на настоящее время в среднем колеблется в диапазоне 1500...2500 руб. в месяц, стоимость собственного сервера намного выше. Содержание его под силу только крупным библиотечным учреждениям. Городские, сельские и другие не столь крупные библиотечные бюджетные учреждения не обладают такими финансовыми возможностями. Кроме того, число записей в библиографических базах невелико и приобретение выделенного сервера для их хранения является нерациональным решением. Таким образом, многие бюджетные библиотечные учреждения Самарской области не в состоянии организовать поисковый информационно-библиографический web-сервис собственными силами.

Авторами предложен новый способ размещения на сайтах библиотечных учреждений базы библиографических записей, созданных с помощью автоматизированной информационно-библиографической системы Марк-SQL. Программное обеспечение, реализующее этот способ, написано на языке PHP с использованием СУБД MySQL.

Предоставляемый производителем интернет-модуль АИБС Марк-SQL использует отдельную базу данных, размещенную или в файле Microsoft Access, или в СУБД Microsoft SQL Server. Разработанный авторами сервис не требует создания отдельной базы и его работа возможна с использованием той же базы данных.

Такой подход позволяет применить поисковый модуль на сайтах библиотечных учреждений, находящихся на арендуемых ими хостах.

Системные требования для созданного кросс-платформенного поискового информационно-библиографического web-сервиса:

- 1) операционная система: Windows, FreeBSD, OpenBSD, Linux;
- 2) СУБД MySQL версии не ниже 4.0;
- 3) web-серверы: IIS 6.0 и выше, Apache 2.0 и выше, nginx-1.0.11 и выше;
- 4) PHP версий не ниже 5.3.

Такие требования позволяют использовать серверы и хосты в очень широком диапазоне.

Анализ работы интернет-модуля АИБС Марк-SQL также выявил ряд существенных недостатков, связанных с использованием сервиса конечным потребителем — читателем. Страница поиска, создаваемая этим модулем, вызывает у пользователей нарекания в плане удобства ее использования. Страница состоит из большого числа полей с вариантами их группирования (выпадающие списки "И", "ИЛИ", "НЕ"). Такой подход призван увеличить гибкость возможных запросов. Однако в действительности он вводит пользователя, особенно неподготовленного, в заблуждение. Кроме того, отмеченный подход не всегда оправдан, так как используются множественные вложенные запросы к СУБД, что существенно снижает скорость обработки задания. Особенно это обстоятельство заметно при объеме записей более 160 000 строк.

В Самарской областной универсальной библиотеке (СОУНБ) попытались модернизировать модуль АИБС Марк-SQL. На сайте этого учреждения введено два типа поиска — простой и расширенный. Однако это отразилось на точности поиска. Например, при вводе запроса "Пушкин", в простом типе поиска будет найдено 4110 экземпляров документов, большая часть которых просто содержит в описании слово "Пушкин" (рис. 1).

В расширенном поиске есть отдельное поле ввода "автор". Однако поисковый информационно-библиографический сервис СОУНБ выдаст нулевой результат, так как предполагается, что читатель должен на-

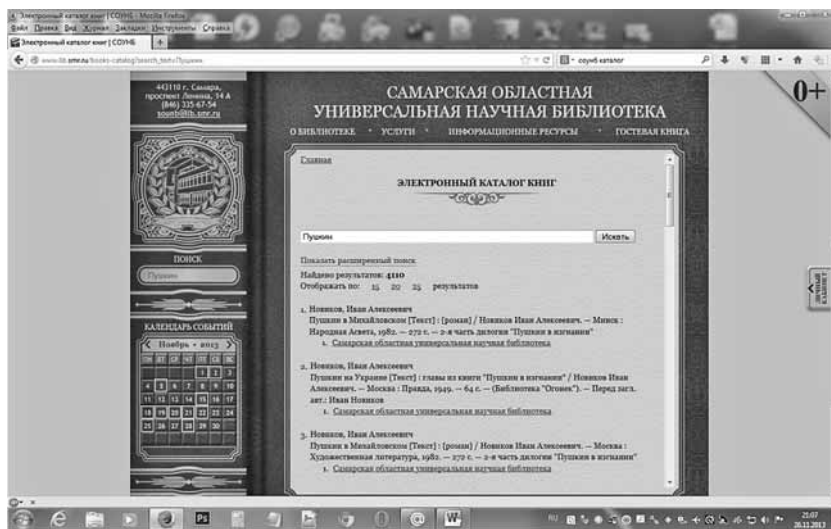


Рис. 1. Результаты простого поиска автора "Пушкин" в электронном каталоге на сайте СОУНБ в режиме простого поиска

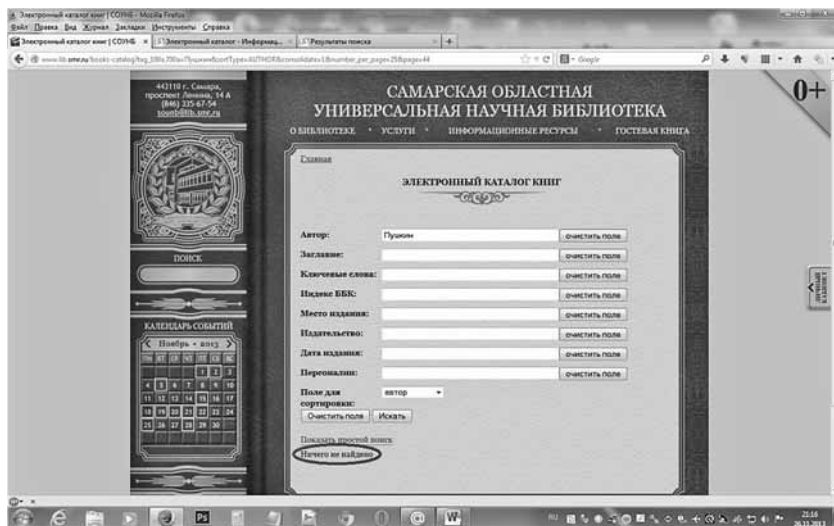


Рис. 2. Результат расширенного поиска с ошибкой на сайте СОУНБ

писать "Пушкин А. С." или "Пушкин Александр Сергеевич" (рис. 1 и 2).

Целью работы, результаты которой представлены в настоящей публикации, было создание поискового информационно-библиографического web-сервиса, способного быстро и точно обработать запрос пользователя. Данный сервис в качестве СУБД использует MySQL и написан на языке PHP. Это обстоятельство существенно расширяет возможности по установке данного модуля, делая возможным использование различных типов операционных систем.

Особенностью данного поискового информационно-библиографического сервиса является сокращение числа таблиц. В интернет-модуле Марк-SQL используется 55 таблиц. Однако информация о документах хранится в единственной таблице. Остальные таблицы являются служебными и необходимы для комплектования фонда, учета читателей и других операций в АИБС Марк-SQL. Для полноценного поиска нужного документа со страниц сайта достаточно нескольких таблиц. Упрощенная блок-схема алгоритма поиска документа в базе данных представлена на рис. 3.

Работа данного алгоритма состоит из нескольких этапов. На первом этапе получают вводные данные от пользователя, на основании которых будут отбираться записи из базы данных. На следующем этапе происходит подключение к базе данных и отбор необходимых таблиц, согласно установленному пользователем переключателю критерия поиска. Далее, с помощью промежуточных временных таблиц, определяются все записи, подходящие выбранному параметру. Заключительным этапом является построчный вывод на экран всех найденных записей.

В отличие от разработанного авторами алгоритма поиска в интернет-модуле Марк-SQL имеет гораздо более сложную структуру. Данные запросов, используемые для вывода результатов поиска, проверяются по служебным таблицам. Подобная проверка значительно увеличивает время обработки запроса. В рамках

данной статьи не представляется возможным описать весь код скрипта, он закрыт и существуют ограничения, обусловленные авторским правом.

Вся информация о документах расположена в специальной таблице и выполнена в виде единой строки, которая перемежается специальными символами и нечитающимися знаками. Например, данные о книге "Руслан и Людмила" выглядят так, как показано на рис. 4.

По этой причине в разработанном web-сервисе в файл выборки данных добавлен алгоритм преобразований записи к виду, более подходящему для восприятия пользователем. В интернет-модуле программы Марк-SQL для этой цели используются закрытые библиотеки, выполняющие роль лексического анализатора. В разработанном авторами сервисе данная функция выполнена на языке

PHP и совершенно открыта для изменения, что по желанию администраторов позволяет выполнить редактирование вывода. Ее особенность заключается в том, что функция не является лексическим анализатором и включена в скрипт поиска. Это небольшой цикл, который проводит автозамену специальных символов и нечитающихся знаков в записи библиографического описания на необходимые теги HTML.

На рис. 5 в виде таблицы показаны результаты поиска в разработанном информационно-поисковом web-сервисе. Такое представление позволяет получить информацию о найденной книге в удобном для чтения виде.

Кроме перечисленных выше функций в web-сервисе реализована возможность поиска записи по неполным данным. Этот механизм получен путем добавления символов "%" в начале и в конце введенных данных. Он позволяет проводить поиск без необходимости вписывать полностью название произведения. Данная особенность отсутствует в стандартном модуле Марк-SQL.

Результаты поиска в разработанном сервисе представлены на рис. 6, см. четвертую сторону обложки.

Дополнительным преимуществом разработанного web-сервиса является возможность поиска документа не только по авторам и заглавиям, но и по служебным данным. За реализацию этих методов отвечает файл all.php, позволяющий вести поиск непосредственно в специальной таблице, содержащей всю информацию по книгам. Последние функции также отсутствовали в стандартном модуле АИБС Марк-SQL.

Внешний вид страницы с установленным поисковым информационно-библиографическим web-сервисом изображен на рис. 7, см. четвертую сторону обложки.

При сравнении разработанного поискового информационно-библиографического web-сервиса с модулем поискового информационного библиографического web-сервиса Марк-SQL для случая использования базы данных в 62 828 записей получены перечисленные далее результаты.

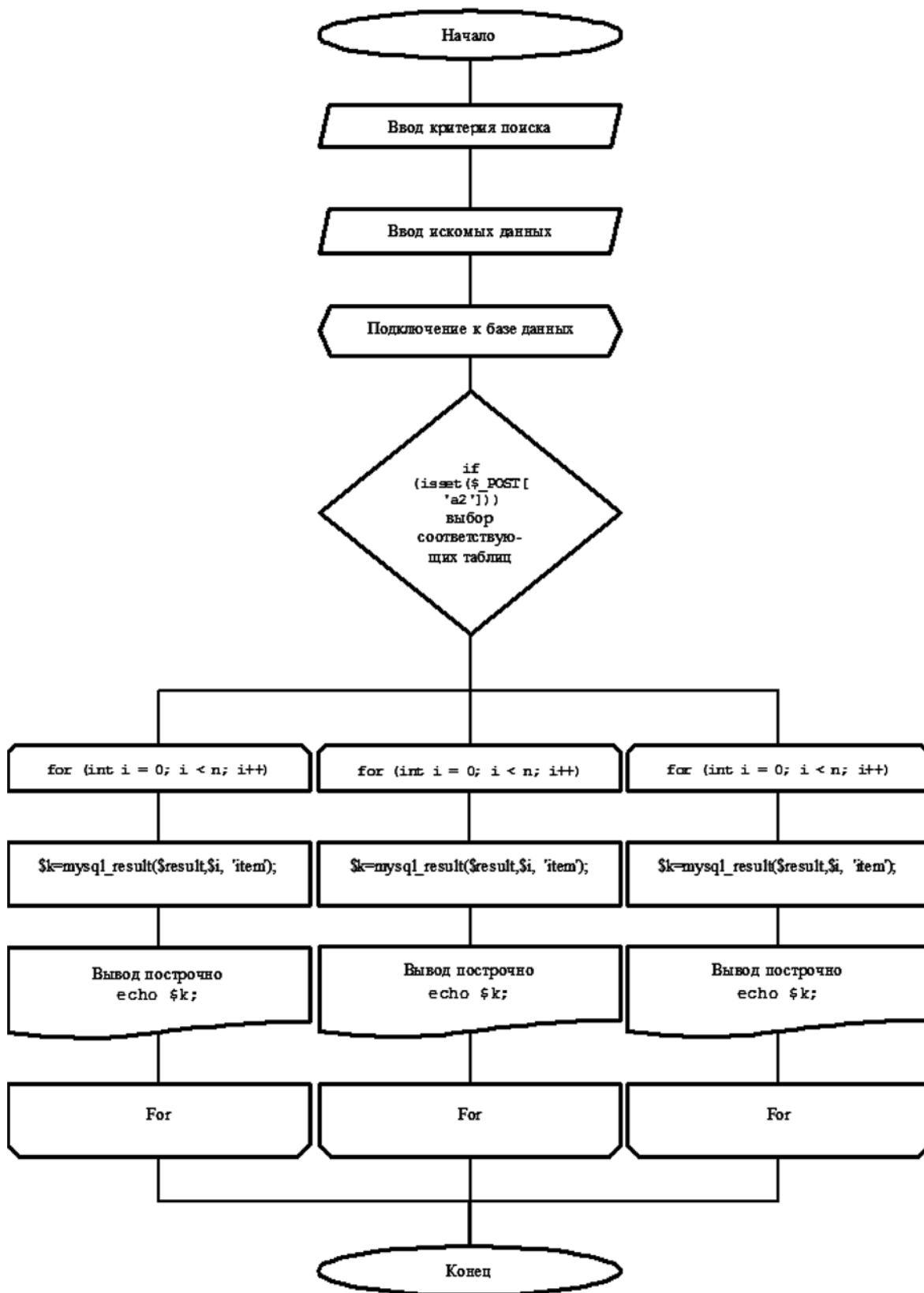


Рис. 3. Упрощенная блок-схема алгоритма поиска документа в базе данных

005 020130618100041.8-02000с7.00-040 еPSBO-084 аP1-09000аP1хП1 91сP1-е423585,423586д/о,д/о-09400б2003-09700б8-10010аПушкин А. С.-24500-аРуслан и ЛюдмилабПоэмаиТекст-26000аГрозныйбЧеч.-Инг.кн.изд.во-с1972-30000а117, [2] с.-44000аШкольная библиотека-99000гОРФе2v2t03-6-f15.01.03z0j2.

Рис. 4. Пример записи информации о книге в одной из таблиц АИБС Марк-SQL

1. Совокупный объём занятого дискового пространства базы данных стандартного модуля Марк-SQL составляет 181 Мбайт, а база данных разработанного web-сервиса занимает 29 Мбайт при равном числе записей (рис. 8, а).

2. Время поиска необходимой записи через сайт в стандартном модуле Марк-SQL в зависимости от числа найденных записей составляет в среднем 11,1 с. В разработанном web-сервисе на поиск идентичных записей при равнозначном запросе тратится в среднем 0,66 с (рис. 8, б).

3. При запросе на поиск автора "Пушкин" стандартный модуль Марк-SQL нашел 275 записей из 293, что составляет 94% точности поиска. Разработанный web-

20130618100041.8	Рис. 5. Вид обработанного результата поиска книги "Руслан и Людмила" в разработанном информационно-поисковом web-сервисе				
7.00					
PSBO					
P1					
P1	П 91	P1	423585, 423586	д/о,	д/о
2003					
8					
Пушкин А. С.					
Руслан и Людмила	Поэма	Текст			
Грозный	Чеч.-Инг. кн. изд-во	1972			
117, [2] с.					
Школьная библиотека					
ОРФ	2	2	03-6	15.01.03	0 2



а)



б)



в)

Рис. 8. Сравнение результатов поиска в системах стандартного модуля Марк-SQL и разработанного web-сервиса

---

---

сервис, при равных условиях определил 293 записи, что показывает 100%-ный результат точности (рис. 8, в).

Представленное сравнение наглядно показывает преимущества разработанного web-сервиса. Дополнительным положительным качеством нового web-сервиса является упрощение процесса его установки и интеграции на существующий сайт. Для установки такого web-сервиса требуются минимальные трудозатраты. Сервис выполнен в виде папки с файлами, готовыми для размещения на любом хостинге. Это обстоятельство выгодно отличает его от стандартного сервиса, представленного фирмой "Информ-система", который требует в качестве платформы выделенный сервер под управлением операционных систем семейства Windows.

Для переноса необходимых таблиц из Марк-SQL в СУБД MySQL можно воспользоваться сторонними сервисами, например, бесплатной программой dbForge Studio for MySQL.

Представленный сервис разработан в первую очередь для обеспечения муниципальных бюджетных библиотек полноценным поисковым библиографическим web-сервисом. Однако практика эксплуатации показала также его преимущества над стандартным модулем Марк-SQL в плане производительности и объема базы данных.

Относительная простота установки, отсутствие высоких требований к ресурсам сервера или арендующего хоста, точность поиска — все эти факторы сви-

детельствуют о неоспоримых преимуществах над интернет-модулем поискового информационно-библиографического web-сервиса Марк-SQL. Разработанный поисковый информационный библиографический web-сервис внедрен и успешно функционирует в муниципальном бюджетном учреждении культуры "Библиотечная Информационная Сеть" г. Новокуйбышевск Самарской области.

#### Список литературы

1. **Краткая** характеристика программных средств семейства Марк, SQL-Internet-вариант (Windows). Официальный сайт научно-производственного объединения "Информ-система". URL: <http://www.informsistema.ru/Software.aspx?id=12>

2. **Корпоративный** электронный каталог Самарской областной универсальной научной библиотеки. Официальный сайт Самарской областной универсальной научной библиотеки. URL: <http://lib.smr.ru/el-catalog>

3. **Электронный** каталог Самарской областной универсальной научной библиотеки. Официальный сайт Самарской областной универсальной научной библиотеки. URL: <http://www.lib.smr.ru/books-catalog>

4. **Электронный** каталог Самарской областной юношеской библиотеки. Официальный сайт Самарской областной юношеской библиотеки. URL: <http://soub.ru/catalog>

5. **Электронный** каталог Самарской областной детской библиотеки. Официальный сайт Самарской областной детской библиотеки. URL: <http://sodb.ru/catalog>

6. **Руководство** по установке "Марк", SQL-Internet-вариант (Windows). Официальный сайт МБУК "БИС". URL: <http://libnvkb.ru/up/down/Readme19.pdf>

---

---

N. I. Limanova, Professor, V. A. Serov, Postgraduate Student, e-mail: serov@rozhdestveno.info, Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara

## Cross-Platform Information-Bibliographic Search Web-Service

*This article describes the problem of "Mark" programs module application, namely SQL-Internet-version (Windows) by library institutions on their own sites of information, when using third-party hosting services.*

*A new method for authors, which uses a database of bibliographic records created automated bibliographic information system Mark-SQL to create cross-platform information-bibliographic search Web-service.*

*The proposed method is implemented at the programming language PHP using the database management system MySQL. This enables the use is information-bibliographic search web-service directly on the websites of library institutions located at hostings.*

**Keywords:** web-service, MySQL, PHP, search, bibliography

#### References

1. **Kratkaja** karakteristika programnyh sredstv semejstva Mark, SQL-Internet-variant (Windows). Oficial'nyj sajt nauchno-proizvodstvennogo ob'edinenija "Inform-sistema". URL: <http://www.informsistema.ru/Software.aspx?id=12>

2. **Korporativnyj** jelektronnyj katalog Samarskoj oblastnoj universal'noj nauchnoj biblioteki. Oficial'nyj sajt Samarskoj oblastnoj universal'noj nauchnoj biblioteki. URL: <http://lib.smr.ru/el-catalog>

3. **Jelektronnyj** katalog Samarskoj oblastnoj universal'noj nauchnoj biblioteki. Oficial'nyj sajt Samarskoj oblastnoj universal'noj nauchnoj biblioteki. URL: <http://www.lib.smr.ru/books-catalog>

4. **Jelektronnyj** katalog Samarskoj oblastnoj junosheskoj biblioteki. Oficial'nyj sajt Samarskoj oblastnoj junosheskoj biblioteki. URL: <http://soub.ru/catalog>

5. **Jelektronnyj** katalog Samarskoj oblastnoj detskoj biblioteki. Oficial'nyj sajt Samarskoj oblastnoj detskoj biblioteki. URL: <http://sodb.ru/catalog>

6. **Rukovodstvo** po ustanovke "Mark", SQL Internet-variant (Windows). Oficial'nyj sajt MBUK "BIS". URL: <http://libnvkb.ru/up/down/Readme19.pdf>



**И. С. Астапов**, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, e-mail: velais@imec.msu.ru,

**Н. С. Астапов**, канд. физ.-мат. наук, доц., ст. науч. сотр., Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск, e-mail: nika@hydro.nsc.ru

# Решение алгебраических уравнений третьей и четвертой степеней с помощью компьютерной алгебры

Приведены данные анализа различных способов точного выражения через коэффициенты корней алгебраических уравнений третьей и четвертой степеней. Особое внимание уделено неприводимому случаю, который наиболее сложен при реализации на ЭВМ. Предложен новый алгоритм символьного вычисления корней уравнения четвертой степени. Проведено сравнение полученных результатов с решениями, генерируемыми пакетом прикладных программ Mathematica.

**Ключевые слова:** кубики, уравнения четвертой степени, формулы Кардано, дискриминант, резольвента, компьютерная алгебра, программное обеспечение

## Введение

Аналитическое решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, которые часто встречаются в задачах физики и техники, приводит к задаче нахождения корней характеристических многочленов. Необходимость явного выражения корней алгебраических уравнений через его коэффициенты для последующего анализа физических закономерностей возникает и помимо решения дифференциальных уравнений, например, при решении уравнения Ван-дер-Ваальса (уравнения состояния реального газа), которое является кубическим уравнением относительно плотности газа, его объема и массы. В механике сплошной среды считается, что в каждой точке деформируемого тела действуют главные напряжения, которые являются корнями кубического уравнения. Коэффициенты этого уравнения не зависят от выбора координатной системы и называются линейным, квадратичным и кубическим инвариантами тензора напряжений. Главные удлинения также являются корнями кубического уравнения, коэффициенты которого являются инвариантами тензора деформаций.

Известно, что уравнение

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0, \quad a_0 \neq 0 \quad (1)$$

при  $n \geq 5$  в общем виде не имеет решения в радикалах. Более того, это утверждение (теорема Абеля) остается справедливым [1], "если кроме радикалов разрешить использовать и некоторые другие функции, например любые однозначные аналитические функции ( $e^z$ ,  $\sin z$  и т. д.), функцию  $\text{Ln}(z)$  и некоторые другие". Тем не

менее уравнение пятой степени решается с помощью эллиптических модуль-функций [2–4]. Проведем сравнительный анализ различных наиболее известных способов решения уравнений третьей и четвертой степеней, учитывая возможность программной реализации этих способов.

## Уравнение третьей степени

Кубическое уравнение  $z^3 + az^2 + bz + c = 0$  с действительными коэффициентами  $a$ ,  $b$  и  $c$  подстановкой  $z = x - a/3$  приводится к каноническому виду

$$z^3 + px + q = 0, \quad (2)$$

где  $p$  и  $q$  — действительные числа.

Если хотя бы один из коэффициентов  $p$  или  $q$  равен нулю, то корни уравнения (2) выражаются через радикалы из действительных чисел. Оба коэффициента  $p$  и  $q$  уравнения (2) могут быть равны нулю тогда и только тогда, когда исходное уравнение имеет трехкратный корень  $-\alpha$  и имеет вид  $z^3 + 3\alpha z^2 + 3\alpha^2 z + \alpha^3 = 0$ . Поэтому в дальнейшем будем рассматривать уравнение (2) при отличных от нуля  $p$  и  $q$ .

**Теорема 1.** Для того чтобы уравнение  $x^3 + px + q = 0$  имело двукратный корень необходимо и достаточно, чтобы  $p^3/27 + q^2/4 = 0$ .

**Доказательство.** Необходимость. Пусть уравнение  $x^3 + px + q = 0$  имеет двукратный корень  $\alpha$ . Тогда

$$\begin{aligned} x^3 + px + q &= (x - \alpha)^2(x - \beta) = x^3 - (2\alpha + \beta)x^2 + \\ &+ (\alpha^2 + 2\alpha\beta)x - \alpha^2\beta = 0 \Rightarrow \beta = -2\alpha \Rightarrow (p = -3\alpha^2) \wedge \\ &\wedge (q = 2\alpha^3) \Rightarrow (-p/3)^3 = \alpha^6 = (q/2)^2 \Rightarrow p^3/27 + q^2/4 = 0. \end{aligned}$$

**Достаточность.** Пусть коэффициенты уравнения  $x^3 + px + q = 0$  удовлетворяют равенству  $p^3/27 + q^2/4 = 0$ . Возьмем

$$\begin{aligned} \alpha = \sqrt[3]{q/2} \Rightarrow q = 2\alpha^3 \Rightarrow (p/3)^3 &= -q^2/4 = -\alpha^6 \Rightarrow p = \\ &= -3\alpha^2 \Rightarrow x^3 + px + q = x^3 - 3\alpha^2x + 2\alpha^3 = \\ &= (x - \alpha)^2(x + 2\alpha), \end{aligned}$$

т. е.  $\alpha$  является двукратным корнем.

Выясним геометрический смысл величины  $D = p^3/27 + q^2/4$ , которая иногда называется дискриминантом уравнения (2). Для этого запишем уравнение (2) в виде  $p = -q/x - x^2$  и рассмотрим графики функции  $p(x) = -q/x - x^2$  для различных значений  $q$ . Уравнение  $p = -q/x - x^2$  равносильно уравнению (2), так как  $x = 0$  при  $q \neq 0$  не является корнем уравнения (2). На рис. 1 для  $q = \pm 2$  даны симметричные относительно оси ординат графики функции  $p(x) = -q/x - x^2$ , максимум которой достигается в точке  $x = (q/2)^{1/3}$  и равен  $p_{\max} = -3(q/2)^{2/3}$ . Очевидно, что  $p_{\max} < 0$  для любого действительного  $q$ . Для любых положительных значений  $q$  графики функции  $p(x) = -q/x - x^2$  качественно похожи между собой, а для отрицательных значений  $q$  — между собой. Если  $p > p_{\max}$ , то кубическое уравнение (2) имеет один вещественный корень и два комплексных сопряженных корня (в этом случае существует ровно одна точка пересечения графика функции с прямой  $p = \text{const}$ ). Если  $p \leq p_{\max}$ , то кубическое уравнение имеет три действительных корня, причем при  $p = p_{\max}$  два корня равны друг другу. Запишем условие  $p = p_{\max} = -3(q/2)^{2/3}$  в привычном виде  $D = p^3/27 + q^2/4 = 0$ . На графике видно, что если  $D > 0$ , то уравнение (2) имеет один действительный корень; если  $D \leq 0$ , то уравнение (2) имеет три действительных корня, причем в случае  $D = 0$  корень  $x = (q/2)^{1/3}$  является двукратным.

**Формулы Ферро—Тартальи—Эйлера.** Историческая справка [5]. Сципион дель Ферро (1456—1526) нашел в 1505 г. решение кубического уравнения (2) в случае  $p > 0$ ,  $q < 0$  в виде так называемой формулы Кардано. Никколо Тарталья (1500—1557) самостоятельно в 1535 г. нашел решение дель Ферро, а также и решение кубического уравнения (2) для произвольных действительных  $p$  и  $q$ . Джироламо Кардано (1501—1576) в 1545 г. опубликовал решение Ферро—Тартальи.

Обозначим

$$u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}}; v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}}. \quad (3)$$

Тогда формулу Ферро—Тартальи для корней канонического уравнения третьей степени (2) можно записать следующим образом  $x_{1,2,3} = u + v$ , где для  $u$  и  $v$  выбираются по формуле (3) такие значения кубического корня, которые связаны равенством  $uv = -p/3$ . Именно

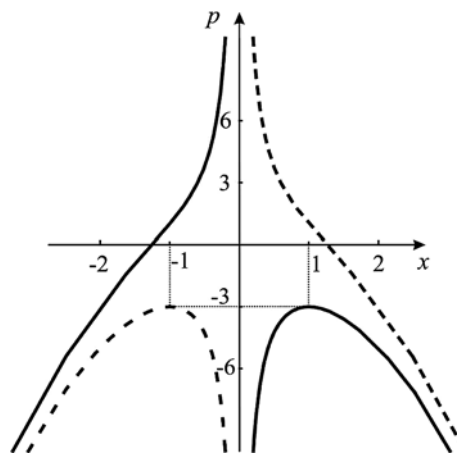


Рис. 1. График функции  $p(x) = -q/x - x^2$  при  $q = 2$  (сплошная линия) и  $q = -2$  (штриховая линия)

Эйлер первым указал, как правильно выбирать значения радикалов [6]. В наиболее удобном для вычисления виде формулы Ферро—Тартальи—Эйлера можно представить следующим образом [6–7]. Обозначим через  $u_1$  любое одно из трех возможных значений кубического корня для  $u$ , вычисленного по формуле (3), и положим  $v_1 = -p/(3u_1)$ . Тогда корни уравнения (2) можно найти по формулам

$$\begin{aligned} x_1 &= u_1 + v_1; x_{2,3} = -(u_1 + v_1)/2 \pm \\ &\pm i(u_1 - v_1)\sqrt{3}/2. \end{aligned} \quad (4)$$

Формулы Ферро—Тартальи—Эйлера (4) справедливы для корней кубического уравнения (2) с произвольными комплексными коэффициентами  $p$  и  $q$ . Однако, когда уравнение (2) с действительными коэффициентами  $p$  и  $q$  имеет три различных действительных корня ( $D < 0$ ), то эти корни выражаются с помощью комплексных чисел. Оказывается, в общем случае корни уравнения (2) с произвольными действительными коэффициентами  $p$  и  $q$  в случае  $D < 0$  (в этом случае все три корня уравнения являются действительными и различными) никаким способом нельзя выразить через радикалы с действительными подкоренными выражениями [см. 7, с. 219]. Более того, даже рациональные корни формулы Ферро—Тартальи—Эйлера часто представляют в иррациональном виде. Например [7], для уравнения  $x^3 - x - 6 = 0$ , имеющего рациональный корень, равный 2 (и два комплексных корня), по формуле Ферро—Тартальи получим

$$\begin{aligned} x &= \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}} = \\ &= \sqrt[3]{3 + \frac{11}{9}\sqrt{6}} + \sqrt[3]{3 - \frac{11}{9}\sqrt{6}}. \end{aligned}$$

Требуются дополнительные усилия (например, решить в целых числах уравнение  $81 + 33\sqrt{6} = (m + n\sqrt{6})^3$ , где  $m$  и  $n$  — целые числа), чтобы доказать равенство

$$\sqrt[3]{3 + \frac{11}{9}\sqrt{6}} + \sqrt[3]{3 - \frac{11}{9}\sqrt{6}} = \left(1 + \frac{\sqrt{6}}{3}\right) + \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{3}\right) = 2$$

для действительных значений кубических корней. Корнями уравнения  $x^3 - 19x + 30 = 0$  являются [8] целые числа 2, 3 и  $-5$ , для вычисления которых по формулам Ферро—Тартальи—Эйлера необходимо найти  $\sqrt[3]{-15 + i28\sqrt{3}/9}$ . В книге [8] ошибочно утверждается: "Мы не можем выразить этот кубичный радикал через радикалы из действительных чисел, а поэтому не можем найти по формуле корни нашего уравнения". На самом деле, как показано в работе [9], тремя значениями этого кубического корня являются числа  $1 - i4\sqrt{3}/3$ ,  $3/2 + i7\sqrt{3}/6$  и  $-5/2 + i\sqrt{3}/6$ . Для нахождения значения  $1 - i4\sqrt{3}/3$  этого кубического радикала из комплексного числа можно, например, решить уравнение  $-405 + i84\sqrt{3} = (m + n\sqrt{3}i)^3$  в целых числах. Заметим, что для решения уравнения  $x^3 - 19x + 30 = 0$  проще было воспользоваться следующей теоремой [см. 7, с. 169]: *если несократимая дробь  $l/m$  ( $l$  и  $m$  — целые числа) является рациональным корнем уравнения (1) с целыми коэффициентами, то  $l$  есть делитель свободного члена  $a_n$ , а  $m$  — делитель старшего коэффициента  $a_0$ .*

**Формулы Ф. Клейна.** Решение уравнения (2) сводится в работе [2] к решению "уравнения диэдра"

$$z^3 + \frac{1}{3} = -27\frac{q^2}{p^3} - 2. \quad (5)$$

Если  $z$  — один (любой) из корней уравнения (5), то корни канонического уравнения (2) выражаются рационально через  $z$ ,  $p$  и  $q$  так:

$$x_1 = \frac{3q}{p} \frac{z(1+z)}{1+z^3}; \quad x_2 = \frac{3q}{p} \frac{\varepsilon z(1+\varepsilon z)}{1+z^3}; \quad (6)$$

$$x_3 = \frac{3q}{p} \frac{\varepsilon^2 z(1+\varepsilon^2 z)}{1+z^3},$$

где  $\varepsilon = e^{2\pi i/3} = (-1 + \sqrt{3}i)/2$ .

Дискриминант квадратного относительно  $z^3$  уравнения (5) равен  $54^2 q^2 / p^6 (p^3/27 + q^2/4)$  и при действительных коэффициентах  $p$  и  $q$  имеет тот же знак, что и дискриминант  $D = p^3/27 + q^2/4$  уравнения (2). Следовательно, при решении уравнения (5) как бикубического возникают те же трудности, что и при использовании формул Ферро—Тартальи—Эйлера, особенно в случае  $D < 0$ . Формулы Клейна непригодны для

уравнений вида  $x^3 + px = 0$ , например, для уравнения  $x^3 - 4x = 0$ .

Однако, если правая часть уравнения (5) равна нулю, то одним из корней уравнения (5) является мнимая единица  $i$ . Полагая в выражениях (6)  $z = i$ , найдем формулы для корней уравнения (2) при условии  $p^3/27 + q^2/2 = 0$ , причем  $p$  и  $q$  могут быть и комплексными числами:

$$x_1 = -3q/p; \quad x_{2,3} = 3q(1 \pm \sqrt{3})/(2p). \quad (7)$$

Если  $p$  и  $q$  — действительные числа и  $p^3/27 + q^2/2 = 0$ , то дискриминант  $D = p^3/27 + q^2/4$  уравнения (2) отрицателен и по формулам (4) действительные корни выражаются с помощью комплексных чисел, а формулы (7) дают выражения корней через действительные числа. То есть в этом случае формулы Клейна оказываются эффективнее формул Ферро—Тартальи—Эйлера.

Формулы (7) можно получить следующим образом. Подстановка  $x = z + kq/p$  приводит уравнение (2) к виду

$$z^3 + \frac{3kq}{p} z^2 + \left(\frac{3k^2 q^2}{p^2} + p\right) z + \frac{q^3}{p^3} \left(k^3 + \frac{p^3}{q^2}(k+1)\right) = 0. \quad (8)$$

Если выполняется равенство

$$k^3 + p^3(k+1)/q^2 = 0, \quad (9)$$

то  $z = 0$  является корнем уравнения (8), а  $x = kq/p$  является корнем уравнения (2). И наоборот, если  $x = kq/p$  является корнем уравнения (2), то  $k$  является корнем уравнения (9). Итак, справедлива следующая теорема.

**Теорема 2.** *Корнем уравнения  $x^3 + px + q = 0$  с произвольными комплексными коэффициентами  $p$  и  $q$  является  $x = kq/p$  тогда и только тогда, когда  $k$  является корнем уравнения  $k^3 + p^3(k+1)/q^2 = 0$ .*

Формулы (7) были получены из формул Клейна (6) при условии  $p^3/27 + q^2/2 = 0$ . При этом условии уравнение  $k^3 + p^3(k+1)/q^2 = 0$  теоремы 2 (назовем его порождающим) принимает вид  $k^3 - 27(k+1)/2 = 0$  и имеет корни  $k_1 = -3$ ,  $k_{2,3} = 3(1 \pm \sqrt{3})/2$ . Отсюда находим формулы (7).

Дискриминант порождающего уравнения (9) равен  $(p/q)^6 D$  и для действительных  $p$  и  $q$  имеет тот же знак, что и дискриминант  $D$  исходного кубического уравнения (2). Исходное уравнение (2) при условии  $D = p^3/27 + q^2/4 = 0$  имеет двукратный корень, порождающее уравнение (9) принимает вид  $k^3 - 27(k+1)/4 = 0$  и также имеет двукратный корень  $k_1 = 3$ ,  $k_{2,3} = -3/2$ . Если выполняется неравенство  $D > 0$ , то уравнение (9) имеет один действительный корень  $k_1 \in (-1, 3)$ . Если

$D < 0$ , т. е.  $p^3/q^2 < -27/4$ , то уравнение (9) имеет три различных действительных корня, которые принадлежат трем различным интервалам  $(-\infty, -3/2)$ ,  $(-3/2, -1)$ ,  $(3, +\infty)$ .

Иногда легче найти корни порождающего уравнения (9), чем корни исходного уравнения (2). Например, для уравнения  $x^3 - nt^2x + \sqrt{n+1}t^3 = 0$  ( $D < 0$  при  $n \in (-\infty, -3/2) \cup (-3/2, -1) \cup (3, +\infty)$ ,  $t \in \mathbf{R}$ ,  $\mathbf{R}$  — множество действительных чисел) запишем порождающее уравнение (9) в виде  $-k^3/(k+1) = (-nt^2)^3/(\sqrt{n+1}t^3)^2$ . Очевидно,  $k = n$  является корнем порождающего уравнения, следовательно,  $x = -\sqrt{n+1}t$  является корнем данного уравнения. Если в уравнении  $-k^3/(k+1) = -p^3/q^2$  сделать подстановку  $k = -m$ , то получим уравнение  $-m^3/(m-1) = p^3/q^2$ , пользуясь которым легко находим корень  $x = \sqrt{n-1}t$  уравнения  $x^3 - nt^2x + \sqrt{n-1}t^3 = 0$ . Таким образом, для "неприводимого случая" можно построить бесконечно много частных случаев, одним из примеров являются формулы (7), когда корни уравнения (2) выражаются через радикалы только из действительных чисел. Ниже дополнительно приведены примеры решений некоторых кубических уравнений, построенные на основе решения уравнения (9).

1. Для уравнения  $x^3 \pm nt^2x + (n \pm 1)t^3 = 0$  корнем порождающего уравнения является  $k = -n/(n \pm 1)$ , следовательно,  $x = \mp t$  является корнем данного уравнения.

2. Для уравнения  $x^3 - \sqrt[3]{n^3 q^2/(n+1)}x + q = 0$  корнем порождающего уравнения является  $k = n$ , следовательно,  $x = kq/p = \sqrt[3]{q(n+1)}$  является корнем данного уравнения.

3. Для уравнения  $x^3 - x \sin \alpha + \sqrt{\sin \alpha + 1} = 0$  корнем порождающего уравнения является  $k = \sin \alpha$ , следовательно,  $x = -\sqrt{\sin \alpha + 1}$  является корнем данного уравнения.

4. Для уравнения  $x^3 - nt^2x + m\sqrt{m+n}t^3 = 0$  корнем порождающего уравнения является  $k = n/m$ , следовательно,  $x = -\sqrt{m+n}t$  является корнем данного уравнения.

5. Для уравнения  $x^3 - (n^2 + n)x + n^2 = 0$  корнем порождающего уравнения является  $k = -(n+1)$ , следовательно,  $x = n$  является корнем данного уравнения.

6. Для уравнения  $x^3 - (n^2 - n)x + n^2 = 0$  корнем порождающего уравнения является  $k = -n/(n-1)$ , следовательно,  $x = -n$  является корнем данного уравнения.

7. Для уравнения  $x^3 - (n^2 - 1)x \pm n = 0$  корнем порождающего уравнения является  $k = n^2 - 1$ , следовательно,  $x = \mp n$  является корнем данного уравнения.

8. Для уравнения  $x^3 + x \cos^2 \alpha \pm \sin \alpha = 0$  корнем порождающего уравнения является  $k = -\cos^2 \alpha$ , следовательно,  $x = \mp \sin \alpha$  является корнем данного уравнения.

Интересно отметить, что дискриминант порождающего уравнения (9) при действительных  $p$  и чисто мнимых  $q$  может оказаться положительным, хотя дискриминант исходного кубического уравнения (2) отрицателен. Например, все корни уравнения  $x^3 - 19x + 30i = 0$  комплексные и  $D < 0$ , но порождающее уравнение  $k^3 + 19^3(k+1)/900 = 0$  имеет один действительный корень и дискриминант уравнения больше нуля.

**Формулы Виета.** *Алгебраический способ.* Франсуа Виет предложил (см. [5], с. 96) подстановку  $x = (p/3 - t^2)/t$ , приводящую исходное кубическое уравнение  $x^3 + px + q = 0$  к квадратному относительно  $t^3$  уравнению  $(t^3)^2 - qt^3 - (p/3)^3 = 0$ , дискриминант которого в 4 раза больше дискриминанта исходного уравнения (2) и имеет тот же знак. Поэтому, как и при использовании формул Ферро—Тартальи—Эйлера в случае отрицательного дискриминанта, корни исходного уравнения выражаются через кубические радикалы из комплексных чисел. Однако в общем случае "извлечение кубического корня из комплексного числа требует перехода к тригонометрической записи, а это может быть сделано лишь приближенно" [8].

В журнале "Квант" (1977, № 11, с. 52) приводится подстановка Виета (без упоминания его имени), но отдельно рассматриваются следующие два случая. Если  $p > 0$ , то положим  $t = \sqrt{p/3}z$ , тогда подстановка Виета примет вид  $x = (p/3 - t^2)/t = \sqrt{p/3}(1/z - z)$ . Если  $p < 0$ , то положим  $t = -\sqrt{-p/3}z$ , тогда подстановка Виета примет вид  $x = \sqrt{-p/3}(1/z + z)$ .

*Тригонометрический способ Виета* (см. [5], с. 105). Способ решения кубического уравнения (2) с действительными коэффициентами  $p$  и  $q$  в неприводимом случае впервые предложил Ф. Виет. Если  $D < 0$ , то  $p < 0$  и, обозначая в уравнении (2)  $p = -3R^2$ ,  $q = -2R^3 \cos 3u$ , имеем уравнение

$$x^3 - 3R^2x - 2R^3 \cos 3u = 0. \quad (10)$$

С помощью формулы  $\cos 3u = 4\cos^3 u - 3\cos u$  находим корни уравнения (10)  $x_1 = 2R \cos u$ ,  $x_2 = 2R \cos(u + 2\pi/3)$ ,  $x_3 = 2R \cos(u + 4\pi/3)$ . При  $R = \sqrt{-p/3}$  из этих выражений получим корни уравнения (2):  $x_1 = 2\sqrt{-p/3} \cos u$ ,  $x_2 = 2\sqrt{-p/3} \cos(u + 2\pi/3)$ ,  $x_3 = 2\sqrt{-p/3} \cos(u + 4\pi/3)$ , где угол  $u$  определяется из равенства  $\cos 3u = 3q/(2p\sqrt{-p/3})$ . Интересно отметить, что для уравнения (10) порождающее уравнение  $k^3 - 27(k+1)/(4\cos^2 u) = 0$  имеет корень  $k = 3\cos u/\cos 3u$ .

Точно так же, используя тождество  $\sin 3u = -4\sin^3 u + 3\sin u$ , видим, что корнем уравнения  $x^3 - 3R^2x + 2R^3 \sin 3u = 0$  является  $x_1 = 2R \sin u$ .

**Разложение на множители.** Корни уравнения (2) выражаются через квадратные радикалы от коэффициентов  $p$  и  $q$ , например, в следующих случаях.

1. Для уравнения  $z^3 + az^2 + bz + c = 0$  при  $b = 1 + ac - c^2$  справедливо разложение  $z^3 + az^2 + bz + c = (z + c)(z^2 + (a - c)z + 1) = 0$ , следовательно,  $z_1 = -c$ ,  $z_2 z_3 = 1$ . Дискриминант этого уравнения  $D = -(ac - 2c^2 - 1)^2((a - c)^2 - 4)/108$  строго меньше нуля (неприводимый случай, все три корня действительны и различны), если выполняются неравенства  $(a - c)^2 > 4$  и  $a - c \neq c + 1/c$ .

2. Если  $p = -(q^{2n} \pm q/q^n)$ , то  $x^3 + px + q = (x \mp q^n) \times (x^2 \pm q^n x \mp q/q^n)$ , где  $n$  — действительное число.

3. Если  $p = -(1/q^{2n} \pm q^{n+1})$ , то  $x^3 + px + q = (x \mp 1/q^n)(x^2 \pm x/q^n \mp q^{n+1})$ .

4. Примеры 2 и 3 построены по следующей схеме: если  $p = -q/x_0 - x_0^2$ , то  $x^3 + px + q = (x - x_0)(x^2 + x_0x - q/x_0)$ . Покажем, что это разложение может быть полезным для оценки корней. Пусть известно, что дискриминант уравнения (2) с действительными коэффициентами  $p$  и  $q$  ( $q \neq 0$ ) меньше нуля, т. е. уравнение (2) имеет три действительных корня. Следовательно, дискриминант уравнения  $x^2 + x_0x - q/x_0 = 0$  больше нуля, т. е.

справедливо неравенство  $(x_0^3 + 4q)/x_0 > 0$ . Отсюда следует справедливость следующего утверждения: если дискриминант уравнения (2) с действительными коэффициентами  $p$  и  $q$  ( $q \neq 0$ ) меньше нуля и  $q < 0$  ( $q > 0$ ), то положительный (отрицательный) корень уравнения (2) удовлетворяет неравенству  $x_0 > \sqrt[3]{-4q}$  (соответственно,  $x_0 < \sqrt[3]{-4q}$ ). Если дискриминант уравнения (2) равен нулю, то  $x_0 = \sqrt[3]{-4q}$ ,  $x_1 = x_2 = -x_0/2$ .

### Уравнение четвертой степени

Уравнение четвертой степени  $z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d = 0$  с действительными коэффициентами  $a, b, c$  и  $d$  подстановкой  $z = x - a/4$  приводится к каноническому виду

$$x^4 + px^2 + qx + r = 0, \quad (11)$$

где  $p = b - 3a^2/8$ ,  $q = c - ab/2 + a^3/8$ ,  $r = d - ac/4 + a^2b/16 - 3a^4/256$ .

Будем рассматривать уравнение (11) при условии  $r \neq 0$ .

**Распределение и кратность действительных корней уравнения (11) с действительными коэффициентами.** Запишем уравнение (11) в виде  $q = -r/x - px - x^3$  и рассмотрим графики нечетной функции

$$q(x) = -r/x - px - x^3 \quad (12)$$

для различных действительных значений  $p$  и  $r \neq 0$ . Так как производная  $q'(x) = r/x^2 - p - 3x^2 = (r - px^2 - 3x^4)/x^2$  функции  $q(x)$  равна нулю в точках

$$(x^2)_{1,2} = \left(-p \pm \sqrt{p^2 + 12r}\right)/6, \quad (13)$$

то только эти значения  $x$  могут быть кратными корнями уравнения (11). В зависимости от значений  $p$  и  $r \neq 0$  графики функции  $q(x)$  принимают один из шести качественно различных видов, показанных на рис. 2 и 3.

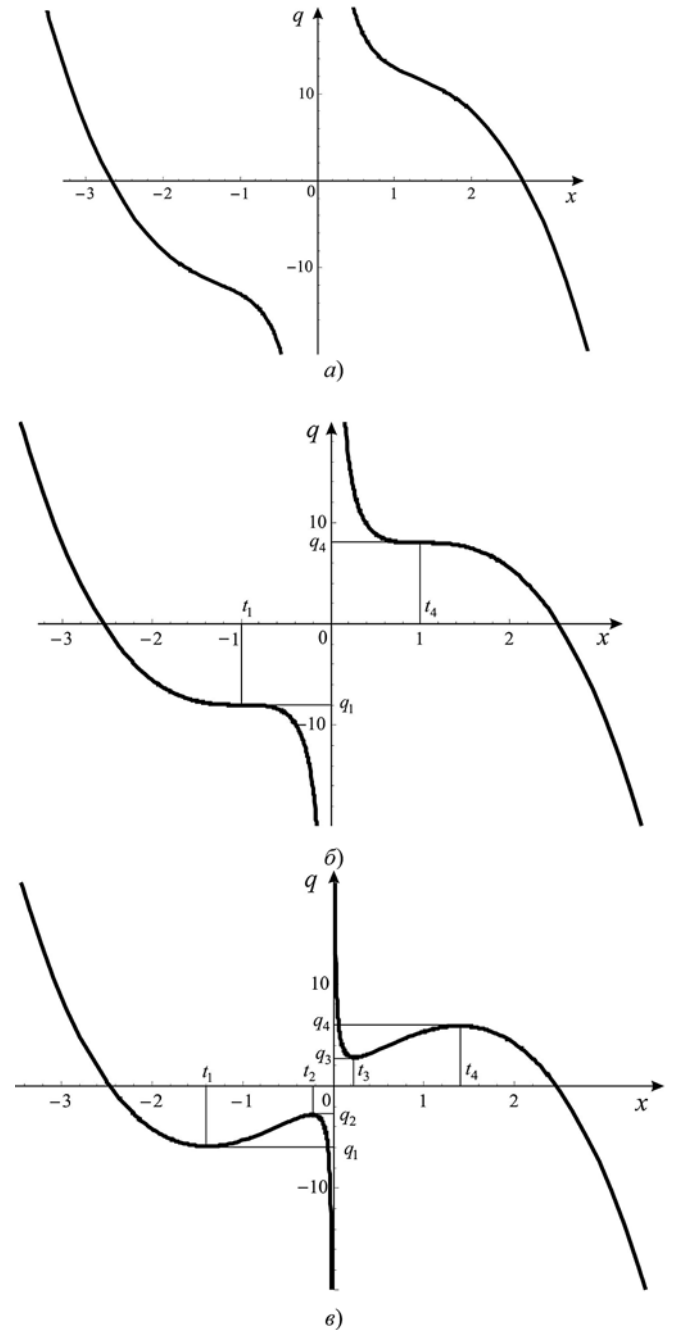
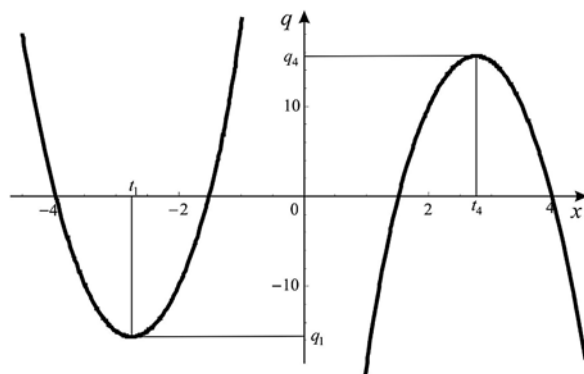
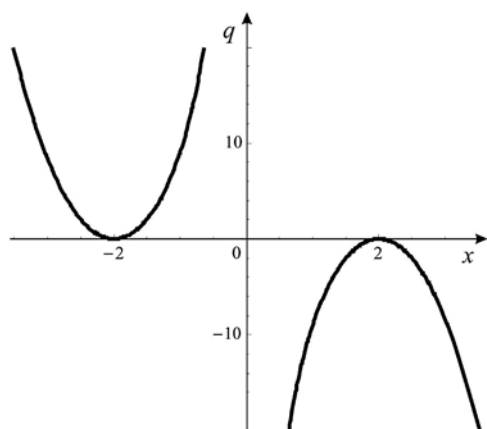


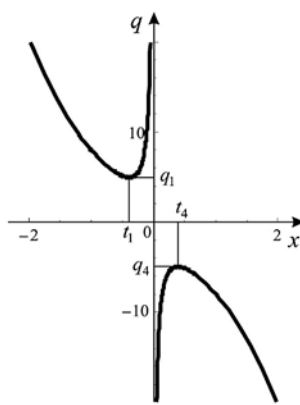
Рис 2. График функции  $q(x) = -r/x - px - x^3$ : а — при  $p < 0$ ,  $r < -p^2/12$  или  $p \geq 0$ ,  $r < 0$ ; б — при  $p < 0$ ,  $r = -p^2/12$ ; в — при  $p < 0$ ,  $-p^2/12 < r < 0$



а)



б)



в)

Рис 3. График функции  $q(x) = -r/x - px - x^3$ :

а — при  $p < 0, 0 < r < p^2/4$ ; б — при  $p < 0, r = p^2/4$ ; в — при  $p < 0, r > p^2/4$  или  $p \geq 0, r > 0$

Пользуясь этими графиками легко определить число положительных и отрицательных корней уравнения (11) в зависимости от значений коэффициентов  $p, q$  и  $r \neq 0$ .

I. Если  $p < 0, r < -p^2/12$ , то график функции  $q(x)$  имеет вид, представленный на рис. 2, а, а уравнение (11) для любого  $q$  имеет два действительных различных корня и два комплексно сопряженных корня.

II. Если  $p < 0, r = -p^2/12$ , то график функции  $q(x)$  имеет вид, представленный на рис. 2, б. Если  $8p^3 + 27q^2 = 0$ , то уравнение (11) имеет четыре действительных корня, причем корень  $x_{1,2,3} = \sqrt{-p/6}$  при  $q = \sqrt{-8p^3/27}$  или  $x_{1,2,3} = -\sqrt{-p/6}$  при  $q = -\sqrt{-8p^3/27}$  является трехкратным. Заметим, что если уравнение (11) имеет корень  $x^*$ , то уравнение  $x^4 + px^2 - qx + r = 0$  имеет корень  $-x^*$ . Если  $8p^3 + 27q^2 \neq 0$ , то уравнение (11) имеет два действительных различных и два комплексно сопряженных корня.

III. Если  $p < 0, -p^2/12 < r < 0$ , то график функции  $q(x)$  имеет вид, представленный на рис. 2, в. Обоз-

начим координаты локальных экстремумов функции (12) следующим образом:

$$t_{1,4} = \mp \sqrt{(-p + \sqrt{p^2 + 12r})/6},$$

$$t_{2,3} = \mp \sqrt{((-p) - \sqrt{p^2 + 12r})/6}, \quad q_i = q(t_i), \\ i = 1, 2, 3, 4 \text{ (рис. 2, в)}.$$

В зависимости от значения  $q$  возможны три различных случая.

1. При  $q \in (-\infty, q_1) \cup (q_2, q_3) \cup (q_4, \infty)$  уравнение (11) имеет два действительных различных и два комплексно сопряженных корня.

2. При  $q \in (q_1, q_2) \cup (q_3, q_4)$  уравнение (11) имеет четыре различных действительных корня.

3. При  $q = q_i$  уравнение (11) имеет четыре действительных корня, причем корень  $x = t_i$  является двукратным. Заметим, что этот случай ошибочно не учтен в работе [10].

IV. Если  $p < 0, 0 < r < p^2/4$ , то график функции  $q(x)$  имеет вид, представленный на рис. 3, а. В зависимости от значения  $q$  возможны три различных случая.

1. При  $q \in (-\infty, q_1) \cup (q_4, \infty)$  уравнение (11) имеет два действительных различных и два комплексно сопряженных корня.

2. При  $q \in (q_1, q_4)$  уравнение (11) имеет четыре различных действитель-

ных корня.

3. При  $q = q_i, i = 1, 4$  уравнение (11) имеет четыре действительных корня, причем корень  $x = t_i, i = 1, 4$  является двукратным.

V. Если  $p < 0, r = p^2/4$ , то график функции  $q(x)$  имеет вид, представленный на рис. 3, б. Если  $q = 0$ , то уравнение (11) имеет два двукратных действительных корня  $x_{1,4} = \mp \sqrt{-p/2}$ ; при  $q \neq 0$  уравнение имеет два различных действительных и два комплексно сопряженных корня.

VI. Если  $p < 0, r > p^2/4$ , то график функции  $q(x)$  имеет вид, представленный на рис. 3, в (в этом случае  $q_4 < q_1$ ). При  $q = q_i, i = 1, 4$  уравнение (11) имеет двукратный действительный корень  $x = t_i, i = 1, 4$  и два комплексно сопряженных корня. При  $q \in (-\infty, q_4) \cup (q_1, \infty)$  уравнение (11) имеет два действительных различных и два комплексно сопряженных корня. При  $q \in (q_4, q_1)$  уравнение (11) не имеет действительных корней.

VII. Если  $p \geq 0, r < 0$ , то график функции  $q(x)$  имеет вид, представленный на рис. 2, а (см. случай I), а урав-

нение (11) для любого  $q$  имеет два действительных различных корня и два комплексно сопряженных корня.

VIII. Если  $p \geq 0, r > 0$ , то график функции  $q(x)$  имеет вид, представленный на рис. 3, в (см. случай VI,  $q_4 < q_1$ ). При  $q = q_i, i = 1, 4$  уравнение (11) имеет двукратный действительный корень  $x = t_i, i = 1, 4$  и два комплексно сопряженных корня. При  $q \in (-\infty, q_4) \cup \cup (q_1, \infty)$  уравнение (11) имеет два действительных различных и два комплексно сопряженных корня. При  $q \in (q_4, q_1)$  уравнение (11) не имеет действительных корней.

Заметим, что уравнение (11) с действительными коэффициентами имеет двукратный комплексный корень  $x_{1,2} = \alpha i, \alpha \in \mathbf{R}$  (и двукратный сопряженный корень  $x_{3,4} = -\alpha i$ ) только в случае  $p > 0, q = 0, r = p^2/4$ .

**Способ Феррари.** Историческая справка [5]. Луиджи Феррари (1522–1565) — итальянский математик, ученик Кардано. Кардано в 1545 г. опубликовал решение Феррари уравнения четвертой степени.

При  $q \neq 0$  уравнение (11) можно записать в виде

$$(x^2 + p/2 + \alpha)^2 - 2\alpha(x - q(4a))^2 = 0, \quad (14)$$

где  $\alpha$  является одним из корней кубического уравнения [1, 10]

$$8\alpha^3 + 8p\alpha^2 + 2(p^2 - 4r)\alpha - q^2 = 0. \quad (15)$$

Затем левая часть уравнения (14) как разность квадратов разлагается в произведение двух многочленов второй степени относительно  $x$  (при отрицательном  $\alpha$  — с комплексными коэффициентами). Интересно отметить, что в работах [7, 11] способ Феррари для уравнения (11) приводит к кубической резольвенте

$$8y^3 - 4py^2 - 8ry + 4pr - q^2 = 0, \quad (16)$$

отличающейся от уравнения (15), что обусловлено другой группировкой членов исходного уравнения (11). Дискриминанты уравнений (15) и (16) имеют одинаковые знаки для любых действительных значений  $p, q$  и  $r$ , потому что уравнение (15) линейной подстановкой  $\alpha = y - p/2$  преобразуется в уравнение (16).

Однако в частном случае, когда  $4pr - q^2 = 0$ , очевидно, что резольвента (16) разрешима в квадратных радикалах, хотя дискриминант резольвенты может оказаться отрицательным, например, для уравнения  $x^4 - 25x^2 + 60x - 36 = 0$ . Так же, как и в работах [1, 10], решение, представленное в работах [7, 11], не годится при  $q = 0$ , т. е. для биквадратного уравнения.

**Способ Декарта.** Приведем краткое изложение алгоритма [5, 10]. Левая часть уравнения (11) разлагается на множители

$$\begin{aligned} & x^4 + px^2 + qx + r = \\ & = (x^2 + a_1x + b_1)(x^2 + a_2x + b_2) = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где коэффициенты разложения находятся следующим образом [10]. Коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  являются корнями квадратного уравнения  $z^2 + p - t = 0$ , а коэффициенты  $b_1$  и  $b_2$  являются корнями квадратного уравнения  $z^2 + tz + r = 0$ , где  $t$  — любой корень резольвенты  $t^3 - pt^2 - 4rt + 4pr - q^2 = 0$ . Резольвента Декарта линейной подстановкой  $t = 2u$  преобразуется в резольвенту (16). Интересно отметить, что если уравнение (17) имеет кратный корень  $x_{1,2} = \beta$ , то резольвента Декарта имеет кратный корень  $t_{1,2} = -2\beta^2$ .

**Способ Эйлера.** Существенно другой способ решения уравнения четвертой степени был предложен Эйлером [6, 7, 10]. Дадим новый способ вывода формул Эйлера. Если  $x_1, x_2, x_3$  и  $x_4$  — корни уравнения (11), то  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$ . Обозначим  $m = x_1 + x_2 - x_3 - x_4, n = x_1 - x_2 + x_3 - x_4, k = x_1 - x_2 - x_3 + x_4$  и выразим корни уравнения (11) через  $m, n$  и  $k$ :

$$\begin{aligned} x_1 &= (k + m + n)/4; \quad x_2 = -(k - m + n)/4; \\ x_3 &= -(k + m - n)/4; \quad x_4 = (k - m - n)/4. \end{aligned} \quad (18)$$

С помощью теоремы Виета и равенств (18) найдем выражения коэффициентов  $p, q$  и  $r$  уравнения (11):

$$\begin{aligned} p &= -(k^2 + m^2 + n^2)/8; \quad q = -kmn/8; \\ r &= (k^4 + m^4 + n^4 - 2k^2m^2 - 2k^2n^2 - 2m^2n^2)/256. \end{aligned} \quad (19)$$

Запишем последнее уравнение симметричной относительно переменных  $m, n$  и  $k$  системы уравнений (19) в виде  $(k^2 + m^2 + n^2)^2 - 4k^2(m^2 + n^2) - 4m^2n^2 - 256r = 0$ . Учитывая первые два уравнения системы (19), получим кубическое уравнение

$$t^3 + 2pt^2 + (p^2 - 4r)t - q^2 = 0, \quad (20)$$

корнями которого являются  $t_1 = k^2/4, t_2 = m^2/4, t_3 = n^2/4$ .

Отсюда  $k = \pm 2\sqrt{t_1}, m = \pm 2\sqrt{t_2}, n = \pm 2\sqrt{t_3}$ , причем знаки перед радикалами следует выбрать так, чтобы выполнялось второе равенство системы (19). Например, можно взять  $k = 2\sqrt{t_1}, m = 2\sqrt{t_2}, n = (-8q/(km))$ . Затем вычислить корни уравнения (11) по формулам (18).

Заметим, что все три изложенные выше способа (Феррари, Декарта и Эйлера) годятся для решения уравнений четвертой степени с произвольными ( $q \neq 0$ ) комплексными коэффициентами.

**Возвратные уравнения.** Уравнение вида  $az^4 + bz^3 + cz^2 + bz + a = 0, a \neq 0$ , называется возвратным и после деления обеих частей на  $z^2$  приводится к квадратному уравнению с помощью подстановки  $x = z + 1/z$ . Обобщенное возвратное уравнение  $az^4 + bz^3 + cz^2 + bz + a^2 = 0, a \neq 0$  решается с помощью подстановки  $x = z + 1/z$ . Заметим, что если  $z_0$  является корнем уравнения  $az^4 + bz^3 + cz^2 + bz + a^2 = 0$ , то  $1/z_0$  также является корнем этого уравнения, следовательно, корни

обобщенного возвратного уравнения удовлетворяют равенствам  $z_1 z_2 = z_3 z_4 = l$ . Справедливо и обратное утверждение: если корни уравнения четвертой степени удовлетворяют равенствам  $z_1 z_2 = z_3 z_4 = l$ , то это уравнение является возвратным. Биквадратное уравнение является частным случаем обобщенного возвратного уравнения ( $b = 0$ ).

**Теорема 3.** Уравнение четвертой степени  $z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d = 0$  с произвольными комплексными коэффициентами  $a, b, c$  и  $d$  подстановкой  $z = x + t$ , где  $t$  какой-либо корень кубического уравнения (резольвенты)

$$t^3(a^3 - 4ab + 8c) + t^2(a^2b + 2ac - 4b^2 + 16d) + t(a^2c + 8ad - 4bc) + a^2d - c^2 = 0, \quad (21)$$

приводится к возвратному.

**Доказательство.** После подстановки  $z = x + t$  исходное уравнение примет вид  $x^4 + (4t + a)x^3 + (6t^2 + 3at + b)x^2 + (4t^3 + 3at^2 + 2bt + c)x + t^4 + at^3 + bt^2 + ct + d = 0$ .

Для того чтобы это уравнение было возвратным достаточно выполнения двух следующих равенств:  $(4t + a)l = 4t^3 + 3at^2 + 2bt + c$  и  $l^2 = t^4 + at^3 + bt^2 + ct + d$ . Исключая из этих равенств неизвестное  $l$ , получим уравнение (21).

Если равен нулю свободный член резольвенты (21), т. е.  $a^2d = c^2$ , то корень  $t = 0$  указывает, что ис-

ходное уравнение уже является возвратным. Если равен нулю коэффициент при старшем члене  $t^3$  резольвенты, то подстановка  $z = x - a/4$  приводит исходное уравнение к биквадратному уравнению.

### Примеры представления корней уравнений в системе MATHEMATICA

Кубическое относительно  $x$  уравнение

$$x^3 - nt^2x + \sqrt{n+1}t^3 = 0 \quad (22)$$

имеет корни  $x_1 = -\sqrt{n+1}t$ ,  $x_{2,3} = (\sqrt{n+1} \pm \sqrt{n-3})t/2$ , причем при  $n > 3$ ,  $n \in \mathbf{R}$ ,  $t \in \mathbf{R}$  все три корня действительны и различны (см. п. **Формулы Ф. Клейна**).

На рис. 4 дано представление корней (зарисовка экрана монитора) уравнения (22) при  $n = \sqrt{11}$ ,  $t = 1$ ,

т. е. уравнения  $x^3 - \sqrt{11}x + \sqrt{\sqrt{11}+1} = 0$  в системе **MATHEMATICA 8.0**. На рисунке видно, что изображение всех трех действительных корней является громоздким и содержит мнимую единицу  $i$  для каждого корня. Приближенное представление значений корней по этим выражениям с помощью команды `N[expr]` вырабатывается также в комплексном виде, хотя мнимая часть практически является машинным нулем  $\approx 10^{-15}i$ .

На рис. 5 представлены действительные корни уравнения (22) при  $n = \text{tg}(11\pi/24)$ ,  $t = 1$ . Заметим, что

In[1]:= Solve[x^3 - Sqrt[11] \* x + Sqrt[Sqrt[11] + 1] == 0, x]

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{\left( \frac{1}{2} \left( -9\sqrt{1+\sqrt{11}} + i\sqrt{3(-27+17\sqrt{11})} \right) \right)^{1/3}}{3^{2/3}} + \frac{\sqrt{11}}{\left( \frac{1}{2} \left( -9\sqrt{1+\sqrt{11}} + i\sqrt{3(-27+17\sqrt{11})} \right) \right)^{1/3}} \right\}, \right. \\ \left. \left\{ x \rightarrow \frac{(1+i\sqrt{3}) \left( \frac{1}{2} \left( -9\sqrt{1+\sqrt{11}} + i\sqrt{3(-27+17\sqrt{11})} \right) \right)^{1/3}}{2 \cdot 3^{2/3}} - \frac{\sqrt{11}(1-i\sqrt{3})}{2^{2/3} \left( \frac{1}{2} \left( -9\sqrt{1+\sqrt{11}} + i\sqrt{3(-27+17\sqrt{11})} \right) \right)^{1/3}} \right\}, \right. \\ \left. \left\{ x \rightarrow \frac{(1-i\sqrt{3}) \left( \frac{1}{2} \left( -9\sqrt{1+\sqrt{11}} + i\sqrt{3(-27+17\sqrt{11})} \right) \right)^{1/3}}{2 \cdot 3^{2/3}} - \frac{\sqrt{11}(1+i\sqrt{3})}{2^{2/3} \left( \frac{1}{2} \left( -9\sqrt{1+\sqrt{11}} + i\sqrt{3(-27+17\sqrt{11})} \right) \right)^{1/3}} \right\} \right\}$$

In[2]:= a = N[(Sqrt[Sqrt[11] + 1] + Sqrt[Sqrt[11] - 3]) / 2]  
b = N[(Sqrt[Sqrt[11] + 1] - Sqrt[Sqrt[11] - 3]) / 2]  
c = N[-Sqrt[Sqrt[11] + 1]]

Out[2]= 1.32017  
Out[3]= 0.757477  
Out[4]= -2.07765

**Рис. 4.** Представление корней уравнения  $x^3 - \sqrt{11}x + \sqrt{\sqrt{11}+1} = 0$  в системе **MATHEMATICA 8.0**

In[1]:= a = 11 \* Pi / 24;

Solve[x^3 - x \* Tan[a] + Sqrt[Tan[a] + 1] == 0, x]

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{\left( \frac{1}{2} \left( -9\sqrt{1+\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]} + i\sqrt{3(-27-27\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]+4\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]^3)} \right) \right)^{1/3}}{3^{2/3}} + \frac{\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]}{\left( \frac{1}{2} \left( -9\sqrt{1+\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]} + i\sqrt{3(-27-27\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]+4\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]^3)} \right) \right)^{1/3}} \right\}, \right. \\ \left. \left\{ x \rightarrow -\frac{1}{2 \cdot 3^{2/3}}(1+i\sqrt{3}) - \frac{\left( \frac{1}{2} \left( -9\sqrt{1+\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]} + i\sqrt{3(-27-27\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]+4\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]^3)} \right) \right)^{1/3}}{(1-i\sqrt{3})\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]} \right\}, \right. \\ \left. \left\{ x \rightarrow -\frac{1}{2 \cdot 3^{2/3}}(1-i\sqrt{3}) - \frac{\left( \frac{1}{2} \left( -9\sqrt{1+\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]} + i\sqrt{3(-27-27\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]+4\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]^3)} \right) \right)^{1/3}}{(1+i\sqrt{3})\text{Cot}\left[\frac{\pi}{24}\right]} \right\} \right\}$$

Out[3]= 2.53781 + 1.11022 \* 10<sup>-14</sup> i  
Out[4]= 0.39404 + 2.22045 \* 10<sup>-15</sup> i  
Out[5]= -2.93185 + 1.11022 \* 10<sup>-14</sup> i

**Рис. 5.** Представление корней уравнения  $x^3 - x\text{tg}(11\pi/24) + \sqrt{\text{tg}(11\pi/24)+1} = 0$  в системе **MATHEMATICA 8.0**



```

q = Sqrt[6];
m = Sin[3];
p = -q/m - m^2;
Solve[x^3 + p*x + q == 0, x]

```

$$\left\{ x \rightarrow -\frac{1}{6} (1 + i\sqrt{3}) \left( \frac{1}{2} \left( -27\sqrt{6} + i\sqrt{-4374 + 108(\sqrt{6}\operatorname{Csc}[3] + \sin[3]^2)^3} \right) \right)^{1/3} - \frac{(1 - i\sqrt{3})(\sqrt{6}\operatorname{Csc}[3] + \sin[3]^2)}{2^{2/3} \left( -27\sqrt{6} + i\sqrt{-4374 + 108(\sqrt{6}\operatorname{Csc}[3] + \sin[3]^2)^3} \right)^{1/3}} \right\}$$

4.09627 - 4.44089 × 10<sup>-16</sup> i  
0.14112 + 1.33227 × 10<sup>-15</sup> i  
-4.23739 - 1.11022 × 10<sup>-15</sup> i  
N[Sin[3]]  
0.14112

Рис. 6. Представление корня  $\sin 3$  уравнения  $x^3 - (\sqrt{6}/\sin 3 + \sin^2 3)x + \sqrt{6} = 0$  в системе MATHEMATICA 6.0

команда FullSimplify[expr] почти не меняет вид этих выражений. Внизу рисунка даны приближенные десятичные значения корней, вырабатываемые в системе MATHEMATICA 8.0 командой N[expr].

На рис. 6 дано представление одного из трех действительных корней уравнения  $x^3 + px + q = 0$  при  $p = -q/x_0 - x_0^2$ ,  $q = \sqrt{6}$  и  $x_0 = \sin 3$  в системе MATHEMATICA 6.0. Изображения двух других корней также громоздки и потому здесь не приводятся. Точное символьное выражение представленного корня равно  $x_0 = \sin 3 \approx 0,14112$  (см. п. **Разложение на множители**) и, следует заметить, что более поздняя версия 8.0 системы MATHEMATICA уже генерирует это точное выражение.

## Заключение

Обычно в физико-технических расчетах для точного символьного выражения корней алгебраических уравнений третьей и четвертой степеней используют так называемые формулы Кардана. Однако эти формулы оказываются неконструктивными для уравнений с произвольными буквенными коэффициентами, так как не существует алгоритма извлечения кубического корня из произвольного комплексного числа. Поэтому формулы Кардана являются компьютерно трудно реализуемыми в случае, когда исходное кубическое уравнение или резольвента уравнения четвертой степени имеют три различных действительных корня. В этом случае приходится обращаться к тригонометрической форме записи корней (способ Виета), которая является громоздкой для последующего применения в аналитических выкладках.

В частных случаях, когда коэффициенты исходных уравнений связаны какими-либо дополнительными соотношениями, иногда удается выразить корни уравнений через коэффициенты существенно более просто, чем это реализовано, например, в системе MATHEMATICA 8.0. В настоящей работе в п. **Разложение на множители** предложено несколько схем построения подобных примеров. Источником построения таких схем могут служить также теоремы 2 и 3. В частности, теорема 2 показывает, что если найдено символьное представление корней уравнения  $z^3 + p^3(z+1)/q^2 = 0$ , то тем самым найдено решение бесконечного семейства кубических уравнений вида  $x^3 + p^2x + qt^3 = 0$ ,  $t \in \mathbb{C}$ ,  $\mathbb{C}$  — множество комплексных чисел. Для алгебраических уравнений четвертой степени теорема 3 вырабатывает резольвенту, которая существенно отличается от резольвент, возникающих в известных способах решения таких уравнений. Следовательно, появляется возможность решения частных видов уравнений четвертой степени, плохо поддающихся компьютерной реализации другими способами.

С инженерной точки зрения было бы полезно иметь программу, дополняющую имеющиеся пакеты прикладных программ в части решения алгебраических уравнений третьей и четвертой степеней. Результаты данной работы могут служить основой при проектировании соответствующих программ.

## Список литературы

1. Алексеев В. Б. Теорема Абеля в задачах и решениях. М.: Наука, 1976. 208 с.
2. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения вышей. Т. 1. М.: Наука, 1987. 432 с.
3. Клейн Ф. Лекции об икосаэдре и решении уравнений пятой степени. М.: Наука, 1989. 336 с.
4. Прасолов В. В., Соловьев Ю. П. Эллиптические функции и алгебраические уравнения. М.: Факториал, 1997. 288 с.
5. Никифоровский В. А. Из истории алгебры XVI—XVII вв. М.: Наука, 1979. 208 с.
6. Земляков А. Н. Тезисы по алгебре. Часть II. Поля, многочлены, уравнения // Математическое образование. 2001. № 1. С. 8—37.
7. Окунев Л. Я. Кольцо многочленов и поле рациональных функций. Энциклопедия элементарной математики. Книга вторая. Алгебра. М.-Л.: Гос. изд-во тех.-теорет. лит.-ры, 1951. 208 с.
8. Курош А. Г. Алгебраические уравнения произвольных степеней. Популярные лекции по математике. Вып. 7. М.: Наука, 1975. 32 с.
9. Булатов В. М. Новый способ отыскания корней уравнения третьей степени. Новосибирск: Запсибиздат, 1965. 18 с.
10. Сушкевич А. К. Основы высшей алгебры. М.-Л.: Гос. изд-во тех.-теорет. лит.-ры, 1932. 356 с.
11. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит.-ры, 1959. 610 с.

---

---

I. S. Astapov, Senior Researcher, Institute of Mechanics Lomonosov Moscow State University,  
e-mail: velais@imec.msu.ru,

N. S. Astapov, Associate Professor, Senior Researcher, Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS,  
Novosibirsk, e-mail: nika@hydro.nsc.ru

## Solving Third- and Fourth-Order Algebraic Equations by Methods of Computer Algebra

Various methods of expressing the roots of third- and fourth-order algebraic equations as exact functions of the coefficients are analyzed. A special case of a third-order equation or a fourth-order equation resolvent function with three real roots is investigated. In this case Cardano's formulas are difficult to implement accurately, since there is no efficient algorithm for finding the cube roots of a complex number. The trigonometrical (Viète's) formula for the roots is too cumbersome for use in analytical manipulations.

In some particular cases of additional constraints imposed on the coefficients the roots may sometimes be obtained as from the coefficients with formulas that are much simpler than those in, e. g., software system Mathematica 8.0. Such formulas are proposed in the present paper. These are based on Theorems 2 and 3. Theorem 2 finds the solutions to an infinite set of cubic equation from the solution to a single equation. In Theorem 3 it is proved that a fourth-order equation with complex coefficients can be reduced to a generalized reciprocal equation by linear substitution. This equation can be easily solved in symbolic form. For fourth-order algebraic equation a resolvent function is found in the theorem. The function differs from those found by the conventional methods of solving these equations. Hence, some particular fourth-order equations can be effectively solved.

The distribution and multiplicity of real roots of fourth-order equations with real coefficients are completely studied in the paper.

These results can be used for the creation of computer programs in additions to the programs of solving third- and fourth-order algebraic equations available in conventional software.

**Keywords:** cubic, fourth-degree equation, Cardano's formula, discriminant, resolvent, computer algebra, software

### References

1. **Alekseev V. B.** *Teorema Abelja v zadachah i reshenijah.* M.: Nauka, 1976. 208 p.
2. **Klejn F.** *Jelementarnaja matematika s tochki zrenija vysshej.* V. 1. M.: Nauka, 1987. 432 p.
3. **Klejn F.** *Lekcii ob ikosajedre i reshenii uravnenij pjatof stepeni.* M.: Nauka, 1989. 336 p.
4. **Prasolov V. V., Solov'ev Ju. P.** *Jellipticheskie funkicii i algebraicheskie uravnenija.* M.: Faktorial, 1997. 288 p.
5. **Nikiforovskij V. A.** *Iz istorii algebry XVI—XVII vv.* M.: Nauka, 1979. 208 p.
6. **Zemljakov A. N.** *Tezisy po algebre. Chast' II. Polja, mnogočleny, uravnenija. Matematicheskoe obrazovanie.* 2001. N. 1. P. 8—37.
7. **Okunev L. Ja.** *Kol'co mnogočlenov i pole racional'nyh funkcij / Jenciklopedija jelementarnoj matematiki. Kniga vtoraja. Algebra.* M.-L.: Gos. izd-vo teh.-teoret. lit-ry, 1951. 208 p.
8. **Kurosh A. G.** *Algebraicheskie uravnenija proizvol'nyh stepeney.* Populjarnye lekicii po matematike. Vyp. 7. M.: Nauka, 1975. 32 p.
9. **Bulatov V. M.** *Novyj sposob otyskanija kornej uravnenija tret'ej stepeni.* Novosibirsk: Zapsibizdat, 1965. 18 p.
10. **Sushkevich A. K.** *Osnovy vysshej algebry.* M.-L.: Gos. izd-vo teh.-teoret. lit-ry, 1932. 356 p.
11. **Bronshtejn I. N., Semendjaev K. A.** *Spravochnik po matematike.* M.: Gos. izd-vo fiz.-mat. lit-ry, 1959. 610 p.

---

---

## ИНФОРМАЦИЯ



2—4 декабря 2014 г. в г. Уфа  
(Новый Выставочный комплекс "ВДНХ-ЭКСПО")  
пройдет специализированная выставка

"ИТЭС-2014.  
Информационные технологии. Электроника. Связь".

Совместно с выставкой состоится форум "Информационные технологии".

Подробности см. на сайте <http://bvkepo.ru/expos102.html>

Липаев В. В., д-р техн. наук, проф., гл. науч. сотр., e-mail: vlip28@mail.ru,  
Институт системного программирования РАН

## Кросс-системы программирования для оборонных целей: по страницам истории 1970-х годов

*Представлены фрагменты истории разработки и применения кросс-систем программирования для создания сложных комплексов программ управления многочисленными оборонными средствами. Они обеспечили эффективное развитие ряда систем вооружения страны в условиях относительно низкого качества и недостаточных ресурсов существующих в те годы средств вычислительной техники.*

**Ключевые слова:** трансляторы, отладка, программные компоненты, ПРОМЕТЕЙ-технология, проектирование, производство, испытания, эксплуатация системы программирования ЯУЗА-6

Настоящая статья посвящена описанию подходов, которые использовались в инженерии программного обеспечения для специализированных ЭВМ в 1970-х годах. С одной стороны, это страницы славной истории нашей страны. С другой стороны, яркое свидетельство того, что даже определенное отставание в области вычислительной техники может быть компенсировано творческим отношением разработчиков программных систем для решения самых сложных задач. Отметим, что многие вопросы, ответы на которые им приходилось искать, актуальны и в настоящее время.

Развитие в 1960-е гг. в стране технологии производства специализированных ЭВМ и современной отечественной полупроводниковой элементной базы для них не позволяли в должной мере выполнять требования к ресурсам по памяти и производительности таких ЭВМ. Особенно остро эти вопросы возникали при реализации новых требований в условиях расширяющегося спектра задач, которые ставились заказчиками систем оборонного назначения. Для решения этих сложных задач в условиях ограниченных вычислительных ресурсов **архитектура и системы команд специализированных ЭВМ тщательно адаптировались к характеристикам прикладных задач и сфер применения автоматизированных систем военного назначения**. Появилась необходимость **распределять процессы создания комплексов программ оборонного назначения по двум классам ЭВМ**: универсальные и специализированные, объектные (расположенные на объектах заказчика) ЭВМ с ограниченными ресурсами. Однако во втором случае таких ресурсов должно быть достаточно для решения основных прикладных задач, для отладки их программного обеспечения и его эксплуатации по назначению. Эти ЭВМ обычно принципиально отличались от универсальных по архитекту-

ре, системам команд, ресурсам и периферии, что вызвало трудности **интерпретации программ объектных ЭВМ на универсальных машинах** и моделирования на них тестов для имитации внешней среды при отладке и испытаниях таких программ.

Ориентация на решение конкретных прикладных задач и конструкционные требования минимизации энергопотребления, веса и габаритов определяли **предельно ограниченные ресурсы памяти и производительности оборонных ЭВМ**. Отсутствие избыточности ресурсов заставляло разработчиков и заказчиков искать компромисс между широким спектром подлежащих программной реализации функций, сложностью используемых для этого алгоритмов и необходимым качеством функционирования автоматизированной системы в целом. Ограниченные ресурсы ЭВМ, которыми располагали разработчики, требовали экономного их использования и поиска архитектурных и технических возможностей совершенствования качества решения задач в пределах имеющихся возможностей. Жесткие ограничения, высокие и очень разнообразные требования к климатическим характеристикам и допустимым механическим перегрузкам, а также обычно очень высокие требования к надежности функционирования принципиально не могли быть удовлетворены одним типом машин. Вследствие этого, к концу 1970-х гг. **сформировался очень широкий спектр (около 300 типов) мобильных ЭВМ оборонного назначения**. Они различались архитектурой и структурами команд, ориентированными на особенности прикладных задач, а также конструктивным оформлением, которое зависело от сфер их применения. Как правило, эти ЭВМ отличались почти полным отсутствием вспомогательного и периферийного оборудования, которое не требовалось для непосредственного решения прикладных задач при применении конкретных

систем управления и обработки информации на оборонных объектах.

Для решения перечисленных выше задач в апреле 1979 г. в Минрадиопроеме СССР было принято и обеспечено финансирование в Московском НИИ приборной автоматики (МНИИПА) отраслевой научно-исследовательской работы ПРОМЕТЕЙ (ПРОектирование Математики Единая Технология). Это имя было присвоено всей последующей технологии и комплексу инструментальных средств на различных ЭВМ. Цель работы состояла в *исследовании, создании и внедрении систем автоматизированного проектирования математического обеспечения для специализированных ЭВМ, работающих в реальном масштабе времени*. Для координации деятельности коллективов разных предприятий в этой области, которым надлежало работать, приказом министра в 1979 г. был создан отраслевой Координационный совет № 20 Минрадиопроема, в который также вошли некоторые специалисты других отраслей оборонной промышленности. *Председателем совета, главным конструктором комплекса инструментальных систем и ПРОМЕТЕЙ-технологии в отрасли был назначен автор этой публикации*. Для организации и выполнения этих работ коллективы специалистов были существенно увеличены.

*Программой работ предусматривалось* выполнение научных исследований, направленных на поиск эффективных методов, процессов производства крупных комплексов программ реального времени, их сопровождения на других этапах их жизненного цикла. Планировалась также разработка и внедрение в практику технологий, инструментальных средств и систем, обеспечивающих:

- снижение стоимости, общей трудоемкости и длительности создания сложных комплексов программ для ЭВМ реального времени, повышение производительности труда всех специалистов в коллективах разработчиков программных продуктов;
- высокое качество, надежность и безопасность функционирования создаваемых и сопровождаемых комплексов программ реального времени оборонного назначения на всех этапах их жизненного цикла;
- комплексную автоматизацию процессов коллективной разработки и модификации программ большого размера и высокой сложности;
- экономически эффективную, унифицированную технологию и инструментальные средства производства и сопровождения комплексов программ для широкого класса ЭВМ.

Относительно узкая ориентация каждого типа ЭВМ на строго определенные оборонные задачи открывала возможность значительного улучшения характеристик по памяти и производительности на имеющейся элементной базе достаточно низкого качества. Однако реализация этих возможностей требовала от

программистов умения максимально *эффективно использовать доступные ресурсы* и знания тонкостей архитектуры объектных ЭВМ при реализации алгоритмов. Последнее обстоятельство, в частности, определило широкое применение машинно-ориентированных языков программирования — автокодов. Системы военного назначения с самого начала применения в их составе вычислительной техники отличались ориентацией на широкий спектр принципиально новых и очень разнообразных, преимущественно логических задач. Для их решения разрабатывались соответствующие новые алгоритмы, которые *должны были ориентироваться на реальные условия применения и доступные ресурсы* при реализации в соответствующих специализированных ЭВМ. При этом в программах *преобладали в большом количестве логические операции*, а относительно невысокую долю составляли вычислительные процедуры.

Новые возможности открылись в МНИИПА в начале 1970-х годов в связи с появлением в институте ЭВМ БЭСМ-6. Началось создание *системы автоматизации разработки и отладки программного обеспечения (САРПО) ЯУЗА-6* (В. В. Липаев, Л. А. Серебровский). Промышленная ПРОМЕТЕЙ-технология была предназначена для автоматизированной разработки и сопровождения программных комплексов реального времени *для встроенных и управляющих объектных ЭВМ различных типов*, начиная от формулирования исходных требований и до завершения промышленного производства и эксплуатации. Эта технология включала набор автоматизированных инструментальных средств на БЭСМ-6, регламентированных мероприятий и руководящих документов. Этот набор был предназначен для проектирования, разработки, тестирования, документирования и сопровождения сложных комплексов программ, а также для управления работой коллектива специалистов.

Наибольшие функциональные возможности автоматизации жизненного цикла программных систем реального времени были реализованы в системе ЯУЗА-6. Объем оригинальных инструментальных программ составил около 400 тыс. команд, а трудоемкость разработки — около 300 человеко-лет. *Основное достоинство оригинального метода адаптируемых кросс-систем*, применявшегося в ПРОМЕТЕЙ-технологии, состояло в том, что такие системы могли быть настроены на различные типы специализированных ЭВМ и обеспечивали эффективное программирование. Для формирования подсистемы такой адаптации было *исследовано множество характеристик и параметров класса специализированных ЭВМ в оборонных системах*. В пределах этого класса определялись типы данных, с которыми работают специализированные ЭВМ, включая системы команд, их форматы и время исполнения, состав памяти данных и команд, системы адресации и т. д.

Система средств трансляции состояла из взаимосвязанных трансляторов с *трех языков программирования*, включая алгоритмический язык, макроязык и автокод (Л. А. Серебровский). Такая взаимосвязь выражалась в организации последовательной трансляции программы с языков верхнего уровня на языки нижнего уровня. Согласно этой схеме выходом транслятора с алгоритмического языка являлась программа на макроязыке (или его внутреннем представлении), выходом транслятора с макроязыка являлась программа на автокоде. Такая схема позволяла исключить дублирование функций трансляторов с языков нижних уровней в трансляторах с языков верхнего уровня. Кроме того, она давала возможность реализовать технологический процесс трансляции с записью промежуточных результатов в библиотеки для анализа и последующей трансляции. При этом настройка генератора последовательности автокодных команд проводилась в трансляторе с макроязыка, а настройка генератора машинных команд — в трансляторе с автокода.

В то же время для получения низкого коэффициента расширения программ при трансляции с *алгоритмических языков* для специализированных ЭВМ требовались высокие оптимизирующие свойства и многопросмотровая структура. Уменьшение числа просмотров в целях экономии времени трансляции приводило к усложнению логики каждого просмотра и к отсутствию возможности реализовать важное требование к трансляторам кросс-систем — простоту настраиваемости на конкретную специализированную ЭВМ. Одновременно со спецификациями на программные модули составлялись *спецификации на глобальные модули данных*, содержащие глобальные переменные, объединенные в структуры и/или глобальные константы в различных формах представления, принятых для специализированной ЭВМ. Информация глобальных модулей данных использовалась всем комплексом программ или группой функциональных программ.

В целях упрощения обучения программистов при переходе с одной специализированной ЭВМ на другую, а также для упрощения настройки САРПО на новый автокод были установлены *общие правила построения автокодов для специализированных ЭВМ* на базе унифицированной структуры программ и описаний данных. *Автокод ЯУЗА* имел общую структуру (синтаксис) для различных специализированных ЭВМ широкого класса. Конкретное представление автокода для определенной специализированной ЭВМ формировалось при настройке и отличалось выбором изобразительных средств (буквенных и символьных) для составляющих элементов команд. *Глобальные переменные в программе не описывались, они считались объявленными во всем комплексе программ.*

Были сформулированы следующие основные концептуальные особенности САРПО ЯУЗА-6:

- возможность автоматизированной настройки системы на структуру и команды различных специализированных ЭВМ;
- применение трех входных языков программирования для специализированных ЭВМ — автокода, макроязыка и алгоритмического языка;
- обеспечение высокого качества программ по использованию памяти и производительности ЭВМ, транслированных с алгоритмического языка (коэффициент расширения в пределах 1,1...1,2);
- автоматизированная стыковка программных компонентов по глобальным переменным и по задачам управления;
- автоматизированный контроль структурного построения и использования памяти программными компонентами;
- автоматизированное тестирование и отладка программ на стационарной универсальной ЭВМ на уровне входного языка программирования с интерпретацией команд специализированной ЭВМ;
- автоматизированный выпуск документации на весь комплекс программ и на отдельные компоненты в соответствии с ГОСТами, пригодной для ввода программ в специализированную ЭВМ.

Перечисленные особенности отличали САРПО ЯУЗА-6 от обычных трансляторов как комплексную систему программной инженерии, предназначенную для автоматизации основных этапов разработки крупных комплексов программ, при условии высокой эффективности создаваемых программ по использованию ресурсов специализированной ЭВМ. Комплексная автоматизация в несколько раз повысила производительность труда специалистов при разработке больших управляющих программ (размером порядка 100 тыс. команд).

Значительное расширение функций, позволяющих автоматизировать разработку программ на мощных технологических ЭВМ (БЭСМ-6), а также быстрый рост числа различных структур специализированных ЭВМ, для которых автоматизация была необходима, привели к сокращению общей доли изменяемой части инструментальных систем разработки программ. В результате, оказалось экономически целесообразно выделять в инструментальных системах программирования машинно-ориентированную на специализированные ЭВМ часть программ, и отдельно автоматизировать их разработку. Примером может служить система ЯУЗА-6, в которой из 400 тыс. команд, для адаптации на специализированные ЭВМ оказалось необходимо изменение около 3...5 % команд. Для автоматизации такой настройки потребовалось разработать дополнительную подсистему размером около 20 тыс. команд и соответствующие инструкции по ее применению.

Основное достоинство разработанного и исследованного оригинального *метода настройки кросс-систем* состояло в том, что эти системы могли быть ориентированы практически на любые типы специализированных ЭВМ. При этом эффективность результатов программирования поддерживалась на достаточно высоком уровне. Процесс адаптации кросс-систем был формализован и автоматизирован. При разработке адаптируемой части кросс-системы в ее машинно-зависимые технологические программы были введены проблемно-ориентированные средства, предназначенные для обеспечения автоматизации адаптации. Адаптируемость кросс-системы достигалась совместным применением принципов параметризации, конфигурации и функционального расширения. Методы подготовки адаптируемой кросс-системы и условия ее применения, к которым она должна была адаптироваться, определялись классом специализированных ЭВМ, базовым автокодом и характеристиками программного продукта соответствующей оборонной системы.

К программным комплексам специализированных ЭВМ реального времени в 1970-е гг. предъявлялись особенно жесткие требования по использованию их вычислительных ресурсов. Эти требования привели к необходимости построения и применения методов программирования, отражающих специфику таких ЭВМ, и соответствующих языков для систем реального времени. Для сложных комплексов программ было характерно разнообразие алгоритмов решения прикладных и вспомогательных задач. При этих условиях трудно было удовлетворить требования высокой эффективности получаемых программ и одновременно высокой производительности труда специалистов, если проводить программирование на одном языке. В то же время для обеспечения преемственности алгоритмов, решающих одинаковые задачи в различных системах, представлялось целесообразным унифицировать их описания и структуру модулей программ и данных. Проведенные исследования показали, что перспективным являлся путь автоматизации программирования на базе трех взаимно связанных входных языков, различающихся глубиной машинной и проблемной ориентации, применяемых в зависимости от типов задач в комплексе программ. По своей ориентации языки программирования оказалось полезным разделить на:

- автокоды, предназначенные для записи программ с полным учетом структуры и системы команд конкретной специализированной ЭВМ;
- макроязыки, предназначенные для записи программ с использованием унифицированных операторов, состав и содержание которых не полностью учитывают структуру каждой специализированной ЭВМ и особенности ее системы команд;

- алгоритмические языки, запись программ на которых почти полностью унифицирована и проводится с учетом лишь структуры памяти специализированной ЭВМ или класса ЭВМ, либо вообще без учета особенностей конкретной ЭВМ, предназначенной для работы по этой программе.

Языки отладки в ПРОМЕТЕЙ-технологии обеспечивали отладку модулей (групп модулей) методом детерминированного тестирования с интерпретацией на технологической ЭВМ или при непосредственном исполнении программы на объектной ЭВМ. Языки отладки содержали такие разделы, как задания исходных данных, режимов отладки и выдаваемых результатов. Входной информацией являлось задание на языке отладки и программирования, указывающее отлаживаемый компонент программы или его часть, контролируемые и индицируемые переменные и т. д. Кроме того, на вход задавалась отлаживаемая программа в машинных кодах и паспорт программы, который давал возможность транслировать задание с языка отладки на язык машинных кодов.

Задания на отладку представляли собой последовательность операторов загрузки, управления и информирования. С помощью операторов загрузки осуществлялась подготовка всей необходимой для исполнения задания информации (тестов, отлаживаемых программ, различных описаний массива операторов отладки) и ее загрузка для исполнения. Интерпретация и реализация заданий обеспечивала управление программами исполнения заданий.

Инструментальные средства автоматизации процессов тестирования и испытаний программ обеспечивали:

- определение тестов — реализацию процесса тестирования разработчиком, включая ввод тестовых наборов, генерацию тестовых данных, ввод ожидаемых, эталонных результатов;
- выполнение участка тестируемой программы между контрольными точками, для которого средство тестирования может перехватить операторский ввод (клавиатуры, мыши и т. д.) и для которого вводимые данные могут быть отредактированы и включены в последующие тестовые наборы;
- управление тестами и участком программы, для которого средство тестирования может автоматически выполнять тестовые наборы.

Проведенные исследования позволяли оценить полностью тестирования, которую удается получить при заданном объеме тестов. Влияние критериев выбора маршрутов, стратегий их упорядочения и вероятностей ветвления в вершинах на вероятность проявления ошибок при тестировании программ наглядно отражалось на графах программ. Для выбора маршрутов тестирования наиболее подробно были исследованы критерии, при которых каждая дуга графа программы проверялась хотя бы один раз и маршруты различа-

лись хотя бы одной дугой. Предполагалось, что после тестирования по любому маршруту каждой дуги графа программы вероятность наличия ошибки в этой дуге равнялась нулю. По этой причине при разработке программных модулей (ПМ) был рекомендован рациональный размер программ модулей в пределах 100...200 строк текста, для полного тестирования которых достаточно использовать 10...20 тестов с суммарным числом условий до 100. При превышении рекомендуемых размеров ПМ их трудно протестировать полностью и целесообразно делить на более мелкие компоненты, доступные для достаточно полного покрытия тестами.

Для динамической отладки комплексов программ оборонных систем во взаимодействии с системой автоматизации программирования ЯУЗА-6 с середины 1980-х гг. использовались комплексные испытательные моделирующие стенды (КИМС). Они были проблемно-ориентированы с учетом характеристик тестируемых оборонных объектов. Объем программ, моделирующих в них внешнюю среду, зачастую превышал объемы соответствующих испытываемых программных продуктов. Для их реализации выделялись достаточно высокопроизводительные по тем временам универсальные *моделирующие ЭВМ*, например, связка БЭСМ 6 — АС 6. Кроме того, для автоматизации разработки программ использовались отдельные специализированные *технологические ЭВМ*, что в совокупности образовывало инструментальную базу для обеспечения всего жизненного цикла и имитации функционирования крупномасштабных комплексов программ реального времени на *специализированных объектных ЭВМ*.

Концепция ПРОМЕТЕЙ-технологии была апробирована и развивалась около 20 лет при проектировании и внедрении систем автоматизации разработки программного обеспечения и комплексных испытательных моделирующих стендов, входящих в состав ПРОМЕТЕЙ-технологии. Она активно использовалась на предприятиях различных отраслей оборонной промышленности. В этих работах участвовал большой коллектив специалистов (свыше 500 сотрудников) более десяти предприятий оборонной промышленности.

Система автоматизации процесса адаптации технологии на специализированные ЭВМ обеспечивала выполнение комплекса процедур, формировавших версию САРПО ЯУЗА-6 для ЭВМ и отдельного проекта автоматизированной системы. Для такой адаптации пользователь применял *так называемую базовую систему*, которая представляла собой совокупность машинно-независимых программ и блоков САРПО ЯУЗА-6 (95 % всей системы). Машинно-зависимая часть САРПО была сосредоточена в ограниченном числе машинно-зависимых программных модулей.

Первая версия САРПО была передана для эксплуатации разработчикам в середине 1975 г., она была адаптирована на ЭВМ 5Э26 для разработки комплекса программ радиолокационного узла "Основа", а затем системы ПВО "Байкал" (Л. А. Фидловский). Эта массовая высокопроизводительная ЭВМ для мобильных оборонных систем была создана в Институте точной механики и вычислительной техники (ИТМ и ВТ). Было произведено около 1,5 тыс. этих машин с программными комплексами, разработанными с использованием САРПО ЯУЗА-6. Для обеспечения работ по отладке системных и пользовательских программ в реальном времени впоследствии был создан имитационный комплекс на БЭСМ-6 с АС-6.

Полная версия САРПО ЯУЗА-6 эксплуатировалась в ряде организаций почти 20 лет с 1979 г. (в одной организации до 2000 г.) и имела суммарный объем около 400 тыс. слов БЭСМ-6. В разработке этой версии системы принимали участие около 60 специалистов при средней производительности труда около пяти команд в день на человека. Процессы разработки компонентов системы проводились сверху вниз по техническим заданиям и спецификациям требований небольшими группами специалистов на языке БЕМШ. Регистрировались затраты на различных этапах и проводилась оценка общей трудоемкости разработки САРПО ЯУЗА-6, составившей около 300 человеко-лет. Для системы было выпущено техническое описание, инструкции по адаптации и эксплуатации. Наиболее активно САРПО ЯУЗА-6 применялась для нескольких типов бортовых ЭВМ класса "Аргон". Она также использовалась в следующих организациях, где была адаптирована для различных типов специализированных ЭВМ:

- МНИИ приборной автоматики — 6 типов ЭВМ;
- НИИ автоматической аппаратуры — 5 типов ЭВМ;
- НПО автоматизации приборостроения — 11 типов ЭВМ;
- НПО ЭЛАС (г. Зеленоград) — 3 типа ЭВМ;
- НПО им. Лавочкина — 2 типа ЭВМ;
- НПО ПРОГРЕСС (г. Самара) для всех типов стратегических ракет (использовалась до 2000 г.).

В итоге это определило использование ЯУЗА-6 более чем в 13 оборонных предприятиях для более чем 30 типов мобильных специализированных ЭВМ. Общий объем разработанных программ с применением ЯУЗА-6 к 1985 г. превысил 5 млн команд. В НПО автоматизации приборостроения ЯУЗА-6 использовалась, в частности, для разработки программ орбитальной станции САЛЮТ-7, межпланетных станций Венера и Марс, спутников Экран, Радуга, Горизонт и ряда стратегических ракет. Эксплуатация ЯУЗА-6 была прекращена в конце 1990-х гг., в основном,

---

---

вследствие того, что прекратилось развитие линии ЭВМ БЭСМ-6.

В 1970-е гг. для старших моделей единой системы ЭВМ в составе ПРОМЕТЕЙ-технологии была разработана настраиваемая кросс-система РУЗА (А. А. Штрик), подобная ЯУЗЕ-6, которая также успешно эксплуатировалась на ряде оборонных предприятий.

В 1985 г. коллектив специалистов — разработчиков ПРОМЕТЕЙ-технологии был отмечен Премией Совета Министров СССР.

В середине 1988 г. вследствие ряда организационных обстоятельств в стране работы по комплексной ПРОМЕТЕЙ-технологии и развитие применявшегося ряда инструментальных систем прекратились.

\*\*\*

В статье показано, как в те далекие годы разработчики программ для оборонной промышленности боролись за вычислительные ресурсы, которые были не-

обходимы им для инженерии систем по требованиям заказчика. В настоящее время необходимые вычислительные ресурсы, встраиваемые для управления и других профессиональных функций, можно приобрести в многочисленных фирмах, производящих *микрокомпьютеры* на разных базовых персональных компьютерах. Эти микрокомпьютеры могут иметь различные размеры и вес, работать в различных климатических средах, иметь различные операционные системы. Некоторые из них можно адаптировать к особенностям функций и среде применения системы. Микрокомпьютеры встраивают в сложные промышленные системы, в технические, медицинские и бытовые приборы и адаптируют их по требованиям заказчиков. Таким образом, развитие вычислительной техники в соответствии с потребностями общества продолжается. Однако, и это следует отметить, многие вопросы, способы разрешения которых представлены в настоящей статье, актуальны и сегодня. С этих позиций опыт прошлых лет может оказаться полезным.

---

---

V. V. Lipaev, Professor, Senior Scientific Researcher, e-mail: vlip28@mail.ru,  
Institute for System Programming of the Russian Academy of Sciences, Moscow

## Cross-Programming Systems for Defense Purposes: through the Pages of the 1970s History

*The publication contains fragments of history of the cross-programming systems development and usage for creation of the complex control program systems for the multiple defenses. They provided the effective development of the country's weapons systems in conditions of relatively poor quality and insufficient resources of the existing in those years computers.*

**Keywords:** translator, debug, software components, PROMETHEUS technology, design, production, tests, maintenance of programming system YaUZA-6

---

---

ООО "Издательство "Новые технологии". 107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Дизайнер Т. Н. Погорелова. Технический редактор Е. М. Патрушева. Корректор Е. В. Комиссарова

Сдано в набор 04.08.2014 г. Подписано в печать 18.09.2014 г. Формат 60×88 1/8. Заказ Р11014  
Цена свободная.

---

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".  
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.